

Praca zbiorowa
pod redakcją
Jerzego Sawickiego

ZAGADNIENIA MECHANIKI STOSOWANEJ

tom 3

Bydgoszcz 2011

Opracowanie redakcyjne i techniczne
mgr Michał Górecki, mgr inż. Daniel Morzyński

Projekt okładki
mgr inż. Daniel Morzyński

© Copyright
Wydawnictwa Uczelniane Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego
Bydgoszcz 2011

ISBN 978-83-61314-34-9

Wydawnictwa Uczelniane Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego
Redaktor Naczelny
prof. dr hab. inż. Janusz Prusiński
ul. Ks. A. Kordeckiego 20, 85-225 Bydgoszcz, tel. 52 3749482, 52 3749426
e-mail: wydawucz@utp.edu.pl <http://www.utp.edu.pl/~wyd>

Wyd. I. Nakład 100 egz. Ark. aut. 7,5. Ark. druk. 9,25. Zamówienie nr 11/2011
Zakład Małej Poligrafii UTP Bydgoszcz, ul. Ks. A. Kordeckiego 20

Redakcja Naukowa
dr inż. Jerzy Sawicki

Wszystkie artykuły niniejszej pracy zostały zaopiniowane przez
PT Recenzentów:

prof. dr hab. inż. Jan Awrejcewicz
(Politechnika Łódzka)
dr hab. inż. Lucjan Dąbrowski, prof. nadzw. PW
(Politechnika Warszawska)
prof. dr hab. inż. Wiesław Ostachowicz
(Instytut Maszyn Przepływowych PAN, Gdańsk)
dr hab. inż. Zdzisław Ławrynowicz, prof. nadzw. UTP
(Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy, Bydgoszcz)
dr hab. inż. Bronisław Siolkowski, prof. nadzw. UTP
(Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy, Bydgoszcz)
prof. dr hab. inż. Tomasz Topoliński
(Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy, Bydgoszcz)
prof. dr hab. inż. Krzysztof Wernerowski
(Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy, Bydgoszcz)
prof. dr hab. inż. Arnold Wilczyński
(Uniwersytet Jana Kazimierza, Bydgoszcz)

Praca powstała w oparciu o nadesłane przez uczestników Sesji Naukowej
Mechanika Stosowana 2010
artykuły napisane na podstawie wygłoszonych referatów.

Sesja Naukowa
Mechanika Stosowana 2010
była współorganizowana przez:

**POLSKIE TOWARZYSTWO
MECHANIKI TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ
ODDZIAŁ W BYDGOSZCZY
UNIwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
WYDZIAŁ INŻYNIERII MECHANICZNEJ
WYDZIAŁ BUDOWNICTWA I INŻYNIERII ŚRODOWISKA**

SPIS TREŚCI

Wprowadzenie.....	7
Jerzy Gołaś – JUBILEUSZ 70-LECIA URODZIN	9
I. MECHANIKA KONSTRUKCJI	
Marek Kociszewski – Wyznaczanie modułu ścinania drewno- pochodnych płyt konstrukcyjnych metodą skręcania	13
Krzysztof Rosiński – Rozwiązanie grubej płyty prostokątnej ortotropowej swobodnie podpartej na obwodzie	21
Literatura	35
II. METODY EKSPERYMENTALNE W MECHANICE	
Eugenia Fronczak, Marcin Grabiński – Badanie połączeń stan- dardowych jednomodowych włókien telekomunikacyjnych z jednomodowymi włóknami specjalnymi domieszkowanymi erbem i iterbem.....	37
Stanisław Mroziński, Zbigniew Lis – Wpływ siły spęczania nitu na nośność połączenia nitowego.....	45
Tadeusz Zbigniew Woźniak – Analiza kinetyki przemian fazowych w czasie hartowania stali łożyskowej opierająca się na metodzie emisji akustycznej	55
Literatura	70
III. MECHANIKA OŚRODKÓW POROWATYCH	
Mieczysław Cieszko, Zbigniew Szczepański, Paweł Gadzała – Wyznaczanie porowatości kości na podstawie histogramów skanów mikrotomografii komputerowej.....	73
Literatura	85
IV. MECHANIKA PĘKANIA I ZMĘCZENIA MATERIAŁÓW	
Jan Sadowski – Wpływ czynników technologicznych na dyna- miczną odporność na pękanie wybranych stopów odlewniczych.....	87
Janusz Sempruch, Przemysław Strzelecki – Modyfikacja metody wyznaczania umownej krzywej S-N z procedury FITNET	98
Literatura	111

V. MECHANIKA PŁYNÓW

Janusz Badur, Michał Karcz, Marcin Lemański, Lucjan Nastalek –

Modelowanie zwiększonego transportu masy, pędu, ciepła, elektryczności powodowanego poślizgiem, mobilnością, transpiracją, skokiem i innymi zjawiskami w nano przepływach zachodzącymi w tlenkowych ogniwach paliwowych..... 113

Literatura 120

VI. DYNAMIKA UKŁADÓW

Janusz Zachwieja – Analiza drgań wirnika przy wzbudzeniu

wywołującym efekt dudnienia..... 121

Literatura 130

VII. INŻYNIERSKIE ZASTOSOWANIA MECHANIKI

Tomasz Paczkowski – Analiza wpływu parametrów drgań

elektrod na proces obróbki elektrochemicznej 131

Jerzy Sawicki – Wpływ efektów bezwładności przepływu

elektrolitu na ewolucję kształtu przedmiotu obrabianego ECM..... 139

Literatura 148

WPROWADZENIE

W 2010 roku odbyła się kolejna sesja naukowa **MECHANIKA STOSOWANA 2010**. Głównym organizatorem sesji był Oddział Bydgoski PTMTiS, przy współudziale Wydziału Inżynierii Mechanicznej oraz Wydziału Budownictwa i Inżynierii Środowiska Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego w Bydgoszczy.

Intensywna działalność człowieka we współczesnym świecie spowodowała ogromne przeobrażenia w różnych dziedzinach. Należy podkreślić, że bardzo często, a nawet niemal zawsze przeobrażenia te opierają się na wykorzystaniu wiedzy między innymi z zakresu mechaniki.

Tematyka prezentowanych w niniejszej monografii prac dotyczy zagadnień z zakresu: mechaniki konstrukcji, mechaniki ośrodków porowatych, mechaniki płynów, mechaniki pękania i trwałości zmęczeniowej, dynamiki układów, inżynierskich zastosowań mechaniki oraz metod eksperymentalnych w mechanice.

Publikacja oczywiście nie wyczerpuje wszystkich zagadnień, tym nie mniej zakres omawianej problematyki świadczy o licznych zastosowaniach mechaniki w technice.

W monografii przedstawiono rezultaty prac naukowych realizowanych przez pracowników Wydziału Inżynierii Mechanicznej Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego w Bydgoszczy, Uniwersytetu Kazimierza Wielkiego w Bydgoszczy i Instytutu Maszyn Przepływowych w Gdańsku.

Jako redaktor naukowy monografii „ZAGADNIENIA MECHANIKI STOSOWANEJ” pragnę podziękować wszystkim autorom za przygotowanie artykułów do monografii. Recenzentom dziękuję za wnikliwe opinie.

W roku 2011 prof. dr hab. inż. Jerzy Gołaś, członek Polskiego Towarzystwa Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej, obchodzi jubileusz 70-lecia urodzin.

Prof. Jerzy Gołaś jest członkiem PTMTiS od 1969 roku. W latach 1984-87 pełnił funkcję przewodniczącego Zarządu Oddziału Polskiego Towarzystwa Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej w Opolu. W kadencjach 2007-2008 i 2009-2010 był przewodniczącym Zarządu Oddziału Bydgoskiego Polskiego Towarzystwa Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej, a w latach 1984-86 (kadencja XXII) – zastępcą członka Zarządu Głównego PTMTiS. Jubilat jest autorem wielu referatów wygłoszonych na zebraniach naukowych Oddziału Opolskiego i Bydgoskiego.

Z okazji jubileuszu w imieniu własnym, kolegów i sympatyków PTMTiS oraz społeczności akademickiej UTP składam serdeczne życzenia zdrowia oraz wszelkiej pomyślności w życiu osobistym i zawodowym.

Jerzy SAWICKI
Przewodniczący Oddziału
Bydgoskiego PTMTiS

Jubileusz 70-lecia urodzin
dr hab. inż. Jerzego Gołasia prof. nadzw. UTP



Jubilat urodził się 23 marca 1941 roku w Czarnkowie w województwie wielkopolskim. Świadectwo dojrzałości uzyskał w 1958 roku, po ukończeniu Technikum Przemysłu Okrętowego w Gdańsku. W 1958 roku podjął studia na Wydziale Budownictwa Lądowego w Politechnice Gdańskiej (specjalność mosty), które ukończył z wynikiem bardzo dobrym, uzyskując dyplom magistra inżyniera budownictwa lądowego. Na przełomie lat 1963-1964 ubiegał się o stypendium doktoranckie w Instytucie Budownictwa Wodnego PAN w Gdańsku. Stypendium uzyskał, jednak z powodów rodzinnych przeniósł się do Poznania, gdzie 1 kwietnia 1964 r. podjął pracę dydaktyczną na stanowisku asystenta w Katedrze Mechaniki Budowli i Konstrukcji Budowlanych w Oddziale Melioracji Wodnych Wyższej Szkoły Rolniczej (obecnie Uniwersytet Przyrodniczy). Od tego czasu datuje się działalność naukowo-dydaktyczna Jubilata w szkolnictwie wyższym. W 1966 roku ukończył kurs pedagogiczny w Studium Nauk Pedagogicznych WSR w Poznaniu.

W latach 1964-1972 działalność badawcza dr. hab. Jerzego Gołasia, prof. nadzw. UTP koncentrowała się głównie na problematyce związanej z teorią płyt cienkich, płyt jednostronnie uźebrowanych i płyt trójwarstwowych. W badaniach poświęconych tym zagadnieniom uzyskał szereg wartościowych wyników. Wspólnie z prof. dr. hab. inż. Ryszardem Ganowiczem podał rozwiązania analityczne dla półpasma płytowego z żebrami jednostronnymi obciążonego na krawędzi momentem skupionym i siłą skupioną oraz rozwiązania dla nieograniczonej i półnieograniczonej płyty obciążonej jednostkowymi siłami tarczowymi. Własne indywidualne rozwiązania przedstawił w pracy doktorskiej pt. „*Pewne przypadki nieciągłych warunków brzegowych dla kołowych płyt trójwarstwowych*”, którą obronił 16 czerwca 1969 roku na Wydziale Budownictwa Lądowego Politechniki Poznańskiej. Wyniki pracy doktorskiej zostały w tym samym roku zreferowane na Konferencji Naukowej Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN, a w 1971 r. oraz opublikowane w Rozprawach Inżynierskich. W październiku 1969 roku został powołany na stanowisko adiunkta.

Z dniem pierwszego października 1970 roku podjął pracę jako wykładowca w Wyższej Szkole Inżynierskiej w Opolu (obecnie Politechnika Opolska) na Wydziale Budownictwa Lądowego, obejmując jednocześnie kierownictwo Pracowni Konstrukcji Budowlanych. Pierwszego listopada 1971 r. został powołany na stanowisko docenta etatowego w WSI w Opolu.

Zainteresowania naukowe Profesora skupiały się wokół metod analitycznych oraz metod numerycznych stosowanych w mechanice, początkowo zajmował się metodą wariacyjnego ujęcia różnic skończonych, a następnie metodą elementów skończonych. Pracując w Wyższej Szkole Inżynierskiej w Opolu, opracował wraz z asystentami szereg algorytmów i programów komputerowych do obliczeń statycznych i dynamicznych płyt i powłok obrotowych – zarówno w zakresie liniowym, jak i geometrycznie nieliniowym (wariant umiarkowanych obrotów). W czerwcu 1975 roku pracownia została przekształcona w Zakład Mechaniki Budowli, którym kierował do 30 kwietnia 1989 r. Jako pracownik naukowo-dydaktyczny Jubilat prowadził wykłady, seminaria naukowe i ćwiczenia z wielu przedmiotów teoretycznych i zawodowych. W swojej działalności dydaktycznej i szkoleniowej wprowadził wiele nowości wynikających z własnych badań naukowych. Na szczególne uznanie zasługuje prowadzenie jeszcze w WSI w Opolu wielu cykli seminariów naukowych z różnych zagadnień dotyczących teorii i analizy płyt i powłok, które pozwoliły wyszkolić własną kadrę naukową.

We wspomnianym okresie jeden z pracowników Zakładu uzyskał stopień naukowy doktora habilitowanego, a pięciu innych pod opieką prof. J. Gołasia – jako promotora – uzyskało stopnie naukowe doktora nauk technicznych: dwóch na Politechnice Gdańskiej, jeden na Politechnice Łódzkiej i dwóch w Wyższej Szkole Inżynierskiej w Opolu. Cztery z tych prac doktorskich zostały wyróżnione. Był także promotorem trzech prac dyplomowych w zakresie budownictwa, które uzyskały nagrody II i III stopnia Ministra Budownictwa i Przemysłu Materiałów Budowlanych.

W latach 1976-1980 kierował przez siebie stworzonym zespołem naukowym realizującym zadanie 11.1 pt. „*Numeryczne rozwiązania powłok obrotowych w oparciu o liniową i geometryczną nieliniową teorię powłok*” w ramach problemu węzłowego 05.12 (koordynator I stopnia – IPPT PAN w Warszawie). Zadanie to wchodziło w skład tematu realizowanego przez Instytut Maszyn Przemysłowych PAN w Gdańsku. W 1976 roku pod Jego kierunkiem zespół realizował ponadto zadanie 01.2.5 pt. „*Opracowanie programów na EMC do obliczeń statycznych płyt*”, także w problemie węzłowym 05.12, lecz wchodzącym w skład tematu Politechniki Poznańskiej. Uwieńczeniem osiągnięć naukowych Jubilata w owym okresie było m.in. wydanie wspólnie z doktorantem Zygmuntem Kasperskim monografii pt. „*Obliczenia numeryczne powłok obrotowych metodą elementów skończonych*”.

Z dniem 1 września 1973 roku został powołany na stanowisko prodziekana ds. dydaktyki na Wydziale Budownictwa Lądowego WSI w Opolu. Funkcję tę pełnił do 31 sierpnia 1974 roku. Od 1 września 1974 roku objął stanowisko dziekana tego wydziału, a po reorganizacji uczelni został dyrektorem Instytutu Inżynierii Lądowej na prawach wydziału. Funkcję tę pełnił do 31 sierpnia 1976 roku. W okresie od 1 września 1984 r. do 31 sierpnia 1987 roku był zastępcą dyrektora Instytutu ds. nauki.

Od 1 kwietnia 1974 roku do 30 kwietnia 1975 roku był zatrudniony na 1/4 etatu w Biurze Studiów i Projektów Gospodarki Komunalnej w Opolu na stanowisku starszego projektanta konstrukcji mostowych, m.in. na okres realizacji przez Biuro projektu technicznego estakady nad torami PKP przy ul. Świerczewskiego w Nysie. W okresie od 1 października 1974 r. do 30 września 1975 roku oraz od 1 stycznia 1976 r. do 31 grudnia 1979 roku pracował na 1/4 etatu w Pracowni Projektowej Dyrekcji Okręgowej Dróg Publicznych w Opolu w charakterze konsultanta naukowego (statyka) oraz weryfikatora dokumentacji mostowej. Od 1 października 1976 r. do 31 sierpnia 1977 roku pracował na 1/4 etatu w Biurze Projektów Wodnych Melioracji w Opolu na stanowisku starszego specjalisty ds. konstrukcji budowlanych.

Z dniem 1 października 1989 roku za zgodą Ministra Oświaty i Szkolnictwa Wyższego podjął pracę na Wydziale Budownictwa w Akademii Techniczno-Rolniczej w Bydgoszczy (obecnie Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy) na stanowisku docenta etatowego w Katedrze Mechaniki Budowli (obecnie Katedra Mechaniki Konstrukcji).

Począwszy od roku 1989 Jubilat rozszerzył zainteresowania badawcze o zagadnienia związane z mechaniką kompozytów, zwłaszcza w zakresie stosowania teorii uściślonych w analizie wytrzymałościowej lepkosprężystych dźwigarów powierzchniowych wykonanych z kompozytów włóknistych.

W latach 1991-1993 uczestniczył czynnie w projekcie badawczym nr 7 1283 91 01 (grant KBN) pt. „*Mechanika włóknokompozytów lepkosprężystych z dystorsjami*” – kierowanym przez prof. dr. hab. inż. Romualda Świtkę.

Dnia 22 stycznia 2003 roku Rada Wydziału Inżynierii Lądowej Politechniki Gdańskiej nadała Mu stopień naukowy doktora habilitowanego z wyróżnieniem za przedstawioną rozprawę pt. „*Efekt ścinania poprzecznego w kompozytowych dźwigarach powierzchniowych*”, zatwierdzony przez Centralną Komisję ds. Stopni i Tytułu Naukowego 23 czerwca 2003 r. Rozprawa habilitacyjna Jubilata składała się z jednotematycznego cyklu samodzielnych publikacji naukowych dotyczących płyt i powłok cylindrycznych o średniej grubości oraz grubych dźwigarów wielowarstwowych wykonanych z kompozytów włóknistych.

Od 1 grudnia 2003 roku jest profesorem nadzwyczajnym Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego w Bydgoszczy oraz kierownikiem Zakładu Mechaniki Budowli w Katedrze Mechaniki Konstrukcji na Wydziale Budownictwa i Inżynierii Środowiska. Prowadził wykłady na studiach doktoranckich Wydziału Inżynierii Mechanicznej (d. Wydziału Mechanicznego) UTP. Aktualnie pełni obowiązki promotora przewodnika doktorskiego otwartego w 2007 roku na Wydziale Budownictwa i Inżynierii Środowiska.

Jest autorem 53 prac naukowych (w tym 26 współautorskich) opublikowanych w: *Archiwum Inżynierii Lądowej* (8), *Rozprawach Inżynierskich* (6), *Mechanice Teoretycznej i Stosowanej* (4), w czasopiśmie *Mechanika i Komputer* (2) i po jednej w *Mechanics of Composite Materials* (lista filadelfijska) oraz *Studia Geotechnica et Mechanica*, w *Proceedings of the SSTA Conference Gdańsk-Jurata 2000, 2005 Shell Structures; Theory and Applications* (2), w *Inżynierii i Budownictwie* (4), w *Österreichische Kunststoff Zeitschrift* (2) oraz 19 prac wydanych w *Zeszytach Naukowych: Politechniki Gdańskiej, Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Opolu, Politechniki Śląskiej, UTP w Bydgoszczy, Uniwersytetu Lwowskiego i Instytutu Fizyko-Mechanicznego Narodowej Akademii Nauk Ukrainy we Lwowie* oraz po jednej w *Pracach Komisji Nauk Podstawowych i Stosowanych Poznańskiego Towarzystwa Naukowego i Przeglądzie Budowlanym*, a także współautorem monografii, którą wydał PWN.

Przygotował i przedstawił 57 prac (w tym 30 współautorskich), które ukazały się w materiałach konferencji naukowych: m.in. szesnaście na konferencji KILiW PAN i KN PZITB w Krynicy, dziesięć na konferencji Sekcji Mechaniki Konstrukcji KILiW PAN pt. „*Metody komputerowe w mechanice*” oraz pt. „*Konstrukcje powłokowe – teoria i zastosowanie*” oraz na 6th Intern. Conf. „*Modern Building Materials, Structures and Techniques*”, Vilnius i na Eleventh Intern. Conf. *Mechanics of Composite Materials*, Riga, Intern. Conf. on *Lightweight Structures in Civil Engineering*, Warsaw University of Technology. Łącznie opublikował 110 artykułów i referatów naukowych.

W maju 1983 roku został powołany na rzeczoznawcę Polskiego Związku Inżynierów i Techników Budownictwa w specjalności 5.1 – konstrukcje skomplikowane i pionierskie w budownictwie kubaturowym.

Od kwietnia 1984 roku do października 1989 roku pełnił funkcję wiceprzewodniczącego Rady Technicznej CUTOB – PZITB Oddział w Opolu, a w latach 1985-89 funkcję wiceprzewodniczącego Zarządu Oddziału PZITB w Opolu.

W 1970 roku został członkiem Komitetu Nauki PZITB, a w latach 1995-1998 był w Zarządzie Głównym tego Komitetu. Jest członkiem Polskiego Towarzystwa Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej (od 1969 r.), a w latach 1984-1987 pełnił funkcję przewodniczącego Zarządu Oddziału PTMTiS w Opolu. Aktualnie (od 2007 r.) jest przewodniczącym Zarządu Oddziału PTMTiS w Bydgoszczy. W kadencji XXII (w latach 1984-1986) był zastępcą członka Zarządu Głównego PTMTiS.

Od 1972 roku jest członkiem Opolskiego Towarzystwa Przyjaciół Nauk, w latach 1975-1981 wiceprzewodniczącym Wydziału Nauk Technicznych OTPN.

Przez okres czterech kolejnych kadencji, tj. w latach 1978-1993, był członkiem Sekcji Mechaniki Konstrukcji Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN. W 1982 roku przewodniczył Komitetowi Organizacyjnemu III Konferencji Naukowej KILiW PAN pt. „*Konstrukcje powłokowe – teoria i zastosowanie*”. Uczestniczył w pracach Komitetu Naukowego III i IV Konferencji „*Konstrukcje powłokowe*”.

Od 1989 roku jest członkiem Komisji Inżynierii Budowlanej Oddziału Katowickiego PAN, a od 1992 r. – członkiem Związku Mostowców Rzeczypospolitej Polskiej.

W latach 2008 i 2010 był członkiem Komitetu Naukowego Międzynarodowego Sympozjum „*Mosty – Tradycja i Nowoczesność*”, UTP w Bydgoszczy.

Był dwukrotnie po dwie kadencje członkiem Senatu Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Opolu i Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego w Bydgoszczy.

Profesor Jerzy Gołaś jest czterokrotnym laureatem nagród Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego (dwa zespołowych II i III stopnia oraz dwa indywidualnych III stopnia), wielokrotnie otrzymywał nagrody Rektora Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Opolu i Rektora UTP w Bydgoszczy. W 2004 roku został wyróżniony przez marszałka Województwa Kujawsko-Pomorskiego w dziedzinie „Nauka i Postęp Techniczny” za nowatorskie prace naukowe.

Za osiągnięcia w działalności naukowo-badawczej i dydaktycznej otrzymał Złoty Krzyż Zasługi (1980 r.) i Krzyż Kawalerski Orderu Odrodzenia Polski (1988 r.). Został ponadto wyróżniony Medalem Komisji Edukacji Narodowej (1983 r.) i Złotą Odznaką Polskiego Związku Inżynierów i Techników Budowlanych (1989 r.) oraz Złotą Odznaką Zasłużony dla Polskiego Towarzystwa Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej (2009 r.).

prof. dr hab. inż. Adam Podhorecki

Wykaz doktorów i doktorantów nauk technicznych

dr hab. inż. Jerzego Gołasia, prof. nadzw. UTP:

Zygmunt Kasperski, Jerzy Makowski

Henryk Nowak, Edward Sadowski

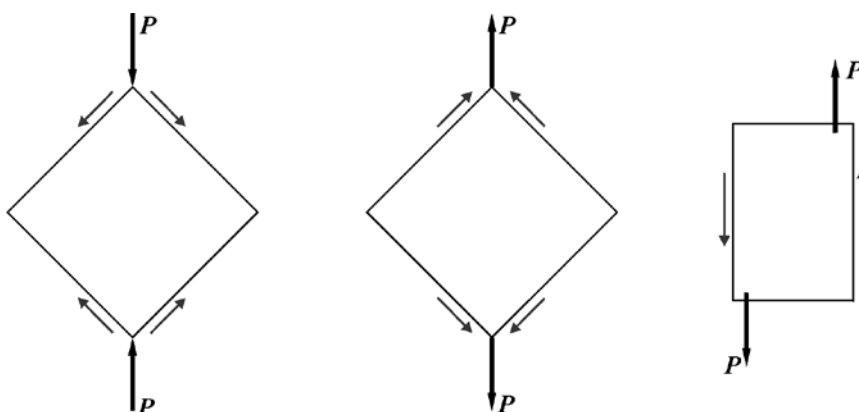
Lilianna Sadecka, Jan Górski

WYZNACZANIE MODUŁU ŚCINANIA DREWNOPOCHODNYCH PŁYT KONSTRUKCYJNYCH METODĄ SKRĘCANIA

1. WSTĘP

Płyty drewnopochodne są coraz szerzej stosowane jako materiał konstrukcyjny. Przede wszystkim sklejki i płyty OSB są z powodzeniem wykorzystywane do wytwarzania belek dwuteowych, a dokładniej ich środników. W takim przypadku płyty pracują jako tarcze i poddawane są obciążeniom działającym w kierunku równoległym do płaszczyzny płyty i wywołującym znaczne odkształcenia postaciowe w tej płaszczyźnie. Odkształcenia te są zależne, m.in. od modułu sprężystości postaciowej w płaszczyźnie płyty (modułu ścinania).

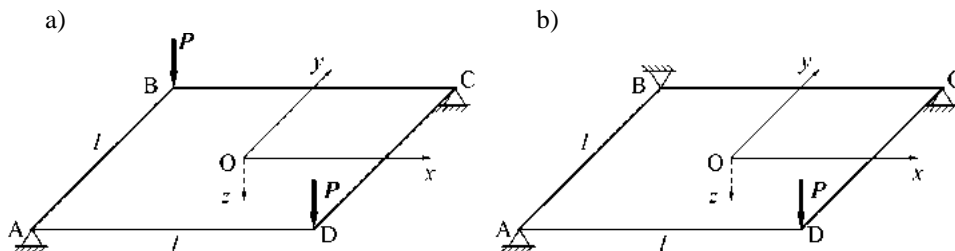
W porównaniu z modułem Younga, moduł sprężystości postaciowej jest znacznie trudniejszy do wyznaczenia. Opracowano wiele metod pozwalających na wyznaczenie tego modułu w płaszczyźnie płyty. Trzy z nich przedstawiono w amerykańskiej normie ASTM D 2719 [1] (rys. 1). Większość z nich jest jednak praco- i czasochłonna oraz wymaga specjalnego oprzyrządowania.



Rys. 1. Metody wyznaczenia modułu ścinania w płaszczyźnie płyty zgodnie z normą ASTM D 2719 [1]

Fig. 1. Methods of determining in-plane shear modulus according to standard ASTM D 2719 [1]

Stosunkowo najmniej skomplikowaną metodą wyznaczenia modułu sprężystości postaciowej w płaszczyźnie płyty wydaje się metoda skręcania płyty kwadratowej. Występuje ona w literaturze w dwóch wariantach, różniących się sposobem utwierdzenia i obciążenia próbki. W wariantcie podstawowym, zgodnym z normą ASTM D 3044 [2], płyta utwierdzona jest w dwóch przeciwległych narożnikach i obciążona w dwóch pozostałych siłami prostokątymi do płaszczyzny płyty (rys. 2a). W zmodyfikowanej wersji tej metody utwierdzone są trzy narożniki płyty, a działające prostopadle do niej obciążenie przyłożone jest do czwartego narożnika (rys. 2b).



Rys. 2. Metoda wyznaczania modułu ścinania w płaszczyźnie płyty przez skręcanie: a) zgodnie z normą ASTM D 3044 [2], b) zmodyfikowana

Fig. 2. Methods of determining in-plane shear modulus by twisting: a) according to standard ASTM D 3044 [2], b) modified

Metoda skręcania płyty podpartej w dwóch narożnikach została opracowana na początku lat 40. XX w., przy czym miała ona zastosowanie do materiałów izotropowych. W następnych latach Hennessey i in. [15] zastosowali ją do materiałów kompozytowych wzmocnianych włóknami oraz Goodman i Bodig [13] i Gunnerson i in. [14] do drewna. Lee i Biblis [16] zaproponowali modyfikację tej metody polegającą na zamocowaniu płyty w trzech narożnikach i przyłożeniu obciążenia do czwartego. W swojej pracy wykazali, że przemieszczenie obciążonego narożnika jest dwukrotnie większe od przemieszczenia narożników płyty podpartej w dwóch przeciwległych narożach płyty. Stosując tę zmodyfikowaną metodę na próbkach sklejki wyciętych pod różnym kątem z arkusza płyty, wyznaczyli nie tylko moduł ścinania w płaszczyźnie sklejki, a także moduły Younga i współczynniki Poissona. Yoshihara i Sawamura [25] i Gommers i in. [12] analizowali zależność modułu ścinania płyty drewnianej od sposobu przyłożenia do niej sił i utwierdzeń. Wskazali oni na istotny wpływ oddalenia punktów podparcia i przyłożenia siły od narożnika płyty sklejkowej. Wpływem wymiarów próbki kwadratowej na moduł ścinania zajął się Yoshihara [26]. Wykorzystując metodę elementów skończonych wyprowadził współczynniki korygujące moduł w zależności od sposobu przyłożenia podparć i sił obciążających, długości krawędzi próbki i stosunku tej długości do grubości płyty. W odniesieniu do płyty OSB metodę skręcania płyty zastosowali Plenzler i Górecki [17]. Wyznaczyli oni moduł ścinania w płaszczyźnie płyty OSB o grubości 6 i 10 mm, stwierdzając wyższą wartość tego modułu dla płyty o mniejszej grubości.

Dotychczasowe badania nie wyczerpują wiedzy o właściwościach sprężystych płyt stosowanych jako materiały konstrukcyjne. Z tego względu zdecydowano się na wykonanie badań mających na celu wyznaczenie modułu ścinania sklejki iglastej i liściastej oraz płyty OSB przy zastosowaniu metody skręcania.

2. METODYKA BADAŃ

2.1. METODA SKRĘCANIA PŁYTY KWADRATOWEJ

Znane z klasycznej mechaniki płyt związki między momentami jednostkowymi a ugięciem $w(x,y)$ płyty ortotropowej mają postać:

$$M_x = -D_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$M_y = -D_2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_{yx} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2)$$

$$M_{xy} = \frac{G_{xy} t^3}{6} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3)$$

a sztywności zginania płyty są określone wzorami:

$$D_1 = \frac{E_x t^3}{12(1 - \nu_{xy}^2)} \quad (4)$$

$$D_2 = \frac{E_y t^3}{12(1 - \nu_{yx}^2)} \quad (5)$$

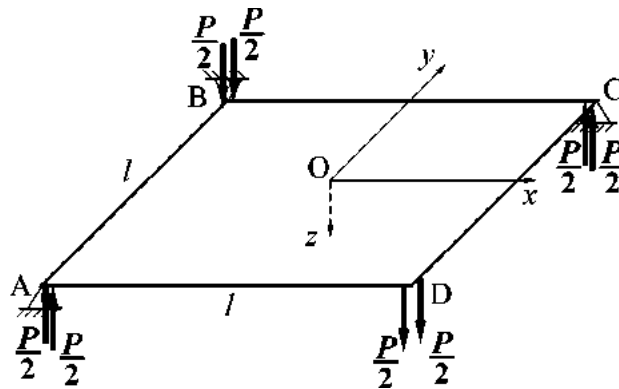
gdzie E_x i E_y są modułami Younga, ν_{xy} i ν_{yx} współczynnikami Poissona, G_{xy} modułem ścinania w płaszczyźnie xy płyty, a t jest grubością płyty.

Dla rozpatrywanej płyty ortotropowej (rys. 3) jednostkowe momenty gnące są równe zero:

$$M_x = 0, \quad M_y = 0 \quad (6)$$

a jednostkowy moment skręcający:

$$M_{xy} = \frac{P}{2} \quad (7)$$



Rys. 3. Wyznaczanie modułu ścinania w płaszczyźnie płyty metodą skręcania
 Fig. 3. Determining of the in-plane shear modulus by the plate twist method

Zastępując siły o wartości P działające na narożniki płyty dwoma siłami o wartości $P/2$, wskazać można na podwójne skręcanie płyty: względem osi x – parami sił składającymi się z „pierwszych” sił $P/2, P/2$ i względem osi y – parami sił utworzonymi przez „drugie” siły $P/2, P/2$. Momenty tych par, wynoszące $P/2 \cdot l$ skutkują jednostkowym momentem skręcającym $P/2$.

Po uwzględnieniu wyrażenia (7) w równaniu (3) otrzymano:

$$\frac{G_{xy}t^3}{6} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = \frac{P}{2} \quad (8)$$

Całkując kolejno równanie (8) uzyskano:

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{3P}{G_{xy}t^3} x + f_1'(y) \quad (9)$$

$$w = \frac{3P}{G_{xy}t^3} xy + f_1(y) + f_2(x) \quad (10)$$

przy czym:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = f_2''(x), \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = f_1''(y) \quad (11)$$

Podstawiając równania (6) i (11) do związków (1) i (2) otrzymano układ równań:

$$f_2''(x) + \nu_{xy} f_1''(y) = 0 \quad (12)$$

$$f_1''(y) + \nu_{yx} f_2''(x) = 0 \quad (13)$$

który może być spełniony tylko wtedy, gdy:

$$f_2''(x) = f_1''(y) = 0 \quad (14)$$

Z równań (14) wynika:

$$f_2(x) = C_1 x + C_2 \quad (15)$$

$$f_1(y) = C_3 y + C_4 \quad (16)$$

Wzór (10) na ugięcie płyty przyjmuje teraz postać:

$$w = \frac{3P}{G_{xy}t^3} xy + C_1 x + C_3 y + C_5 \quad (17)$$

gdzie:

$$C_5 = C_2 + C_4 \quad (18)$$

Narożniki A, B i C płyty są unieruchomione, więc:

$$w\left(-\frac{l}{2}, -\frac{l}{2}\right) = w\left(-\frac{l}{2}, \frac{l}{2}\right) = w\left(\frac{l}{2}, \frac{l}{2}\right) = 0 \quad (19)$$

I. MECHANIKA KONSTRUKCJI

Po uwzględnieniu warunków (19) wzór na ugięcie płyty przyjmuje ostatecznie postać:

$$w(x, y) = \frac{3P}{G_{xy}t^3} \left(xy - \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} - \frac{l^2}{4} \right) \quad (20)$$

Ugięcie obciążonego narożnika D płyty jest równe:

$$w_D = w\left(\frac{l}{2}, -\frac{l}{2}\right) = -\frac{3Pl^2}{G_{xy}t^3} \quad (21)$$

Mierząc ugięcie punktu D płyty pod działaniem siły P , można wyznaczyć moduł ścinania G_{xy} w płaszczyźnie płyty:

$$G_{xy} = \frac{3Pl^2}{t^3|w_D|} \quad (22)$$

2.2. EKSPERYMENT

Badaniom poddano typowe, stosowane jako materiał konstrukcyjny płyty drewno-pochodne: sklejkę sosnową, sklejkę brzożową oraz płytę OSB o dwóch grubościach: 10 i 18 mm. Charakterystykę badanych płyt przedstawiono w tabeli 1.

Do wyznaczenia modułu ścinania zastosowano metodę skręcania kwadratowej próbki płyty podpartej w narożnikach A , B i C i obciążonej prostopadłą do płyty siłą przyłożoną w narożniku D (rys. 2b). Badania przeprowadzono na wykonanym laboratoryjnie stanowisku badawczym, umożliwiającym skręcanie płyt o różnych rozmiarach (rys. 4). Do pomiaru odkształceń wykorzystano elektroniczny czujnik indukcyjny o dokładności 0,001 mm. Mierzono przyrosty odkształceń $\Delta\delta$ wywołane przyrostem obciążenia ΔP tak dobierając jego wartości, aby ugięcie obciążanego narożnika nie przekroczyło wartości równej połowie grubości badanej płyty.

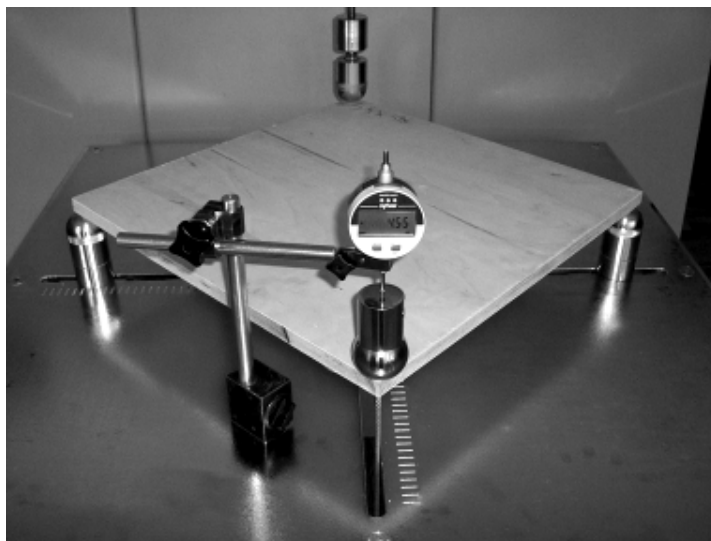
Tabela 1. Charakterystyka badanych płyt

Table 1. Characteristics of tested panels

Rodzaj płyty Kind of panel	Grubość płyty Panel thickness (mm)	Liczba warstw Number of layers	Gęstość Density (kg/m ³)	Wilgotność Moisture content (%)	l/t^*
Sklejka sosnowa Pine plywood	10	7	640	≈ 7	30
	18	13	640		
Sklejka brzożowa Birch plywood	10	7	770		
	18	13	760		
OSB	10	3	620		
	18	3	610		

* stosunek długości krawędzi próbki do jej grubości
specimen edge length to thickness ratio

Z arkusza każdej z płyt wycięto po 6 kwadratowych próbek o wymiarach tak dobranych, aby stosunek długości krawędzi próbki do jej grubości był za każdym razem równy 30. Próbki poddano klimatyzacji w temperaturze 20°C i wilgotności 65%.



Rys. 4. Stanowisko badawcze do wyznaczania modułu ścinania płyt drewnopochodnych
 Fig. 4. Device for determining shear modulus of wood-based panels

Moduł ścinania G_{xy} w płaszczyźnie płyty obliczano według wzoru:

$$G_{xy} = \frac{3\Delta P l^2}{t^3 \Delta \delta} \quad (23)$$

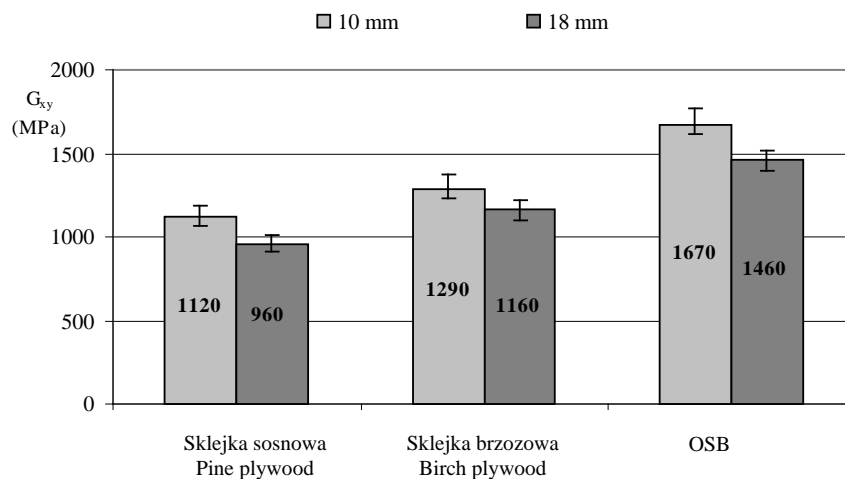
gdzie:

- ΔP – przyrost wartości przyłożonej siły (N),
- l – długość i szerokość próbki (mm),
- t – grubość płyty (mm),
- $\Delta \delta$ – przyrost ugięcia punktu przyłożenia siły (mm).

3. WYNIKI

Wyniki badań, tj. średnie wartości modułu ścinania oraz odchylenia standardowe dla badanych płyt przedstawiono na wykresie (rys. 5). Moduł ścinania płyty OSB jest średnio o 28% większy niż moduł sklejki brzozonej i o 51% większy niż moduł sklejki sosnowej. Współczynniki zmienności, obliczone na podstawie odchyłeń standardowych, miały małe wartości, rzędu kilku procent.

Moduł ścinania w płaszczyźnie płyty zależy istotnie od jej grubości. Dla wszystkich badanych płyt moduł płyty o grubości 10 mm jest wyższy od modułu płyty o grubości 18 mm: o 16,7% i 11,2% odpowiednio dla sklejki sosnowej i brzozonej oraz 14,4% dla płyty OSB. Warto przy tym zwrócić uwagę, że przedstawione różnice pomiędzy wartościami modułu ścinania płyt o różnej grubości nie wynikają z różnicy gęstości tych płyt. Płyty OSB miały taką samą strukturę, a sklejki zbudowane były z fornirów o jednakowej grubości i zbliżonym zagęszczeniu, czego wynikiem była zbliżona gęstość płyt obu grubości.



Rys. 5. Moduł ścinania w płaszczyźnie badanych płyt

Fig. 5. In-plane shear modulus of tested panels

Badane płyty charakteryzowały się liniowym przyrostem przemieszczenia obciążanego narożnika w stosunku do zmian wartości obciążenia dla ugięć dochodzących do wartości równej grubości płyty. Dlatego przyjęcie górnej wartości obciążenia wywołującego ugięcie narożnika nie przekraczające połowy grubości płyty zapewniało wyznaczenie modułu ścinania płyt w zakresie liniowej charakterystyki siła-ugięcie.

Przedstawiona w pracy metoda, polegająca na skręcaniu kwadratowej płyty przez obciążenie jednego narożnika i jednoczesnym utwierdzeniu pozostałych, okazała się w pełni przydatna do wyznaczania modułu ścinania konstrukcyjnych płyt drewnopochodnych. Uzyskane wartości modułu są na podobnym poziomie z oznaczonymi trudniejszą do zrealizowania metodą testu dwuszynowego zgodną z normą ASTM 2719 [21, 22]. Prostota przedstawionej metody, a jednocześnie małe rozrzuty uzyskiwanych wyników, rekomendują ją do szerszego stosowania w badaniach materiałów drzewnych.

4. WNIOSKI

1. Skręcanie płyty kwadratowej wywołane siłą przyłożoną do jednego narożnika jest prostą metodą, która może być przydatna do wyznaczania modułu ścinania płyt drewnopochodnych.
2. Badane drewnopochodne płyty konstrukcyjne cechują się liniową charakterystyką siła-ugięcie dla ugięć nie przekraczających grubości płyty.
3. Grubość płyty ma wpływ na wyniki oznaczania modułu ścinania.
4. Moduł ścinania płyt OSB jest o około 40% większy od modułu ścinania sklejek.

Praca została wykonana w ramach grantu finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego nr N N309 116837

DETERMINATION OF THE SHEAR MODULUS OF WOOD-BASED STRUCTURAL PANELS BY TWIST METHOD

Summary

In this paper the studies on the shear modulus in the plane of wood-based structural panels by the twist method are presented. This method consists in twisting the square-plate test specimen supported at the three corners, and loaded by the transverse force applied at the fourth. Pine and birch plywood glued from 1.5 mm thick veneers and oriented strand board (OSB) were tested. Two panel thicknesses: 10 and 18 mm were taken into account. It was found that the panel thickness affects the obtained values of G_{xy} modulus. The moduli of the 10 mm thick plywood were by about 12% greater than those of the 18 mm thick plywood. The modulus of the 10 mm thick OSB was by about 14% greater than that of the 18 mm thick OSB. One should note that the plywoods with different thicknesses had the same structure and almost the same density. A similar relation referred to OSB. The G_{xy} modulus of OSB was on average by almost 40% greater than that of plywood.

Keywords: plywood, OSB, shear modulus, twist method

ROZWIĄZANIE GRUBEJ PŁYTY PROSTOKĄTNEJ ORTOTROPOWEJ SWOBODNIE PODPARTEJ NA OBWODZIE

1. WSTĘP

Analizę trójwymiarowego stanu naprężeń i przemieszczeń w płytach można przeprowadzić w sposób przybliżony za pomocą wielkości tworzących pola dwuwymiarowe. Ze względu na możliwość zastosowania różnych aproksymacji opisu trójwymiarowego, powstały różne teorie płyt, które dzielą się na dwie grupy: asymptotyczne oraz techniczne [4]. Teorie asymptotyczne polegają na sprowadzeniu zagadnienia trójwymiarowego do ciągu zastępczych zagadnień dwuwymiarowych. Zwiększając lub zmniejszając liczbę wyrazów tego ciągu, można uzyskiwać bardziej lub mniej dokładne sprowadzenia zagadnienia przestrzennego do zastępczego – dwuwymiarowego.

W teoriach technicznych sprowadzenie zagadnienia trójwymiarowego do dwuwymiarowego polega na przyjęciu *a priori* pewnych założeń upraszczających (więzów), dotyczących dopuszczalnych pól przemieszczeń bądź naprężeń lub obu tych pól na raz.

W pracy skorzystano z teorii należącej do drugiej grupy, nakładając na powierzchniach zewnętrznych płyty stosowne ograniczenia (więzy) oraz założenia o rozkładzie przemieszczeń po grubości płyty.

Ścisłe rozwiązanie zagadnień brzegowych teorii płyt jest możliwe tylko dla najprostszych przypadków. Opracowano wiele metod przybliżonego rozwiązania płyt, które należą do dwóch grup: metod analitycznych i numerycznych.

Metody analityczne (Naviera, Levy'ego, Ritza-Timoshenki, Bubnowa-Galerikina i inne) pozwalają rozwiązać zagadnienia brzegowe zawierające niewielką liczbę niewiadomych parametrów. Oprócz tego rozwiązanie ogranicza się do płyt o prostych kształtach.

Metody numeryczne (np. metody różnic i elementów skończonych) pozwalają otrzymać rozwiązanie płyt o bardzo skomplikowanych kształtach, lecz kosztem zwiększenia liczby niewiadomych, co z kolei powoduje wydłużenie czasu obliczeń i nagromadzenie się błędów obliczeniowych.

W ostatnich latach obok metod czysto numerycznych i czysto analitycznych powstało wiele metod analityczno-numerycznych, pośród których można wydzielić metody: całek brzegowych (MCB) [5, 24], R-funkcji Rwaczewa (MRF) [20], elementów globalnych (MEG) [8] i globalno-lokalną metodę elementów skończonych (GLMES) [20]. Ich analizę porównawczą przedstawiono w pracy [7].

W MCB wykorzystuje się fundamentalne rozwiązanie równania różniczkowego otrzymane analitycznie. Niewiadome parametry rozwiązania określa się numerycznie (część z warunków brzegowych, a pozostałe z układu równań całkowych). Określona funkcja przemieszczeniowa spełnia równanie różniczkowe zagadnienia brzegowego. Warunki brzegowe spełnione zostają za pomocą tej samej funkcji na etapie numerycznym.

Wykorzystując metodę R-funkcji tworzy się strukturę rozwiązania, tj. funkcje, które ściśle spełniają warunki brzegowe i zależą od funkcji swobodnej określonej nume-

rycznie. Dodatkowo wprowadza się funkcję uwzględniającą kształt obszaru. Istnieje ścisła analogia pomiędzy R-funkcjami a funkcjami Boole'a.

Metoda elementów globalnych zakłada podział rozpatrywanego obszaru na kilka podobszarów (większych niż w MES). Podział wynika z kształtu obszaru, przewidywanego przebiegu rozwiązania lub różnych cech mechanicznych materiału. Na każdym z podobszarów osobno przyjmuje się funkcje aproksymujące jako liniowe kombinacje wielomianów lub innych funkcji. Funkcje bazowe nie muszą spełniać warunków brzegowych ani warunków ciągłości na wspólnych brzegach podobszarów. Warunki spełnia się poprzez minimalizację odpowiedniego funkcjonału. Wykorzystanie metody utrudnia podział obszaru na elementy i dobór funkcjonału do minimalizacji.

Globalno-lokalna metoda elementów skończonych wykorzystuje metodę Ritza-Timoshenki na jednej części płyty i metodę elementów skończonych na innej części. Jej wadą jest konieczność indywidualnego traktowania każdego zadania i niezbadana efektywność.

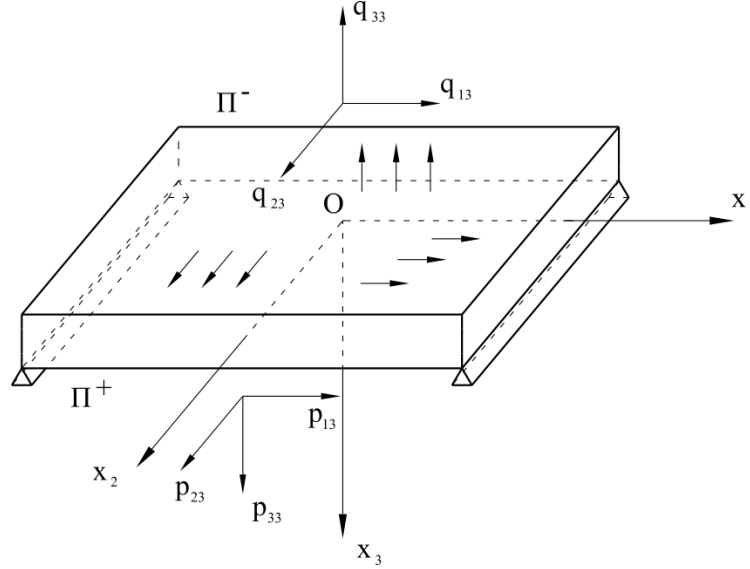
Wszystkie wymienione metody, oprócz metody R-funkcji opierają się na globalnym podejściu mechaniki ciała stałego, mianowicie: minimalizacji funkcjonału całkowitej energii potencjalnej układu. Przedstawiona w artykule metoda opiera się natomiast na podejściu lokalnym powiązanim ze ścisłym rozwiązaniem układu różniczkowych równań równowagi. Podstawy tej metody znajdują się w pracach [9, 18], w których podano sformułowanie problemu oraz rozwiązanie płyt prostokątnych izotropowych swobodnie podpartych i sztywnie zamocowanych na całym obwodzie. Zakłada się, że ugięcie płyty nie zmienia się na jej grubości na skutek czego pomija się wpływ efektów tarczowych na stan przemieszczeń i naprężeń w płycie. Baron [3] rozpatruje płytę prostokątną średniej grubości o strukturze periodycznej swobodnie podpartej na obwodzie. Stosując nieasymptotyczną technikę tolerancyjnego uśrednienia, opracowaną przez Woźniaka, zagadnienie sprowadzono do rozwiązania płyty jednorodnej o tych samych warunkach.

Ganczarski [10] rozważa płytę grubą poddaną złożonemu obciążeniu termodynamicznemu w warunkach uszkodzeń typu pełzanie. Otrzymane rozwiązanie porównano z wynikami uzyskanymi dla płyty Reissnera.

Buczkowski i in. [16] rozpatrują grubą płytę Mindlina spoczywającą na dwuparametrowym podłożu sprężystym o jednostronnych więzach. Zagadnienie rozwiązano metodą elementów skończonych. W tym celu zastosowano 18-węzłowy element skończony o zerowej grubości. Rogowski [19] opracował rozwiązanie płyty prostokątnej transwersalnie izotropową swobodnie podpartej na obwodzie z uwzględnieniem stanu tarczowego. Stan tarczowy uwzględnia także model płyty grubej ortotropowej przedstawiony w danym artykule.

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

W dowolnej trójwymiarowej przestrzeni fizycznej z prostokątnym układem współrzędnych kartezjańskich $Ox_1x_2x_3$ rozważono ciało odkształcalne będące prostokątną, grubą płytą ortotropową. W ogólnym przypadku może to być płyta warstwowa o niesymetrycznej budowie złożona z grubych warstw ortotropowych. W pracy ograniczono się do płyty jednowarstwowej (rys. 1).



Rys. 1. Schemat płyty

Fig. 1. Scheme of a plate

Układ współrzędnych $Ox_1x_2x_3$, którego punkty są oznaczone trójkami liczb $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$, nazywa się układem przestrzennym. Ze względu na to, że płyta jest ortotropowa układ ten w dalszych rozważaniach utożsamiany jest z układem współrzędnych materialnych, służących do oznaczenia punktów materialnych rozpatrywanego ciała.

Założono, że na powierzchnię górną $\Pi^- \in \mathbb{R}^2$ i dolną $\Pi^+ \in \mathbb{R}^2$ rozpatrywanej płyty działają odpowiednio siły powierzchniowe $q_{i3}(x_1, x_2)$ oraz $p_{i3}(x_1, x_2)$, $i = 1, 2, 3$. Powierzchnie Π^- i Π^+ były rozłączne ($\Pi^- \cap \Pi^+ = \emptyset$) oraz oddalone od siebie o skończoną odległość h , będącą grubością płyty. Na powierzchniach Π^- i Π^+ spełniano warunki brzegowe. Gdyby dokonać dyskretyzacji płyty po grubości na warstwy, to na granicy podziału powstałyby powierzchnie Π_i , $i = 1, \dots, n - 1$, na których należałoby spełnić dodatkowo warunki ciągłości naprężeń i przemieszczeń.

3. BUDOWA MODELU MATEMATYCZNEGO PŁYTY

3.1. MODELOWANIE POLA PRZEMIESZCZEŃ

Pole przemieszczeń modelowano w następujący sposób:

$$u_1 = \lambda_0(\delta)U - h[\gamma_1(\delta)\Psi_{,1} + \lambda_1(\delta)(\Omega_{,1} - \Phi_{,2})] + \lambda_4(\delta)v_{11} + \lambda_5(\delta)v_{12} + hf_4(\delta)X_{,1} + hf_5(\delta)Y_{,1} \quad (1)$$

$$u_2 = \lambda_0(\delta)V - h[\gamma_1(\delta)\Psi_{,2} + \lambda_1(\delta)(\Omega_{,2} + \Phi_{,1})] + \lambda_4(\delta)v_{21} + \lambda_5(\delta)v_{22} + hf_4(\delta)X_{,2} + hf_5(\delta)Y_{,2} \quad (2)$$

$$u_3 = \gamma_0(\delta)W + \gamma_1'(\delta)\Psi + \gamma_4(\delta)v_{31} + \gamma_5(\delta)v_{32} \quad (3)$$

$$\delta = \frac{x_3}{h} \quad (4)$$

Funkcje $u_i(x_1, x_2)$, $i = 1, 2$ nazywano przemieszczeniami stycznymi, a u_3 – przemieszczeniem poprzecznym lub ugięciem płyty. $U, V, W, \Omega, \Phi, \Psi$ to potencjały przemieszczeń. Opisują one rozkład przemieszczeń w płaszczyznach równoległych do płaszczyzny środkowej płyty. Funkcje λ, γ, f to tzw. funkcje rozkładu. Opisują rozkład przemieszczeń po grubości płyty. Zależą one od bezwymiarowego parametru δ (4). Funkcje pomocnicze X, Y służą do wyzerowania części wyrazów na powierzchniach zewnętrznych płyty.

Zapisana powyżej postać przemieszczeń zawiera 6 niewiadomych funkcji, które trzeba określić z sześciu równań równowagi (trzy równania na symetryczną i trzy równania na antysymetryczną część składowych tensora naprężeń).

Rozważono równania fizyczne materiału ortotropowego, zapisane w notacji macierzowej:

$$\sigma_i = b_{ij}\varepsilon_j = b_{i1}u_{1,1} + b_{i2}u_{2,2} + b_{i3}u_{3,3}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

$$\sigma_4 = b_{44}(u_{2,3} + u_{3,2})$$

$$\sigma_5 = b_{55}(u_{1,3} + u_{3,1}) \quad (6)$$

$$\sigma_6 = b_{66}(u_{1,2} + u_{2,1})$$

gdzie:

$$\sigma_1 = \sigma_{11}, \sigma_2 = \sigma_{22}, \sigma_3 = \sigma_{33}, \sigma_4 = \sigma_{23}, \sigma_5 = \sigma_{13}, \sigma_6 = \sigma_{12}. \quad (7)$$

Ze wzorów (5), (6) otrzymano wyrażenia na naprężenia normalne i styczne w płycie.

Korzystając z otrzymanych wyrażen na naprężenia spełniono warunki brzegowe na powierzchniach płyty. Warunki brzegowe dla naprężeń stycznych na powierzchni dolnej zapisano jako:

$$\sigma_5|_{\delta=1} = p_5, \quad \sigma_4|_{\delta=1} = p_4. \quad (8)$$

Po wprowadzeniu założenia upraszczającego

$$\gamma_4(\pm 1) = \gamma_5(\pm 1) = 0 \text{ oraz } \lambda_5'(1) = 0 \quad (9)$$

warunki brzegowe (8) dokładnie spełniono za pomocą korektorów v_{11} i v_{21} .

W podobny sposób wyznaczono korektory v_{12} i v_{22} spełniając warunki brzegowe dla naprężeń tnących na powierzchni górnej:

$$\sigma_5|_{\delta=-1} = q_5, \quad \sigma_4|_{\delta=-1} = q_4 \quad (10)$$

przyjmując założenie upraszczające:

$$\gamma_4(\pm 1) = \gamma_5(\pm 1) = 0 \text{ oraz } \lambda_4'(-1) = 0 \quad (11)$$

Uzyskane korektory podstawiono do wyrażen (1)-(2) na przemieszczenia u_1 i u_2 , które po pogrupowaniu można zapisać w następującej postaci:

$$u_1 = \Lambda_0(\delta)U - h\gamma_1(\delta)\Psi_{,1} - h\Lambda_1(\delta)(\Omega_{,1} - \Phi_{,2}) - hg_0(\delta)W_{,1} + \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
 & +\Lambda_4(\delta)h\tilde{p}_5 + \Lambda_5(\delta)h\tilde{q}_5 + hF_4(\delta)X_{,1} + hF_5(\delta)Y_{,1} \\
 u_2 = & \Lambda_0(\delta)V - h\gamma_1(\delta)\Psi_{,2} - h\Lambda_1(\delta)(\Omega_{,2} + \Phi_{,1}) - hg_0(\delta)W_{,2} + \\
 & +\Lambda_4(\delta)h\tilde{p}_4 + \Lambda_5(\delta)h\tilde{q}_4 + hF_4(\delta)X_{,2} + hF_5(\delta)Y_{,2}
 \end{aligned} \tag{13}$$

gdzie funkcje $\Lambda_0, \Lambda_1, \Lambda_4, g_0, F_4, F_5$ to nowe funkcje rozkładu przemieszczeń (po zgrupowaniu).

Korzystając z wyrażeń (12), (13) oraz równań fizycznych (5)-(6) otrzymano wyrażenia na naprężenia w postaci:

$$\begin{aligned}
 \sigma_i = & b_{i1}[\Lambda_0(\delta)U_{,1} - h\Lambda_1(\delta)(\Omega_{,11} - \Phi_{,12}) - h\gamma_1(\delta)\Psi_{,11} - hg_0(\delta)W_{,11} + \\
 & + h\Lambda_4(\delta)\tilde{p}_{5,1} + h\Lambda_5(\delta)\tilde{q}_{5,1} + hF_4(\delta)X_{,11} + hF_5(\delta)Y_{,11}] + \\
 & + b_{i2}[\Lambda_0(\delta)V_{,2} - h\Lambda_1(\delta)(\Omega_{,22} + \Phi_{,12}) - h\gamma_1(\delta)\Psi_{,22} - hg_0(\delta)W_{,22} + \\
 & + h\Lambda_4(\delta)\tilde{p}_{4,2} + h\Lambda_5(\delta)\tilde{q}_{4,2} + hF_4(\delta)X_{,22} + hF_5(\delta)Y_{,22}] +
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 & + b_{i3}h^{-1}[\gamma'_0(\delta)W + \gamma'_1(\delta)\Psi + \gamma'_4(\delta)v_{31} + \gamma'_5(\delta)v_{32}] \\
 \sigma_5 = & b_{55}[h^{-1}\Lambda'_0(\delta)U - \Lambda'_1(\delta)(\Omega_{,1} - \Phi_{,2}) - g'_0(\delta)W_{,1} + \\
 & + \Lambda'_4(\delta)\tilde{p}_5 + \Lambda'_5(\delta)\tilde{q}_5 + \gamma_0(\delta)W_{,1} + F'_4(\delta)X_{,1} + F'_5(\delta)Y_{,1} + \\
 & + \gamma_4(\delta)v_{31,1} + \gamma_5(\delta)v_{32,1}]
 \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_4 = & b_{44}[h^{-1}\Lambda'_0(\delta)V - \Lambda'_1(\delta)(\Omega_{,2} + \Phi_{,1}) - g'_0(\delta)W_{,2} + \\
 & + \Lambda'_4(\delta)\tilde{p}_4 + \Lambda'_5(\delta)\tilde{q}_4 + \gamma_0(\delta)W_{,2} + F'_4(\delta)X_{,2} + F'_5(\delta)Y_{,2} + \\
 & + \gamma_4(\delta)v_{31,2} + \gamma_5(\delta)v_{32,2}]
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_6 = & b_{66}[\Lambda_0(\delta)U_{,2} - h\Lambda_1(\delta)(\Omega_{,12} - \Phi_{,22}) - 2h\gamma_1(\delta)\Psi_{,12} - \\
 & - 2hg_0(\delta)W_{,12} + h\Lambda_4(\delta)\tilde{p}_{5,2} + h\Lambda_5(\delta)\tilde{q}_{5,2} + \Lambda_0(\delta)V_{,1} - \\
 & - h\Lambda_1(\delta)(\Omega_{,21} + \Phi_{,11}) + h\Lambda_4(\delta)\tilde{p}_{4,1} + h\Lambda_5(\delta)\tilde{q}_{4,1} + \\
 & + hF_4(\delta)(X_{,12} + X_{,21}) + hF_5(\delta)(Y_{,12} + Y_{,21})]
 \end{aligned} \tag{17}$$

Następnie spełniono warunki brzegowe dla naprężeń normalnych σ_3 na powierzchniach płyty:

$$\sigma_3|_{\delta=1} = -p_3, \quad \sigma_3|_{\delta=-1} = -q_3 \tag{18}$$

Przyjmując założenie upraszczające $F_5(1) = 0$ określono postać funkcji pomocniczej X . Dodatkowo przyjęto założenie, że:

$$\Lambda_4(1) = \Lambda_5(1) = 0 \text{ oraz } \gamma'_5(1) = 0. \tag{19}$$

Przyjmując takie założenia określono korektor v_{31} .

W podobny sposób wyznaczono korektor v_{32} , spełniając warunek brzegowy na powierzchni górnej i przyjmując, że $F_4(-1) = 0$ oraz:

$$\Lambda_4(-1) = \Lambda_5(-1) = 0 \text{ oraz } \gamma'_4(-1) = 0 \tag{20}$$

Uzyskane wyrażenia X i Y oraz korektory v_{31} i v_{32} podstawiono do wyrażen na przemieszczenia u_1 (12), u_2 (13) i u_3 (3). Po pogrupowaniu otrzymano wyrażenia na przemieszczenia w postaci:

$$u_1 = \Lambda_0(\delta)U - h\Lambda_1(\delta)(\Omega_{,1} - \Phi_{,2}) + h\Lambda_4(\delta)\tilde{p}_5 + h\Lambda_5(\delta)\tilde{q}_5 + hH_0(\delta)\Psi_{,1} + h\Gamma_0(\delta)W_{,1} \quad (21)$$

$$u_2 = \Lambda_0(\delta)V - h\Lambda_1(\delta)(\Omega_{,2} + \Phi_{,1}) + h\Lambda_4(\delta)\tilde{p}_4 + h\Lambda_5(\delta)\tilde{q}_4 + hH_0(\delta)\Psi_{,2} + h\Gamma_0(\delta)W_{,2} \quad (22)$$

$$u_3 = G_0(\delta)W + G_1(\delta)\Psi - hL_1(\delta)U_{,1} - hL_2(\delta)V_{,2} + h^2K_1(\delta)\Omega_{,11} + h^2K_2(\delta)\Omega_{,22} - h^2[K_1(\delta) - K_2(\delta)]\Phi_{,12} + h\frac{\gamma_4(\delta)}{\gamma_4'(1)}\tilde{p}_3 + h\frac{\gamma_5(\delta)}{\gamma_5'(-1)}\tilde{q}_3 \quad (23)$$

Korektory v_{31} i v_{32} podstawiono również do wyrażen na naprężenia normalne i styczne (14)-(17). Po pogrupowaniu i wprowadzeniu nowych oznaczeń otrzymano:

$$\sigma_i = \Lambda_{01i}(\delta)U_{,1} + \Lambda_{02i}(\delta)V_{,2} - h\Lambda_{11i}(\delta)\Omega_{,11} - h\Lambda_{12i}(\delta)\Omega_{,22} + h\Lambda_{12i}(\delta)\Phi_{,12} - h\Gamma_{11i}(\delta)\Psi_{,11} - h\Gamma_{12i}(\delta)\Psi_{,22} - hG_{11i}(\delta)W_{,11} - hG_{22i}(\delta)W_{,22} - h^{-1}\Gamma_{10i}(\delta)\Psi + h^{-1}\Gamma_{00i}(\delta)W - P_{3i}(\delta)\tilde{p}_3 - Q_{3i}(\delta)\tilde{q}_3 + hP_{5i}(\delta)\tilde{p}_{5,1} + hQ_{5i}(\delta)\tilde{q}_{5,1} + hP_{4i}(\delta)\tilde{p}_{4,2} + hQ_{4i}(\delta)\tilde{q}_{4,2} \quad (24)$$

$$\sigma_5 = b_{55}\{h^{-1}\Lambda'_0(\delta)U - \Lambda'_1(\delta)\Omega_{,1} + \Lambda'_1(\delta)\Phi_{,2} + \Gamma'_1(\delta)W_{,1} + H'_1(\delta)\Psi_{,1} - hL'_{10}(\delta)U_{,11} - hL'_{20}(\delta)V_{,12} + h^2K'_{11}(\delta)\Omega_{,111} + h^2K'_{22}(\delta)\Omega_{,122} - h^2[L'_{10}(\delta) - L'_{20}(\delta)]\Phi_{,112} + \Lambda'_4(\delta)\tilde{p}_5 + \Lambda'_5(\delta)\tilde{q}_5 - hH'_4(\delta)\tilde{p}_{3,1} - hH'_5(\delta)\tilde{q}_{3,1}\} \quad (25)$$

$$\sigma_4 = b_{44}\{h^{-1}\Lambda'_0(\delta)V - \Lambda'_1(\delta)\Omega_{,2} - \Lambda'_1(\delta)\Phi_{,1} + \Gamma'_1(\delta)W_{,2} + H'_1(\delta)\Psi_{,2} - hL'_{10}(\delta)U_{,12} - hL'_{20}(\delta)V_{,22} + h^2K'_{11}(\delta)\Omega_{,222} + h^2K'_{22}(\delta)\Omega_{,112} - h^2[L'_{10}(\delta) - L'_{20}(\delta)]\Phi_{,122} + \Lambda'_4(\delta)\tilde{p}_4 + \Lambda'_5(\delta)\tilde{q}_4 - hH'_4(\delta)\tilde{p}_{3,2} - hH'_5(\delta)\tilde{q}_{3,2}\} \quad (26)$$

$$\sigma_6 = b_{66}[\Lambda_0(\delta)(U_{,2} - V_{,1}) - h\Lambda_1(\delta)(2\Omega_{,12} + \Phi_{,11} - \Phi_{,22}) + h\Lambda_4(\delta)(\tilde{p}_{5,2} + \tilde{p}_{4,1}) + h\Lambda_5(\delta)(\tilde{q}_{5,2} + \tilde{q}_{4,1}) + 2hH_6(\delta)\Psi_{,12} + 2h\Gamma_6(\delta)W_{,12}] \quad (27)$$

Funkcje rozkładu przemieszczeń występujące w podanych wzorach wyrażają się w postaci wielomianów trzeciego stopnia, na które nałożono stosowne ograniczenia.

3.2. WYZNACZENIE SIŁ WEWNĘTRZNYCH W PŁYCI

Siły wewnętrzne przekrojowe w płycie wyznaczono za pomocą wzorów na siły podłużne, poprzeczne i momenty:

$$\begin{aligned}
 N_{\alpha\beta} &= \int_{-h}^h \sigma_{\alpha\beta} dx_3 \\
 Q_\alpha &= \int_{-h}^h \sigma_{\alpha 3} dx_3 \\
 M_{\alpha\beta} &= \int_{-h}^h \sigma_{\alpha\beta} x_3 dx_3, \quad (\alpha, \beta = 1, 2)
 \end{aligned} \tag{28}$$

Zmiany naprężeń po grubości płyty są określone przez funkcje rozkładu przemieszczeń, zatem w celu znalezienia wewnętrznych sił przekrojowych i momentów należy określić całki tych funkcji. Oznaczono je następująco:

$$\int_{-1}^1 \Lambda_{01}(\delta) = I\Lambda_{01}, \quad \int_{-1}^1 \delta \Lambda_{01}(\delta) d\delta = J\Lambda_{01}, \quad \text{itd.} \tag{29}$$

Całkując wyrażenia (24)-(27) otrzymuje się:

$$\begin{aligned}
 N_{\alpha\alpha} &= I\Lambda_{01\alpha}U_{,1} + I\Lambda_{02\alpha}V_{,2} - hI\Lambda_{11\alpha}\Omega_{,11} - hI\Lambda_{12\alpha}\Omega_{,22} + hIL_{12\alpha}\Phi_{,12} - \\
 &\quad - hI\Gamma_{11\alpha}\Psi_{,11} - hI\Gamma_{12\alpha}\Psi_{,22} - hIG_{11\alpha}W_{,11} - hIG_{22\alpha}W_{,22} - \\
 &\quad - h^{-1}I\Gamma_{10\alpha}\Psi + h^{-1}I\Gamma_{00\alpha}W - IP_{3\alpha}\tilde{p}_3 - IQ_{3\alpha}\tilde{q}_3 + \\
 &\quad + hIP_{5\alpha}\tilde{p}_{5,1} + hIQ_{5\alpha}\tilde{q}_{5,1} + hIP_{4\alpha}\tilde{p}_{4,2} + hIQ_{4\alpha}\tilde{q}_{4,2}
 \end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}
 M_{\alpha\alpha} &= J\Lambda_{01\alpha}U_{,1} + J\Lambda_{02\alpha}V_{,2} - hJ\Lambda_{11\alpha}\Omega_{,11} - hJ\Lambda_{12\alpha}\Omega_{,22} + hJL_{12\alpha}\Phi_{,12} - \\
 &\quad - hJ\Gamma_{11\alpha}\Psi_{,11} - hJ\Gamma_{12\alpha}\Psi_{,22} - hJG_{11\alpha}W_{,11} - hJG_{22\alpha}W_{,22} - \\
 &\quad - h^{-1}J\Gamma_{10\alpha}\Psi + h^{-1}J\Gamma_{00\alpha}W - JP_{3\alpha}\tilde{p}_3 - JQ_{3\alpha}\tilde{q}_3 + \\
 &\quad + hJP_{5\alpha}\tilde{p}_{5,1} + hJQ_{5\alpha}\tilde{q}_{5,1} + hJP_{4\alpha}\tilde{p}_{4,2} + hJQ_{4\alpha}\tilde{q}_{4,2}
 \end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= b_{55}\{h^{-1}I\Lambda_0U - I\Lambda_1\Omega_{,1} + I\Lambda_1\Phi_{,2} + I\Gamma_1W_{,1} + IH_1\Psi_{,1} - \\
 &\quad - hIL_{10}U_{,11} - hIL_{20}V_{,12} + h^2IK_{11}\Omega_{,111} + h^2IK_{22}\Omega_{,122} - \\
 &\quad - h^2I[L_{10} - L_{20}]\Phi_{,112} + I\Lambda_4\tilde{p}_5 + I\Lambda_5\tilde{q}_5 - \\
 &\quad - hIH_4\tilde{p}_{3,1} - hIH_5\tilde{q}_{3,1}\}
 \end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned}
 Q_2 &= b_{44}\{h^{-1}I\Lambda_0V - I\Lambda_1\Omega_{,2} - I\Lambda_1\Phi_{,1} + I\Gamma_1W_{,2} + IH_1\Psi_{,2} - \\
 &\quad - hIL_{10}U_{,12} - hIL_{20}V_{,22} + h^2IK_{11}\Omega_{,222} + h^2IK_{22}\Omega_{,112} - \\
 &\quad - h^2I[L_{10} - L_{20}]\Phi_{,122} + I\Lambda_4\tilde{p}_4 + I\Lambda_5\tilde{q}_4 - \\
 &\quad - hIH_4\tilde{p}_{3,2} - hIH_5\tilde{q}_{3,2}\}
 \end{aligned} \tag{33}$$

$$\begin{aligned}
 N_{12} = & b_{66}[I\Lambda_0(U_{,2} - V_{,1}) - hI\Lambda_1(2\Omega_{,12} + \Phi_{,11} - \Phi_{,22}) + \\
 & + hI\Lambda_4(\tilde{p}_{5,2} + \tilde{p}_{4,1}) + hI\Lambda_5(\tilde{q}_{5,2} + \tilde{q}_{4,1}) + \\
 & + 2hIH_6\Psi_{,12} + 2hI\Gamma_6W_{,12}]
 \end{aligned} \tag{34}$$

$$\begin{aligned}
 M_{12} = & b_{66}[J\Lambda_0(U_{,2} - V_{,1}) - hJ\Lambda_1(2\Omega_{,12} + \Phi_{,11} - \Phi_{,22}) + \\
 & + hJ\Lambda_4(\tilde{p}_{5,2} + \tilde{p}_{4,1}) + hJ\Lambda_5(\tilde{q}_{5,2} + \tilde{q}_{4,1}) + \\
 & + 2hJH_6\Psi_{,12} + 2hJ\Gamma_6W_{,12}]
 \end{aligned} \tag{35}$$

3.3. BUDOWA UKŁADU RÓWNAŃ RÓWNOWAGI PŁYTY

Równania równowagi płyty zapisano w postaci zredukowanych sił normalnych i stycznych przyłożonych do powierzchni płyty:

$$\begin{aligned}
 N_{11,1} + N_{12,2} + p_5 - q_5 &= 0 \\
 N_{21,1} + N_{22,2} + p_4 - q_4 &= 0 \\
 M_{11,1} + M_{12,2} - Q_1 + h[p_5 - q_5] &= 0 \\
 M_{21,1} + M_{22,2} - Q_2 + h[p_4 - q_4] &= 0 \\
 Q_{1,1} + Q_{2,2} + p_3 - q_3 &= 0
 \end{aligned} \tag{36}$$

Po zróżniczkowaniu wyrażeń (30)-(35), podstawieniu do układu równań (36) i pogrupowaniu otrzymano układ pięciu równań różniczkowych o pochodnych cząstkowych względem niewiadomych potencjałów przemieszczeń:

$$\begin{aligned}
 & A_{1(20)}U_{,11} + A_{1(02)}U_{,22} + B_{1(11)}V_{,12} + C_{1(10)}W_{,1} + C_{1(30)}W_{,111} + \\
 & + C_{1(12)}W_{,122} + D_{1(30)}\Omega_{,111} + D_{1(12)}\Omega_{,122} + E_{1(21)}\Phi_{,112} + E_{1(03)}\Phi_{,222} = \\
 & = q_5 - p_5 - \mathcal{X}_{1(20)}\tilde{p}_{5,11} - X_{1(20)}\tilde{q}_{5,11} - \mathcal{X}_{1(02)}\tilde{p}_{5,22} - X_{1(02)}\tilde{q}_{5,22} - \\
 & - \mathcal{Y}_{1(11)}\tilde{p}_{4,12} - Y_{1(11)}\tilde{q}_{4,12} - \mathcal{Z}_{1(10)}\tilde{p}_{3,1} - Z_{1(10)}\tilde{q}_{3,1}
 \end{aligned} \tag{37}$$

$$\begin{aligned}
 & A_{2(11)}U_{,12} + B_{2(20)}V_{,11} + B_{2(02)}V_{,22} + C_{2(01)}W_{,2} + C_{2(21)}W_{,112} + \\
 & + C_{2(03)}W_{,222} + D_{2(21)}\Omega_{,112} + D_{2(03)}\Omega_{,222} + E_{2(30)}\Phi_{,111} + E_{2(12)}\Phi_{,122} = \\
 & = q_4 - p_4 - \mathcal{X}_{2(11)}\tilde{p}_{5,12} - X_{2(11)}\tilde{q}_{5,12} - \mathcal{Y}_{2(20)}\tilde{p}_{4,11} - Y_{2(20)}\tilde{q}_{4,11} - \\
 & - \mathcal{Y}_{2(11)}\tilde{p}_{4,22} - Y_{2,11}\tilde{q}_{4,22} - \mathcal{Z}_{2(01)}\tilde{p}_{3,2} - Z_{2(01)}\tilde{q}_{3,2}
 \end{aligned} \tag{38}$$

$$\begin{aligned}
 & A_{3(00)}U + A_{3(20)}U_{,11} + A_{3(02)}U_{,22} + B_{3(11)}V_{,12} + C_{3(10)}W_{,1} + \\
 & + C_{3(30)}W_{,111} + C_{3(12)}W_{,122} + D_{3(10)}\Omega_{,1} + D_{3(30)}\Omega_{,111} + \\
 & + D_{3(12)}\Omega_{,122} + E_{3(01)}\Phi_{,2} + E_{3(21)}\Phi_{,112} + E_{3(03)}\Phi_{,222} = \\
 & = hq_5 - hp_5 - \mathcal{X}_{3(00)}\tilde{p}_4 - X_{3(00)}\tilde{q}_5 - \mathcal{X}_{3(20)}\tilde{p}_{5,11} - X_{3(20)}\tilde{q}_{5,11} - \\
 & - \mathcal{X}_{3(02)}\tilde{p}_{5,22} - X_{3(02)}\tilde{p}_{5,22} - \mathcal{Y}_{3(11)}\tilde{p}_{4,12} - Y_{3(11)}\tilde{q}_{4,12} -
 \end{aligned} \tag{39}$$

$$\begin{aligned}
 & - Z_{3(10)}\tilde{p}_{3,1} - Z_{3(10)}\tilde{q}_{3,1} \\
 & A_{4(11)}U_{,21} + B_{4(00)}V + B_{4(20)}V_{,11} + B_{4(02)}V_{,22} + C_{4(01)}W_{,2} + \\
 & + C_{4(21)}W_{,112} + C_{4(03)}W_{,222} + D_{4(01)}\Omega_{,2} + D_{4(21)}\Omega_{,112} + \\
 & + D_{4(03)}\Omega_{,222} + E_{4(10)}\Phi_{,1} + E_{4(30)}\Phi_{,111} + E_{4(12)}\Phi_{,122} = \\
 & = hq_4 - hp_4 - X_{4(12)}\tilde{p}_{5,12} - X_{4(12)}\tilde{q}_{5,12} - Y_{4(00)}\tilde{p}_4 - Y_{4(00)}\tilde{q}_4 - \\
 & - Y_{4(20)}\tilde{p}_{4,11} - Y_{4(20)}\tilde{q}_{4,11} - Y_{4(02)}\tilde{p}_{4,22} - Y_{4(02)}\tilde{q}_{4,22} - \\
 & - Z_{4(01)}\tilde{p}_{3,2} - Z_{4(01)}\tilde{q}_{3,2}
 \end{aligned} \tag{40}$$

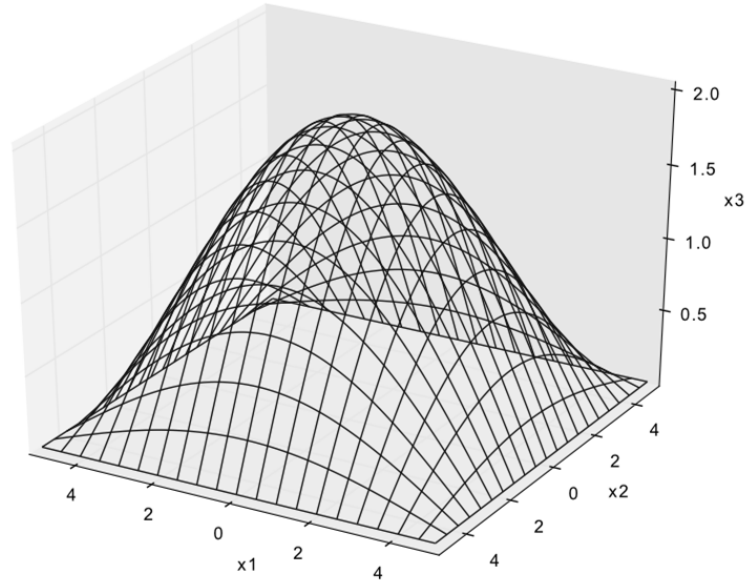
$$\begin{aligned}
 & A_{5(10)}U_{,1} + A_{5(30)}U_{,111} + A_{5(12)}U_{,122} + B_{5(01)}V_{,2} + B_{5(21)}V_{,112} + \\
 & + B_{5(03)}V_{,222} + C_{5(20)}W_{,11} + C_{5(02)}W_{,22} + D_{5(20)}\Omega_{,11} + D_{5(02)}\Omega_{,22} + \\
 & + D_{5(40)}\Omega_{,1111} + D_{5(04)}\Omega_{,2222} + D_{5(22)}\Omega_{,1122} + E_{5(11)}\Phi_{,12} + \\
 & + E_{5(31)}\Phi_{,1112} + E_{5(13)}\Phi_{,1222} = \\
 & = q_3 - p_3 - X_{5(10)}\tilde{p}_{5,1} - X_{5(10)}\tilde{q}_{5,1} - Y_{5(10)}\tilde{p}_{4,2} - Y_{5(01)}\tilde{q}_{4,2} - \\
 & - Z_{5(20)}\tilde{p}_{3,11} - Z_{5(20)}\tilde{q}_{3,11} - Z_{5(02)}\tilde{p}_{3,22} - Z_{5(02)}\tilde{q}_{3,22}
 \end{aligned} \tag{41}$$

4. OBLICZENIA NUMERYCZNE

W pracy rozważono kwadratową płytę obciążoną tylko na powierzchni górnej obciążeniem normalnym postaci:

$$q_3 = q_0 \cos \frac{\pi x_1}{a} \cos \frac{\pi x_2}{b}$$

Przyjęto, że $a = b = 10 \text{ m}$, $h = 2 \text{ m}$, $q_0 = 2 \text{ kN/m}^2$



Rys. 2. Wykres obciążenia powierzchni górnej płyty

Fig. 2. Chart of load on the upper surface of plate

W celu weryfikacji poprawności modelu matematycznego płyty przeprowadzono analizę numeryczną. W programie skorzystano z równań fizycznych materiału o symetrii ortotropowej postaci:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (42)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (43)$$

Macierze sztywności i podatności nie mają fizycznej interpretacji ani bezpośredniego odniesienia do zachowania się materiału w prostych próbach wytrzymałościowych (rozciąganie, ściskanie). Powyższe cechy można natomiast przypisać stałym inżynierskim, tj. uogólnionym modułom sprężystości, uogólnionym współczynnikom Poissona i modułom ścinania. Można wykazać, że macierz podatności w funkcji stałych inżynierskich dla ortotropii w konfiguracji osiowej przyjmuje postać [11]:

$$[a_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (44)$$

gdzie:

E_1, E_2, E_3 – moduły Younga w kierunkach głównych osi materiałowych,

ν_{ij} – współczynniki Poissona, odpowiadające odkształceniom w kierunku osi j przy obciążeniu działającym w kierunku osi i ,

G_{23}, G_{31}, G_{12} – moduły ścinania w płaszczyznach (2,3), (3,1) i (1,2).

W obliczeniach przyjęto stałe sprężyste dla szkłoplastyków jednokierunkowo uzbrojonych:

- $E_1 = 5.70 \cdot 10^9 [Pa]$, $E_2 = 1.40 \cdot 10^9 [Pa]$, $E_3 = 1.40 \cdot 10^9 [Pa]$
- $G_{12} = 0.57 \cdot 10^9 [Pa]$, $G_{23} = 0.50 \cdot 10^9 [Pa]$, $G_{31} = 0.57 \cdot 10^9 [Pa]$
- $\nu_{12} = 0.277$, $\nu_{23} = 0.400$, $\nu_{31} = 0.068$

Wykorzystując warunek symetrii macierzy podatności otrzymano w ogólnym przypadku:

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \text{ gdzie } i, j = 1, 2, 3. \quad (45)$$

Mając określoną macierz podatności i wykorzystując fakt, że macierze sztywności i podatności są macierzami wzajemnie odwrotnymi, uzyskano macierz sztywności materiału ortotropowego. Współczynniki tej macierzy wykorzystano w obliczeniach.

W celu rozwiązania układu równań równowagi potencjały przemieszczeń wybrano w postaci:

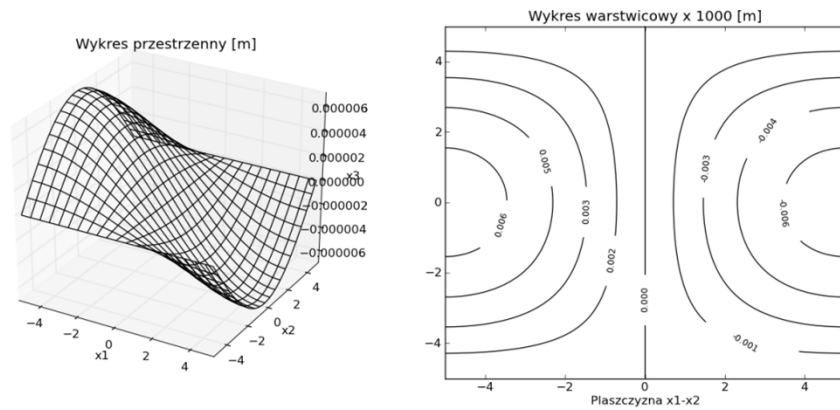
$$\begin{aligned} U &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \delta_m^{[1]} x_1 \cos \delta_n^{[2]} x_2 \\ V &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \cos \delta_m^{[1]} x_1 \sin \delta_n^{[2]} x_2 \\ W &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \cos \delta_m^{[1]} x_1 \cos \delta_n^{[2]} x_2 \end{aligned} \quad (46)$$

$$\Omega = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} D_{mn} \cos \delta_m^{[1]} x_1 \cos \delta_n^{[2]} x_2$$

$$\Phi = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{mn} \sin \delta_m^{[1]} x_1 \sin \delta_n^{[2]} x_2$$

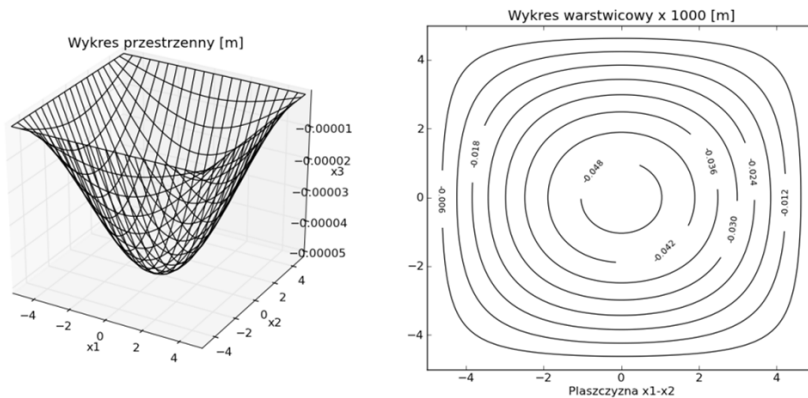
Obliczono pochodne funkcji i podstawiono do układu (37)-(41). Rozwiązując ten układ pięciu równań określono parametry A_{mn} , B_{mn} , C_{mn} , D_{mn} , E_{mn} , a zatem potencjały przemieszczeń U , V , W , Ω , Φ . Następnie za pomocą potencjałów określono przemieszczenia i naprężenia w płycie.

Rozkład przemieszczeń i naprężeń na powierzchni dolnej płyty wynikający z obliczeń numerycznych przedstawiono na poniższych wykresach. Wykresy warstwiczne dotyczą płaszczyzny $x_1 x_2$ (rys. 3-6).



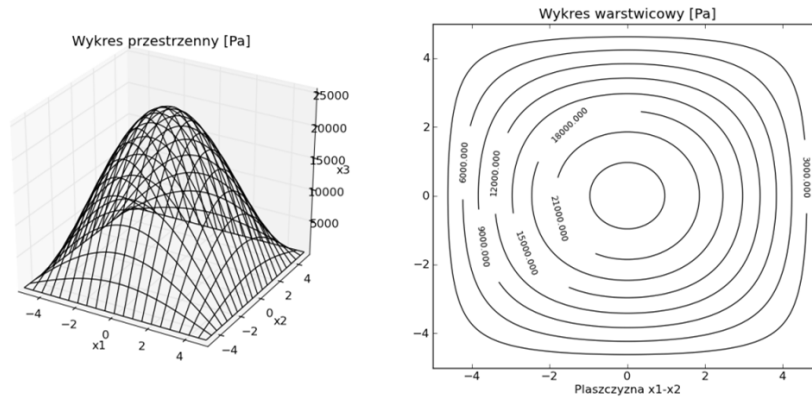
Rys. 3. Wykres rozkładu przemieszczenia u_1

Fig. 3. The plot of distribution of displacement u_1

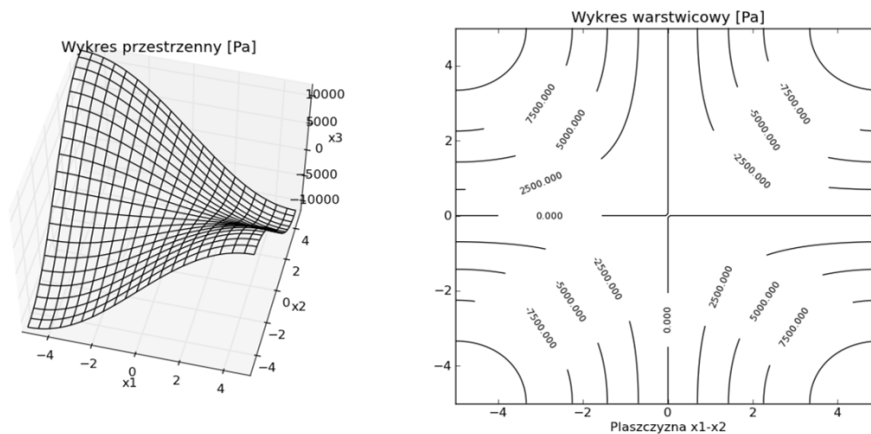


Rys. 4. Wykres rozkładu ugięcia u_3

Fig. 4. The plot of distribution of sag u_3



Rys. 5. Wykres rozkładu naprężeń σ_{11}
 Fig. 5. The plot of distribution of stress σ_{11}



Rys. 6. Wykres rozkładu naprężeń σ_{12}
 Fig. 6. The plot of distribution of stress σ_{12}

5. WNIOSKI

Opracowano model matematyczny grubej płyty ortotropowej, pod obciążeniem normalnym i stycznym przyłożonym do górnej i dolnej powierzchni. Dokładnie spełniono warunki statyczne na powierzchniach zewnętrznych za pomocą korektorów. Otrzymano układ pięciu równań równowagi względem pięciu potencjałów przemieszczeń.

Wykonano obliczenia numeryczne, uwzględniając ortotropowe właściwości materiału o wybranych na podstawie literatury współczynnikach. Jako przykład rozważono grubą, kwadratową płytę ortotropową obciążoną na powierzchni górnej obciążeniem normalnym.

DESIGN OF THICK RECTANGULAR ORTHOTROPIC PLATE SIMPLY SUPPORTED ON THE CONTOUR

Summary

The model of a thick orthotropic plate loaded with normal and tangential load applied to the upper and lower surfaces has been suggested. The displacement field of each point of the plate is described with a vector of displacements. Each component of this vector is expressed as the sum of five displacement potentials and correctors multiplied on the distribution functions. This functions described the displacements with respect to the thickness of the plate.

The components of stress tensor are determined from the physical equations. The distribution functions are determined from conditions constrained the stresses at the surfaces of plate, while the correctors are determined from surface conditions.

The formulae for displacements and stresses have only potentials of displacements and distribution functions. The expressions of these functions are suggested.

And finally the system of five equations of equilibrium for five potentials of displacements are obtained.

As an example, there was considered a thick, rectangular, orthotropic plate simply supported at all edges and loaded uniformly with load

$$q_3 = q_0 \cos \frac{\pi x_1}{a} \cos \frac{\pi x_2}{b}.$$

The solution is obtained in the form of double Fourier's series.

Conclusion: The model of a thick one layered rectangular orthotropic plate is built. The static conditions at surface of plate are fulfilled exactly.

Keywords: mathematical model, thick orthotropic plate

LITERATURA

- [1] ASTM Standard D2719-89 (Reapproved 2007), 2006. Standard test method for structural panels in shear through-the-thickness. ASTM, West Conshohocken.
- [2] ASTM Standard D3044-94 (Reapproved 2006), 2006. Standard test method for shear modulus of wood-based structural panels. ASTM, West Conshohocken,.
- [3] Baron E., 2006. Mechanika periodycznych płyt średniej grubości. Zeszyty naukowe Politechniki Śląskiej, Budownictwo 108, 1-144.
- [4] Borkowski Sz., 2001. Mechanika sprężystych płyt i powłok, t. 8, Mechanika Techniczna, pod red. Czesława Woźniaka, Wydawnictwo Naukowe PWN SA, Warszawa.
- [5] Brebbia S.A. 1978. The boundary element method for engineering, Pentech press, London.
- [6] Buczkowski R., Torbacki K., Tkaczyk T., 2002. Płyta Mindlina spoczywająca na dwuparametrowym podłożu sprężystym o więzach jednostronnych, *Foundation of Civil and Environmental Engineering* 2, 15-26.
- [7] Cecot W., Orkisz J. 1983. Porównanie wybranych metod analityczno-numerycznych na przykładzie płyt dowolnego kształtu, *Rozprawy Inżynierskie* 31 (4), 459-471.
- [8] Delves L.M., Hall C.A., 1979. An implicit matching principle for global element calculation, *J. Maths. Applics.* 23, 223-234.
- [9] Delyavskyy M., Ran R., 2001. Obliczenia stanu naprężeń i odkształceń w prostokątnej, swobodnie opartej płycie średniej grubości. *Konf. nauk.-tech. Budownictwo ogólne. Zagadnienia konstrukcyjne, materiałowe i ciepłno-wilgotnościowe w budownictwie. Bydgoszcz – Wenecja*, 32-42.
- [10] Ganczarski A., 2001. Rozwój uszkodzeń w płytach grubych – weryfikacja podejścia Reissnera. *Zesz. nauk. Politechniki Białostockiej. Mechanika* 24, 161-168.
- [11] German J., 2001. Podstawy mechaniki kompozytów włóknistych. Politechnika Krakowska.
- [12] Gommers B., Vapoest I., Van Houtte P., 1996. Further developments in testing and analysis of the plate twist test for in-plane shear modulus measurements. *Composites Part A* 27(11), 1085-1087.
- [13] Goodman J.R., Bodig J., 1970. Orthotropic elastic properties of wood. *Journal of the Structural Division* 96 (11), 2301-2319.
- [14] Gunnerson R.A., Goodman J.R., Bodig J., 1973. Plate tests for determination of elastic parameters of wood. *Wood Sci.* 5(4), 241-248.
- [15] Hennessey J.M., Whitney J.M., Riley M.B., 1965. Experimental methods for determining shear modulus of fiber reinforced composite materials. Technical report, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio.

- [16] Lee W.C., Biblis E.J., 1977. New Approach for Determination of Orthotropic Wood-Base Plates by Strip Bending and Plate Twisting. *Wood Sci.* 9(4), 160-166.
- [17] Plenzler R, Górecki A., 2002. Badania wybranych właściwości sprężystych płyt OSB. *Mat. V Konf. Nauk. Drewno i materiały drewnopochodne w konstrukcjach budowlanych*, Szczecin, 115-120.
- [18] Podhorecki A., Delyavskyy M., Ran R., Beregova N., 2002. Określenia stanu naprężeń w płytach prostokątnych średniej grubości. W: *XLI Sympozjon PTMTS, Zesz. Nauk. Katedry Mechaniki Stosowanej Politechniki Śląskiej* 18, 355-360.
- [19] Rogowski B. 1974. Zagadnienia tarczowe swobodnie podpartej płyty poprzecznie izotropowej, *Zesz. Nauk. Politechniki Łódzkiej* 13, S.19-33.
- [20] Rvačev V.L., Kurpa L.V., Učišvili A.A., 1973. *Metod R-funkcij v zadačach složnoj formy*. Naukowa dumka, Kiev.
- [21] Shrestha D., 1999. Shear properties tests of oriented strandboard panels. *Forest Products Journal* 49(10), 41-46.
- [22] Wang S., Cheng R.J.J., 1995. Shear behaviour of OSB wood composite I-beams with web openings. *Publication of Canadian Forest Service and Land and Forest Service*.
- [23] Wilson E.L., 1976. Special numerical and computer techniques for the analysis of finite element systems U.S.-Germany Symposium on Finite Elements Methods.
- [24] Wu B.C., Altiera N.J. 1979. A boundary integral method applied to plates of arbitrary boundary conditions, *Computer and Structures* 10(4), 703-709.
- [25] Yoshihara H., Sawamura Y., 2006. Measurement of the shear modulus of wood by the square-plate twist method. *Holzforschung* 60, 543-548.
- [26] Yoshihara H., 2009. Edgewise shear modulus of plywood measured by square-plate twist and beam flexure methods. *Construction and Building Materials* 23, 3537-3545.

Eugenia Fronczak, Marcin Grabiński

BADANIE POŁĄCZEŃ STANDARDOWYCH JEDNOMODOWYCH WŁÓKIEN TELEKOMUNIKACYJNYCH Z JEDNOMODOWYMI WŁÓKNAMI SPECJALNYMI DOMIESZKOWANYMI ERBEM I ITERBEM

1. WSTĘP

Szklane światłowodowe włókno optyczne jest elementem optycznym o bardzo skomplikowanych właściwościach, o dziesiątkach powiązanych ze sobą parametrach optycznych, mechanicznych, termicznych, wrażliwościowych itp. [30]. Światłowody domieszkowane pierwiastkami ziem rzadkich (specjalne) różnią się od standardowych światłowodów jednomodowych. Dotyczy to przede wszystkim rdzenia włókna szklanego, który jest domieszkowany pierwiastkami ziem rzadkich, jak również wymiarów średnic pól modowych. Standardowe jednomodowe światłowody telekomunikacyjne wykonywane są ze szkła krzemionkowego. Rdzenie tych światłowodów mają w swoim składzie GeO_2 lub GeO_2 i F. Natomiast w rdzeniach światłowodów specjalnych znajduje się GeO_2 lub/i Al_2O_3 oraz odpowiednia domieszka pierwiastków ziem rzadkich jak Er, Yb, Nd itp. Do wytwarzania światłowodów specjalnych stosuje się pierwiastki z rodziny ziem rzadkich, tzw. lantanowców – od lantanu (l. atomowa 57) do lutetu (l. atomowa 71). Rodzinę pierwiastków ziem rzadkich przedstawiono w tabeli 1. Światłowody specjalne wytwarzane są w małych ilościach. Spowodowane jest to małymi prężnościami par substratów pierwiastków ziem rzadkich oraz zjawiskiem klastrowania [47]. Szkło światłowodowe wysokokrzemionkowe domieszkowane ziemiami rzadkimi syntezowane jest w metodzie OVD przy pomocy kompleksowego palnika [47]. Metoda ta daje szkło wysokiej jakości, ale jej wydajność jest niska [47].

Tabela 1. Rodzina pierwiastków ziem rzadkich – lantanowców [51]

Table 1. Family of rare-earth elements – lanthanides

symbol	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb
pełna nazwa	cer	prazeodym	neodym	promet	samar	europ	gadolin	terb	dysproz	holm	erb	tul	iterb
l. atomowa	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
2+					+	+						+	+
3+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
4+	+	+						+	+				
elektrony 4f (3+)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Lantanowce posiadają następujące właściwości:

- mogą występować w różnych stanach ładunkowych: 2+, 3+ i 4+,
- wszystkie występują jako trójdatnie aniony,

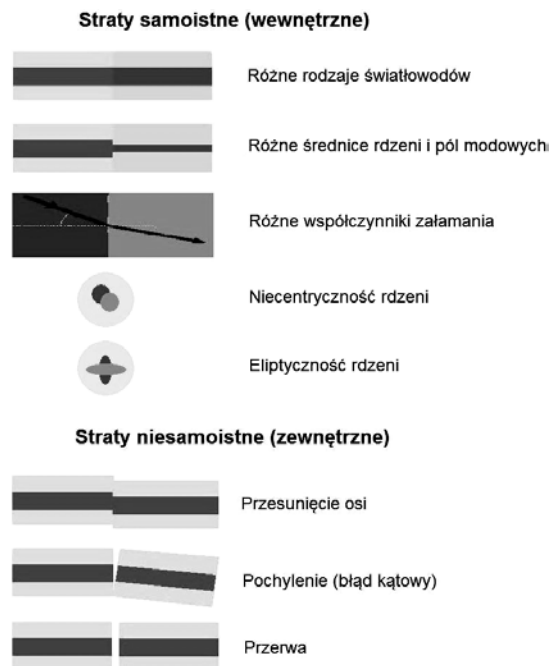
- mają aktywną optycznie podpowłokę 4f, dla której możliwe są przejścia elektronowe (oprócz lantanu i lutetu – lantan nie ma w ogóle elektronów na podpowłoczce 4f, a lutet ma ją całkowicie zapełnioną),
- mają bardzo wąskie linie absorpcyjne i emisyjne, które mimo, że jon znajduje się w szkle nie różnią się znacznie od linii atomowych,
- występuje u nich kontrakcja lantanowcowa – mają nie do końca obsadzone podpowłoki 4f, mimo że podpowłoki 5s i 5p oddalone od jądra bardziej niż podpowłoka 4f są całkowicie zapełnione; elektrony na podpowłokach 5s i 5p izolują elektrony 4f od wpływu zewnętrznego pola matrycy, dzięki temu, lantanowce mogą być stosowane w procesie domieszkowania kryształów, ceramik, szkiele; otoczenie ma wówczas minimalny wpływ na aktywator, w skutek czego nie obserwuje się radykalnej zmiany jego własności [51].

Teoretycznie, termiczne łączenie dwóch światłowodów telekomunikacyjnych o porównywalnych parametrach w umiarkowanych warunkach atmosferycznych nie wymaga procesu optymalizacji. Podczas spajania włókien tego samego typu, lecz o małych niecentrycznościach rdzeni i płaszczy proces spajania ogranicza się jedynie do odpowiedniego przygotowania światłowodów. Proces termicznego łączenia przebiega inaczej w przypadku łączenia włókien specjalnych z jednomodowymi włóknami standardowymi. W pracy przedstawiono badania, których celem było łączenie światłowodów specjalnych i standardowych oraz analiza obrazów termoluminescencji spajanych włókien.

Problem łączenia włókien specjalnych z jednomodowymi włóknami standardowymi wynika z powodu różnic w wymiarach średnic pól modowych łączonych włókien, różnic w koncentracji i typach domieszek rdzeniowych oraz rozkładów profili współczynników załamania w rdzeniach i płaszczech. W rezultacie prowadzi to do wysokich strat takich połączeń, co pogarsza transmisję, powoduje rozpraszanie światła i w konsekwencji jego osłabienie na wyjściu ze światłowodu. Straty jakie możemy wyróżnić w połączeniach światłowodów związane są z włóknem (samoistne) albo z niedoskonałościami zestawienia włókien (niesamoistne). Najczęściej pojawiającą się stratą podczas łączenia światłowodów specjalnych z jednomodowymi włóknami standardowymi jest niedopasowanie promieni pól modowych. Wynika ono głównie ze wspomnianych powyżej różnic między łączonymi włóknami. Na rysunku 1 przedstawiono najważniejsze źródła strat w połączeniach światłowodów.

Problem łączenia włókien domieszkowanych pierwiastkami ziem rzadkich z jednomodowymi włóknami standardowymi jest istotny, ponieważ światłowody specjalne stosuje się we wzmacniaczach optycznych, takich jak EDFA (ang. Erbium Doped Fiber Amplifier), TDFA (ang. Thulium Doped Fiber Amplifier). W tych wzmacniaczach dzięki włączeniu w tor optyczny odcinka włókna domieszkowanego pierwiastkami ziem rzadkich możliwe jest wzmacnianie sygnału optycznego w sposób bezpośredni czyli bez użycia żadnych dodatkowych urządzeń optoelektronicznych zamieniających sygnał optyczny na elektryczny i odwrotnie [52]. Wzmacnianie jest realizowane w wyniku zjawiska wymuszonej emisji [52].

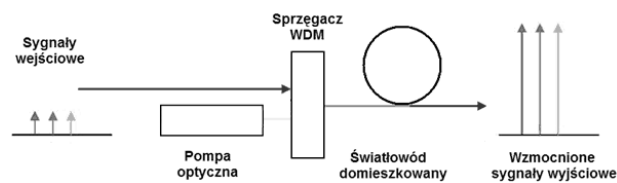
We wzmacniaczach EDFA w wyniku wprowadzenia domieszki erbu do rdzenia włókna szklanego powstają zespoły składające się z jonu erbu i cząsteczki krzemionki [22]. Powoduje to zaburzenie równowagi ładunków, w wyniku czego w okolicy jonu powstaje przestrzenne pole elektryczne, które jest przyczyną rozszczepienia poziomów energetycznych, a między różnymi poziomami energetycznymi najczęściej zachodzi absorpcja (pochłanianie energii fali) i emisja (wysyłanie energii) fotonów w jonach ziem rzadkich [22].



Rys. 1. Straty w połączeniach światłowodów (na podstawie [8,10,57])

Fig. 1. The losses in optical fibres connections (based on [8,10,57])

We wzmacniaczu światłowód połączony jest z pompą optyczną (laser dużej mocy) [52]. Światło lasera i sygnał wejściowy doprowadzany jest do światłowodu za pomocą sprzęgacza WDM [52]. Podczas pracy wzmacniacza pompa laserowa wzbudza jony erbu Er^{3+} , poprzez które oddają energię wzmacniając sygnał optyczny przechodzący przez włókno [52]. Na rysunku 2 przedstawiono schemat działania wzmacniacza EDFA.



Rys. 2. Schemat działania wzmacniacza EDFA (na podstawie [52])

Fig. 2. Functional diagram of amplifier EDFA (based on [52])

2. METODA SPAJANIA

Podczas badań zastosowano metodę spajania w łuku elektrycznym. Metoda ta jest najczęściej stosowanym sposobem łączenia włókien optycznych ze względu na najlepsze wyniki w osiągniętych parametrach łączonego toru transmisyjnego. Zapewnia ona

najmniejsze, dla światłowodów telekomunikacyjnych, tłumienie połączenia ($<0,08$ dB) oraz małą reflektancję (>60 dB) [54]. Uzyskanie połączenia o minimalnym tłumieniu jest możliwe dzięki dokładnemu ustawieniu względem siebie odpowiednio przygotowanych czoł światłowodów. Straty we włóknach łączonych tą metodą wynikają głównie z niedopasowania promieni pól modowych i/lub przesunięcia osi. Inną bardzo rzadko występującą przyczyną strat jest eliptyczność rdzeni. W metodzie tej nie pojawiają się takie straty, jak przerwy między włóknami lub ich pochylenia.

Ponieważ najczęstszą przyczyną strat podczas łączenia światłowodów specjalnych z jednomodowymi włóknami standardowymi jest niedopasowanie promieni pól modowych, należy wytworzyć taki obszar przejściowy, w którym możliwe jest ich dopasowanie. W tym przypadku można stosować metodę wspawywania między łączone włókna kawałków światłowodów o stopniowo zwiększających lub zmniejszających się promieniach pól modowych, która jest bardzo trudna i pracochłonna. Innym sposobem dopasowania promieni pól modowych jest metoda kontrolowanej dyfuzji domieszki rdzeniowej. Polega ona na zwiększaniu prądu i czasu zgrzewania, w wyniku których powstaje obszar przejściowy nazywany obszarem termicznego rozdyfundowania domieszki (TRD) [28]. Oznacza to, że w przypadku wykonania spoiny między włóknami o różnych parametrach, a takimi włóknami są właśnie światłowody standardowe i specjalne, konieczna jest zmiana parametrów w etapach termicznego łączenia. Zgrzewanie światłowodów istotnie różniących się parametrami polega na zwiększaniu prądu (temperatury) lub czasu zgrzewania albo obu tych parametrów równocześnie – w stosunku do prądów i czasów zgrzewania światłowodów standardowych SMF [28]. W ten sposób zostaje wytworzony obszar przejściowy w łączonych włóknach, w którym następuje dopasowanie promieni pól modowych. Niedopasowanie pól modowych jest właśnie najczęstszą przyczyną strat podczas łączenia omawianych światłowodów.

Do spawania wykorzystano układ, przedstawiony na rysunku 3, składający się ze spawarki światłowodowej Ericsson FSU 925 RTC, reflektometru i zestawu komputerowego z odpowiednim oprogramowaniem.



Rys. 3. Schemat układu pomiarowego

Fig. 3. Scheme of measuring system

Spawarka Ericsson FSU 925 RTC wyposażona jest w kamerę CCD, która pozwala na automatyczne zdjęcie obrazu spajanych włókien do komputera. Spawarka ta charakteryzuje się trzyetapowym procesem spajania i możliwością analizy zimnych i gorących obrazów.

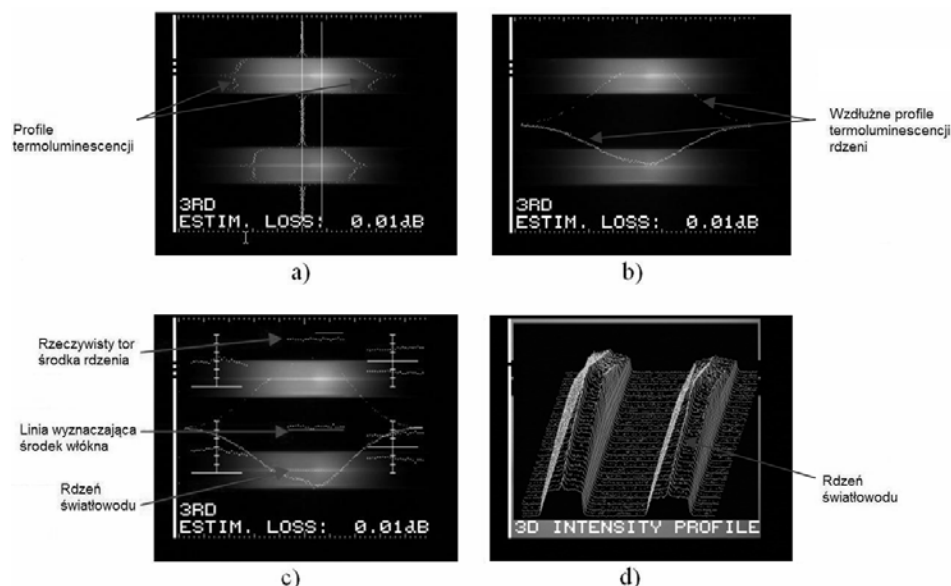
Intensywność luminescencji (świecenia) płaszczu i rdzenia włókna w temperaturze pokojowej jest zerowa. W technice analizy gorącego obrazu w przypadku podgrzania włókna do pewnej temperatury (np. w obecności łuku elektrycznego) następuje wzrost luminescencji, wtedy płaszcz, rdzeń i wszelkie zanieczyszczenia zaczynają świecić. Dzieje się tak, ponieważ rdzeń światłowodu ma zwiększony współczynnik załamania światła poprzez domieszkowanie (np. GeO_2) [54]. W tej metodzie dla każdego przekroju wzdłuż i prostopadle do długości włókna zbierane są, tzw. profile intensywności świecenia, które pozwalają na wyznaczenie położenia rdzenia w światłowodzie [54].

II. METODY EKSPERYMENTALNE W MECHANICE

Ponieważ krzywe intensywności świecenia w funkcji temperatury są charakterystyczne dla każdego materiału, możliwe jest określenie z analizy gorącego obrazu typu włókna, położenia zanieczyszczeń oraz wtrąceń wewnątrz włókna [54].

W technice analizy zimnego obrazu przy temperaturze pokojowej nie dochodzi do świecenia rdzenia i płaszczka. W tym przypadku wykorzystano oświetlenie włókna zewnętrznym światłem z żarówek lub diod LED. Promienie przechodzące przez włókno podlegają prawom załamania i na kamerze powstają strefy cieni oraz półcieni [54]. Obraz uzyskany tą metodą pozwala na określenie położenia rdzenia we włóknie oraz daje możliwość częściowej oceny jego właściwości [54].

Analiza gorących obrazów służy do określenia tłumienia spawu i zdejmowania obrazów termoluminescencji spoin łączonych światłowodów umożliwiających analizę właściwości połączenia, natomiast analiza zimnego obrazu jest stosowana tylko do centrowania włókien. Zgrzewarka posiada kilka programów dla standardowej procedury spajania, ale umożliwia też ręczne zmiany czasów i prądów łączenia. Prąd łuku elektrycznego, utrzymujący temperaturę spajania $\sim 2000^{\circ}\text{C}$ wynosi dla spawarki Ericsson I = 16-17 mA.



Rys. 4. Obrazy termoluminescencji spoin otrzymanych dla standardowego włókna jednomodowego G.652 i włókna iterbowego dla $t = 2$ s: a) obraz z profilami termoluminescencji w obrębie spoiny, b) obraz z charakterystyką wzdłużną termoluminescencji rdzeni, c) obraz z charakterystyką wzdłużną termoluminescencji rdzenia z charakterystyką liniowości rdzenia w spoinie, d) obraz trójwymiarowy (opisy rysunku na podstawie [28, 54])

Fig. 4. Thermo-luminescence images of joints received for standard single mode fibre G.652 and ytterbium fibre for $t = 2$ s: a) image with thermo-luminescence profiles within joint, b) image with longitudinal characteristic the thermo-luminescence of cores, c) image with longitudinal characteristic the thermo-luminescence of cores with characteristic of linearity of core in joint, d) three-dimensional image (descriptions based on [28, 54])

W przeprowadzonych badaniach do wytworzenia połączeń użyto pięciu rodzajów włókien. Pierwszym z nich było standardowe włókno jednomodowe SMF (ang. Single

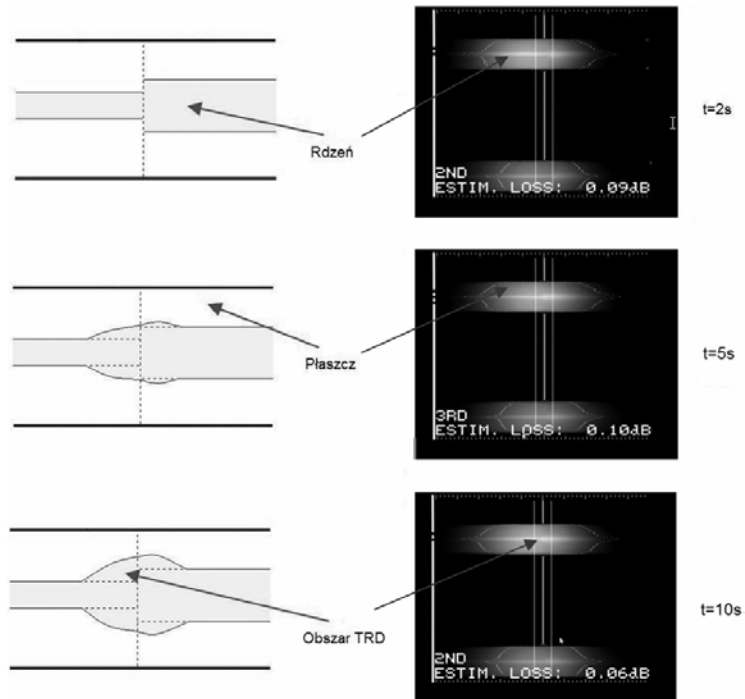
Mode Fiber) G.652 [28, 48, 49, 55] firmy Corning o średnicy płaszczka $125 \mu\text{m} \pm 2 \mu\text{m}$ i średnicy pola modu $8,5 \div 10 \pm 10\% \mu\text{m}$ dla 1310 nm. Drugim było włókno jednomodowe z przesuniętą i niezerową dyspersją NZDS SMF (ang. Non Zero Dispersion Shifted Single Mode Fiber) G. 655 [28, 49, 56] firmy Corning o średnicy płaszczka $125 \mu\text{m} \pm 2 \mu\text{m}$ i średnicy pola modu $8,4 \pm 0,5 \mu\text{m}$ dla 1550 nm. Trzecim włóknom było włókno domieszkowane erbem firmy Fibercore [6, 50] o średnicy płaszczka $125 \mu\text{m} \pm 1 \mu\text{m}$ i średnicy pola modu $5,5 \mu\text{m}$ dla 1550 nm. Czwartym było włókno domieszkowane iterbem firmy Fibercore [5, 50] o średnicy płaszczka $125 \mu\text{m} \pm 1 \mu\text{m}$ i średnicy pola modu $5,1 \mu\text{m}$ dla 1310 nm. Ostatnim użytym włóknom był niedomieszkowany pręt ze szkła krzemionkowego o średnicy płaszczka $130 \mu\text{m}$. Pomiary wykonano dla różnych prądów i czasów spajania między wymienionymi powyżej włóknomi. Dla każdej spoiny uzyskano 4 obrazy termoluminescencji:

- z profilami termoluminescencji w obrębie spoiny – charakterystyka profilu termoluminescencji wskazuje na typ łączonych światłowodów (rys. 4a),
- z charakterystyką wzdłużną termoluminescencji rdzeni – także służy do identyfikacji łączonych włókien; brak symetrii w charakterystyce mówi, że włókna nie są tego samego typu (rys. 4b),
- z charakterystyką liniowości rdzenia w spoinie – pokazuje przesunięcie rzeczywistego toru rdzenia w stosunku do środka światłowodu i pomaga przybliżyć przyczynę złego połączenia włókien np. zanieczyszczenia, niecentryczność rdzeni (rys. 4c),
- trójwymiarowy – przedstawia zbiór profili termoluminescencji na całym odcinku świecącego światłowodu, gdzie najwyższe punkty są luminescencją miejsca styku włókien oraz służy do obserwacji deformacji w obszarze spoiny (rys. 4d) [28, 54].

3. PODSUMOWANIE

Analiza obrazów termoluminescencji stwarza możliwość określenia typów łączonych włókien. Różne profile termoluminescencji – rysunek 4a i brak symetrii – rysunek 4b w wyświetlanych charakterystykach dowodzi, że łączone włókna nie są tego samego typu. W tym przypadku można tu dostrzec rdzeń, który ze względu na domieszkowanie charakteryzuje się większą intensywnością luminescencji. Podczas badań następowało zwiększenie czasu spajania w celu dobrania odpowiednich ustawień do prawidłowego rozdyfundowania domieszki w obrębie spoiny. Zmiana tych parametrów podczas procesu zgrzewania prowadzi do dopasowania pól modowych i wyrównania średnic łączonych światłowodów. Zjawisko wpływu czasu spajania na powstanie obszaru termicznie rozdyfundowanej domieszki przedstawiono na rysunku 5.

Generalnie standardowy prąd spajania dla standardowych włókien jednomodowych wynosi $I = 16\text{-}17 \text{ mA}$ (jest to temperatura około 2000°C). Standardowy czas trwania procesu spajania natomiast waha się od 2 do 3 sekund. Przekroczenie tych parametrów może doprowadzić do indukowanych naprężeń termicznych oraz przegrzania struktury materiału [54]. Wykonane przez nas pomiary wykazały, że lepiej jest tylko zwiększać czas spajania. Wzrost prądu powoduje wzrost temperatury i może doprowadzić do stopienia a nie zespolenia włókien [28], dlatego spoiny wykonane w wyniku zwiększania czasu spajania są bezpieczniejszym rozwiązaniem.



Rys. 5. Spoina włókna erbowego i włókna jednomodowego NZDS SMF dla $t = 2$ s, $t = 5$ s i dla $t = 10$ s (na podstawie [23, 28, 54])

Fig. 5. The joint of erbium fibre and NZDS SMF fibre for $t = 2$ s, $t = 5$ s and $t = 10$ s (based on [23, 28, 54])

Współczesne metody spajania dają duże możliwości optymalizacji procesu łączenia włókien optycznych. Przy spajaniu włókien tych samych typów proces ten ogranicza się jedynie do odpowiedniego przygotowania światłowodów i utrzymania pewnych warunków tłumieniowych. Spajanie włókien o istotnie różnych promieniach rdzeni i aperturach numerycznych, takich jak standardowe włókno jednomodowe SMF, włókno jednomodowe NZDS SMF, włókno domieszkowane erbem i włókno domieszkowane iterbem wymaga ponadto procesu optymalizowania warunków spajania. Optymalizacja procesu zgrzewania światłowodów specjalnych ma swoją praktyczną użyteczność i potrzebę zastosowania głównie w momencie łączenia nowych typów włókien z dotychczasowymi włóknami.

THE TESTS OF CONNECTIONS OF STANDARD SINGLE MODE TELECOMMUNICATION FIBRES WITH SPECIAL SINGLE MODE ERBIUM AND YTTERBIUM DOPED FIBRES

Summary

Thermal welding of standard single mode telecommunication fibre optic cables with special fibre optic cables is still a problem. It is a difficult process of welding because of differences in the

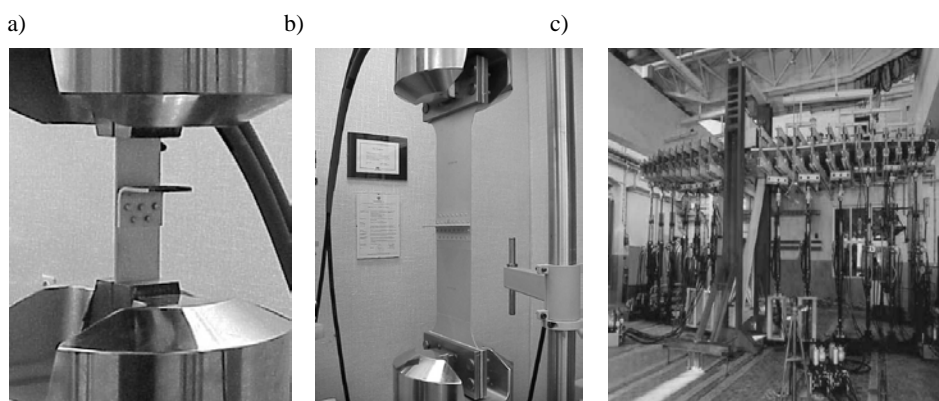
dimensions and mode distribution diameters, the difference in concentration and types of admixture of rare earth elements and the difference in decomposition of refraction index profile in cores and shields. The main aim of the tests presented in this paper was to weld special and standard fibre optic cables and to analyse thermo-luminescence images of welding fibres. The method of controlled diffusion of core admixture and the method of electric-arc welding were used in the tests. To create connection, standard SMF fibre, NZDS SMF fibre, erbium and ytterbium fibre and a silica rod were used.

Keywords: single mode telecommunication fibre optic cables, special fibre optic cables, the diffusion of core admixture, the electric-arc welding, thermo-luminescence images

WPLYW SIŁY SPĘCZANIA NITU NA NOŚNOŚĆ POŁĄCZENIA NITOWEGO

1. WPROWADZENIE

Podstawowy problem badań eksperymentalnych takich obiektów, jak samolot czy statek, to przede wszystkim problem skali. Znaczne wymiary tych obiektów oraz ich koszt powodują, że w procesie projektowo-konstrukcyjnym nie ma takiego etapu, jak „badania prototypu”. Nowe technologie, nowoczesne materiały, połączenia elementów są weryfikowane na wybranych i odpowiednio spreparowanych fragmentach – nazywanych najczęściej węzłami (rys. 1). Uzyskane wyniki są następnie transponowane na całe obiekty.



Rys. 1. Badania węzła nitowego w warunkach laboratoryjnych: a) badania pojedynczych próbek, b) badania na fragmentach poszycia, c) badania całego skrzydła

Fig. 1. Tests of a rivet assembly in laboratory conditions a) tests of individual samples b) test of skin fragments c) test of a whole wing

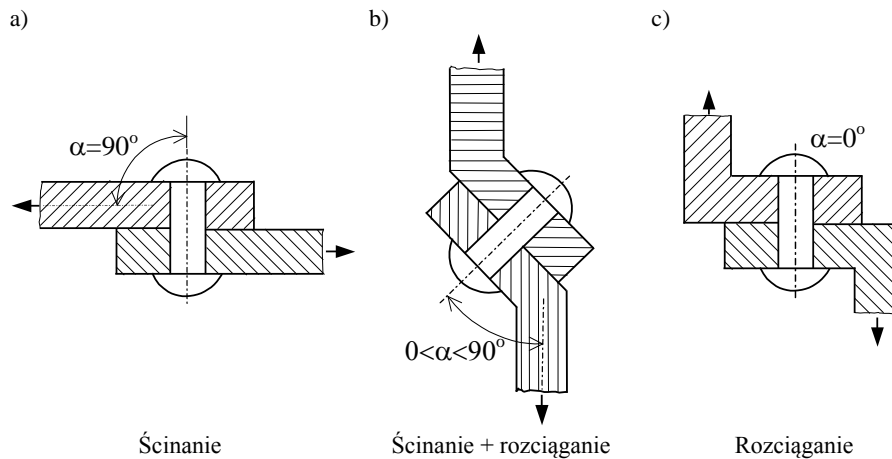
Na podstawie analizy doniesień literaturowych można stwierdzić, że obecnie intensywne prace dotyczą badań wszelkiego rodzaju połączeń w tym nitowych, które należą do najstarszych i jednocześnie nadal najbardziej popularnych technik łączenia elementów konstrukcji lotniczych. Od jakości i niezawodności połączeń nitowych zależy trwałość tych obiektów, a tym samym niezawodność i bezpieczeństwo w transporcie lotniczym. Poprawa jakości połączeń nitowych jest realizowana m.in. poprzez doskonalenie istniejących technologii oraz opracowywanie nowych [11, 14, 21, 32].

Jednym z czynników mających wpływ na trwałość zmęczeniową połączenia nitowego jest siła spęczania (zakuwania) nitu. Spęczenie nitu w otworze powoduje bowiem powstanie naprężeń wstępnych [11, 17, 29], które korzystnie wpływają na trwałość połączenia. Istotne znaczenia ma również całkowite wypełnienie otworu nitowego oraz równomierny rozkład siły nacisku na powierzchniach współpracujących.

W poniższym opracowaniu uwagę skoncentrowano na problematyce badawczej dotyczącej doskonalenia technologii nitowania. Zakres pracy obejmuje omówienie wybranych wyników badań, których celem było określenie wpływu wielkości siły spęczenia nitu na nośność uzyskanego połączenia.

2. OPIS BADAŃ

Na rysunku 2 przedstawiono w sposób schematyczny trzy możliwe przypadki obciążenia połączenia nitowego [15]. Są to: ścinanie, ścinanie z rozciąganiem oraz rozciąganie. Różnią się one kątem α zawartym pomiędzy kierunkiem obciążenia połączenia a osią nitu. Badania wpływu stopnia spęczenia przeprowadzono dla dwóch skrajnych przypadków obciążenia połączenia nitowego, tj. ścinania – $\alpha = 90^\circ$ (rys. 2a) oraz rozciągania – $\alpha = 0^\circ$ (rys. 2c).

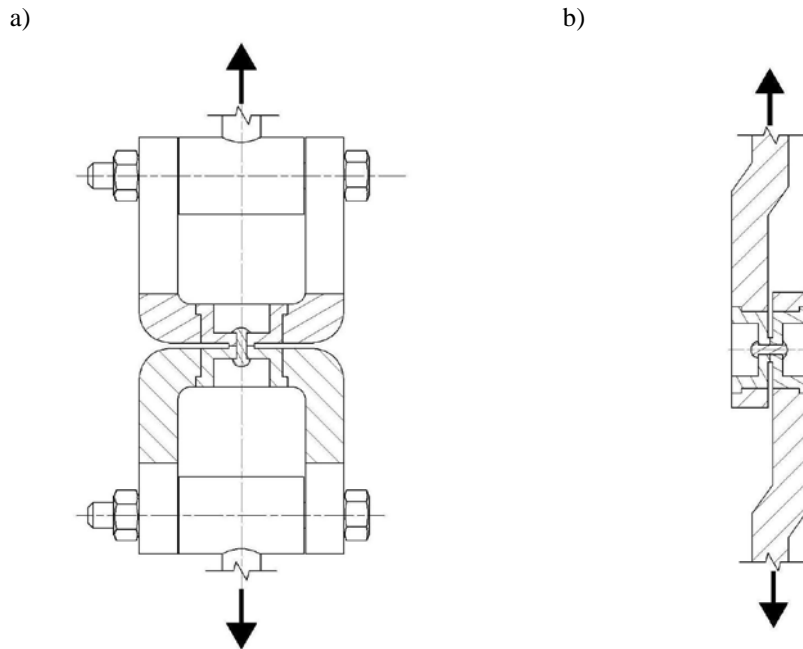


Rys. 2. Schematy obciążenia połączenia nitowego a) ścinanie nitu, b) ścinanie + rozciąganie, c) rozciąganie nitu

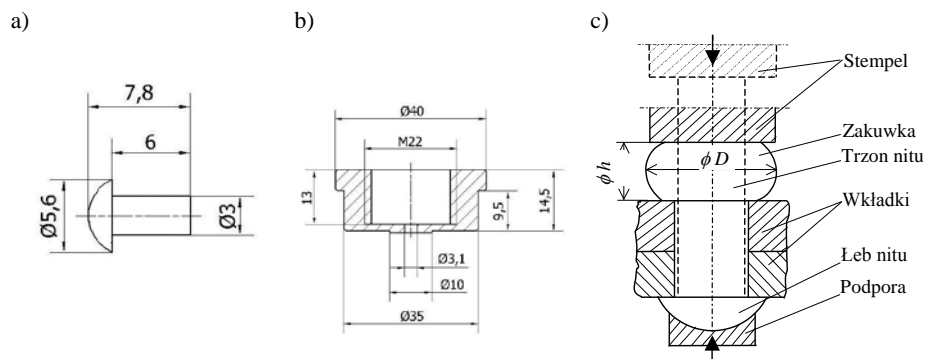
Fig. 2. Schemes of loading of a rivet joint a) rivet shear b) shear + tension c) tension of a rivet.

Do badań połączeń nitowych wykonano specjalne oprzyrządowanie (rys. 3). Umożliwia ono badania wytrzymałościowe połączeń, w których występuje jeden nit. Do badań wykorzystano nity wykonane ze stopu aluminium PA24 (rys. 4a). Elementem wspólnym obydwu przyrządów były stalowe wkładki (rys. 4b). Wymiary wykonanych wkładek przyjęto z normą [26]. Badania nośności połączeń zostały poprzedzone spęczaniem nitów. Schemat spęczenia przedstawiono na rysunku 4c.

II. METODY EKSPERYMENTALNE W MECHANICE



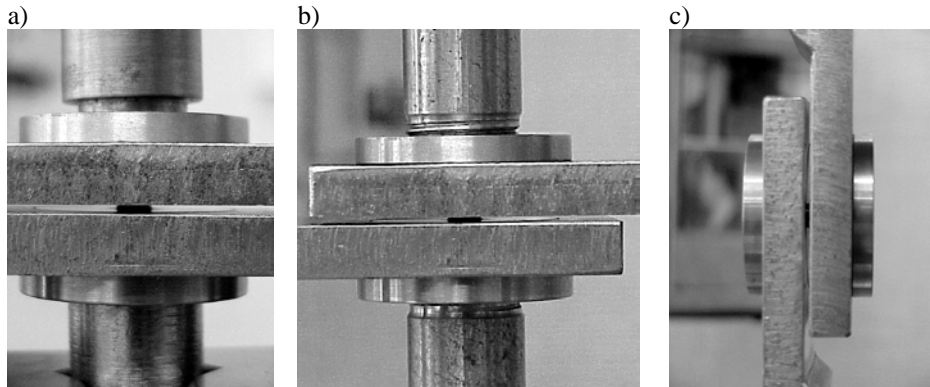
Rys. 3. Oprzyrządowanie do badań: a) w warunkach rozciągania, b) w warunkach ścinania
 Fig. 3. Testing equipment a) in tension conditions b) in shear conditions



Rys. 4. Spęczanie nitów: a) wymiary wkładek, b) wymiary nitu, c) schemat spęczania.
 Fig. 4. Rivet swelling a) liner sizes b) rivet sizes c) scheme of swelling.

Podczas badań stosowano zróżnicowane siły spęczania (3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 kN). Spęczanie nitów, jak również badania nośności połączeń nitowych przeprowadzono na maszynie wytrzymałościowej Instron 8502. Podczas prób rejestrowano:

- chwilowe wartości siły spęczającej nity oraz ich skrócenie (spęczanie), rysunek 5a,
- chwilowe wartości siły obciążającej połączenie nitowe oraz odkształcenie nitu (wydłużenie lub deformację poprzeczną), rysunek 5b i 5c.

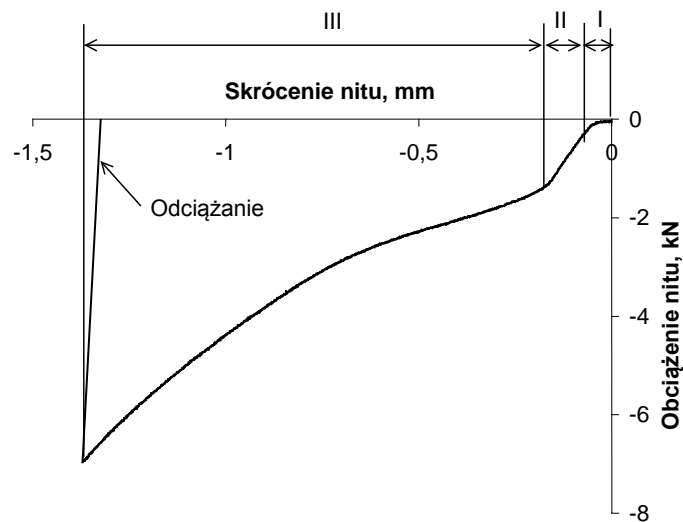


Rys. 5. Stanowiska badawcze: a) do spęczania, b) do rozciągania, c) do ścinania
 Fig. 5. View of test stands a) for swelling b) for tension c) for shear

3. WYNIKI BADAŃ

3.1. Spęczanie nitów

Zarejestrowane w trakcie prób spęczania chwilowe wartości siły oraz odkształcenia nitu (skrócenia) przedstawiono w formie przykładowego wykresu (rys. 6).



Rys. 6. Wykres spęczania nitu ($P_{max} = 7\text{kN}$)
 Fig. 6. Rivet swelling chart ($P_{max} = 7\text{kN}$)

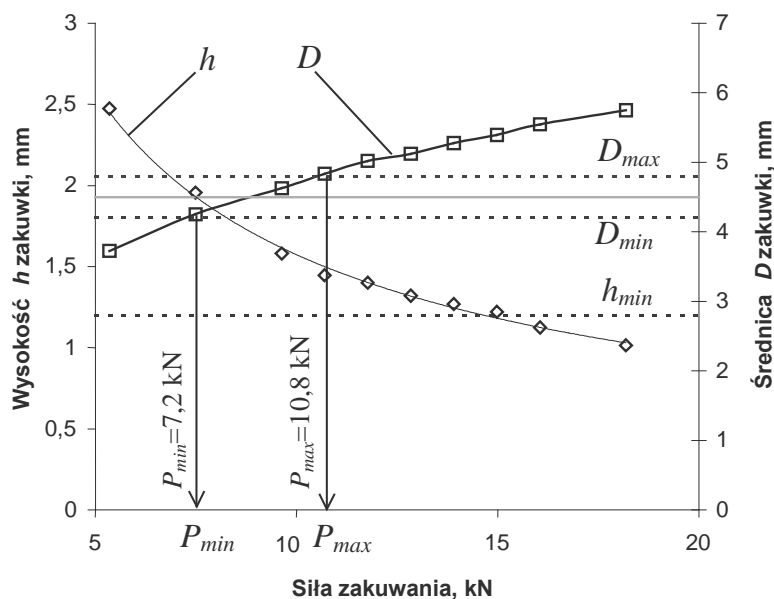
II. METODY EKSPERYMENTALNE W MECHANICE

Na podstawie analizy schematu przedstawionego na rysunku 6 można wyróżnić w trakcie spęczania nitu trzy etapy:

- I – kasowania luzów oraz nierówności powierzchni czołowej trzonu nitu,
- II – występowania odkształceń sprężystych nitu,
- III – występowania wyraźnych odkształceń plastycznych nitu związany z formowaniem zakuwki.

Zgodnie z normą [3] parametrami wykorzystywanymi do oceny jakości wykonanego połączenia nitowego są: wysokość zakuwki h oraz jej średnica D . Dla nitów o średnicy $d = 3$ mm wysokość minimalna zakuwki h_{min} powinna wynosić 1,2 mm. Średnica zakuwki D powinna być natomiast równa 4,5 mm z odchyłką $\pm 0,3$ mm.

Jak należało oczekiwać wysokość zakuwki nitu h po spęczeniu oraz jej średnica zależą od siły spęczającej. W celu określenia wpływu siły spęczającej nit na wysokość zakuwki oraz jej średnicę po operacji spęczenia dokonywano każdorazowo pomiaru wymienionych parametrów. Uzyskane wyniki przedstawiono w postaci wykresu ilustrującego wpływ siły spęczenia na wysokość i średnicę zakuwki (rys. 7). Na wykresie naniesiono dodatkowo wartości wymiarów h i D określonych dla danej średnicy nitu na podstawie normy [3].



Rys. 7. Wpływ siły spęczenia na wysokość zakuwki h i jej średnicę D

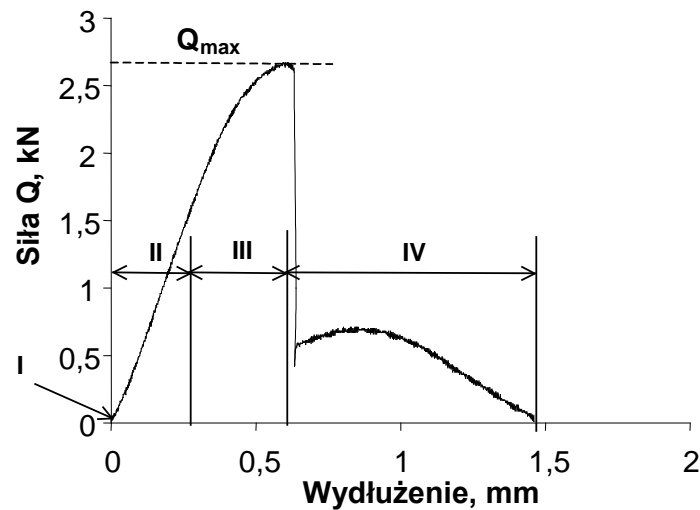
Fig. 7. Influence of swelling force on height h of a rivet tail and its diameter D

Na podstawie rysunku można stwierdzić, że uzyskane w wyniku spęczenia nitu wysokości zakuwki h są niższe od minimalnej (dla najwyższych poziomów siły spęczającej) oraz wyższe od wartości minimalnej dla pozostałych poziomów sił spęczenia. Podobnie jest w przypadku średnicy zakuwki D . Zastosowane siły spęczenia pozwoliły uzyskać średnicę zakuwki mniejszą od średnicy minimalnej zalecanej normą D_{min} dla najniższych stosowanych sił spęczenia oraz wyższą od maksymalnej dopuszczalnej średnicy zakuwki D_{max} dla najwyższych poziomów siły spęczenia.

3.2. Badania nośności połączenia nitowego

Rozciąganie połączenia nitowego

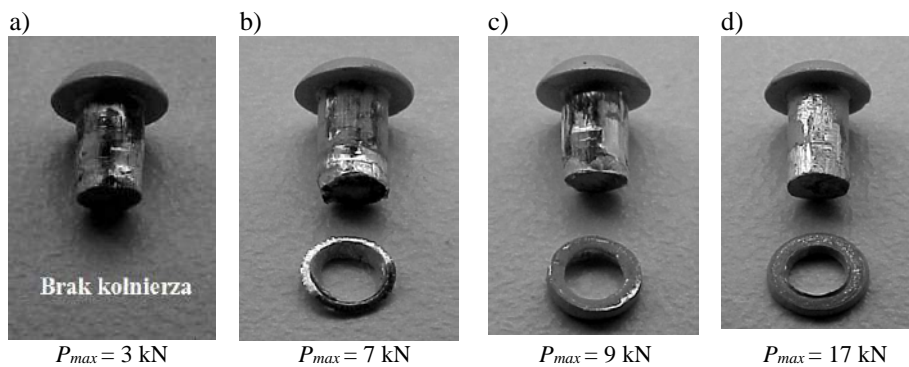
Wyniki badań nośności połączeń w warunkach rozciągania analizowano na podstawie wykonanych wykresów w układzie współrzędnych siła obciążająca-wydłużenie nitu. Na rysunku 8 przedstawiono przykładowy przebieg siły obciążającej połączenia po spełczeniu nitu siłą $P_{max} = 9$ kN.



Rys. 8. Wykres obciążania połączenia nitowego w warunkach rozciągania ($P_{max} = 9$ kN)

Fig. 8. Rivet loading chart in tension conditions ($P_{max} = 9$ kN)

Dla wszystkich przeprowadzonych badań w warunkach rozciągania, niezależnie od poziomu siły spełczenia o nośności połączenia Q_{max} decydowała wytrzymałość na ścinanie zakuwki nitu. Podczas prób ścięciu ulegał kołnierz wykonanej zakuwki. Przykładowe postaci uszkodzenia nitu dla czterech poziomów sił spełczenia przedstawiono na rysunku 9.



Rys. 9. Postać uszkodzenia nitu: a) $P_{max} = 3$ kN, b) $P_{max} = 7$ kN, c) $P_{max} = 9$ kN, d) $P_{max} = 17$ kN

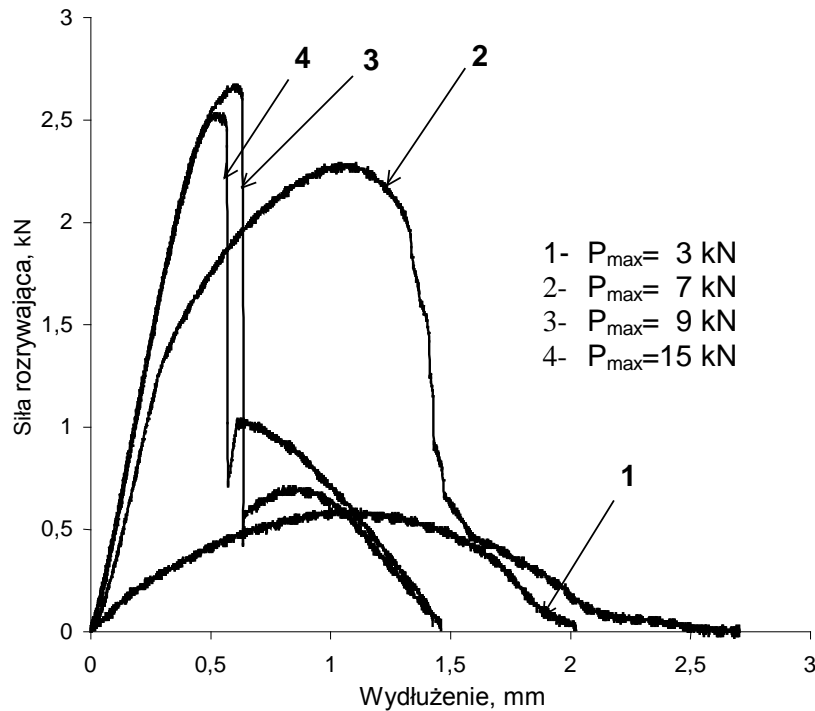
Fig. 9. Rivet failure view: a) $P_{max} = 3$ kN, b) $P_{max} = 7$ kN, c) $P_{max} = 9$ kN, d) $P_{max} = 17$ kN

II. METODY EKSPERYMENTALNE W MECHANICE

Podobnie jak podczas spęczania nitu poszczególnym fragmentom wykresu (rys. 8) można przypisać charakterystyczne zjawiska występujące podczas rozciągania połączenia. Są to:

- Etap I – wzrost obciążenia bez wyraźnego wzrostu wydłużenia związany z usuwaniem napięcia wstępnego,
- Etap II – proporcjonalny do siły obciążającej wzrost wydłużenia nitu,
- Etap III – odkształcenia trwałe (ściananie zakuwki),
- Etap IV – przeciąganie ściętego nitu przez otwór wkładki.

Długość poszczególnych etapów zależy od wielkości siły spęczającej. W przypadku najmniejszych sił spęczania (np. $P_{max} = 3$ kN) niektóre etapy nie występują. W celu zilustrowania powyższego stwierdzenia dokonano zestawienia wykresów obciążania dla czterech poziomów sił spęczania (rys.10).



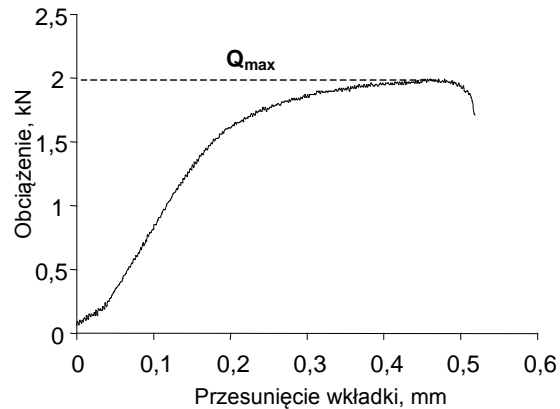
Rys. 10. Wykresy obciążania połączenia nitowego w warunkach rozciągania

Fig. 10. Rivet joint loading charts in tension conditions

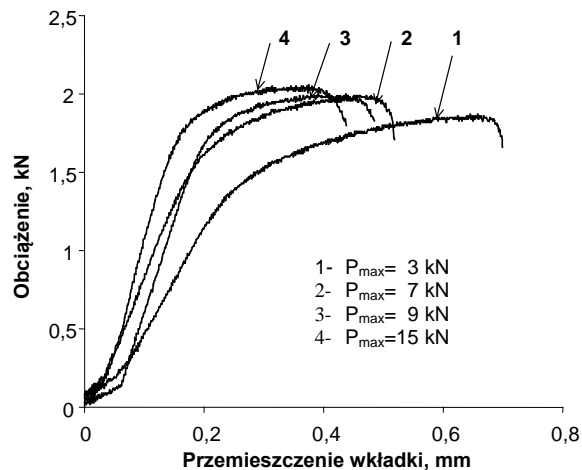
Z przedstawionych wykresów wynika, że nośność połączenia wzrasta do pewnego poziomu. Po jego przekroczeniu, (około 11 kN) nośność połączenia zaczyna ulegać obniżeniu.

Ścinanie połączenia nitowego

W warunkach ścinania połączenia nitowego analizowano również wpływ siły spęczania na nośność połączenia. Na rysunku 11 przedstawiono przykładowy wykres ścinania ($P_{max} = 9$ kN) w układzie współrzędnych siła tnąca przemieszczenie wkładki.

Rys. 11. Wykres ścinania połączenia nitowego ($P_{max} = 9\text{kN}$)Fig. 11. Rivet joint shear chart ($P_{max} = 9\text{kN}$)

Z wykresu wynika, że przemieszczenie wkładki przyrzędu do chwili ścięcia nitu jest zdecydowanie mniejsze od średnicy trzonu nitu. Podobnie jak podczas rozciągania połączenia w początkowym okresie próby ścinania połączenia zaobserwowano w niewielki wzrost siły bez wzrostu przemieszczenia wkładek. Można to przypisać sile tarcia występującej na powierzchniach czołowych wkładek. Siła tarcia zależała od siły spęczenia. Wraz ze wzrostem siły spęczenia ulegało zmniejszeniu przemieszczenie wkładek, niezbędne do ścięcia nitu oraz nieznacznie wzrastała maksymalna siła tnąca Q_{max} (rys. 12).

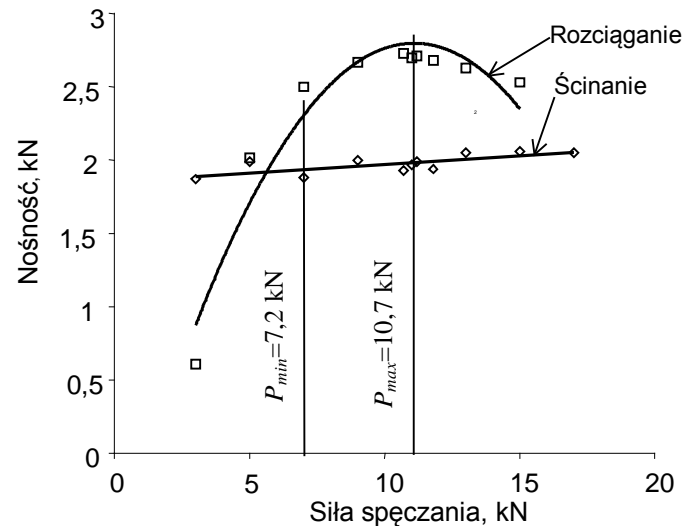


Rys. 12. Wykresy obciążania połączenia w warunkach ścinania

Fig. 12. Joint loading charts in shear conditions

Analiza porównawcza uzyskanych wyników

W celu zilustrowania wpływu stopnia spęczenia nitu na nośność połączenia na rysunku 13 przedstawiono wartości nośności uzyskane w warunkach ścinania oraz rozciągania połączenia.



Rys. 13. Nośność połączenia nitowego w zależności od rodzaju obciążenia i siły spęczania

Fig. 13. Load capacity of a rivet joint in relation to loading type and swelling force

Wzajemne położenie wykonanych wykresów stanowi potwierdzenie wyników badań zamieszczonych na rysunkach 10 oraz 12. Można stwierdzić, że ze względu na nośność połączenia na rozciąganie istnieje optymalna wartość siły spęczania, dla której połączenie uzyskuje maksymalną nośność. W przypadku ścinania taka sytuacja nie występuje. Nośność połączenia nieznacznie rośnie ze wzrostem siły spęczania w całym zakresie zrealizowanych sił spęczania.

Na rysunku 13 naniesiono dodatkowo zakresy zmian siły spęczania (P_{max} i P_{min}) ze względu na optymalne wymiary zakuwki (zakres określony na podstawie rysunku 8). W rozpatrywanym zakresie siły spęczania nośność połączenia nitowego jest w warunkach rozciągania zawsze wyższa od nośności w warunkach ścinania. Świadczy to, że o nośności połączenia decyduje wytrzymałość na ścinanie trzonu nitu. Ponadto na podkreślenie zasługuje również znaczny rozrzut sił spęczania nitu dla uzyskania poprawnego złącza.

4. PODSUMOWANIE

Przeprowadzone badania wykazały, że podany w normie [3] warunek jakościowy poprawności wykonania złącza nitowego nie zapewnia uzyskania w sposób jednoznaczny maksymalnej nośności połączenia. Wspomniane warunki mogą zostać spełnione przy dużym zakresie zmian siły spęczania (rys. 4). Skutkiem tego jest potwierdzony podczas badań rozrzut nośności uzyskanych połączeń.

W świetle uzyskanych wyników można stwierdzić, że jednym ze sposobów poprawy powtarzalności oraz jakości połączeń nitowych jest zastąpienie podczas spęczania wymuszenia kinematycznego wymuszeniem siłowym (z kontrolą siły spęczania). Sterowanie siłowe operacji spęczania może ponadto pozwolić uniknąć np. wpływu luzów (pomiędzy trzonem nitu a otworem) na naprężenia kontaktu pomiędzy trzonem nitu a otworem, co zostało potwierdzone, m.in. w badaniach symulacyjnych [11].

Podczas opisywanych badań analizie poddano dwa charakterystyczne przypadki obciążenia połączenia nitowego, które uwzględniały występowanie w nicie tylko naprężeń normalnych (rozciąganie) lub tylko stycznych (ściananie). W celu uogólnienia wniosków niezbędne jest uwzględnienie podczas badań eksperymentalnych pozostałych przypadków, dla których w nicie wystąpi złożony stan naprężenia (rys. 2b). Ponadto podczas opisanych testów realizowano tylko badania w warunkach obciążeń monotonicznych. Ze względu na charakter obciążeń połączeń nitowych w konstrukcjach lotniczych niezbędne są ich dalsze badania w warunkach obciążeń zmiennych [16, 17, 29].

SWELLING FORCE INFLUENCES LOAD CAPACITY OF A RIVET JOINT

Summary

Quality condition of production correctness of a rivet joint set in the standard [39] does not confirm the attainment of maximum load capacity of the rivet connection unequivocally. One of the ways to improve quality of rivet joints is to replace kinetic extraction with load extraction (with rivet swelling control). During tests two characteristic cases of rivet joint loading were analyzed: tension and shearing.

Keywords: rivet, rivet swelling force, load capacity of a rivet joint

Tadeusz Zbigniew Woźniak

ANALIZA KINETYKI PRZEMIAN FAZOWYCH W CZASIE HARTOWANIA STALI ŁOŻYSKOWEJ OPIERAJĄCA SIĘ NA METODZIE EMISJI AKUSTYCZNEJ

1. WSTĘP

Terminem emisja akustyczna (EA) określa się zjawisko generacji i rozprzestrzeniania się fal sprężystych w ośrodkach stałych i cieczech. Wyzwalanie energii sprężystej w materiałach wiąże się z powstaniem chwilowych, lokalnych stanów niestabilnych. Z tego powodu emisja akustyczna odróżnia się zasadniczo od pozostałych metod badań nieniszczących. Istnieje duża liczba zjawisk, które dzięki temu, że generują fale sprężyste, mogą być badane metodą EA. Należą do nich: odkształcenia plastyczne (poślizg dyslokacji lub bliźniakowanie), powstawanie i wzrost pęknięć, przemiany fazowe, zwłaszcza szybkie na przykład przemiana martenzytyczna [7, 25, 31]. Przemiana martenzytyczna zachodząca w wyniku bezdyfuzyjnych przemieszczeń poślizgowych, wiąże się ze znacznymi objawami EA [27,43,45]. Silnie zlokalizowane procesy podczas tej przemiany fazowej prowadzą do znacznego ścinania i odkształceń dylatacyjnych, co stanowi główne źródło EA. Energia swobodna ΔG , która zamienia się w energię emisji akustycznej jest zależna od materiału i od składu chemicznego. Duża część entalpii swobodnej $\Delta G^{\gamma \rightarrow \alpha'}$ podczas przemiany martenzytycznej jest rozpraszana w procesie poślizgu, który związany jest z tworzeniem martenzytu, co pozwala na relaksację naprężeń w sieci przestrzennej [9]. Najbardziej efektywnym źródłem emisji akustycznej jest bliźniakowanie z charakterystycznymi głośnymi stukami [2, 4, 33].

Poszczególne płytki martenzytu nowej fazy tworzą się w czasie zaledwie $10^{-8} \div 10^{-6}$ s. Wywołują one gwałtowne lokalne odkształcenia z przekroczeniem granicy plastyczności i uruchamiają źródła nowych dyslokacji. Najbardziej powszechnymi metodami stosowanymi do badania przemiany martenzytycznej in-situ są: elektryczny opór właściwy, dylatometria oraz kalorymetria. Technika emisji akustycznej zastosowana w niniejszych badaniach jest nową i bardzo obiecującą techniką. Poza zasadniczym zainteresowaniem przyczynami powstawania emisji akustycznej w trakcie przemian fazowych z przemieszczeniem, wyniki badań mogą być wykorzystane do rozwoju systemu monitorowania EA celem wykrywania powstawania martenzytu i bainitu. Dotychczas technika ta tylko sporadycznie była używana do analizy przemiany martenzytycznej w czasie rzeczywistym. Pomimo, że od dawna wiadomo, że emisja akustyczna zachodzi podczas tworzenia się martenzytu, to w literaturze można znaleźć stosunkowo niewiele badań EA dotyczących przemian fazowych w stalach. Ostatnio prowadzone są badania emisji akustycznej występującej w czasie spawania [18, 34]. Wykazano, że w czasie spawania sygnały EA powstają na skutek tworzenia się bainitu i martenzytu.

W stalach wysokowęglowych przy temperaturze zbliżonej do M_s zaobserwowano nagły wzrost prędkości przemiany bainitycznej. Jest to spowodowane wcześniejszym utworzeniem płytek midribów w czasie rozpadu austenitu [42]. Zakres występowania bainitu dolnego z midribem (BDM) zmienia się w zależności od zawartości węgla w stali [24]. Przy odpowiednio niskich wartościach temperatury podczas hartowania

z przemianą izotermiczną może zachodzić równoczesny rozpad austenitu na dwa różne składniki strukturalne zawierające bainit dolny z midribem (BDM) oraz typowy bainit dolny (BD) [40, 41]. Woźniak potwierdził w wielu wcześniejszych badaniach [43, 45], że efekty akustyczne w trakcie tworzenia się midribów są wielokrotnie większe niż podczas formowania dalszych wiązek bainitu.

Przy obróbce niskotemperaturowej stali łożyskowej występują przemiany fazowe trudne do identyfikacji ze względu na nakładające się różne zjawiska. Obiecującą pod tym względem może być emisja akustyczna. Kontrolowanie zjawisk występujących w czasie przemiany jest możliwe na podstawie wyznaczonych charakterystyk czasowych i częstotliwościowych fal sprężystych [44].

2. MATERIAŁ I METODKA BADAŃ

Do badań zastosowano stal 100CrMnSi6-4 (EN ISO 683-17:1999). Materiał ten, stosowany na pierścienie i części toczne łożysk, charakteryzuje się wysoką czystością. Dla specjalnych zastosowań, gdzie jest wymagana duża niezawodność pracy łożysk, pierścienie i części toczne wykonuje się ze stali pochodzącej z wytopu próżniowego lub z elektrożużlowego o jeszcze wyższych parametrach czystości.

Badana stal została dostarczona w postaci prętów walcowanych o średnicy 46 mm w stanie zmiękczonej, z jednego wytopu. Analizę składu chemicznego przeprowadzono na urządzeniu firmy Spectrolab. Wyniki analizy składu chemicznego podano w tabeli 1.

Tabela 1. Zawartość pierwiastków w % masy

Table 1. Element contents, in % wt.

C	Mn	Cr	Si	Ni	Mo
0.95	1.10	1.47	0.57	0.07	0.01

Krzem poprawia właściwości plastyczne po hartowaniu izotermicznym, opóźnia procesy odpuszczania i sprzyja tworzeniu międzylistwowego austenitu szczątkowego wzbogaconego w węgiel. Stal LH15SG zawiera podwyższoną zawartość Mn, m.in. innymi w celu zapewnienia większej stabilności wymiarów po obróbce cieplnej. Mangan stabilizuje austenit i nieznacznie obniża M_s a rozpuszczony w ferrycie zwiększa jego wytrzymałość. Dodatek 1,5% chromu w tej stali zapewnia jej dużą hartowność.

Próbki austenitzowano przy 950°C przez 0,5 h i zanurzano w gorącym oleju utrzymującym stałą temperaturę (rys. 1). Takie parametry austenitzacji spowodowały rozpuszczenie znacznej ilości węglików oraz obniżenie temperatury M_s . Badania realizowano w specjalnie skonstruowanym urządzeniu, rejestrującym efekty emisji akustycznej (EA). Nowe stanowisko badawcze (rys. 2) umożliwiło obróbkę cieplną z oziębianiem do wybranych wartości temperatury pomiędzy M_s a M_f . Taka obróbka cieplna prowadzi do rozdziału węgla i wzbogacenia austenitu w węgiel, a poprzez to sterowanie kinetyką tworzenia midribów, stanowiących istotne źródła emisji akustycznej [46].

II. METODY EKSPERYMENTALNE W MECHANICE

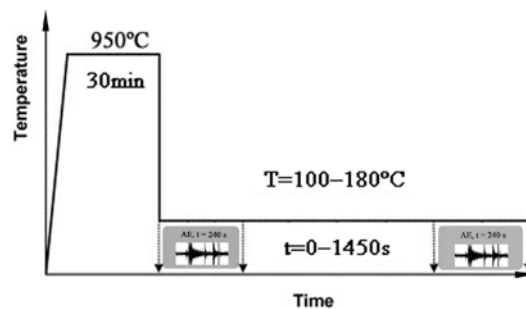


Fig. 1. Proces obróbki cieplnej w czasie eksperymentu na stanowisku do badania emisji akustycznej z zaznaczonymi przedziałami czasu, w których dokonywano wstępnej rejestracji wyników

Fig. 1 The heat treatment during the experiment conducted in the AE measurement set-up with marked time intervals when preliminary result recording was carried out

Cały korpus urządzenia opiera się na zbiorniku oleju. Do jednego z trzpieni zamocowany jest sensor sygnału akustycznego. Od góry przymocowano do urządzenia dwie termopary zanurzone w oleju i podłączone do regulatora temperatury, współpracującego z opaskowym urządzeniem grzewczym. Układ regulacji temperatury wyposażono w dwa cyfrowe sterowniki temperatury, co zapewnia bezpieczeństwo pracy przy wysokich temperaturach oleju oraz zwiększa dokładność regulacji. Z powodu wysokiej temperatury pracy oleju zastosowano chłodzenie radiacyjne sensora emisji akustycznej. Próbki uprzednio nagrzewane w piecu do temperatury austenizacji następnie szybko przenoszono do stanowiska badawczego. W badaniach eksperymentalnych stosowano próbki o średnicy 45 mm i grubości 2 mm. Stanowisko badawcze wyposażono w mechanizm transportujący wygrzane próbki w miejsce stykania się ruchomych trzpieni, zanurzonych w oleju. Poprzez prowadnicę, próbki zanurzane są w gorącym oleju i równocześnie zablokowane przez dwa ruchome trzpienie pełniące rolę falowodów. Trzpienie zbudowane są z materiału o tak dobranych właściwościach akustycznych, że emisja efektów przebiega praktycznie bez zakłóceń. Efekty EA odbierane za pomocą czujników akustycznych (sensorów) przesyłane są do analizatora, a następnie tam wzmacniane i przesyłane do komputera. Za pomocą zaprojektowanego programu są rejestrowane i przedstawione w formie graficznej wizualizacji (rys. 2).

Do obliczenia udziału objętościowego martenzytu atermicznego przy temperaturze 100°C zastosowano wyrażenie K-M [13, 38]:

$$f_{ATERM} = 1 - \exp(-\alpha_m(T_{KM} - T)) \quad (1)$$

gdzie:

- α_m – jest parametrem [19],
- T_{K-M} – temperatura M_s wynikająca z obliczeń.

W obliczeniach udziału objętościowego martenzytu atermicznego f_m przyjęto stałą wartość $\alpha_m = 0,013$ w równaniu K-M. W rzeczywistości współczynnik α_m zależy od chemicznej stabilności austenitu i zawartości węgla, która zmienia się w czasie trwania przemiany.

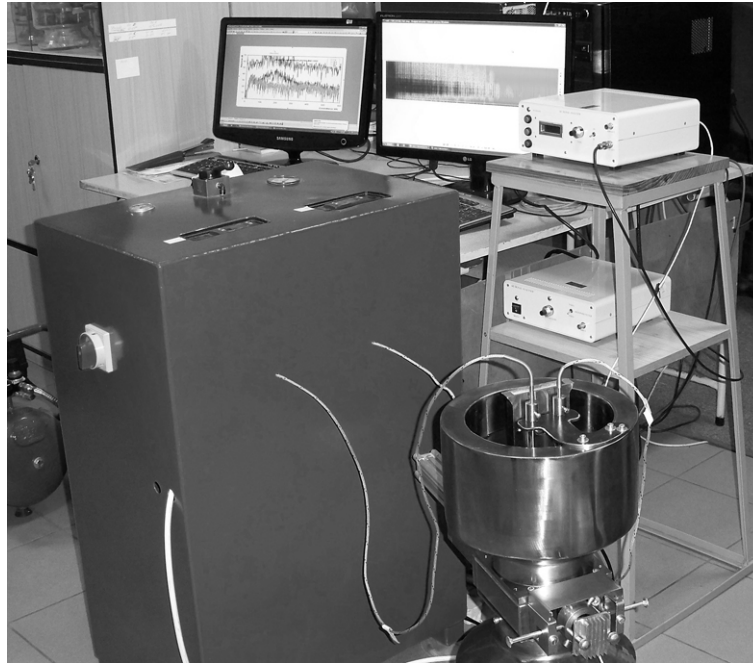
Do obliczenia temperatury T_{K-M} zastosowano wyrażenie opracowane przez Bohemen i Sietsma ($M_s-B = T_{K-M}$) w następującej postaci [37].

$$T_{K-M} (\text{°C}) = 462 - 273x_C - 26x_{Mn} - 16x_{Ni} - 13x_{Cr} - 30x_{Mo} \quad (2)$$

gdzie:

x – koncentracja w % masowych.

Wartość temperatury T_{K-M} otrzymana w wyniku obliczeń wyniosła 153°C.



Rys. 2. Widok urządzenia z analizatorem i tylną częścią szafy sterowniczej

Fig. 2. An illustration of the experimental set-up with an analyser and a rear part of control cubicle

W celu wyznaczenia temperatury Ms w badanej stali ŁH15SG, przeprowadzono dodatkowo badania dylatometryczne na sześciu próbkach. Badania dylatometryczne wykonano na dylatometrze Adamel Lhomargy 04. Do badań stosowano próbki okrągłe o długości 12 mm i średnicy 2 mm. Austenitzowanie próbek dylatometrycznych przeprowadzono w piecu dylatometru przy temperaturze 950°C przez 30 min z dokładnością rejestracji 5 K. Oziębienie próbek w dylatometrze z temperatury austenitzowania do temperatury otoczenia przeprowadzono poprzez nadmuch helu.

3. REJESTRACJA I OBRÓBKA SYGNAŁÓW

Sygnal EA w postaci fal sprężystych zamienia się na sygnał elektryczny za pomocą przetworników piezoelektrycznych, który ma postać gasnącej sinusoidy. Sygnały EA wysyłane podczas hartowania z przemianą izotermiczną zapisywano przy użyciu specjalnej aparatury, do której podłączono przetwornik ultradźwiękowy. Odbiór sygnałów realizowano za pomocą szerokopasmowego sensora piezoelektrycznego EA

II. METODY EKSPERYMENTALNE W MECHANICE

typu WD (20 kHz – 900 kHz) dołączonego do pary wejść różnicowych przedwzmacniacza niskoszumowego (rys. 3). Rejestrację sygnałów prowadzono za pomocą analizatora AE SIGNAL ANALYSER 10/20 kHz – 800 kHz. Przyrząd ten wyposażono w filtr dolnoprzepustowy czwartego rzędu o częstotliwości odcięcia ok 800 kHz.

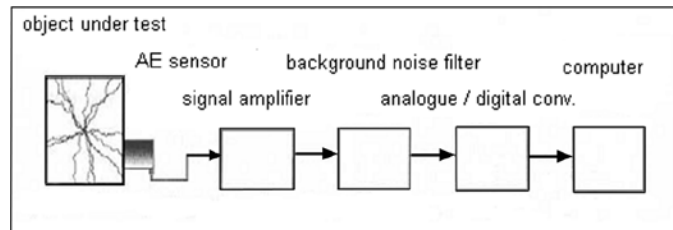


Fig. 3. Schemat blokowy stanowiska do badania emisji akustycznej

Fig. 3. A block diagram of the experimental set-up used for the AE measurement

Dźwięk obrabiano za pomocą karty rejestrującej zamontowanej w komputerze i zapisywano w pamięci przy użyciu specjalistycznego oprogramowania. Na podstawie uzyskiwanych charakterystyk graficznych EA można wnioskować o kinetyce i mechanizmie przemian fazowych w badanej stali łożyskowej.

Pomiar sygnału emisji akustycznej przeprowadzono za pomocą dwóch falowodów w postaci dociskanych trzpieni z wykorzystaniem układu pneumatycznego. Koniec jednego z falowodów dociska bezpośrednio do próbki, a drugi koniec połączono z czujnikiem EA. Zakres temperatury, w której czujnik może działać to zwykle zakres – 40-180°C. W celu wyeliminowania tłumienia średnica falowodu powinna być możliwie jak najwyższa, a falowód powinien mieć wartość impedancji akustycznej podobną do tej, jaką posiada próbka.

Sygnały EA zapisywano w pamięci komputera PC za pomocą karty ADLINK 9812, dzięki czemu prowadzono rejestrację sygnału EA z wyjścia „Amplifier out” z częstotliwością 1200 kHz. Maksymalny czas rejestracji wyniósł 4 min. Rozdzielczość systemu wyniosła 0,8 μ s, jednak ze względu na użyty algorytm wykrycia zdarzenia, dokładność czasu stanowiły trzy próbki sygnału czyli 2,4 μ s. Do wykrywania zdarzeń analizowano wartość bezwzględną sygnału dodatniego i ujemnego. Jako format danych zastosowano tryb bipolarny 5V. Algorytm analizował cyfrowe próbki sygnału w skali 0-2048 (dla zakresu fizycznego 0-5 V). Wzmocnienie maksymalne przyrządu wynosiło 72 dB (X 4000) w paśmie 0,01-0,8 MHz. Wartość skuteczna szumów na wejściu przedwzmacniacza wynosiła ok. 12-15 mikrowoltów, co po wzmocnieniu 66 dB (x2000) stanowiło poziom 24 mV. Częstotliwość odcięcia filtra górnoprzepustowego wyniosła 20 kHz. Sygnały tła od procesów przemian fazowych były za pomocą tego filtra eliminowane z dalszej obróbki. Filtr dolnoprzepustowy o częstotliwości odcięcia 900 kHz wygładzał sygnał i ograniczał szumy systemu pomiarowego. Pomiar powtarzalności pomiaru przy identycznym źródle i przy tym samym zamocowaniu czujnika dawały odchylenie standardowe 4% dla 30 pomiarów. Rejestrację i analizę sygnałów EA przeprowadzono za pomocą specjalnego oprogramowania komputerowego do rejestracji, wykreślenia spektrogramu i wyznaczania wartości skutecznej sygnału EA oraz do analizy energii, liczby i czasu trwania zdarzeń EA.

Wartości skuteczne sygnału EA wyznaczono za pomocą cyfrowej filtracji dla wybranej wartości częstotliwości. Program komputerowy umożliwia podział widma sygnału na

pasma. Szerokość pasma (prążka) jest rzędu 2 kHz przy spadku energii 3 dB. Średnia wartość napięcia skutecznego U^2 odniesiono do poziomu tła według wyrażenia [35-37]:

$$\overline{U^2}(t) = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} U_i^2(t') dt' - \overline{U_n^2} \quad (3)$$

gdzie:

- $U_i(t')$ – jest napięciem na wyjściu z sensora,
- τ – jest stałą czasową,
- U_n – wartością skuteczną poziomu szumów tła.

Ciągły sygnał emisji akustycznej $v(t)$ w wybranym skończonym przedziale czasu przedstawiono jako funkcję jego charakterystyki widmowej $A(\omega)$, gdzie ω jest pulsacją częstotliwości f , określoną jako $\omega = 2\pi f$. Przy założeniu całkowalności, funkcja $v(t)$ była liniowo przekształcana w funkcję gęstości widmowej $A(\omega)$:

$$v(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} A(\omega) \exp(j\omega t) d\omega \quad (4)$$

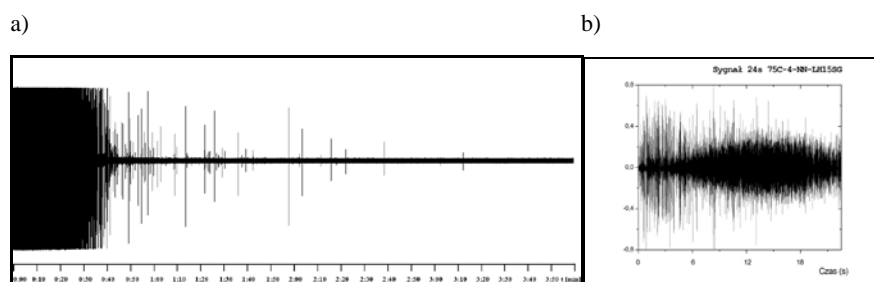
W programie komputerowym zastosowano specjalne okno graficzne do wyświetlania liczbowej wizualizacji maksymalnych wartości sygnału w kolejnych ramkach czasowych co 15 milisekund. Do wykreślenia spektrogramu zastosowano okienkowy algorytm STFT Short Time Fourier Transform z oknem Hamminga. Każda ramka była otrzymywana z 17640 próbek sygnału. Widmo było obliczane z kolejnych 1647 próbek wewnątrz ramki, tam gdzie sygnał miał maksymalną wartość. Częstotliwość próbkowania wybrano na poziomie co najmniej dwukrotnym w stosunku do górnej granicy pasma. Minimalna wartość próbkowania musiała wynosić 600 kHz. Jednak ze względu zwiększenie dokładności analiz, wybrano częstotliwość próbkowania na poziomie 1200 kHz. W celu scharakteryzowania sygnałów EA typu wybuchowego ustawiano poziom progowy ponad poziom szumów tła; wybrana wartość progowa zależała od amplitudy sygnałów EA i żądanej liczby uzyskanych danych. Jeśli sygnał EA przekraczał próg zarówno w kierunku dodatnim jak i w ujemnym, wówczas zdarzenie rejestrowano. W obliczeniach liczby zdarzeń uwzględniono przekroczenie poziomu progowego np. 1000 oraz taki sam poziom spadku. Po to, aby pozbyć się zakłóceń szumowych od sumy dwóch sąsiednich próbek odejmowano sumę dwóch poprzednich. Jeśli ta różnica przekroczyła 1000 jednostek, to sygnalizowany był start zdarzenia i liczono czas do momentu, aż kolejna różnica będzie niższa od 1000 jednostek. Wyniki obliczeń dopasowano do skali pięciowoltowej. Jako liczbę zdarzeń przyjmowano wykrycie przekroczenia progowego. Ze względu na użyty algorytm najkrótsze zdarzenie to trzy próbki sygnału, czyli 2,4 mikrosekundy.

Do analizy sygnałów zastosowano dodatkowo programy Cool Edit Pro 2.0 do edycji plików oraz program Origin do szczegółowej analizy wybranych fragmentów.

4. WYNIKI BADAŃ

Przykłady typowych kształtów fal przedstawiono na rysunkach 4 i 5. Fala wyemitowana ze źródła ulega w końcu wytłumieniu.

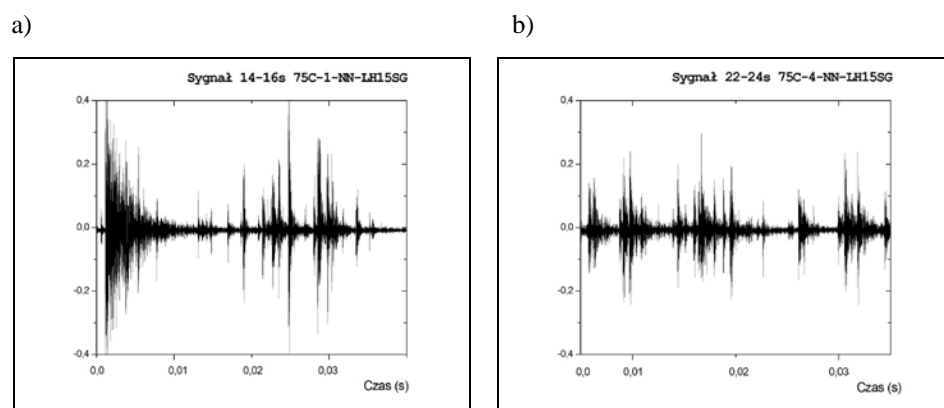
II. METODY EKSPERYMENTALNE W MECHANICE



Rys. 4. Obrazy sygnałów EA dla próbek przy temperaturze 75°C, a) w czasie 240 sekund, b) w czasie pierwszych 24 sekund

Fig. 4. Images of AE signals at temperature 75°C, a) during the time of 240 seconds, b) during first 24 seconds

Czas tłumienia zależy od wymiarów próbki oraz właściwości tłumiących materiału. Emisja akustyczna może być charakteryzowana poprzez obrazy pojedynczych zdarzeń. W celu analizy pojedynczych sygnałów, przy różnych temperaturach hartowania izotermicznego, dokonano ich fragmentacji, co przedstawiono w formie graficznej, na rysunku 5. Przy temperaturze 160°C szybkość występowania sygnałów jest tak duża, że indywidualne zdarzenia nakładają się na siebie i tworzą sygnał o charakterze ciągłym. Takie odróżnienie sygnałów ma tylko charakter czysto umowny, ponieważ w tym ciągłym obrazie sygnału także można wyróżnić pojedyncze zdarzenia.

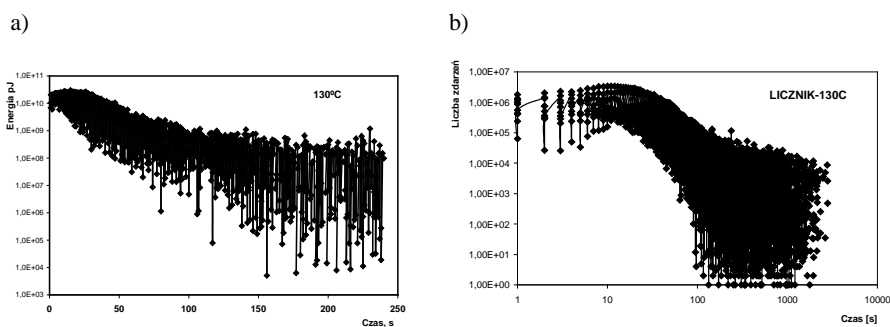


Rys. 5. Fragmenty obrazu sygnału emisji akustycznej dla próbek przy temperaturze 75°C w przedziale o szerokości 40 ms w czasie pomiędzy a) 14 a 16 sekundą, b) 22-24 sekundą

Fig. 5. Fragments of AE signal image for samples at temperature 75°C in time interval of 40 ms between: a) 14th and 16th second, b) 22th and 24th second

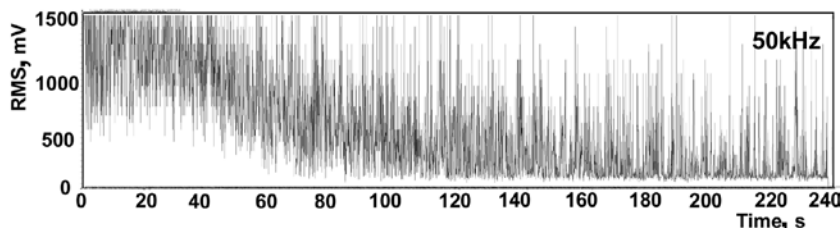
W analizie zjawiska emisji akustycznej istotne jest poszukiwanie parametrów opartych na energii zdarzeń, tempie zliczeń w czasie 1 sekundy (rys. 6) lub wartości RMS sygnałów (rys. 7) i ich względna analiza w odniesieniu do stałego poziomu. Generalnie do oceny rejestruje się kilkaset czy kilka tysięcy wybuchów. Po to aby ocenić wszystkie kształty fali odpowiadające wybuchom wymagana jest ogromna ilość pamięci, a interpretacja samych kształtów fal jest trudna. Dlatego wyznacza się najbardziej istotne

cechy. Główne parametry sygnałów opisujące kształt fali to: amplituda sygnału oraz czas trwania sygnału. Czas przekroczenia pierwszego progu jest potrzebny do obliczenia lokalizacji zdarzenia EA. Parametr ‘zliczeń’ podaje liczbę przypadków przekroczenia przez sygnał progu granicznego. Amplitudą jest napięcie maksymalne funkcji falowej EA i może być użyteczne do obliczeń energii i wielkości sygnału. Czas trwania zdarzenia jest to czas od pierwszego do ostatniego przekroczenia progu granicznego. Przykładowy spektrogram sygnałów AE w czasie procesu hartowania izotermicznego zamieszczono na rysunku 8. Każdy akustogram zawiera dużą ilość użytecznych informacji w układzie współrzędnych, takich jak: czas – amplituda. Na osi poziomej na rysunku 8 oznaczono czas rejestracji sygnału (pierwsze 240 s od początku), na osi pionowej oznaczono częstotliwość zarejestrowanego sygnału w skali liniowej 0-600 kHz. Kolory kodują wartość pierwiastka z widmowej gęstości mocy rejestrowanego sygnału w 9-stopniowej skali. Najniższą moc sygnału oznaczono kolorem ciemnoniebieskim, najwyższą moc sygnału oznaczono kolorem ciemnoczerwonym. Dokładniejszą analizę w dziedzinie czasu można uzyskać zmniejszając ilość próbek, jednak efektem tego jest zmniejszenie dokładności w dziedzinie częstotliwości.



Rys. 6. Zestawienie zbiorcze wyników badań emisji akustycznej przy temperaturze hartowania 130°C, a) pasmo energii zdarzeń, b) pasmo liczby zdarzeń w dłuższym czasie rejestracji wyznaczone za pomocą dodatkowego licznika

Fig. 6. Overall list of the results of AE testing in hardening temperature 130°C, a) the AE event energy band, b) the band of event number in longer time of recording, determined by using an additional counter

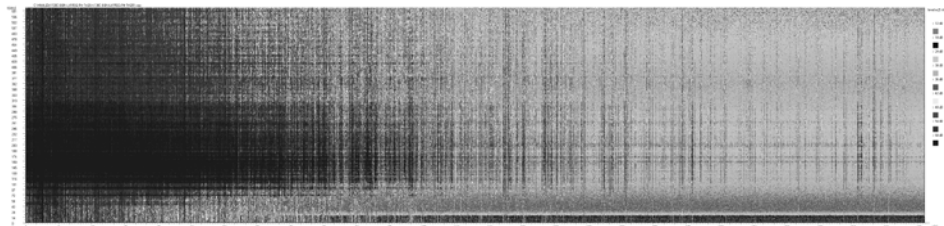


Rys. 7. Przykładowe wyniki RMS filtracji cyfrowej dla częstotliwości 50kHz przy temperaturze hartowania 100°C

Fig. 7. Exemplary results of the RMS digital filtration for frequency 50kHz at hardening temperature 100°C

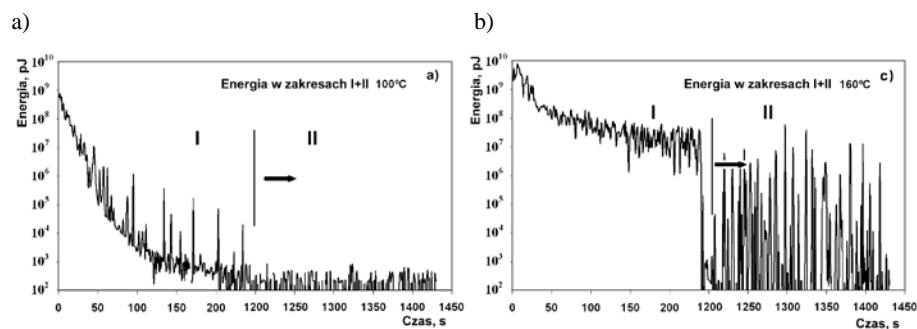
II. METODY EKSPERYMENTALNE W MECHANICE

Złożony charakter przemiany wynikający z równoczesnego występowania różnych reakcji rozpadu jest widoczny na zbiorczych wynikach zdarzeń emisji akustycznej, (rys. 6). Przedłużenie czasu przemiany przy temperaturze 160°C skutkuje znacznym zwiększeniem ilości zdarzeń emisji akustycznej. Przemiana fazowa zachodzi najdłużej przy temperaturze 160°C w przeciwieństwie do innych wartości temperatury, gdzie obserwuje się szybszą stabilizację. Konsekwencją przedłużonej przemiany fazowej przy temperaturze 160°C jest intensywna emisja akustyczna zobrazowana wyraźnie na spektrogramach oraz wykresach energii podczas drugiego etapu czasu rejestracji sygnałów (rys. 9b).



Rys. 8. Przykładowy spektrogramy sygnałów emisji akustycznej dla stali 100CrMnSi6-4, po hartowaniu z przemianą izotermiczną przy temperaturze 130°C

Fig. 8. A sample spectrogram of the acoustic emission signals for 100CrMnSi6-4 steel, after austempering at 130°C

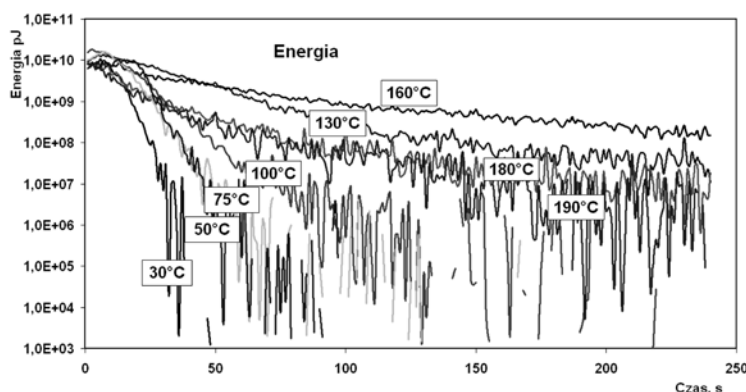


Rys. 9. Przykłady obliczeń energii sygnałów emisji akustycznej na początku (w czasie pierwszych 4 min) oraz przez dalsze 4min. Rejestracji w I i II etapie. Strzałka oznacza 20 min przerwę w ciągłości rejestracji, spowodowaną ograniczeniami w możliwości dłuższego zapisu cyfrowego. Hartowania z przemianą izotermiczną przy temperaturze: a) 100°C; b) 160°C

Fig. 9. The instances of computing AE energy signals at the beginning (in first four minutes) and during farther 4 minutes of recording at 1st and 2nd stage. The arrow indicates the 20-minute break of continuous recording resulted from limitations of the possibility of longer digital recording. Austempering at temperature: a) 100°C; b) 160°C

Zmiany energii zdarzeń sygnałów emisji akustycznej wygenerowanej w hartowaniu z przemianą izotermiczną dla różnych warunków przemiany liczone w pJ, (rys. 9-10). Ze względu na stosunkowo duży zakres czasu emisji akustycznej w analizowanych przypadkach, analizę energii zdarzeń EA przeprowadzono zarówno w czasie pierwszych 4 min rejestracji, jak i po dalszych 20 min hartowania (drugi etap rejestracji zdarzeń EA

oznaczone strzałką). Na początku przemiany energia EA gwałtownie wzrasta do wartości maksymalnej, a następnie opada do poziomu szumów tła (\bar{U}_n^2) w miarę postępu przemiany. Zakłada się, że przemiana osiąga swój kres, ($f \rightarrow 1$), kiedy \bar{U}^2 równa się \bar{U}_n^2 .



Rys. 10. Porównanie krzywych średnich wartości energii zdarzeń EA czasie rejestracji 240 s w kolejnych zakresach czasu przemiany przy różnych wartościach temperatury hartowania

Fig. 10. The comparison of AE event energy mean value curves in the recording time of 240 s in consecutive ranges of transformation time with different values of hardening temperature

4.1. Analiza udziału objętościowego produktów

Krzywe kinetyczne określono na podstawie udziałów ilościowych składników struktury z badań metalograficznych oraz na podstawie zmierzonych energii w czasie emisji akustycznej. Energia dE_{EA} fal emisji akustycznej wytwarzanych podczas tworzenia się martenzytu o objętości dV_m jest proporcjonalna do tej objętości:

$$dE_{AE} \propto dV_m \quad (5)$$

Szybkość emisji energii w źródle EA można wyrazić za pomocą kwadratu średniego napięcia \bar{U}^2 fal akustycznych na przetworniku [6]:

$$dE_{AE} / dt \propto \bar{U}^2 \quad (6)$$

przy \bar{U}^2 zdefiniowanym równaniem (3).

Przez podstawienie równań (5-6) i scałowanie otrzymano następującą formę:

$$\int \bar{U}_m^2 dt \propto \int dV_m \quad (7)$$

Wyrażenie całkowe po prawej stronie jest równoważne objętości V_m martenzytu, a zależność (7) można zapisać jako:

$$\int \bar{U}_m^2 dt \propto k_m V_m \quad (8)$$

gdzie: k_m jest współczynnikiem proporcjonalności pomiędzy energią EA a objętością podlegającą przemianie.

II. METODY EKSPERYMENTALNE W MECHANICE

Całkę po lewej stronie można obliczyć poprzez pomiar pola powierzchni pod krzywą wykresu zależności \bar{U}^2 od czasu t . Zakładając, że ta teoria obowiązuje dla każdej przemiany z przemieszczeniem wywołującej emisję akustyczną, to równanie (8) sprowadza się do ogólnej postaci:

$$\int \bar{U}_m^2 dt \propto k_b V_b + k_m V_m \quad (9)$$

gdzie k_b jest współczynnikiem proporcjonalności utworzonego bainitu, a V_b objętością bainitu. Wzór ten można napisać w formie różniczkowej jako:

$$\bar{U}^2 = k_b \frac{dV_b}{dt} + k_m \frac{dV_m}{dt} = \bar{U}_b^2 + \bar{U}_m^2 \quad (10)$$

Należy zauważyć, że równania (9) i (10) można rozpatrywać jako wyraz zachowania energii. Gdy bainit i martenzyt tworzą się jednocześnie, to całkowita zmierzona energia akustyczna w dowolnej chwili jest sumą energii EA spowodowanych tworzeniem się odpowiednio: bainitu i martenzytu.

Chwilowa energia EA w czasie przemiany jest proporcjonalna do objętości powstałego martenzytu i bainitu przy współczynniku proporcjonalności k . Z wyrażenia (8) wynika, że energia EA \bar{U}^2 jest proporcjonalna do szybkości przemiany objętościowej dV/dt ,

$$\bar{U}^2 = k \frac{dV}{dt} \quad (11)$$

gdzie: V jest objętością martenzytu i bainitu w próbce.

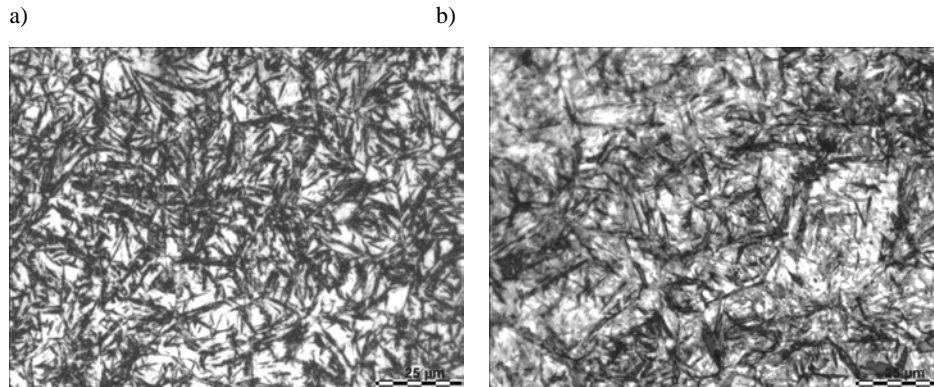
Zmianę ułamka objętościowego martenzytu i bainitu f w połączeniu z równaniem (11) można zapisać jako:

$$\frac{df}{dt} = \frac{1}{V_m} \frac{dV}{dt} = \frac{\bar{U}^2}{\int \bar{U}^2 dt} \quad (12)$$

Po uwzględnieniu obliczeń udziałów objętościowych f_{Mikr} martenzytu i bainitu (rys. 11, 12) odpowiadających E_{Max} otrzymano wyniki zmian bieżących przyrostów objętości. Na tej podstawie wykreślono następnie krzywe kinetyczne, (rys. 13).

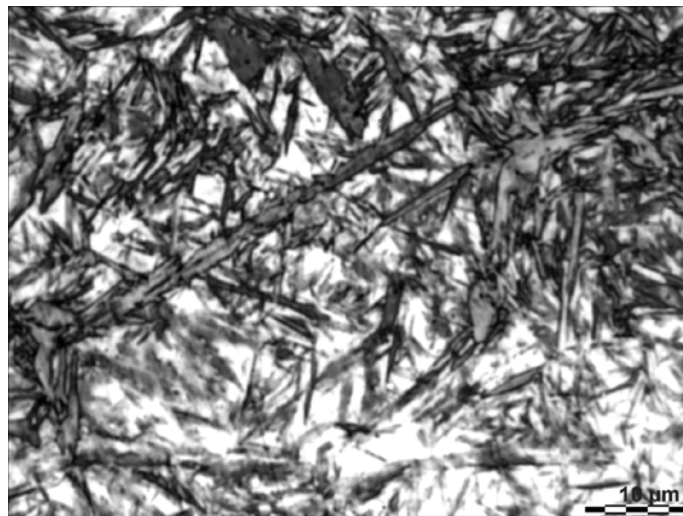
$$f_{EA(t)} = \frac{\int_0^t \bar{U}^2 dt}{\int_0^{t_{max}} \bar{U}^2 dt} = \frac{E_t}{E_{Max}} \times f_{Mikr} \quad (13)$$

Energię zdarzeń E_t obliczano w przybliżeniu, jako pole trójkąta odpowiadającego polowie iloczynu z kwadratu napięcia V_{max} i czasu trwania zdarzenia.



Rys. 11. Wyniki badań mikrostrukturalnych po hartowaniu z przemianą izotermiczną w czasie 1450 s przy temperaturze a) 30°C, b) 160°C, trawienie za pomocą Nitalu, mikroskopia świetlna

Fig. 11. Results of microstructure analyses after austempering in time 1450 s at temperature: a) 30°C, b) 160°C, Nital etching, light microscopy



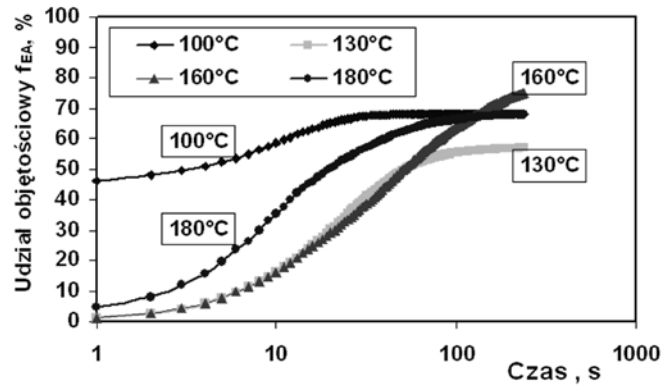
Rys. 12. Płytki bainitu dolnego z midribem po hartowaniu z przemianą izotermiczną przy temperaturze 160°C w czasie 1450 s, mikroskopia świetlna

Fig. 12. Plates of lower bainite with midrib after austempering at temperature 160°C in time 1450 s, light microscopy

Na rysunku 13 przedstawiono wyniki obliczeń kinetyki przemian. Przy temperaturze 100°C zaznaczono skokowy wzrost udziału objętościowego spowodowany przekroczeniem temperatury M_s . W analizach dotyczących tego fragmentu ułamek objętościowego przyjęto temperaturę M_s 153°C z obliczeń, która jest także zbliżona do temperatury M_s równej 157°C wyznaczonej jako odchylenie krzywej dylatometrycznej od linii prostej. Niewątpliwie przemiana fazowa przy temperaturze 100°C jest zdomi-

II. METODY EKSPERYMENTALNE W MECHANICE

nowana przez martenzyt termiczny, ponieważ minimum na krzywej dylatometrycznej określono przy temperaturze 110°C, od której przemiana ma charakter masowy.



Rys. 13. Krzywe kinetyczne rozpadu austenitu w czasie hartowania z przemianą izotermiczną w zakresie temperatury 100-180°C, wyznaczone za pomocą badań energii zdarzeń emisji akustycznej i analizy udziałów objętościowych z badań metalograficznych

Fig. 13. Kinetic curves of austenite decay during austempering in temperature range 100-180°C, determined by the analysis of AE event energy, and by the analysis of volume fractions from metalographic testing

5. DYSKUSJA

Z analizy kształtu sygnałów przy różnych temperaturach hartowania wynika, że fala sprężysta po wystąpieniu każdego zdarzenia ulega wyciśnieniu. Czas tłumienia zależy zasadniczo od wymiarów próbki oraz od właściwości tłumiących materiału. Zwykle czas trwania wykrytego kształtu fali jest o wiele dłuższy niż czas trwania zdarzenia u źródła. Mierzony kształt fali przedstawia odpowiedź próbki na fale występujące w źródle. Informacja o częstotliwości może być częściowo związana z geometrią próbki, a nie tylko z charakterystyką zdarzenia w źródle. Pierwotny kształt fali u źródła $S(t)$ ulega znaczącej zmianie po przejściu przez próbkę a następnie podlega dodatkowo konwersji w przetworniku na sygnał elektryczny. Kształt funkcji przemieszczenia na powierzchni $X(t)$ można opisać matematycznie w postaci splotu sygnału [39]:

$$X(t) = M \cdot S(t) \quad (14)$$

gdzie: M – funkcja odpowiedzi materiału.

Początkowo jedno zdarzenie EA interpretowano z tworzeniem jednego kryształu martenzytu [20, 53]. Wartość tego założenia jest jednak bardzo wątpliwa, gdyż ruchy dyslokacyjne towarzyszące przemianie martenzytycznej są także ważnym źródłem emisji akustycznej. Ponieważ ruchy dyslokacyjne wiążą się także z migracją powierzchni międzyfazowej, to tworzenie się martenzytu listwowego lub płytkowego przypuszczalnie skutkuje wieloma zdarzeniami EA.

Na wyniki badań EA ma wpływ wiele czynników związanych emisją w źródle a detekcją na przetworniku [1]. Wartość energii sygnału elektrycznego zmierzona na przetworniku zależy od takich czynników jak impedancja akustyczna przetwornika oraz próbki oraz szerokość pasma. W doświadczeniach, w których zastosowano tę samą geometrię próbek niektóre czynniki mogą być traktowane jako stałe.

Wyniki pomiarów emisji akustycznej w zakresie temperatury 30-100°C wskazują na bardzo krótki zakres izotermicznej przemiany martenzytycznej. Zasadnicze efekty emisji mieszczą się w zakresie czasu do 50 s (rys. 4, 9, 10), co wynika także ze spektrogramów (rys. 8). Intensywny przebieg przemiany trwa do 25 s. Po tym, przemiana zachodzi lokalnie z pojedynczymi zdarzeniami emisji akustycznej. W tym czasie energia sygnałów emisji akustycznej zmniejsza się o 4 rzędy wielkości, a po czasie około 100 s zmniejsza się do poziomu tła, (rys. 10). Przy temperaturze 100°C na początku występuje atermiczna przemiana martenzytyczna. Następnie zachodzi wzrost martenzytu atermicznego oraz dalsza przemiana martenzytyczna w warunkach izotermicznych. Wraz ze zwiększeniem temperatury od 100°C do 160°C zaobserwowano stopniowe przesunięcie czasu trwania emisji, co świadczy o przedłużeniu czasu przemiany. Zmiana energii sygnałów (rys. 10) w czasie pierwszych 4 min trwania procesu przemian fazowych, także wskazuje na skokowy przebieg przemian, ze zdarzeniami EA o bardzo dużej energii. Przy temperaturze 100°C energia zdarzeń spada szybko do poziomu tła. Przy temperaturze 160°C po czasie 240 s pojawiają się jeszcze dodatkowe sygnały o wysokiej energii. Wyniki energii sygnałów są bardzo wysokie, zarówno w I etapie czasu rejestracji jak i w II czasie rejestracji, rys. 9b. Energia sygnałów w II etapie przy temperaturze 160°C jest jeszcze tak duża, że jest porównywalna z energią sygnałów podczas I etapu (240 s). Przy wyższej temperaturze dochodzącej do 180°C, przemiana ma także intensywny przebieg. Przy tej temperaturze w pierwszych 4 minutach częstość występowania zdarzeń jest tak duża, że krzywa obrazująca zmiany energii ma jeszcze ciągły przebieg. W tym czasie zazwyczaj nie można jeszcze wyróżnić pojedynczych zdarzeń emisji akustycznej. Ich gęstość stopniowo maleje ze wzrostem czasu przemiany.

Zaobserwowano, że charakterystyczne cechy mikrostrukturalne mają ścisły związek z intensywnością emisji akustycznej. Ze względu na energię zdarzeń jest ona najbardziej intensywna przy temperaturach hartowania 130-160°C, (rys. 10). Stwierdzono, że przy tych temperaturach występuje także maksymalna liczba zdarzeń emisji akustycznej, wywołanych utworzonymi midribami, (rys. 12). Prowadzone wcześniej badania emisji akustycznej przez Woźniaka, w zakresie tworzenia midribów w stali wysokowęglowej o zawartości 1,1 %mas. C, pozwalają przypuszczać, że intensywne sygnały występujące w badanej stali żyłyskowej przy temperaturze 160°C są spowodowane procesami dyfuzji węgla do austenitu, co inicjuje tworzenie się płytek martenzytu izotermicznego (midribów).

6. WNIOSKI

- 1) Formowaniu się martenzytu w stali towarzyszy emisja akustyczna. Jest dość zaskakującym fakt, że emisja akustyczna dotychczas była rzadko używana do monitorowania tego rodzaju przemian fazowych. W przeciwieństwie do badań metalograficznych emisja akustyczna oferuje prosty test in-situ do oceny czy przemiana jest typu przemieszczeniowego.

II. METODY EKSPERYMENTALNE W MECHANICE

- 2) Metoda emisji akustycznej może być z powodzeniem zastosowana w stali LH15SG do analizy kinetyki przemian zachodzących podczas hartowania. W badaniach niniejszych potwierdzono, że przemiana austenitu w martenzyt nie zawsze zatrzymuje się, gdy utrzymywana jest stała temperatura. Najbardziej intensywny przebieg przemian fazowych występuje przy temperaturze 160°C, zbliżonej do temperatury M_s . Zarówno zmiana temperatury, jak i czynnik czasu mają istotny wpływ na kinetykę izotermicznej przemiany martenzytycznej, co było poglądem często negowanym. Niezależnie od zmian temperatury dominujący zakres widmowy sygnałów jest stały i mieści się w zakresie 100-300 kHz.
- 3) Kontrolowanie procesu tworzenia się węglików może być krytycznym czynnikiem wpływającym na intensywność emisji akustycznej. Przy temperaturze powyżej 160°C węgliki przejściowe zmniejszają potencjał węgla w austenicie, a tym samym zdolność do zarodkowania midribów w austenicie. Czynnikiem sprzyjającym najdłuższej i jednocześnie wzmożonej aktywności akustycznej przy temperaturze 160°C może być także oddziaływanie skupisk defektów punktowych (wakansów) z dyslokacjami cząstkowymi. Przyłączenie skupisk wakansów do dyslokacji cząstkowych może opóźnić procesy zarodkowania midribów.
- 4) Kontrola przebiegu procesu przemiany może być skuteczna za pomocą pomiarów całkowitej energii zdarzeń, a także tempa zdarzeń. Mierzony kształt fali przedstawia odpowiedź na początkowe fale w źródle, dlatego informacja w kształcie fali jest związana nie tylko z charakterystyką zdarzenia w samym źródle, lecz także w pewnym stopniu z geometrią próbki i stanowiska badawczego.

THE ANALYSIS OF KINETICS OF PHASE TRANSITIONS DURING HARDENING BEARING STEEL BASING ON ACOUSTIC ENERGY (AE) METHOD

Summary

This paper presents the results of the research on the use of a unique method of ultrasonic emission to assess the kinetics of events that occur while hardening bearing steel LH15SG. In order to implement the outlined tasks, it was necessary to build an original testing post with the equipment for registering acoustic emission, including a modern AE analyser, and to work out software able to analyse the results of tests carried out. The tests were made at temperatures ranging from 30°C to 190°C, i.e. within martensite and lower bainite formation. The analysis of the obtained results revealed that the processes of midrib formation generate signals of extraordinarily high power. The results of the research on ultrasonic emission helped us to calculate the energy of events as a function of time and hardening temperature, and to work out frequency characteristics of elastic waves presented in spectrograms. Basing on the studies of microstructure, it was found that the previously formed martensite of midrib morphology also initiates further bainitic transformation. The results make a significant contribution to the explanation of the effect of midribs on the bainitic and martensitic transition. They have a significant practical meaning, as they make it possible to work out modern concepts of heat treatment with the processes of carbon distribution and austenite enrichment in carbon, and they also may control the kinetics of phase transformations while quenching. A physical cause of generating elastic waves while quenching steel is connected with the processes of shearing and oscillations as well as with a dislocation movement.

Keywords: acoustic emission, spectrogram, bainite, kinetics, bearing steel

LITERATURA

- [1] Berlinsky Y., Rosen M., Simmons J.A., Wadley H.N.G., 1991. A calibration approach to acoustic emission energy measurement. *J. of Nondestructive Evaluation* 10, 1-5.
- [2] Bidlingmaier T., Wanner A., Dehm G., Clemens H., 1999. Acoustic Emission during Room Temperature Deformation of a γ -TiAl Based Alloy. *Zeitschrift für Metallkunde* 90, 581-587.
- [3] BN-70/1120-03: Nity lotnicze. Dobór długości, wymiary zakuwek i średnice otworów na nity.
- [4] Boiko V.S., 1973. Dislocation Description of Twin Dynamic Behaviour. *Phys. Stat. Sol.* 55(b), 477-482.
- [5] Certificate of Conformance DF1100, Fibercore, Southampton 2009.
- [6] Certificate of Conformance M-5 (980/125), Fibercore, Southampton 2009.
- [7] Choroś J., Gadaj S.P., Kaczmarek J., Oliferuk W., Pieczyńska E., 1982. Emisja akustyczna towarzysząca przemianom fazowym w deformowanej stali 1H18N9T. Pr. Inst. Podstawowych Problemów Techniki PAN 31, Warszawa.
- [8] FMZ10 S – Badanie światłowodów, 2006. Materiały przeznaczone dla studentów Informatyki Stosowanej w Instytucie Fizyki Uniwersytetu Jagiellońskiego, Zakład Fotoniki UJ, Kraków, pr. niepublikowana.
- [9] Honeycombe R.W.K., Bhadeshia H.K.D.H., 1995. *Steels – Microstructure and Properties*. (2nd ed.). Edward Arnold, London.
- [10] <http://ee.vizz.pl/lukasz/wshe/materialy/semestr5/ts/TS4.pdf>
- [11] Jachimowicz J., Szymczyk E., Sławiński G., 2008. Analiza wpływu technologii nitowania na stan przemieszczeń, odkształceń i naprężeń wokół nitu. *Mechanik* 4.
- [12] Kannatey-Asibu Jr.E., Dong P., 1986. Analysis of Acoustic Emission Signal Generation During Martensitic Transformation. *ASME J. Eng. Ind.* 108, 328-331.
- [13] Koistinen D.P., Marburger R.E., 1959. A General Equation Prescribing the Extent of the Austenite-Martensite Transformation in Pure Iron-Carbon Alloys and Plain Carbon Steels. *Acta Metallurgica* 7, 59-60.
- [14] Langrand B., Deletombe E., Markiewicz E., Drazetic P., 2001. Riveted joints modeling for numerical analysis of airframe crashworthiness. *Finite Elements in Analysis and Design* 38, 21-44
- [15] Langrand B., Patronelli L., Deletombe E., Markiewicz E., Drazetic P., 2002. Full scale experimental characterisation for riveted joint design. *Aerospace Science and Technology* 6, 333-342
- [16] Li G., Shi G., 2004. Effect of the Riveting Process on the Residual Stress in Fuselage Lap Joints. *Canadian Aeronautics and Space J.* 50(2), 91-105.
- [17] Li G., Shi G., Berllinger N.C., 2005. Studies of Residual Stress in Single-Row Countersunk Riveted Lap Joints. 46th AIAA/ASME/ASCE/AHS /ASC Structures, Structural Dynamics & Materials Conference, Hyatt Regency Austin, 1-18.
- [18] Liu X., Kannatey-Asibu Jr.E., 1990. Classification of AE signals for martensite formation from welding. *Welding, J* 69, 389-394.
- [19] Magee C.L., 1970. The Nucleation of Martensite. *Phase Transformations*. American Society of Metals, 115-156.

- [20] Manosa L.I., Planes A., Rouby D., Macqueron J.L., 1990. Acoustic Emission in Martensitic Transformation. *Acta Metall. and Mat.* 38, 1635-1642.
- [21] Müller R., 1995. An experimental and numerical investigation on the fatigue behaviour of fuselage riveted lap joints. Doctoral Dissertation. Delft University of Technology.
- [22] Nabuda Z., Lichograj R., Wrzosek P., 2007. Światłowodowe sieci teleinformatyczne. VI Konferencja Informatyki Stosowanej, Chełm, 201-219.
- [23] Obrazy termoluminescencji we współpracy z Ratuszek M., Zakrzewski Z., Majewski J.
- [24] Oka M., Okamoto H., 1988. Swing Back in Kinetics Near M_s in Hypereutectoid Steels. *Metallurgical and Materials Transactions* 19(A), 447-453.
- [25] Pawełek A., Piątkowski A., Jasiński Z., Litwora A., Paul H., 1998. Acoustic emission and Portevin-Le Chatelier effect during tensile deformation of polycrystalline α -brass. *Molecular & Quantum Acoustics* 19, 201-215.
- [26] PN-EN ISO 14589, 2003. Nity jednostronne. Badania mechaniczne.
- [27] Ranachowski J., 1991. Problemy Współczesnej Akustyki. [W:] *Metody akustyczne w badaniach metali*, pod red. S. Pileckiego, Inst. Podstawowych Problemów Techniki PAN, Warszawa.
- [28] Ratuszek M., 2008. Termiczne połączenia jednomodowych światłowodów telekomunikacyjnych. Wyd. Uczel. UTP w Bydgoszczy.
- [29] Rijck J.J.M., Homan J.J., Schijve J., Bendictus R., 2007. The driven rivet head dimensions as an indication of the fatigue performance of aircraft lap joints. *Int. J. of Fatigue* 29, 2208-2218.
- [30] Romaniuk R., 2009. Szkło dla fotoniki. Część 14. Parametry szklanego włókna optycznego. *Elektronika – konstrukcje, technologie, zastosowania* L(11), Wydawnictwo SIGMA-NOT.
- [31] Spychalski W.L., Mizera J., Kurzydłowski K.J., 2003. On a new method of quantifying the Portevin-Le Chatelier effect by means of the wavelet analysis. *Archiwum Nauki o Materiałach* 24, 101-111.
- [32] Szymczyk E., Jachimowicz J., Sławiński G., 2008. Analiza wpływu luzów technologicznych na pole naprężeń własnych w otoczeniu nitu stożkowego. *Mechanik* 7.
- [33] Tanaka H., Horiuchi R., 1975. Acoustic emission due to deformation twinning in titanium and Ti – 6Al – 4V alloy. *Scripta Met.* 9, 777-780.
- [34] Van Bohemen S.M.C., 2004. An acoustic emission study of martensitic and bainitic transformations in carbon steel. Delft University Press.
- [35] Van Bohemen S.M.C., Hermans M.J.M., Den Ouden G., 2002. Acoustic emission monitoring of bainitic and martensitic transformation in medium carbon steel during continuous cooling. *Materials Science and Technology* 18, 1524-28.
- [36] Van Bohemen S.M.C., Hermans M.J.M., Den Ouden G., Richardson I.M., 2002. A study of acoustic emission energy generated during bainite and martensite formation. *J. Phys. D: Appl. Phys.* 35, 1889-1894.
- [37] Van Bohemen S.M.C., Sietsma J., 2009. Martensite Formation in Partially and Fully Austenitic Plain Carbon Steels. *Metallurgical and Materials Transactions* 40(A), 1059-68.
- [38] Van Bohemen S.M.C., Sietsma J., Hermans M.J.M., Richardson I.M., 2003. Kinetics of the martensitic transformation in low-alloy steel studied by means of acoustic emission. *Acta Materialia* 51, 4183-4196.
- [39] Wadley H.N.G., Scruby C.B., Speake J.H., 1980. Acoustic emission for physical examination of metals. *International Metals Reviews* 25, 41-64.

- [40] Woźniak T.Z., 2004. Modelowanie kinetyki równoczesnego rozpadu austenitu na dwa produkty. Zesz. Nauk. ATR Bydgoszcz, Mechanika 55, 315-329.
- [41] Woźniak T.Z., 2005. Modeling Kinetics of the Austenite Simultaneous Decomposition into Two Bainitic Products in the Range of Swing Back. Materials Science and Engineering A(408), 309-316.
- [42] Woźniak T.Z., 2006. Analiza strukturalna produktów przemiany bainitycznej w zakresie podwójnego rozpadu austenitu. Inżynieria Materiałowa 2, 53-59.
- [43] Woźniak T. Z., 2008. Acoustic phenomena near Ms in hypereutectoid steels. Materials Characterization 59(6), 708-716.
- [44] Woźniak T.Z., 2008. Kinetyka podwójnego rozpadu austenitu na bainit w zakresie przyspieszonego początku przemiany. Wyd. UKW w Bydgoszczy.
- [45] Woźniak T. Z., Ranachowski, Z., 2006. Acoustic Emission During Austenite Decomposition into Lower Bainite with Midrib. Archives of Acoustics 31(3), 1-15.
- [46] Woźniak T.Z., Roźniatowski K, Ranachowski Z., 2011. Application of Acoustic Emission to Monitor Bainitic and Martensitic Transformation. Kovove Materialy - Metallic Materials 49(5), 319-331.
- [47] Wójcik W., Romaniuk R., 2010. Rozwój techniki światłowodowej w kraju. Elektronika – konstrukcje, technologie, zastosowania. LI (4), Wydawnictwo SIGMA-NOT.
- [48] Wójcik J., Sudolski G., Ciupak P., Skomorucha R., 1998. Parametry światłowodów jednomodowych dla telekomunikacji. V Konf. Światłowody i ich zastosowanie, Białowieża, 295-300.
- [49] www.corning.com
- [50] www.fibercore.com
- [51] www.fizyka.umk.pl/~bezet/pdf/X_Sw_ak.pdf
- [52] www.naukowy.pl/encyklopedia/EDFA
- [53] Yu Z.Z., Clapp P.C., 1989. Growth Dynamics Study of the Martensitic Transformation in Fe-30 Pct Ni Alloys: Part I. Quantitative Measurements of Growth Velocity. Metall. Trans. 20(A), 1601-1615
- [54] Zakrzewski Z., 1998. Techniki łączenia światłowodów. Materiał przeznaczony dla studentów kierunków telekomunikacja, optoelektronika i pokrewnych, słuchaczy studiów podyplomowych oraz inżynierów o specjalności teletransmisja optyczna, technika cyfrowa, zastosowania światłowodów w telekomunikacji, Zakład Teletransmisji Instytut Telekomunikacji ATR Bydgoszcz, (pr. niepublikowana).
- [55] Zalecenie ITU-T G.652: Transmission Media Characteristics: Characteristics of a single-mode optical fibre cable, 2003.
- [56] Zalecenie ITU-T G.655: Transmission Media Characteristics: Characteristics of a non-zero dispersion shifted single mode optical fibre and cable, 2003.
- [57] Zalewski J., 1996. Telekomunikacja światłowodowa: wykład. Materiały szkoleniowe przeznaczone dla uczestników kursów organizowanych przez WTiE ATR Bydgoszcz, Wyd. ATR w Bydgoszczy.

WYZNACZANIE POROWATOŚCI KOŚCI NA PODSTAWIE HISTOGRAMÓW SKANÓW MIKROTOMOGRAFII KOMPUTEROWEJ

1. WSTĘP

Identyfikacja mikroskopowej geometrii budowy tkanki kostnej oraz parametrów struktury jej przestrzeni porów jest bardzo ważnym zagadnieniem w badaniach własności mechanicznych i procesów transportu w takim materiale. Budowa wewnętrzna kości określa bowiem jej lokalne właściwości mechaniczne oraz wytrzymałość kości, jako elementu szkieletu człowieka, geometrię przestrzeni porów, współdecydującą o zachodzących w tkance kostnej procesach życiowych.

Istnieje wiele różnych metod identyfikacji mikroskopowej geometrii i makroskopowej struktury przestrzeni porów materiałów porowatych: mikroskopia optyczna, rentgenowska mikroradiografia, metody statyczne (np. perymetria, piknometria gazowa, spektroskopia elektryczna, porozymetria rtęciowa), oraz metody dynamiczne (np. porozymetria ultradźwiękowa, mikroskopia ultradźwiękowa).

Do metod rentgenowskich należy również zaliczyć mikrotomografię komputerową (μ CT – micro Computer Tomography) [4, 6, 9]. Jest to bardzo nowoczesna, niedostrucyjna metoda identyfikacji przestrzennej budowy wewnętrznej niejednorodnych materiałów i małych obiektów fizycznych. Metoda ta, podobnie jak tomografia komputerowa stosowana w medycynie, polega na wykorzystaniu promieni Rentgena. O ile rozdzielczość tomografii komputerowej jest rzędu milimetra, to w przypadku mikrotomografii osiąga ona wartość mikrometra.

Mikrotomograficzne skany próbek materiałów porowatych stanowią podstawę rekonstrukcji ich mikroskopowej geometrii przestrzeni porów. Umożliwia to wyznaczenie charakterystyk stochastycznych, mikroskopowych i makroskopowych parametrów struktury przestrzeni porów oraz struktury szkieletu, stałych materiałowych szkieletu, a także ich charakterystyk kierunkowych [1, 3, 8, 11, 12, 14]. Wykorzystuje się przy tym, obok metod czysto geometrycznych, metody symulacji procesów fizycznych na poziomie mikroskopowym. Parametr porowatości objętościowej w takim przypadku jest prostą miarą udziału objętościowego wokseli reprezentujących pory w próbce materiału porowatego.

Dokładność wyznaczanych w ten sposób parametrów i wielkości uwarunkowana jest bezpośrednio jakością rekonstrukcji mikroskopowej geometrii przestrzeni porów. Zależy to nie tylko od jakości i rozdzielczości skanu próbki, ale także wyboru wartości progu gęstości względnej wokseli w procesie binaryzacji skanu.

W pracy zaproponowano nową metodę wyznaczania porowatości objętości tkanki kostnej, na podstawie histogramów trójwymiarowych skanów otrzymywanych techniką mikrotomografii komputerowej (μ CT). W metodzie tej unormowany histogram jest rozważany jako rozkład prawdopodobieństwa względnej gęstości wokseli w skanie próbki. Rozkład ten jest modelowany jako liniowa kombinacja dwóch rozkładów charakteryzujących częstość występowania w zeskanowanej próbce wokseli dwóch rodzajów: typu pora i typu szkieletu, o różnych gęstościach. Porowatość objętościowa w proponowanym modelu definiowana jako częstość (prawdopodobieństwo) występo-

wania wokseli typu pora w całym zbiorze wokseli skanu próbki. Takie podejście umożliwia wyznaczenie porowatości objętościowej bezpośrednio ze zeskanowanej próbki kości bez konieczności wcześniejszej rekonstrukcji mikroskopowej geometrii porów. Umożliwia to także precyzyjne zdefiniowanie wartości progowej gęstości względnej dla binaryzacji skanu przy zachowaniu wyznaczonej porowatości objętościowej.

Metodę tę wykorzystano do analizy dwóch próbek ludzkiej kości o różnych porowatościach, wydzielonych ze skanów μ CT kości udowej. Pokazano, że histogramy próbek 3D o rosnących wymiarach są zbieżne do krzywej granicznej, która może być interpretowana jako histogram reprezentatywny danej próbki. Histogramy próbek o różnych wielkościach wykorzystano do wyznaczania porowatości objętościowej oraz wartości progowych dla binaryzacji skanów próbek kości. Ponadto wyznaczono rozkłady względnych gęstości w zbiorach wokseli typu pora i typu szkielet oraz ich charakterystyki. Otrzymane wyniki porównano z wynikami wyznaczonymi metodą standardową.

2. CHARAKTERYSTYKA SKANÓW PRÓBEK KOŚCI

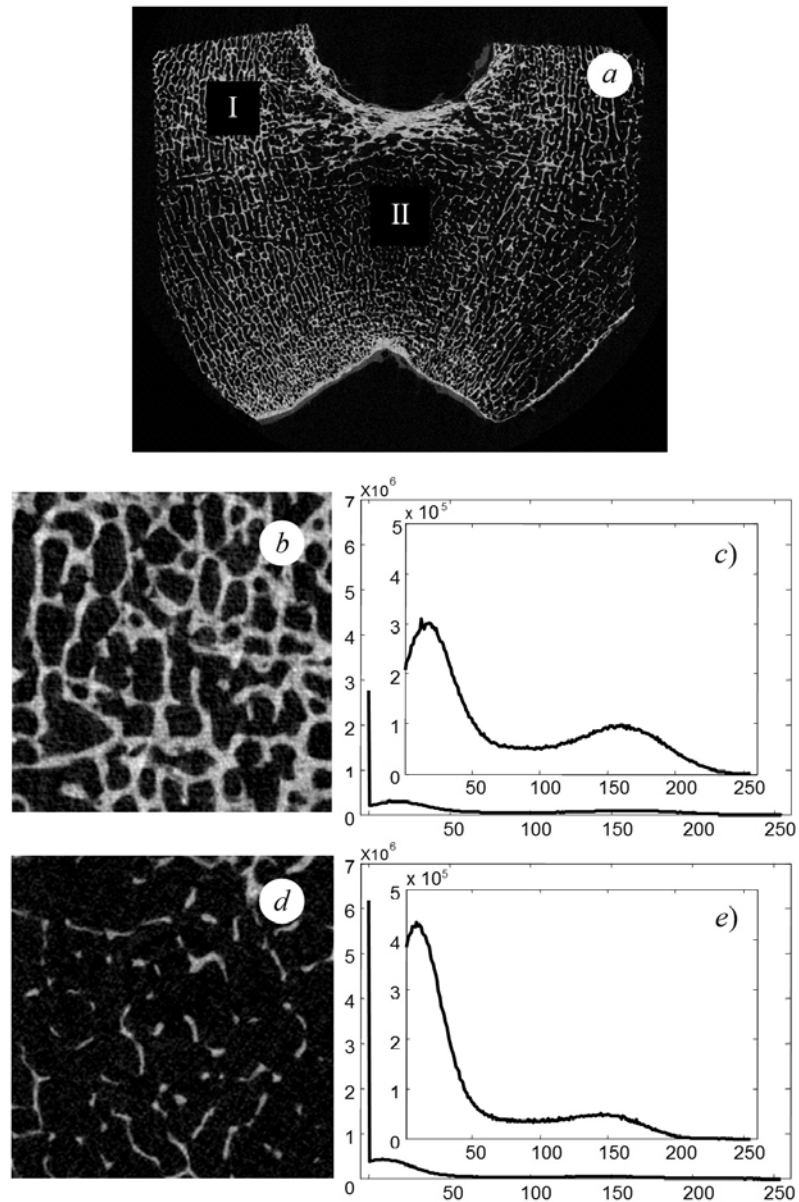
Propozycję nowej metody wyznaczania porowatości objętościowej tkanki kostnej przedstawiono na przykładzie trójwymiarowego, 8-bitowego skanu głowy dalszej ludzkiej kości udowej, wykonanego na mikrotomografie komputerowym SkyScan 1172 z rozdzielczością przestrzenną $17 \mu\text{m}^3$. Przekrój poprzeczny jednej warstwy badanej kości pokazano na rysunku 1a.

Odcienie szarości na tym rysunku reprezentują względną gęstość masy poszczególnych wokseli w warstwie z zakresie od 0 do 255, przy czym wartość 0 odpowiada kolorowi czarnemu i reprezentuje woksele o zerowej gęstości, tj. typu pora. Na rysunku 1a zaznaczono również obszary, z których pobrano dwie sześciennie próbki o boku 400 wokseli.

Dla zapewnienia reprezentatywności prowadzonej analizy, jedną próbkę pobrano z części bocznej kości (próbka I), a drugą z jej części środkowej (próbka II). Powiększone obrazy skanów wyodrębnionych warstw próbek przedstawiono na rysunku 1b i 1d. Wyznaczone dla tych próbek histogramy pokazano natomiast na rysunku 1c i 1e. Określają one częstość występowania wokseli o danej gęstości w próbce kości. Charakter przebiegu histogramu obu próbek jest jakościowo podobny, różnią się one natomiast istotnie pod względem ilościowym. Oba histogramy są nieciągłe w otoczeniu zerowej wartości gęstości względnej oraz zawierają wyraźne ekstremum w zakresie gęstości odpowiadających porom. Ich przebiegi różnią się natomiast istotnie w zakresie gęstości odpowiadających szkieletowi. W histogramie próbki II brak jest wyraźnego ekstremum w tym zakresie. Jest to spowodowane głównie znacznie większym udziałem ilościowym porów w próbce II w porównaniu z próbką I, co jest widoczne również na obrazach ich skanów.

Z histogramów obu próbek wynika również, że ich skany zawierają znaczną liczbę wokseli o gęstościach pośrednich, których nie można jednoznacznie przypisać ani porom, ani szkieletowi. Oznacza to, że wybór wartości progowej gęstości względnej wokseli ma podstawowe znaczenie dla binaryzacji skanu próbki kości, a tym samym dla właściwej rekonstrukcji mikroskopowej geometrii jej przestrzeni porów.

III. MECHANIKA OŚRODKÓW POROWATYCH

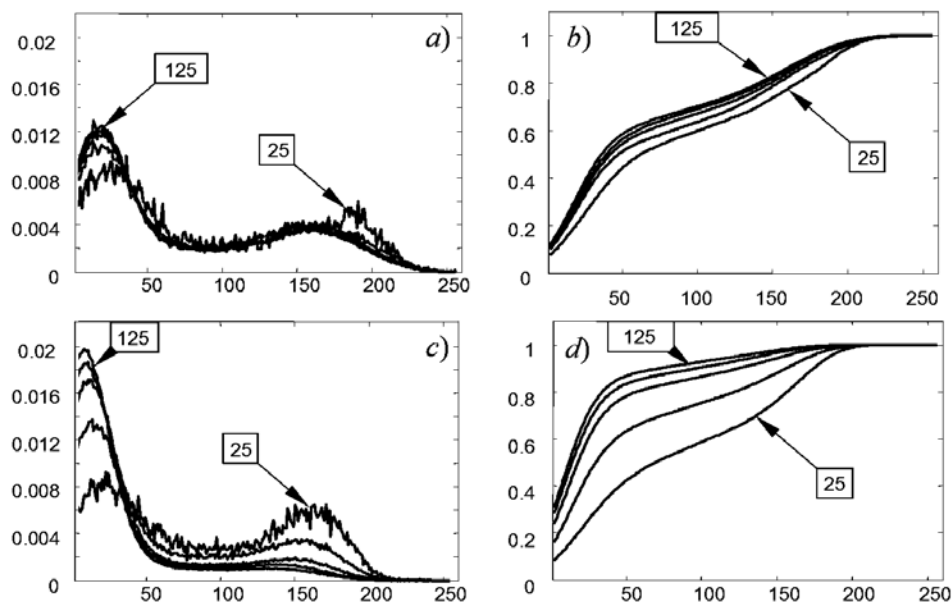


Rys. 1. Reprezentacje mikroskopowe badanych próbek kości: a) skan poprzecznego przekroju głowy dalszej ludzkiej kości udowej, b) skan warstwy próbki I (400x400x1 wokseli), d) skan warstwy próbki II (400x400x1 wokseli), c), e) histogramy próbek

Fig. 1. Microscopic representations of the investigated bone samples: a) scan of one cross-section layer of human condyle, b) scan of one layer of sample I (400x400x1 voxels), d) scan of one layer of sample II (400x400x1 voxels), c), e) histograms of the samples. Internal figures contain enlarged graphs of continued parts of the histograms

Na rysunku 2 przedstawiono zależność unormowanych histogramów obu próbek kości od ich wymiarów. W takiej postaci krzywe te mogą być interpretowane jako rozkłady prawdopodobieństwa gęstości względnych wokseli w zbiorze wokseli próbki. Dla zapewnienia czytelności, na rysunku tym pominięto część nieciągłą przebiegu histogramu występującą w otoczeniu zerowej wartości gęstości.

Z rysunku 2 wynika, że po przekroczeniu wymiaru 753 wokseli w przypadku próbki I oraz 1003 wokseli w przypadku próbki II, przebiegi histogramów się stabilizują. Oznacza to, że próbki o takich wymiarach mogą być traktowane jako reprezentatywne w obliczeniach numerycznych makroskopowych parametrów materiału definiowanych na podstawie objętościowych relacji w próbce, np. porowatości objętościowej.



Rys. 2. Zależność unormowanych histogramów (*a, c*) i histogramów skumulowanych (*b, d*) od wymiarów próbek kości: *a, b*) próbka I, *c, d*) próbka II

Fig. 2. Dependence of normed histograms (*a, c*) and cumulative histograms (*b, d*) on size of the bone sample scans: *a, b*) sample I, *c, d*) sample II

3. MODEL TEORETYCZNY HISTOGRAMU

Opis teoretyczny histogramu skanu próbki materiału porowatego wprowadzono przyjmując za punkt wyjścia rozważań model stochastyczny histogramu. Przyjęto, że skwantowany, trójwymiarowy skan próbki materiału porowatego tworzy stochastyczny zbiór wokseli o różnej gęstości względnej ρ reprezentowanej na skanie poziomem szarości. Wielkość ta jest zmienną losową, której rozkład prawdopodobieństwa $\psi(\rho)$ utożsamiono z unormowanym histogramem próbki materiału porowatego. Określa on częstość występowania wokseli o danej gęstości w zbiorze wokseli tworzących skan próbki. Założono przy tym, że zbiór wokseli w skanie próbki materiału porowatego

III. MECHANIKA OŚRODKÓW POROWATYCH

złożony jest z dwóch rozłącznych podzbiorów: wokseli typu pora i typu szkielet. Częstości występowania wokseli w tych podzbiórach opisano odpowiednio przez rozkłady prawdopodobieństwa $\psi_p(\rho)$ i $\psi_s(\rho)$. Obie funkcje określono na całym zakresie przedziału wartości ρ gęstości wokseli $\rho \in < 0, \rho_M >$ (np. dla ośmiobitowego skwantowania skanu $\rho_M = 255$). Przyjęto przy tym, że funkcje te spełniają warunki $\psi_p(\rho_M) = 0$, $\psi_s(\rho_M) = 0$. Oznacza to, że przynależność wokseli o danej gęstości do podzbiorów typu pora lub szkielet ma charakter stochastyczny, określony wartością prawdopodobieństwa.

Po to, aby wyprowadzić związek rozkładu gęstości $\psi(\rho)$ wokseli w skanie próbki materiału porowatego z rozkładami gęstości wokseli $\psi_p(\rho)$ i $\psi_s(\rho)$, w zbiorach typu pora i typu szkielet wyznaczono prawdopodobieństwo zdarzenia D^p wystąpienia wokseli o gęstości ρ z przedziału $< \rho, \rho + d\rho >$ w skanie próbki. Wprowadzono następujące oznaczenia:

- A – zdarzenie polegające na występowaniu w zbiorze wokseli skanu próbki, wokseli typu pora;
- B – zdarzenie polegające na występowaniu w zbiorze wokseli skanu próbki, wokseli typu szkielet;
- Ω – zbiór zdarzeń elementarnych.

Zdarzenia A i B są rozłączne, a ich suma tworzy zdarzenie pewne

$$A \cap B = \Phi, \quad A \cup B = \Omega \quad (3.1)$$

Dlatego prawdopodobieństwa tych zdarzeń mogą być przedstawione w postaci:

$$P(A) = f_v, \quad P(B) = 1 - f_v. \quad (3.2)$$

Parametr f_v określa częstość (prawdopodobieństwo) występowania wokseli typu pora w całym zbiorze wokseli skanu próbki. Z tego względu może być interpretowany jako porowatość objętościowa próbki materiału porowatego.

Biorąc pod uwagę, że $D^p \subset \Omega$ na podstawie twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym otrzymano:

$$P(D^p) = P(D^p/A)P(A) + P(D^p/B)P(B) \quad (3.3)$$

gdzie przez $P(D^p/A)$ i $P(D^p/B)$ oznaczono prawdopodobieństwa warunkowe. Ponieważ

$$P(D^p/A) = \psi_p(\rho)d\rho, \quad P(D^p/B) = \psi_s(\rho)d\rho, \quad P(D^p) = \psi(\rho)d\rho \quad (3.4)$$

z (3.3) otrzymano zależność:

$$\psi(\rho) = f_v \psi_p(\rho) + (1 - f_v) \psi_s(\rho) \quad (3.5)$$

w której porowatość objętościowa f_v próbki materiału porowatego występuje jawnie. Zależność (3.5) stanowi model teoretyczny histogramu skanu próbki materiału porowatego.

Histogramy skanów próbek kości często zawierają woksele o zerowej gęstości, tworzące nieciągłość histogramu w tym punkcie (rys.1). Oznaczając przez n_0 częstość występowania wokseli o zerowej gęstości w zbiorze wokseli typu pora, rozkład $\psi_p(\rho)$ można przedstawić w postaci

$$\psi_p(\rho) = n_o \delta(\rho) + (1 - n_o) \psi_p^o(\rho) \quad (3.6)$$

gdzie $\delta(\rho)$ jest deltą Diraca, natomiast $\psi_p^o(\rho)$ reprezentuje część ciągłą rozkładu gęstości wokseli typu pora. W takim przypadku model teoretyczny histogramu skanu próbki kości dany będzie wzorem:

$$\psi(\rho) = f_v (n_o \delta(\rho) + (1 - n_o) \psi_p^o(\rho)) + (1 - f_v) \psi_s(\rho) \quad (3.7)$$

4. WYZNACZANIE POROWATOŚCI OBJĘTOŚCIOWEJ

Stochastyczny model histogramu skanu próbki tkanki kostnej dany wzorem (3.5) (lub (3.7)) umożliwia uzyskanie pełnej informacji o stochastycznych charakterystykach zbiorów wokseli typu pora i szkielet w skanie próbki badanej kości. Dotyczy to porowatości objętościowej próbki f_v , która jest miarą częstości występowania wokseli typu pora w próbce kości, oraz parametrów opisujących rozkłady gęstości wokseli $\psi_p(\rho)$ i $\psi_s(\rho)$ w zbiorach wokseli typu pora i typu szkielet. Identyfikację taką przeprowadzono dopasowując opis teoretyczny histogramu do histogramów skanów różnej wielkości próbek kości przedstawionych na rysunku 1. W rozważaniach założono, że funkcje $\psi_p^o(\rho)$ i $\psi_s(\rho)$ występujące we wzorze (3.7) mają postać rozkładów beta:

$$\psi_p^o(\rho) = A_1 \left(\frac{\rho - a_1}{b_1 - a_1} \right)^{\alpha_1 - 1} \left(\frac{b_1 - \rho}{b_1 - a_1} \right)^{\beta_1 - 1} \quad (4.1)$$

$$\psi_s(\rho) = A_2 \left(\frac{\rho - a_2}{b_2 - a_2} \right)^{\alpha_2 - 1} \left(\frac{b_2 - \rho}{b_2 - a_2} \right)^{\beta_2 - 1} \quad (4.2)$$

gdzie $\alpha_i, \beta_i, a_i, b_i, (b_i > a_i), (i = 1, 2)$ są parametrami tych rozkładów, natomiast wielkości $A_i (i = 1, 2)$ są współczynnikami ich unormowania.

Ze względu na charakter przebiegu histogramów skanów próbek kości oraz sens fizyczny rozkładów (4.1) i (4.2), parametry a_i oraz b_i muszą spełniać dodatkowe warunki:

$$a_1 < 0, \quad b_1 \leq 255, \quad a_2 > 0, \quad b_2 \leq 255 \quad (4.3)$$

Dwa pierwsze warunki zapewniają lewostronne obcięcie rozkładu gęstości wokseli typu pora oraz jego zerową wartość w zakresie maksymalnych wartości gęstości histogramu, natomiast dwa pozostałe zapewniają, że cały przedział niezerowych wartości rozkładu gęstości wokseli typu szkielet zawarty jest wewnątrz przedziału gęstości histogramu. W tym przypadku współczynnik unormowania A_2 określony jest przez funkcję gamma wyrażeniami:

$$A_2 = \frac{1}{b_2 - a_2} \frac{\Gamma(\alpha_2 + \beta_2)}{\Gamma(\alpha_2)\Gamma(\beta_2)} \quad (4.4)$$

a wartość średnia ρ gęstości wokseli typu szkielet dana jest wzorem

III. MECHANIKA OŚRODKÓW POROWATYCH

$$\bar{\rho} = \frac{\alpha_2}{\alpha_2 + \beta_2} b_2 + \frac{\beta_2}{\alpha_2 + \beta_2} a_2 \quad (4.5)$$

Biorąc pod uwagę, że każdy z rozkładów (4.1) i (4.2) zawiera po cztery parametry, model teoretyczny histogramu dany wzorem (3.7) będzie funkcją dziesięciu parametrów:

$$f_v, n_o, a_1, b_1, \alpha_1, \beta_1, a_2, b_2, \alpha_2, \beta_2$$

Wykorzystanie tego modelu jako podstawy teoretycznej wyznaczania porowatości objętościowej próbki tkanki kostnej reprezentowanej przez jej mikrotomograficzny skan, wymaga określenia wartości wszystkich dziesięciu parametrów modelu na podstawie histogramu skanu tej próbki. Nie oznacza to jednak konieczności uruchomienia dziesięcioparametrowej procedury optymalizacyjnej. Część parametrów można wyłączyć ze zbioru optymalizowanych parametrów wprowadzając dodatkowe zależności algebraiczne między parametrami modelu, wyznaczone na podstawie wartości współrzędnych charakterystycznych punktów histogramu próbki.

W pracy wykorzystano wartości dyskretne funkcji histogramu próbek $\rho(k)$ ($k = 0, 1, 2, \dots, 255$) w otoczeniu zerowej wartości gęstości wokseli oraz wartości gęstości ρ_i ($i = 1, 2$) określające położenie maksimum histogramu. Wielkości te są związane z parametrami modelu zależnościami:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \int_0^{\rho} \psi(r) dr = n_o f_v = \rho(0) \quad (4.6)$$

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \psi(\rho) = (f_v - \rho(0)) \psi_p^o(0) = \rho(1) \quad (4.7)$$

$$\frac{-\rho(1)}{f_v - \rho(0)} \left(\frac{\alpha_1 - 1}{a_1} + \frac{\beta_1 - 1}{b_1} \right) = N_o \quad (4.8)$$

$$(\alpha_1 - 1)(b_1 - \rho_1) - (\beta_1 - 1)(\rho_1 - a_1) = 0 \quad (4.9)$$

gdzie:

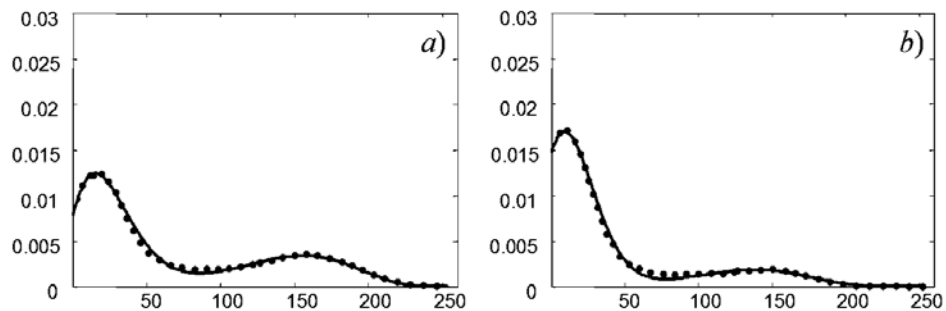
$$\psi_p^o(0) = A_1 \left(\frac{-a_1}{b_1 - a_1} \right)^{\alpha_1 - 1} \left(\frac{b_1}{b_1 - a_1} \right)^{\beta_1 - 1} \quad (4.10)$$

przez N_o oznaczono nachylenie części ciągłej histogramu w otoczeniu zerowej wartości gęstości wokseli.

Zależności (4.6)-(4.9) umożliwiają wyeliminowanie pięciu parametrów ze zbioru dziesięciu parametrów opisujących histogram próbki, zapewniając jednocześnie zgodność opisu teoretycznego histogramu z histogramem wyznaczonym na podstawie skanu próbki, w jego charakterystycznych punktach.

Wartości pozostałych pięciu parametrów modelu histogramu wyznaczono metodą optymalizacji minimalizując różnicę pomiędzy opisem teoretycznym histogramu a histogramem wyznaczonym na podstawie skanu próbki tkanki kostnej.

Na rysunku 3 przedstawiono przykład wykresów zoptymalizowanych histogramów (linie ciągłe) dla histogramów obu analizowanych sześciennych próbek tkanki kostnej (linie kropkowane) o boku 100 wokseli.



Rys. 3. Przykładowe histogramy (linie kropkowane) próbki I (a) i próbki II (b) o rozmiarze 100^3 wokseli oraz ich zoptymalizowanych wykresów (linie ciągłe)

Fig. 3. Exemplary histograms (dotted lines) of sample I (a) and sample II (b) of size 100^3 voxels and their optimized model graphs (solid lines)

5. WYZNACZENIE WARTOŚCI PROGOWEJ GĘSTOŚCI DLA BINARYZACJI SKANU

Celem procesu binaryzacji skanu próbki materiału porowatego jest stworzenie numerycznej reprezentacji geometrii budowy wewnętrznej materiału porowatego, możliwie wiernie odzwierciedlającej własności geometryczne rzeczywistego obiektu. Wymaga to z jednej strony określenia kryteriów oceny jakości takiej reprezentacji, z drugiej natomiast niezbędne jest określenie kryteriów przynależności poszczególnych punktów (wokseli) skanu próbki o różnej gęstości do dwóch rozłącznych podzbiorów tworzących przestrzeń porów oraz szkielet. Najczęściej kryterium tym jest wartość progowa gęstości wokseli, powyżej której są one zaliczone do szkieletu, a te o niższej wartości od progowej należą do porów. W takim przypadku histogram skanu próbki o wielowartościowym rozkładzie jest zamieniany na histogram dwuwartościowy. Wybór wartości progowej decyduje wówczas o jakości rekonstrukcji mikroskopowej geometrii budowy wewnętrznej próbki materiału porowatego i jednoznacznie określa wartość jej porowatości objętościowej.

Zaproponowana w pracy metoda wyznaczania parametru porowatości objętościowej bezpośrednio z histogramu skanu próbki materiału porowatego umożliwia odwrócenie kolejności wyznaczania tych parametrów. Procedura binaryzacji skanu powinna bowiem zachowywać wartość porowatości objętościowej wyznaczoną na podstawie histogramu. Gęstość progowa ρ_t wokseli powinna osiągać taką wartość, aby prawdopodobieństwo występowania wokseli o gęstości mniejszej od tej wartości, tj. wokseli zaliczonych do porów, było równe porowatości objętościowej f_v . Otrzymano warunek:

$$\int_0^{\rho_t} \psi(\rho) d\rho = f_v \quad (5.1)$$

Wynika z niego, że wartość progowa gęstości ρ_t wokseli może być bezpośrednio wyznaczona ze skumulowanego histogramu.

Uwzględniając wyrażenie (3.7), warunek (5.1) może być przedstawiony w postaci:

$$(1 - f_v) \int_0^{\rho_t} \psi_s(\rho) d\rho = f_v (1 - n_o) \int_{\rho_t}^{b_1} \psi_s^o(\rho) d\rho \quad (5.2)$$

III. MECHANIKA OŚRODKÓW POROWATYCH

która umożliwia także inną jego interpretację. Lewa strona warunku (5.2) określa prawdopodobieństwo występowania w skanie próbki, wokseli typu szkielet o gęstości $\rho < \rho_t$, natomiast prawa strona określa prawdopodobieństwo występowania wokseli typu pora o gęstości $\rho > \rho_t$. Równość tych wyrażeń oznacza, że liczba wokseli typu szkielet przypisywana do porów w procesie binaryzacji jest równa liczbie wokseli typu pora przypisanych szkieletowi w tym procesie. Zapewnia to wewnętrzną zgodność podziału zbioru wokseli skanu próbki przez wartość progową gęstości ρ_t , ze stochastycznym podziałem tego zbioru wyznaczonym na podstawie histogramu skanu próbki.

6. ANALIZA WYNIKÓW

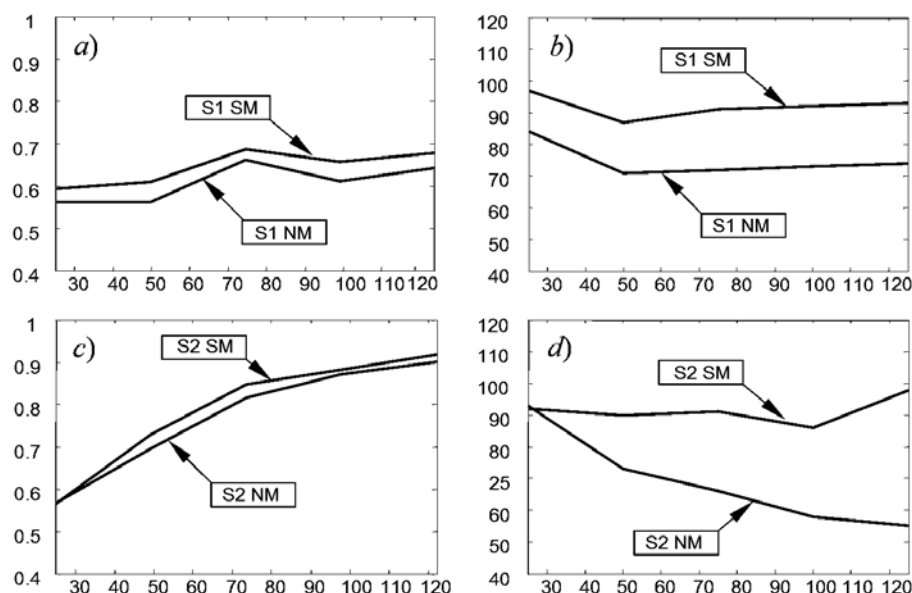
W tabeli 1 przedstawiono wartości parametru porowatości objętościowej f_v obu analizowanych próbek głowy dalszej ludzkiej kości udowej (rys. 1) o różnych wymiarach, a także odpowiadające im wartości progu segmentacji obrazu wyznaczone metodą zaproponowaną we wcześniejszych rozdziałach. Dla porównania zamieszczono również wartości tych parametrów wyznaczone standardową metodą segmentacji obrazu, w której najpierw określana jest wartość progu segmentacji, a następnie udział objętościowy porów lub szkieletu. Zastosowano przy tym globalną metodę wyznaczania progu segmentacji skanu, często wykorzystywaną przy segmentacji mikrotomograficznych obrazów próbek ludzkich i zwierzęcych kości [1, 2, 5, 7, 9].

Tabela 1. Zależność wartości porowatości i progu binaryzacji od wymiaru próbki kości wyznaczonej metodą standardową oraz nową metodą
Table 1. Dependence of the volume porosity and the binarization threshold on the size of bone sample scans determined by the standard method and the new method

wymiar próbki	próbka I				wymiar próbki	próbka II			
	nowa metoda		standardowa metoda			nowa metoda		standardowa metoda	
	f_v	ρ_t	ρ_t	f_v		f_v	ρ_t	ρ_t	f_v
25	0,5622	84	97	0,5938	25	0,5678	93	92	0,5658
50	0,5622	71	87	0,6091	50	0,6978	73	90	0,7329
75	0,6622	72	91	0,6866	75	0,8178	66	91	0,8528
100	0,6122	73	92	0,6568	100	0,8744	58	86	0,8884
125	0,6422	74	93	0,6787	125	0,9044	55	98	0,9263

W metodzie tej jako próg przyjmowana jest wartość gęstości względnej wokseli, dla której częstość ich występowania w skanie próbki osiąga minimum pomiędzy dwoma ekstremami histogramu określonymi przez rozkłady częstości występowania wokseli typu pora i szkielet. Na wykresie skumulowanego histogramu wartość progowa określa położenie punktu przegięcia, w otoczeniu którego zmiany udziałów objętościowych porów i szkieletu w próbce są najmniejsze. Oznacza to jednocześnie, że w otoczeniu tego punktu, zmiana udziałów objętościowych porów i szkieletu odpowiada największym zmianom gęstości względnych wokseli (poziomów ich szarości). Jednakże, dotyczy to charakterystyki globalnej rozkładów gęstości wokseli danych przez histogram próbki, a nie ich przestrzennych rozkładów lokalnych w skanie próbki. Taka metoda wyznaczania progu segmentacji została zaimplementowana w niektórych mikrotomografach komputerowych [5, 10].

Wyniki umieszczone w tabeli 1 zostały graficznie przedstawione na rysunku 4. W każdym przypadku wartości progów binaryzacji wyznaczonych nową metodą są zauważalnie mniejsze od tych wyznaczonych metodą standardową. Dla próbki I różnice te osiągają 20%, dla prawie wszystkich wymiarów próbki, a dla próbki II różnica pomiędzy progami wzrasta od zera dla wymiaru próbki 25^3 wokseli do prawie 40% dla próbki o wymiarze 125^3 wokseli (rys. 4). Taka istotna różnica pomiędzy progami wyznaczonymi przez obie metody jest spowodowana przez różne poziomy modeli, na których są oparte. W standardowej metodzie tylko informacja o jednym punkcie histogramu jest używana, natomiast w metodzie opartej na modelu stochastycznym histogramu, określenie parametrów obrazu opiera się na całym histogramie. Oznacza to, m.in., że wartość progów segmentacji jest określona nie tylko przez położenie ekstremów w histogramie, ale również zależy od wartości wykresu w tych punktach.



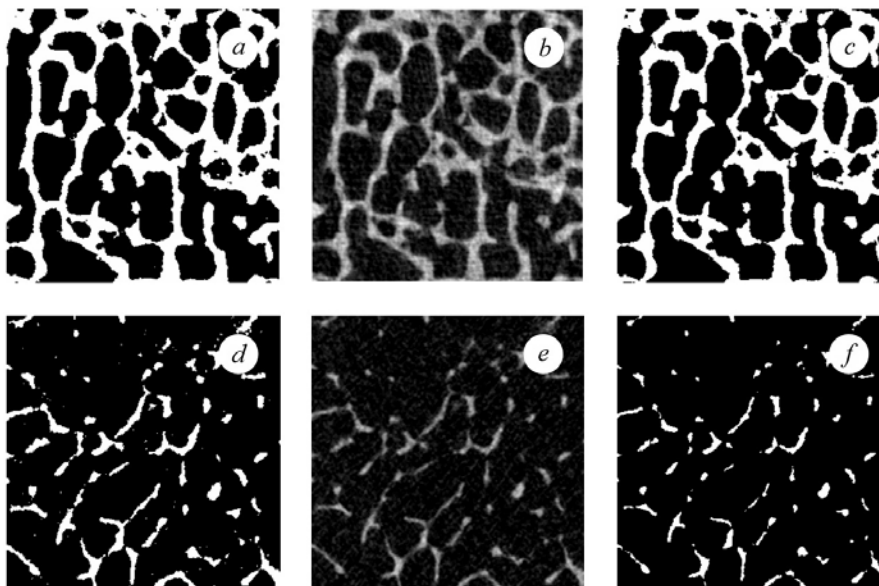
Rys. 4. Zależność wartości porowatości (a, c) i progów binaryzacji (b, d) od wymiaru próbki kości wyznaczonej metodą standardową (SM) oraz nową metodą (NM): a), b) próbka I, c), d) próbka II

Fig. 4. Dependence of the volume porosity (a, c) and the binarization threshold (b, d) on the size of bone sample scans determined by the standard method (SM) and the new method (NM): a, b) sample I, c, d) sample II

Wartości porowatości wyznaczone przy użyciu nowej metody są również mniejsze od tych wyznaczonych metodą standardową. W przypadku próbki I różnica wynosi kilka procent dla wszystkich badanych wymiarów próbek, dla próbki II te różnice są niewielkie (poniżej 3%), pomimo znacznych różnic między wartościami progów segmentacji (około 40%) wyznaczonego objętości metodami. Jest to spowodowane przez bardzo mały udział szkieletu w próbce II, co można również zaobserwować na histogramie. W tym przypadku przesunięcie progów z wartości 98 do wartości 56 nie ma dużego wpływu na względną porowatość, jednakże ma duży wpływ na objętościowy udział szkieletu (około 20%). Jest to niezmiernie istotne dla jakości rekonstrukcji mikro-

III. MECHANIKA OŚRODKÓW POROWATYCH

powej geometrii struktury kości. Na rysunku 5d oraz 5f przedstawiono binarne obrazy jednej warstwy próbki kości o wymiarze 125^3 wokseli otrzymane dla progów 98 i 56. Różnica w jakości otrzymanych obrazów jest wyraźnie widoczna. Dotyczy to również próbki I (rys. 5a, b, c).



Rys. 5. Wpływ progu binaryzacji wyznaczonego nową metodą (a – próg 74, d – próg 56) oraz metodą standardową (c – próg 93, f – próg 98) na jakość rekonstruowanego obrazu: a, b, c – warstwa próbki I, d, e, f – warstwa próbki II.

Fig. 5. Influence the binarisation threshold determined by the new method (a – threshold 74, d – threshold 56) and the standard method (c – threshold 93, f – threshold 98) on quality of image reconstruction: a, b, c – layer of sample I, d, e, f – layer of sample II

7. UWAGI KOŃCOWE

Zaproponowano metodę wyznaczania porowatości objętościowej próbek kości na podstawie histogramów ich trójwymiarowych skanów oraz progu segmentacji. Oryginalność przedstawionej metody polega na odwróceniu kolejności procedury wykonywanej w standardowej metodzie. Najpierw wyznaczana jest porowatość objętościowa przy użyciu metody optymalizacji dopasowującej model histogramu próbki do histogramu skanu próbki kości. Następnie, definiowany i wyznaczany jest próg binaryzacji zachowujący otrzymaną wcześniej porowatość objętościową w zrekonstruowanym obrazie próbki. Zaproponowano stochastyczny model rozkładu gęstości wokseli w skanie próbki, którego histogram jest opisywany jako kombinacja liniowa dwóch rozkładów charakteryzujących częstość występowania wokseli typu szkielet i pora o różnych wartościach gęstości. Porowatość objętościowa w tym modelu jawnie jest definiowana jako prawdopodobieństwo wystąpienia wokseli typu pora w skanie próbki.

Zastosowanie podejścia wykorzystującego model histogramu oraz metody optymalizacji, umożliwiło wyznaczenie porowatości oraz progu segmentacji obrazu na pod-

stawie informacji zawartej w całym histogramie, a nie tylko w jego wybranych punktach, jak ma to miejsca w metodzie standardowej. Poprawia to jakość rekonstrukcji mikroskopowej geometrii przestrzeni porów, co zapewnia możliwość lepszej identyfikacji jej parametrów makroskopowych.

Nowa metoda umożliwia wyznaczanie obu parametrów nawet wtedy, gdy nie jest to możliwe przy użyciu metody standardowej, np. gdy histogram nie zawiera widocznych ekstermów.

DETERMINATION OF BONE VOLUME POROSITY BASED ON HISTOGRAMS OF 3D MCT IMAGES

Summary

A new method is proposed for direct determination of bone volume porosity based on histograms of 3D mCT scans and for precise definition of the image segmentation threshold preserving calculated porosity in the reconstructed binary image of the bone sample. In this method the normed histogram is considered as a probability distribution of voxels mass density in the scan of the sample. It is a linear combination of two distributions characterizing frequency of occurrence of pore and skeleton types of voxels with various relative mass densities. Volume porosity in this model define probability of pore voxels occurrence in the whole set of voxels in the scan. This parameter and parameters of both probability distributions are determined by an optimization method. The new method was used for determination of volume porosity and segmentation thresholds for scans of two 3D samples of human cancellous bone with various sizes. The obtained results were compared with results determined by the use of the standard method.

Keywords: volume porosity, bone tissue, computed microtomography, histogram, probability distribution.

LITERATURA

- [1] Barbier A., Martel C., Vernejoul M C., Triode F., Nys M., Mocaer G., Morieux C., Murakami H., Lacheretz F., 1999. The visualization and avaluation of bone architecture in the rat using three-dimensional X-Ray microcomputed tomography. *J. Bone Miner Metab.* 17, 37-44
- [2] Beaupied H., Chappard C., Basillais A., Lespessailles E., Benhamou C.L., 2006. Effect of specimen conditioning on the microarchitectural parameters of trabecular bone assessed by micro-computed tomography *Physics in Medicine and Biology* 51, 4621-4634.
- [3] Biswal B., Manwart C., Hilfer R., 1998. Tree-dimentional local porosity analysis of porous media *Physica A*(255), 221-241.
- [4] Davis G. R., Wong F., 1996. X-ray microtomography of bones and teeth *Physiol. Meas.* 17, 121-146.
- [5] Ding M., Odgaard A., Hvid I., 1999. Accuracy of cancellous bone volume fraction measured by micro-CT scanning *J. of Biomechanics* 32, 323-326.
- [6] Feldkamp L.A., Goldstein S.A., Parfitt A.M., Jesion G., Kleerekoper M., 1989. The direct examination of three-dimentional bone architecture in vitro by computed tomography *J. Bone Min. Res.* 4, 3-11.
- [7] Lima I.C.B., Oliveira L.F., Lopes R.T., 2006. Bone architecture analyses of rat femur with 3D microtomographic images. *J. Radioanalytical and Nuclear Chemistry* 269, 639-642.
- [8] Lindquist W., Band Venkatarangan A., 1999. Investigating 3D geometry of porous media from high resolution images *Phys. Chem. Earth A* 25(7), 593-599.
- [9] Rügsegger P., Koller B., Muller R., 1996. A Microtomographic system for the nondestructive evaluation of bone architecture. *Calcif. Tissue Int.* 58, 24-29.
- [10] Scanco Medical A. G., 1997. *MicroCT 20 User's Guide*. Software Revision 2(1), 54-55.
- [11] Sierpowska J., Hakulinen M.A., Toyras J., Day J.S., Weinans H., Kiviranta I., Jurvelin J.S., Lappalainen R., 2006. Interrelationships between electrical properties and microstructure of human trabecular bone. *Physics in Medicine and Biology* 51, 5289-5303.
- [12] Torquato S., 2003. Statistical description of microstructures. *Annd. Rev. Mater.* 32, 77-91.
- [13] Van Geet M., Swennen R., Wevers M., 2000. Quantitative analysis of reservoir rocks by microfocuss X-ray computerized tomography *Sediment Geol.* 132, 25-36.
- [14] Von Rietbergen B., Odgaard A., Kabel J., Huiskes R., 1998. Relationships between bone morphology and bone elastic properties can be accurately quantified using high-resolution computer reconstructions *J. Orthopedic Research* 16, 23-28.

WPLYW CZYNNIKÓW TECHNOLOGICZNYCH NA DYNAMICZNĄ ODPORNOŚĆ NA PĘKANIE WYBRANYCH STOPÓW ODLEWNICZYCH

1. WPROWADZENIE

Powszechnie stosowane metody badań oceny odporności na dynamiczne pękanie materiałów stosowanych na odlewy są w zasadzie próbami jakościowymi, służącymi do oceny udatności KCV oraz plastyczności materiału tzn. dla porównania czy materiał jest kruchy, czy plastyczny [2].

Obecnie próbom tym usiłuje się nadać bardziej uniwersalny charakter zwłaszcza próbie udatności Charpy V. Czyni się to przez oprzyrządowanie młotów udarowych w układy elektroniczne: rejestrujące, przetwarzające i analizujące szybkozmienne przebiegi otrzymane w próbie udarowego zginania, tj.: siła-czas ($F(t)$), siła-przemieszczenie $F(f)$, przemieszczenie czas $f(t)$, z wykorzystaniem metod komputerowej obróbki przebiegów, np. programem FRACDYNA [10]. Układy takie zwane są powszechnie CAI (Komputer Aided Instrumentem Charpy Impact Testing).

Tak prowadzone rozszerzone badania udatnościowe umożliwiają:

- ocenę podstawowych parametrów dynamicznej odporności na pękanie, tj. krytycznej wartości dynamicznego współczynnika intensywności naprężeń K_{Id} lub krytycznej wartości dynamicznej całki Rice'a – J_{Id} na podstawie kryteriów wynikających z dynamicznej mechaniki pękania, na próbkach typu Charpy V z karbem zmęczeniowym [7,8,11,14],
- dokładny pomiar udatności oraz głębszą analizę wpływu, np. czynników metalurgicznych, sposobu, obróbki cieplnej, wpływu temperatury itp. na odporność materiału na inicjację i propagację pękania [1,5],
- analizę wpływu technologii nanoszenia karbu oraz własności plastycznych materiału na wartość energii potrzebnej do zainicjowania pękania materiału [1,5],
- dokładną ocenę procesu niszczenia badanego materiału poprzez rozdział globalnej pracy zniszczenia K na składowe tej pracy tj.: K_z – pracy na zapoczątkowanie pęknięcia, K_r – pracy na rozwój pęknięcia, K_h – pracy hamowania pęknięcia w poszczególnych etapach niszczenia próbki [12,13].

Pierwszy z wyszczególnionych punktów jest tematem niniejszego artykułu w zastosowaniu do wybranych stopów odlewniczych.

Aktualne badania dotyczące wykorzystania mechaniki pękania prowadzone są w trzech kierunkach [4,9]:

- opisu pola naprężeń w otoczeniu wierzchołka wady,
- oceny odporności na pękanie materiałów,
- oceny doboru i nośności projektowanych konstrukcji np. odlewów z pęknięciem.

Warunki inicjacji pęknięcia materiałów odlewniczych przy zastosowaniu kryteriów mechaniki pękania można wyrazić wzorami (1-5) [6,9,14].

$$K_I = K_{IC} \quad (1)$$

$$J_I = J_{IC} \quad (2)$$

$$K_I(t) = K_{Id} \quad (3)$$

$$J_I(t) = J_{Id} \quad (4)$$

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K) \quad (5)$$

Przedstawione wzory (1) i (2) obowiązują dla obciążeń statycznych, (3) i (4) dla obciążeń dynamicznych (udarowych), a zależność (5) dla obciążeń zmęczeniowych.

Stosując kryteria mechaniki pęknięcia podane wzorami (1-5) można dokonać doboru materiału przeznaczonego na odlewy poprzez:

- określenie aktualnej wytrzymałości odlewu przy obecności wzrastających pęknięć (wad),
- określenie dopuszczalnej wielkości pęknięcia (krytycznej wady) przy założonym poziomie obciążeń eksploatacyjnych,
- określenie czasu wzrostu pęknięcia (wady) od momentu jego wykrycia do momentu, którym osiągnie ono wielkość krytyczną,
- określenie okresu pomiędzy koniecznymi kolejnymi badaniami nieniszczącymi, w celu wykrycia powstałych i rozwijających się pęknięć (wad) [3,6,9].

2. METODY WYZNACZANIA ODPORNOŚCI NA DYNAMICZNE PĘKANIE

Spośród znanych metod oceny parametrów dynamicznej odporności na pęknięcie można wyróżnić metody dotyczące oceny tych parametrów dla materiałów kruchych (liniowa dynamiczna mechanika pęknięcia) [15] oraz dla materiałów sprężysto-plastycznych (nieliniowa dynamiczna mechanika pęknięcia).

Zgodnie z normą ASTM oraz BS6729, [15,16] warunki plastyczności ustala się na podstawie stosunku zarejestrowanej siły F_m , do ugięcia zginanej próbki f_f . Jeżeli F_m/f_f oraz $0,5 F_m/f_{0,5}$ nie różnią się między sobą więcej jak 10%, to materiał uważa się za kruchy. Dlatego dla materiałów kruchych stosuje się parametr siłowy, a krytyczną wartość dynamicznego współczynnika intensywności naprężeń K_{Id} oblicza się wzorem [1,11,14]:

$$K_{Id} = \frac{F_p \cdot L}{B \cdot W^{3/2}} \left[2,9 \left(\frac{a}{w} \right)^{1/2} - 4,6 \left(\frac{a}{w} \right)^{3/2} + 21,8 \left(\frac{a}{w} \right)^{5/2} - 37,6 \left(\frac{a}{w} \right)^{7/2} + 38,7 \left(\frac{a}{w} \right)^{9/2} \right] \quad (6)$$

gdzie:

- F_p – wartość siły inicjującej pęknięcie wyznaczona na przebiegu $F(f)$,
- a – długość pęknięcia w próbce,
- L – odległość między podporami młota,
- B – szerokość próbki,
- W – wysokość próbki.

IV. MECHANIKA PĘKANIA I ZMĘCZENIA MATERIAŁÓW

Bardziej złożona jest ocena odporności na dynamiczne pękanie materiałów sprężysto-plastycznych i o dużej ciągliwości. Parametrem oceny jest parametr energetyczny-krytyczna wartość dynamicznej całki Rice'a – J_{Id} określona wzorem [1,6,14].

$$J_{Id} = \frac{2E_p}{B(W-a)} \quad (7)$$

gdzie:

- E_p – energia absorbowana przez próbkę do momentu wzrostu szczeliny określona z przebiegu $F(t)$ w dżulach,
- B – grubość próbki badanej, w mm,
- w – szerokość próbki badanej w mm,
- a – długość szczeliny w mm.

Zasadniczym problemem poprawnego wyznaczenia parametrów dynamicznej odporności na pękanie przy zginaniu udarowym, takich jak K_{Id} , J_{Id} , T_{mat} itp. na podstawie znajomości zarejestrowanych przebiegów $F(t)$, $F(f)$ jest znalezienie punktu inicjacji pęknięcia i na tej podstawie określenie siły F_p , i energii – E_p , potrzebnych do oceny do zapoczątkowania pęknięcia w różnych materiałach.

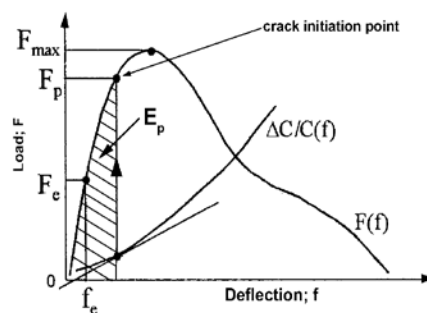
Dogodną i w miarę dokładną metodą oceny początku pęknięcia jest metoda zmiany podatności próbki $\Delta C/C$ (compliance changing rate method). Wymaga ona wyznaczenia na zarejestrowanym przebiegu $F(f)$ zależności:

$$\Delta C / C = (C - C_e) / C_e \quad (8)$$

gdzie:

- $\Delta C/C$ – względna zmiana podatności,
- C – podatność określona wzdłuż przebiegu $F(f)$,
- C_e – podatność sprężysta wyznaczona dla liniowo-sprężystej części przebiegu $F(f)$.

Na podstawie analizy kształtu krzywej $\Delta C/C$ przy istotnej zmianie jej pochylecia w momencie pęknięcia, wyznacza się punkt inicjacji pęknięcia szczeliny, a następnie na podstawie tego punktu siłę F_p oraz energię E_p , odpowiadającą początkowi pęknięcia, dla obliczenia parametrów K_{Id} i J_{Id} wzorami 6 i 7. Schemat tej metody przedstawiono na rysunku 1.



Rys.1. Schemat wyznaczenia punktu inicjacji pęknięcia metodą zmiany podatności

Fig. 1. Schematic explanation of the compliance changing rate method

Ze wzorów (6) i (7) mając określone parametry dynamicznej odporności na pękanie K_{Id} , J_{Id} , można obliczyć krytyczną wielkość wady tolerowanej przez materiał w warunkach obciążeń dynamicznych wg wzoru [1,12]:

$$a_d = \frac{E \cdot J_{Id}}{(1 - \nu^2) \pi R_d} \cdot Y \quad (9)$$

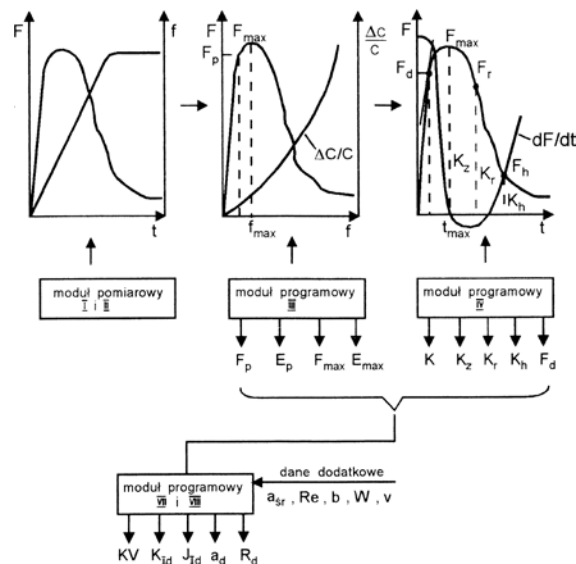
gdzie:

- R_d – dynamiczna granica plastyczności,
- Y – współczynnik kształtu wady,
- J_{Id} – krytyczna wartość całki Rice'a,
- E – moduł Younga,
- ν – współczynnik Poissona.

3. BADANIA WŁASNE

3.1. WYNIKI BADAŃ

Do oceny parametrów dynamicznej odporności na pękanie K_{Id} , J_{Id} przy wykorzystaniu oprzyrządowanej próby udarowego zginania, przeprowadzono udarowe badania kilku stopów odlewniczych na oprzyrządowanym młocie PSd 300 z wykorzystaniem komputerowego programu obróbki zarejestrowanych przebiegów $F(f)$ FRACDYNA [13] szczególnie jego modułów VII i VIII. Moduły te służyły do obliczeń parametrów dynamicznej odporności na pękanie K_{Id} , J_{Id} wzorami (6) i (7), a także krytycznej wielkości wady a_d (wzór 9) co przedstawiono na rysunku 2.



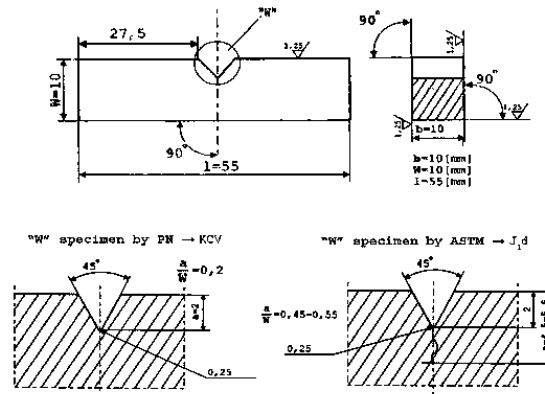
Rys. 2. Metodyka wyznaczania parametrów dynamicznej odporności na pękanie programem FRACDYNA

Fig. 2. Methodic of determinate of dynamic parameters of crack resistance in FRACDYNA program

IV. MECHANIKA PĘKANIA I ZMĘCZENIA MATERIAŁÓW

Badania wykonano na wybranych stopach odlewniczych, tj. stopie aluminium AK12, staliwie L20G oraz żeliwie sferoidalnym, wykorzystując wyniki wcześniej prezentowanej pracy dotyczącej oceny procesu udarowego niszczenia tych odlewów [13].

Badany stop odlewniczy AK12 zawierał 11,5% Si, 0,8% Cu oraz 0,9% Mg. Próbki do badań udarnościowych celem określenia KCV i dynamicznej odporności na pękanie K_{Id} , J_{Id} wykonano według rysunku 3. Próbki te musiały być pogłębione dodatkową szczeliną zmęczeniową zgodnie z wymaganiami normy ASTM [15]. Dodatkowo do próbek wprowadzono zgniot w zakresie od 0 do 10%.



Rys. 3. Wymiary próbek do badań udarności KCV i dynamicznej odporności na pękanie K_{Id} , J_{Id}
 Fig. 3. Dimensions of specimens for KCV impact tests and dynamic cracking resistance K_{Id} , J_{Id}

Przykładowe przebiegi $F(f)$ dla wyznaczenia parametrów K_{Id} , J_{Id} przy różnych stopniach zgniotu wg metody zmiany podatności zginanych udarowo próbek pokazano na rysunku 4. Tabelaryczne i graficzne zestawienie wyników oceny dynamicznej odporności na pękanie dla badanego odlewu AK12 w zależności od stopnia zgniotu przedstawiono w tabeli 1 i na rysunku 5.

Badane staliwo niskowęglowe L20G zawierało: 0,25% C, 0,47% Si, 1,38% Mn, 0,0025% P oraz 0,020% S. Wcześniej poddane było normalizowaniu w temperaturze 850°C w czasie 4 h a następnie wyżarzaniu w temperaturze 600°C w czasie 2 h. Próbki udarnościowe łamano z różnych temperatur wychładzania od 20°C do -60°C, określając udarność KCV i parametry dynamicznej odporności na pękanie K_{Id} , J_{Id} metodą zmiany podatności, na próbkach pogłębionych szczeliną zmęczeniową (rys. 3).

W tabeli 2 i na rysunku 6 przedstawiono zestawienie otrzymanych wyników badań staliwa L20G.

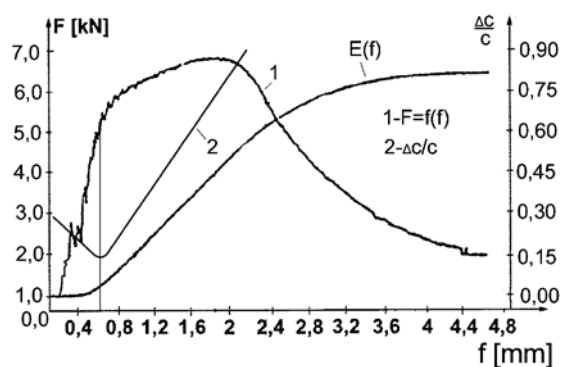
Badane żeliwo sferoidalne zawierało: 3,28% C, 2,39% Si, 0,43% Mn, 0,08% P oraz 0,014% S.

Próbki udarnościowe po różnych obróbkach cieplnych łamano bez karbu w celu oceny udarności KCV. W przypadku wyznaczenia parametrów dynamicznej odporności na pękanie K_{Id} , J_{Id} ze względu na trudności z wprowadzeniem karbu zmęczeniowego (duża kruchość, brak pracy hamowania pęknięcia K_h), karb nacięto cienką tarczą ścierną na głębokość ok. 1 mm. W tabeli 3 oraz na rysunku 7 zestawiono wyniki badań dyna-

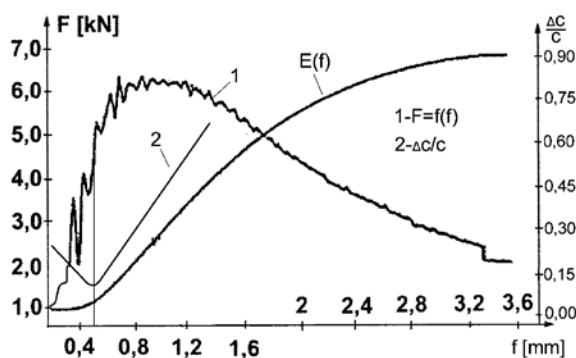
micznej odporności na pękanie badanego żeliwa sferoidalnego po różnych stadiach obróbki cieplnej.

Wyżarzanie normalizujące żeliwa sferoidalnego przeprowadzono w temperaturze 900°C w czasie 6 h. Wyżarzanie grafityzujące żeliwa polegało na jego nagraniu do temperatury 975°C wygrzaniu przez 1 h, następnie podchłodzeniu wolno w piecu do temperatury 720°C, wygrzaniu w tej temperaturze w czasie 5 h i dalszym chłodzeniu w powietrzu. Wyżarzanie sferoidyzujące żeliwa przebiegło dwuoperacyjnie, tj. nagrzewanie do temperatury 950°C wygrzanie przez 2 h i chłodzenie w powietrzu, następnie nagrzewanie do temperatury 700°C, wygrzewanie w tej temperaturze przez czas 4 h i następnie chłodzenie w powietrzu.

a)



b)



Rys. 4. Przykładowe przebiegi $F(f)$ dla badanego stopu AK12, wyznaczenie siły i energii początku pęknięcia metodą zmiany podatności a) bez zgniotu, b) dla zgniotu 5%

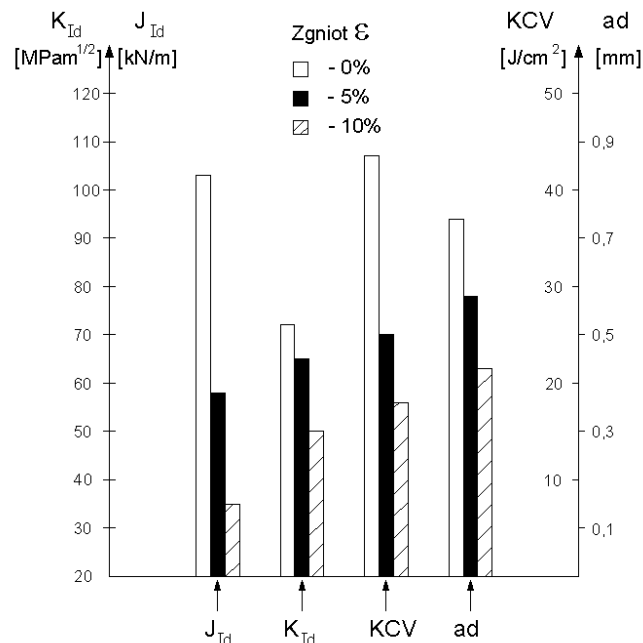
Fig. 4. Exemplary $F(f)$ courses for AK12 tested alloy, determination of force and energy of crack initiation with method of flexibility change a) for the cold work, b) for the 5% cold work

IV. MECHANIKA PĘKANIA I ZMĘCZENIA MATERIAŁÓW

Tabela 1. Wyniki badań dynamicznej odporności na pękanie stopu AK12 przy udarowym zginaniu

Table 1. Results of AK 12 dynamic cracking resistance tests during impact bending

Zgniot %	Siła [kN]	Energia [J]	Dynamiczna odporność na pękanie		Dopuszczalna długość wady	Udarowość KCV
	F_p	E_p	K_{Id} [MPam ^{1/2}]	J_{Id} [kN/m]	a_d [mm]	[J/cm ²]
0	5,09	3,24	72	102	0,72	43
5	4,55	1,50	66	57	0,58	25
10	2,75	1,33	51	34	0,48	18



Rys. 5. Graficzne zestawienie wyników badań dynamicznej odporności na pękanie dla stopu AK12

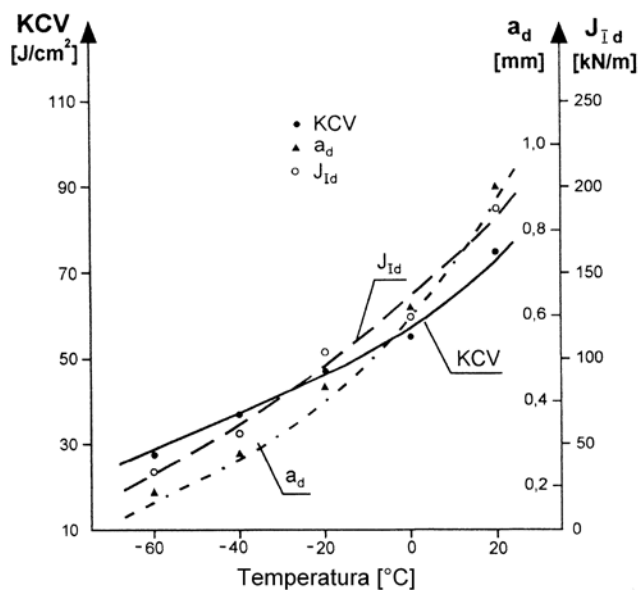
Fig. 5. Graphical comparison of dynamic cracking resistance results for the AK12 alloy

Przedstawione w tabelach 1,2 i 3 wyniki badań dynamicznej odporności na pękanie badanych stopów odlewniczych są średnimi z trzech łamanych udarowo próbek.

Tabela 2. Wyniki badań dynamicznej odporności na pękanie staliwa L20G przy udarowym zginaniu

Table 2. Test results of the L20G cast steel dynamic cracking resistance during impact bending

Temperatura badania [°C]	Siła [kN]	Energia [J]	Dynamiczna odporność na pękanie		Dopuszczalna długość wady	Udarowość KCV
	F_p	E_p	K_{Id} [MPam ^{1/2}]	J_{Id} [kN/m]	a_d [mm]	[J/cm ²]
20	6,94	5,39	103,5	178	0,89	74,1
0	5,73	4,13	98,1	125	0,62	55,5
-20	4,25	3,98	89,6	102	0,43	40,2
-40	4,01	3,67	82,4	51	0,28	28,4
-60	3,96	2,39	78,2	35	0,17	17,3



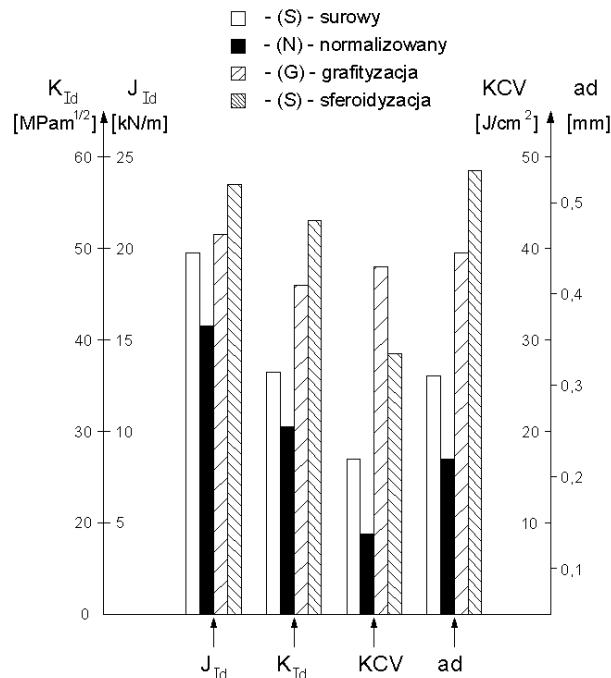
Rys. 6. Zmiany dynamicznej odporności na pękanie J_{Id} , udarności KCV oraz dopuszczalnej wielkości wady a_d w zależności od temperatury dla badanego staliwa L20G

Fig. 6. Changes of dynamic cracking resistance J_{Id} impact strength KCV and a_d allowable defect size with the reference to the temperature of L20G tested cast iron

Tabela 3. Wyniki badań dynamicznej odporności na pękanie żeliwa sferoidalnego przy udarowym zginaniu

Table 3. Results of spheroid cast iron dynamic cracking resistance tests during impact bending

Rodzaj obróbki cieplnej	Siła [kN]	Energia [J]	Dynamiczna odporność na pękanie		Dopuszczalna długość wady	Udarność KCV
	F_p	E_p	K_{Id} [MPam ^{1/2}]	J_{Id} [kN/m]	a_d [mm]	[J/cm ²]
Stan surowy (s)	4,40	0,61	37,9	19,2	0,31	15,9*
Normalizowanie (N)	30,3	0,41	31,5	16,1	0,22	8,9*
Grafityzacja (G)	3,75	0,39	44,1	21,3	0,44	37,6
Sferoidyzacja (S)	4,05	0,47	52,5	23,7	0,53	21,8



Rys. 7. Graficzne zestawienie wyników badań dynamicznej odporności na pękanie dla badanego żeliwa sferoidalnego

Fig. 7. Graphical comparison of dynamic cracking resistance for tested spheroid cast iron

3.2. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ

Z otrzymanych wyników badań określenia parametrów dynamicznej odporności na pękanie K_{Id} , J_{Id} dla badanych stopów odlewniczych wynika, że zależą one bardzo od rodzaju stopu, jego składu chemicznego, stanu wyjściowego (rodzaju obróbki cieplnej) temperatury wychładzania, stopnia zgniotu, itp.

Analizując wpływ stopnia zgniotu stopu AK12 na dynamiczną odporność na pękanie (tab. 1, rys. 4 i 5), można stwierdzić, iż im większy stopień zgniotu, tym parametry dynamicznej odporności na pękanie K_{Id} , J_{Id} maleją.

Podobny charakter ma zmiana udarności KCV i krytycznej długości wady tolerowanej a_d w badanym stopie. Można stąd wnioskować, że wprowadzenie większego stopnia zgniotu, powoduje zmianę charakteru pękania z plastycznego ($\varepsilon = 0\%$) na pękanie plastyczno-krucho ($\varepsilon = 10\%$), co powoduje nagły spadek parametrów odporności na pękanie K_{Id} , J_{Id} i charakterem kształtu krzywych $F(f)$ (rys. 3). Możliwym jest w dalszych badaniach określenie empirycznej zależności między parametrami dynamicznej odporności na pękanie a stopniem zgniotu i udarnością tj. K_{Id} , $J_{Id} = f(KCV, \varepsilon)$.

Analizując otrzymane wyniki badań dynamicznej odporności na pękanie J_{Id} , a_d dla staliwa L20G, wychładzanego z różnych temperatur (tab. 2, rys. 6), można określić na podstawie otrzymanych krzywych, korelację między odpornością na pękanie a temperaturą T i udarnością KCV, które przedstawić można z pomocą następujących wzorów:

$$J_{Id} = KCV \cdot (e^{-0,374+0,445 \cdot 10^{-2} T}) \quad \text{przy } R = 0,9958 \quad (10)$$

oraz

$$a_d = KCV \cdot (e^{-8,084+1,186 \cdot 10^{-2} T}) \quad \text{przy } R = 0,9924 \quad (11)$$

Przedstawione wzory (10) i (11), umożliwiają oszacowanie parametrów dynamicznej odporności na pękanie na podstawie prostych badań udarności w różnych temperaturach. Jednakże potwierdzenie tych zależności wymaga dalszych badań, dla większej liczby prób niż przyjętych w pracy oraz zbliżonego składu chemicznego staliwa.

Z analizy otrzymanych wyników badań zamieszczonych w tabeli 3 i rysunku 7, dla badanego żeliwa sferoidalnego, niszczonego bez karbu lub z nieznacznym nacięciem, wynika, iż sposób obróbki cieplnej istotnie wpływa na poprawę lub obniżenie parametrów dynamicznej odporności na pękanie żeliwa. Z zaproponowanych w pracy rodzajów obróbki cieplnej żeliwa wynika, że najkorzystniejszym wariantem obróbki cieplnej ze względu na odporności na pękanie jest wyżarzanie sferoidyzującej, które prawie dwukrotnie zwiększa odporność na dynamiczne pękanie żeliwa w stosunku np. do stanu normalizowanego. Także dopuszczalna wielkość tolerowanej wady a_d jest dla tej operacji cieplnej największa, pomimo że udarność KCV jest nieznacznie niższa w stosunku do grafityzacji tego żeliwa. Dalsze badania nad żeliwem sferoidalnym powinny zmierzać w kierunku ustalenia optymalnych własności wytrzymałościowych w powiązaniu z optymalną odpornością na pękanie i udarnością KCV , przy różnych zabiegach cieplnych, czyli poszukiwania korelacji $K_{Id}, J_{Id} = f(Rm, KCV)$.

4. WNIOSKI

1. Oprzyrządowana próba udarowego zginania przeprowadzana na młotach udarowych na podstawie znajomości zarejestrowanych przebiegu $F(f)$, umożliwiała nie tylko dokładne określenie udarności KCV , ale również parametrów dynamicznej odporności na pękanie K_{Id}, J_{Id} oraz krytycznej wielkości wady a_d w badanym materiale w warunkach obciążeń dynamicznych.
2. Stwierdzono, iż badany w pracy stop aluminium AK12 poddany różnemu zgniotowi, wykazuje prawie trzykrotne obniżenie dynamicznej odporności na pękanie K_{Id}, J_{Id} przy jego wzroście od 0 do 10%.
3. Badania zmian dynamicznej odporności na pękanie staliwa L20G, dowiodły, iż istnieje korelacja między dynamiczną odpornością na pękanie a temperaturą wychładzania T i udarnością KCV , którą przedstawiono w pracy odpowiednimi zależnościami (10) i (11).
4. Badania parametrów dynamicznej odporności na pękanie K_{Id}, J_{Id} żeliwa sferoidalnego wykazały, iż wartości te bardzo ulegają zmianie w zależności od rodzaju zastosowanej obróbki cieplnej. Wyżarzanie sferoidyzujące poprawia dynamiczną odporność na pękanie prawie dwukrotnie w stosunku do stanu normalizowanego tego żeliwa.
5. Dalsze badania tworzyw odlewniczych powinny przebiegać w kierunku optymalizowania wysokich własności mechanicznych tych materiałów w korelacji z dobrą odpornością na ich pękanie dynamiczne.

THE INFLUENCE OF TECHNOLOGICAL FACTORS OVER DYNAMIC
RESISTANCE TO CRACKING OF CHOSEN CASTING ALLOYS

Summary

The increase of quality and durability of produced casting alloys can be evaluated on the base of material tests performed on a high level. One of such modern test methods involves tests of the dynamic damage process of materials and the evaluation on the base of obtained courses $F(f)$, $F(t)$ of parameters of dynamic cracking resistance K_{Id} , J_{Id} , performed with the usage of instrumented Charpy pendulums. In this paper there was presented the evaluation of dynamic cracking resistance parameters of casting alloys such as: AK12 aluminum alloy, L20G cast steel and spheroid cast iron. The methodology of the evaluation of that parameters was described and their change as well, for the AK12 alloy with the cold work different level, L20G cast steel cooled from different temperatures in the range $+20^{\circ}\text{C}$ ÷ -60°C , and for the spheroid cast iron at different stages of treatment i.e. raw state, after normalization, spheroid annealing and graphitizing annealing. Obtained parameters of dynamic cracking resistance K_{Id} , J_{Id} of tested casting alloys enabled defining the critical value of the a_d defect that can be tolerated by tested castings in different work conditions with impact loadings.

Keywords: mechanical properties, dynamic crack resistance, casting alloys

MODYFIKACJA METODY WYZNACZANIA UMOWNEJ KRZYWEJ S-N Z PROCEDURY FITNET

1. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Wyznaczanie wykresu Wöhlera dla elementów konstrukcyjnych lub materiałów wg zaleceń stosownych norm np. [20] prowadzi do uzyskania bardzo precyzyjnego wyniku (co jest zaletą tego podejścia), lecz niestety ze względu na czas realizacji badań generuje znaczne koszty (co jest wadą metody). Norma [20] zaleca badania min. 3 próbek na co najmniej 5 poziomach obciążeń, przy częstotliwości zmian obciążenia $5 \div 100$ Hz. Należy nadmienić, że zmiana chociażby jednego z warunków badań wpływa znacząco na uzyskany wynik.

W literaturze przedstawiono szereg propozycji metod analitycznych i analitycznych wspomaganych prostym eksperymentem, zmierzających do przybliżonego (także przyspieszonego) wyznaczenia charakterystyki Wöhlera. Metody te są stosowane w praktyce inżynierskiej.

2. PRZEDSTAWIENIE METODY FITNET I JEJ MODYFIKACJA

Przedstawiana metoda FITNET została wybrana, ponieważ pozwala wyznaczyć charakterystykę zmęczeniową w zakresie wysokocyklowym. Kolejnym czynnikiem wpływającym na ten wybór jest możliwość wyznaczenia krzywej Wöhlera po przeprowadzeniu prostego eksperymentu (próba rozciągania). Ponadto metoda ta jest łatwa do wykorzystania przez inżyniera. Jej dokładność nie została w literaturze dokładnie opisana.

Podejście zapisane w ścieżce 2b procedur FITNET (za [18]) zakłada wyznaczenie granicy zmęczenia po przez pomnożenie wytrzymałości na rozciąganie przez odpowiedni współczynnik (wzór 1 i 2).

$$\sigma_w = f_{w,\sigma} R_m \quad (1)$$

$$\tau_w = f_{w,\tau} \sigma_w \quad (2)$$

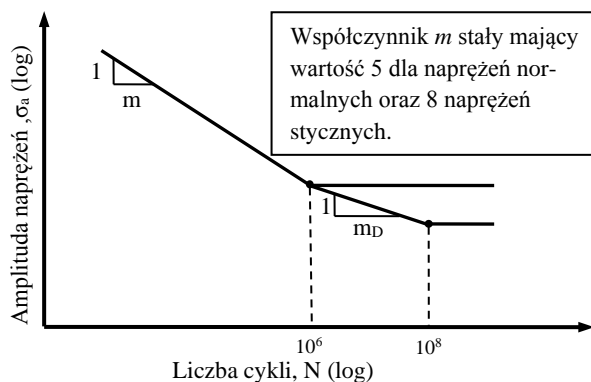
gdzie:

- R_m – wytrzymałość na rozciąganie,
- σ_w, τ_w – granica zmęczenia odpowiednio dla naprężeń normalnych i stycznych,
- $f_{w,\sigma}, f_{w,\tau}$ – współczynniki zależne od rodzaju materiału.

Następnie nanosi się punkt o współrzędnych 10^6 cykli i wartości granicy zmęczenia. Na prawo od tego punktu wyznacza się prostą równoległą do osi odciętych dla stali (oprócz stali austenitycznej) i staliw. Dla pozostałych materiałów (łącznie ze stalą austenityczną) określaną jest prosta o współczynniku pochylenia m_D , aż do osiągnięcia 10^8 cykli i od tego punktu wyznacza się prostą równoległą do osi odciętych. Dla trwałości mniejszej od 10^6 cykli tworzy się prostą o współczynniku pochylenia m , który

IV. MECHANIKA PĘKANIA I ZMĘCZENIA MATERIAŁÓW

wynosi 5 dla naprężeń normalnych oraz 8 dla naprężeń stycznych. Schemat opisanego powyżej postępowania został przedstawiony na rysunku 1.

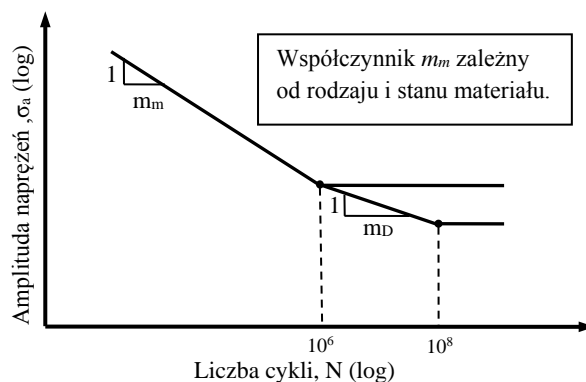


Rys. 1. „Umowna” krzywa S-N wg FITNET [18]

Fig. 1. „Conventional” S-N curve according FITNET [18]

Po przeprowadzeniu analizy ilościowej i jakościowej, która zostanie przedstawiona w dalszej części artykułu stwierdzono, iż błąd oszacowania trwałości zmęczeniowej w zakresie ograniczonej trwałości stosując stały współczynnik kierunkowy krzywej może być znaczny (14% do 573%) – szczegółowe dane ilustrujące ten fakt zestawiono w tabeli 3 (ostatnia kolumna).

Analizując dostępne dane literaturowe np. [6,14,15,19,27,28] można wyznaczyć bardziej, merytorycznie zasadne podejście do sposobu definiowania wartości m . Zaproponowano modyfikację metody polegającej na określeniu różnych wartości współczynnika kierunkowego krzywej zmęczeniowej w zależności od rodzaju i stanu materiału (rys. 2). Wartości tego współczynnika zostały zaproponowane głównie na podstawie danych literaturowych dotyczących rzeczywistych eksperymentów badawczych.



Rys. 2. Proponowana modyfikowana krzywa

Fig. 2. Proposed modified curve

Proponowane wartości współczynnika kierunkowego m_m zostały przedstawione w tabeli poniżej.

Tabela 1. Wartości współczynnika kierunkowego m_m

Table 1. Value of coefficient m_m

Rodzaj materiału Type material	Stan State	Źródło Data source	Wartość współczynnika m_m Value of coefficient m_m	
			Naprężenia normalne Normal stress	Naprężenia styczne Shear stress
Stal Steel	Próbki gładkie Smooth specimen	[6,14,19,28]	12	12
Stal Steel	Elementy z korbem Element with notch	[14,15,27]	7	7
Stal Steel	Elementy obrabiane cieplnie Heat treatment	[14]	18	18
Żeliwo Iron	Próbki gładkie Smooth specimen	Propozycja własna Own proposal	11	
Stopy aluminium Aluminium alloy	Próbki gładkie Smooth specimen	Propozycja własna Own proposal	8	8

3. ZAKRES I SPOSÓB WERYFIKACJI PRZEDSTAWIANYCH METOD

W celu przeprowadzenia weryfikacji opisanych powyżej metod został określony zbiór danych wymaganych do wyznaczenia krzywych S-N według przedstawionych powyżej metod. Następnie sporządzono wykres, na którym naniesiono krzywe estymowane oraz krzywą eksperymentalną. Tak sporządzone wykresy posłużyły do przeprowadzenia analizy jakościowej. W analizie ilościowej porównywano trwałość wyznaczoną przez obie metody dla obciążenia, które odpowiadało trwałości 10^5 cykli (na wykresie otrzymanym z badań eksperymentalnych). Do tak sformułowanej weryfikacji wykorzystano następujące materiały:

Tabela 2. Wykaz materiałów wykorzystanych do weryfikacji i źródła pochodzenia danych

Table 2. Specification of material used to verification and sources of dates

Materiał Material	Stan State	Źródło Data Source	Wartość współczynnika m Value of coefficient m
S235JR	Stan surowy Raw state steel	[19]	11,5
S355J0	Stan surowy Raw state steel	[29]	12,3
E355	Stan surowy Raw state steel	[6]	18,8
C40	Stan normalizowany Normalised steel	[3]	12,8
C45	Stan normalizowany Normalised steel	[13,14]	11,1; 10,1
15Cr2	Stan ulepszony cieplnie Quenched and tempered steel	[19]	20
14CrMoV69	Stan ulepszony cieplnie Quenched and tempered steel	[3]	16,1

IV. MECHANIKA PĘKANIA I ZMĘCZENIA MATERIAŁÓW

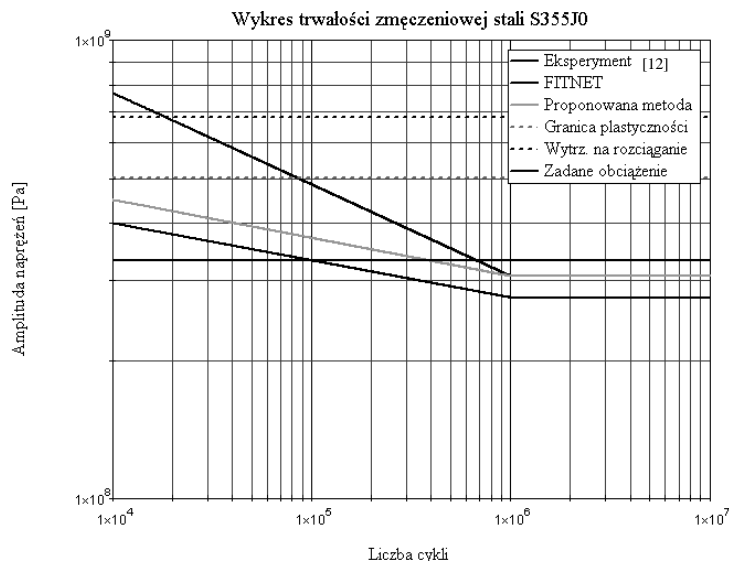
cd. tabeli 2

Table 2 continued

30CrNiMo8	Stan ulepszony cieplnie Quenched and tempered steel	[22]	11,7; 19,3
34CrMo4	Stan normalizowany Normalised steel	[3]	8,4
42CrMo4	Po obróbce plastycznej After plastic forming	[3]	23,2
42CrMoS4	Stan ulepszony cieplnie Quenched and tempered steel	[21]	14
SAE 8630	Stan ulepszony cieplnie Quenched and tempered steel	[3]	11,8
D38MSV5S	Stan normalizowany Normalised steel	[16,31]	19,5; 10,9

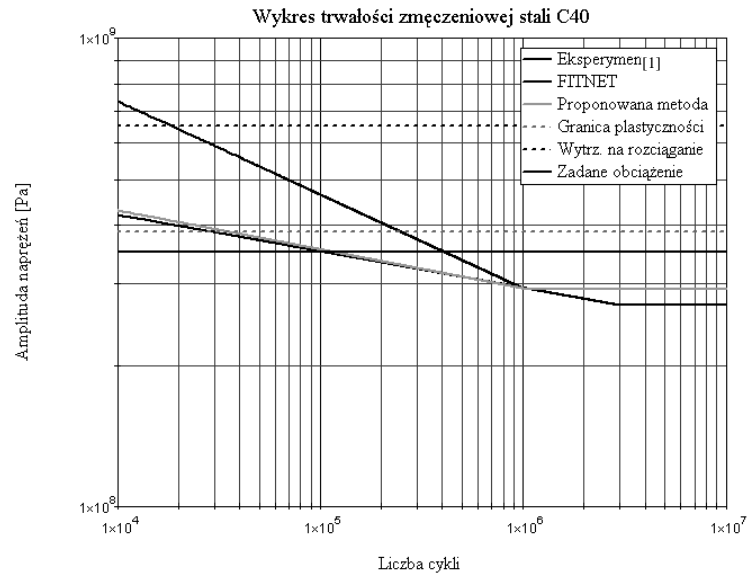
4. WYNIKI WERYFIKACJI

Poniżej przedstawiono wykresy zmęczeniowe dla materiałów scharakteryzowanych w poprzednim punkcie. Na wykresach czarną linią zaznaczono krzywą otrzymaną z eksperymentu. Linia pozioma zaznaczona kolorem fioletowym odpowiada wartości naprężenia wyznaczonego na podstawie charakterystyki eksperymentalnej i założonej trwałości 10^5 cykli. Krzywe estymowane zostały oznaczone kolorem niebieskim dla metody FITNET, natomiast kolorem zielonym metoda modyfikowana. Dodatkowo liniami punktowymi zaznaczono granicę plastyczności (kolor pomarańczowy) i wytrzymałość na rozciąganie (kolor czerwony).



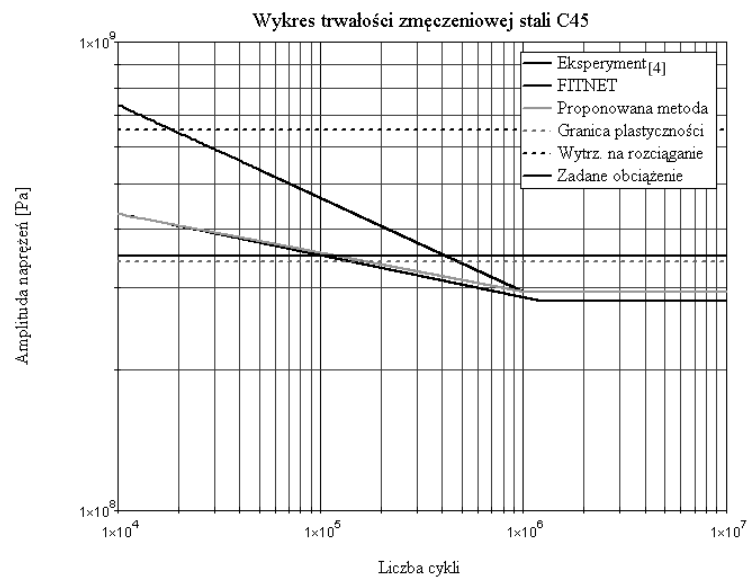
Rys. 3. Wykres przedstawiający porównanie metod oszacowania wysokocyklowej trwałości zmęczeniowej dla stali S355J0 w stanie surowym

Fig. 3. Diagram presents comparison estimated methods of high-cycle fatigue life for S355J0 raw state steel



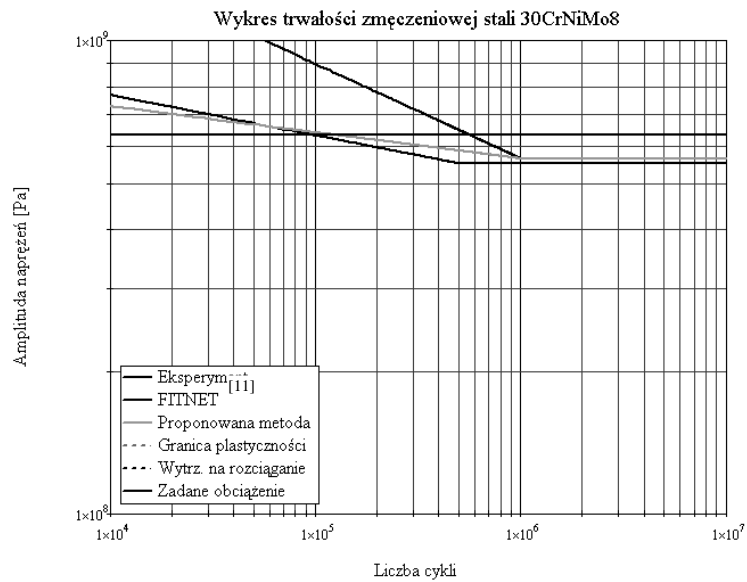
Rys. 4. Wykres przedstawiający porównanie metod oszacowania wysokocyklowej trwałości zmęczeniowej dla stali C40 w stanie normalizowanym

Fig. 4. Diagram presents comparison estimated methods of high-cycle fatigue life for C40 normalised steel



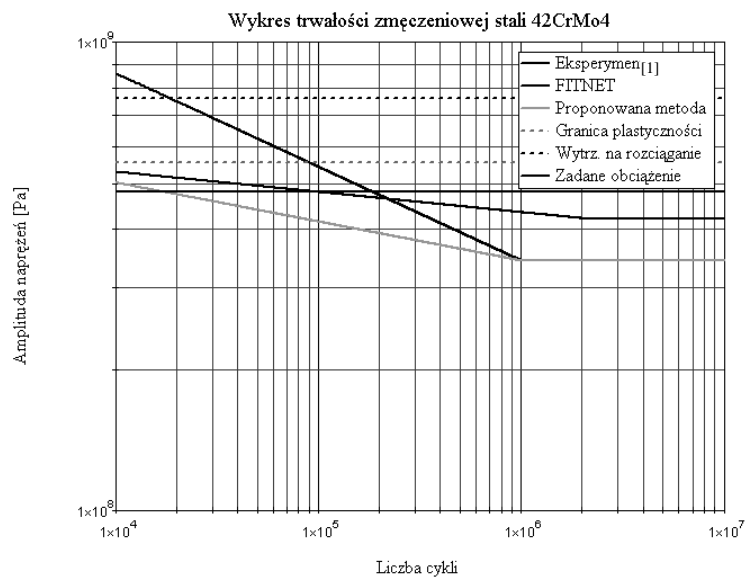
Rys. 5. Wykres przedstawiający porównanie metod oszacowania wysokocyklowej trwałości i zmęczeniowej dla stali C45 w stanie normalizowanym

Fig. 5. Diagram presents comparison estimated methods of high-cycle fatigue life for C45 normalised steel



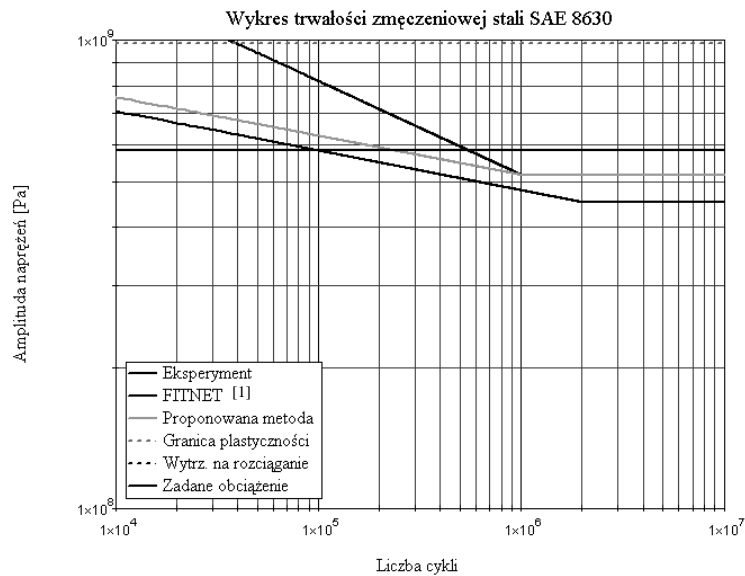
Rys. 6. Wykres przedstawiający porównanie metod oszacowania wysokocyklowej trwałości zmęczeniowej dla stali 30CrNiMo8 w stanie ulepszonym cieplnie

Fig. 6. Diagram presents comparison estimated methods of high-cycle fatigue life for 30CrNiMo8 quenched and tempered steel



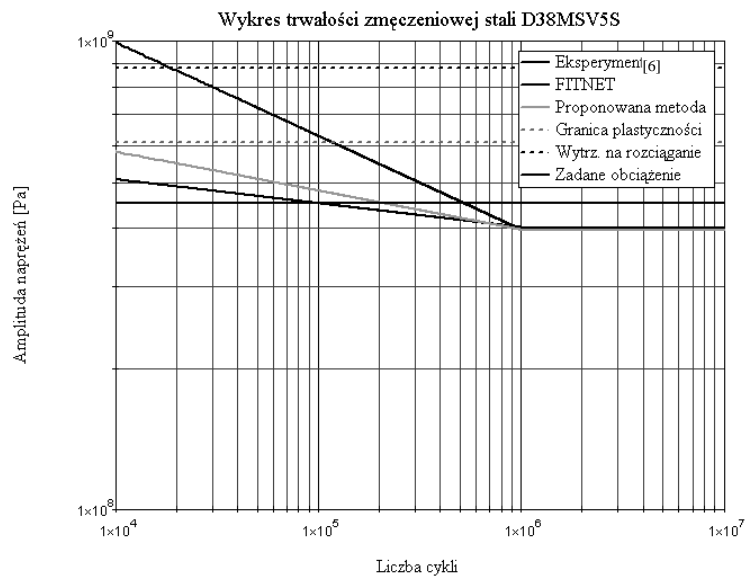
Rys. 7. Wykres przedstawiający porównanie metod oszacowania wysokocyklowej trwałości zmęczeniowej dla stali 42CrMo4 po obróbce plastycznej

Fig. 7. Diagram presents comparison estimated methods of high-cycle fatigue life for 42CrMo4 after plastic forming



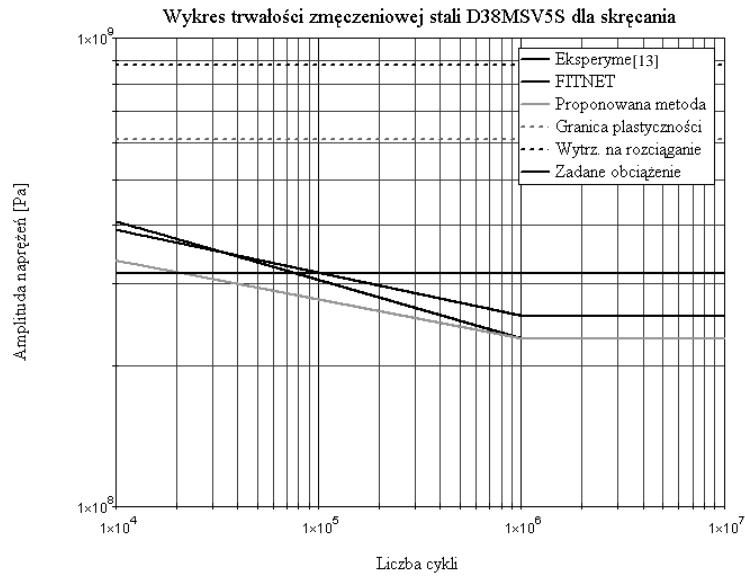
Rys. 8. Wykres przedstawiający porównanie metod oszacowania wysokocyklowej trwałości zmęczeniowej dla stali SAE 8630 w stanie ulepszonym cieplnie

Fig. 8. Diagram presents comparison of estimated methods of high-cycle fatigue life for SAE 8630 quenched and tempered steel



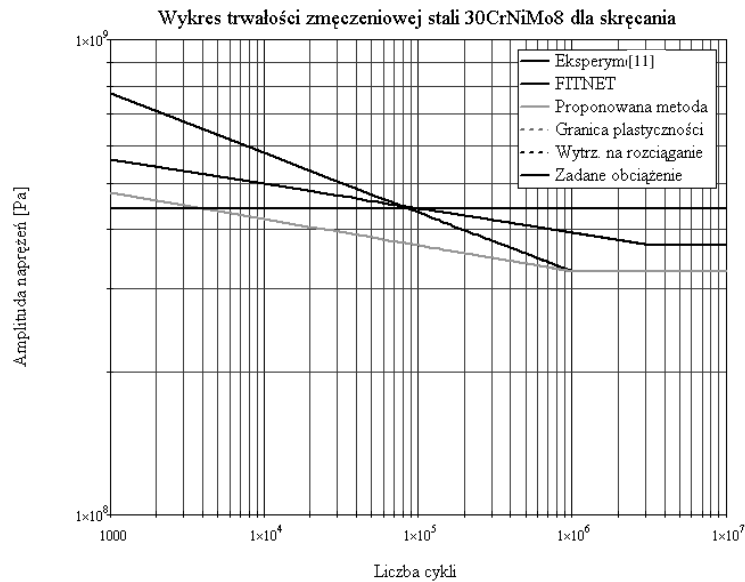
Rys. 9. Wykres przedstawiający porównanie metod oszacowania wysokocyklowej trwałości zmęczeniowej dla stali D38MSV5S w stanie normalizowanym

Fig. 9. Diagram presents comparison estimated methods of high-cycle fatigue life for D38MSV5S normalised steel



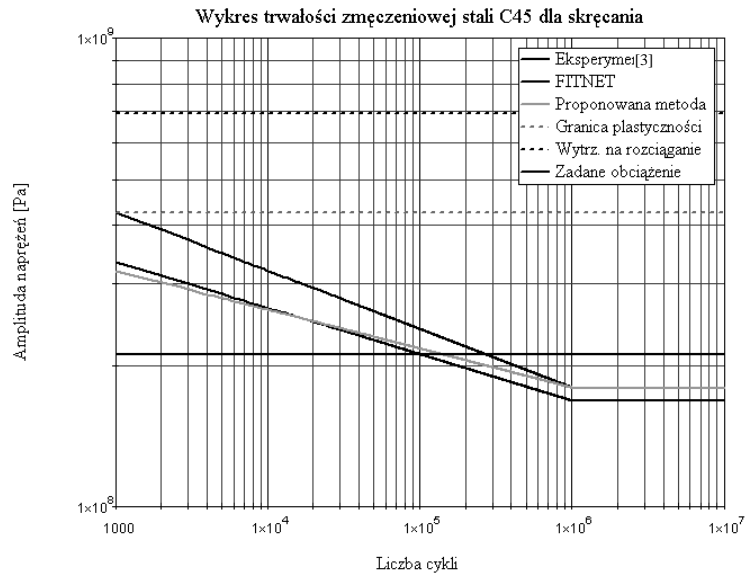
Rys. 10. Wykres przedstawiający porównanie metod oszacowania wysokocyklowej trwałości zmęczeniowej dla stali D38MSV5S w stanie normalizowanym dla naprężeń stycznych

Fig. 10. Diagram presents comparison estimated methods of high-cycle fatigue life for D38MSV5S normalised steel for shear stress



Rys. 11. Wykres przedstawiający porównanie metod oszacowania wysokocyklowej trwałości zmęczeniowej dla stali 30CrNiMo8 w stanie ulepszonym cieplnie dla naprężeń stycznych

Fig. 11. Diagram presents comparison estimated methods of high-cycle fatigue life for 30CrNiMo8 quenched and tempered steel for shear stress



Rys. 12. Wykres przedstawiający porównanie metod oszacowania wysokocyklowej trwałości zmęczeniowej dla stali C45 w stanie normalizowanym dla naprężeń stycznych

Fig. 12. Diagram presents comparison estimated methods of high-cycle fatigue life for C45 normalised steel for shear stress

5. ANALIZA ILOŚCIOWA I JAKOŚCIOWA

Wyniki weryfikacji ilościowej obydwu metod zestawiono w tabelach poniżej. Dwie ostatnie kolumny w tabelach przedstawiają błędy oszacowania trwałości zmęczeniowej przy przeprowadzaniu obliczeń według przedstawionych algorytmów. Przedostatnia kolumna przedstawia bezwzględny błąd wyznaczenia liczby cykli do zniszczenia. Natomiast ostatnia kolumna przedstawia względny błąd obliczonej trwałości zmęczeniowej.

IV. MECHANIKA PEKANIA I ZMĘCZENIA MATERIAŁÓW

Tabela 3. Porównanie otrzymanej trwałości wg metody FITNET z danymi eksperymentalnymi

Table 3. Comparison between estimated fatigue life according FITNET and experimental date

Material Material	Wartość współczynnika m wg eksperymentu Value of coefficient m according to experimental date		Wartość współczynnika m wg metody FITNET Value of coefficient m according to FITNET	Liczba cykli do zniszczenia Number cycle to failure	Różnica między przyjętą wzorcową 10^5 cykli, a wyliczoną liczbą cykli Different between assumption 10^5 cycle and calculate cycles	Błąd oszacowania trwałości zmęczeniowej [%] Error of estimated fatigue life [%]
Naprężenia normalne Normal stress						
S235JR	11,5	[19]	5	$1,4 \times 10^5$	$-4,3 \times 10^4$	-43
S355J0	12,3	[29]	5	$6,7 \times 10^5$	$-5,7 \times 10^5$	-573
E355	18,8	[6]	5	$6,2 \times 10^5$	$-5,2 \times 10^5$	-518
C40	12,8	[3]	5	$4,0 \times 10^5$	$-3,0 \times 10^5$	-301
C45	11,1	[14]	5	$4,0 \times 10^5$	$-3,0 \times 10^5$	-308
15Cr2	20	[19]	5	$2,1 \times 10^5$	$-1,1 \times 10^5$	-109
14CrMoV69	16,1	[3]	5	$1,1 \times 10^5$	$-1,4 \times 10^4$	-15
30CrNiMo8	11,7	[22]	5	$5,7 \times 10^5$	$-4,7 \times 10^5$	-467
34CrMo4	8,4	[3]	5	$2,6 \times 10^5$	$-1,6 \times 10^5$	-157
42CrMo4	23,2	[3]	5	$1,9 \times 10^5$	$-8,5 \times 10^4$	-85
42CrMoS4	14	[21]	5	$2,4 \times 10^5$	$-1,4 \times 10^5$	-137
SAE 8630	11,8	[3]	5	$5,5 \times 10^5$	$-4,5 \times 10^5$	-451
D38MSV5S	19,5	[16]	5	$5,2 \times 10^5$	$-4,2 \times 10^5$	-422
Naprężenia styczne Shear stress						
C45	10,1	[13]	8	$2,7 \times 10^5$	$-1,7 \times 10^5$	-169
30CrNiMo8	19,3	[22]	8	$8,6 \times 10^4$	$1,4 \times 10^4$	14
D38MSV5S	10,9	[31]	8	$7,5 \times 10^4$	$2,5 \times 10^4$	25

Tabela 4. Porównanie otrzymanej trwałości wg metody modyfikowane z danymi eksperymentalnymi

Table 4. Comparison between estimated fatigue life according modified method and experimental date

Material Materiał	Wartość współczynnika m wg eksperymentu Value of coefficient m according to experimental date	Wartość współczynnika m wg metody FITNET Value of coefficient m according to FITNET	Liczba cykli do zniszczenia Number cycle to failure	Różnica między przyjętą wzorcową 10^5 cykli, a wyliczoną liczbą cykli Different between assumption 10^5 cycle and calculate cycles	Błąd oszacowania trwałości zmęczeniowej [%] Error of estimated fatigue life [%]
Napężenia normalne Normal stress					
S235JR	11,5	[19]	12	$9,1 \times 10^4$	91
S355J0	12,3	[29]	12	$-2,9 \times 10^5$	-286
E355	18,8	[6]	12	$-2,1 \times 10^5$	-214
C40	12,8	[3]	12	$-1,2 \times 10^4$	-12
C45	11,1	[14]	12	$-1,6 \times 10^4$	-16
15Cr2	20	[19]	18	$9,6 \times 10^4$	96
14CrMoV69	16,1	[3]	18	1×10^5	100
30CrNiMo8	11,7	[22]	18	-3×10^4	-30
34CrMo4	8,4	[3]	12	$6,2 \times 10^4$	62
42CrMo4	23,2	[3]	12	$8,3 \times 10^4$	82
42CrMoS4	14	[21]	18	$9,4 \times 10^4$	94
SAE 8630	11,8	[3]	18	$-1,4 \times 10^5$	-139
D38MSV5S	19,5	[16]	12	$-1,1 \times 10^5$	-110
Napężenia styczne Shear stress					
C45	10,1	[13]	12	-4×10^4	-40
30CrNiMo8	19,3	[22]	18	$9,6 \times 10^4$	96
D38MSV5S	10,9	[31]	12	$7,9 \times 10^4$	79

Sporządzone rysunki 3-12 pozwalają przeprowadzić analizę jakościową. W analizie jakościowej położenie krzywej estymowanej uznano za gorsze, ponieważ (oznaczono „-”) znajdowała się po stronie wartości przeszacowanych, za lepsze (oznaczono „+”) gdy leżała po stronie niedoszacowania trwałości. Przypadek, kiedy krzywa estymowana przecina charakterystykę eksperymentalną oznaczono „+/-”, jako lepszy od przeszacowania w całym zakresie i gorszą od niedoszacowania. Wyniki te zostały przedstawione w tabeli 5.

Z przedstawionej poniżej analizy jakościowej wynika, iż modyfikacja metody FITNET przyczyniła się do poprawy jakościowej położenia krzywej estymowanej dla prawie wszystkich materiałów.

IV. MECHANIKA PĘKANIA I ZMĘCZENIA MATERIAŁÓW

Tabela 5. Porównanie pochylenia krzywych estymowanych z krzywą eksperymentalną

Table 5. Comparison between estimated

Rodzaj materiału Type of material	Pochylenie linii estymowanej względem danych eksperymentalnych Slope of estimated curve according experimental date		Położenie linii estymowanej względem danych eksperymentalnych Position of estimated curve according experimental date	
	FITNET	Metoda modyfikowana Modified method	FITNET	Metoda modyfikowana Modified method
Napężenia normalne / Normal stress				
S235JR	–	+	+/-	+
S355J0	–	+	–	–
E355	–	+	–	–
C40	–	+	–	+/-
C45	–	+	–	+/-
15Cr2	–	+	+/-	+
14CrMoV69	–	+	+/-	+
30CrNiMo8	–	+	–	+/-
34CrMo4	–	+	–	+
42CrMo4	–	+	+/-	+
42CrMoS4	–	+	+/-	+
SAE 8630	–	+	–	–
D38MSV5S	–	+	–	–
Napężenie styczne / Shear stress				
D38MSV5S	–	+	+/-	+
30CrNiMo8	–	+	+/-	+
C45	+	–	–	+/-

6. PODSUMOWANIE

Na podstawie weryfikacji ilościowej i jakościowej obu metod przedstawionych w punkcie piątym można sformułować następujące wnioski:

- a) wprowadzenie różnych wartości współczynnika m spowodowało zmniejszenie błędu oszacowania trwałości zmęczeniowej (12% ÷ 286%),
- b) estymowana krzywa otrzymana wg modyfikowanej metody FITNET jakościowo bardziej odpowiada krzywej eksperymentalnej.

Zaznaczyć należy, że przedstawione dane, analiza i wynikające z niej wnioski odnoszą się do ograniczonej grupy materiałów. Weryfikacja ta wskazuje na określone tendencje i potrzebę przeprowadzenia badań analitycznych większej grupy materiałów. Sformułowane powyżej wnioski nie należy traktować jako ostateczne.

MODIFICATION OF THE METHOD FOR DETERMINING THE CONVENTIONAL S-N CURVE FROM FITNET PROCEDURE

Summary

In this paper there was presented a method for determining the "conventional" S-N curve according to path 2b in the FITNET procedure and the qualitative and quantitative analysis of application of this method. It was noted that the authors have devoted more attention to the ways of determination of fatigue limit of this method, while in the fatigue strength for limited life it was assumed that the ratio of inclination of the curve m is constant (value 5 for the normal stress and 8 for shear stress). In fact, the value m is variable, depending on the type and state of the material, the way of test, and according to our knowledge, the study data on this subject are relatively easily accessible. Based on these data, modifying the FITNET algorithm is suggested.

Keywords: fatigue design, S-N curve, high-cycle strength, FITNET

LITERATURA

- [1] ASTM E 24.03.03.1989. Proposed standard method of test for instrumented impact of precracked charpy specimens of metallic materials, Draf. 2C, Philadelphia.
- [2] Biel-Gołaska M., 1996. A method of testing the dynamic fracture toughness of materials characterized by high plasticity. *Metallurgy and Foundry Engineering*, 19(4), 491-499.
- [3] Boyer H.E., 2003. Atlas of fatigue curves, American Society for Metals.
- [4] BS6729, 1988. British standard method for determination of the dynamic fracture toughness of metallic materials, London BSJ.
- [5] Butnicki S., 1998. Spawalność i kruchość stali. WNT, Warszawa.
- [6] Dyląg Z., Orłoś Z., 1962. Wytrzymałość zmęczeniowa materiałów. WNT, Warszawa.
- [7] Freund L.B., 2005. Dynamic Fracture Mechanics. Cambridge University Press.
- [8] Gołaski L., 1995. Elementy doświadczalnej mechaniki pęknięcia, Wyd. Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce.
- [9] Holzmänn M., 1986. Aplikace mechaniku lomu pro hodnoceni lite oceli a litany, *Slevarenstvi* 34(5), 194-197.
- [10] Kishimoto K., Aoki S., Palcata M., 2003. Simple formula for dynamic stress intensity factors of pre-cracked Charpy specimen. *Engineering Fracture Mechanics, Charpy Centenary Conference Paris*, 175-182.
- [11] Kobayashi T., 1993. Introduction of new dynamic fracture toughness evaluation system. *Journal of Testing and evaluation*, 21(3), 145-153.
- [12] Kobayashi T., 2001. Development in the instrumented impact test – computer aided instrumented impact testing system. *Charpy Centenary Conference Paris*, 127-134.
- [13] Kocańda D., 2000. Badania krótkich pęknięć zmęczeniowych, *Metody doświadczalne w zmęczeniu materiałów i konstrukcji Badania podstawowe, Zbiór monografii pod red. J. Szali, ATR Bydgoszcz*.
- [14] Kocańda S., Szala J., 1997. Podstawy obliczeń zmęczeniowych, PWN, Warszawa.
- [15] Lee Yung-Li, Pan Jwo, Hathaway R.B., Barkey M.E., 2005. Fatigue testing and analysis, University of Alabama, Elsevier.
- [16] Marines-García I., Galván-Montiel D., Bathias C., 2007. Fatigue Life Assessment Of High-Strength Low Alloy Steel At High frequency. *The Arabian Journal for Science and Engineering* 33(1B), 237-247.
- [17] Naimitz A., 2003. Podstawy mechaniki pęknięcia. WNT, Warszawa.
- [18] Neimitz A., Dzioba I., Graba M., Okrajni J., 2008. Ocena wytrzymałości, trwałości i bezpieczeństwa pracy elementów konstrukcyjnych zawierających defekty. *Politechnika Świętokrzyska, Kielce*.
- [19] Niezgodziński M.E., Niezgodziński T., 1973. Obliczenia zmęczeniowe elementów maszyn. PWN, Warszawa.
- [20] PN-H-04325:1976, Pojęcia podstawowe i ogólne wytyczne przygotowania próbek oraz przeprowadzania prób.
- [21] Pyttel B., Schwerdt D., Berger Ch., 2010. Fatigue strength and failure mechanisms in the VHCF-region for quenched and tempered steel 42CrMoS4 and consequences to fatigue design. *Procedia Engineering* 2, 1327-1336.

- [22] Romanowicz P., 2009. Analiza zmęczenia wybranych elementów maszyn pracujących w warunkach kontaktu tocznego. Pr. niepublikowana.
- [23] Sadowski J., Szykowny T., 2002. Assessment of cracking for a casting materials in aspect of the criteria of fracture mechanics. *Acta Metallurgica Slovaca* 8(2) 412-418.
- [24] Sadowski J., Szykowny T., 2004. Relation between the dynamic fracture toughness and impact resistance KCV as well as structure of selected frictionally welded joints, *The Archive of Mechanical Engineering* 11(3), 453-465.
- [25] Sadowski J., Szykowny T., 2005. Analysis of cracking process choince weld joints subjected a impact bend test, *Materiały III Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji*, 343-348.
- [26] Sadowski J., Szykowny T., 2007. Wpływ czynników technologicznych na proces niszczenia wybranych stopów odlewniczych w próbie udarowego zginania. *Materiały IV Międzynarodowego Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji*, 229-232.
- [27] Sonsino C.M., 2007. Course of SN-curves especially in the high-cycle fatigue regime with regard to component design and safety, *Int. J. of Fatigue* 29, Elsevier, 2246-2258.
- [28] Stephens Ralph I., Fatemi Ali, Stephens Robert R., Fuchs Henry O., 2001. *Metal fatigue in engineering*. John Wiley & Sons, New York.
- [29] Szala G., Ligaj B., 2010. Badania doświadczalne wpływu współczynnika asymetrii cyklu obciążenia na trwałość zmęczeniową stali S355J0. *Mat. XXIII Sympozjum Zmęczenie i Mechanika Pękania, Bydgoszcz-Pieczyska, Wyd. Uczelniane UTP w Bydgoszczy*.
- [30] Watanabe M., 2007. Criteria of dynamic crack initiation. *Journal of Applied Mechanics* 74, 221-224.
- [31] Xue H.Q., Bayraktar E., Marines-Garcia I., Bathias C., 2008. Torsional fatigue behaviour in gigacycle regime and damage mechanism of the perlitic steel. *J. of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering* 31(2), 391-397.

Janusz Badur, Michał Karcz, Marcin Lemański, Lucjan Nastalek

MODELOWANIE ZWIĘKSZONEGO TRANSPORTU MASY, PĘDU, CIEPŁA, ELEKTRYCZNOŚCI POWODOWANEGO POŚLIZGIEM, MOBILNOŚCIĄ, TRANSPIRACJĄ, SKOKIEM I INNYMI ZJAWISKAMI W NANO PRZEPLYWACH ZACHODZĄCYMI W TLENKOWYCH OGNIWACH PALIWOWYCH

1. WSTĘP

Wzrost strumienia masowego w mikrokanale może nastąpić wskutek wystąpienia gradientu ciśnienia, temperatury, stężenia oraz, związanego z rozrzedzeniem i adhezją, poślizgu prędkości na ścianie. Wówczas warunek mówiący o zerowaniu się prędkości płynu na granicy ośrodka nie jest spełniony i pojawia się niezerowa prędkość poślizgu, zazwyczaj o kierunku współprądowym, to jest zgodnym z kierunkiem przepływu głównego. Już wczesne obserwacje pokazały, że rzeczywisty wydatek w mikroprzepływie jest większy (niekiedy znacznie, nawet 50 razy) od wydatku przewidzianego standardowym, bezpoślizgowym modelem. Rozpoczęte jeszcze przez Coulomba, Darcy'ego poszukiwania modelu nowego warunku brzegowego [5], w przypadku przepływu ośrodków rozrzedzonych doprowadziły do zmodyfikowanego modelu fenomenologicznego, który został przez Maxwella [11] również wyprowadzony na gruncie kinetycznej teorii gazów.

Główna modyfikacja klasycznych równań Maxwella, rozwijana w literaturze [9,12], idzie w kierunku modeli gradientowych wykorzystujących wyższe pochodne pola prędkości na brzegu. Wykazaliśmy [3], że tak zdefiniowany warunek brzegowy wymaga modelowania wyższych pochodnych i spójnego przededefiniowania tensora naprężeń, czego jednak się w literaturze nie wykonuje. Dlatego nie kontynuujemy tego podejścia a w naszej pracy proponujemy w zamian rozbudowę postaci wektora siły brzegowego tarcia o nowe, mamy nadzieję, ekwiwalentne człony. Ponieważ w modelowaniu MEMS i NEMS kluczowe są nadal modele ciągłe, dlatego też praca nad udoskonaleniem modelu w ujęciu mechaniki kontinuum ma podstawowe znaczenie dla opracowania dobrego narzędzia do obliczeń urządzeń na skalę przemysłową, będącym jednocześnie tanim w aplikacji oraz solidnym z punktu widzenia niezawodności i poprawności otrzymanych wyników. Rozwijany w IMP PAN model zjawisk wzmożonego transportu w ośrodkach rozrzedzonych rokuje szanse na sformułowanie warunku brzegowego dającego satysfakcjonujące wyniki w bardzo szerokim zakresie stosowności, to jest w szerokim zakresie stopnia rozrzedzenia ośrodka, czy rozmiarów kanałów przepływowych [2,3,4].

2. MODEL ZWIĘKSZONEGO TRANSPORTU

Sformułowanie warunku brzegowego

Punktem wyjściowym do opracowania modelu w IMP PAN jest, w przeciwieństwie do rozwijanego dzisiaj modelu Maxwella, warunek brzegowy zaproponowany w 1822 roku przez Naviera w postaci [1]:

$$\mathbf{v} + \mu \frac{d\mathbf{v}}{dn} = 0, \quad (1)$$

gdzie, po raz pierwszy w literaturze, pojawia się zarówno lepkość w objętości μ , jak i lepkość na ściance ν ¹. Współcześnie stosunek $\frac{\mu}{\nu} = l_s$ nazywa się długością poślizgu

Naviera. Rozwinięcie tego warunku na postać ogólną zostało opracowane przez Cauchy'ego. Zaproponował on ogólną definicję tensora naprężeń, oraz definicję siły brzegowej. Tak więc warunek Naviera (1), dostaje teraz następującą interpretację fizyczną - „brzegowa siła tarcia jest równoważona przez naprężenie w płynie” :

$$\mathbf{f} + \boldsymbol{\tau}_w = 0. \quad (2)$$

W definicji Cauchy'ego \mathbf{f} odnosi się do całkowitych sił brzegowych natomiast $\boldsymbol{\tau}_w$ wiąże się z naprężeniami w płynie przy wyjściu na brzeg, tzw. „wall stress”. Warunek ten został następnie poszerzony przez Poissona na postać uwzględniającą występowanie sił kapilarnych, która jest istotną zwłaszcza w przypadku przepływów wielofazowych, gdzie istniejące napięcia powierzchniowe mogą w znacznym zakresie wpływać na wartość tarcia i poślizgu. Warunek Poissona polega na dodaniu do warunku brzegowego Cauchy'ego dodatkowego członu w postaci:

$$\mathbf{f} + \boldsymbol{\tau}_w + \text{div}_s (\gamma \mathbf{I}_s) = 0, \quad (3)$$

gdzie dwuwymiarowa dywergencja oznaczona została przez div_s , a $\mathbf{I}_s = \mathbf{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}$ jest powierzchniowym tensorem metrycznym. Tensor napięć kapilarnych, oznaczamy przez $\mathbf{p}_s = \gamma \mathbf{I}_s$; w ogólności może on być rozszerzony na inne efekty sprężyste i lepkie i zgodnie a definicją zaproponowaną w modelu IMP PAN ma postać [2]:

$$\mathbf{p}_s = \mathbf{p}_s^{(c)} + \mathbf{p}_s^{(v)}, \quad (4)$$

w której $\mathbf{p}_s^{(c)}$ odnosi się napięć odwracalnych, sprężystych, natomiast $\mathbf{p}_s^{(v)}$ wyraża napięcia dyssypujące, lepkie. Każdy człon jest następnie zdefiniowany [2]:

$$\begin{cases} \mathbf{p}_s^{(c)} = \gamma_0 + \mathbf{II}_s \gamma_1 + \mathbf{n} \otimes \mathbf{I}_s \text{div}_s (\gamma_1 - \mathbf{II}_s \gamma_2); \\ \gamma_0 = \gamma \mathbf{I}_s; \quad \gamma_1 = C \mathbf{II}_s; \quad \gamma_2 = K \mathbf{III}_s; \\ \mathbf{p}_s^{(v)} = \lambda' (\text{tr} \mathbf{d}_s) \mathbf{I}_s + \lambda \nu_{n,n} \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} + 2\mu' \mathbf{I}_s \mathbf{I}_d \mathbf{I}_s + 2\mu (\mathbf{d}_s - \mathbf{I}_s \mathbf{d}_s \mathbf{I}_s) \end{cases} \quad (5)$$

Natomiast warunek brzegowy Naviera (1) można rozbudować jeszcze bardziej, poprzez dodanie zaproponowanego przez Stokesa w 1845 [14] roku ciśnienia ściennego, ozna-

¹ Używamy tu oznaczeń μ , ν wprowadzonych ostatecznie przez Stokesa [14]. W oryginalnej pracy Navier używał oznaczeń ε , E

czonego przez ϖ . Stokes zauważył bowiem, że ciśnienie w warstwie przyległej ścianie nie musi być wcale równe ciśnieniu płynu w pobliżu ścianki. Piszemy zatem warunek brzegowy w formie:

$$\mathbf{f} + \mathbf{p}\mathbf{n} + \operatorname{div}_s(\mathcal{A}_s) + \varpi \mathbf{n} = 0 \quad (6)$$

Występuje tu w miejsce tensora naprężeń Cauchy'ego, tensor ciśnień \mathbf{p} zdefiniowany w następnym podrozdziale przez równanie (11). W świetle przedstawionych formuł i definicji można teraz przedstawić uogólnioną definicję warunku brzegowego IMP PAN, dla szczególnego przypadku kontaktu płynu z nieodkształcalną ścianką, które to założenie jest dobrze spełnione w przypadku przepływu gazu (zwłaszcza rozrzedzonego). Algebraiczny warunek poślizgu Naviera (1) lub Stokesa (6) przybiera teraz postać równania różniczkowego [4]:

$$\begin{aligned} \partial_t(\rho_s \mathbf{v}_s) + \operatorname{div}_s(\rho_s \mathbf{v}_s \otimes \mathbf{v}_{s\parallel}) - \omega_n \mathbf{I}_s \rho_s \mathbf{v}_s + \operatorname{div}_s(\mathbf{p}_s) + \frac{\partial}{\partial n}(\mathbf{p}_s \mathbf{n}) + (\mathbf{p}_s \mathbf{n} + \mathbf{f}) = \\ = \rho_s \mathbf{b}_s + \dot{m}_{fluid}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_s), \end{aligned} \quad (7)$$

Do tej pory zaprezentowano proponowaną postać warunku brzegowego w ogólnym modelu IMP PAN. Nie podano natomiast propozycji zdefiniowania występujących w warunku brzegowym wielkości siły tarcia brzegowego \mathbf{f} ani naprężenia płynu wychodzącego na brzeg obszaru przepływowego, czyli $\boldsymbol{\tau}_w$.

Wyrażenie na postać tarcia i naprężenia w płynie

Duhem [5] wykorzystał definicję na siłę tarcia płynu o brzeg w postaci zaproponowanej po raz pierwszy przez Coulomba [4]:

$$\mathbf{f} = (a_0 \frac{1}{|\mathbf{v}_s|} + a_1 + a_2 |\mathbf{v}_s|) \mathbf{v}_s \quad (8)$$

Składa się ona z trzech części: adhezyjnej niezależnej od prędkości, liniowej względem prędkości i kwadratowej względem prędkości². Z drugiej strony, w modelu warunku brzegowego pojawia się naprężenie płynu na ścianie $\boldsymbol{\tau}_w$, które opisane jest w ujęciu zaproponowanym przez Cauchy'ego w formie:

$$\boldsymbol{\tau}_w = \mathbf{t} \mathbf{n}, \quad (9)$$

w której \mathbf{t} jest tensorem Cauchy'ego. W najprostszej postaci tensor ten definiuje się jako:

$$\mathbf{t} = -p\mathbf{I} + 2\mu \mathbf{d}. \quad (10)$$

Wprowadzając za Stokesem tensor ciśnień $\mathbf{p} = -\mathbf{t}$ [14]:

$$\mathbf{p} = p\mathbf{I} - 2\mu \mathbf{d} + \left(\frac{2}{3}\mu - \kappa\right) \operatorname{tr}(\mathbf{d}) \mathbf{I}, \quad (11)$$

można dokonać dalszego uogólnienia definicji naprężenia w płynie w sąsiedztwie ścianki.

² Człon kwadratowy ma znaczenie przy określeniu modelu tzw. ściennej turbulencji (wall eddy viscosity) i jest przedmiotem innych badań w IMP (patrz Lewandowski i inni [10]).

Efekt transpiracji

W latach 1846 i 1849 Graham, a później w roku 1879 Reynolds, zauważyli zjawiska dziś za Reynoldsem nazywane transpiracją. Efekt transpiracji polega na powstaniu przy ścianie przepływu w kierunku zgodnym z gradientem pewnej wielkości charakteryzującej układ. Jeżeli mówić będziemy o zjawiskach zaobserwowanych przez Grahama to mamy tu do czynienia z efektem transpiracji składnikowej, czyli przepływie składnika z miejsca o mniejszym jego stężeniu do miejsca o jego stężeniu większym. Podczas gdy ten przepływ transpiracyjny jest obserwowany w pobliżu ścianki, w objętości zachodzi naturalny, zgodny z ujemnym gradientem przepływ sugerowany przez prawa znane z makroskali. W przypadku eksperymentu Reynoldsa, obserwowany efekt dotyczy również gradientu temperatury i znany jest powszechnie jako zjawisko termicznej transpiracji. Uwzględnienie tych efektów można dokonać poprzez wprowadzenie w definicji siły tarcia następującego uogólnienia [4]:

$$\mathbf{f} = \nu(\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\text{wall}}) - (c_{s,\varpi} \text{grad}_s \varpi + c_{s,c} \text{grad}_s c + c_{s,\theta} \text{grad}_s \theta), \quad (12)$$

gdzie $c_{s,\varpi}$ i $c_{s,c}$ są współczynnikami odpowiednio ciśnieniowej i składnikowej transpiracji Grahama, natomiast $c_{s,\theta}$ jest współczynnikiem transpiracji termicznej Reynoldsa.

Uogólniony warunek siły brzegowej

Rozszerzając dalej model siły brzegowej (12), zaproponowano w IMP PAN równania konstytutywne dla uogólnionej siły brzegowej jako sumy sił tarcia i sił mobilności. Siły tarcia odnoszą się do efektów związanych z oddziaływaniem płynu roboczego z materiałem ścianki. Taki podział pozwala zapisać, że siła tarcia brzegowego:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_{(f)} + \mathbf{f}_{(m)}, \quad (13)$$

gdzie indeks (f) odnosi się do sił tarcia, natomiast indeks (m) tyczy się sił mobilności. Obie siły zdefiniowane są następująco:

$$\mathbf{f}_{(f)} = f_{\text{static}} N \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\text{wall}}}{|\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\text{wall}}|} + \nu(\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\text{wall}}) + f_{\kappa} (\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\text{wall}})^2 \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\text{wall}}}{|\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\text{wall}}|}, \quad (14)$$

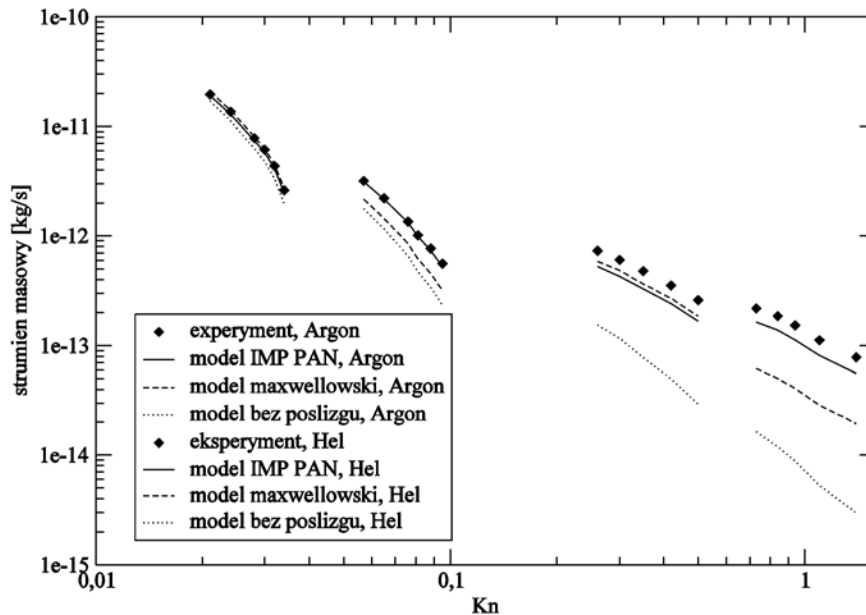
dla sił tarcia, oraz:

$$\mathbf{f}_{(m)} = -(c_{s,\varpi} \text{grad}_s \varpi + c_{s,\theta} \text{grad}_s \theta + c_{s,c} \text{grad}_s c + c_{s,\phi} \text{grad}_s \phi + c_{s,x} \text{grad}_s x), \quad (15)$$

dla sił mobilności. W ostatnim wzorze, na siły mobilności, pojawia się aż pięć gradientów. Odpowiednio odnoszą się one do transpiracji: ϖ – ciśnieniowej, θ – termicznej, c – składnikowej, ϕ – potencjału elektrycznego, x – postępu przemiany fazowej. Zaprezentowana definicja siły brzegowej odnosi się naturalnie do przypadku najbardziej ogólnego, który w pewnych szczególnych okolicznościach można znacznie uprościć. Przyświeca nam jednak cel jak najdokładniejszego zaadresowania występujących efektów w mikroskali, lub bardziej poprawnie stwierdzając: efektów, które w mikroskali mają istotne znaczenie z uwagi na silną dominację warstwy przyściennej w całym przepływie (szczególnie dla dużego rozrzedzenia lub małej średnicy hydraulicznej kanału).

Jako przykład wykorzystania modelu w obliczeniach CFD na rys. 1 zaprezentowano obraz symulacji numerycznych w porównaniu do wyników eksperymentu wykonanego przez Pitakarnopa i innych [12]. Model zaimplementowany do solwera

komercyjnego jest szczególną wersją modelu wzmożonego transportu, wyrażoną tu wzorami (7) i (5)(14)(15), bardzo uproszczoną przypadkiem modelu rozwijanego w IMP PAN [3,4]. Ponieważ układ badany w [12] dotyczył przepływu laminarnego gazu jednoatomowego przez kanał w warunkach izotermicznych, toteż uproszczenia modelu, chociaż daleko idące, odpowiadają sytuacji przepływowej badanego układu.



Rys. 1. Wykres porównawczy wyników otrzymanych różnymi modelami (standardowy, Maxwell, IMP) z wynikami pomiaru za Pitakarnop et. al. [12]

Fig. 1. Chart comparing numerical results acquired with various models (standard, Maxwell, IMP PAN) with experimental data from Pitakarnop et. al. [12]

Z wykresu widać, że model IMP PAN zachowuje dużą spójność niezależnie od przepływającego gazu. Model standardowy Maxwella tej spójności nie ma, porównując uzyskane rozbieżności dla helu i argonu. Mimo wszystko jednak, w zakresie dużych rozrzedzeń zgodność z eksperymentem pogarsza się. Wynika to, jak uważamy z niewiedzy na temat formy i wartości współczynnika statycznego w domknięciu na siłę tarcia ściennego, współczynnika f_{static} [rów. (14)].

3. SKOK TEMPERATURY I KONCENTRACJI SKŁADNIKA

Poza wystąpieniem zjawiska wzmożonego transportu wskutek przyściennych efektów manifestujących się silnie zwłaszcza w przepływach zdominowanych warstwą przyścienną, to jest, gdzie wymiar charakterystyczny kanału (średnica hydrauliczna) jest porównywalnego rzędu co długość drogi swobodnej molekuł płynu, występują również nieciągłości pola temperatury oraz koncentracji składnika chemicznego w kierunku

normalnym do ścianki. Te nieciągłości, popularnie zwane skokami odpowiednio temperatury i koncentracji składnika, badane były w literaturze [7, 8, 9, 13].

Model skoku temperatury

Na wstępie należy poczynić uwagę, by efektu skoku temperatury nie utożsamiać z efektem termicznej transpiracji. O ile ten drugi wnosi przyczynek do zjawiska zwiększenia transportu w kierunku przepływu, o tyle ten pierwszy wiąże się z nieciągłością, lub też niejednoznacznością temperatur ścianki i płynu w jej pobliżu, w kierunku normalnym do powierzchni ścianki. Zaproponowany już w 1896 roku przez Smoluchowskiego model [13] zakłada, że da się wprowadzić pewien parametr charakterystyczny, l_θ , czyli długość skoku, która wiąże się z modelem strumienia ciepła Stokesa (1851) w następujący sposób:

$$h(\theta - \theta_{\text{wall}}) + \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad (16)$$

dla strumienia ciepła zdefiniowanego prawem Fouriera:

$$\mathbf{q} = \lambda \text{grad } \theta; \quad (17)$$

długość skoku temperatury zdefiniował Smoluchowski jako [13]:

$$l_\theta = \frac{\lambda}{h}, \quad (18)$$

w analogii do długości poślizgu Naviera. Uogólnione sformułowanie tego warunku, zaproponowane w IMP PAN, ma natomiast postać:

$$\begin{aligned} & \partial_t (c_{p,s} \theta_s) + \text{div}_s (c_{p,s} \theta_s \mathbf{v}_{s\parallel}) - \theta_s \mathbf{I}_s \mathbf{v}_s \mathbf{n} + \text{div}_s (\lambda_s \text{grad}_s \theta_s) + \\ & + h(\theta - \theta_{\text{wall}}) + \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Model skoku koncentracji składnika

W przypadku przepływu mieszaniny płynów może zachodzić zjawisko skoku koncentracji. Szczególnie, gdy jest to mieszanina reagująca, a ścianki kanału katalizują reakcję, ma to istotne znaczenie. Model zaproponowany przez Lewisa w 1924 roku na warunek brzegowy dla koncentracji ma postać [1,15]:

$$\alpha(c - c_{\text{wall}}) + \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad (20)$$

gdzie strumień składnika jest zdefiniowany prawem dyfuzji Ficka:

$$\mathbf{j} = D \text{grad } c. \quad (21)$$

Domknięcie na odpowiednią długość skoku koncentracji zaproponowano w literaturze [7], gdzie opisuje się ją jako:

$$l_c = \frac{D}{\alpha} \approx 0,03 \text{ mm}. \quad (22)$$

Uogólniony model IMP PAN dla skoku koncentracji zdefiniowano następująco [4]:

$$\begin{aligned} & \partial_t (\rho_s c_s) + \text{div}_s (\rho_s c_s \mathbf{v}_{s\parallel}) - c_s \mathbf{I}_s \mathbf{v}_s \mathbf{n} + \text{div}_s (D_s \text{grad}_s c_s) + \\ & + \alpha(c - c_{\text{wall}}) + \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} = 0, \end{aligned} \quad (23)$$

czyli w postaci analogicznej do postaci na skok temperatury.

Model skoku prądu elektrycznego

Z punktu widzenia wysokotemperaturowych tlenkowych ogniwi paliwowych (SOFC) ważne jest modelowanie dwóch typów prądu elektrycznego: prądu elektronowego (w obrębie złączy i kolektorów) i prądu jonowego (w obrębie elektrolitu). Liczne badania eksperymentalne nad prądem jonowym, podsumowane w przeglądowej pracy Hui i innych [6], pokazały wzmożony przepływ prądu jonowego, powodowany obecnością niezwykle wysokiego przewodnictwa powierzchniowego związanego z nanostrukturą powierzchni elektrolitu. Zgodnie z wynikami modelowania prądu ogniwa paliwowego opracowanego przez M. Karcza [8], proponujemy, aby klasyczny warunek zanikania prądu na brzegu $\mathbf{j} \cdot \mathbf{n} = 0$ – gdzie prąd jonowy $\mathbf{j} = \sigma \text{grad}\phi$ jest wyrażony przez prawo Ohma oparte o objętościową stałą przewodnictwa σ – zastąpić warunkiem „elektrycznego skoku”:

$$\mathbf{j} \cdot \mathbf{n} + \text{div}_s(\sigma_s \text{grad}_s \phi) = 0. \quad (24)$$

Pojawia się tu mierzone przez eksperymentatorów powierzchniowe przewodnictwo σ_s [6], a sam warunek brzegowy przestaje być trywialny i staje się równaniem różniczkowym drugiego rzędu.

4. PODSUMOWANIE

Dokonano krótkiego przeglądu podstaw modelowania wzmożonego transportu masy, pędu, ciepła i elektryczności na przykładzie modeli do tej pory proponowanych i niekiedy używanych w literaturze. Jednocześnie podano propozycję udokładnionego modelu opracowaną w IMP PAN. Założono, że zjawiska wzmożonego transportu zachodzą wskutek dominacji tarcia w warstwie przyściennej w przepływie przy dużym wpływie efektów transpiracji termicznej, ciśnieniowej, stężeniowej, przemiany fazowej, potencjału elektrycznego. Przedstawiono również propozycję uogólnionego opisu zjawisk skoku temperatury i stężenia składnika pojawiających się w warstwie przyściennej. Pokazano, że model jest implementowany do kodów CFD i pozwala na opisanie wyników eksperymentu w zakresie dotąd nie stosowanym dla modeli kontynualnych.

MODELLING ENHANCED MASS, MOMENTUM, HEAT, ELECTRICITY TRANSPORT DUE TO THE SLIP, MOBILITY, TRANSPIRATION, JUMP AND OTHER PHENOMENA IN NANO FLOWS OCCURRING IN SOLID OXIDE FUEL CELLS

Summary

In this paper the IMP PAN model for enhanced mass momentum and other flow quantities transport has been presented. The description of a general formulation of a boundary condition for micro and nanoflows has been given, with definitions for wall friction and mobility forces. Also temperature and concentration jump boundary condition has been proposed.

Keywords: slip velocity, nanoflow, microflow, temperature jump, concentration jump, electric potential jump, enhancement transport

LITERATURA

- [1] Badur J., 2009. Rozwój pojęcia energii. Wydawnictwo IMP PAN, Gdańsk, 1-1186.
- [2] Badur J., Karcz M., 2010. On evolution of the motion of a capillary tensor. *Shell Structure Theory and Applications*, CRC Press, London, vol. 2, 159-162.
- [4] Badur J., Karcz M., Lemański M., 2011. On the mass and momentum transfer in the Navier – Stokes slip layer, *Microfluid and Nanofluid*, 2010, DOI: 10.1007/s10404-011-0809-2.
- [3] Badur J., Karcz M., Lemański M., Nastalek L., 2011. Enhancement transport phenomena in the Navier-Stokes shell-like slip layer. *CMES – Computer Modeling in Engineering and Science* 73(3), 299-310.
- [5] Duhem M.P., 1901: *Rechercher sur l'Hydrodynamique, Principes Fundamentaux de l'Hydrodynamique* vol. 1, 2, 3, Paris.
- [6] Hui S., Roller J., Yick S., Hang X., Deces-Petit C., Xie Y., Maric R., Glosch D., 2007. A brief review of the ionic conductivity enhancement for selected oxide electrolytes, *Journal of Power Sources* 172, 493-502.
- [7] Józwick P., Karcz M., Badur J., 2011. Numerical modelling of the microreactor for thermocatalytic decomposition of toxic compounds, *Chem. Proc. Eng.* (in press).
- [8] Karcz M., 2009. Prediction of the electric current flux in a tubular fuel cell by means of a 1D model. *Chem. and Proc. Eng.* 30, 267-278.
- [9] Karniadakis G., Beskok A., Aluru N., 2005. *Microflows and Nanoflows*. Springer-Verlag, USA.
- [10] Lewandowski T., Ochrymiuk T., Czerwińska J., 2011. Modeling of heat transfer in microchannel gas flow. *Journal of Heat Transfer* 132, DOI: 10.1115/1.4002438.
- [11] Maxwell J.C., 1879. On stresses in rarefied gases arising from inequalities in temperature. *Phil. Trans. Royal Soc. London* 170, 231-256.
- [12] Pitakarnnop J., Varoutis S., Valougeorgis D., Geotroy S., Baldas L., Colin S., 2010. A novel experimental setup for gas microflows, *Microfluid Nanofluid* 8, 57-72.
- [13] von Smoluchowski M., 1910. Zur kinetischer Theorie der Transpiration und Diffusion verdünnter Gase. *Pogg. Ann.* 338, 1559-1570.
- [14] Stokes G.G., 1845. On the theories of the internal friction of fluids in motion, and of equilibrium and motion of elastic solids. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* 8, 287.
- [15] Xu B., Ju Y., 2005. Concentration slip and its impact on homogeneous combustion in a microscale chemical reactor. *Chem. Eng. Sci.* 60, 3561-3572.

ANALIZA DRGAŃ WIRNIKA PRZY WZBUDZENIU WYWOŁUJĄCYM EFEKT DUDNIENIA

1. WSTĘP

Wentylator promieniowy może być traktowany jako układ składający się z dwóch elementów: wirnika napędzanego przez silnik oraz korpusu posadowionego na fundamencie. Z uwagi na istotne funkcje jakie spełniają wentylatory w instalacjach przemysłowych, ich praca podlega diagnozowaniu w trybie ciągłym oraz badaniom modelowym [4]. Wirnik wentylatora promieniowego, w zależności od położenia tarczy względem łożysk, jest doskonałym przykładem rozwiniętego modelu Föppla [7] lub Stodoli [14], w którym zasadniczy wpływ na własności dynamiczne odgrywa anizotropowość sztywności podparcia.

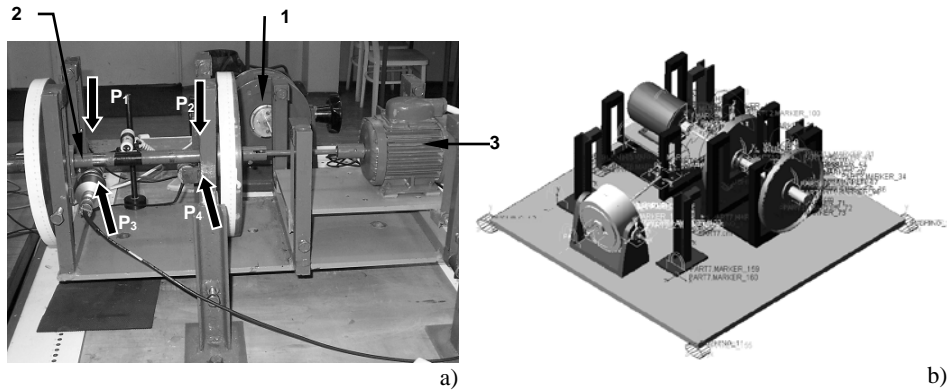
Modelowanie fundamentu jest trudne z powodu skomplikowanego sposobu oddziaływania z otoczeniem. Różne czynniki, w tym przede wszystkim nieznanne cechy materiałowe, w istotny sposób decydują o charakterze jego odpowiedzi na wymuszenie. Efektywne metody oceny własności dynamicznych maszyn wirnikowych uwzględniające oddziaływanie fundamentu są wynikami analiz opublikowanych w pracach [15,3].

Budowa poprawnego modelu posadowienia wentylatora z elementów skończonych napotyka na trudności. Doświadczalna analiza modalna stanowi jeden ze sposobów ominięcia problemów modelowania [6]. Identyfikacja własności fundamentu jest oparta na bezpośrednim pomiarze drgań wirnika podczas rozbiegu lub hamowania [8,13]. Przy wyznaczaniu własności posadowienia przyjmuje się, że stan niewyważenia jest znany [11]. W ostatnim czasie, technika identyfikacji zarówno własności posadowienia, jak i stanu niewyważenia na podstawie odpowiedzi układu podczas rozruchu została rozwinięta przez Leesa i Friswella [9] a następnie zweryfikowana doświadczalnie przez Edwardsa [5] oraz Leesa [10]. Dla wielkogabarytowych maszyn, takich jak turbogeneratory liczba postaci drgań maszyny posadowionej na elastycznym fundamencie w całym zakresie częstotliwości jest zazwyczaj wyższa niż liczba stopni swobody modelu fundamentu. W takim przypadku zakres częstotliwości drgań powinien być podzielony na mniejsze przedziały w sposób zaproponowany przez Smarta [12].

2. WYWAŻANIE WIRNIKA POZIOMEGO W WARUNKACH DUDNIENIA

Warunki w jakich możliwe jest wyważenie wirnika przy drgającym posadowieniu sprawdzano na stanowisku badawczym pokazanym na rysunku 1.

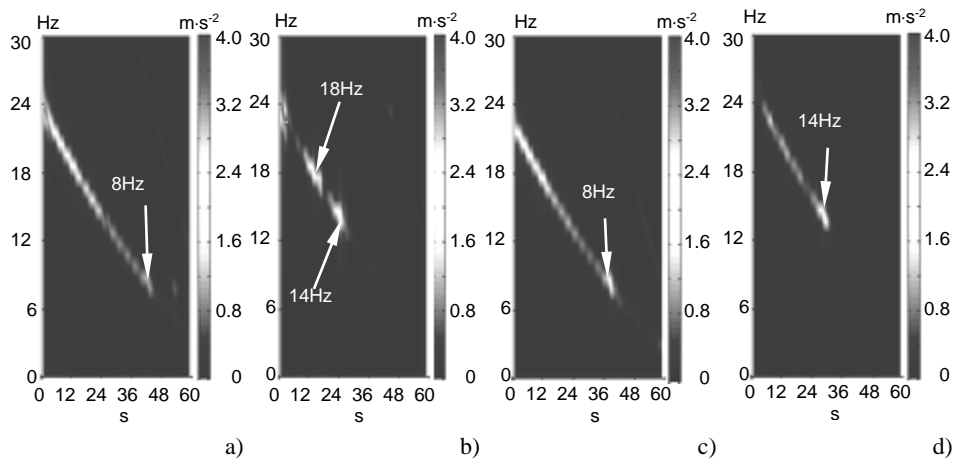
Dwutarczowy wirnik jest osadzony w łożyskach umiejscowionych na górnej podstawie, która z kolei spoczywa na płycie dolnej wzbudzanej do drgań oddziaływaniem wzbudnika o częstotliwości wymuszenia regulowanej poprzez generator. Podstawy zawieszono na płaskich sprężynach, co powoduje, że sztywność posadowienia wirnika w kierunku poziomym jest znacznie mniejsza od sztywności w kierunku pionowym.



Rys. 1. a) Stanowiska badawczego: 1 – wzбудnik, 2 – wirnik, 3 – silnik, b) model wirnika ze sztywną płytą fundamentową podpartą elementami sprężysto-tłumiącymi

Fig. 1. a) The test stand: 1 – exciter, 2 – rotor, 3 – motor, b) model of the rotor with a rigid foundation plate supported with elasto-damping elements

Charakterystyki rezonansowe modelu zostały wyznaczone w trakcie badania odpowiedzi układu na wymuszenie bezwładnościowe niewyważeniem tarcz podczas rozbiegu i wybiegu. W trakcie wybiegu wirnik znajduje się w strefach rezonansu dłużej, co generuje wyraźniejszy obraz położenia obszarów drgań własnych na krótkoczasowej charakterystyce amplitudowo-częstotliwościowej (rys. 2). Dlatego tylko te charakterystyki są wykorzystane dla wyznaczenia częstotliwości rezonansowych. I tak: w kierunku poziomym drgania rezonansowe wirnika występują przy częstotliwości obrotowej 8 Hz. W kierunku pionowym rezonans występuje zarówno przy częstotliwości 14 Hz, jak i 18 Hz.



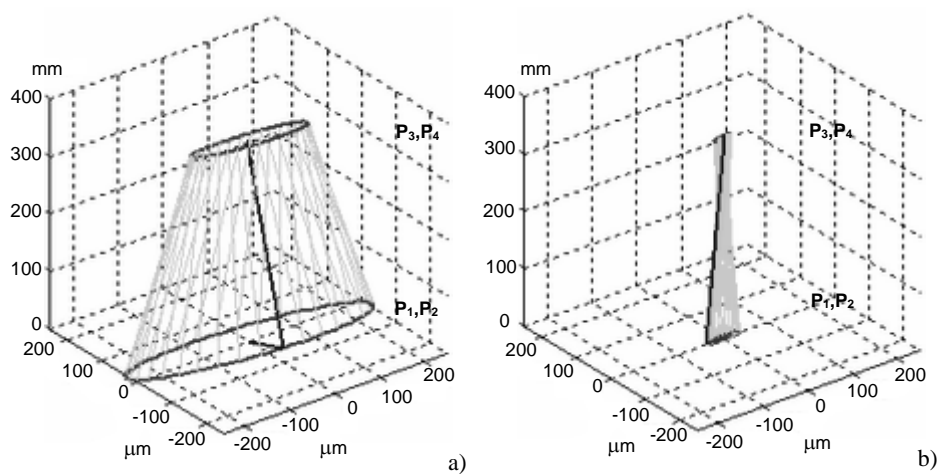
Rys. 2. Krótkoczasowa transformata amplitudowo-częstotliwościowa przyspieszenia drgań wirnika w kierunkach: a) P1, b) P2, c) P3, d) P4

Fig. 2. Short-time amplitude-frequency transformation of the rotor vibration acceleration in the directions: a) P1, b) P2, c) P3, d) P4

VI. DYNAMIKA MASZYN

Badanie efektywności wyważania w warunkach dudnienia było prowadzone przy częstotliwości obrotowej wirnika 11,25 Hz oraz częstotliwości wymuszenia wzbudnika 12,25 Hz. W praktyce efekt czystego dudnienia jest rzadko spotykany. Zazwyczaj bowiem w widmie drgań występują amplitudy o różnych częstotliwościach. Efektywność wyważania została określona w ten sposób, że początkowo wyważono wirnik przy częstotliwości obrotowej 11,25 Hz bez efektu dudnienia, po czym wirnik został dodatkowo wzbudzony wymuszeniem o częstotliwości 12,25 Hz.

Parametry drgań przed i po wyważeniu wirnika zostały zobrazowane za pomocą holospectrum (rys. 3). Mając na uwadze małą sztywność podparcia wirnika, zwłaszcza w kierunku poziomym, uzyskany wynik wydaje się w pełni zadowalający, bowiem amplitudy drgań we wszystkich kierunkach pomiaru zmniejszyły się sześciokrotnie.

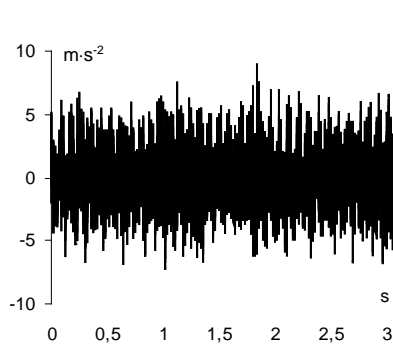


Rys. 3. Holospectrum drgań wirnika bez efektu dudnienia: a) przed wyważaniem, b) po wyważeniu przy optymalizacji $P(1,2,3,4)$ i korekcji $K(1,2)$

Fig. 3. Holospectrum of rotor vibration without the rumble effect: a) before balancing, b) after balancing with the optimization of $P(1,2,3,4)$ and correction $K(1,2)$

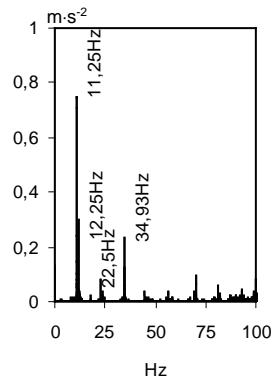
Przy użyciu wzbudnika sterowanego generatorem drgań wzbudzono wirnik sygnałem harmonicznym o częstotliwości 12,25 Hz. Amplituda wymuszenia siłą pochodzącą od niewyważenia jest dominująca, choć obserwuje się na widmie również składowe drgań o wyższych częstotliwościach, będące najprawdopodobniej symptomem zużycia łożyska.

Przebieg czasowy przedstawiony na rysunku 4 nie ma kształtu charakterystycznego dla drgań z efektem dudnienia. Jest to wynikiem nakładania się sygnałów o różnych częstotliwościach. Fakt, że efekt dudnienia może występować w układzie pokazuje widmo przyspieszenia w przedziale częstotliwości 0-200 Hz. Położone blisko siebie prążki przy 11,25 Hz i 12,25 Hz są amplitudami drgań w tych częstotliwościach (rys. 5). Możliwość wystąpienia efektu dudnienia można wykazać przepuszczając sygnał przez filtr cyfrowy Butterwortha. Odcięcie wyższych częstotliwości niż 15 Hz daje obraz drgań przedstawiony na rysunkach 6-7.



Rys. 4. Przebieg czasowy przyspieszenia drgań wirnika w kierunku P₁

Fig. 4. Time course of the rotor vibration acceleration in the direction P₁

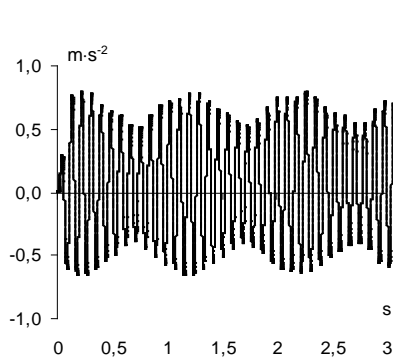


Rys. 5. Widmo przyspieszenia drgań

Fig. 5. The spectrum of rotor vibration acceleration

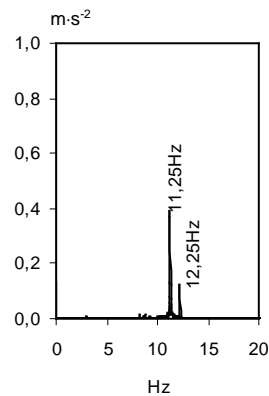
Widmo amplitudowo-częstotliwościowe tego przebiegu rzeczywiście zawiera amplitudy dla częstotliwości 11,25 Hz ($0,39 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$) oraz 12,25 Hz ($0,12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$). Podobny efekt jak zastosowanie filtra cyfrowego Butterwortha można uzyskać stosując transformację Hilberta-Huanga (rys. 8). Różnice wartości amplitud na rysunkach 5 oraz 7 i 8c wynikają przede wszystkim z zastosowanej funkcji okna dla konkretnej transformacji. Rysunek 8b przedstawia zmiany w czasie częstotliwości w paśmie 12-15 Hz.

W celu zbadania efektywności wyważania w warunkach interferencji drgań przeprowadzono pełny jego cykl po dołączeniu do obydwu tarcz mas 10g na kątach $\pi/2$. Zabieg ten pozwala stwierdzić, czy algorytm oparty na macierzy współczynników wpływu prawidłowo określi wielkość masy niewyważenia w przypadku, gdy amplituda drgań nie jest tylko funkcją wymuszenia siłą pochodzącą od niewyważenia wirnika.



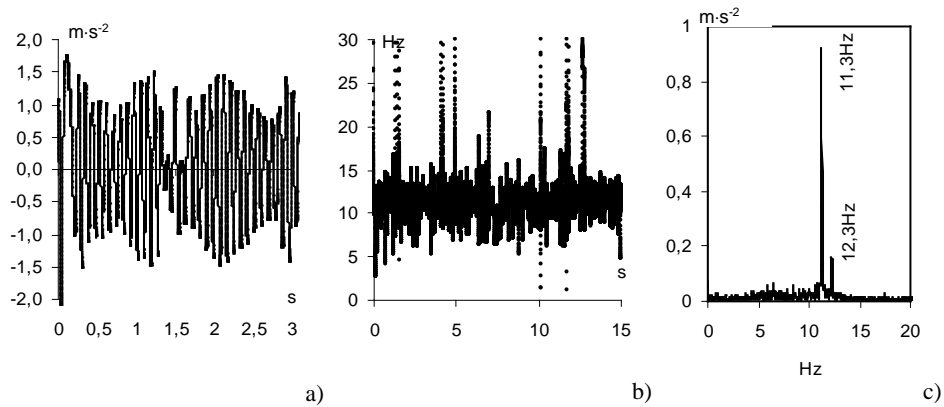
Rys. 6. Przebieg czasowy drgań wirnika w kierunku P₁ po odcięciu pasma o wyższej częstotliwości niż 15 Hz

Fig. 6. Time course of rotor vibration in the direction P₁ after cutting off the spectrum of frequencies higher than 15 Hz



Rys. 7. Charakterystyka A-C drgań

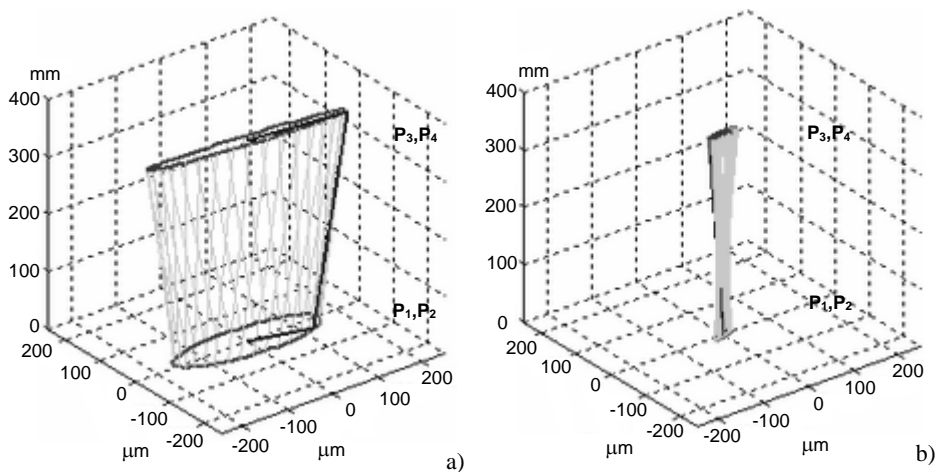
Fig. 7. A-F characteristics of the vibration



Rys. 8. Wyniki transformacji Hilberta-Huanga przebiegu czasowego przyspieszenia drgań wirnika w kierunku P_1 : a) IMF oraz b) TF dla pasma częstotliwości 11,25 Hz-12,25 Hz, c) charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa

Fig. 8. The results of the Hilbert-Huang vibration acceleration time run transformation in the direction P_1 : a) the IMF and b) TF – for the frequency band of 11.25 Hz to 12.25 Hz, c) amplitude-frequency characteristics

Uzyskany rezultat zobrazowano graficznie, poprzez wykreślenie trajektorii drgań wirnika w płaszczyznach pomiarowych wyznaczonych kierunkami pomiarów P_1 , P_2 , P_3 , P_4 (rys. 9). Efekt wyważania jest porównywalny z osiągniętym w trakcie procesu wyważania bez wymuszenia.



Rys. 9. Holospectrum drgań wirnika z efektem dudnienia: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu przy optymalizacji P (1,2,3,4) oraz korekcji K (1,2)

Fig. 9. Holospectrum of rotor vibration with the rumble effect: a) before balancing, b) after balancing with the optimization of P (1,2,3,4) and correction K (1,2)

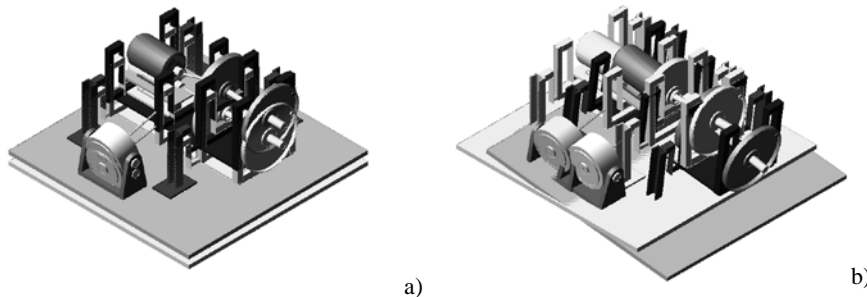
Wyliczone masy korekcyjne odpowiadają założonemu niewyważeniu. Kąt ich lokalizacji został wyznaczony poprawnie, jako różniący się o wartość π od kąta na którym dołączono masy powodujące niewyważenie wirnika.

3. ANALIZA NUMERYCZNA ODPOWIEDZI WIRNIKA

Formułowanie równań ruchu wirnika w przypadku drgań posadowienia jest trudne, nawet w przypadku, gdy zamiast metody klasycznej zastosuje się metodę elementów skończonych. Jeżeli wentylator jest posadowiony na wibroizolatorach, to one w głównej mierze określają parametry związane ze sztywnością i tłumieniem posadowienia. Na ogół parametry te są znane, bowiem podaje je wytwórca. W przypadku posadowienia wentylatora na ramie przytwierdzonej do betonowego bloku wyznaczenie własności fundamentu wymaga dodatkowych badań.

Modelowanie – także numeryczne – przekładni pasowej nie jest łatwe. Uwaga ta odnosi się on nie tylko do wyznaczenia częstości drgań własnych pasów, ale również przenoszenia drgań przez przekładnię. W prowadzonych badaniach oddziaływanie przekładni pasowej symulowano za pomocą wzbudnika. Łącznik cewki wzbudnika ustawiono pod kątem $\sim 10^\circ$. W rzeczywistości kąt, jaki tworzy z kierunkiem poziomym prosta łącząca środki kół przekładni pasowej napędu wentylatora przyjmuje w zależności od względnego położenia wirnika i silnika dowolne wartości. Zastosowanie wzbudnika czyniło możliwym zadawanie określonej amplitudy drgań jak również częstotliwości. Drgania wzbudnika przenoszone przez podłoże stanowiły wymuszenie kinematyczne dwutarczowego wirnika.

Sposób modelowania podłoża pokazany na rysunkach 1b oraz 10 ma charakter dyskretny, bowiem własności dynamiczne fundamentu (sztywnej płyty podpartej elementami sprężysto-tłumiącymi) są określone jej masą oraz podatnością i tłumieniem podparcia.



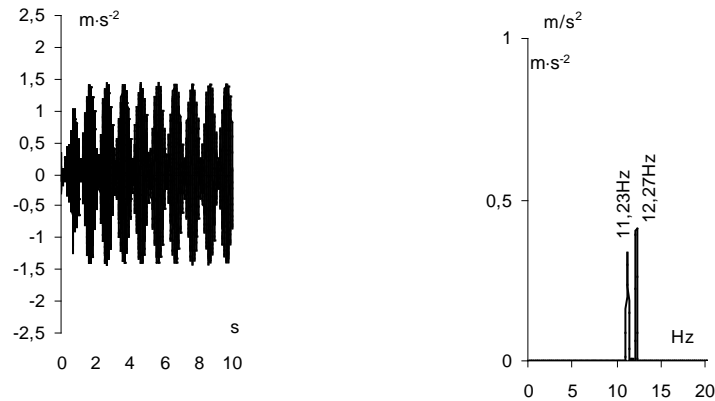
Rys. 10. Postacie drgań własnych wirnika związana z drganiami fundamentu przy częstotliwości a) 16,2 Hz, b) 18,4 Hz

Fig. 10. The form of rotor natural vibrations associated with the vibrations of the foundation at a frequency of a) 16.2 Hz, b) 18.4 Hz

W przypadku sztywnej pływy, postaci i częstotliwości drgań własnych związane z podłożem wynikają z przemieszczeń translacyjnych i obrotu płyty na elementach sprężysto-tłumiących. Przykładowe postaci drgań własnych pokazane są na rysunkach 10. Rezultaty symulacji numerycznej drgań modelu wirnika przy takim posadowieniu różnią się od wyników uzyskanych w trakcie badań. Wyraźny efekt dudnienia uzyskuje się

VI. DYNAMIKA MASZYN

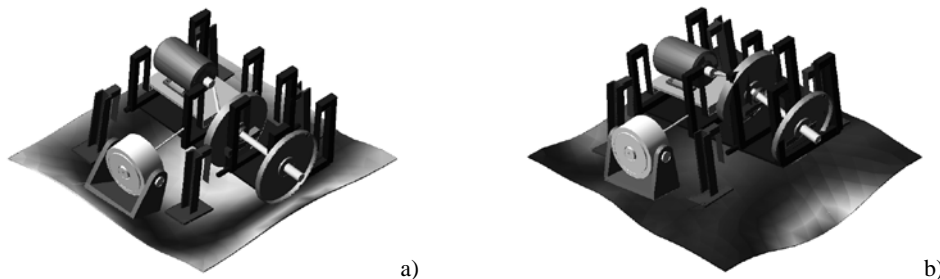
w kierunku poziomym, podczas gdy w rzeczywistości występuje sytuacja odwrotna, w której amplituda drgań poziomych jest większa niż w kierunku pionowym, ale efekt dudnienia zaznacza się silnie w kierunku pionowym. Sytuacja ta jest spowodowana głównie małym zakresem amplitud drgań jakie można uzyskać w przypadku tego wzbudnika (rys. 11).



Rys. 11. Obliczone przebiegi czasowe sygnału przyspieszenia drgań modelu wirnika w kierunku poziomym przy posadowieniu na sztywnej płycie podpartej elementami sprężysto-tłumiącymi

Fig. 11. Calculated time run of the vibration acceleration signal of the rotor model in the horizontal direction founded on a rigid plate supported with elasto-damping elements

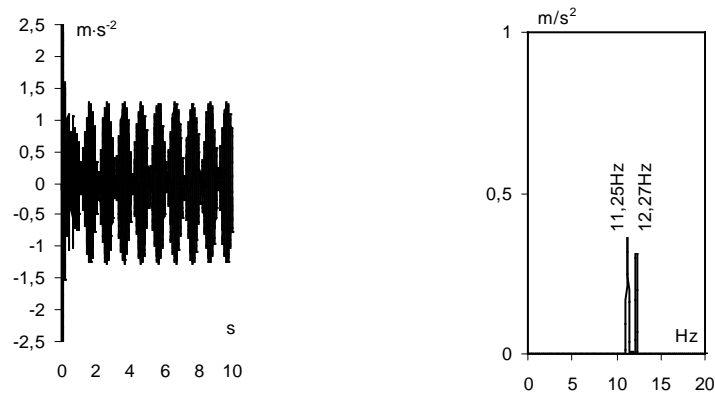
Model fundamentu traktowanego jako układ ciągły (rys. 12) daje większą liczbę postaci drgań własnych w rozważanym obszarze częstotliwości. Odpowiedź układu przy częstotliwości obrotowej wirnika 11,25 Hz w kierunku poziomym ma podobny charakter jak wyliczona dla podparcia wirnika na płycie sztywnej.



Rys. 12. Postać drgań własnych wirnika związana z drganiami fundamentu przy częstotliwości a) 14,2 Hz, b) 21,4 Hz

Fig. 12. The form of rotor natural vibrations associated with the vibrations of the foundation at a frequency of a) 14.2 Hz, b) 21.4 Hz

Płyta podatna stwarza warunki wzrostu amplitudy w kierunku pionowym zarówno drgań wywołanych niewyważeniem wirnika jak i oddziaływaniem wzbudnika (rys. 13).



Rys. 13. Obliczone przebiegi czasowe sygnału przyspieszenia drgań modelu wirnika w kierunku poziomym przy posadowieniu elastycznym

Fig. 13. Calculated time runs of the vibration acceleration signal of the rotor model in the horizontal direction with elastic foundation

W pracy nie rozwinięto szerzej zagadnienia modelowania wirnika w warunkach dudnienia, ograniczając się do rozwiązań numerycznych. Sposoby tworzenia modeli matematycznych układów drgających można znaleźć w monografiach [1, 2]. Wyważanie wirnika wiąże się zawsze z eksperymentem, dlatego też rozważany problem został potraktowany bardziej w ujęciu doświadczalnym niż teoretycznym.

4. WNIOSKI

Zasadniczą kwestią decydującą o poprawności modelu faktycznego charakteru posadowienia maszyny jest fakt, że liczba jej postaci drgań przy posadowieniu na elastycznym fundamencie w całym zakresie częstotliwości jest zazwyczaj wyższa niż liczba stopni swobody modelu fundamentu. Dlatego wyniki badań odpowiedzi rezonansowych rzeczywistych obiektów zawierają częstotliwości i postaci drgań własnych, które nie występują w rezultatach obliczeń numerycznych.

Ewentualna wrażliwość wyważania wirnika na zjawisko dudnienia w układzie wynika z faktu, że proces ten wykorzystuje wektor drgań określony amplitudą i kątem fazowym o częstotliwości obrotowej. Filtrowanie sygnału w paśmie częstotliwości bliskiej częstotliwości obrotowej, ze względu na niedoskonałość filtrów powoduje, że przebieg czasowy drgań po filtrowaniu zawiera obok składowej $1x$ również bliską jej składową wzbudzenia, przez co amplituda jak i kąt fazowy wektora drgań nie są stabilne. Zjawisko to dotyczy w głównej mierze filtrów analogowych. Układy cyfrowe zapewniają węższe pasmo częstotliwości filtrowanego sygnału, przez co wyważanie wirników przy ich zastosowaniu staje się mniej czułe na zakłócenia.

Stwierdzona możliwość wyważania wirnika w warunkach dudnienia stanowi interesujący wniosek, ze względu na fakt, że relacje między wartościami amplitud drgań wywołanych siłami niewyważenia tarcz do amplitudy drgań wymuszonych działających na wirnik są inne podczas pomiarów wstępnych oraz po dołączeniu kolejnych mas próbnych. Trudność tę można rozwiązać dzięki zastosowaniu w analizatorach drgań filtrów cyfrowych łącznie z odpowiednią techniką uśrednień.

ANALYSIS OF ROTOR VIBRATIONS WITH EXCITATION RESULTING IN RUMBLING

Summary

Machine vibrations result most often from static and dynamic unbalance of rotating elements as well as from the influence of impulsive character, which results from clearance within element joints. Design-specific factors such as recesses, inlets introducing shape asymmetry and leading to an anisotropic nature of element rigidity cause generation of parametric vibrations. Generation of vibrations is also influenced by magnetic, aerodynamic and many other factors.

Furthermore, there is a number of external factors, associated with the surroundings, which significantly influence machine operation. In case of a radial fan, the factors most often embrace the influence of belt transmission and excitation caused by vibration of the machine foundation.

The paper presents the results of the analysis of excitation transferred from the machine foundation to the machine and uneven tension of gear belts influencing the character of vibrations and the possibility of balancing the rotor in rumbling conditions. The results of tests on a technical object have been compared with the results of experiments performed for a model of the rotor and the results of numerical calculations.

As a result it has been proved that it is possible to obtain better Q factor class in balancing the rotor when it is excited externally due to a method which optimizes the value of vibration amplitude in selected directions of measurement.

Keywords: rumbling, balancing, holospectrum

LITERATURA

- [1] Awrejcewicz J., 1996. Drgania deterministyczne układów dyskretnych. WNT, Warszawa.
- [2] Awrejcewicz J., 2007. Matematyczne modelowanie systemów. WNT, Warszawa.
- [3] Bachschmid N., Pizzigoni B., Di Pasquantonio F., 1977. A method for investigating the dynamic behaviour of a turbomachinery shaft on a foundation. ASME Paper 77-DET-16.
- [4] Edwards S., Lees A.W., Friswell M.I., 1998. Fault diagnosis of rotating machinery. Shock and Vibration Digest 30, 4-13.
- [5] Edwards S., Lees A.W., Friswell M.I., 2000. Experimental identification of excitation and support parameters of a flexible rotor-bearing foundation system from a single run-down. J. Sound and Vibration 232, 963-992.
- [6] Friswell M.I., Mottershead J.E., 1995. Finite element model updating in structural dynamics. Kluwer Academic Publishers Dordrecht.
- [7] Föppl A., 1895. Das problem der lavalschen turbinenwelle. Der Civilingenieur 41, 335-342.
- [8] Lees A.W., 1988. The least squares method applied to identified rotor/foundation parameters. Proc. of the Institute of Mechanical Engineers-Vibrations in Rotating machinery paper c306/88, 209-216.
- [9] Lees A.W., Friswell M.I., 1997. The evaluation of rotor unbalance in flexibly mounted machines. J. Sound and Vibration 208, 671-683.
- [10] Lees A.W., Edwards S., Friswell M.I., 2000. The estimation of foundation parameters and unbalance. Institution of Mechanical Engineers Conference-Vibrations in Rotating Machinery C576/010/2000, 31-41.
- [11] Parkinson A.G., 1991. Balancing of rotating machinery. Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers Part C. J. Mech. Eng. Sc. 205, 53-66.
- [12] Smart M.G., 1998. Identification of flexible turbogenerator foundations. Ph.D. thesis, University of Vales Swansea U.K.
- [13] Smart M.G., Friswell M.I., Lees A.W., 2000. Estimating turbogenerator foundation parameters-model selection and regularisation. Proc. of the Royal Society A 456, 1583-1607.
- [14] Stodola A., 1924. Dampf- und Gas-Turbinen. Springer Verlag.
- [15] Wang Z., 1981. Calculation methods for the vibration of a long rotor with many bearings on a flexible foundation. Ph.D. Dissertation, Technical University of Denmark.

ANALIZA WPLYWU PARAMETRÓW DRGAŃ ELEKTROD NA PROCES OBRÓBKI ELEKTROCHEMICZNEJ

1. WPROWADZENIE

Współczesna tendencja do szybkich działań innowacyjnych i częstego wprowadzania na rynek nowych produktów spowodowała powstawanie specjalistycznych modułów i niezależnych modelerów do projektowania obiektów opartych na modelowaniu swobodnych powierzchni krzywoliniowych, np. typu NURBS. Zapis NURBS jest najbardziej uniwersalną formą reprezentowania krzywych i powierzchni we wszelkich zastosowaniach z dziedziny CAD-CAM czy grafiki komputerowej [4].

Matematyczny opis tych powierzchni jest skomplikowany, gdyż są one krzywoliniowe. Stwarza to określone problemy w modelowaniu procesów zachodzących w obróbce elektrochemicznej (ECM).

Ważnym zagadnieniem wpływającym na dalszy rozwój technologii jest poznanie i podwyższenie poziomu w zakresie uzyskania żądanej geometrii powierzchni obrabianych, minimalizacji rozrzutu odchylek jej kształtu oraz zwiększenie stopnia powtarzalności wskaźników użytkowych obróbek.

Zagadnienia kształtowania powierzchni obrabianej obejmują [5]:

- analizę zmiany kształtu w czasie,
- wyznaczanie kształtu końcowego i jego wariacji przy zmianie warunków obróbki,
- wyznaczanie geometrii elektrody roboczej dla uzyskania żądanego kształtu obrobionego,
- optymalizację warunków procesu ze względu na minimalizację błędów kształtu obrobionego,
- poszukiwanie nowych sposobów zwiększenia dokładności obróbki.

Przy projektowaniu procesu technologicznego drażenia krzywoliniową elektrodą roboczą, obok wyznaczenia geometrii elektrody roboczej istotny jest m.in. dobór składu elektrolitu i parametrów obróbki (elektrycznych, kinematycznych i hydrodynamicznych).

Parametry hydrodynamiczne przepływu oraz właściwości ośrodka decydują o procesach wymiany masy, pędu i energii w szczelinie międzyelektrodowej. Prawidłowo dobrane zapobiegają powstawaniu stref kawitacji, przepływu krytycznego, cyrkulacji, nadmiernej temperatury elektrolitu i koncentracji objętościowej fazy gazowej [1, 2, 8]. Wymienione procesy są ze sobą ściśle sprzężone i mają istotny wpływ na kształt oraz właściwości użytkowe powierzchni obrabianej [6, 9, 10]. W celu poprawnego doboru warunków procesu ECM oraz wyznaczenia geometrii elektrod niezbędne jest matematyczne modelowanie zjawisk zachodzących w szczelinie międzyelektrodowej.

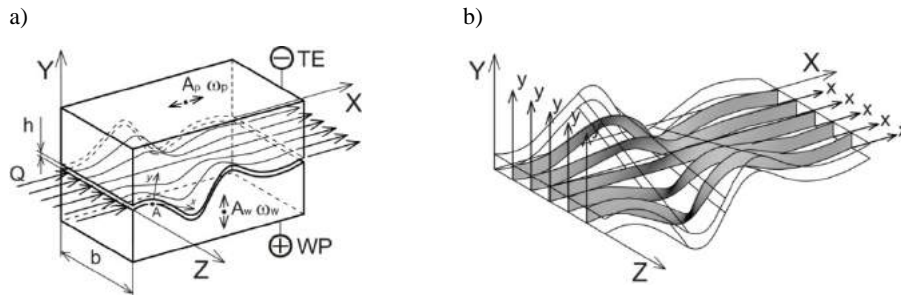
2. MODELOWANIE MATEMATYCZNE PROCESU

Celem modelowania jest matematyczny opis procesu ECM pozwalający wyznaczyć:

- powiązania kształtów powierzchni elektrody roboczej (ER) i przedmiotu obrabianego (PO),

- warunki panujące w szczelinie międzyelektrodowej,
- podstawowe charakterystyki procesu ECM dla drgających elektrod.

Dla rozpatrywanych powierzchni krzywoliniowych elektrod wykorzystano metodę superpozycji uzyskanych rozwiązań układu równań opisujących dwuwymiarowy przepływ mieszaniny elektrolitu i wodoru. Przepływ analizowano w lokalnym układzie współrzędnych xy wyznaczonym przez wektor normalny do powierzchni elektrody roboczej. Obliczenia prowadzono dla kolejnych płaszczyzn xy zdefiniowanych wzdłuż osi Z (rys. 1). Układy współrzędnych związano z anodą.



Rys. 1. Obszar przepływu elektrolitu w SM: a) kształt elektrod, b) lokalny układ wsp. xy

Fig. 1. Area flow of electrolyte in interelectrode gap: a) the shape of the electrodes, b) local coordinate system xy

Układ równań opisujący dwuwymiarowy przepływ mieszaniny elektrolitu i wodoru w szczelinie międzyelektrodowej wynika z zasad zachowania masy i pędu [3].

Wprowadzono założenia:

- przepływ elektrolitu jest ustalony dwuwymiarowy, homogeniczny,
- ciśnienia $p_e = p_H = p$,
- objętościowa koncentracja fazy gazowej $\beta = \beta(x)$,
- grubość szczeliny jest mała w porównaniu z długością szczeliny międzyelektrodowej ($h \ll L$)
- zasilanie SM stałym strumieniem objętości elektrolitu $Q = const$.

Układ równań ruchu mieszaniny w lokalnie ortogonalnym układzie współrzędnych x,y związany z anodą (rys. 1) jest zatem następujący:

$$\frac{\partial(\rho_e v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_e v_y)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho_H v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_H v_y)}{\partial y} = j \eta_H k_H h^{-1} \quad (2)$$

$$\rho_e \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu_e \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left((a + a_T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{j^2}{\rho_e c_p K} \quad (4)$$

gdzie: η_H – wydajność prądowa wydzielania gazu,
 h – wysokość szczeliny międzyelektrodowej,
 k_H – równoważnik elektrochemiczny wodoru,
 μ_e – lepkość dynamiczna elektrolitu,
 a, a_T – wsp. dyfuzyjności termicznej w ruchu laminarnym i turbulentnym [7],
 ρ_e, ρ_H – gęstość elektrolitu, wodoru,
 c_p – ciepło właściwe,
 κ – konduktywność elektrolitu.

Równania (1–4) powinny spełniać następujące warunki brzegowe:

– dla prędkości

$$v_x, v_y = 0 \quad \text{dla} \quad y = 0$$

$$v_x = A_p \omega_p \cos \omega_p t \quad v_y = \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{dla} \quad y = h$$

– dla ciśnienia

$$p = p_z \quad \text{dla} \quad x = x_z$$

– dla temperatury:

$$\text{na ściankach:} \quad T = T_s \quad \text{dla} \quad x \geq x_w \quad i \quad y = 0 \quad i \quad y = h$$

$$\text{na wlocie} \quad T = T_w$$

gdzie: x_z – współrzędna końca szczeliny międzyelektrodowej,

T_s – temperatura elektrod,

T_w – temperatura na wlocie

Szczegółowe założenia oraz rozwiązanie zaprezentowanego układu równań przedstawiono w pracach [1, 9, 10, 11].

2.1. RÓWNANIE EWOLUCJI KSZTAŁTU

Równanie roztwarzania elektrochemicznego powierzchni w kierunku osi Y układu współrzędnych XYZ związanego z anodą dla rozpatrywanego przypadku określa się zależnością [5]:

$$\frac{\partial Y_A}{\partial t} = k_v \kappa_o \Phi_{TG}^{-1} \frac{U - E}{h} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial Y_A}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y_A}{\partial Z}\right)^2} \quad (5)$$

$$\Phi_{TG} = \frac{1}{h} \left[\int_0^h \frac{dy}{(1 + \alpha_T (T - T_0))(1 - \beta)^{3/2}} \right] \quad (6)$$

gdzie:

k_v – współczynnik obrabialności elektrochemicznej,

α_T – współczynnik temperaturowy konduktywności elektrycznej,

κ_o – konduktywność właściwa ośrodka.

3. MODEL NUMERYCZNY

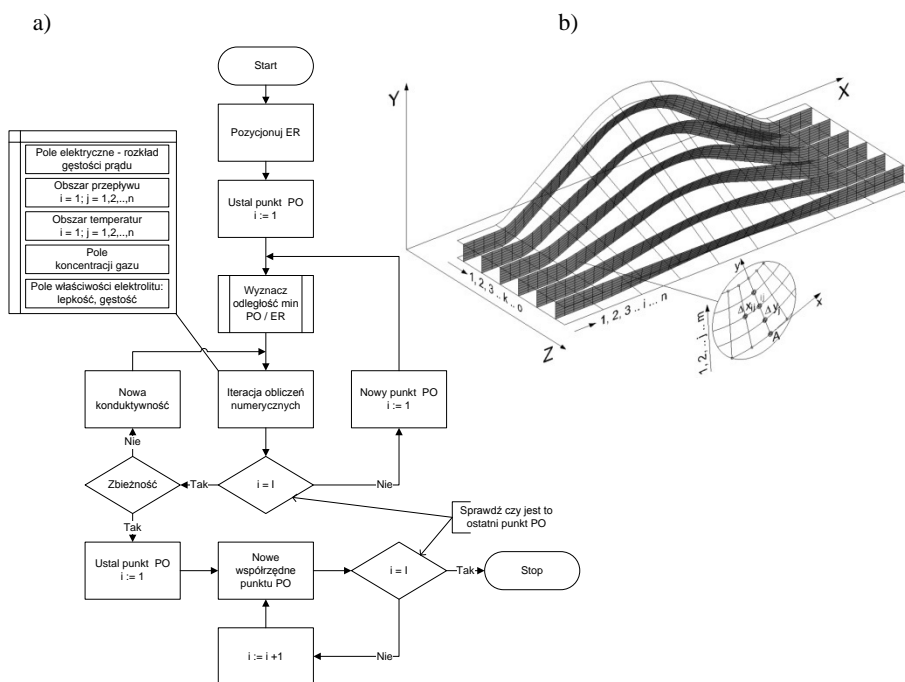
Wyznaczenie ewolucji kształtu powierzchni obrabianej (anody) w czasie, opisuje równanie (29) określające rzeczywistą zmianę kształtu obrabianej powierzchni.

Początkowy kształt powierzchni obrabianej oraz elektrody roboczej zdefiniowano w modelerze 3D jako powierzchnie swobodne typu NURBS.

Dla obliczeń numerycznych dyskretyzację PO i ER dokonano poprzez aproksymację powierzchni krzywymi. W ten sposób otrzymano zbiór par krzywych ER_k, PO_k , które następnie zadaną dokładnością w globalnym układzie współrzędnych opisano punktami (rys. 2b)

$$x_i = \sum_{i=1}^i \Delta x_i \quad (7)$$

gdzie: $i = 0, 1, 2 \dots I$.



Rys. 2. Model numeryczny ECM: a) algorytm rozwiązania układu równań opisujących proces (i, I – bieżący i ostatni punkt krzywej opisującej PO), b) dyskretyzacja SM

Fig. 2. ECM numerical model: a) algorithm for solving equations describing the process (I, i – current and last points of WP describing curve), b) IEG digitization

Po dokonaniu dyskretyzacji powierzchni, ER i PO równanie ewolucji kształtu przedmiotu obrabianego PO rozwiązano metodą kolejnych przybliżeń, wykorzystując metodę kroków czasowych zgodnie z algorytmem (rys. 2a).

VII. INŻYNIERSKIE ZASTOSOWANIA MECHANIKI

Czas t przedstawiono za pomocą zbioru punktów:

$$t_k = t_0 + k \Delta t \quad (8)$$

gdzie: $k = 0, 1, 2, \dots K$.

Prowadzony ciąg obliczeń jest w tym przypadku realizowany przy „zamrożonym” rozkładzie grubości szczeliny dla danego kroku czasowego.

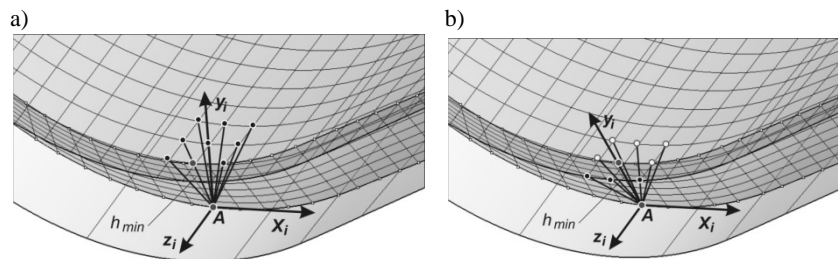
Czas t przedstawiono za pomocą zbioru punktów:

$$t_k = t_0 + k \Delta t \quad (9)$$

gdzie: $k = 0, 1, 2, \dots K$.

W każdym kroku czasowym wyznaczana jest minimalna odległość punktów anody od elektrody roboczej.

W przypadku powierzchni kształtowych wyznaczanie minimalnej odległości punktów PO od ER jest procesem złożonym. Wynika to z faktu, że analizę dla danego punktu PO należy prowadzić, w stosunku do punktów ER będących otoczeniem rozpatrywanego punktu, we wszystkich możliwych kierunkach w przestrzeni 3D. W celu zoptymalizowania obliczeń tworzona jest macierz punktów leżących na ER nad rozpatrywanym punktem PO – rys. 3.



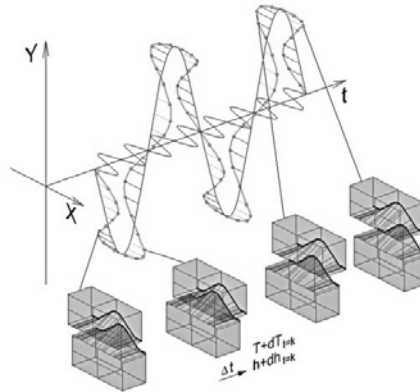
Rys. 3. Wyznaczanie minimalnej odległości elektrod – chwilowe macierze punktów

Fig. 3. Designing a minimal distance of the electrodes – momentary point matrixes

Na rysunku 4 przedstawiono schemat kroków czasowych dla złożenia dwóch ruchów drgających elektrody roboczej:

- drgania wzdłużne (główne w kierunku osi Y) – o częstotliwości drgań f_w i amplitudzie drgań A_w , realizowane w kierunku posuwu głównego,
- drgania poprzecznych (w kierunku osi X) – o częstotliwości drgań f_p i amplitudzie drgań A_p , realizowane wzdłuż osi X w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku ruchu głównego.

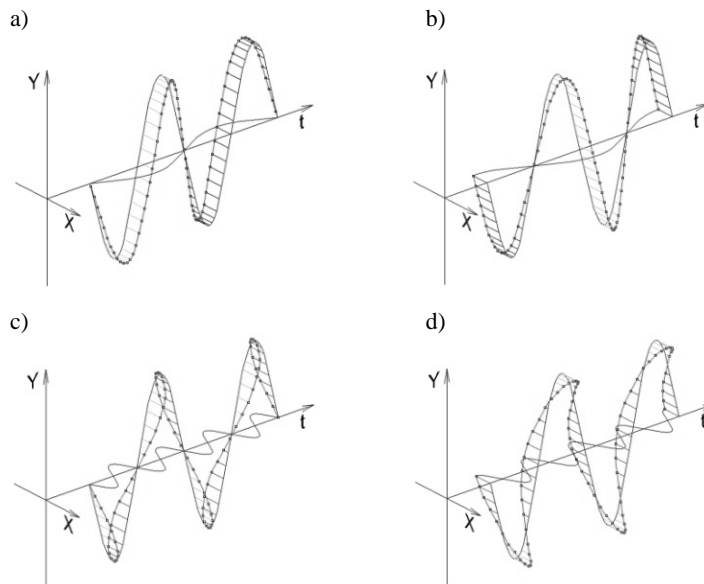
Przyjęto częstotliwości drgań $f_w = 4f_p$ brak przesunięcia fazowego dla amplitud $\phi_w = 0$.



Rys. 4. Schemat kroków czasowych

Fig. 4. Scheme of time steps

Takie przesunięcie amplitud drgań względem siebie daje symetryczny wypadkowy ruch ER względem drgań głównych przy skrajnych wychyleniach. Jest to przypadek bardzo korzystny ze względu na dokładność obróbki ECM. Na rysunku 5 przedstawiono przykładowe drgania przy ich różnej synchronizacji. W tym przypadku można zauważyć tutaj, że w skrajnych położeniach wypadkowy ruch elektrody roboczej powoduje różne odchylenie toru ruchu elektrody roboczej względem drgań głównych. Ma to bezpośredni wpływ na warunki panujące w SM a w wyniku tego na dokładność obróbki.

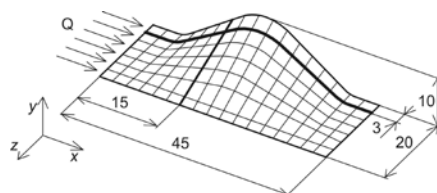


Rys. 5. Złożenie drgań wzdłużnych i poprzecznych: a) $f_p = 1/2f_w$, $\phi_w = 0$, b) $f_p = 1/2f_w$, $\phi_w = \pi/2$, c) $2f_p = f_w$, $\phi_w = 0$, d) $f_p = 2f_w$, $\phi_w = \pi/2$

Fig. 5. Longitudinal and transverse vibrations compound : a) $f_p = 1/2f_w$, $\phi_w = 0$, b) $f_p = 1/2f_w$, $\phi_w = \pi/2$, c) $f_p = 2f_w$, $\phi_w = 0$, d) $f_p = 2f_w$, $\phi_w = \pi/2$

4. PODSUMOWANIE

Obliczenia przeprowadzono dla elektrod kształtowych o cechach geometrycznych przedstawionych na rysunku 6. Zaznaczono tu również przekroje wzdłuż i w poprzek szczeliny międzyelektrodowej dla których wyniki obliczeń przedstawiono na wykresach. Jest to powierzchnia krzywoliniowa zakrzywiona również w kierunku osi z . Traktując zagadnienie jako płaskie, wymusza to poszukiwanie płaszczyzn przewodzenia obliczeń, określonych jako płaszczyzny normalne do powierzchni anody i jednocześnie ograniczone powierzchniami elektrod. Założono, że układ zasilania zapewnia stałe natężenie przepływu elektrolitu w SM. Obliczenia prowadzono do uzyskania stanu quasi-stacjonarnego, tzn. takiego, w którym zmiany grubości szczeliny ME i warunków fizycznych między elektrodami stają się periodyczne.



Rys. 6. Cechy geometryczne elektrod
Fig. 6. The geometrical features of electrodes

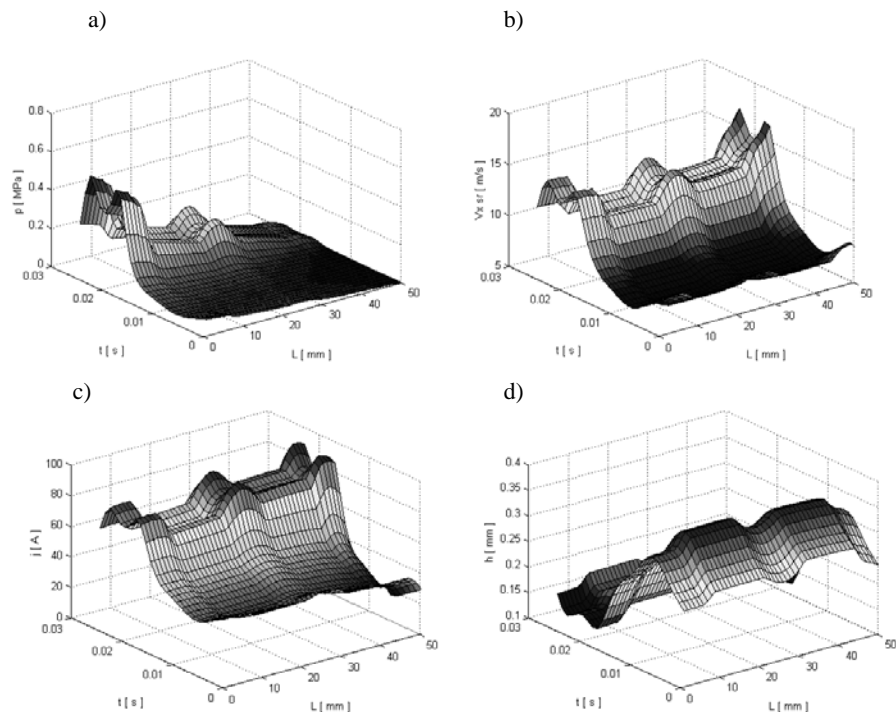
Ważniejsze parametry obróbki przyjęte w obliczeniach przedstawiono poniżej:

- szczelina początkowa – 0,2 mm,
- prędkość ruchu posuwowego ER – $0,0125 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$,
- napięcie międzyelektrodowe – 15 V,
- parametry drgań wzdłużnych $A_w = 0,1 \text{ mm}$, $f_w = 25 \text{ s}^{-1}$,
- parametry drgań poprzecznych $A_p = 0,05$, $f_p = 100 \text{ s}^{-1}$.

Na wykresach (rys. 7) przedstawiono rozkłady ciśnienia p , średniej prędkości przepływu elektrolitu v_{sr} , gęstości prądu j oraz grubości szczeliny ME h wzdłuż szczeliny międzyelektrodowej.

Otrzymane wyniki obliczeń potwierdzają przewidywane tendencje zmian jakościowych wybranych parametrów:

- lokalne grubości szczeliny międzyelektrodowej (rys. 7d) zmieniają się. Ma na to wpływ zmienność prędkości roztwarzania elektrochemicznego oraz kąt pochylenia profilu elektrody roboczej w stosunku do kierunku drążenia oraz synchronizacja drgań elektrod (rys. 5),
- nierównomierny rozkład grubości szczeliny międzyelektrodowej w znaczący sposób wpływa na rozkład ciśnienia oraz prędkości przepływu elektrolitu (rys. 7a-b),
- z modelu matematycznego wynika, że na zmienność warunków fizycznych wzdłuż przepływu ma wpływ koncentracja fazy gazowej i temperatura elektrolitu. Czynniki te wpływają na zmianę wartości takich wielkości fizycznych jak: lepkość, gęstość, konduktywność elektrolitu, a konsekwencji na prędkość roztwarzania elektrochemicznego i dokładność obróbki.



Rys. 7. Rozkłady wzdłuż SM: a) ciśnienia p , b) średniej prędkości przepływu elektrolitu V_{sr} , c) gęstości prądu j , f) wysokości szczeliny ME h

Fig. 7. Distribution along SM: a) pressure p , b) velocity of flow electrolyte V_{sr} , c) current density j , d) crack height IEG h

W przypadku stosowania drgań elektrod niezbędnie wydaje się tworzenie modeli matematycznych obróbki ECM w celu optymalnego doboru parametrów procesu. Szczególnie istotne obok doboru amplitud i częstotliwości drgań jest ich wzajemna synchronizacja. Dalsze badania symulacyjne oraz eksperymentalne pozwolą dokonać weryfikacji ilościowej przyjętego modelu matematycznego.

ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF ELECTRODE VIBRATIONS PARAMETERS ON THE ELECTROCHEMICAL ECM PROCESSING

Summary

In this paper there has been presented the theoretical analysis of the electrochemical machining with a complex oscillatory motion electrode. Physical phenomena which occur in the interelectrode gaps were described with a system of partial differential equations resulting from mass, momentum and energy conservations of electrolyte in the gaps. Equations formulated in this paper describing evolution of shape of machined surface and flow of electrolyte (mixtures of liquid and gas) in gaps were simplified, introducing assumptions of relating flow, of distribution volume concentration of gas phase and thicknesses of gaps, and then were solved partly analytically, partly numerically.

Keywords: ECM machining, oscillating electrode, curvilinear surface

WPLYW EFEKTÓW BEZWŁADNOŚCI PRZEPLYWU ELEKTROLITU NA EWOLUCJĘ KSZTAŁTU PRZEDMIOTU OBRABIANEGO ECM

1. WPROWADZENIE

Drażenie elektrochemiczne elektrodą roboczą kształtowaną jest dzisiaj jedną z podstawowych operacji technologii elektrochemicznej części maszyn i urządzeń [3].

W procesie ciągłym elektroda robocza (ER) wykonuje najczęściej ruch postępowy w kierunku powierzchni obrabianej. Do szczeliny międzyelektrodowej podawany jest z dużą prędkością elektrolit, powodując odprowadzanie z przestrzeni międzyelektrodowej produkty roztwarzania. Głównie są to cząsteczki wodoru oraz jony roztworzonego metalu. W takich warunkach powstaje przepływ wielofazowy trójwymiarowy.

Parametry hydrodynamiczne [1] przepływu oraz właściwości ośrodka decydują o procesach wymiany masy, pędu i energii w szczelinie międzyelektrodowej. Prawidłowo dobrane zapobiegają powstawaniu stref kawitacji, przepływu krytycznego, cyrkulacji, nadmiernemu wzrostowi temperatury elektrolitu i koncentracji objętościowej fazy gazowej[4].

Modelowanie matematyczne polega na wyznaczeniu dla zadanych warunków procesu obróbki ECM oraz czasu obróbki kształtu powierzchni obrabianej (PO), zmian grubości szczeliny międzyelektrodowej (SM) oraz rozkładów warunków fizykochemicznych panujących w obszarze obróbki [6].

W pracy przedstawiono analizę wpływu efektów bezwładności przepływu elektrolitu na geometrię przedmiotu obrabianego po obróbce ECM.

2. MODELOWANIE MATEMATYCZNE PROCESU OBRÓBKI ECM

Obszar przepływu elektrolitu w szczelinie międzyelektrodowej (SM) między krzywoliniowymi powierzchniami osiowo-symetrycznymi przedstawiono na rysunku 1.

Niech ruchoma powierzchnia katody poruszająca się z prędkością V_f będzie opisana funkcją $R(x)$ oznaczającą promień tej powierzchni. Grubość szczeliny międzyelektrodowej h jest to odcinek poprowadzony wzdłuż normalnej do elektrody roboczej, przecinający krzywiznę powierzchni ograniczającej szczelinę w przekroju osiowym.

Grubość szczeliny $h(x)$ niech będzie mała w porównaniu z promieniem elektrody roboczej $R(x)$, co można wyrazić formułą:

$$h(x) \ll R(x) \quad (1)$$

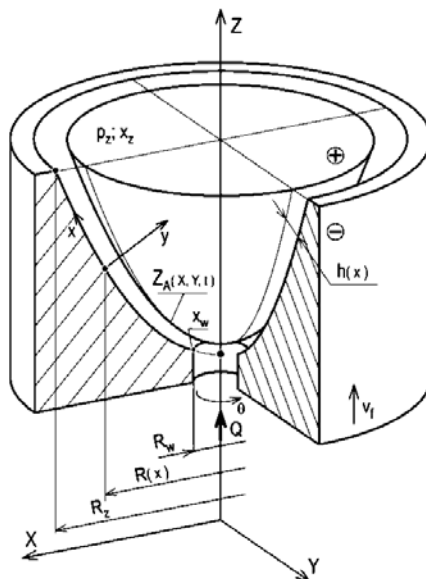
Ogólne równanie różniczkowe opisujące zmianę kształtu powierzchni obrabianej wskutek roztwarzania anodowego, zgodnie z teorią roztwarzania ECM ma postać [7]:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + k_v \vec{j}_A \text{grad} F = 0 \quad (2)$$

z warunkiem początkowym $F(X, Y, 0) = F_0$

gdzie:

- $\vec{j}_A = \vec{j}(X_A, Y_A, t)$ – rozkład gęstości prądu na powierzchni obrabianej,
- k_V – objętość materiału usuniętego przez roztworzenie anodowe przy przepływie jednostkowego ładunku elektrycznego,
- $F(A, t) = 0$ – równanie opisujące powierzchnię anody w chwili t .



Rys. 1. Obszar przepływu elektrolitu w szczelinie międzyelektrodowej

Fig. 1. Area flow of electrolyte in interelectrode gap IEG

Gęstość prądu wynika z prawa Ohma [3]:

$$\vec{j} = -\kappa \text{grad } u|_A \quad (3)$$

gdzie:

- u – potencjał pola elektrycznego między elektrodami.
- κ – przewodność właściwa – konduktywność

W układzie współrzędnych prostokątnych X, Y, Z związanych z ruchomą elektrodą roboczą równanie powierzchni anody ma postać [8]:

$$Z = Z_a(X, Y, t) \quad (4)$$

Wprowadzając równanie (3) do równania(2), uwzględniając (4) otrzymano:

$$\frac{\partial Z_A}{\partial t} = k_V j_A \sqrt{1 + \left(\frac{\partial Z_A}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z_A}{\partial Y}\right)^2} - V_f \quad (5)$$

dla $t = 0$ $Z_A = Z_o(X, Y)$.

VII. INŻYNIERSKIE ZASTOSOWANIA MECHANIKI

Zakładając liniowy rozkład potencjału wzdłuż odcinka normalnego do elektrody roboczej (często przyjmowany w obliczeniach technologicznych) funkcję gęstości prądu można wyrazić zależnością [6]:

$$j_A = \kappa_0 \Phi_{TG}^{-1} \frac{U - E}{h} \quad (6)$$

Funkcja Φ_{TG} opisuje wpływ zmian konduktywności w szczelinie i wyznacza się następująco [1]:

$$\Phi_{TG} = \frac{I}{S} \left[\int_0^h \frac{dy}{(I + \alpha(T - T_0))(I - \beta)^{3/2}} \right] \quad (7)$$

Dla zamknięcia układu równań (5), (6) i (7) konieczne jest wyznaczenie przyrostów temperatury $\Delta T = T - T_0$ oraz rozkład koncentracji fazy gazowej β . Należy zatem, wyznaczyć rozkłady ciśnienia, prędkości i temperatury w krzywoliniowej szczelinie międzyelektrodowej.

Przepływ elektrolitu w szczelinie międzyelektrodowej przeprowadzono w krzywoliniowym, lokalnie ortogonalnym układzie współrzędnych związanym z elektrodą roboczą [18-20].

Do rozważań przyjęto model ośrodka dwufazowego, dla którego równania ruchu wynikające z zasad: zachowania masy, pędu i energii w krzywoliniowym lokalnie ortogonalnym układzie współrzędnych mają następującą postać:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial (\rho_e R v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho_e v_y)}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial (\rho_H R v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho_H v_y)}{\partial y} = j \eta_H k_H h^{-1} \quad (9)$$

$$\rho_e \left(v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} - v_\theta^2 \frac{R'}{R} \right) = - \frac{\partial p_e}{\partial x} + \mu_e \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \quad (10)$$

$$\rho_e \left(v_x \frac{\partial v_\theta}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_\theta}{\partial y} - v_x v_\theta \frac{R'}{R} \right) = \mu_e \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial y^2} \quad (11)$$

$$0 = - \frac{\partial p_e}{\partial y} \quad (12)$$

$$\rho_H \left(v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} - v_\theta^2 \frac{R'}{R} \right) = - \frac{\partial p_H}{\partial x} + \mu_H \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \quad (13)$$

$$\rho_H \left(v_x \frac{\partial v_\theta}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_\theta}{\partial y} - v_x v_\theta \frac{R'}{R} \right) = \mu_H \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial y^2} \quad (14)$$

$$0 = - \frac{\partial p_H}{\partial y} \quad (15)$$

$$\rho_e = \rho_{e0} (1 - \beta), \quad \rho_H = \rho_{H0} \beta \quad (16)$$

gdzie:

- v_x, v_θ, v_y – składowe wektora prędkości,
- p_e – ciśnienie elektrolitu,
- p_H – ciśnienie gazu,
- ρ_{eo} – gęstość elektrolitu
- ρ_{Ho} – gęstość wodoru,
- μ_e – dynamiczny współczynnik lepkości elektrolitu.
- μ_H – dynamiczny współczynnik lepkości wodoru,
- β – objętościowa koncentracja fazy gazowej,
- j, η_H, k_H – to odpowiednio gęstość prądu, wydajność prądowa wydzielania wodoru, równoważnik elektrochemiczny wodoru,
- T – temperatura elektrolitu,
- c_p – ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu,
- R – promień powierzchni nieruchomej, .

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{v_\theta}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = - \frac{p}{\rho_e c_p} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial (Rv_x)}{\partial x} + \frac{\partial v_\theta}{R \partial \theta} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right] +$$

$$+ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial x} \left((a + a_r) R \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left((a + a_r) \frac{\partial T}{R \partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((a + a_r) \frac{\partial T}{\partial y} \right) +$$

$$\left. \begin{aligned} & 2 \left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\theta}{R \partial \theta} + v_x \frac{R'}{R} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} \right)^2 \right] \\ & + \frac{\mu_e}{\rho_e c_p} \left\{ \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial y} + \frac{1}{R} \frac{\partial v_y}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 + \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial v_x}{R \partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial x} + \frac{R'}{R} \right)^2 - \frac{2}{3} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial (Rv_x)}{\partial x} + \frac{\partial v_\theta}{R \partial \theta} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right]^2 \right\} + \frac{j^2}{\rho_e c_p \kappa} \end{aligned} \right\}$$

Dodając równania ruchu obu faz stronami, zaniedbując człony zawierające ρ_H/ρ_e jako pomijalnie małe, zakładając, że ciśnienia $p_e = p_H = p$ oraz ograniczając się do wpływu efektów bezwładności przepływu elektrolitu wynikających z ruchu obrotowego przedmiotu obrabianego, równania przepływu (8)-(15) przyjmują teraz postać:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial (\rho_e R v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho_e v_y)}{\partial y} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial (\rho_H R v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho_H v_y)}{\partial y} = j \eta_H k_H h^{-1} \quad (18)$$

$$- \rho_e v_\theta^2 \frac{R'}{R} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu_e \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \quad (19)$$

$$0 = \mu_e \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial y^2} \quad (20)$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad (21)$$

Pomijając dyssypację energii, uwzględniając wydzielane ciepło Joule'a spowodowane przepływem prądu elektrycznego, wymuszoną konwekcję ciepła wywołaną przepływem elektrolitu, wymianę ciepła przez elektrody, równanie energii ma teraz następującą postać:

$$v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial x} \left((a)R \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((a) \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{j^2}{\rho_e c_p \kappa} \quad (22)$$

gdzie:

- a – dyfuzyjność cieplna elektrolitu,
- κ – elektryczna konduktywność właściwa elektrolitu.

Sformułowany układ równań (17)-(22) stanowi podstawowy układ równań dla analizy osiowosymetrycznego przepływu mieszaniny elektrolitu i wodoru w szczelinie międzyelektrodowej.

Rozwiązanie układu równań (17)-(22) pozwala wyznaczyć rozkłady prędkości, ciśnień i temperatury w szczelinie międzyelektrodowej. Uzyskane formuły opisujące rozkład temperatury w szczelinie wykorzystane będą do określenia ewolucji kształtu przedmiotu obrabianego (anody) na podstawie równania (1).

Rozwiązania równań (17)-(22) powinny spełniać warunki brzegowe dla:

- składowych prędkości i ciśnienia:

$$\begin{aligned} v_x = v_y = 0 & \quad \text{dla } y = 0 \\ v_\theta = 0 & \quad \text{dla } y = 0 \\ v_\theta = \omega R & \quad \text{dla } y = h \\ p = p_z & \quad \text{dla } x = x_z \end{aligned} \quad (23)$$

- temperatury:

$$\begin{aligned} \text{– na ściankach: } & T = T_s \quad \text{dla } x \geq x_w \quad \text{i } y = 0 \quad \text{oraz } y = h \\ \text{– na wlocie: } & T = T_w \end{aligned}$$

tutaj:

- p_z – ciśnienia na wylocie szczeliny międzyelektrodowej,
- x_z – współrzędne położenia wlotu i wylotu ze szczeliny międzyelektrodowej,
- T_s – temperatura elektrod,
- T_w – temperatura elektrolitu na wlocie.

Układ równań (17)-(21) rozwiązano analitycznie określając rozkłady prędkości i ciśnienia w szczelinie międzyelektrodowej:

$$v_x = \frac{Q}{\pi R_z h_0} \left[\frac{3}{R h^3} (\bar{h} \bar{y} - \bar{y}^2) + \frac{3\pi}{20} \Omega \bar{R} \bar{R}' (\bar{y}^2 - \bar{h} \bar{y}) - \frac{\pi}{12} \Omega \frac{\bar{R} \bar{R}'}{h^2} (\bar{y}^4 - \bar{h}^3 \bar{y}) \right] \quad (24)$$

$$v_\theta = \omega R_z \bar{R} \frac{\bar{y}}{h} \quad (25)$$

$$p(x) = -\frac{\mu_x Q}{\pi h_0^3} \left[\frac{6}{h^3} (A_x - A_z) + \frac{3\pi}{20} \Omega (\bar{R}^2 - 1) \right] + p_z \quad (26)$$

gdzie:

$$\Omega = \frac{\rho_{x0} \omega^2 R_z^2 h_0^3}{\mu_{x0} Q} - \text{bezwymiarowy parametr wpływu efektów bezwładności na}$$

przeływ elektrolitu w szczelinie międzyelektrodowej,

$$A_x = \int \frac{dx}{R},$$

Grubość szczeliny w danym przekroju określana jest w algorytmie numerycznym procesu ECM.

Rozwiązując numerycznie metodą różnic skończonych równanie energii (22) wyznaczono rozkład temperatury w poprzek i wzdłuż szczeliny.

Otrzymane pola fizyczne przepływu elektrolitu pozwoliły na wyznaczenie wysokości szczeliny międzyelektrodowej po obróbce elektrochemicznej (5).

Rozkład koncentracji gazu β otrzymano z bilansu masy wodoru wydzielającego się na katodzie [21].

Całkując równanie (18) w poprzek szczeliny

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_H R \int_0^h v_x dy \right) + \rho_H v_y \Big|_0^h = j \eta_H k_H \quad (27)$$

a następnie przyjmując założenie, że $\beta = \beta(x)$ po przekształceniach otrzymano:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{T} \beta \right) = \frac{2\pi \eta_H k_H}{\mu_H Q} j R \quad (28)$$

przy czym:

β – objętościowa koncentracja fazy gazowej,

$\rho_{H0} = \frac{\mu_H p}{R_H T}$ – gęstość wodoru,

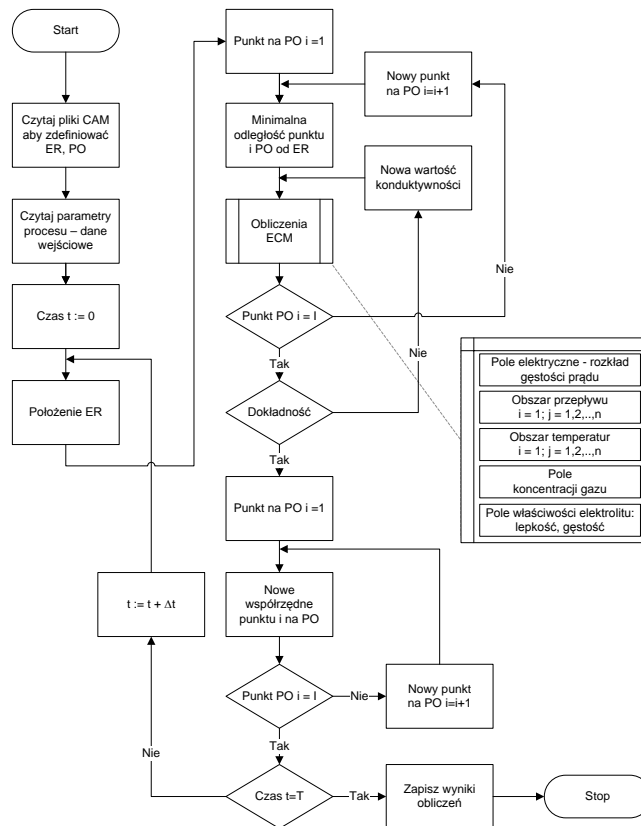
η_H – wydajność prądowa wydzielania gazu,

k_H – równoważnik elektrochemiczny wodoru,

R_H – stała gazowa wodoru,

μ_H – masa molowa wodoru.

Ogólny algorytm komputerowy symulacji obróbki ECM powierzchni kształtowych przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Ogólny algorytm symulacji procesu ECM
 Fig. 2. General algorithm for simulation of the ECM process

Rozwiązanie równania ewolucji kształtu powierzchni obrabianej (5) oparto na metodzie kolejnych przybliżeń, dla wszystkich stosowanych schematów numerycznych, stosując jednocześnie metodę kroków czasowych [4, 12, 13, 14, 21, 22].

3. WYNIKI BADAŃ

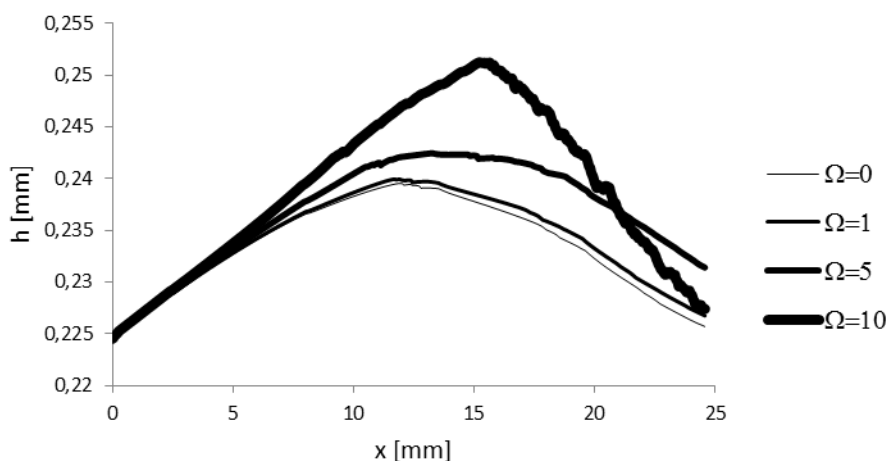
Obliczenia rozkładu grubości szczeliny międzyelektrodowej oraz rozkładów warunków fizykochemicznych panujących w obszarze obróbki przeprowadzono dla elektrod kształtowych obrotowych o zarysie powierzchni kulistej.

Układ zasilania zapewnia stałe natężenie przepływu elektrolitu w szczelinie międzyelektrodowej SM. Elektrolit jest pasywny. Obliczenia prowadzono do uzyskania stanu, w którym następuje ustalenie w czasie rozkładu grubości SM.

Do obliczeń przyjęto następujące ważniejsze parametry obróbki:

Szczelina początkowa, SM	0,2	mm
Prędkość ruchu posuwowego, ER	0,01	mm s ⁻¹
Napięcie międzyelektrodowe, U	15	V
Strumień objętości, Q	3	l min ⁻¹
Ciśnienie, p _z	0.1	MPa
Bezwymiarowy parametr uwzględniający efekty bezwładności przepływu elektrolitu, Ω	0, 1, 5, 10	

Rozkład wysokości szczeliny h wzdłuż SM przedstawiono graficznie na wykresie (rys. 3).



Rys. 3. Rozkład wysokości szczeliny h wzdłuż SM

Fig. 3. Distribution along IEG of gap height h

4. PODSUMOWANIE

Z przeprowadzonych obliczeń oraz załączonego wykresu rozkładu wysokości szczeliny h wzdłuż SM wynika, że istotny wpływ na skutki obróbki elektrochemicznej ma hydrodynamika przepływu elektrolitu, a w szczególności wpływ efektów bezwładności przepływu. Wraz ze wzrostem bezwymiarowego parametru wpływu efektów bezwładności przepływu Ω wyraźnie zmienia się wysokość szczeliny po obróbce. Maksimum rozkładu wysokości szczeliny przesuwa się w kierunku wylotu elektrolitu ze szczeliny, co wynika z rosnącego oddziaływania efektów bezwładności oraz wpływu gęstości prądu na intensywność roztwarzania elektrochemicznego.

Przeprowadzona symulacja komputerowa obróbki ECM krzywoliniowych powierzchni obrotowych pozwoliła na analizę wpływu efektów bezwładności przepływu dzięki uwzględnieniu członów bezwładnościowych w równaniu Naviera Stokesa.

INFLUENCE OF ELECTROLYTE FLOW INERTIA
ON THE WORKPIECE SHAPE EVOLUTION
AFTER ELECTROCHEMICAL ECM MACHINING

Summary

In this paper, there has been presented an analysis of the influence of the electrolyte flow inertia effects on the workpiece geometry after ECM. An equation describing evolution of the workpiece curvilinear rotary surface shape has been used for the analysis, as well as equations of flow for homogenous mixture of electrolyte and gas between curvilinear rotary surfaces. Calculations have been performed demonstrating the distribution of the interelectrode gap height after electrochemical machining ECM for given machining parameters.

Keywords: electrochemical machining, electrolyte flow, model mathematical

LITERATURA

- [1] Dąbrowski L., 1992. Podstawy komputerowej symulacji kształtowania elektrochemicznego. Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej, Pr. Nauk., Mechanika 154.
- [2] Dąbrowski L., Paczkowski T., 2005. Computer simulation of two-dimensional electrolyte flow in electrochemical machining. *Russian J. Electrochemistry* 41(1), 91-98.
- [3] Davydov A.D., Kozak J., 1990. Wysokoskorostnyje elektrochimizjeskoje formoobrazowanie. Nauka, Moskwa.
- [4] Gryboś R., 1998. Podstawy mechaniki płynów. PWN, Warszawa.
- [5] Kiciak P., 2000. Podstawy modelowania krzywych i powierzchni. Zastosowania w grafice komputerowej. Wyd. 1, WNT, Warszawa.
- [6] Kozak J., 1967. Zagadnienie geometrii elektrod w procesie kształtowania elektrochemicznego. *Arch. Bud. Maszyn* XIV(2).
- [7] Kozak J., 1976. Kształtowanie powierzchni obróbką elektrochemiczną bezstykową (ECM). Wyd. Politechniki Warszawskiej, Pr. Nauk. Politechniki Warszawskiej, Mechanika 41,
- [8] Kozak J., 1998. Mathematical Models for Computer Simulation of Electrochemical Machining Processes. *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 76 (1-3).
- [9] Kozak J., 1999. Komputerowe wspomaganie technologii drążenia elektrochemicznego. *Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Zesz. Nauk. SNOE* 5, 53-80.
- [10] Łubkowski K., 1996. Stany krytyczne w obróbce elektrochemicznej. *Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Pr. Nauk. Mechanika* 163.
- [11] Paczkowski T., 2010. Modelowanie obróbki ECM powierzchni o zarysie krzywoliniowym elektrodą drgającą w dwóch kierunkach. *Archiwum Technologii Maszyn i Automatykacji*. Poznań, Komitet Budowy Maszyn PAN 30(4), 57-67.
- [12] Paczkowski T., Sawicki J., 2002. Symulacja komputerowa procesu ECM w oparciu o dwuwymiarowy model przepływu elektrolitu między płaskimi elektrodami. *Zesz. Nauk. ATR w Bydgoszczy, Mechanika* 53.
- [13] Paczkowski T., Sawicki J., 2003. Modelowanie ewolucji kształtu powierzchni łopatki w obróbce elektrochemicznej elektrodą drgającą roboczą. *Przepływowe maszyny wirnikowe. Zbiór prac IX konferencji pod red. E. Oczosia, Rzeszów*, 511-520.
- [14] Paczkowski T., Sawicki J., 2003. Wpływ koncentracji wodoru w elektrolicie na ewolucję kształtu przedmiotu obrabianego. *Wybrane zagadnienia obróbek skoncentrowaną wiązką energii*. Pr. zbior. pod red. M. Styp-Rekowskiego, BTN, Bydgoszcz.
- [15] Paczkowski T., Sawicki J., 2006. Analysis of influence of physical conditions inside interelectrode gap on work piece shape evolution. *Engineering Mechanics* 13(2), 93-100.
- [16] Paczkowski T., Sawicki J., 2008. Electrochemical machining of curvilinear surfaces (MST410/07). *J. Machining Science and Technology*, USA.
- [17] Paczkowski T., Sawicki J., Peszyński K., 2002. Modeling of electrolyte flow in interelectrode gap in electrochemical machining. *National Conference with International Participation, Svratka, Czech Republic, Academy of Sciences of the Czech Republic*, 203-204.

- [18] Sawicki J., 1994. Influences of the inertial forces on the magnetic fluid flow in a gap between curvilinear surfaces of revolution. *Mechanika Teoretyczna i Stosowana* 4(32).
- [19] Sawicki J., 1996. Magneto-hydrodynamic flow of viscous fluid in a slot between curvilinear surfaces of revolution. *Rozprawy Inżynierskie PAN-IPPT*, 44 (1).
- [20] Sawicki J., 1996. Uogólnione równania ruchu cieczy niemagnetycznej i magnetycznej w szczelinach między wirującymi powierzchniami obrotowymi. *Zesz. Nauk. ATR w Bydgoszczy, Mechanika* 41.
- [21] Sawicki J., 2010. ECM machining of curvilinear rotary surfaces by a shaping tool electrode performing composite motion. *Advances in Manufacturing Science and Technology* 34(2).
- [22] Sawicki J., Paczkowski J., 2004. Obróbka elektrochemiczna krzywoliniowych powierzchni obrotowych. *Zesz. Nauk. ATR w Bydgoszczy, Mechanika* 54.

Autorzy

- Janusz Badur** Zakład Konwersji Energii, Instytut Maszyn Przepływowych PAN,
ul. Fiszer 14, 80-952 Gdańsk
- Mieczysław Cieszko** Instytut Mechaniki i Informatyki Stosowanej,
Uniwersytet Kazimierza Wielkiego,
ul. Chodkiewicza 30, 85-064 Bydgoszcz
- Eugenia Fronczak** Wydział Telekomunikacji i Elektrotechniki,
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy,
Al. Prof. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz
- Paweł Gadzała** Instytut Mechaniki i Informatyki Stosowanej,
Uniwersytet Kazimierza Wielkiego,
ul. Chodkiewicza 30, 85-064 Bydgoszcz
- Marcin Grabiński** Wydział Telekomunikacji i Elektrotechniki,
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy,
Al. Prof. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz
- Michał Karcz** Zakład Konwersji Energii, Instytut Maszyn Przepływowych PAN,
ul. Fiszer 14, 80-952 Gdańsk
- Marek Kociszewski** Instytut Techniki, Wydział Matematyki, Fizyki i Techniki,
Uniwersytet Kazimierza Wielkiego,
ul. Chodkiewicza 30, 85-064 Bydgoszcz
- Marcin Lemański** Zakład Konwersji Energii, Instytut Maszyn Przepływowych PAN,
ul. Fiszer 14, 80-952 Gdańsk
- Zbigniew Lis** Instytut Mechaniki i Konstrukcji Maszyn,
Wydział Inżynierii Mechanicznej,
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy,
al. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz
- Stanisław Mroziński** Instytut Mechaniki i Konstrukcji Maszyn,
Wydział Inżynierii Mechanicznej,
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy,
al. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz
- Lucjan Nastalek** Zakład Konwersji Energii, Instytut Maszyn Przepływowych PAN,
ul. Fiszer 14, 80-952 Gdańsk
- Tomasz Paczkowski** Zakład Inżynierii Produkcji, Wydział Inżynierii Mechanicznej
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy,
al. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz
- Krzysztof Rosiński** Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska,
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy,
al. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz
- Jan Sadowski** Zakład Mechaniki Stosowanej, Wydział Inżynierii Mechanicznej,
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy,
al. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz

- Jerzy Sawicki** Zakład Mechaniki Stosowanej, Wydział Inżynierii Mechanicznej,
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy,
al. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz
- Janusz Sempruch** Zakład Metod Komputerowych, Wydział Inżynierii Mechanicznej,
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy,
al. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz
- Przemysław Strzelecki** Wydział Inżynierii Mechanicznej,
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy,
al. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz
- Zbigniew Szczepański** Instytut Mechaniki i Informatyki Stosowanej,
Uniwersytet Kazimierza Wielkiego,
ul. Chodkiewicza 30, 85-064 Bydgoszcz
- Tadeusz Zbigniew
Woźniak** Zakład Konstrukcji i Dynamiki Maszyn, Instytut Techniki,
Uniwersytet Kazimierza Wielkiego,
ul. Chodkiewicza 30, 85-064 Bydgoszcz
- Janusz Zachwieja** Zakład Mechaniki Stosowanej, Wydział Inżynierii Mechanicznej,
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy,
al. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz