

Konstrukcje betonowe i metalowe



Wydawnictwa Uczelniane
Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego
w Bydgoszczy

Recenzenci

prof. dr hab. inż. Andrzej Ajdukiewicz	prof. dr hab. inż. Antoni Biegus
prof. dr hab. inż. Marian Giżejowski	dr hab. inż. Anna Halicka, prof. PL
prof. dr hab. inż. Michał Knauff	prof. dr hab. inż. Aleksander Kozłowski
<u>prof. dr hab. inż. Andrzej Łapko</u>	prof. dr hab. inż. Jerzy Ziółko

Redaktor naukowy
dr inż. Elżbieta Piotrowska

Redaktor merytoryczny
prof. dr hab. inż. Adam Podhorecki

Opracowanie redakcyjne i techniczne
mgr Dorota Ślachciak, mgr Michał Górecki, mgr inż. Tomasz Szałajda

Projekt okładki
mgr inż. Daniel Morzyński

© Copyright
Wydawnictwa Uczelniane Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego
Bydgoszcz 2015

Utwór w całości ani we fragmentach nie może być powielany
ani rozpowszechniany za pomocą urządzeń elektronicznych, mechanicznych, kopiujących,
nagrywających i innych bez pisemnej zgody posiadacza praw autorskich.

ISBN 978-83-64235-72-6

Wydawnictwa Uczelniane Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego
Redaktor Naczelny
prof. dr hab. inż. Józef Flizikowski
ul. ks. A. Kordeckiego 20, 85-225 Bydgoszcz, tel. 52 3749482, 52 3749426
e-mail: wydawucz@utp.edu.pl <http://www.wu.utp.edu.pl>

Wyd. I. Ark. aut. 15,6. Ark. druk. 19,3.
Zakład Małej Poligrafii UTP Bydgoszcz, ul. ks. A. Kordeckiego 20

KONSTRUKCJE BETONOWE

Wpływ długości zakotwienia zbrojenia głównego na nośność strefy przypodporowej belek żelbetowych – Kamil Bacharz, Barbara Goszczyńska	9
Wpływ wysokości strefy ściskanej przekroju na nośności odkształcenia strefy przypodporowej belek żelbetowych – Przemysław Bodzak	17
Analiza modeli ST skręcanych belek żelbetowych – Lidia Buda-Ożóg, Małgorzata Pokarowska	25
Badania nośności słupów żelbetowych w strefie połączeń narożnych z płytą żelbetową – Michał Gołdyn, Tadeusz Urban, Łukasz Krawczyk.....	33
Wpływ imperfekcji geometrycznych postaci wyboczenia na zachowanie pozakrytyczne prętów zbrojeniowych – Jacek Korentz	41
Wpływ wstępnego wytyżenia płyt żelbetowych na efektywność wzmocnień naprężonymi kompozytami CFRP – Renata Kotynia, Marta Przygocka, Krzysztof Lasek.....	47
Próba teoretycznej analizy krępych płyt żelbetowych na przebicie – Jakub Krakowski, Jacek Świniarski, Tadeusz Urban.....	55
Nośność na przebicie krępych płyt żelbetowych z różnie ukształtowanym zbrojeniem poprzecznym – Łukasz Krawczyk, Tadeusz Urban, Michał Gołdyn.....	63
Analiza trwałości żelbetowych komór fermentacyjnych – Janusz Krentowski, Krzysztof Pawłowski, Adam Przybylski	73
Nośność na ścinanie belek żelbetowych z betonu zwykłego i lekkiego – Andrzej S. Nowak, Anna M. Rakoczy	81
Wymiarowanie symetrycznie zbrojonych mimośrodowo ściskanych przekrojów prostokątnych całkowicie ściskanych o dowolnych klasach betonu – Janusz Pędziwiatr	89
Wymiarowanie symetrycznie zbrojonych mimośrodowo ściskanych przekrojów prostokątnych ze strefą rozciąganą przy dowolnych klasach betonu – Janusz Pędziwiatr	97
Metody oceny jakości betonu a niezawodność żelbetowych elementów ściskanych – Izabela Skrzypczak, Lidia Buda-Ożóg.....	105
Odporność ogniowa belek żelbetowych o wysokim stopniu wykorzystania nośności w warunkach pożarowych wzmocnionych na zginanie doklejanymi taśmami z włókien węglowych – Piotr Turkowski.....	113
Badanie przebiegu zmian szerokości rys w procesie obciążania belek żelbetowych – Justyna Tworzewska, Barbara Goszczyńska	121

Wzmacnianie krótkich wsporników przez wklejanie dodatkowego zbrojenia – Tadeusz Urban, Michał Gołdyn, Łukasz Krawczyk	129
Ocena ryzyka i odporności poawaryjnej płaskich stropów płytowych sprężonych cięgami bez przyczepności – Szczepan Woliński, Tomasz Pytlowany.....	137

KONSTRUKCJE METALOWE

Nośność graniczna wsporników dźwigarów o falistym środniku – Witold Basiński, Zbigniew Kowal	147
Ocena stateczności pasów dolnych z płaszczyzny kratownic dachów bezpłatwowych – Antoni Biegus	155
Zginanie i skręcanie dwuteowników bisymetrycznych – Roman Bijak, Leszek Chodor	165
Badanie odkształceń konstrukcji stalowych w zmiennych warunkach obciążenia z wykorzystaniem laserowej stacji pomiarowej – Adam Bujarkiewicz, Jacek Sztubecki, Zbigniew Lis	173
Analiza numeryczna połączenia poprzecznika z trzonem słupa w konstrukcji napowietrznej linii energetycznej – Jarosław Gajewski, Patryk Błaszczński, Andrzej Dąbek	183
Stabilizacja płatwi zetowej płytami warstwowymi z uwzględnieniem owalizacji otworów na łączniki – Marcin Górski	191
Zastosowanie metody elementów skończonych do modelowania tarczy dachowej – Marcin Gryniwicz, Jerzy K. Szlendak.....	199
Monitorowanie nośności i niezawodności wiązarowych przekryć hal – Zbigniew Kowal, Rafał Piotrowski, Monika Siedlecka	207
Wpływ podatności węzłów podporowych na statykę i stateczność ram stalowych – Przemysław Krystosik.....	215
Effekt dźwigni w śrubowych połączeniach kołnierзовych kształtowników zamkniętych okrągłych – Dariusz Leń, Lucjan Ślęczka	223
Zdolność do obrotu uźebrowanego węzła belki ze słupem – Krzysztof Ostrowski, Aleksander Kozłowski	231
Badania belek stalowych wzmocnionych taśmami CFRP – Paulina Paśko	239
Wyznaczanie momentów krytycznych zwichrzenia belek metodą energetyczną z zastosowaniem wielomianów – Rafał Piotrowski, Andrzej Szychowski	249
Neuronowa predykcja współczynnika wyboczeniowego ścianki przęsłowej elementu cienkościennego – Beata Potrzeszcz-Sut, Andrzej Szychowski	259
Eurokodowe procedury statecznościowego sprawdzania nośności stalowych ram płaskich – Zbigniew Stachura, Marian Giżejowski.....	267

Studium numeryczne interakcyjnych krzywych nośności dwuteowych elementów stalowych ściskanych i zginanych bez zwichrzenia – Radosław Szczurba, Marcin Gajewski, Marian Giżejowski.....	277
Dystorsyjna utrata stateczności ścianki elementu cienkościennego przy wzdlużnej i poprzecznej zmienności naprężeń – Andrzej Szychowski	285
Ocena trwałości i skuteczności ogniochronnej nieznanych pasywnych izolacji ogniochronnych konstrukcji stalowych po upływie czasu – Dagmara Warsicka, Piotr Turkowski, Paweł Sulik.....	293
Deformacje płaszcza stalowego, pionowego zbiornika walcowego wywołane podciśnieniem – Jerzy Ziółko, Tomasz Mikulski, Ewa Supernak	301

KONSTRUKCJE BETONOWE

Wpływ długości zakotwienia zbrojenia głównego na nośność strefy przypodporowej belek żelbetowych

Kamil Bacharz, Barbara Goszczyńska

Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach,
e-mail: bgoszczyńska@tu.kielce.pl, kbacharz@tu.kielce.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wpływ długości zakotwienia na nośność strefy przypodporowej belek żelbetowych. Analizę oparto na wynikach przeprowadzonych badań sześciu jednoprzęsłowych belek żelbetowych różniących się konstrukcją zbrojenia i szerokością podparcia. W celu uzyskania zniszczenia na ścinanie belki obciążane były dwoma siłami skupionymi położonymi symetrycznie, blisko od osi podpór, rosnącymi monotonicznie do zniszczenia. Na podstawie analizy porównawczej zarejestrowanych sił niszczących stwierdzono, że średnia nośność belek żelbetowych z wymaganą, zgodnie z EC2, długością zakotwienia zbrojenia głównego była o ok. 34% wyższa niż belek, w których nie zachowano wymaganej długości zakotwienia. Ponadto w przypadku belek o tej samej konstrukcji zbrojenia sama zmiana szerokości podparcia, przy zachowaniu wymaganego zakotwienia, spowodowała zmniejszenie siły niszczącej o 12%. We wszystkich przypadkach nośność doświadczalna była ponad dwukrotnie wyższa od teoretycznej.

Słowa kluczowe: żelbet, belka, długość zakotwienia, ścinanie, nośność na ścinanie

1. Wprowadzenie

Podstawową cechą żelbetu jest identyczność odkształceń betonu i stali, która zachodzi wtedy, gdy istnieje odpowiednio duży opór przeciwko wzajemnemu przesunięciu tych materiałów względem siebie. Zapewnione jest to poprzez zagwarantowanie odpowiedniej przyczepności stali do betonu [1, 2]. W uproszczonym ujęciu można stwierdzić, że opór ten wynika z takich zjawisk jak:

- adhezja chemiczna,
- siły tarcia pomiędzy betonem i stalą,
- zazębianie mechaniczne [2-4].

W elemencie żelbetowym przyczepność stali do betonu powinna być tak duża, by nie nastąpiło przesunięcie tych materiałów względem siebie. Gwarantowane jest to przez odpowiednią długość zakotwienia prętów zbrojeniowych.

Według EC2 [5, 6] długość pręta $l_{b,rqd}$, niezbędną do przeniesienia wymaganej siły rozciągającej, oblicza się przy założeniu, że naprężenia przyczepności są wzdłuż niej stałe, a nią samą wyznacza się ze wzoru:

$$l_{b,rqd} = \frac{\phi \sigma_{sd}}{4 f_{bd}} \quad (1)$$

w którym: ϕ – średnica kotwionego pręta, f_{bd} – graniczne, obliczeniowe naprężenie przyczepności, σ_{sd} – naprężenie w stali kotwionej.

Graniczne naprężenie przyczepności oblicza się ze wzoru:

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd} \quad (2)$$

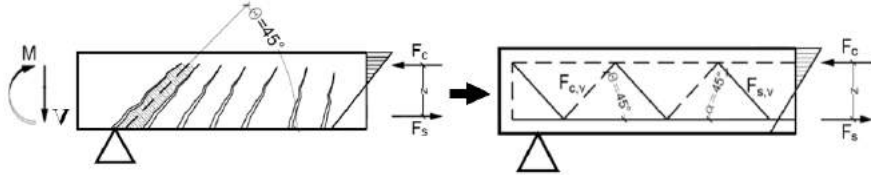
gdzie: f_{ctd} – obliczeniowa wytrzymałość betonu na rozciąganie, współczynniki $\eta_1\eta_2$ uzależnione są od warunków przyczepności i średnicy pręta.

W celu porównania wartości teoretycznych z wynikami badań zastąpiono wartości obliczeniowe wartościami charakterystycznymi oraz obliczeniową wytrzymałość betonu na rozciąganie f_{ctd} wytrzymałością średnią f_{ctm} . W wyniku czego wzór (2) przyjmuje postać:

$$f_b = 2,25\eta_1\eta_2 f_{ctm} \quad (2a)$$

Zasadniczy wpływ na długość zakotwienia ma naprężenie w stali kotwionej, σ_s , które zależy od miejsca jego szacowania, czyli od wartości występujących tam sił przekrojowych. Rozważając dowolny przekrój, w którym jednocześnie działa moment gnący i siła poprzeczna, naprężenia należy szacować z uwzględnieniem obu tych sił.

Na podporach skrajnych występuje nieduży lub zerowy moment gnący, stąd obliczeniowo, na długość zakotwienia dominujący wpływ ma siła poprzeczna. Sposób obliczania elementów żelbetowych ze względu na siłę poprzeczną jest wg normy [5] oparty na modelu zastępczej kratownicy Mörscha. Przyjęto tam, że zbrojenie podłużne stanowi pas rozciągany siłą F_s , natomiast strefa betonu ściskanego tworzy pas ściskany z wypadkową siłą F_c oddaloną od F_s o ramie sił wewnętrznych z . W obszarze pomiędzy pasami powstaje konstrukcja złożona z przenikających się krzyżulców. Ściskane krzyżulce, które stanowią wydzielone ukośnymi rysami bloki betonowe z siłą $F_{c,v}$, nachylone są do osi elementu pod kątem Θ . Natomiast krzyżulce rozciągane zastąpione zbrojeniem poprzecznym, przejmujące siły $F_{s,v}$, nachylone są do osi elementu pod kątem α [7]. Uproszczony schemat modelowania strefy przypodporowej belek żelbetowych przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Model strefy przypodporowej oparty na elemencie kratowym

Zgodnie z przyjętym modelem siłę rozciągającą w zbrojeniu głównym, od siły poprzecznej, można obliczyć ze wzoru:

$$F_{t,v} = 0,5 \cdot V \cdot (\operatorname{ctg} \theta - \operatorname{ctg} \alpha) \quad (3)$$

W przypadku stosowania zbrojenia poprzecznego w postaci strzemion prostopadłych do osi elementu, $\alpha = 90^\circ$, wzór upraszcza się do postaci:

$$F_{t,v} = 0,5 \cdot V \cdot \operatorname{ctg} \theta \quad (4)$$

W normie [5] przyjęto do wymiarowania metodę uzmiennionego kąta Θ , którego wartość w przybliżeniu odpowiada kątowi nachylenia rys ukośnych powstałych w strefie ścinania [8]. Może on być wybierany z określonego przedziału dopuszczalnych wartości cotangensa tego kąta: $1,0 \leq \operatorname{ctg} \Theta \leq 2,5$. Natomiast, zgodnie z załącznikiem krajowym normy [5], zakres ten wynosi $1,0 \div 2,0$. Norma zezwala na swobodny dobór tej wartości [9], w podanym zakresie, pomimo iż przyjęcie jej w dużym stopniu rzutuje na uzyskiwane wyężenie zarówno zbrojenia poprzecznego, jak i podłużnego w belce żelbetowej. Przyjęcie wartości kąta Θ będzie miało także wpływ na wymaganą długość zakotwienia zbrojenia podłużnego, ponieważ w przypadku występowania w przekroju momentu gnącego i siły poprzecznej naprężenia σ_s w zbrojeniu podłużnym o przekroju A_{s1} oblicza się jako sumę naprężeń spowodowanych siłą rozciągającą od momentu i od siły poprzecznej:

$$\sigma_s = \frac{M}{A_{s1} \cdot z} + \frac{F_{t,V}}{A_{s1}} \quad (5)$$

W rezultacie długość zakotwienia określaną ze wzoru (1) można przekształcić do postaci (6) i (7), rozróżniając długość zakotwienia wynikającą osobno z momentu gnącego i siły poprzecznej, analogicznie jak przedstawiono w pracy [10].

$$l_{b,rqd,M} = \frac{\phi \cdot M}{4 \cdot A_{s1} \cdot z \cdot f_b} \quad (6)$$

$$l_{b,rqd,V} = \frac{\phi \cdot |V| \cdot \text{ctg} \theta}{8 \cdot A_{s1} \cdot f_b} \quad (7)$$

Zgodnie ze wzorem (7) wymagana długość zakotwienia prętów głównych, w miejscu występowania znaczących sił poprzecznych, w sposób proporcjonalny zależy od cotangensa kąta nachylenia krzyżulców ściskanych, a zatem w celu odpowiedniego dobrania długości zakotwienia niezbędne jest optymalne przyjęcie wartości $\text{ctg} \theta$.

Celem pracy jest doświadczalne sprawdzenie wpływu długości zakotwienia zbrojenia podłużnego, obliczonego zgodnie z normą [5], na nośność na ścinanie belek żelbetowych, z uwzględnieniem szerokości podparcia belek i wynikającej z tej przyczyny zmiany kąta nachylenia rys ukośnych, utożsamianej z kątem nachylenia krzyżulców ściskanych.

2. Opis badań

2.1. Elementy badawcze

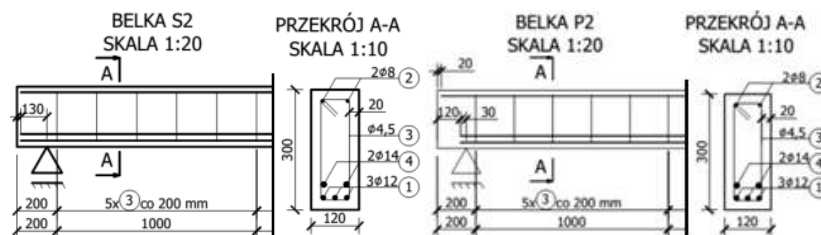
Badania przeprowadzono na sześciu belkach żelbetowych o przekroju prostokątnym 120 x 300 mm, rozpiętości w osiach podpór 3,0 m, przy długości całkowitej elementu 3,3 m, które zostały wykonane w zakładzie prefabrykacji. W celu określenia rzeczywistych parametrów materiałowych przeprowadzono badania towarzyszące. Obejmowały one określenie wytrzymałości betonu na próbkach sześciennych o wymiarach 150 x 150 x 150 mm, wykonanych w trakcie betonowania belek oraz na określeniu rzeczywistej wytrzymałości stali na rozciąganie, na podstawie badania pobranych wycinków prętów. Uzyskane charakterystyki wytrzymałościowe materiałów zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Tabela charakterystyk materiałowych badanych elementów

BELKA	BETON				STAL	
	f _{cm} [MPa]	f _{ck} [MPa]	f _{ck} ^{CUBE} [MPa]	f _{ctm} [MPa]	f _{yk} [MPa]	f _{ywk} [MPa]
S2M-1	57,5	49,5	63,9	4,0	562,0	561,8
S2M-2						
S2M-3	59,3	51,3	66,1	4,1		
S2M-4						
P2M-1	58,3	50,3	64,9	4,1		
P2M-2						

Zbrojenie podłużne wszystkich belek złożone było z prętów prostych 3 ϕ 12 i 2 ϕ 14 w strefie rozciąganej, stanowiące stopień zbrojenia podłużnego wynoszący 2% oraz 2 ϕ 8 w strefie ściskanej. Zbrojenie poprzeczne wykonano w postaci strzemion prostopadłych ϕ 4,5 rozmieszczonych, co 20 cm w strefach przypodporowych i co 22,5 cm w środku rozpiętości elementu, stanowiące minimalny stopień zbrojenia poprzecznego. W czterech

belkach oznaczonych symbolem S2 zbrojenie podłużne wykonano na całej długości belek (3,24 m), natomiast w dwóch belkach oznaczonych symbolem P2 długość prętów została, z obu stron, skrócona o 0,12 m. Konstrukcję zbrojenia belek o symbolach S2 i P2 przedstawiono na rysunku 4.

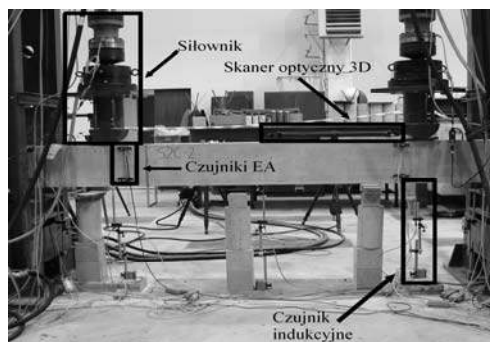


Rys. 4. Konstrukcja zbrojenia belek S2 i P2

Celem przyjęcia takiej konstrukcji zbrojenia było uzyskanie różnych typów niszczenia na ścinanie [7].

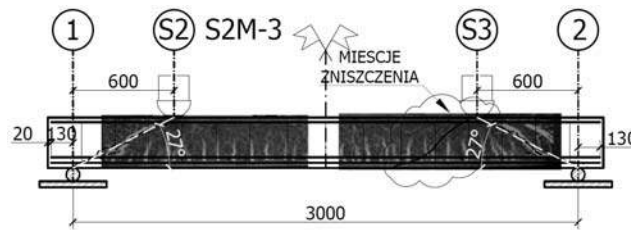
2.2. Stanowisko badawcze

Badania przeprowadzono na stanowisku badawczym przedstawionym na rysunku 2.

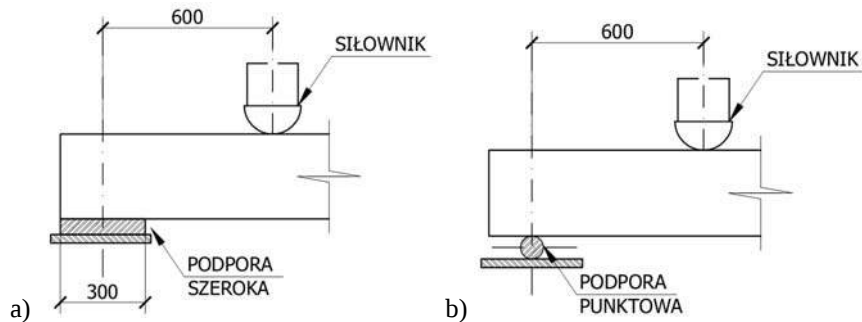


Rys. 2. Schemat stanowiska badawczego

Obciążenie siłami skupionymi realizowane było za pomocą dwóch automatycznie sterowanych siłowników hydraulicznych umieszczonych w odległościach po 0,6 m od osi podparcia. Zadawane obciążenie zostało zsynchronizowane z pozostałą aparaturą pomiarową, która złożona była z zestawu służącego do pomiaru przemieszczeń oraz skanera optycznego 3D typu Aramis do pomiaru polowych odkształceń przygotowanych obszarów belki. Wyniki pomiarów ze skanera optycznego 3D wykorzystano do określenia kąta nachylenia rysy (rys. 3). W trakcie badania stosowano dwa sposoby podparcia belek: podparcie „szerokie” na łożyskach soczewkowych o szerokościach 0,30 i 0,34 m oraz podparcie „punktowe” realizowane przez stalowe rolki (rys. 4). W rezultacie uzyskano różne rzeczywiste długości zakotwienia prętów podłużnych, które razem z obliczonymi przedstawiono w tabeli 3.



Rys. 3. Przykładowy obraz zarysowania i pomiaru kąta nachylenia rysy ukośnej



Rys. 4. Zastosowane sposoby podparcia: a) podparcie „szerokie”, b) podparcie „punktowe”

3. Wyniki badań i obliczeń

Uzyskane w wyniku zastosowania różnych szerokości podpór rzeczywiste długości zakotwienia prętów zostały porównane z wartościami wyznaczonymi ze wzorów (7) i (8) przy uwzględnieniu wartości cotangensa kąta θ odpowiadającego pomierzonej wartości kąta nachylenia rysy. W celu lepszego zobrazowania wyznaczono, dla zastosowanych średnic prętów, osobno długość zakotwienia na podstawie krawędziowego momentu gnącego ($l_{b,rqdM}$) i krawędziowej siły poprzecznej ($l_{b,rqdV}$) oraz obliczono długość uwzględniając sumę tych wartości ($l_{b,rqdC}$). Poszczególne siły przekrojowe zostały określone na podstawie rzeczywistego obciążenia niszczącego.

$$l_{b,rqd,C} = l_{b,rqd,M} + l_{b,rqd,V} \quad (9)$$

Uzyskane z obliczeń wartości długości zakotwienia zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Zestawienie rzeczywistych i teoretycznych długości zakotwienia wyznaczonych na podstawie rzeczywistego kąta θ

Belka	$l_{b,rqd M}$ [cm]		$l_{b,rqd V}$ [cm]		$l_{b,rqd, C} =$ $l_{b,rqd M} + l_{b,rqd V}$ [cm]		$l_{b,rqd}$ rzecz [cm]	Szerokość podpory [cm]
	$\phi 12$	$\phi 14$	$\phi 12$	$\phi 14$	$\phi 12$	$\phi 14$		
S2M-1	5,5	6,5	6,4	7,5	11,9	14	30	30
S2M-2	5,6	6,6	6,6	7,7	12,2	14,3	30	30
S2M-3	0,0	0,0	6,7	7,8	6,7	7,8	13	1
S2M-4	0,0	0,0	6,6	7,8	6,6	7,8	13	1
P2M-1	0,0	0,0	5,4	6,3	5,4	6,3	3	1
P2M-2	0,0	0,0	2,9	3,4	2,9	3,4	3	1

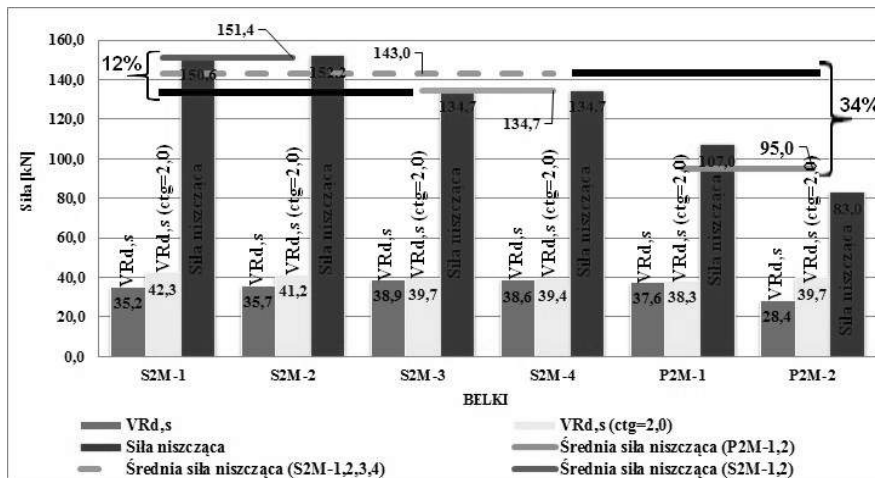
Analizując uzyskane wyniki można zauważyć, że w przypadku szerokiego podparcia, długości zakotwienia na siłę poprzeczną ($l_{b,rqdV}$), wyznaczone z uwzględnieniem rzeczywistego kąta Θ są porównywalne z długościami na moment gnący ($l_{b,rqdM}$), natomiast w przypadku podparcia punktowego wynikają tylko z siły poprzecznej. Porównując ze sobą wartości $l_{b,rqdV}$ dla poszczególnych belek, można zauważyć widoczną zmianę dla belek P2M, która wynika ze zmiany kąta Θ , którą zaobserwowano na podstawie zmiany kąta nachylenia rys ukośnych. Dlatego do dalszych rozważań przyjęto wyniki uzyskane na podstawie badań doświadczalnych.

Rozpatrując belki typu S2 można stwierdzić, że dla elementów podpartych punktowo obliczeniowa długość zakotwienia znacznie zmalała w stosunku do elementów podpartych na szerokiej podporze. Przyczyną tego jest duży wpływ na długość zakotwienia momentu gnącego, który w przypadku podpór punktowych jest zerowy i długość ta jest wyłącznie zależna od wartości siły poprzecznej oraz związanej z tym podparciem, wartością $\text{ctg } \Theta$.

Równocześnie można stwierdzić, że wraz ze zmianą długości zakotwienia zdecydowanie zmienia się rzeczywista nośność na ścinanie belek żelbetowych. Otrzymane z badań siły niszczące oraz nośności teoretyczne V_{Rds} wyznaczone według [5] przy przyjęciu wartości $\text{ctg } \Theta$ z badań oraz wg pracy [10] zestawiono w tabeli 3 i przedstawiono na rysunku 5.

Tabela 3. Zestawienie teoretycznych długości zakotwienia

Belka	Szerokość podpory [cm]	Kąt Θ [°]	$\text{ctg } \Theta$	V_{Rds} [kN]	$\text{ctg } \Theta$ wg [10]	V_{Rds} [kN]	Siła niszcząca [kN]
S2M-1	30	31	1,66	34,8	2,0	41,8	149,8
S2M-2	30	30	1,73	35,6	2,0	41,1	152,2
S2M-3	1	27	1,96	38,0	2,0	38,8	134,7
S2M-4	1	27	1,96	38,5	2,0	39,2	133,2
P2M-1	1	27	1,96	36,7	2,0	37,4	107,1
P2M-2	1	35	1,43	28,4	2,0	39,7	83,0

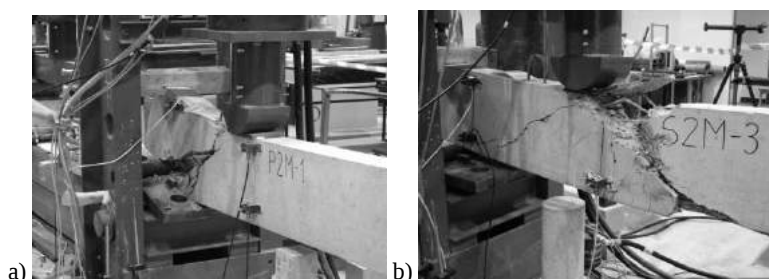


Rys. 5. Zestawienie rzeczywistych i teoretycznych nośności wyznaczonych dla doświadczalnej wartości kąta Θ

Stwierdzono, że wraz ze zmianą szerokiej podpory na podparcie punktowe, zmniejszyła się siła niszcząca średnio o 12%, a dodatkowo skrócone zakotwienie spowodowało

spadek o ponad 34% przy prawie stałej wartości nośności teoretycznej ($V_{Rd,s}$). Stwierdzono również, że nośność teoretyczna jest ponad dwukrotnie niższa niż uzyskana z badań siła niszcząca. Uzyskane z obliczeń, przy przyjęciu rzeczywistego kąta Θ , nośności oraz siły niszczącej porównano także z teoretyczną nośnością wyznaczoną z uwzględnieniem proponowanej w pracy [10] optymalnej wartości $\text{ctg}\Theta = 2,0$, co przedstawiono także na rysunku 5. Jak można zauważyć uzyskano nośność teoretyczną podobną do obliczonej z przyjęciem wartości kąta Θ z doświadczalnego obrazu kąta nachylenia rysy i także znacznie niższą od siły niszczącej.

Na podstawie wyników badań można stwierdzić, że długość zakotwienia rzutowała na sposób zniszczenia i nośność strefy przypodporowej. Przykładem tego są belki P2, w których rzeczywista długość zakotwienia prętów podłużnych była mniejsza niż obliczeniowo wymagana, powodując mniejszą o ok. 34% nośność tych belek w stosunku do średniej nośności belek S2. Równocześnie, jak zakładano wstępnie, w zależności od długości zakotwienia, uzyskano inne typy zniszczenia strefy ścinania belek żelbetowych. W przypadku belek S2 posiadających pełne zakotwienie zbrojenia rozciąganego w strefie przypodporowej, uzyskano zginająco-ścinający typ zniszczenia, a także stwierdzono największą nośność przy największej długości zakotwienia. Belki P2 z niewystarczającym zakotwieniem uzyskały niższą nośność i typ zniszczenia poprzez ścinanie wraz z poślizgiem zbrojenia podłużnego. Przykłady typów zniszczenia badanych elementów przedstawiono na rysunku 6.



Rys. 6. Sposoby zniszczenia badanych elementów a) belka P2, b) belka S2

4. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonej analizy wyników badań można stwierdzić, że:

- uzyskane w badaniach wartości kąta Θ mieszczą się w przedziale normowym [5],
- wartość kąta nachylenia rys ukośnych i wynikającej z tego wartości kąta θ zależy od przyjętej szerokości podparcia,
- dla przebadanych elementów potwierdzono, że $\text{ctg}\theta = 2,0$ jest wartością optymalną zgodnie z propozycją z pozycji [10],
- doświadczalna nośność jest ponad dwukrotnie wyższa od nośności teoretycznej $V_{Rd,s}$, wyznaczonej nawet dla granicznej wartości $\text{ctg}\theta$ [5],
- wartość rzeczywista siły niszczącej zależy od długości zakotwienia zbrojenia podłużnego. W przypadku niezapewnienia odpowiedniego zakotwienia może się ona różnić nawet o 34%,
- doświadczalnie potwierdzono zależność typu zniszczenia strefy ścinania belek żelbetowych od długości zakotwienia zbrojenia głównego na podporach skrajnych.

W celu dokładnego określania relacji pomiędzy długością zakotwienia zbrojenia, a nośnością belek żelbetowych należy prowadzić dalsze badania uwzględniające sposób obciążenia, wysokość przekroju poprzecznego i stopień zbrojenia poprzecznego.

Pracę wykonano w ramach projektu rozwojowego NR 04 0007 10

Literatura

1. Pędziwiatr J.J., Jankowski L.J., 2007. Some Results of Experimental Researches on Bond in Reinforced Concrete Members. Archives of Civil Engineering 53/1, 37-55.
2. Massakowski P., 2008. Przyczepność prętów zbrojeniowych do betonu i metody jej badania. Materiały Budowlane 11, 31-35.
3. Starosolski W., 2012. Konstrukcje żelbetowe według Eurokodu 2 i norm związanych. Tom 1, Wydawnictwo Naukowe PWN Warszawa.
4. Godycki-Ćwirko T., 1982. Mechanika betonu. Wydawnictwo Arkady Warszawa.
5. PN-EN-1992-1-1 Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-2: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
6. Adjukiewicz A., 2009. Eurokod 2 – Podręczny skrót dla projektantów konstrukcji żelbetowych. Stowarzyszenie Producentów Cementu Kraków.
7. Godycki-Ćwirko T., 1968. Ścinanie w żelbecie. Arkady Warszawa.
8. Wesołowski M., 2009. Wymiarowanie strefy przypodorowej elementów żelbetowych a właściwości modelu kratownicowego. Inżynieria i Budownictwo 10, 578-580.
9. Knauff M., 2004. Wpływ siły poprzecznej na zbrojenie podłużne belek żelbetowych – uwagi o zasadach konstruowania, Inżynieria i Budownictwo 10, 549-552.
10. Knauff M., 2012. Obliczanie konstrukcji żelbetowych według Eurokodu 2. Wydawnictwo Naukowe PWN Warszawa.

The influence of the main reinforcement anchorage length on load capacity of reinforced concrete beams in the support zone

Kamil Bacharz, Barbara Goszczyńska

*Faculty of Civil Engineering and Architecture, Kielce University of Technology,
e-mail: bgoszczyńska@tu.kielce.pl, kbacharz@tu.kielce.pl*

Abstract: The paper presents the experimental verification of the effect of the longitudinal reinforcement anchorage on load capacity within the reinforcement concrete beams support zone. It has been based on the test results for six single-span reinforced concrete beams of different reinforcement construction and support width. The beams have been loaded monotonically with two concentrated forces until the failure has occurred. The actuators have been symmetrically situated close to the axis of the supports in order to obtain destruction by shearing. It has been found that the average load capacity of beams with fully anchored longitudinal reinforcement (in accordance with EC2) is approx. 34% higher than for the beams with an incomplete anchorage length. The width change of the support, while maintaining required anchorage length of reinforcement, has resulted in a reduction of destructive force by 12%. This observation should be taken into account in the design of longitudinal reinforcement in the support zone of reinforced concrete beams. In particular, it concerns the shear strengthening of reinforced concrete beams.

Keywords: reinforced concrete, beams, shear, anchorage length, support zone

Wpływ wysokości strefy ściskanej przekroju na nośności odkształcenia strefy przypodporowej belek żelbetowych

Przemysław Bodzak

Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska, Politechnika Łódzka,
e-mail: Przemyslaw.bodzak@p.lodz.pl

Streszczenie: W pracy przeanalizowano wpływ wysokości strefy ściskanej na wielkość obciążenia rysującego oraz wyężenie zbrojenia poprzecznego w strefie przypodporowej belek żelbetowych. W tym celu wykonano badania własne oraz porównano z wynikami dostępnymi w literaturze. Stwierdzono, iż istnieje wzajemna korelacja pomiędzy wysokością strefy ściskanej a wyężeniem strefy przypodporowej w elementach belkowych. Zmniejszenie wysokości strefy ściskanej prowadzi do szybszego powstania rys ukośnych oraz większego wyężenia zbrojenia poprzecznego.

Słowa kluczowe: strefa przypodporowa, ścinanie, ściskane zbrojenie podłużne, wysokość strefy ściskanej

1. Wprowadzenie

Ścinanie jest jednym z nielicznych zagadnień w teorii żelbetu, które mimo wieloletnich badań nie doczekało się jednoznacznie matematycznie uzasadnionej teorii. Ogólna zgodność co do zasadności kratownicowej teorii Mörscha w elementach ze zbrojeniem poprzecznym rozbija się o szczegóły, dotyczące wpływu różnych parametrów na nośność elementów bez zbrojenia poprzecznego. Poza ogólnym stwierdzeniem, iż mniej lub bardziej o nośności decyduje wytrzymałość betonu, co do wpływu innych czynników, takich jak m.in. wysokość elementu, stopień zbrojenia, sposób obciążenia, już pełnej zgodności nie ma. Opracowane wzory bazują na podstawach teoretycznych, jednak w głównej mierze stanowią statystyczne opracowanie dotychczas otrzymanych w badaniach wyników.

W nowej edycji Model Code [1] ponownie przywrócono zaproponowaną przez Leonhardta i Walthera [2] zależność, iż nośność elementu ze zbrojeniem poprzecznym jest sumą nośności związanej z betonem oraz nośności zbrojenia poprzecznego.

O nośności elementu bez zbrojenia poprzecznego decyduje w dużej mierze układ i szerokość rys w strefie przypodporowej, a w końcowej fazie obciążenia głębokość ich propagacji w strefę ściskaną belki. W takim przypadku naprężenia w strefie ściskanej przekroju, a także jej wysokość mogą mieć wpływ na nośność na ścinanie. W celu sprawdzenia, czy taka hipoteza jest prawdziwa, przygotowano odpowiedni program badań oraz dokonano porównania z wynikami dostępnymi w literaturze.

2. Badania własne

2.1. Ukształtowanie elementów

Przygotowując program badań założono, iż przekrój poprzeczny elementu będzie niezmienny, a inne wysokości stref ściskanych zostaną uzyskane poprzez zastosowanie przekrojów podwójnie zbrojonych ze zróżnicowanym zbrojeniem w obu strefach

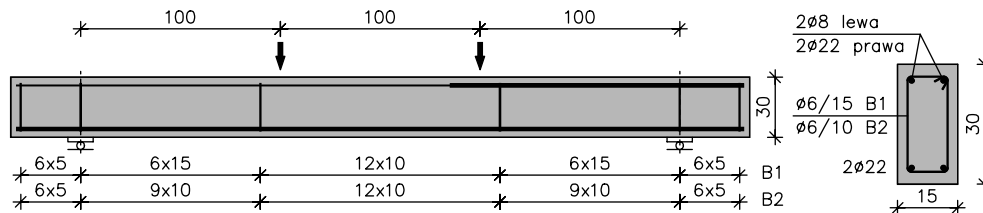
przypodporowych. Takie ukształtowanie zbrojenia pozwoliło na ocenę wpływu tylko tego jednego parametru na odkształcenia i nośność stref przypodporowych w tym samym elemencie.

Jako element badawczy przyjęto swobodnie podpartą jednoprzęsłową belkę o rozpiętości 3,0 m z obciążeniem w postaci dwóch sił skupionych ustawionych w odległości 1,0 m od każdej z podpór. Belki miały prostokątny przekrój poprzeczny o wymiarach 0,15 x 0,30 m. Zbrojenie główne (rozciągane) składało się z dwóch prętów o średnicy 22 mm ($A_s = 7,56 \text{ cm}^2$). W jednej ze stref przypodporowych, w strefie ściskanej w przekroju, umieszczono dwa pręty o średnicy 8 mm ($A_s = 1,05 \text{ cm}^2$), natomiast w przeciwległej strefie przypodporowej dwa pręty o średnicy 22 mm ($A_s = 7,56 \text{ cm}^2$). Zarówno zbrojenie górne jak i dolne wykonano ze stali klasy A III (34GS). Zaprojektowano dwa elementy badawcze różniące się między sobą rozstawem strzemion w strefach przypodporowych.

W elemencie B 1 strzemiona umieszczono w rozstawie 0,1 m, natomiast w elemencie B 2 w rozstawie 0,15 m. Zbrojenie poprzeczne w obu przypadkach wykonano z prętów o średnicy 6 mm.

Przyjęto założenie, iż elementy zostaną wykonane z betonu o niskiej wytrzymałości, tj. około 20 MPa, tak by strefa ściskana obejmowała znaczną część przekroju.

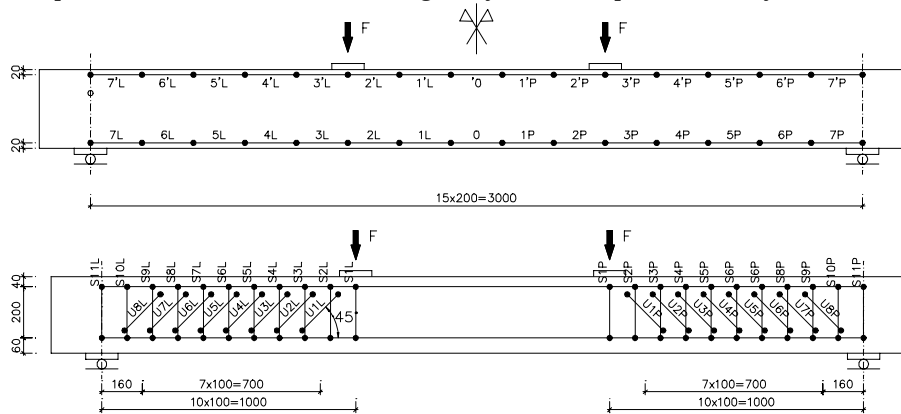
Schemat statyczny elementu oraz układ zastosowanego zbrojenia pokazano na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat statyczny elementu oraz układ zastosowanego zbrojenia – badania własne

2.2. Pomiary

W trakcie badań mierzono odkształcenia powierzchni betonu przy użyciu nasadowych ekstensometrów mechanicznych o bazach 100 mm i 200 mm. Bazy pomiarowe rozmieszczone były wzdłuż dolnej i górnej krawędzi belki oraz wzdłuż linii strzemion, a także pod kątem 45° do osi belki. Szczegółowy układ baz pokazano na rysunku 2.



Rys. 2. Układ baz pomiarowych

2.3. Wyniki badań

Elementy badano po 28 dniach od daty betonowania. W dniu badania dokonano również oceny wytrzymałości zastosowanego betonu, która na podstawie badań przeprowadzonych na kostkach sześciennych okazała się nieznacznie niższa od zakładanej i wynosiła około 18 MPa. Podstawowe rezultaty eksperymentu przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Podstawowe rezultaty eksperymentu

Element	$f_{c,cube}$ [MPa]	$V_{cv,l}$ [kN]	$V_{cv,p}$ [kN]	V_u [kN]
B 1	18,3	35	50	70
B 2	18,8	30	50	69

$f_{c,cube}$ – wytrzymałość betonu mierzona na kostkach 15 x 15 x 15

$V_{cv,l}$; $V_{cv,p}$ – obciążenie rysujące odpowiednio w lewej i prawej strefie przypodporowej

V_u – siła niszcząca

Oba elementy zniszczyły się w wyniku zmiażdżenia betonu w strefie ściskanej, w związku z uplastycznieniem zbrojenia głównego. Beton uległ zmiażdżeniu w strefie czystego zginania, w rejonie przyłożenia siły skupionej, po prawej stronie elementu. Towarzystwo temu wyboczenie zbrojenia ściskanego składającego się z prętów $\varnothing 8$ mm.

Pierwsze rysy prostopadłe do osi elementu pojawiły się przy obciążeniu około 20 kN. W miarę wzrostu obciążenia rysy te wydłużały się, jednak ze względu na użycie do wykonania elementów betonu o bardzo niskiej wytrzymałości, ich zasięg nie przekroczył połowy wysokości użytecznej elementu prawie w całym zakresie obciążenia. Dopiero przy obciążeniach bliskich obciążeniu niszczącemu wysokość strefy ściskanej zmniejszyła się do około 40% wysokości przekroju, by po uplastycznieniu zbrojenia ulec jeszcze większej redukcji, co w konsekwencji doprowadziło właśnie do zmiażdżenia betonu nad rysą w strefie czystego zginania.



Rys. 3. Obraz zarysowania elementów B1 i B2

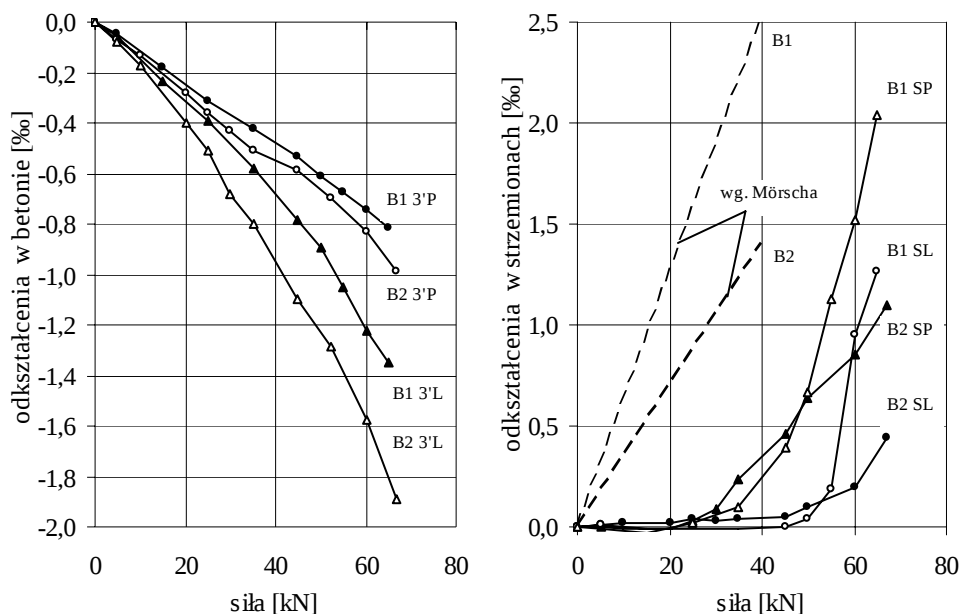
W całym zakresie obciążenia stwierdzono istotne różnice w odkształceniach betonu oraz obciążeniach rysujących, wynikające z zastosowania zdecydowanie różnych przekrojów zbrojenia w obu strefach ściskanych przekroju.

Pierwsze rysy ukośne w prawej strefie przypodporowej, ze zwiększonym zbrojeniem w strefie ściskanej, pojawiły się przy obciążeniu rzędu 30÷35 kN. Przeciwna strona elementu uległa zarysowaniu ukośnemu dopiero przy obciążeniu rzędu 45÷50 kN. W obu przypadkach pierwotne rysy od zginania przekształciły się stopniowo w rysy ukośne. Jednak ich układ w obu strefach przypodporowych był zdecydowanie odmienny. Po lewej stronie elementu, gdzie w strefie ściskanej znajdowały się jedynie dwa pręty o średnicy 8 mm,

zgodnie z założeniami programu badań wytworzyła się strefa ściskana o znacznej wysokości obejmująca swoim zasięgiem około 25÷35% wysokości przekroju. Wysokość strefy ściskanej w części przypodporowej w związku z interakcją momentu zginającego i siły poprzecznej była mniejsza niż w obszarze czystego zginania.

Inny obraz zarysowania widoczny jest po prawej stronie elementów. Zastosowanie zbrojenia ściskanego i rozciągane o jednakowym polu powierzchni spowodowało, iż rysy ukośne w końcowej fazie obciążenia wnikały prawie do osi zbrojenia ściskanego.

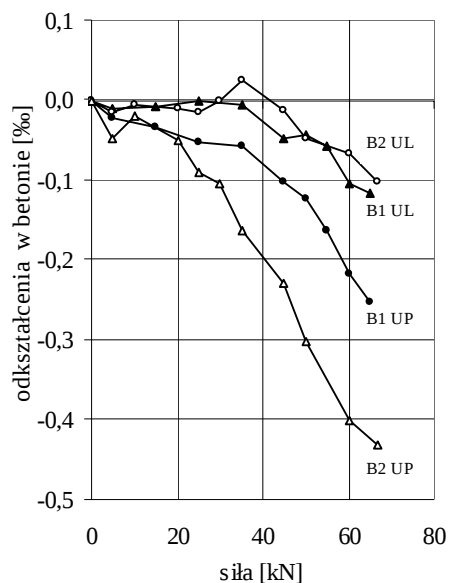
Konsekwencją innego obrazu zarysowania po obu stronach elementów były poza innymi obciążeniami rysującymi inne odkształcenia pomierzone zarówno w strefie ściskanej przekroju (rys. 4), jak i wzdłuż baz zlokalizowanych w osiach strzemion (rys. 5). Te ostatnie były zdecydowanie większe po prawej stronie elementu, gdzie zredukowano wysokość strefy ściskanej w wyniku zastosowania dodatkowego zbrojenia o znacznym polu powierzchni. Widoczny jest też wpływ innego stopnia zabezpieczenia ścinania w elemencie B 1 oraz B 2 i związane z tym inne pochylenie wykresów. Jednak w obu przypadkach – począwszy od obciążenia rysującego krzywe – są do siebie równoległe w obrębie jednego elementu. Jest to w pełni zgodne z obserwacjami poczynionymi przez Leonharda i Walthera podczas badań elementów ze zbrojeniem poprzecznym.



Rys.4. Odształcenia betonu a) w strefie ściskanej – baza 3, b) wzdłuż strzemion wartości średnie z baz 2-8

Odształcenia zbrojenia poprzecznego przyrastają dopiero po powstaniu rys ukośnych. Konsekwencją późniejszego zarysowania jest zdecydowanie mniejsze wyężenie strzemion w lewej strefie przypodporowej, w której uzyskano znaczną wysokość strefy ściskanej, przy jednoczesnym większym wyężeniu tej strefy ściskanej. Mimo większej wysokości strefy ściskanej po lewej stronie elementu, pomierzone odkształcenia betonu są zdecydowanie większe niż po prawej stronie belki. Z zależnością taką mamy do czynienia w obu belkach. Implikacją zmniejszenia stopnia zabezpieczenia ścinania w belce B 2 (strzemiona $\varnothing 6$ mm co 15 cm) jest większe wyężenie betonu w strefie ściskanej. Podobną relację obserwujemy gdy analizujemy wpływ wysokości strefy ściskanej

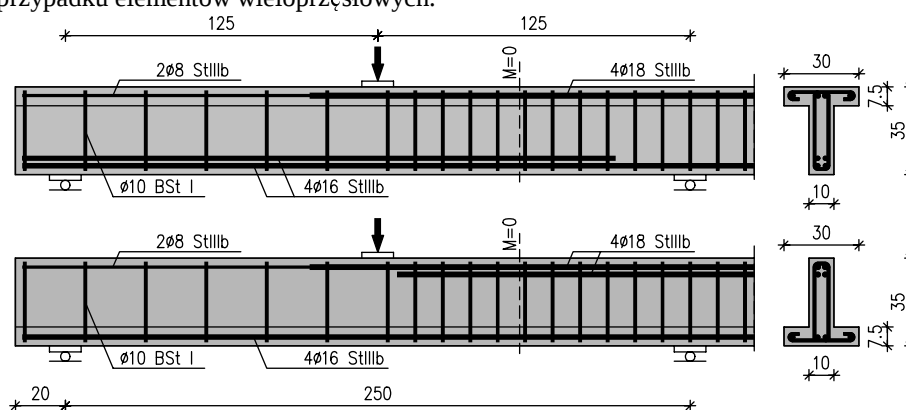
i stopnia zabezpieczenia ścinania na odkształcenia betonu wzdłuż krzyżulców ściskanych (rys. 6).



Rys.5. Odkształcenia betonu wzdłuż krzyżulców ściskanych – wartości średnie z baz 2-8

3. Badania Leonharda i Walthera

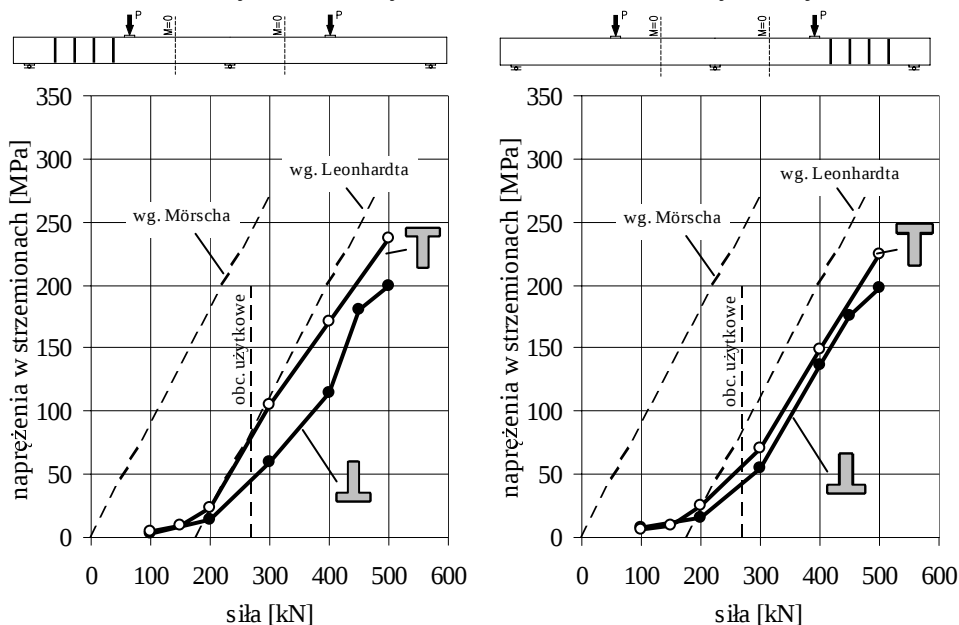
Stwierdzone w badaniach własnych belek jednoprzęsłowych różnice w wyężeniu strzemion oraz betonu zarówno w strefie ściskanej, jak i wzdłuż krzyżulców ściskanych, w zależności od wysokości strefy ściskanej przekroju, powinny być również zauważalne w przypadku elementów wieloprzęsłowych.



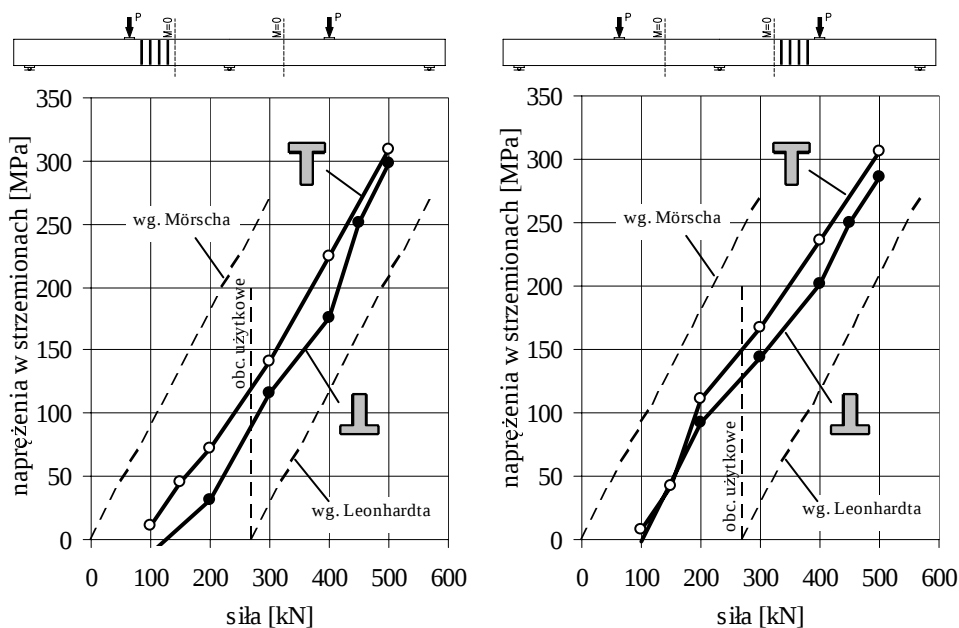
Rys. 6. Geometria elementów oraz schematy zbrojenia w badaniach Leonharda i Walthera [3]

Do analizy wybrano elementy zbadane przez Leonharda i Walthera i opisane w DAfSt nr 163 [3]. W ramach serii czwartej, oznaczonej jako HQ, autorzy ci zbadali m.in. dwie belki dwuprzęsłowe o przekroju T i odwróconego T. Taki wybór kształtu elementu pozwala na analizowanie wpływu odmiennego kształtu przekroju w obszarze zarówno momentów

dotadnich, jak i ujemnych przy jednoczesnym działaniu znacznych sił poprzecznych. Zbrojenie głównych elementów w dostosowane było do wykresu momentów zginających i zmienne zarówno w strefie ściskanej jak i rozciąganej przekroju. Na rysunku 7 przedstawiono schematyczne elementy badawcze wraz z zastosowanym zbrojeniem.



Rys. 7. Wartości średnich naprężeń w strzemionach w obszarze I w lewej i prawej części belek HQ

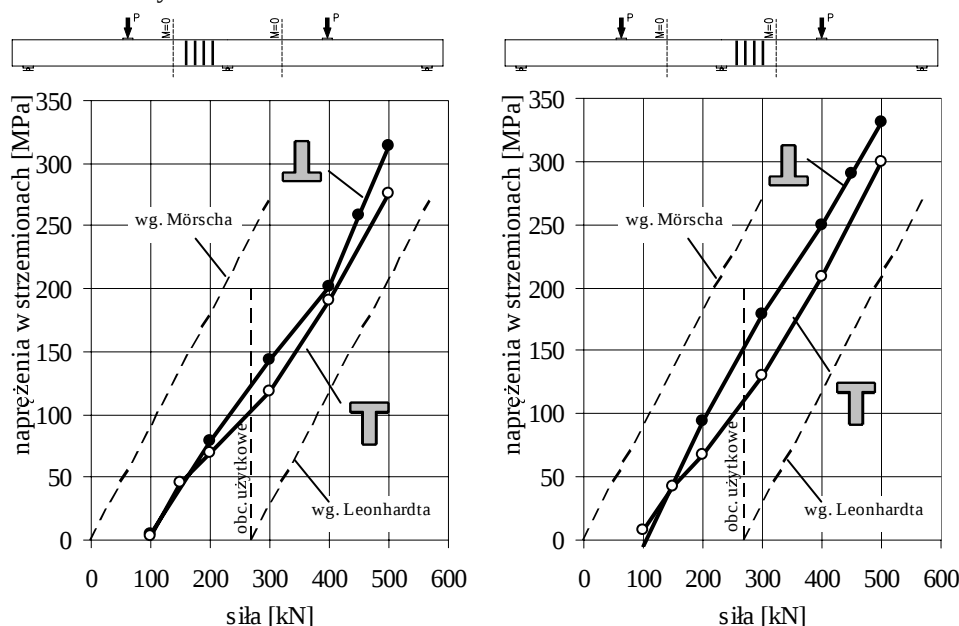


Rys. 8. Wartości średnich naprężeń w strzemionach w obszarze II w lewej i prawej części belek HQ

Na podstawie zamieszczonych w [3] wyników badań na rysunku 8 wyznaczono średnie odkształcenia strzemion w poszczególnych przęsłach elementu oddzielnie w każdej z trzech stref. Strefy te oznaczono następująco:

- obszar I między podporą a siłą skupioną obciążającą element,
- obszar II między siłą obciążającą element a punktem zerowania się momentu,
- obszar III między punktem zerowania się momentu a podporą środkową.

Na podstawie analizy średnich odkształceń strzemion można zauważyć, iż w belce HQ 3 w strefie momentów dodatnich (obszar I oraz II) rysy ukośne powstały później niż w belce HQ 2. Nie jest to tak znacząca różnica obciążeń, jak to miało miejsce w badaniach własnych, co można przypisać większej wytrzymałości betonu zastosowanego w tych badaniach, prowadziło to do zmniejszenia wysokości strefy ściskanej przekroju. Potwierdza to jednak wcześniejsze spostrzeżenia, iż w przypadku w belek, w których strefa ściskana ma większy zasięg, zarysowanie ukośne występuje przy wyższym poziomie obciążenia. Zasada ta nie jest jednak tak widoczna w strefie momentów ujemnych (rejon III). Związane to może być ze zbrojeniem ściskany o dużym polu powierzchni występującym w tej części belki na znacznym odcinku.



Rys. 9. . Wartości średnich naprężeń w strzemionach w obszarze III w lewej i prawej części belek HQ

Niezależnie od rejonu belki pomierzone odkształcenia strzemion są zawsze mniejsze w belce z większą wysokością strefy ściskanej. Różnice te wynoszą od 10 do 20%. Należy to przypisać przenoszeniu większej siły poprzecznej przez ściskaną strefę przekroju żelbetowego dzięki pracy tzw. schematu łukowo ścięgowego.

4. Wnioski

Na podstawie analizy badań własnych jednoprzęsłowych belek ze zróżnicowanym zbrojeniem zastosowanym w strefie ściskanej przekroju, co w rezultacie prowadziło do zróżnicowania wysokości tej strefy w elemencie poddanym działaniu sił poprzecznych

i momentów zginających, stwierdzono, że parametr ten ma wpływ na nośność elementów belkowych.

Zmniejszenie wysokości strefy ściskanej powoduje do wcześniejsze powstanie rys ukośnych w strefach przypodporowych. Konsekwencją tego jest większe wyężenie strzemion w takim elemencie. Może to mieć istotne znaczenie w elementach wieloprzęsłowych, w których znaczna część lub w wielu przypadkach całe zbrojenie przeszłowe wprowadzone jest do podpory. Skutkiem wcześniejszego zarysowania przekroju pod wpływem sił poprzecznych będzie większe wyężenie zbrojenia poprzecznego, a w konsekwencji wzrost szerokości rys ukośnych.

Literatura

1. Model Code 2010. First complete draft. Fib, Lausanne, Switzerland 2012.
2. Leonhardt F., Walther R., 1963. Schubversuche an Plattenbalken mit unterschiedlicher Schubbewehrung DAfSt H. 156, Berlin.
3. Leonhardt F., Walther R., 1964. Schubversuche an Durchlaufträgern DAfSt H. 163, Berlin.

The influence of neutral axis position on deformation and load-bearing capacity of reinforced concrete beams subjected to shear and bending

Przemysław Bodzak¹

*Faculty of Civil Engineering, Architecture and Environmental Engineering,
Lodz University of Technology,
e-mail: przemyslaw.bodzak@p.lodz.pl*

Abstract: This paper presents the results of shear tests on RC beams. The experimental study has been performed in order to investigate the behavior of RC beams with different location of neutral axis. As the compression reinforcement two bars 8 mm or 22 mm in diameter have been used at different sides of the element. During that test typical shear crack pattern was observed. It has been found that the location of the neutral axis influences the cracking load and the crack propagation in the zones subjected do shear. The location of the neutral axis has also affected the stress in stirrups and compression struts. Comparisons between single span and continuous beams have also been conducted.

Keywords: shear, longitudinal compression reinforcement, the height of the compression zone, neutral axis

Analiza modeli ST skręcanych belek żelbetowych

Lidia Buda-Ożóg, Małgorzata Pokarowska

Wydział Budownictwa, Inżynierii Środowiska i Architektury, Politechnika Rzeszowska,
e-mail: lida@prz.edu.pl, 122267@stud.prz.edu.pl

Streszczenie: Zgodnie z zaleceniami PN-EN-1992-1-1 stosowanie modeli ST jest szczególnie uzasadnione w obszarach dwuosiowego rozkładu naprężeń, to jest krótkich wspornikach, narożach ram czy też strefach przypodporowych belek. Nie są to jednak metody rozpowszechnione, szczególnie w odniesieniu do elementów skręcanych. W pracy podjęto próbę zastosowania przestrzennych modeli ST do zaprojektowania zbrojenia w żelbetowych podciągach skręcanych i zginanych. Otrzymane za pomocą analizy ST zbrojenie porównano ze zbrojeniem otrzymanym na podstawie zależności zaproponowanych w punktach 6.2 i 6.3 EC2.

Słowa kluczowe: modele ST, skręcanie, ścinanie, zarysowanie, żelbet, zbrojenie

1. Wprowadzenie

Stosowanie modeli kratownicowych do analizy sił wewnętrznych w konstrukcjach żelbetowych ma bardzo długą historię i znane jest od końca XIX w. Za prekursorów praktycznego jej zastosowania w projektowaniu zarysowanych konstrukcji żelbetowych uważa się W. Rittera i E. Mörscha.

Unowocześnienie znanej metody kratownicowej w modelach Strut and Tie polega na zastosowaniu zasad teorii plastyczności, bazujących na twierdzeniu o dolnej granicy obciążenia konstrukcji oraz wykorzystaniu pewnych założeń dotyczących przekazywania sił z prętów zbrojenia na beton. Twierdzenie o dolnej granicy obciążenia – metoda statyczna – stanowi, że największe spośród statycznie dopuszczalnych obciążeń i odpowiednio dopuszczalnych naprężeń jest mniejsze od obciążenia niszczącego. Korzystając z metody statycznej w ujęciu teorii nośności granicznej, otrzymuje się nośności mniejsze lub równe rzeczywistemu obciążeniu niszczącemu.

W metodzie ST rozpatruje się pola naprężeń spełniające wszystkie warunki równowagi, a następnie sprawdza się, czy te pola są polami naprężeń bezpiecznych w całym obszarze konstrukcji. Zastosowanie twierdzenia o nośności granicznej rodzi potrzebę sprawdzania warunków równowagi sił wewnętrznych i zewnętrznych działających na konstrukcję, a obciążenia te muszą być bezpiecznie przenoszone przez elementy ustroju tworzącego model. Model ST składa się z rozciąganych prętów T, odwzorowujących zbrojenie rozciągane, oraz ściskanych prętów S, odwzorowujących wyodrębnione obszary betonu ściskanego. Pręty S i T połączone są w odpowiednio ukształtowanych węzłach, umożliwiających zakotwienie zbrojenia rozciąganego i przeniesienie naprężeń ściskających.

Obszerny przegląd zagadnienia dotyczącego wykorzystania modeli kratownicowych w projektowaniu można znaleźć w pracy J. Schlaicha i K. Schafera [1], a także w polskich opracowaniach autorstwa: W. Starosolskiego [2], A. Łapko i B.CH. Jensen [3], M. Knauff [4] oraz Sz. Wolińskiego [5]. Projektowanie z zastosowaniem modeli ST znalazło się już w zaleceniach Eurokodu z 1991 roku [6]. W aktualnej wersji Eurokodu [7] podstawowe informacje można znaleźć w rozdziale 6.5 i załączniku J.

Zgodnie z zawartymi tam zaleceniami stosowanie modeli kratownicowych jest szczególnie uzasadnione w obszarach dwuosiowego rozkładu naprężeń, to jest krótkich wspornikach, narożach ram czy też strefach przypodporowych belek. Nie są to jednak metody rozpowszechnione, szczególnie w odniesieniu do elementów narażonych na skręcanie.

W pracy podjęto próbę zastosowania przestrzennych modeli ST do zaprojektowania zbrojenia w żelbetowych podciągach skręcanych i zginanych. W przeprowadzonych obliczeniach analizowano wielkość i rozmieszczenie zbrojenia ortogonalnego wymaganego z uwagi na skręcanie i ścinanie żelbetowego elementu zarysowanego. Otrzymane za pomocą analizy ST zbrojenie porównano ze zbrojeniem wymaganym ze względu na ścinanie i skręcanie, otrzymanym na podstawie zależności zaproponowanych w punktach 6.2 i 6.3 PN-EN-1992-1-1 [7].

2. Nośności na skręcanie według teorii klasycznych, granicznego stanu zniszczenia oraz zaleceń EC2

Belka żelbetowa narażona na działanie momentu skręcającego, bez odpowiednio dobranego zbrojenia poprzecznego, ulegnie zniszczeniu z chwilą pojawienia się pierwszej spiralnej rysy obwodowej. Pierwsze rysy ukośne od skręcania w elementach o przekroju prostokątnym pojawiają się z reguły na dłuższym boku, tam gdzie główne naprężenia rozciągające $\sigma_1 = \tau_{\max}$ najwcześniej osiągają wartość zbliżoną do wytrzymałości betonu na rozciąganie [9]. Pierwsze badania żelbetowych prętów o przekroju kołowym zostały przeprowadzone przez Mörscha w roku 1904. Późniejsze badania Bacha i Grafa w 1912 r. obejmowały również przekroje prostokątne. E. Rausch w dyskretyzacji skręcającej belki żelbetowej (z 1929 r.), przyjął dla drugiej fazy pracy elementu model kratownicy przestrzennej, w którym ściskane krzyżulce są nachylone pod kątem 45° , zaś rozciągane odpowiadają kierunkowi wkładek stalowych. Jest to równoznaczne z założeniem, że po zarysowaniu w przejściu momentu skręcającego uczestniczy tylko zewnętrzna skorupa betonowa niezależnie od tego, czy jest to przekrój pełny czy skrzynkowy. Wymiarując zbrojenia na skręcanie wg. teorii Rauscha, przekroje pojedynczych prętów podłużnych i strzemion, można wyznaczyć z zależności:

$$a_{sl} = \frac{T \cdot c_L}{2 \cdot A_j \cdot \sigma_{dop}} \quad (1)$$

$$a_s = \frac{T \cdot c_s}{2 \cdot A_j \cdot \sigma_{dop}} \quad (2)$$

gdzie:

- a_{sl}, a_s – pole pojedynczych prętów podłużnych i strzemion,
- T – moment skręcający,
- c_L, c_s – rozstaw prętów podłużnych i strzemion,
- A_j – pole przekrój elementu wyznaczone w osiach strzemion,
- σ_{dop} – naprężenia dopuszczalne.

Lampert [8] na podstawie analiz wyników badań przeprowadzonych dla kratownicy przestrzennej doszedł do wniosku, że pręty podłużne usytuowane w narożach są „równoważne” tym, które rozmieszcza się po obwodzie. Idealizując model można przyjąć zbrojenie podłużne sprowadzone myślowo do czterech naroży.

Do wymiarowania skręcania w EC2 przyjęty został model St. Venanata, który w przekrojach pełnych, jak i skrzynkowych zakłada powierzchniowy przepływ ścinania. Oznacza to, że w przekrojach pełnych wewnętrzna strefa rdzenia przekroju nie bierze udziału w przenoszeniu obciążenia. Sprawdzenie nośności przekroju na skręcanie jest

analogiczne do sprawdzenia nośności na ścinanie. Zgodnie z zaleceniem EC2, efekty skręcania i ścinania można superponować, przyjmując te same wartości kąta nachylenia krzyżulców. Maksymalna nośność elementu jednocześnie skręcanego i ścinanego jest ograniczona przez nośność krzyżulców betonowych i należy spełnić warunek:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \leq 1 \quad (3)$$

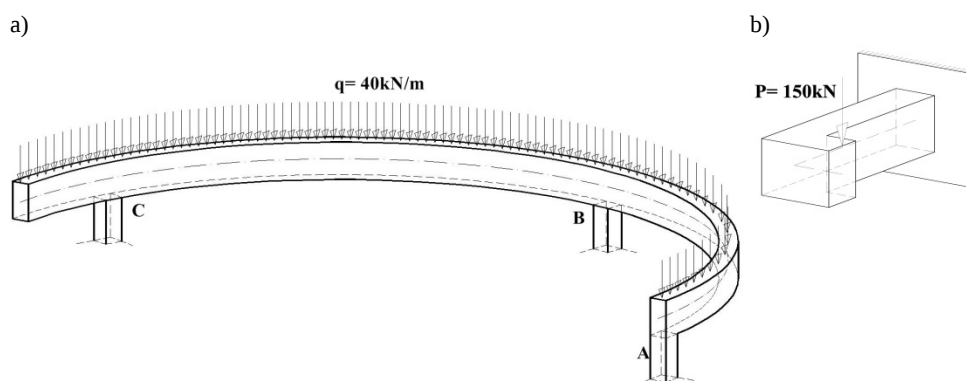
T_{Ed} , V_{Ed} – obliczeniowy moment skręcający i siła poprzeczna,

$T_{Rd,max}$, $V_{Rd,max}$ – maksymalna nośność obliczeniowa na skręcanie i ścinanie.

W punkcie 6.5 PN-EN-1992-1-1 [7] zaproponowano alternatywną metodę wymiarowania elementów żelbetowych, tzw. metodę ST. Zgodnie z tą metodą tej na podstawie otrzymanych sił osiowych z przestrzennego modelu kratownicy zastępczej należy tak dobrać wymiary elementów ściskanych i zbrojenie w elementach rozciąganych, aby spełnione były warunki nieprzekroczenia naprężeń granicznych w betonie i stali oraz w węzłach w zależności od ich typu.

3. Analizowane przykłady

Przedmiotem analizy były dwa podciągi o różnym kształcie i obciążeniu, przedstawione na rysunku 1.

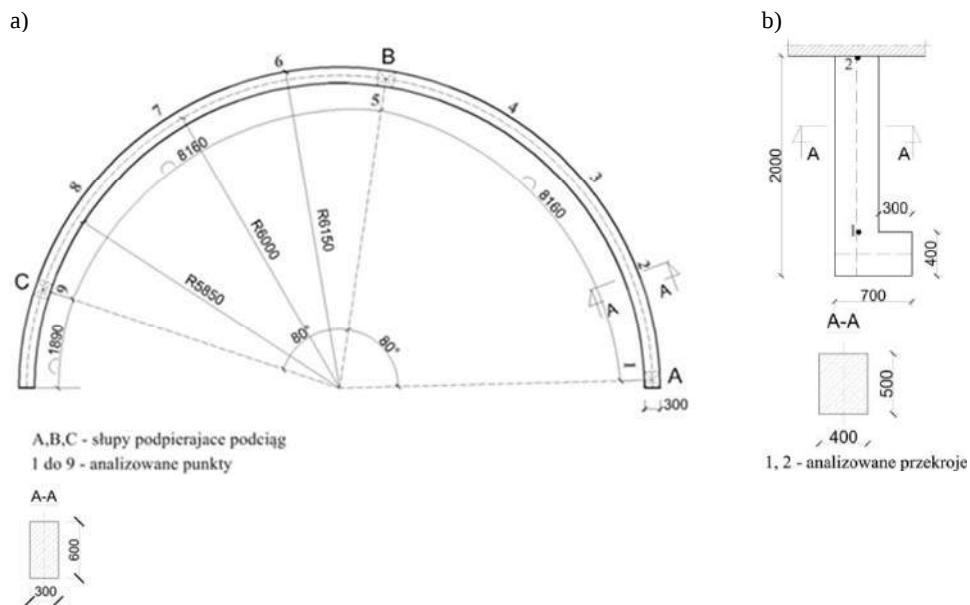


Rys. 1. Analizowane podciągi – widok: a) podciąg dwu-przęsłowy zakrzywiony w planie obciążony równomiernie, b) podciąg wspornikowy, obciążony mimośrodowo siłą skupioną

Podciągi zaprojektowano z betonu klasy C25/30, zbrojone stalą RB 500SP. Szczegółowe wymiary, przekrój poprzeczny oraz zaznaczone analizowane przekroje na podciągach przedstawiono na rysunku 2.

Wymagane zbrojenie na zginanie, ścinanie i skręcanie, wyznaczone zgodnie z algorytmem podanym w pkt. 6.2 i 6.3 [7], zestawiono w tabelach 1-3. Dla podciagu dwuprzęsłowego z uwagi na powtarzalność sił przekrojowych, szczegółowe obliczenia wymaganego zbrojenia przedstawiono tylko dla fragmentu. W tabeli 1 i 2 zestawiono wymagane zbrojenia przyjmując różne nachylenia krzyżulców ściskanych, odpowiednio pod kątem 45° i 30°. Momenty zginające i skręcające w analizowanych przekrojach zestawiono w tabeli 1.

W tabeli 3 zestawiono wynik dla podciagu wspornikowego i nachylenia krzyżulców ściskanych pod kątem 45°.



Rys. 2. Rzut z góry i przekrój, a) podciąg dwuprzęsłowy, b) podciąg wspornikowy

Tabela 1. Zbrojenie fragmentu podciągu dwuprzęsłowego, nachylenia krzyżulców ściskanych pod kątem 45°

Nr przekroju	Momenty		Wymagane zbrojenie wg przypadku				Przyjęte zbrojenie	
	zginający [kNm]	skręcający [kNm]	zginanie [cm ²]	ściananie [cm ² /m]	skręcanie		podłużne	strzemiona
					strzemiona [cm ² /m]	zb. podłużne [cm ²]		
1	217,3	13,1	10,13	7,40	3,12	2,18	3 ϕ 20 + 3 ϕ 12	ϕ 8 co 9 cm
2	0	33,5	0	4,28	7,98	5,58	2 ϕ 20 + 5 ϕ 12	ϕ 8 co 8 cm
3	125,2	0	5,87	0	0	0	2 ϕ 20	—

Tabela 2. Zbrojenie fragmentu podciągu dwuprzęsłowego, nachylenia krzyżulców ściskanych pod kątem 30°

Nr przekroju	Wymagane zbrojenie wg przypadku				Przyjęte zbrojenie	
	zginanie [cm ²]	ściananie [cm ² /m]	skręcanie		podłużne	strzemiona
			strzemiona [cm ² /m]	zb. podłużne [cm ²]		
1	10,13	4,05	1,80	3,60	3 ϕ 20 + 4 ϕ 12	ϕ 8 co 17 cm
2	0	2,47	4,61	9,65	2 ϕ 20 + 9 ϕ 12	ϕ 8 co 14 cm
3	5,87	0	0	0	2 ϕ 20	—

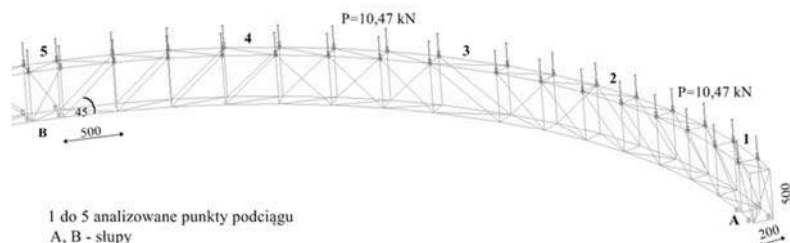
Tabela 3. Zbrojenie podciągu wspornikowego

Nr przekroju	Wymagane zbrojenie wg przypadku				Przyjęte zbrojenie	
	zginanie [cm ²]	ściananie [cm ² /m]	skręcanie		podłużne	strzemiona
			strzemiona [cm ² /m]	zb. podłużne [cm ²]		
1	1,59	8,81	17,48	12,05	1 ϕ 20 + 6 ϕ 16	ϕ 12 co 8,5cm
2	14,78				5 ϕ 20 + 6 ϕ 16	

4. Modele ST analizowanych podciągów

4.1. Podciąg dwuprzęsłowy

Analizowano dwa modele kratownicowe podciągu dwuprzęsłowego. Model 1 stanowiła kratownica przestrzenna nawiązująca kształtem do kratownicy Leonhardta, w której ściskane krzyżulce betonowe wydzielone rysami ukośnymi są na każdym boku pionowym i poziomym nachylone do osi pręta pod kątem 45° . Pręty pionowe kratownicy to rozciągane zbrojenie strzemionami. Pas górny i pas dolny kratownicy to odpowiednio zbrojenie rozciągane i ściskane pasy betonowe. Schemat kratownicy i obciążenie węzłowe, przedstawia rysunek 3.



Rys. 3. Fragment modelu kratownicy 1–podciągu dwuprzęsłowego

W modelu 2 kratownicy przestrzennej ściskane krzyżulce betonowe przyjęto nachylone do osi pręta pod kątem 30° .

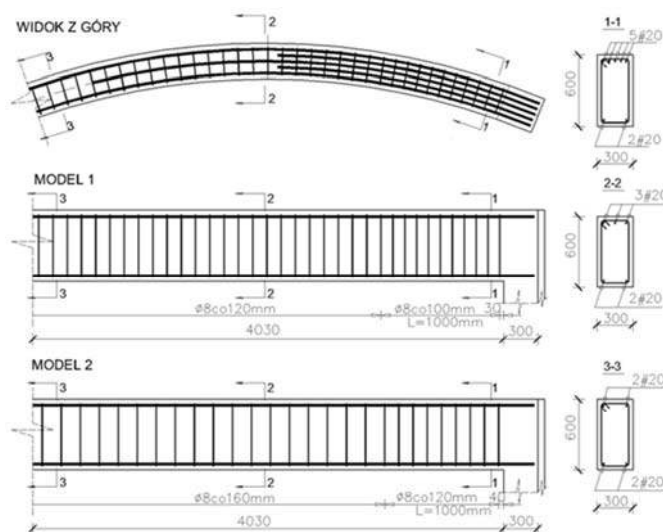
Wymagane zbrojenie niezbędne do przeniesienia sił rozciągających wyznaczono z zależności:

$$A_s = \frac{T}{f_{yd}} \quad (4)$$

gdzie:

T – siła rozciągająca w elemencie kratownicy.

Zbrojenie fragmentu podciągu obejmującego przekroje 1 do 3 (tj. połowę przęsła AB), dla analizowanych przestrzennych modeli ST, przedstawiono na rysunku 4.

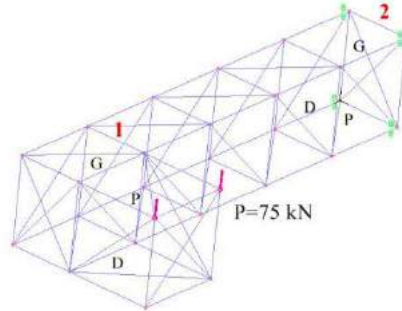


Rys. 4. Wymagane zbrojenie podciągu otrzymane na podstawie analizowanych modeli ST

Sprawdzenie naprężeń granicznych w prętach ściskanych przeprowadzono przyjmując grubość elementu b , równą: $b = t_{ef,i} = \frac{A}{u} = \frac{60 \cdot 30}{2 \cdot (60 + 30)} = 10 \text{ cm}$. Obliczenia przeprowadzono wg pkt. 3.2. Maksymalna siła ściskająca w krzyżulcu dla modelu 2 wynosi: $N_{21} = 301,8 \text{ kN}$, $\sigma_{c60} = \frac{301,8 \cdot 10^3}{500 \cdot 100} = 6,04 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,max} = 12,06 \text{ MPa}$.

4.2. Podciąg wspornikowy

W tym przypadku analizowano tylko jeden model kratownicy przestrzennej, w której ściskane krzyżulce betonowe przyjęto nachylone do osi pręta pod kątem 45° . Pręty pionowe kratownicy to rozciągane zbrojenie strzemionami. Schemat kratownicy i obciążenie węzłowe przedstawia rysunek 5.



D, G, P - elementy w których wystąpiły maksymalne siły rozciągające dla przekroju 1 i 2

Rys. 5. Model kratownicy podciągu wspornikowego

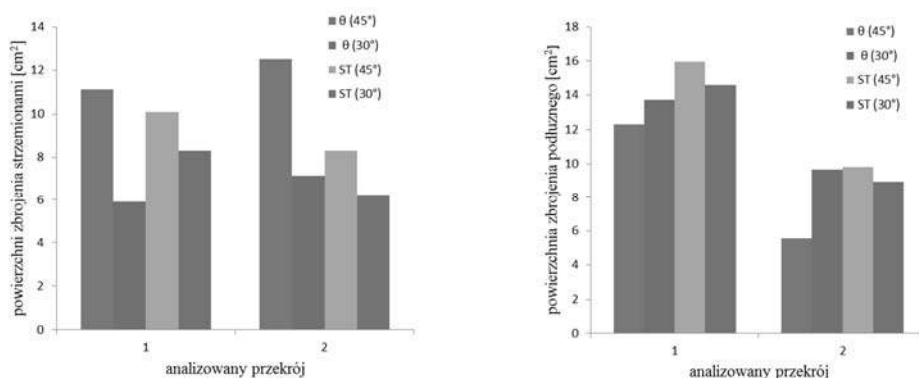
Wymagane zbrojenie w dwóch analizowanych przekrojach 1 i 2, wyznaczone na podstawie maksymalnych sił rozciągających w pasie górnym, dolnym, prętach pionowych i poziomych kratownicy, zestawiono w tabeli 4.

Tabela 4. Zbrojenie podciągu wspornikowego na podstawie modelu ST

Nr przekroju	Wymagane zbrojenie w elemencie [cm ²]			Przyjęte zbrojenie		
	Pas górny	Pas dolny	Pręt pionowy lub poziomy	Pas górny	Pas dolny	Pręt pionowy i poziomy
1	11,23	14,78	28,05	6 $\phi 16$	7 $\phi 16$	$\phi 12$ co 8,0 cm
2	29,76	13,70	20,82	5 $\phi 20$ + 6 $\phi 16$	7 $\phi 16$	$\phi 12$ co 10,5 cm

5. Analiza wyników i wnioski końcowe

Wymagany rozstaw strzemion i pole powierzchni zbrojenia podłużnego w analizowanych przekrojach podciągu dwuprzęsłowego przedstawiono na rysunku 6.



Rys. 6. Powierzchnia zbrojenia strzemion i zbrojenia podłużnego w przekrojach 1 i 2 podciągu, dla analizowanych modeli obliczeniowych

Zbilansowana na odcinku długości 1 m od podpory A (przekrój 1) powierzchnia zbrojenia jest zgodna z teorią nośności granicznej; oszacowane na podstawie modeli ST zbrojenie jest większe i wynosi odpowiednio:

- wymiarowanie wg pkt. 6.2 i 6.3 [7]: nachylenie krzyżulców 45° – $A = 22,73 \text{ cm}^2/\text{m}$,
nachylenie krzyżulców 30° – $A = 19,58 \text{ cm}^2/\text{m}$,
- wymiarowanie wg pkt. 6.5 [7] – ST: nachylenie krzyżulców 45° – $A = 26,90 \text{ cm}^2/\text{m}$,
nachylenie krzyżulców 30° – $A = 20,10 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Odmierna sytuacja występuje dla przekroju 2, w którym dominuje moment skręcający i jednocześnie działa siła poprzeczna. Otrzymane wyniki nie są zgodne z powszechnie panującym poglądem, że oszacowanie na podstawie modeli ST jest bezpieczniejsze, a graniczna nośność elementu jest mniejsza. Zbilansowane na odcinku długości 1 m zbrojenie wynosi odpowiednio:

- wymiarowanie wg pkt. 6.2 i 6.3 [7]: nachylenie krzyżulców 45° – $A = 17,84 \text{ cm}^2/\text{m}$,
nachylenie krzyżulców 30° – $A = 15,73 \text{ cm}^2/\text{m}$,
- wymiarowanie wg pkt. 6.5 [7] – ST: nachylenie krzyżulców 45° – $A = 15,70 \text{ cm}^2/\text{m}$,
nachylenie krzyżulców 30° – $A = 12,20 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Wymagane zbrojenie w przekroju 2, wyznaczone na podstawie modeli ST, w każdym z analizowanych przypadków jest mniejsze od wyznaczonego zgodnie z punktem 6.3 [7].

Dla podciągu wspornikowego otrzymane zbilansowane zbrojenie dla pasma 1 m, w analizowanych przekrojach 1 i 2 wynosi:

- wymiarowanie wg pkt. 6.2 i 6.3 [7]: przekrój 1 – $A = 39,93 \text{ cm}^2/\text{m}$,
przekrój 2 – $A = 53,12 \text{ cm}^2/\text{m}$,
- wymiarowanie wg pkt. 6.5 [7] – ST: przekrój 1 – $A = 54,06 \text{ cm}^2/\text{m}$,
przekrój 2 – $A = 64,12 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Otrzymane wyniki dla analizowanych modeli ST podciągów skręcanych są potwierdzeniem znanego spostrzeżenia, że sposób zbrojenia (układ prętów) wymusza określony przepływ sił wewnętrznych w elemencie żelbetowym, determinując tym samym morfologię rys, zgodnie z oczekiwaniem projektanta elementu. Nie potwierdziła się natomiast powszechnie panująca opinia, że oszacowanie na podstawie modeli ST prowadzi zawsze do większej powierzchni zbrojenia. Rzeczywiście w dwóch analizowanych przypadkach tak jest, ale dla podciągu dwuprzęsłowego i przekroju 2 wynik jest odmienny.

Istotna różnica w powierzchni zbrojenia wyznaczonej na podstawie punktu 6.2 i 6.3 oraz 6.5 [7] występuje dla przekroju 1 podciągu wspornikowego. Zbrojenie wyznaczone modelem ST jest o około 70% większe.

Przedstawione symulacje numeryczne są wstępem do analizy zagadnienia projektowania elementów skręcanych i ścinanych z wykorzystaniem metody ST. Podsumowując przeprowadzone analizy można stwierdzić, że w zależności od przyjętego algorytmu wymiarowania, rozkład zbrojenia będzie różny i różna będzie jego powierzchnia. Czy bardziej racjonalny, na to pytanie trudno w tej chwili jednoznacznie odpowiedzieć. Zdaniem autorek, odpowiedź musi być poprzedzona przeprowadzeniem badań laboratoryjnych elementów zaprojektowanych zgodnie z pkt. 6.2 i 6.3 [7] oraz metodą ST.

Literatura

1. Schlaich J., Schafer K., 1993. The Design of Structural Concrete. IABSE Workshop, New Delhi.
2. Starosolski W., 2012. Konstrukcje żelbetowe według Eurokodu 2 i norm powiązanych. Tom 3, PWN Warszawa.
3. Łapko A, Jensen B.Ch., 2005. Podstawy projektowania i algorytmu obliczeń konstrukcji żelbetowych. Arkady Warszawa.
4. Knauff M., 2012. Obliczanie konstrukcji żelbetowych według Eurokodu 2. PWN Warszawa.
5. Woliński Sz., 2010. Wspomagana badaniami analiza konstrukcji żelbetowych za pomocą modeli ST. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Budownictwo i Inżynieria Środowiska 57, t. 2.
6. ENV-1992-1-1:1991: Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1.
7. PN-EN-1992-1-1: 2008: Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonem. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
8. Godyski-Ćwirko T., 1982. Mechanika betonu. Arkady Warszawa.
9. Lampert P., 1970. Bruchwiderstand von Stahlbetonbalken unter Torsion und Biegung. Diss. ETH Zurich.

The analysis of ST models for RC beams in torsion

Lidia Buda-Ożóg, Małgorzata Pokarowska

*Faculty of Civil, Environmental Engineering and Architecture, Rzeszow University of Technology,
e-mail: lida@prz.edu.pl, 122267@stud.prz.edu.pl*

Abstract: In accordance with the recommendations of PN-EN-1992-1-1 the use of ST models is particularly justified in the areas of biaxial stress distribution, that is short cantilever, frame corners or beam shear zones. However, these are not common methods, particularly as far as torsion elements are concerned. This article is an attempt to use three-dimensional ST models for design of RC beams in torsion. The reinforcement obtained by the analysis of ST models has been compared with the reinforcement obtained on the basis of the relationship proposed in Sections 6.2 and 6.3 EC2.

Keywords: ST models, torsion, shear, cracking, reinforced concrete, reinforcement

Badania nośności słupów żelbetowych w strefie połączeń narożnych z płytą żelbetową

Michał Goldyn, Tadeusz Urban, Łukasz Krawczyk

Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska, Politechnika Łódzka,
e-mail: michal.goldyn@p.lodz.pl, tadeusz.urban@p.lodz.pl, lukasz.krawczyk@p.lodz.pl

Streszczenie: W referacie przedstawiono wyniki własnych badań eksperymentalnych, w których rozważano nośność słupów narożnych, wykonanych z betonu o wysokiej wytrzymałości, w strefie połączenia z płytą stropową z betonu zwykłego. Parametr zmienny stanowiła geometria połączenia, determinowana położeniem słupa względem obu krawędzi płyty. Stwierdzono znaczący wpływ wielkości przewieszenia płyty poza krawędź słupa na jego nośność w obrębie połączenia. Ograniczenie odkształceń poprzecznych betonu węzła przez otaczającą go płytę skutkowało na tyle znacznym wzrostem jego efektywnej wytrzymałości, iż do zniszczenia modeli doszło na skutek wyczerpania nośności słupów dolnych modeli.

Słowa kluczowe: węzeł płytowo-słupowy, wytrzymałość efektywna betonu, beton wysokowartościowy, płyta żelbetowa, skrępowanie, połączenie narożne, obciążenie mimośrodowe

1. Wprowadzenie

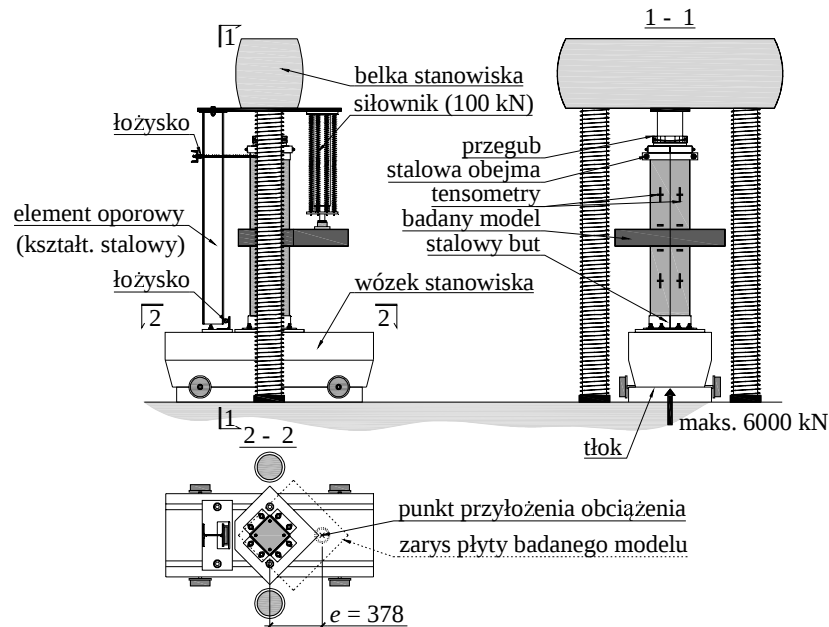
Po raz pierwszy zagadnienie nośności słupów przewarstwionych betonem płyty o niższej wytrzymałości stało się przedmiotem obszernych prac badawczych prowadzonych w latach 60. ubiegłego wieku przez zespół pod kierunkiem Bianchiniego [1]. Obejmowały one wszystkie rodzaje połączeń płytowo-słupowych. Ze względu na to, iż płyty rozważanych modeli nie były poddane w trakcie badań obciążeniu, niemożliwe było jednak odzwierciedlenie rzeczywistych warunków pracy słupów w obrębie połączenia. We wszystkich późniejszych pracach dotyczących tematyki narożnych połączeń płytowo-słupowych (m.in. [2]) koncentrowano się na nośności słupów przewarstwionych, określanych w literaturze anglojęzycznej terminem *isolated sandwich columns*. Zdaniem badaczy miały one dostatecznie dobrze przybliżać rzeczywistą pracę słupów narożnych przewarstwionych słabszym betonem płyty, mimo tego, iż geometria modeli unie-możliwiała uwzględnienie wpływu momentu niezerównoważonego, przekazywanego na słup, a wynikającego z obciążenia płyty. Na podstawie uzyskanych wyników badań stwierdzono, iż nośność słupów przewarstwionych słabszym betonem płyty zależna jest w znacznym stopniu od smukłości węzła wyrażonej ilorazem grubości płyty h do szerokości słupa c i maleje wraz z jego wzrostem. W opublikowanych niedawno pracach poświęconych badaniom słupów przewarstwionych (m.in. [3]) zwraca się uwagę na analogię węzłów płytowo-słupowych do elementów murowych, w których elementy ceramiczne połączone są warstwą zaprawy o niższej wytrzymałości na ściskanie i wyższym module odkształcalności podłużnej. Wszystkie one dotyczą jednak elementów obciążonych osiowo.

Jedyne dostępne w literaturze wyniki badań eksperymentalnych Bianchiniego i in. [1] obejmowały modele, których słupy zlicowane były z krawędziami nieobciążonej w trakcie badania płyty. Ograniczono się w ten sposób do jednego typu tego rodzaju połączenia, najbardziej niekorzystnego z punktu widzenia rozkładu sił wewnętrznych w strefie podporowej. W monografii [4] zwraca się uwagę, iż sytuowanie słupów w odległości

od krawędzi płyty mniejszej niż 0,15 rozpiętości stropu w osiach podpór może prowadzić do wytworzenia się znacznych niezrównoważonych momentów zginających, przekazywanych z płyty na słupy, a ponadto powoduje znaczną koncentrację oddziaływań. Z tego względu zaleca się takie kształtowanie płyt stropowych, by ich wysięg poza krawędź podpór zewnętrznych był równy przynajmniej połowie grubości płyty ($l_k \geq 0,5h$). Jeżeli względy architektoniczne wymagają, by płyta zlicowana była z krawędziami słupów, wówczas konieczne, m.in. z punktu widzenia nośności strefy podporowej na przebiecie, może okazać się wprowadzenie dodatkowej belki krawędziowej, co utrudnia jednak prace wykonawcze. Powyższe przesłanki stały się przyczynkiem do podjęcia tematyki prezentowanych badań eksperymentalnych, w których rozważano różne położenie słupa względem krawędzi płyty.

2. Program badań

Program badań obejmował trzy modele węzłów płytowo-słupowych wykonanych w skali 1:2. Badania prowadzono na stanowisku pokazanym na rysunku 1, wykorzystującym prasę o maksymalnym nacisku tłoka równym 6000 kN. Charakter badania wymuszał niesymetryczny sposób obciążenia modeli, dlatego też konieczne było wprowadzenie dodatkowych elementów oporowych, przejmujących reakcje poziome ze słupa. Konstrukcja stanowiska badawczego umożliwiała niezależne obciążanie słupów oraz płyt modeli.



Rys. 1. Schemat stanowiska badawczego

Badanie rozpoczynano od stopniowego zwiększania obciążania słupów modeli do wartości 500 kN. Następnie przystępowano do przykładania siły na płytę. Jej wielkość, określona na podstawie pomiarów średnich odkształceń zbrojenia podłużnego ustalonych dla tego etapu badania na poziomie około 1,5‰, równa była 25 kN (w przypadku modelu MN-0) oraz 50 kN (dla modeli MN-0.5 i MN-1.0). W dalszej części badania siłę przykładano jedynie na słupy modeli, pozostawiając obciążenie płyty na niezmiennym

Parametry geometryczno-wytrzymałościowe zbrojenia stosowanego w rozważanych elementach ujęto w tabeli 2.

Tabela 1. Parametry wytrzymałościowe betonu modeli

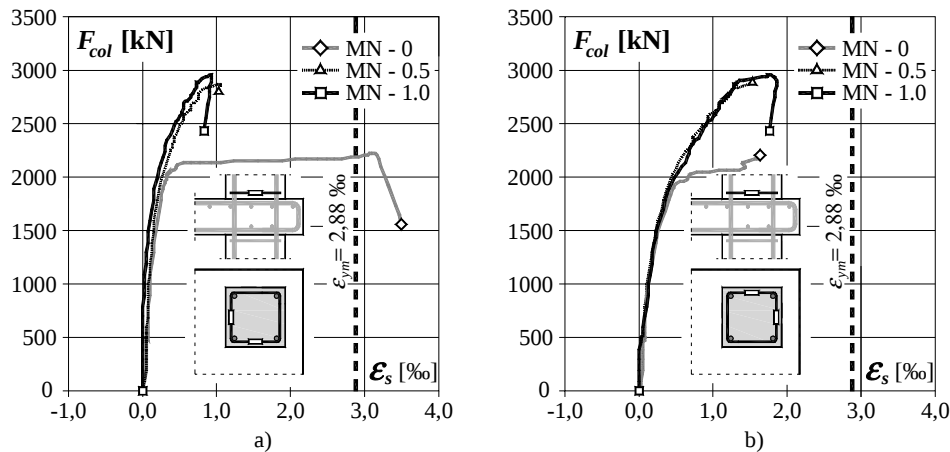
Model	Słup dolny		Słup górny		Płyta	
	f_{cm} [MPa]	E_{cm} [GPa]	f_{cm} [MPa]	E_{cm} [GPa]	f_{cm} [MPa]	E_{cm} [GPa]
MN – 0	77,5	33,1	79,8	33,5	30,4	25,1
MN – 0.5						
MN – 1.0						

Tabela 2. Parametry wytrzymałościowe zbrojenia modeli

Średnica nominalna prętów	Pole przekroju A_s [mm ²]	Granica plastyczności f_{ym} [MPa]	Moduł sprężystości E_s [GPa]
Ø16 – zbrojenie słupa	200,18	555,0	203,1
Ø10 – zbrojenie płyty	80,84	538,0	201,5
Ø6 – strzemiona	28,23	630,8	218,8

3.2. Wyniki pomiarów odkształceń

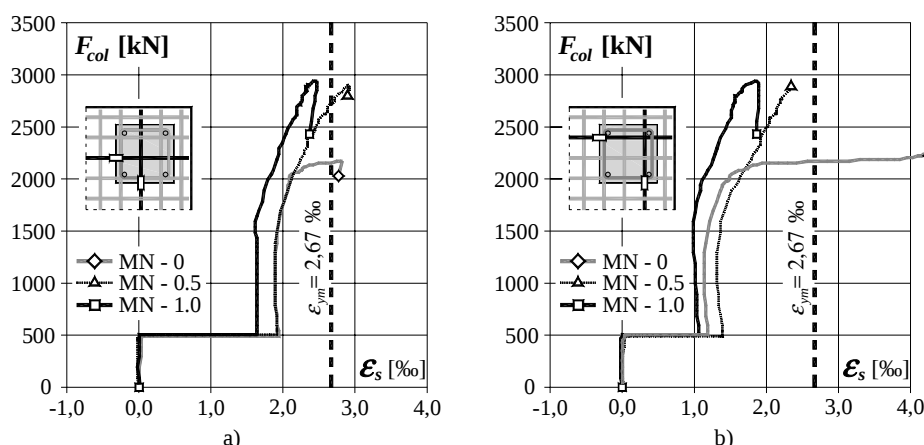
Na rysunku 3 pokazano średnie odkształcenia ramion strzemion górnych modeli, usytuowanych w odległości 20 mm od powierzchni płyty. W początkowej fazie badania, do momentu uplastycznienia zbrojenia podłużnego słupa (por. rys. 5) odnotowywano zbliżone przyrosty odkształceń w strzemionach wszystkich modeli. Dalsze obciążanie słupa modelu MN – 0 prowadziło do gwałtownego wzrostu rejestrowanych wartości, co związane było ze znacznymi odkształceniami poprzecznymi betonu węzła. Na skutek sił tarcia i adhezji występujących na powierzchni styku betonów, przekazywały się one na słup górny, powodując jego rozrywanie. W przypadku pozostałych dwóch modeli nie obserwowano tak znaczącego wzrostu odkształceń, co związane było z korzystnym wpływem przewieszono-ego fragmentu płyty, powodującego skrupowanie betonu węzła. Większe odkształcenia rejestrowano na ramionach strzemion dochodzących do zewnętrznego naroża słupa, co wynikało z mniejszego oporu, jaki płyta stawiała odkształceniom betonu węzła odbywającym się w tym kierunku. Do uplastycznienia strzemienia górnego doszło jedynie w przypadku modelu MN – 0.



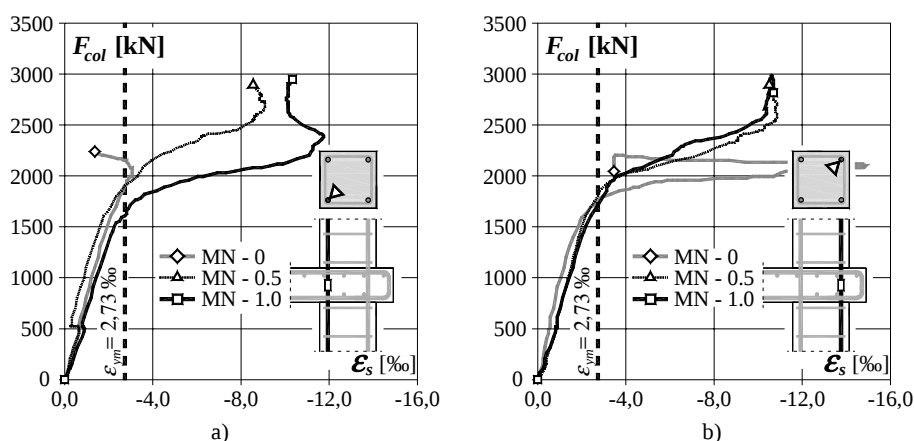
Rys. 3. Średnie odkształcenia ramion strzemion górnych, dochodzących do: a) wewnętrznego, b) zewnętrznego naroża słupów modeli, w funkcji ich obciążenia F_{col}

Na rysunku 4 przedstawiono wykresy odkształceń zbrojenia podłużnego płyty w funkcji obciążenia słupa. Znaczny ich wzrost w początkowej fazie badania wynikał z obciążania płyt modeli. Przy obciążeniu słupów równym około 1500÷1700 kN zaczęto obserwować ponowny przyrost odkształceń, mimo iż siła przekazywana na płyty modeli pozostawała na niezmiennym poziomie. Ze względu na sposób obciążenia płyt modeli i związaną z tym koncentrację sił wewnętrznych wynikających z działania momentu zginającego, większe odkształcenia rejestrowano w zbrojeniu położonym bliżej wewnętrznego naroża słupa.

Rozpatrując wykresy odkształceń zbrojenia podłużnego słupów pokazane na rysunku 5, można zauważyć ich zbieżność i liniowy charakter w początkowej fazie badania. Po jego uplastycznieniu rejestrowano intensywniejsze narastanie odkształceń. Szczególnie widoczne było to w przypadku elementu MN-0, w którym uplastycznienie zbrojenia podłużnego słupa poprzedzało zniszczenie modelu. Spadek wartości odkształceń rejestrowany bezpośrednio przed zniszczeniem modeli tłumaczyć można wyboczeniem prętów, co zauważalne było w przypadku modelu MN-0 (patrz rys. 6a).



Rys. 4. Średnie odkształcenia zbrojenia podłużnego płyt modeli, położonego bliżej: a) wewnętrznego naroża słupa, b) krawędzi płyty, w zależności od obciążenia słupa F_{col}

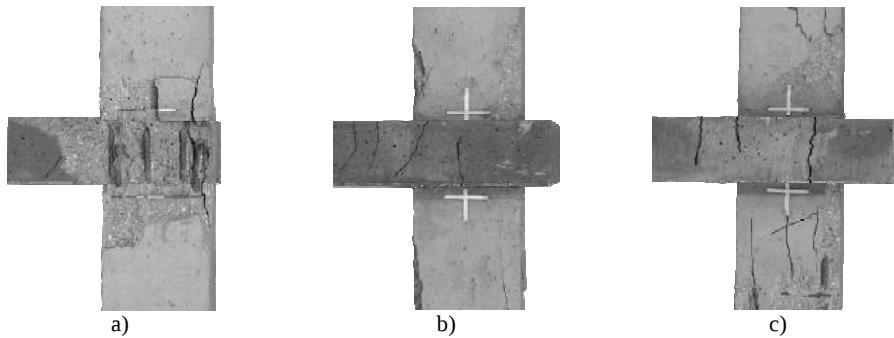


Rys. 5. Średnie odkształcenia zbrojenia podłużnego słupów modeli, zlokalizowanego w obrębie: a) wewnętrznego, b) zewnętrznego naroża słupów modeli w funkcji ich obciążenia F_{col}

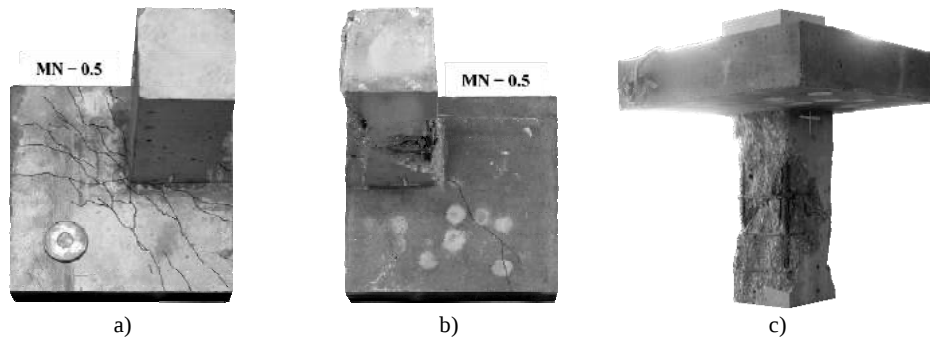
3.3. Stan graniczny nośności

Stan graniczny nośności badanych modeli sygnalizowany był znacznym wzrostem odkształceń betonu na powierzchni słupów dolnych i górnych modeli, szczególnie w kierunku poziomym. Proces niszczenia modelu MN – 0 był stosunkowo długotrwały i uwiadamiał się odpajaniem betonu na powierzchniach bocznych płyty w obrębie węzła, przy obciążeniu równym około 2150 kN, stanowiącym 95% nośności modelu.

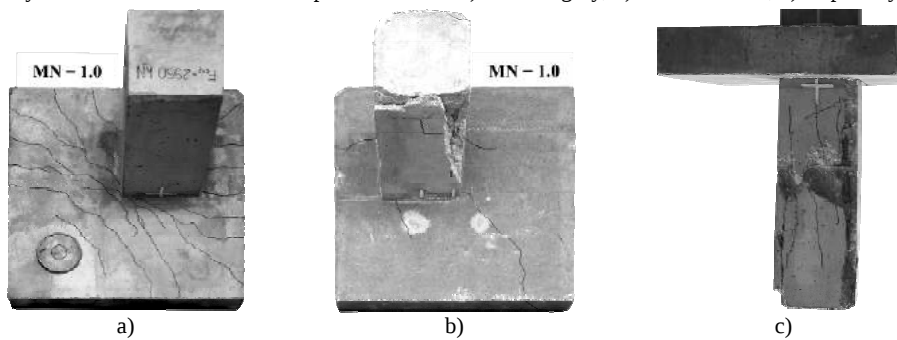
Zniszczenie pozostałych dwóch modeli MN – 0.5 i MN – 1.0 miało charakter gwałtowny (rys. 7, 8). Przejawiało się zmięgnięciem betonu słupów dolnych, połączonym z wyboczeniem zbrojenia podłużnego słupa. Rysy na powierzchniach dolnych, jak również rysy skośne w obrębie przewieszonych fragmentów płyt obu modeli świadczą o ich rozrywaniu, będącym skutkiem znacznych odkształceń poprzecznych betonu węzła.



Rys. 6. Strefa połączenia płyt ze słupami modeli: a) MN – 0, b) MN – 0.5, c) MN – 1.0



Rys. 7. Widok modelu MN – 0.5 po zniszczeniu: a) widok z góry, b) widok od dołu, c) słup dolny



Rys. 8. Widok modelu MN – 1.0 po zniszczeniu: a) widok z góry, b) widok od dołu, c) słup dolny

4. Analiza wyników badań

W tabeli 3 porównano nośności eksperymentalne F_{exp} , z wartościami uzyskanymi w trakcie badań modeli-świadców $F_{w,col}$. Nośność modelu MN – 0 z płytą zlicowaną z krawędziami słupa była średnio o około 15% niższa od nośności słupów-świadców. Przewieszenie płyty modelu MN – 0.5 poza krawędź słupa, stanowiące zaledwie połowę jej grubości, skutkowało niemal 30% wzrostem nośności w stosunku do elementu MN – 0. O nośności modeli z płytą przewieszoną zadecydowała wytrzymałość betonu słupa dolnego, skutkiem czego obie uzyskane siły maksymalne są do siebie zbliżone. Wielkość wysięgu wspornika płyty determinuje skuteczność ograniczania odkształceń poprzecznych betonu węzła. Wraz z jego wzrostem połączenie zaczyna upodabniać się do węzła wewnętrzznego, w którym beton skrupowany jest ze wszystkich stron. Prowadzi to także do wydłużenia podstawowego obwodu kontrolnego, co skutkuje spadkiem naprężeń stycznych uwzględnianych w analizie przebicia. Poczynione obserwacje potwierdzają przedstawione w pracy [5] wnioski dotyczące połączeń krawędziowych.

Tabela 3. Porównanie nośności modeli (F_{exp}) z nośnościami słupów-świadców ($F_{w,col}$)

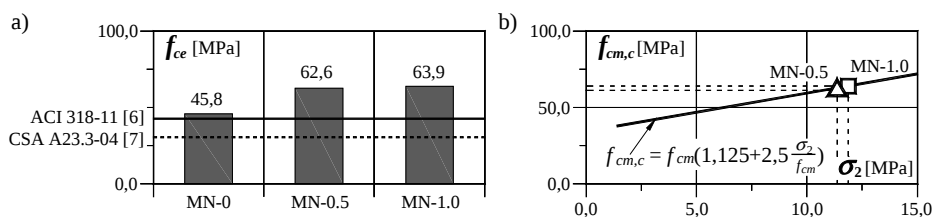
Model	słup	$F_{w,col}$ [kN]	F_{exp} [kN]	$F_{exp}/F_{w,col}$
MN – 0	dolny	2600	2240	0,87
MN – 0.5			2900	1,13
MN – 1.0			2950	1,15
MN – 0	górny	2750	2240	0,81
MN – 0.5			2900	1,05
MN – 1.0			2950	1,07

5. Wytrzymałość betonu węzła a procedury obliczeniowe

W europejskich przepisach normowych nie określono, w jaki sposób wyznaczać nośność słupów narożnych, przewarstwionych słabszym betonem płyty. Zapisy normy amerykańskiej [6] nakazują w takim przypadku przyjęcie do obliczeń tzw. efektywnej wytrzymałości betonu na ściskanie $f_{c,eff}$, stanowiącej wartość pośrednią pomiędzy wytrzymałością betonu płyty ($f_{c,s}$) i słupa ($f_{c,c}$):

$$f_{c,eff} = \begin{cases} f_{c,c} & \text{gdy} & f_{c,c} \leq 1,4 f_{c,s} \\ 1,4 f_{c,s} & \text{gdy} & f_{c,c} > 1,4 f_{c,s} \end{cases} \quad (1)$$

Bardziej konserwatywna w swych postanowieniach norma kanadyjska [7] wskazuje, by obliczenia prowadzić w takim przypadku przy założeniu, iż $f_{c,eff}$ równe jest $f_{c,s}$. Zalecenia Lee i Mendisa [3] okazały się być bardzo zachowawcze w odniesieniu do modeli z płytą przewieszoną – wytrzymałości obliczone były o blisko 50% niższe od rzeczywistych. Na rysunku 9a pokazano rzeczywiste wytrzymałości betonu węzłów modeli na tle wartości teoretycznych, ustalonych zgodnie z procedurami normowymi [6] oraz [7].



Rys. 9. Wyniki badań w świetle procedur normowych

Pomiary odkształceń zbrojenia podłużnego słupa stanowiły przesłankę dotyczącą odkształceń, jakim podlegał beton znajdujący się we wnętrzu węzła. Rejestrowane w trakcie badań wartości, dochodzące do 12‰ (por. rys. 5), znacznie przewyższały graniczne odkształcenia betonu w stanie jednoosiowego ściskania. Świadczy to o wpływie skrzepowania betonu węzła, które powoduje rozwój cech plastycznych betonu i skutkuje wzrostem jego efektywnej wytrzymałości. Korzystając z reguł Eurokodu 2 [8] określono teoretyczne naprężenia poprzeczne σ_2 , jakim poddany był beton węzłów modeli wskutek ograniczenia jego odkształceń poprzecznych – patrz rysunek 9b.

6. Wnioski

Wyniki badań własnych pokazały, iż wprowadzenie przewieszenia płyty poza krawędź słupa pozwoliło w istotny sposób podnieść nośność modeli. Wynikało to z ograniczenia odkształceń poprzecznych betonu węzła, skutkiem czego znajdował się on w stanie trójosiowego ściskania. Zniszczenie modeli MN – 0.5 oraz MN – 1.0 nastąpiło przy obciążeniu o około 30% wyższym niż w przypadku elementu z płytą zlicowaną z krawędziami słupa i wynikało z wyczerpania nośności słupa dolnego, nie zaś przekroczenia wytrzymałości betonu płyty.

Literatura

1. Bianchini A.C., Woods R.E., Kesler C.E., 1960. Effect of Floor Concrete Strength on Column Strength. ACI Journal Proceedings 31(11), 1149-1169.
2. Shu C.C., Hawkins N.M., 1992. Behavior of columns continuous through concrete floors. ACI Structural Journal 89(4), 405-416.
3. Lee S.C., Mendis P., 2004. Behavior of High-Strength Concrete Corner Columns Intersected by Weaker Slabs with Different Thickness. ACI Structural Journal 101(1), 11-18.
4. Starosolski W., 2011. Konstrukcje żelbetowe według Eurokodu 2 i norm związanych. Tom 2, PWN.
5. Urban T., Goldyn M., Krawczyk Ł., 2014. Badania nośności słupów żelbetowych w obszarze połączeń krawędziowych z płytą żelbetową. Budownictwo i Architektura, Politechnika Lubelska, 13(3), 175-182.
6. ACI 318-11: Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-11) and Commentary, American Concrete Institute, 2011, 154–155.
7. CSA A23.3-04: Design of concrete structures, Canadian Standard Association, 2004, 46.
8. PN-EN 1992-1-1 Eurokod 2 – Projektowanie konstrukcji z betonu – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków, Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 2008.

Experimental investigations of reinforced concrete corner column – slab connection joints

Michał Goldyn, Tadeusz Urban, Łukasz Krawczyk

*Faculty of Civil Engineering, Architecture and Environmental Engineering,
Lodz University of Technology,
e-mail: michal.goldyn@p.lodz.pl, tadeusz.urban@p.lodz.pl, lukasz.krawczyk@p.lodz.pl*

Abstract: The paper presents and comments the experimental investigation results of reinforced concrete corner column-slab connection joints with lower concrete slabs. The only considered variable parameter has been the slab overhang above the column edge. The study has showed an important effect of the slab overhang on the column load carrying capacity in the column-slab connection zone. Limiting the transversal joint concrete strains has resulted in such a significant strength increase that models have failed due to crushing of column concrete.

Keywords: column-slab connection, effective concrete strength, high strength concrete, reinforced concrete slab, confinement, edge connection, eccentric load

Wpływ imperfekcji geometrycznych postaci wyboczenia na zachowanie pozakrytyczne prętów zbrojeniowych

Jacek Korentz

Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska, Uniwersytet Zielonogórski,
e-mail: j.korentz@ib.uz.zgora.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki symulacji numerycznych dotyczących wpływu postaci wyboczenia i wstępnych imperfekcji geometrycznych prętów zbrojeniowych na ich zachowanie w zakresie deformacji pozakrytycznych. Obliczenia przeprowadzono dla dwóch możliwych form wyboczenia pręta obustronnie zamocowanego, dla różnych wielkości początkowych imperfekcji oraz różnych smukłości prętów. Wyniki przeprowadzonych analiz numerycznych pokazują, że wszystkie analizowane czynniki mają bardzo duży wpływ na zachowanie się prętów zbrojeniowych w stanie deformacji pozakrytycznych. Postać wyboczenia prętów, początkowa krzywizna prętów i smukłość prętów mają istotny wpływ na nośność tych prętów oraz ich deformacje podłużne i poprzeczne.

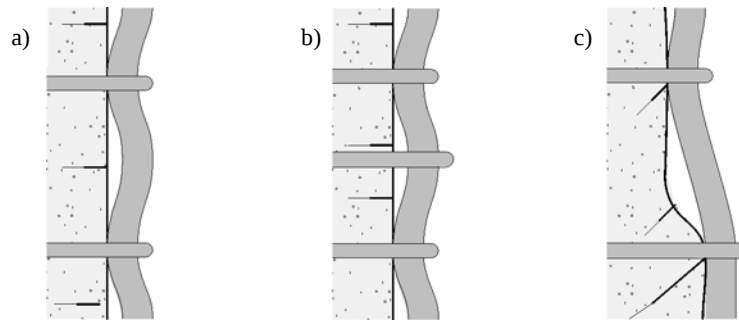
Słowa kluczowe: pręt zbrojeniowy, smukłość, imperfekcji geometryczne, stateczność, wyboczenie niesprężyste

1. Wprowadzenie

Oddziaływanie na konstrukcje obciążeń sejsmicznych, obciążeń wyjątkowych lub przeciążenia konstrukcji może doprowadzić do wystąpienia w poszczególnych elementach konstrukcyjnych stanów pozakrytycznych. W przypadku analizy pracy elementów żelbetowych w stanie deformacji pozakrytycznych, kiedy przekroczone są odkształcenia graniczne betonu otuliny i jednocześnie odkształcenia zbrojenia są duże należy uwzględnić fakt, że zbrojenie w strefie ściskanej pracuje odmiennie niż zbrojenie rozciągane. Podczas wstrząsów sejsmicznych w konstrukcjach żelbetowych dochodzi bardzo często do wyboczenia prętów zbrojenia podłużnego. Także badania doświadczalne belek i słupów żelbetowych w stanie deformacji pozakrytycznych, pokazują, że po odspojeniu otuliny dochodzi do niesprężystego wyboczenia prętów zbrojenia w strefie ściskanej [1, 2]. Niektóre wyniki badań wskazują, że do nagłego wyboczenia prętów zbrojenia w słupach może nawet dojść w zakresie deformacji sprężystych, jak w przypadku słupów uzwojonych badanych przez Korzeniowskiego [4].

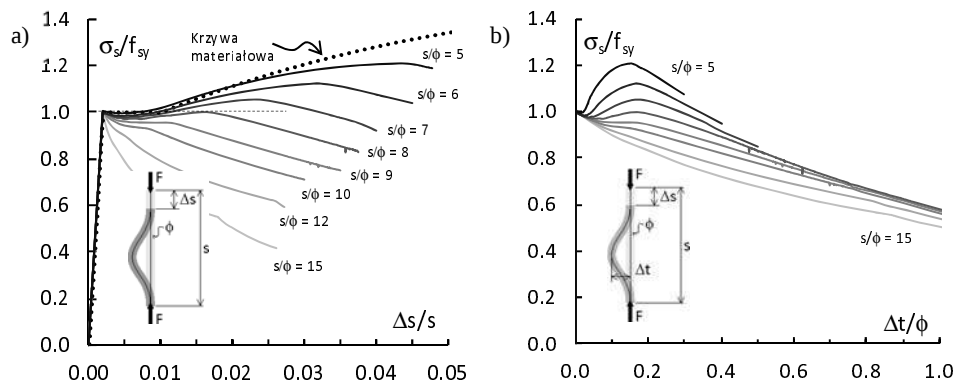
2. Niesprężyste wyboczenie prętów

W elementach żelbetowych możliwe są trzy formy wyboczenia prętów zbrojenia podłużnego [6], (rys. 1). Do wyboczenia prętów w strefie ściskanej dochodzi zazwyczaj między dwoma sąsiednimi strzemionami w sposób przedstawiony na rysunku 1a. Gdy nośność strzemion jest niedostateczna, możliwa jest inna postać wyboczenia prętów, wyboczenie następuje przez kilka strzemion, np. między pierwszym a trzecim strzemieniem (rys. 1b). Gdy udział deformacji postaciowych w strefie przegubu plastycznego jest znaczny, wyboczenie prętów ściskanych może nastąpić w sposób charakterystyczny w strefie dominującego ścinania (rys. 1c).



Rys. 1. Formy wybożenia prętów zbrojenia podłużnego w belkach i słupach żelbetowych [6]

Zagadnienie niesprężystego wybożenia prętów zbrojeniowych było przedmiotem wielu prac, w których prezentowano zarówno wyniki badań doświadczalnych, jak również wyniki przeprowadzonych symulacji numerycznych. Przegląd prac z tej tematyki zawarty jest w opracowaniach autora [1-3]. W pracach tych zbadano w dosyć szerokim zakresie zmienność geometrycznych właściwości prętów zbrojeniowych, natomiast zakres badanych właściwości mechanicznych stali, z których były wykonane pręty, jest niewystarczający i był ograniczony do niewielu gatunków stali produkowanych w krajach autorów tych prac.



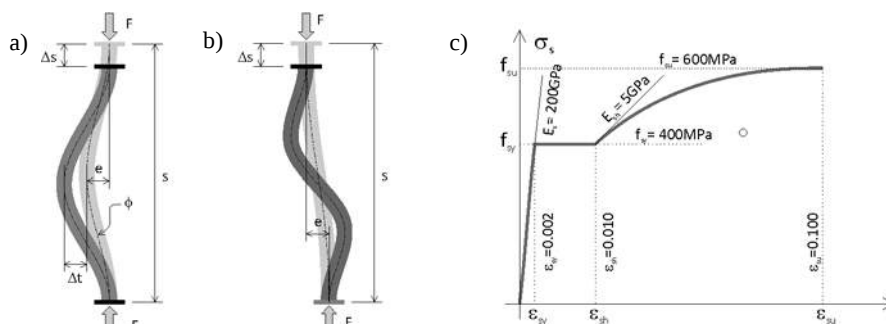
Rys. 2. Zachowanie się prętów ściskanych: a) zależność naprężenie - odkształcenie podłużne, b) zależność naprężenie - przemieszczenie boczne [1]

Na rysunku 2 przedstawiono zależności między naprężeniem ($\sigma_s = F/A_s$) znormalizowanym – względem granicy plastyczności (σ_s/f_{sy}), a względnym skróceniem pręta $\Delta s/s$ (rys. 2a) i względnym przemieszczeniem poprzecznym $\Delta t/\phi$ środkowego przekroju pręta (rys. 2b) uzyskane na podstawie analiz numerycznych MES [1]. Jak można zauważyć, nośność pręta zależy od jego smukłości. Maksymalne naprężenia w pręcie σ_s są większe od granicy plastyczności f_{sy} , jeżeli smukłość pręta $s/\phi < 8$. Dla większych smukłości maksymalne naprężenia w prętach są równe granicy plastyczności. Pręt ściskany traci prostoliniową postać zaraz po osiągnięciu granicy plastyczności. Od chwili, gdy naprężenia w pręcie są równe granicy plastyczności, pręt doznaje poprzecznych deformacji.

Duży wpływ na niesprężyste wybożenie prętów mają również właściwości mechaniczne stali po osiągnięciu granicy plastyczności opisane długością półki plastycznej, relacją między wytrzymałością a granicą plastyczności oraz przebieg krzywej wzmocnienia [3].

3. Modele prętów i opis przeprowadzonych obliczeń

Imperfekcje geometryczne podłużnych prętów zbrojenia ściskanego mogą być wywołane różnicą odkształceń poprzecznych na poziomie strzemion i w połowie odcinka między strzemionami (rys. 3a), a także deformacjami postaciowymi skutkującymi przemieszczeniem punktów podparcia względem siebie (rys. 3b).



Rys. 3. Modele prętów, krzywa materiałowa: a) deformacje poprzeczne, b) deformacje postaciowe, c) charakterystyka stali zbrojeniowej

Jako miarę imperfekcji geometrycznych przyjęto iloraz początkowej deformacji e i średnicy pręta ϕ . W obliczeniach przyjęto kształt osi odkształconej pręta odpowiadającej funkcji cosinus, a początkowy mimośród siły podłużnej e wynosił 0,05, 0,10, 0,25, i 0,5 średnicy pręta ϕ (rys. 3a, b). Obliczenia przeprowadzono dla dziewięciu smukłości prętów wyrażonej ilorazem odległości między punktami podparcia (strzemionami) s i średnicą pręta ϕ wynoszących $s/\phi = 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12$ i 15. Przyjęty model fizyczny stali Mandera [5] jest zbliżony do charakterystyk σ - ϵ stali stosowanych w konstrukcjach żelbetowych (rys. 3c). Krzywa wzmocnienia w modelu Mandera opisana jest zależnością:

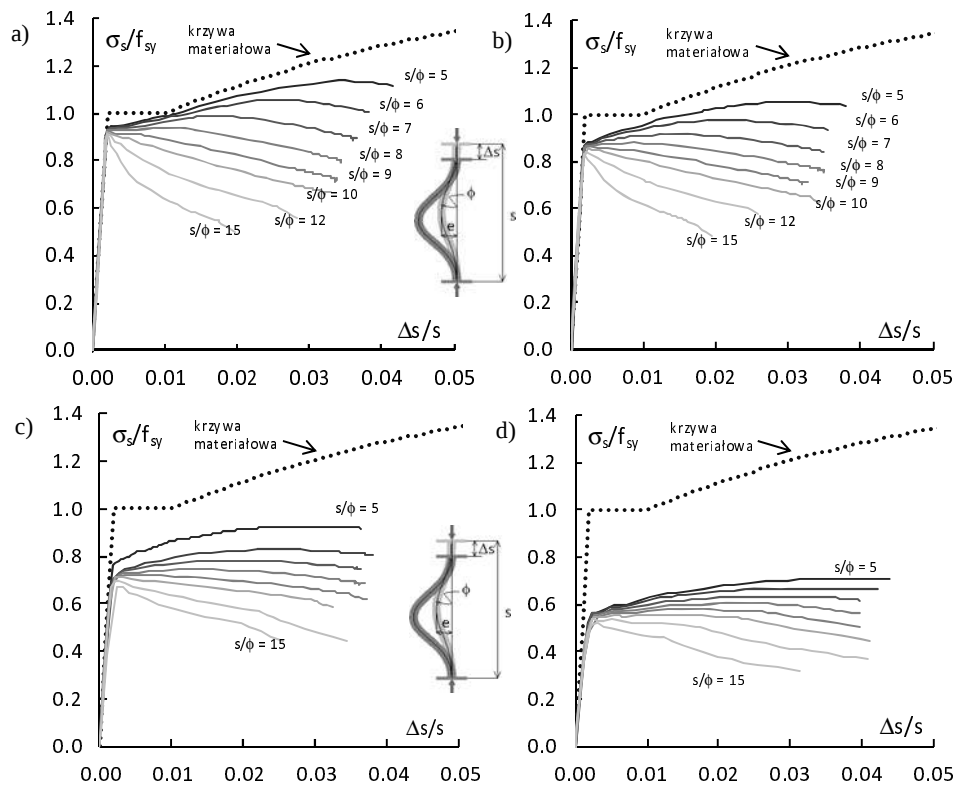
$$\sigma_s = f_{su} + (f_{sy} - f_{su}) \left(\frac{\epsilon_{su} - \epsilon_s}{\epsilon_{su} - \epsilon_{sh}} \right)^p, \text{ gdzie } p = E_{sh} \frac{\epsilon_{su} - \epsilon_{sh}}{f_{su} - f_{sy}} \quad (1, 2)$$

Granica plastyczności wynosi $f_{sy} = 400\text{ MPa}$, wytrzymałość na rozciąganie $f_{su} = 600\text{ MPa}$, długość półki plastycznej jest równa $\epsilon_{sh} = 0,010$, odkształcenie końcowe $\epsilon_{su} = 0,10$, moduł sprężystości $E_s = 200000\text{ MPa}$, a początkowy moduł Younga krzywej wzmocnienia $E_{sh} = 5000\text{ MPa}$.

W analizie numerycznej dużych deformacji sprężysto-plastycznych ściskanych prętów zbrojenia wykorzystano system COSMOS/M [7]. W modelu numerycznym zastosowano element skończony BEAM2D z opcją analizy plastycznej, z warunkiem plastyczności Hubera-Misesa-Henckiego, stowarzyszonym prawem płynięcia i wzmocnieniem izotropowym. Do analizy wprowadzono nieliniową charakterystykę materiałową σ - ϵ z opcją PLASTIC. W analizie stosowano sterowanie przemieszczeniowe, wybierając za parametr wiodący przemieszczenie wzdłużne obciążonego końca pręta oraz metodę Newtona-Raphsona rozwiązywania nieliniowego układu równań w kolejnych krokach przyrostowych. Wykorzystano opcję automatycznego doboru kroku, modyfikując nieznacznie parametry tej opcji dla poszczególnych przykładów. Celem obliczeń było otrzymanie pełnej charakterystyki obciążeniowo-przemieszczeniowej odpowiadającej eksperymentalnej próbie ściskania.

4. Wyniki obliczeń i ich analiza

Na rysunku 4 zamieszczono wyniki obliczeń dla podstawowej postaci wyboczenia prętów o różnych początkowych krzywiznach wyrażonych bezwymiarowym parametrem e/ϕ i różnych smukłościach s/ϕ .



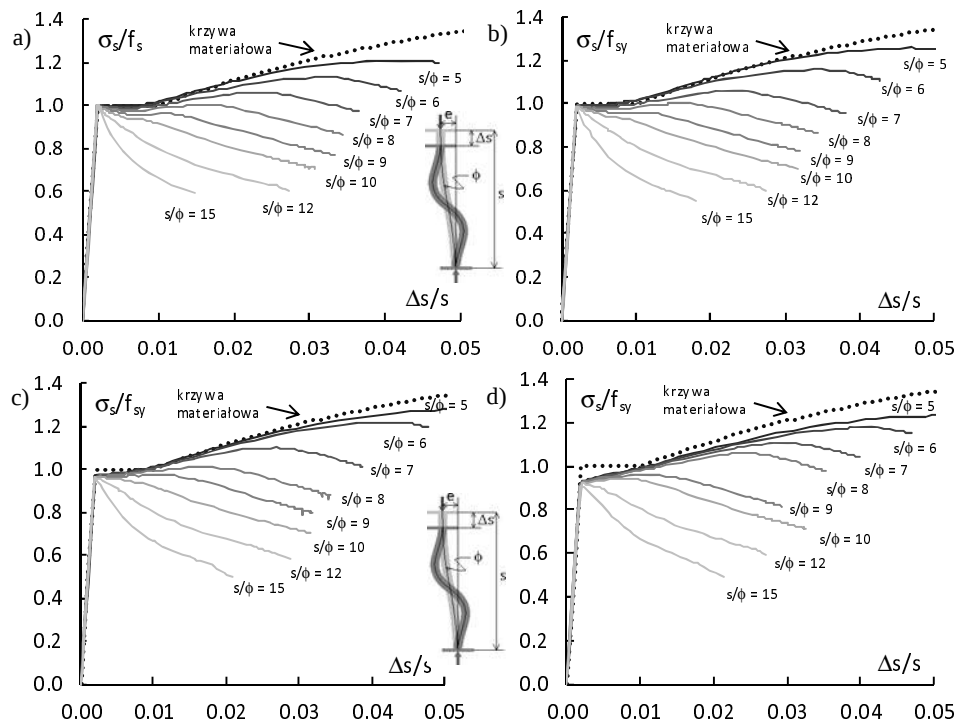
Rys. 4. Wpływ początkowych imperfekcji geometrycznych dla podstawowej formy wyboczenia: a) $e/\phi = 0,05$, b) $e/\phi = 0,10$, c) $e/\phi = 0,25$, d) $e/\phi = 0,50$.

Rysunek ten ilustruje zależność między znormalizowanym obciążeniem osiowym pręta $\sigma_s = F/A$ względem granicy plastyczności f_{sy} a jego względnym skróceniem $\Delta s/s$. Na podstawie rysunku 4 można stwierdzić, że zachowanie prętów ściskanych zależy w bardzo istotny sposób od początkowej krzywizny pręta i jego smukłości. Początkowe zakrzywienie pręta powoduje, iż zanika półka plastyczna, a pręty pracują sprężysto do pewnego poziomu obciążenia mniejszego od obciążenia uplastyczniającego ($\sigma_s < f_{sy}$). Po przekroczeniu granicy proporcjonalności nośność prętów rośnie w bardzo małym stopniu niezależnie od początkowego mimośrodowi siły podłużnej (e/ϕ), o ile smukłość prętów $s/\phi < 10$. Nośność prętów jest większa od granicy plastyczności, jeżeli mimośród początkowy $e/\phi \leq 0,10$, a smukłość prętów $s/\phi \leq 6$.

Wzrost początkowej krzywizny pręta e/ϕ powoduje obniżenie nośności prętów niezależnie od ich smukłości. W skrajnym przypadku odchyłka od prostoliniowej postaci pręta, wynosząca 50% średnicy pręta ($e/\phi = 0,50$) powoduje około 45% spadek nośności w porównaniu z nośnością pręta prostego (por. rys. 2a dla którego $e/\phi = 0$). Dla imperfekcji

$e/\phi = 0,25$ ten spadek nośności wynosi około 22%, dla imperfekcji $e/\phi = 0,10$ spadek około 12% i dla imperfekcji $e/\phi = 0,05$ spadek około 5%.

Rysunek 5 ilustruje zachowanie prętów ściskanych o postaciowej formie wybożenia, związanej z początkowym przemieszczeniem jednej z podpór. Zachowanie prętów w tym przypadku znacznie różni się od zachowania prętów o podstawowej formie wybożenia (por. rys. 4); nośność prętów dla wszystkich wartości smukłości i początkowej krzywizny jest znacznie większa.



Rys. 5. Wpływ początkowych imperfekcji geometrycznych dla postaciowej formy wybożenia: a) $e/\phi = 0,05$, b) $e/\phi = 0,10$, c) $e/\phi = 0,25$, d) $e/\phi = 0,50$.

Początkowe poprzeczne przemieszczenie podpór ma nieduży wpływ na nośność prętów ściskanych, a zachowanie prętów jest niemal takie same jak zachowanie prostych prętów ściskanych, nośność tych prętów jest porównywalna (por. rys. 2). Dopiero dla przemieszczenia wstępnego podpory $e/\phi = 0,50$ zauważalna jest różnica, tj. granica proporcjonalności jest mniejsza niż granica plastyczności ($\sigma_s/f_{sy} < 1$). Niezależnie od wartości początkowego przemieszczenia podpory nośność prętów jest większa od granicy plastyczności, jeżeli smukłość prętów $s/\phi < 9$.

5. Podsumowanie

Istotny wpływ na wybożenie niesprężyste prętów ma postać wybożenia pręta, ich początkowa krzywizna i smukłość. Zachowanie się prętów o podstawowej formie wybożenia różni się bardzo od zachowania się prętów o postaciowej formie wybożenia. Nośność prętów o podstawowej formie wybożenia jest niższa od nośności prętów o postaciowej formie wybożenia od 5% do 40% w zależności od wielkości imperfekcji.

Spadek nośności prętów o postaciowej formie wyboczenia dla całego zakresu analizowanych imperfekcji jest bardzo mały w porównaniu z nośnością prętów bez imperfekcji. Wynosi on maksymalnie 5% dla imperfekcji $e/\phi = 0,50$.

Wpływ smukłości na zachowanie prętów ściskanych z początkowymi imperfekcjami geometrycznymi jest bardzo podobny do wpływu smukłości na zachowania prętów prostoliniowych.

Wyniki przeprowadzonych obliczeń pokazują, że deformacje postaciowe w strefie przegubu plastycznego w belkach i słupach żelbetowych nie powinny powodować obniżenia ich zdolności do plastycznych obrotów, jeżeli odległość między strzemionami jest dostatecznie mała.

Literatura

1. Korentz J., 2007. Wpływ postaci wyboczenia na zachowania prętów zbrojeniowych. VI Konferencja PTMTS Nowe kierunki rozwoju mechaniki, Nowogród, 46-50, CD-ROM.
2. Korentz J., 2007. Wpływ imperfekcji geometrycznych na zachowanie pokrytyczne prętów zbrojeniowych. IV Sympozjum mechaniki zniszczenia materiałów i konstrukcji, Białystok-Augustów, 153-156.
3. Korentz J., 2009. Wpływ granicy plastyczności na niesprężyste wyboczenie prętów zbrojeniowych. XII Sympozjum Stateczności Konstrukcji, Zakopane, 207-214.
4. Korzeniowski P., Nagrodzka-Godycka K., 2000. Skuteczność uzwojenia w stosunku do zbrojenia podłużnego o takim samym ciężarze. XLVI KN KILiW PAN i KN PZiTB, t. 2, Konstrukcje betonowe i materiały budowlane, 105-110.
5. Rodriguez M.E., Botero J.C., Villa J., 1999, Cycling stress-strain behavior of reinforcing steel including effect of buckling. Journal of Structural Engineering 125(6), 605-612.
6. Scribner Ch.F., 1986. Reinforcement buckling in reinforced concrete flexural members. ACI Journal V83(6), 966-973.
7. COSMOS/M, 2002. Finite Element Analysis System, Version 2.9, Structural Research and Analysis Corporation, Electronic Manual, Los Angeles, California.

The influence of geometric imperfections and buckling mode on post yielding behaviour of the reinforcing bars

Jacek Korentz

*Faculty of Civil, Architecture and Environmental Engineering, University of Zielona Góra,
e-mail: j.korentz@ib.uz.zgora.pl*

Abstract: The paper presents the results of numerical simulations concerning the influence of buckling mode and initial geometric imperfections of reinforcing bars on their post yielding behaviour. The calculations have been performed for two possible buckling modes of a bar fixed at both ends, for different initial values and imperfections, as well as for different bar slenderness. The results of these numerical analyses indicate that all the factors analysed have considerable influence on the behaviour of reinforcing bars with post yielding deformations. The buckling mode, initial curve and slenderness of bars have a significant influence on their load bearing capacity and their longitudinal and lateral deformations.

Keywords: reinforcing bar, slenderness ratio, geometric imperfection, stability, inelastic buckling

Wpływ wstępnego wyężenia płyt żelbetowych na efektywność wzmocnień napężonymi kompozytami CFRP

Renata Kotynia, Marta Przygocka, Krzysztof Lasek

Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska, Politechnika Łódzka,
e-mail: renata.kotynia@p.lodz.pl, martaprzygocka@wp.pl, krzysztof.lasek@p.lodz.pl

Streszczenie: Praca dotyczy zagadnienia wzmocniania żelbetowych płyt napężonymi taśmami węglowymi CFRP (z j. ang. *carbon fibre reinforced polymer*). Badania obejmowały sześć żelbetowych płyt wzmocnionych na zginanie taśmami kompozytowymi wklejonymi w podłużne bruzdy wycięte w betonowej otulinie – metoda NSM (z j. ang. *near surface mounted*). Zasadniczy podział elementów na dwie serie badawcze był podyktowany sposobem wzmocnienia. Płyty serii A wzmocniono jedną taśmą napężoną i dwiema taśmami wklejonymi biernie, podczas gdy płyty serii B wzmocniono dwiema napężonymi taśmami CFRP. Podstawowe parametry zmienne stanowiły: stopień zbrojenia podłużnego stalowego i kompozytowego oraz poziom wstępnego obciążenia wzmocnianych płyt przed wzmocnieniem. W pracy analizowane są wpływ złożonego sposobu wzmocnienia taśmami napężonymi i nienapężonymi oraz stopnia sprężenia kompozytów na poprawę warunków użytkowalności płyt. Badania stanowią jedyny jak dotąd w Polsce i jeden z nielicznych na świecie przykład zastosowania napężonych taśm kompozytowych wklejanych w betonową otulinę. Praktyczny aspekt badań dotyczy zagadnienia silnego wyężenia elementów przed wzmocnieniem, stanowiącego 60% momentu uplastycznienia zbrojenia zwykłego w elemencie niewzmocnionym.

Słowa kluczowe: wzmocnienie, zginanie, taśmy CFRP, NSM, sprężenie, płyty żelbetowe, nośność, odkształcalność

1. Wprowadzenie

W ciągu ostatnich kilkunastu lat obserwuje się intensywny wzrost badań dotyczących wzmocniania konstrukcji żelbetowych materiałami kompozytowymi FRP. Dzięki swoim właściwościom, takim jak odporność na działanie korozji oraz niski stosunek ciężaru własnego do wytrzymałości na rozciąganie, materiały te stanowią poważną konkurencję dla tradycyjnych wzmocnień przy użyciu konwencjonalnej stali. Wzmocnianie elementów zginanych przez przyklejenie kompozytu FRP do powierzchni elementu (EBR) lub wklejenie kompozytu w podłużną bruzdę wyciętą w betonowej otulinie (NSM) znacząco zwiększa nośność wzmocnianych konstrukcji. Biernie przyklejenie kompozytu nie poprawia jednak warunków użytkowalności, takich jak nadmierne ugięcia elementów oraz przekroczona szerokość rozwarcia rys, które mogą powodować korozję istniejącego zbrojenia wewnętrznego. Wzmocnienie z jednoczesnym napężeniem kompozytu prowadzi do zmniejszenia szerokości rozwarcia istniejących rys oraz zmniejszenia przemieszczeń pionowych. Częstym problemem, z którym powszechnie spotykają się konstruktorzy, jest wstępne wyężenie elementów wymagających wzmocnienia. Nieuniknione jest w takich przypadkach pytanie o dopuszczalny poziom wyężenia pod wpływem istniejących obciążeń, który jeszcze dopuszcza wzmocnienie. Problem ten w badaniach doświadczalnych podejmowany jest bardzo rzadko, a jedyne jak dotąd badania elementów silnie obciążonych podczas ich wzmocniania na zginanie wykonano w Katedrze Budownictwa

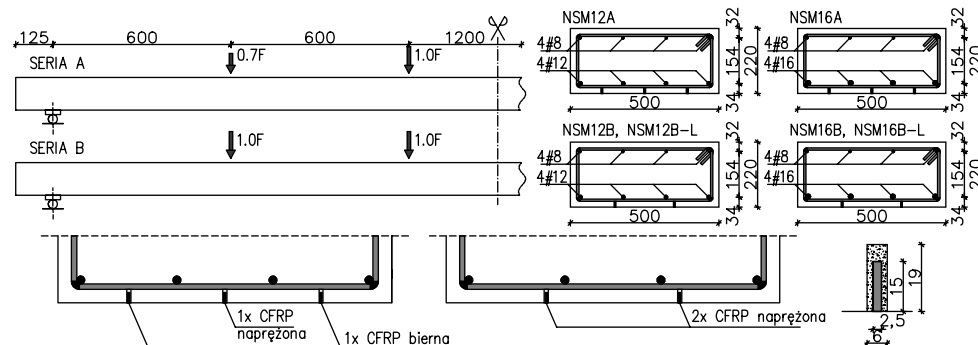
Betonowego PŁ. Dotyczyły one płyt żelbetowych wzmocnionych naprężonymi taśmami CFRP przyklejanymi na zewnętrznej powierzchni [1].

Wpływ poziomu wyężenia elementu na efektywność wzmocnienia analizowany jest również w omawianych badaniach. W 2013 roku w Laboratorium Badawczym KBB przeprowadzono badania żelbetowych płyt wzmocnionych na zginanie naprężonymi kompozytami z włókien węglowych NSM przy użyciu autorskiego systemu sprężającego objętego ochroną patentową nr No. 407898. Obiecujące wyniki badań, przeprowadzonych na elementach o niskim stopniu zbrojenia ($\rho_s = 0,49\%$), skłoniły autorów do kontynuowania podjętego tematu z uwzględnieniem wstępnego wyężenia elementów oraz połączenia techniki biernej i czynnej w elementach o wyższym stopniu zbrojenia. W pracy przedstawiono analizę wyników badań obu serii płyt wzmocnionych metodą NSM przy użyciu naprężonych i biernych taśm dla obu serii elementów różniących się stopniem zbrojenia zwykłego oraz określono stopień efektywności wzmocnienia na zginanie w odniesieniu do poziomu wyężenia płyt przed wzmocnieniem i stopnia istniejącego zbrojenia zwykłego.

2. Program badań

2.1. Opis elementów badawczych i sposobu wzmocnienia

Program badawczy obejmował sześć jednoprzęsłowych, swobodnie podpartych żelbetowych płyt o przekroju 500 x 220 mm, wzmocnionych na zginanie przy użyciu naprężonych taśm węglowych CFRP, metodą NSM. Elementy podzielono na dwie serie, różniące się liczbą i sposobem wzmocnienia. Seria A obejmowała trzy płyty wzmocnione trzema taśmami CFRP, z których tylko jedną (środkową) wklejono w stanie naprężonym, a dwie pozostałe wklejono bez wstępnego naprężenia, symetrycznie względem taśmy środkowej (rys. 1). W serii B zbadano trzy płyty wzmocnione dwiema naprężonym taśmami CFRP (rys. 1). Do wzmocnienia wszystkich płyt zastosowano taśmy węglowe o przekroju 2,5 mm x 15 mm. Stopień zbrojenia kompozytowego w płytach serii A i B, wzmocnionych odpowiednio trzema i dwiema taśmami, wyniósł $\rho_f = 0,10\%$ (seria A) i $\rho_f = 0,07\%$ (seria B). Schemat statyczny oraz wymiary przekroju poprzecznego pokazano na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat statyczny, zbrojenie płyt i sposób ich wzmocnienia

Drugim parametrem zmiennym był stopień zbrojenia zwykłego. Płyty zbrojono dołem czterema prętami o nominalnej średnicy 12 mm, co odpowiadało niższemu stopniowi zbrojenia stalowego ($\rho_s = 0,49\%$) (NSM12A, NSM12B i NSM12B-L), oraz czterema prętami o średnicy 16 mm, co oznaczało wyższy stopień stalowego zbrojenia ($\rho_s = 0,87\%$) (NSM16A, NSM16B, NSM16B-L). Zbrojenie górne we wszystkich elementach stanowiły

cztery pręty o nominalnej średnicy 8 mm. Zbrojenie na ścinanie wykonano w postaci strzemion o średnicy 8 mm rozłożonych równomiernie w odstępach 150 mm. Betonowa otulina zbrojenia głównego wynosiła 28 mm. Trzecim parametrem analizowanym w badaniach był stopień wyężenia płyt przed i podczas ich wzmacniania. Po dwie płyty w każdej serii wzmocniono jedynie pod ciężarem własnym, co odpowiadało wyężeniu 14% oraz 25% momentu powodującego uplastycznienie zbrojenia zwykłego, odpowiednio w niewzmocnionych elementach o wyższym (NSM16A, NSM16B) i niższym stopniu zbrojenia zwykłego (NSM12A, NSM12B). Jedną płytę każdej serii (NSM12B-L, NSM16B-L) obciążono czterema siłami o wartości $F = 5$ kN, przez co uzyskano wyężenie elementów na poziomie 60% momentu uplastyczniającego zbrojenie stalowe „świadka”.

Wyniki badań użytych materiałów zamieszczono w tabeli 1. Wytrzymałość betonu określono w dniu badania płyt na próbkach sześciennych o boku 150 mm i walcowych o wymiarach 150 x 300 mm. Badanie taśm CFRP na rozciąganie potwierdziło sprężysto – liniową charakterystykę tego materiału w całym zakresie obciążeń.

Tabela 1. Charakterystyki wytrzymałościowe materiałów użytych w badaniach

Material		Seria A				Seria B			
		NSM12		NSM16		NSM12		NSM16	
		8	12	8	16	8	12	8	16
Stal	E_s [GPa]	186,1	191,3	196,4	198,0	205,5	214,0	205,5	204,9
	f_y [MPa]	416,2	539,6	555,8	595,0	554,9	563,4	554,9	578,3
	f_u [MPa]	734,1	627,5	646,0	672,0	608,9	651,7	608,9	693,8
Beton	f_{ck} [MPa]	46,0		53,9		51,0		52,0	
	$f_{c,cube}$ [MPa]	44,9		59,5		60,0		60,1	
	$f_{ct,sp}$ [MPa]	3,95		4,3		4,5		4,1	
	E_{cm} [GPa]	25,3		24,0		25,8		24,3	
CFRP	E_f [GPa]	160*							
	f_{fu} [MPa]	2800*							
	ε_{fu} [%]	17*							

* wartość podana przez producenta

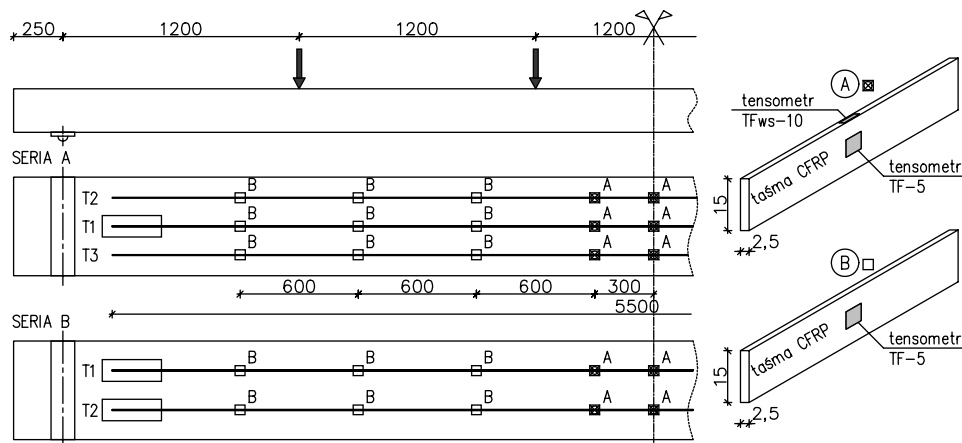
W zależności od serii i poziomu wstępnego wyężenia płyt w różny sposób realizowano wzmocnienie. Na ogół obejmowało ono kilka etapów. Bruzdy o wymiarach 6 mm szerokości i 19 mm głębokości wycięto w betonowej otulinie, układając belkę w pozycji odwróconej. Natomiast wzmacnianie wykonywano na właściwym stanowisku badawczym w pozycji sufitowej, co pozwoliło zweryfikować rzeczywiste warunki montażu autorskiego systemu kotwiąco-sprężającego do wzmocnień NSM. Płyty wzmocniono taśmami naprężonymi do poziomu odkształceń około 6‰, co stanowiło ok. 35% granicznych odkształceń kompozytu. Szczegółowe zestawienie zrealizowanego naprężenia taśm we wszystkich elementach zamieszczono w tabeli 3.

Aby uniknąć zakotwień na końcach taśm, autorzy zastosowali jednostopniową redukcję siły sprężającej. Czynność tę wykonano zmniejszając stopniowo siłę sprężającą na końcowym odcinku taśmy o długości 600 mm. Odcinek ten podzielono na dwa segmenty o długości 300 mm i po osiągnięciu planowanych odkształceń naprężonej taśmy wynoszących 6‰ w środkowej części taśmy, ogrzano przedskrajny odcinek taśmy przyspieszając wiązanie kleju. W ten sposób po związaniu kleju na tym odcinku można było zmniejszyć siłę naciągu taśmy do połowy (co odpowiadało odkształceniu taśmy na jej końcowym odcinku o długości 300 mm równemu 3‰). W trakcie operacji zmniejszania siły sprężającej odkształcenia na odcinku środkowym taśmy pozostawały niezmiennie.

W elementach serii A wzmacnianych pod ciężarem własnym, w pierwszej kolejności wklejono naprężoną taśmę środkową, a w drugim etapie wklejono dwie nienaprężone taśmy, symetrycznie po bokach taśmy czynnej (rys. 1). W elementach serii B, wzmacnianych pod ciężarem własnym, najpierw wklejono pierwszą naprężoną taśmę, a następnie po związaniu kleju i przestawieniu systemu kotwiąco sprężającego, drugą taśmę w podobny sposób. W elementach wzmacnianych pod obciążeniem zewnętrznym (niezależnie od serii), proces wklejenia taśm poprzedzono obciążeniem płyt, utrzymywanym przez cały czas ich wzmacniania bez odciążenia elementu.

3. Przebieg i wyniki badań

W trakcie badań mierzono przemieszczenia pionowe (9 czujników LVDT), odkształcenia betonu w strefie ściskanej (5 czujników) i rozciąganej (13 czujników) w poziomach górnego i dolnego zbrojenia podłużnego oraz odkształcenia taśm CFRP przy użyciu tensometrów elektrooporowych (rys. 2).



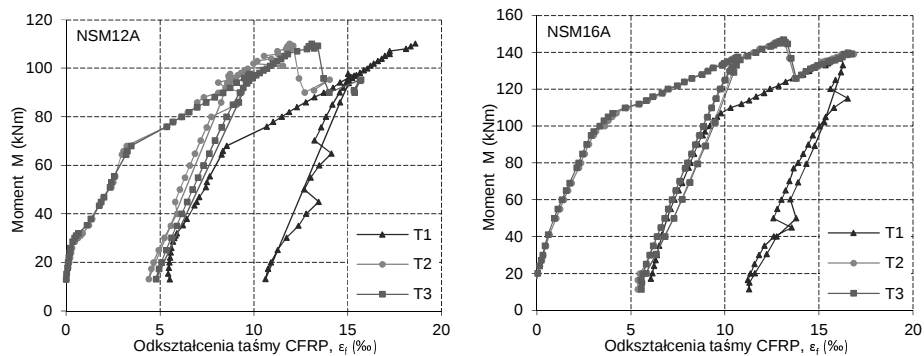
Rys. 2. Schemat rozmieszczenia tensometrów na taśmach CFRP

W płytach serii A ustabilizowany poziom naprężeń taśm po wzmocnieniu odpowiadał odkształceniom 5,4‰ i 6,1‰ (odpowiednio NSM12A i NSM16A). W elementach wzmocnionych dwiema taśmami CFRP (seria B) odkształcenia naprężonych kompozytów po wzmocnieniu wahały się od 4,4‰ do 5,4‰.

Niezależnie od serii, stopnia zbrojenia stalowego i kompozytowego, do zniszczenia doszło na skutek zerwania kompozytów, co świadczy o pełnym wykorzystaniu ich wytrzymałości na rozciąganie. Maksymalne odkształcenia kompozytów uzyskane w badaniach serii A wyniosły 18,6‰ i 17,1‰ w taśmach naprężonych oraz od 14,9‰ do 17,9‰ w taśmach nienaprężonych. W elementach serii B maksymalne odkształcenia taśm CFRP zarejestrowane w badaniach wahały się od 14,7‰ do 18,3‰.

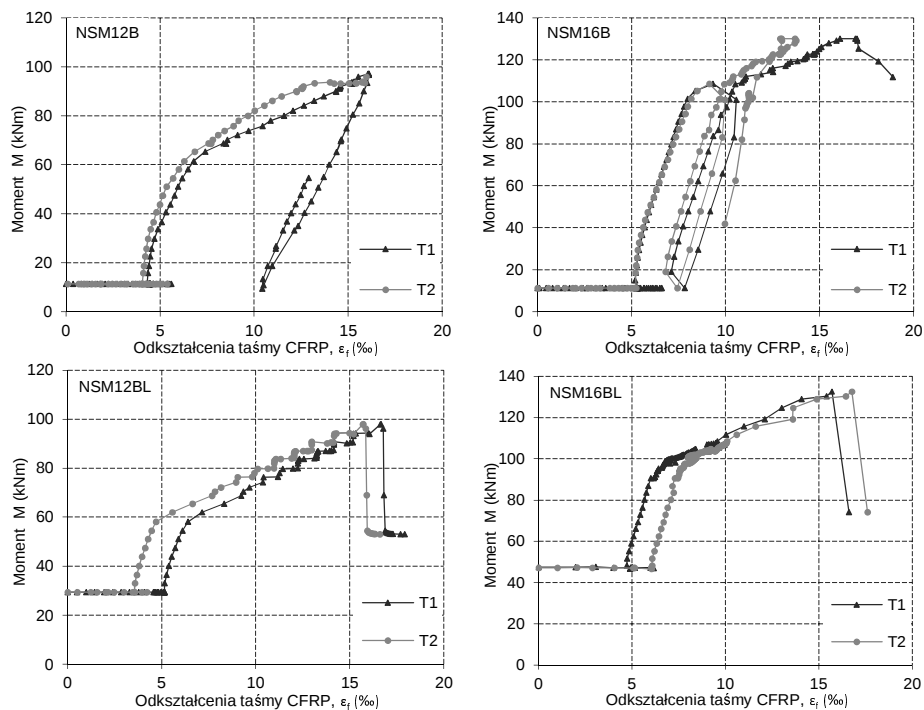
Z pomiarów odkształceń taśm w płytach serii A wynika, że niezależnie od stopnia zbrojenia zwykłego (NASM12, NSM16) oraz typu taśmy (bierna, naprężona), odkształcały się one równomiernie, o czym świadczy jednakowe pochylenie wykresów odkształceń naprężonej taśmy (T1) i nienaprężonych taśm (T2, T3), w funkcji momentu zginającego (rys. 3). Równoległe przesunięcie pierwszego wykresu (T1) względem dwóch pozostałych jest wynikiem naprężenia taśmy środkowej przed wklejeniem do poziomu odkształceń równych 5,4‰ i 6,1‰, odpowiednio w płycie o niskim (NSM12A) i wysokim (NSM12B)

stopniu zbrojenia zwykłego. Z porównania wykresów odkształcenia taśmy naprężonej (T1) i biernych (T2, T3) widać, że po zerwaniu tej pierwszej, pozostałe dwie taśmy przejęły naprężenia rozciągające do momentu osiągnięcia wytrzymałości na rozciąganie (co widać na wykresach T2 i T3 w postaci nagłych spadków wartości momentów przy odkształceniach równych 14,9‰ i 16,4‰ w płycie NSM12A oraz 17,9‰ i 17,7‰ w płycie NSM16A).



Rys. 3. Średnie odkształcenia taśm na odcinku czystego zginania w płytach serii A

Odciażenia widoczne na wykresach płyt NSM12A i NSM16B były wynikiem konieczności zmiany wysunięcia siłowników, które po odciażeniu wykręcono do poziomu pozwalającego na osiągnięcie wyższych ugięć płyt po ponownym obciążeniu aż do zniszczenia.

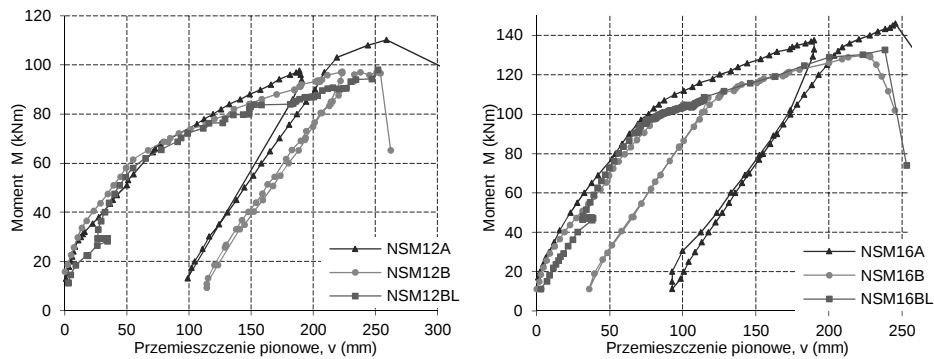


Rys. 4. Średnie odkształcenia taśm na odcinku czystego zginania w płytach serii B

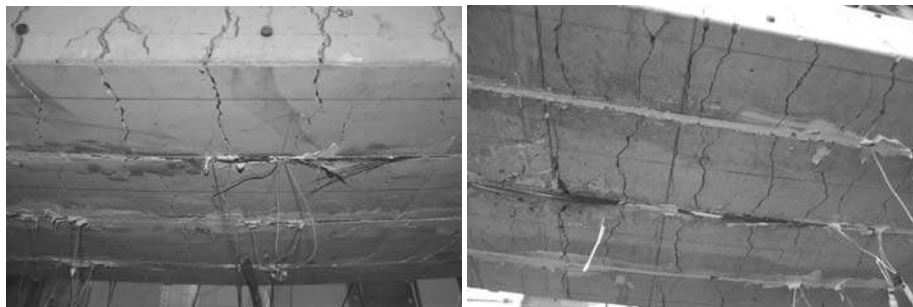
Wykresy odkształceń naprężonych taśm w płytach serii B, wzmacnianych pod ciężarem własnym, świadczą o równomiernej pracy obu taśm, podczas gdy w płytach wyteżonych przed wzmocnieniem, widoczne są różnice w odkształceniach taśm. Można przypuszczać, że powodem tych różnic jest kolejne wklejanie taśm jedna po drugiej, na co wskazuje spadek odkształceń w pierwszej naprężonej taśmie po wklejeniu drugiej. Te różnice zacierają się jednak w chwili uplastycznienia zbrojenia zwykłego (rys. 4).

Wyniki badań potwierdzają wysoką skuteczność wzmocnienia naprężonymi taśmami, nawet jeśli do wzmocnienia dochodzi po znaczącym wyteżeniu elementu na poziomie około 60% nośności elementu niewzmocnionego. Z porównania wykresów ugięć w połowie rozpiętości płyt serii B w funkcji momentu zginającego wynika, że niezależnie od poziomu wyteżenia elementów przed wzmocnieniem, zachowują się one podobnie po wzmocnieniu (rys. 5). Nieznaczne różnice wykresów ugięć płyt wzmocnionych pod ciężarem własnym ($0,25\%M_{0u}$) i wyteżonych pod obciążeniem zewnętrznym ($0,60\%M_{0u}$) występują tuż przed zniszczeniem elementów o niższym stopniu zbrojenia, podczas gdy w elementach silniej zbrojonych (prętami o średnicy 16 mm) nie obserwuje się żadnych różnic po wzmocnieniu (rys. 5). Płyty wzmocnione jedną naprężoną i dwiema biernymi taśmami CFRP wykazały większą nośność na zginanie niż płyty wzmocnione dwiema naprężonymi taśmami, gdyż o nośności decyduje pole wklejonego zbrojenia, a nie stopień jego naprężenia.

Wszystkie elementy zniszczyły się na skutek osiągnięcia granicznych odkształceń taśm CFRP, przy czym jako pierwsze ulegały zerwaniu taśmy naprężone, a dopiero potem taśmy wklejone biernie (rys. 6). Dodatkowo w elemencie NSM16A doszło do zmiążdżenia betonu w ściskanej strefie przekroju.



Rys. 5. Przemieszczenia w połowie rozpiętości płyt o niskim (lewy) i wysokim (prawy) stopniu zbrojenia



Rys. 6. Sposób zniszczenia płyt serii A (lewa) i B (prawa)

W tabeli 2 zamieszczono wartości momentów zginających odpowiadających zarysowaniu (M_{cr}), uplastycznieniu wewnętrznego zbrojenia zwykłego (M_y) oraz zniszczeniu płyt (M_u) wraz z odpowiadającymi wartościami przyrostów tych momentów (ΔM), w porównaniu z elementami referencyjnymi. Miara efektywności wzmocnienia (określanej mianem stopnia wzmocnienia) jest iloraz przyrostu momentu niszczącego dla elementu wzmocnionego (M_u) i niewzmocnionego (M_{u0}) do tego drugiego momentu niszczącego (1):

$$\Delta M_u = \frac{M_u - M_{u0}}{M_{u0}} \quad (1)$$

Tabela 2. Wyniki badań doświadczalnych

Element	M_{cr} [kNm]	ΔM_{cr} [%]	M_y [kNm]	ΔM_y [%]	M_u [kNm]	ΔM_u [%]
B12*	13,0	-	46,5		46,5	-
NSM12A	27,0	108	70,0	50	110,2	134
NSM12B	33,5	158	61,5	32	97,0	108
NSM12B-L	-	-	58,5	26	98,0	111
B16*	15,0	-	84,0		84,7	-
NSM16A	33,0	120	100,0	19	146,9	73
NSM16B	29,0	93	98,0	16	130,0	53
NSM16B-L	-	-	100,1	19	133,0	57

Nośność elementów niewzmocnionych obliczono przy użyciu modelu nieliniowej analizy żelbetowych elementów prętowych [3]. Efektywność wzmocnienia istotnie zależy od stopnia istniejącego zbrojenia zwykłego. Płyty o niższym stopniu zbrojenia zwykłego, wykazały wyższy przyrost nośności, w przedziale od 108% do 134%, niż płyty o wyższym stopniu zbrojenia, w których osiągnięto stopień wzmocnienia w zakresie od 53% do 73%. W elementach serii A wzmocnionych trzema taśmami CFRP przyrost nośności na zginanie był wyższy (134% NSM12A) niż w odpowiadających elementach serii B (108% NSM16B), wzmocnionych dwiema naprężonymi taśmami CFRP.

Sprężenie płyt przy użyciu taśm CFRP spowodowało znaczący przyrost momentu rysującego, wynoszący od 93% (NSM16B) do 158% (NSM12B) w porównaniu z płytą referencyjną oraz opóźniło uplastycznienie zbrojenia stalowego (tabela 2). W elementach wzmocnionych dwiema taśmami CFRP, przyrost wartości momentu uplastycznienia zbrojenia wyniósł 16% i 19% (seria B), natomiast w płytach wzmocnionych trzema taśmami uzyskano wzrost wartości tego momentu w przedziale od 26% do 50% (seria A). W tabeli 3 zestawiono wstępne ugięcia płyt wywołane sprężeniem taśm CFRP (v_p), moment zginający odpowiadający dopuszczalnemu ugięciu w stanie granicznym użytkowości (30 mm) $M_{(L/200)}$ oraz ugięcie odpowiadające maksymalnemu momentowi zginającemu $v_{M(max)}$.

Tabela 3. Wyniki badań doświadczalnych

Element	Stopień wyteżenia płyt	Stopień naprężenia taśm				v_p [mm]	$M_{(L/200)}$ [kNm]	$\Delta M_{(L/200)}$ [%]	$v_{M(max)}$ [mm]
		ε_p [%o]		σ_p [MPa]					
B12*	-	-		-		-	24,0	-	-
NSM12A	0,25 M_{ou}	5,4		864		-1,9	41,0	70,0	258
NSM12B		4,6	4,7	736	752	-6,4	44,0	83,0	256
NSM12B-L	0,60 M_{ou}	5,1	4,3	816	688	-7,7	26,0	-	250
B16*	-	-		-		-	35,5	-	-
NSM16A	0,14 M_{ou}	6,1		976		-1,7	51,0	44,0	245
NSM16B		5,4	5,4	864	704	-3,6	60,0	69,0	230
NSM16B-L	0,60 M_{ou}	5,2	6,1	826	973	-5,2	35,0-	-	236

4. Wnioski

Wyniki badań płyt wzmocnionych na zginanie przy użyciu naprężonych taśm CFRP pozwalają na sprecyzowanie następujących wniosków:

- zniszczenie elementów następuje zawsze na skutek zerwania taśm CFRP, nawet tych wklejonych bez naprężenia,
- efektywność wzmocnienia zależy głównie od stopnia zbrojenia zwykłego; w badaniach osiągnęła wartości wynoszące od 53% do 134%,
- wstępne obciążenie elementu do poziomu 60% momentu odpowiadającego uplastycznieniu zbrojenia zwykłego nie wpłynęło negatywnie na stopień redukcji ugięć i szerokości rys,
- sprężenie metodą NSM ma szczególnie korzystny wpływ na warunki stanu granicznego użytkowalności; świadczy o tym ponad 70% wzrost obciążenia odpowiadającego dopuszczalnemu ugięciu elementu ($L/200 = 30$ mm), w porównaniu z elementem niewzmocnionym; dotyczy to również płyt bardzo silnie wyężonych przed wzmocnieniem.

Literatura

1. Kotynia R., Lasek K., Staśkiewicz M., 2013. Flexural Behavior of Preloaded RC Slabs Strengthened with Prestressed CFRP Laminates. *Journal of Composites for Construction*. Online Publication.
2. Przygocka M., Lasek K., Kotynia R., 2015. Wzmacnianie żelbetowych płyt naprężonymi taśmami węglowymi CFRP wklejanymi w bruzdy wycięte w betonowej otulinie. *Konferencja Naukowo-Techniczna Konstrukcje sprężone*, Kraków, 201-204
3. Czkwianianc A., Kamińska M.E., 1993. Metoda nieliniowej analizy żelbetowych elementów prętowych. KILiW PAN IPPT, *Studia z Zakr. Inżynierii* 36.

Preloading effect on strengthening effectiveness of RC slabs strengthened with pretensioned FRP composites

Renata Kotynia, Marta Przygocka, Krzysztof Lasek

*Faculty of Civil Engineering, Architecture and Environmental Engineering,
Lodz University of Technology,
e-mail: renata.kotynia@p.lodz.pl, martaprzygocka@wp.pl, krzysztof.lasek@p.lodz.pl*

Abstract: The paper concerns the issue of strengthening the reinforced concrete members with pretensioned CFRP strips (carbon fibre reinforced polymer). The research consists of six concrete members strengthened in flexure with carbon strips glued in the grooves in the concrete cover – NSM (near surface mounted) method. The main division of the tested members has been made presented according to strengthening configuration. Series A slabs have been strengthened with one pretensioned strip and two non-pretensioned strips, while series B slabs have been strengthened with two pretensioned CFRPs. The influence of complex strengthening with active and non-active strips on the serviceability state of the strengthened slabs has been analysed. So far the research is the only one carried out in Poland and one of the few in the world that demonstrates the application of the NSM prestressing technique in flexural strengthening. The practical aspect of the research refers to the preloading effect on the strengthening efficiency, which has been assumed as 14%, 25% and 60% of the yield strength of nonstrengthened slabs.

Keywords: strengthening, flexure, CFRP strips, NSM, prestressing, RC slabs, load capacity, strain

Próba teoretycznej analizy krępych płyt żelbetowych na przebicie

Jakub Krakowski¹, Jacek Świniarski², Tadeusz Urban³

^{1,3} Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska, Politechnika Łódzka,
e-mail: jakub.krakowski@p.lodz.pl, tadeusz.urban@p.lodz.pl

² Wydział Mechaniczny, Politechnika Łódzka,
e-mail: jacek.swiniarski@p.lodz.pl

Streszczenie: Jednym z aspektów prowadzonych badań dotyczących płyt krępych z niskim stopniem zbrojenia była próba teoretycznego opisanie zjawiska przebicie modelem kratownicowym typu Strut and Tie (S-T). Jako punkt wyjścia przyjęto koncepcję modelu zaproponowanego przez zespół Rizka, Marzouka i Tillera, który został wykalibrowany dla płyt o normalnej smukłości. W przypadku analizowanych elementów, teoretyczne nośności obliczane za pomocą tego modelu dawały wyniki znacząco różniące się od eksperymentalnych. Przyczyną takiego stanu rzeczy jest błędnie określana wysokość strefy ściskanej w stanie granicznym zniszczenia. W pracy przedstawiono wyniki badań numerycznych oszacowania tego parametru. Otrzymane wartości zostały porównane z wynikami własnych badań eksperymentalnych. Zakres analizy obejmował wyłącznie elementy bez zbrojenia poprzecznego, obciążone osiowo symetrycznie.

Słowa kluczowe: metoda kratownicowa (Strut and Tie), MES, przebicie osiowe, smukłość ścinania, fundament

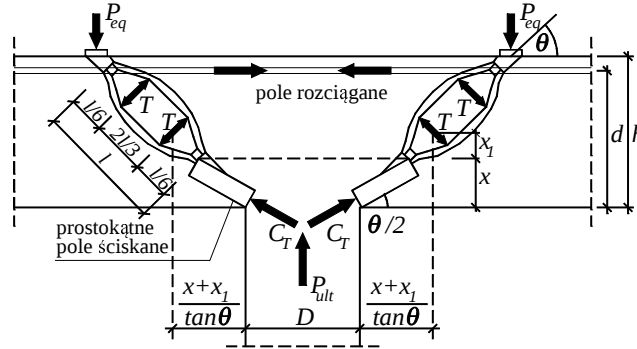
1. Wprowadzenie

W praktyce inżynierskiej ustalenie nośności na przebicie płyt żelbetowych polega na wyznaczeniu iloczynu stycznych naprężeń granicznych i pewnej powierzchni przekroju obwodu kontrolnego w sąsiedztwie podpory. W świetle różnych przepisów i zaleceń odległość obwodu kontrolnego od lica słupa zmieniała się w znacznym zakresie. Dla płyt smukłych, jakimi są stropy budynków odległość ta wynosiła od 0,5 do $2d$. Eurokod 2 [1] przy określaniu siły przebijającej w fundamentach (w płytach krępych) wprowadził warunek zmuszający projektanta do uwzględnienia w obliczeniach wszystkich możliwych obwodów kontrolnych znajdujących się pomiędzy krawędzią słupa i skrajnym obwodem w odległości $2d$. Do każdego obwodu przypisane są inne naprężenia graniczne, które zależą od ilorazu $2d/a$, gdzie a – jest odległością obwodu kontrolnego od krawędzi słupa. W ten sposób Eurokod 2 uwzględnia wpływ smukłości ścinania na nośność płyt na przebicie. W elementach krępych, a takimi są fundamenty, smukłość ścinania odgrywa istotną rolę. W płytach, w których rozpiętość przęsła zazwyczaj spełnia zależność $l_{eff} \leq 15d$, ukośna rysa niszcząca zwykle nachylona jest pod kątem θ większym od 30° . Obecne podejścia obliczeniowe niewiele mają wspólnego ze zjawiskiem fizycznym stanu granicznego nośności na przebicie.

Niemniej jednak podejmowane są próby opisanie tego zjawiska modelami kratownicowymi typu S-T (Strut and Tie). Bazują one na klasycznym podejściu i założeniach opisanych przez Kinnunena i Nylandera [2], których kontynuatorami byli Broms [3] i Hallgren [4-5] a obecnie Rizk, Marzouk i Tiller [6, 7].

2. Model S-T

Model S-T strefy przysłupowej symetrycznie obciążonej, bez zbrojenia poprzecznego zaproponowany przez Rizka, Marzouka i Tillera [6, 7] przedstawia rysunek 1.



Rys. 1. Model S-T dla symetrycznego przebiecia, bez zbrojenia poprzecznego według Rizka i innych [7, 8]

Siła rozciągająca przejmowana jest przez zbrojenie główne płyty. Pręt ściskany S reprezentowany jest przez prostokątne pole ściskane (*rectangular shaped compressive field*) i zastrzał ściskany o kształcie butelkowym. Zastrzał ten stanowi sam w sobie lokalny model S-T. Według autorów tego modelu nośność na przebiecie elementów symetrycznie obciążonych, bez zbrojenia poprzecznego, wyraża się wzorem:

$$P_{ult} = \pi \left(D + \frac{2x}{\tan \theta} \right) \cdot \frac{x \cdot \sin \frac{\theta}{2}}{\sin \theta} f_{cu} \cdot \left(\frac{l_{ch}}{d} \right)^{0,33} \sin \frac{\theta}{2} \quad (1)$$

gdzie:

D – średnica słupa (w przypadku słupa kwadratowego $D = 4c/\pi$, c – bok słupa),

x – wysokość strefy ściskanej,

x_1 – odległość od płaszczyzny neutralnej do środka dolnej siły rozciągającej w krzyżulcu ściskanym,

f_{cu} – graniczne naprężenia ściskające w stożkowej powłoce lub wytrzymałość kostkowa betonu,

d – wysokość użyteczna,

θ – kąt nachylenia rysy ukośnej.

Autorzy modelu do określenia charakterystycznej długości l_{ch} występującej we wzorze (1) zalecają wykorzystać zależność:

$$l_{ch} = -3,84 f_c + 580 \text{ [mm]} \quad (2)$$

w której wytrzymałość betonu na ściskanie f_c określona jest na próbkach walcowa.

Rizk i inni oparli swoje rozważania dotyczące wysokości strefy ściskanej x na zaleceniach Theodorakopoulou i Swamy'ego [8]. Według autorów niniejszej pracy przedstawione podejście określania osi obojętnej prowadzi do znacznych niedoszacowań nośności modeli krępych bez zbrojenia poprzecznego [9], (patrz również tabela 3).

3. Model numeryczny

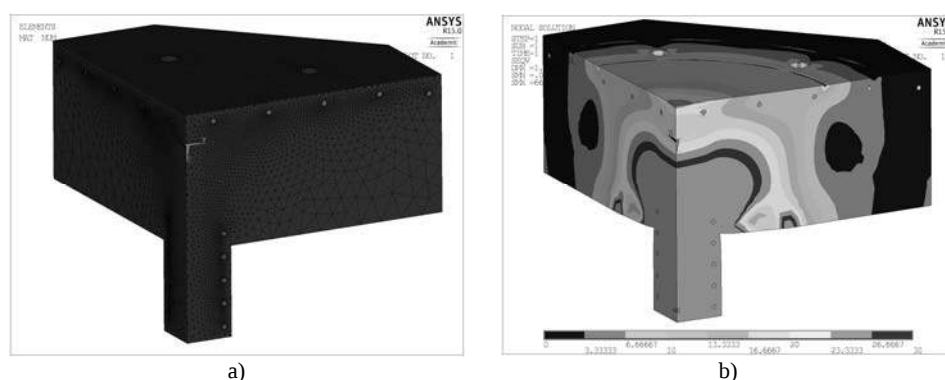
Badania laboratoryjne przedstawione w pracy [10] i częściowo prezentowane również w pracach [11] i [12] nie wyczerpały tematu zachowania się elementów krępych bez

zbrojenia poprzecznego. Co więcej, modele kratownicowe według [7] i [8] nie dały satysfakcjonujących rezultatów. Dlatego została podjęta próba modyfikacji podejścia kratowniczowego z uwzględnieniem wyników uzyskanych za pomocą modelowania numerycznego. Dla pięciu płyt zbadanych eksperymentalnie zbudowano modele numeryczne wykorzystując system obliczeniowy ANSYS v15. W tabeli 1 zestawiono główne parametry analizowanych płyt.

Tabela 1. Parametry płyt z badań własnych

Model	h	d	θ	f_c	$f_{ct,sp}$	E_c	$l_{ch}(2)$	f_y	ρ_l	V_{test}
	[mm]	[mm]	[°]	[MPa]	[MPa]	[GPa]	[mm]	[MPa]	[%]	[kN]
P-15-0,31	150	127	31,0	33,7	3,40	25,3	450,6	533	0,31	351
P-20-0,22	200	175	38,7	37,3	3,40	26,5	436,8	533	0,22	503
P-25-0,27	250	222	45,0	37,0	3,10	27,3	437,9	534	0,27	824
P-30-0,22	300	274	50,2	36,0	3,10	27,1	441,8	534	0,22	950
P-35-0,00*	350	-	54,0	37,0	3,40	27,1	437,9	-	0,00	950
-* - w modelu P-35-0,00 nie było zbrojenia głównego										

Dyskretyzacji dokonano elementami bryłowymi ośmiowęzłowymi o trzech stopniach swobody w każdym węźle. Wzmocnienie w postaci zbrojenia zostało zdyskretyzowane dwuwęzłowymi belkowymi elementami o sześciu stopniach swobody w każdym węźle. Podparcie zrealizowano jako warunki symetrii na bocznych ścianach wyciągniętego segmentu z całej konstrukcji. Obciążenie natomiast przykładano w postaci ciśnienia powierzchniowego na wierzch słupka modelu, odzwierciedlało to sposób badania elementów w laboratorium.



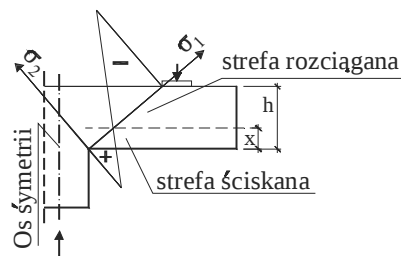
Rys. 2. Model numeryczny: a) podział na siatkę ES, b) wyniki naprężeń zredukowanych dla P-30-0.22

Na potrzeby tej pracy materiał modelu przyjęto jako idealnie liniowo sprężysty zarówno dla betonu, jak i stali; tabela 2 przedstawia własności materiału wykorzystanego w analizie MES.

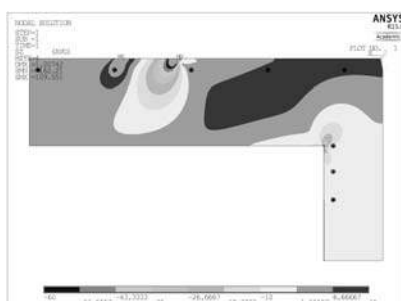
Tabela 2. Właściwości materiałów przyjętych do analizy MES

	E_{cm}	ν
	[GPa]	
Beton	26,7	0,1
Stal	210,1	0,3

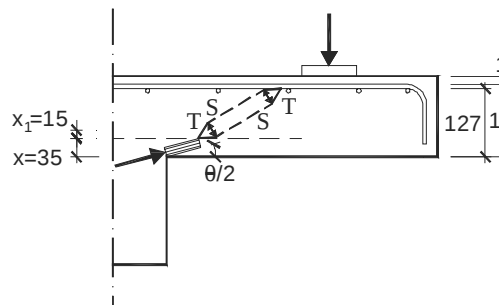
W toku dokonanych obliczeń numerycznych została określona wysokość strefy ściskanej. W tym celu poszukiwano miejsca zmiany znaku naprężeń σ_2 (rys. 3). Rysunki 4 do 8 przedstawiają otrzymane wyniki.



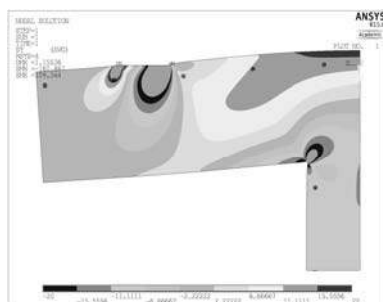
Rys. 3. Przyjęty układ współrzędnych



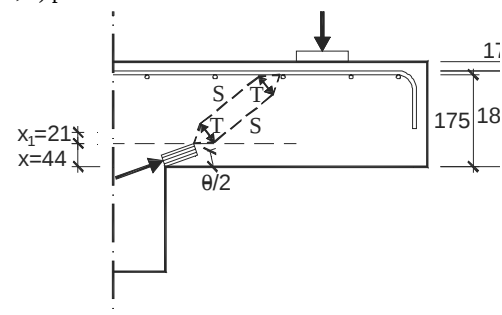
a)



b)

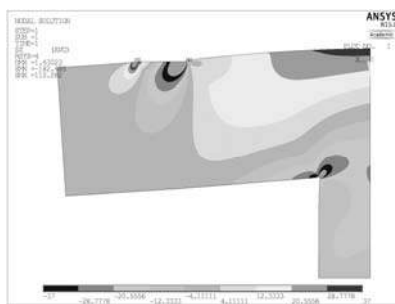
Rys. 4. Model P⁻15-0,31: a) model ES, b) położenie elementów modelu S-T

a)

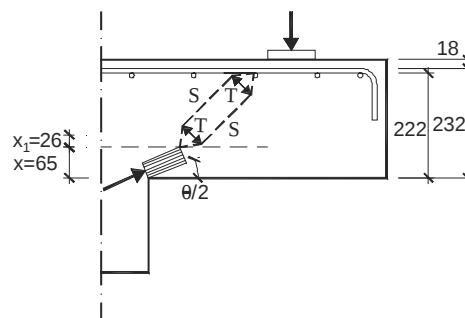


b)

Rys. 5. Model P⁻20-0,22: a) model ES, b) położenie elementów modelu S-T

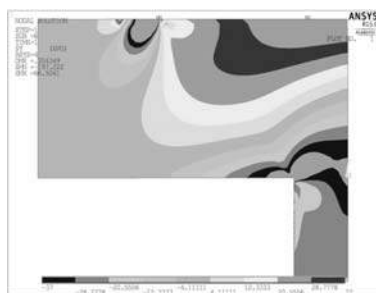


a)

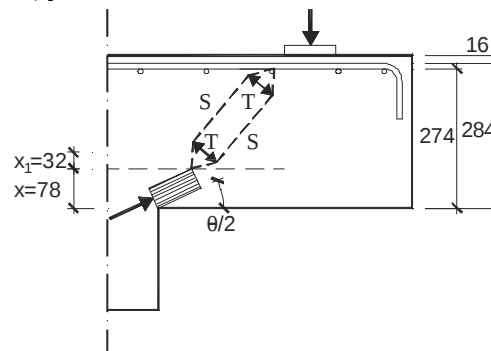


b)

Rys. 6. Model P-25-0,27: a) model ES, b) położenie elementów modelu S-T

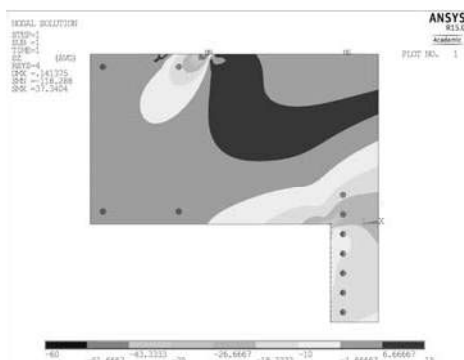


a)

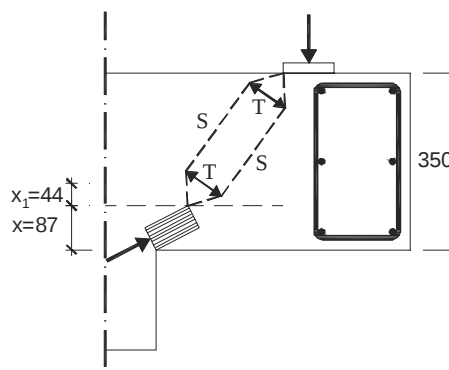


b)

Rys. 7. Model P-30-0,22: a) model ES, b) położenie elementów modelu S-T



a)



b)

Rys. 8. Model P-35-0,00 a) model ES, b) położenie elementów modelu S-T

4. Analiza wyników

Przedstawiona procedura obliczeniowa S-T zaproponowana przez Rizka i innych [6], [7] stanowiła punkt wyjścia w analizie wyników. W związku z niesatysfakcjonującymi wynikami w oszacowaniu wysokości strefy ściskanej w podstawowej procedurze, autorzy niniejszej pracy wykorzystali wyniki badań numerycznych. W tabeli 3 zestawiono wysokości stref ściskanych według [6] i [7] – x oraz analizy MES – x_{ES} .

Tabela 3. Porównanie nośności eksperymentalnych z nośnościami teoretycznymi

Model	x	$V_{cal}(x)$	$\frac{V_{test}}{V_{cal}(x)}$	$V_{cal}(x_{ES})$	x_{ES}	$\frac{V_{test}}{V_{cal}(x_{ES})}$
	[mm]	kN		kN	[mm]	
P`15-0,31	13,2	90,7	3,87	312,7	35,0	1,12
P`20-0,22	13,0	105,8	4,76	476,6	44,0	1,06
P-25-0,27	20,1	181,5	4,54	807,3	65,0	1,02
P-30-0,22	21,2	193,6	4,91	999,6	78,0	0,95
P-35-0,00	-	-	-	1131	87,0	0,88
Średnia			4,52			1,01
Standardowe odchylenie			0,40			0,08
Współczynnik zmienności			0,09			0,08
x – wysokość strefy ściskanej wg Theodorakopoulou i Swamy'ego [8], x_{ES} – wysokość strefy ściskanej wg modelu numerycznego. V_{test} – siła niszcząca/ nośność modelu eksperymentalnego, V_{cal} – siła niszcząca wyznaczona wg modelu S-T.						

Przeszacowanie wartości siły niszczącej $V_{cal}(x_{ES})$ w przypadku modelu P-35-0,00 częściowo można tłumaczyć brakiem zbrojenia głównego. W modelu eksperymentalnym zastosowano tylko zbrojenie obwodowe, którego dokładny opis przedstawiony został w pracy [10]. Rizk i inni w zaproponowanym modelu S-T przyjmowali, że siła rozciągająca przejmowana jest przez zbrojenie główne płyty (rys. 1). Co więcej, oszacowanie parametru x przedstawione przez Theodorakopoulou i Swamy'ego [8] jest poprawne tylko dla elementów, w których występuje zbrojenie podłużne.

W przypadku pozostałych wyników powyższa analiza potwierdziła wysuniętą przez autorów niniejszej pracy już wcześniej [9] konieczność udoskonalenia metody ściślejszego określania wysokości strefy ściskanej dla płyt krępych.

5. Wnioski

Model S-T w wersji zaproponowanej przez Rizka i innych [6, 7] do analizy wytrzymałościowej żelbetowych płyt krępych okazał się niezadowalający. Najprawdopodobniej z powodu przyjęcia metodyki szacowania wysokości strefy ściskanej według propozycji Theodorakopoulou i Swamy'ego [8], która dla płyt z niskim wskaźnikiem smukłości ścinania ($\lambda \leq 2$) i stopniem zbrojenia była nietrafiona.

Wykorzystanie analizy numerycznej pozwoliło w satysfakcjonujący sposób oszacować wysokość strefy ściskanej w elementach krępych i w rezultacie poprawnie oszacować siłę niszczącą w modelach S-T.

Jednakże mała liczba uzyskanych wyników nie uprawnia jeszcze do zaproponowania korekty procedury obliczeniowej dla elementów krępych, ale wydaje się dobrym kierunkiem do osiągnięcia tego celu.

Literatura

1. PN-EN 1992-1-1:2008/NA:2010 Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
2. Kinnunen S, Nylander H., 1960. Punching of concrete slabs without shear reinforcement. Transactions No. 158, Royal Institute of Technology, Stockholm, 112.
3. Broms C.E., 1990. Punching of flat plates – A question of concrete properties in biaxial compression and size effect. *ACI Structural Journal* 87(3), May-June, 292-304.
4. Hallgren M., 1996. Punching shear capacity of reinforced high strength concrete slabs. Doctoral Thesis, KTH Stockholm, TRITA-BKN, Royal Institute of Technology, Stockholm, Bull. 23, 206.
5. Hallgren M., 2001. Modified Mechanical Model by Hallgren. Punching of structural concrete slabs. *FIB Bulletin* 12, April, 46-55.
6. Marzouk H., Rizk E., Tiller R., 2010. Design of Shear Reinforcement for Thick Plates Using a Strut-And-Tie Model, *Can. J. Civ. Eng.* 37(2), 181-194.
7. Rizk E., Marzouk H., Tiller R., 2012. Design of thick Concrete Plates Using Strut-And-Tie Model, *ACI Structural Journal* 109(5), September-October, 677-686.
8. Theodorakopoulos D., Swamy R., 2002. Ultimate Punching Shear Strenght Analysis of Slab-Column Connections, *Cement and Concrete Composites* 24(6), 509-521.
9. Urban T., Krakowski J., 2014. Nośność na przebicie krępych płyt żelbetowych – badania i analiza metodą S-T, *Politechnika Lubuska Wydział Budownictwa i Architektury, Budownictwo i Architektura* 13(3), 183-191.
10. Urban T., Krakowski J., Gołdyn M., Krawczyk Ł., 2013. Przebicie żelbetowych płyt krępych (Punching of RC plates). *Zeszyt Nr 19 Katedry Budownictwa Betonowego Politechniki Łódzkiej*, 174.
11. Urban T., Sitnicki J., Krakowski J., 2012. O przebicciu żelbetowych płyt krępych. *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Budownictwo i Inżynieria Środowiska* 283(59) 3/2012/II, 125-132.
12. Urban T., Gołdyn M., Krakowski J., Krawczyk Ł., 2013. Experimental Investigation on Punching Behavior of Thick Reinforced Concrete Slabs. *Archives of Civil Engineering* LIX(2), 157-174.

Theoretic analysis of punching shear behaviour of thick concrete slabs

Jakub Krakowski¹, Jacek Świniarski², Tadeusz Urban³,

^{1,3} *Faculty of Civil Engineering, Architecture and Environmental Engineering,
Lodz University of Technology,
e-mail: jakub.krakowski@p.lodz.pl, tadeusz.urban@p.lodz.pl*

² *Faculty of Mechanical Engineering, Lodz University of Technology,
e-mail: jacek.swiniarski@p.lodz.pl*

Abstract: One of the aspects of our investigation was to conduct a theoretical analysis using Strut and Tie model (S-T model), punching shear behaviour of thick concrete slabs with low reinforcement ratio. The model proposed by Rizik, Marzouk and Tiller has been used as a starting point. It has been calibrated for slabs of normal slenderness. Theoretic load capacities calculated for the examined elements using S-T model have been significantly different from the results obtained in the course of the investigation. Improperly determined depth of the compression zone in the state of ultimate failure could be the reason. The results of numerical analysis of this parameter have been presented in this paper. These results have been also compared to our own experimental results. The analysis refers only to the elements loaded symmetrically, without shear reinforcement.

Keywords: Strut-and-tie model, FEM, punching shear, shear slenderness, footing

Nośność na przebicie krępych płyt żelbetowych z różnie ukształtowanym zbrojeniem poprzecznym

Łukasz Krawczyk, Tadeusz Urban, Michał Gołdyn

Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska, Politechnika Łódzka,
e-mail: lukasz.krawczyk@p.lodz.pl, tadeusz.urban@p.lodz.pl, michal.goldyn@p.lodz.pl

Streszczenie: W pracy zaprezentowano wyniki badań stref podporowych krępych płyt żelbetowych. Badania obejmowały dziewięć modeli w skali 1:2 w dwóch seriach. Celem badań było wykazanie wpływu różnie ukształtowanego zbrojenia poprzecznego na nośność płyt na przebicie. W ramach każdej z serii wykonano jeden model bez zbrojenia poprzecznego, stanowiący model porównawczy. W pozostałych płytach zastosowano trzy rodzaje zbrojenia na przebicie: strzemiona obejmujące pręty zbrojenia głównego, strzemiona umieszczone pomiędzy siatkami zbrojenia głównego oraz zbrojenie w postaci drabinek, w drugiej serii dodatkowy model zazbrojono trzpieniami dwugłówkowymi. Modele drugiej serii charakteryzowały się wyższym stopniem zbrojenia poprzecznego i podłużnego. Wyniki badań wykazały różnice w nośnościach poszczególnych modeli ze zbrojeniem poprzecznym. Najskuteczniejsze okazały się trzpienie dwugłówkowe, a strzemiona umieszczone wewnątrz zbrojenia głównego okazały się najmniej efektywne. Na podstawie wyników badań zaproponowano pewne modyfikacje procedury obliczeniowej Model Code 2010.

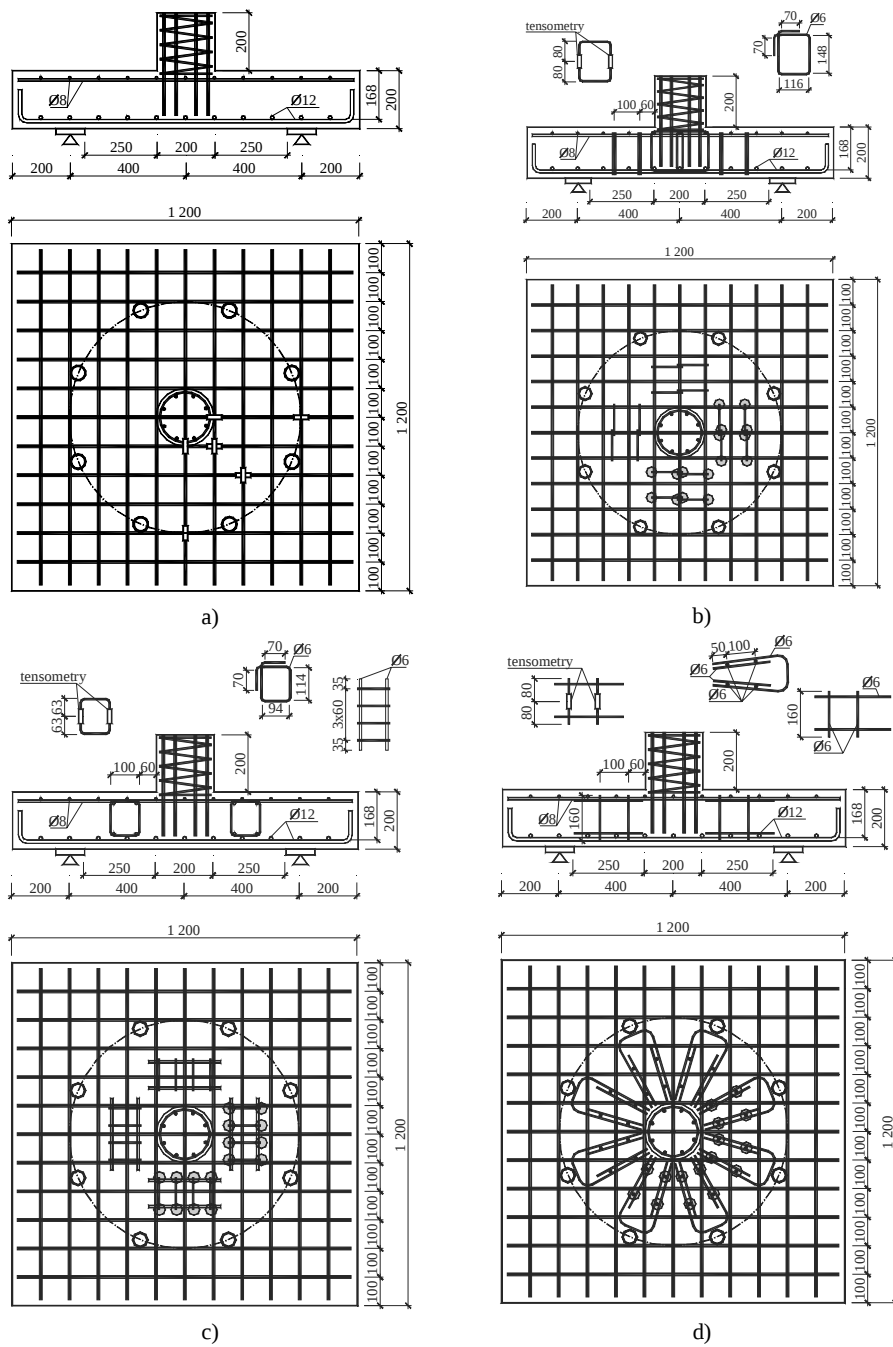
Słowa kluczowe: przebicie, zbrojenie poprzeczne, zakotwienie, kosze zbrojenia

1. Wprowadzenie

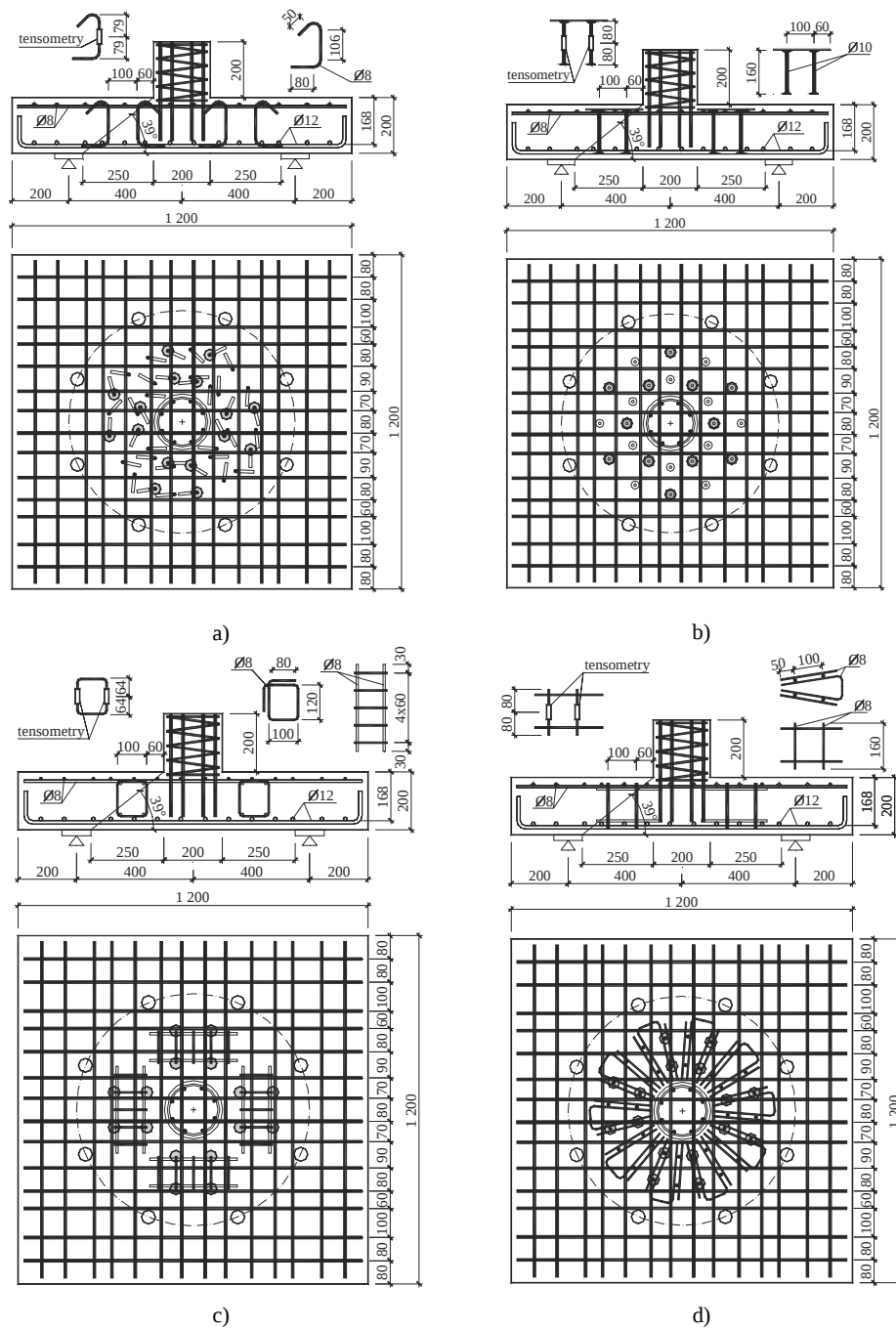
Zagadnienie nośności krępych płyt żelbetowych ze zbrojeniem poprzecznym nie zostało dotychczas wyczerpująco omówione w literaturze ze względu na niewielką liczbę przeprowadzonych badań. W niniejszej pracy autorzy komentują skuteczność różnie ukształtowanego zbrojenia poprzecznego. Zostaną ponadto porównane wyniki badań płyt z procedurami normowymi, a także zostanie przedstawiona sugestia dotycząca poprawy zgodności wyników znanego algorytmu obliczeniowego i wyników eksperymentalnych. W artykule kontynuowana jest tematyka prezentowana podczas 60. Konferencji Krynickiej [1].

2. Badane modele

Program badań obejmował płyty o wymiarach w rzucie 1,2 x 1,2 m i grubości $h = 0,2$ m. Każdy model był zaopatrzony w odcinek słupa o średnicy 0,2 m. Zbrojenie główne wykonano z prętów $\varnothing 12$. Przewidywano średni stopień zbrojenia $\rho_l \approx 0,67\%$ w pierwszej i $\rho_l \approx 0,84\%$ w drugiej serii. W strefach ściskanych płyt znajdowały się siatki z prętów $\varnothing 8$. Zbrojenie modeli pokazano na rysunkach 1 i 2. Modele L-0 i L-4 nie zostały zazbrojone poprzecznie i były elementami odniesienia dla pozostałych modeli odpowiednio serii pierwszej i drugiej. W modelach L-1 i L-5 zbrojenie poprzeczne wykonano zgodnie z przepisami normowymi, tzn. w każdym narożniku strzemion znajdował się pręt zbrojenia głównego. Strzemiona zamknięte zastosowano w modelach L-2 i L-7, ale ich wysokość zmniejszono tak, aby można było je umieścić pomiędzy siatkami zbrojenia głównego: rozciąganego i ściskanego.



Rys. 1. Zbrojenie modeli pierwszej serii: a) L-0 bez zbrojenia poprzecznego, b) L-1 ze zbrojeniem strzemiionami obejmującymi pręty strefy ściskanej i zbrojenia rozciąganego c) L-2 ze strzemiionami pomiędzy obiema siatkami zbrojenia, d) L-3 ze zbrojeniem w postaci spawanych wkładów (drabinek)



Rys. 2. Zbrojenie modeli drugiej serii: a) L-5 ze zbrojeniem strzemiomami obejmującymi pręty strefy ściskanej i zbrojenia rozciąganego, b) L-6 z trzpieniami dwugłówkowymi c) L-7 ze strzemiomami pomiędzy obiema siatkami zbrojenia, d) L-8 ze zbrojeniem w postaci spawanych wkładów (drabinek)

W modelach L-3 i L-8 umieszczono zbrojenie na ścinanie w postaci zespalanych drabinek. Wszystkie modele pierwszej serii zbrojone były poprzecznie prętami Ø6, miały takie samo pole przekroju poprzecznego. Pręty te rozmieszczono na dwóch obwodach wokół słupa po 16 sztuk na każdym. Dla drugiej serii zbrojenie wykonano z 20 sztuk prętów Ø8 na każdym z dwóch obwodów. Wyjątkiem od reguły był model L-6 (drugiej serii), w którym zastosowano 12 trzpieni Ø10 na każdym obwodzie. Pierwszy obwód oddalony był o 60 mm od krawędzi słupa, zaś drugi o dalsze 100 mm od pierwszego (rys. 1, 2).

Płyty modeli zostały wykonane z betonu towarowego klasy C16/20, którego wytrzymałość określana w dniu badania modeli wynosiła średnio $f_{cm} = 28,4$ MPa i $f_{cm} = 33,8$ MPa, odpowiednio dla pierwszej i drugiej serii. Słupki były betonowane kilka dni później z betonu o wysokiej wytrzymałości. W tabeli 1 zestawiono podstawowe parametry badanych modeli. Zamieszczone wysokości użyteczne płyt d zostały ustalone w wyniku bezpośrednich pomiarów po przecięciu zniszczonych płyt. Różniły się one nieco od wielkości nominalnych pokazanych na rysunkach 1 i 2.

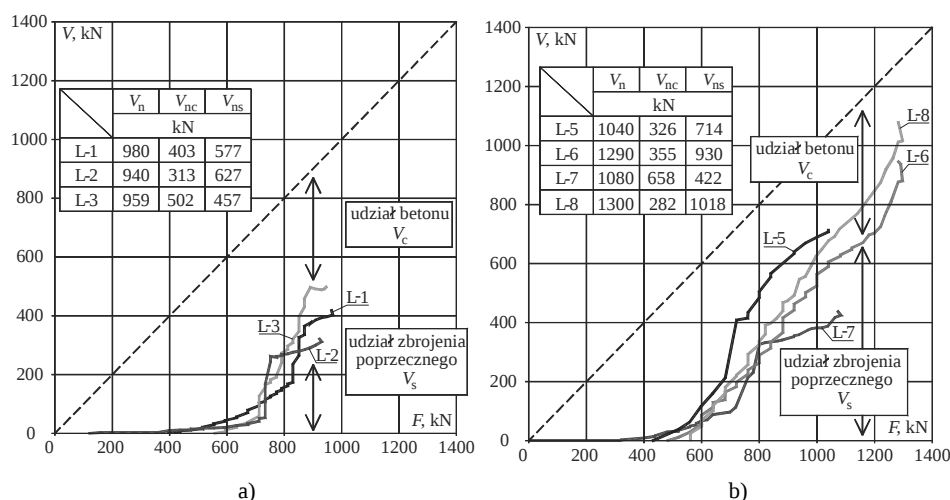
Tabela 1. Parametry materiałów badanych modeli i wysokości użytecznej płyty

Model	Zbrojenie główne		Zbrojenie poprzeczne			Beton	Wys. użyteczna
	f_{ym} (Ø12)	f_{ym} (Ø8)	f_{ywm} (Ø10)	f_{ywm} (Ø8)	f_{ywm} (Ø6)	f_{cm}	d
	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[mm]
L-0	545,6	579,9	—	—	—	28,4	170
L-1	545,6	579,9	—	—	630,8	28,4	172
L-2	545,6	579,9	—	—	630,8	28,4	172
L-3	545,6	579,9	—	—	630,8	28,4	171
L-4	677,9	591,2	—	—	—	33,8	166
L-5	677,9	591,2	—	591,2	—	33,8	170
L-6	677,9	591,2	543,0	—	—	33,8	169
L-7	677,9	591,2	—	591,2	—	33,8	169
L-8	677,9	591,2	—	591,2	—	33,8	171

3. Wyniki badań

Dla rozważanego zagadnienia efektywności zbrojenia poprzecznego najbardziej interesujące są wyniki pomiarów odkształceń strzemion, które były prowadzone za pomocą tensometrów elektrooporowych (baza 10 mm) na kilkunastu strzemionach każdej płyty (zaznaczono okręgami na rys. 1 i 2). Na ich podstawie możliwe jest obliczenie siły przenoszonej przez zbrojenie poprzeczne (współczynnikiem proporcjonalności między obiema wartościami jest moduł sprężystości podłużnej stali). Na rysunku 3, bazując na średnich odczytach odkształceń, pokazano udział zbrojenia poprzecznego i betonu w przejmowaniu obciążenia zewnętrznego. Zbrojenie poprzeczne niemal nie ulegało odkształceniom do obciążenia równego ok. 60% siły niszczącej dla pierwszej serii i ok. 45% dla drugiej. Najwyższy stopień wykorzystania zbrojenia poprzecznego zaobserwowano dla trzpieni dwugłówkowych (model L-6: 91% granicy plastyczności f_{ywm} dla obciążenia niszczącego), niemal równie efektywne okazały się pręty z zakotwieniem w formie prętów przyspawanych (L-3: 88% f_{ywm} , L-8: 86% f_{ywm}). Naprężenia w strzemionach obejmujących zbrojenie główne osiągnęły 71% granicy plastyczności w modelu L-1, natomiast w L-5 tylko 60% co było spowodowane utratą zakotwienia (haki ulegały prostowaniu co spowodowało odpajanie otuliny). Najmniej efektywnym rozwiązaniem były strzemiona umieszczone wewnątrz zbrojenia głównego: $\sigma_{sw}=55\% f_{ywm}$ w L-2 i $\sigma_{sw}=36\% f_{ywm}$ w L-7.

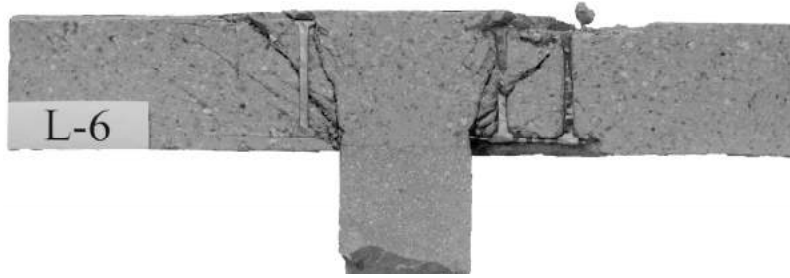
Należy wnioskować, że zwiększanie ilości zbrojenia poprzecznego nie jest efektywne dla strzemion wewnętrznych. Na rysunku 4 zaprezentowano przecięcie płyty L-2. Widoczne są rysy omijające zbrojenie poprzeczne, co również można zaobserwować na przecięciu L-7. Zwiększenie pola przekroju poprzecznego strzemion wewnętrznych z $9,05 \text{ cm}^2$ dla L-2 do $20,04 \text{ cm}^2$ dla L-7 (o 121%) spowodowało zwiększenie siły przejmowanej przez strzemiona o 35% (z 313 kN do 422 kN). W przypadku stosowania trzpieni i wkładów spawanych rysy przecinają zbrojenie, patrz rysunek 5, co świadczy o skuteczności takiego zbrojenia. Dla modeli z drabinkami zwiększenie pola zbrojenia poprzecznego o 121% spowodowało wzrost nośności o 123% (z 457 kN do 1018 kN). Aby wykorzystać nośność strzemion obejmujących siatki zbrojenia należy zapewnić właściwe zakotwienie przy powierzchniach płyty (rys. 6).



Rys. 3. Udział zbrojenia poprzecznego (V_s) i betonu (V_c) w przenoszeniu siły poprzecznej dla płyt: a) pierwszej serii, b) drugiej serii. Podano siłę niszczącą V_n oraz udział w tej sile betonu (V_{nc}) i zbrojenia poprzecznego (V_{ns})



Rys. 4. Przekrój modelu L-2 z widocznymi rysami omijającymi zbrojenie poprzeczne



Rys. 5. Przekrój modelu L-6 z widocznymi rysami przecinającymi zbrojenie poprzeczne



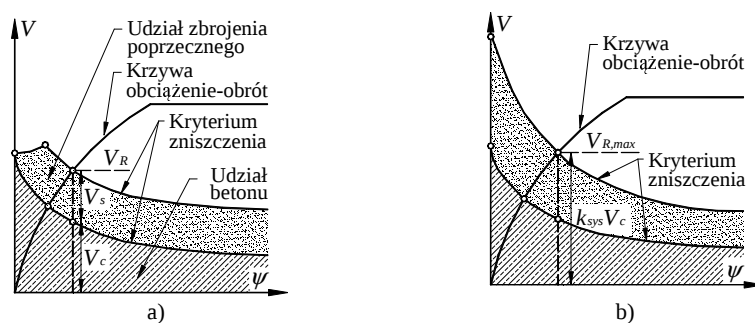
Rys. 6. Odspojenie otuliny na skutek prostowania haków strzemion, powierzchnia rozciągana modelu L-5

4. Analiza wyników badań

Zgodnie z procedurą obliczeniową Model Code 2010 [2] nośność płyty na przebicie (V_R) składa się z sumy udziału betonu V_c i zbrojenia poprzecznego V_s (jeżeli zostało zastosowane). Ponadto dla płyt ze zbrojeniem poprzecznym należy sprawdzić możliwość zmiążdżenia krzyżulca ściskanego w pobliżu słupa ($V_{R,max}$), a także przebicie poza strefą zbrojenia poprzecznego ($V_{R,out}$). Obwód kontrolny dla sprawdzenia naprężeń stycznych, podobnie jak w polskiej normie dotyczącej konstrukcji żelbetowych z 2002 roku, oddalony jest o pół wysokości użytecznej płyty od lica słupa. Maksymalna siła poprzeczna, jaka może być przeniesiona przez element jest funkcją kąta obrotu płyty ψ względem podpory. Dla określenia nośności konieczne jest skorzystanie z algorytmu iteracyjnego lub znalezienie przecięcia krzywej obciążenie – obrót z wykresem wyznaczającym kryterium zniszczenia (patrz rys. 7). Wartość kąta obrotu może być obliczana za pomocą różnych metod. W referacie skorzystano z drugiego poziomu przybliżenia (II LoA) przedstawionego w Model Code 2010, zastosowano zależność (1). Symbole wyjaśniono w tabeli 2.

$$\psi = 1.5 \frac{r_s}{d_v} \cdot \frac{f_y}{E_s} \left(\frac{m_E}{m_R} \right)^{1.5} \quad (1)$$

Nośność krzyżulca ściskanego zależy ponadto od k_{sys} , współczynnika efektywności zbrojenia poprzecznego, którego wartość można przyjąć zgodnie z MC2010. Procedura obliczeniowa bazuje na teorii krytycznej rysy ukośnej powstałej na skutek działania sił poprzecznych (Critical Shear Crack Theory) autorstwa Muttoniego i innych [3, 4].



Rys. 7. Zależność obciążenie – obrót i kryterium zniszczenia płyty bez zbrojenia poprzecznego oraz a) wewnątrz obszaru zbrojenia, b) przez zmiażdżenie krzyżulca ściskanego.

Wyniki obliczeń prowadzonych według Model Code 2010 [2] dla wartości średnich oraz ich porównanie z nośnościami eksperymentalnymi zostały zaprezentowane w tabeli 2.

Tabela 2. Obliczenia nośności na przebicie wg MC 2010 i porównanie z nośnościami eksperymentalnymi

Model	m_E	m_R	ψ	k_ψ	b_0	V_c	$A_{s,MC}$	σ_{swd}	V_s	V_R	k_{sys}	$V_{R,max}$	V_{MC}	V_{test}	V_{test}
	[kNm/m]		[-]		[m]	[kN]	[mm ²]	[MPa]	[kN]		[-]		[kN]		V_{MC}
L-0	64,3	98,4	0,0051	0,4864	1,16	513	—	—	—	—	—	—	513	861	1,68
L-1	94,5	99,8	0,0088	0,3853	1,17	415	905	377	341	756	2,80	1077	756	980	1,30
L-2	94,5	99,4	0,0089	0,3843	1,17	412	905	380	344	756	2,00	823	756	940	1,24
L-3	94,4	99,1	0,0089	0,3836	1,17	409	905	383	346	755	2,80	1066	755	959	1,27
L-4	83,3	145,5	0,0041	0,5243	1,15	582	—	—	—	—	—	—	582	600	1,03
L-5	134,4	149,4	0,0080	0,4064	1,16	467	2004	331	665	1132	2,00	934	934	1040	1,11
L-6	142,4	148,4	0,0107	0,3527	1,16	402	1885	436	819	1221	2,80	1125	1125	1290	1,15
L-7	133,3	148,4	0,0080	0,4070	1,16	464	2004	337	676	1140	2,00	927	927	1080	1,17
L-8	144,9	150,3	0,0106	0,3521	1,17	408	2004	447	898	1306	2,80	1142	1142	1300	1,14
m_E	— średni moment jednostkowy od oddziaływań,														
m_R	— jednostkowy moment graniczny,														
ψ	— kąt obrotu płyty przy obciążeniu równym nośności płyty, obliczony według drugiego stopnia przybliżenia (1),														
k_ψ	— współczynnik redukcji nośności betonu na przebicie ze względu na kąt obrotu płyty ψ ,														
b_0	— długość obwodu kontrolnego (oddalony o pół wysokości użytecznej od lica słupa,														
V_c	— nośność betonu płyty obliczona na podstawie współczynnika k_ψ ,														
$A_{s,MC}$	— pole przekroju zbrojenia poprzecznegobrane pod uwagę przy prowadzeniu obliczeń według Model Code 2010,														
σ_{swd}	— naprężenia w zbrojeniu poprzecznym,														
k_{sys}	— współczynnik efektywności zbrojenia poprzecznego,														
V_s	— siła przebijająca przenoszona przez zbrojenie poprzeczne,														
V_R	— nośność na przebicie płyty zbrojonej poprzecznie,														
$V_{R,max}$	— maksymalna nośność na przebicie,														
V_{MC}	— nośność płyty na przebicie według MC2010.														

Ze względu na niedoszczowanie nośności modeli autorzy zdecydowali się na modyfikację wzoru określającego współczynnik redukcji nośności betonu na przebicie z (2) na (3).

$$k_\psi = (4/3 + 0,625 \cdot \psi \cdot d \cdot k_{dg})^{-1} \quad (2)$$

$$k_{\psi,m} = (3/4 + 0,625 \cdot \psi \cdot d \cdot k_{dg})^{-1} \quad (3)$$

Zestawienie nośności otrzymanych według zmodyfikowanej procedury MC2010 została przedstawiona w tabeli 3.

Tabela 3. Obliczenia nośności na przebiecie procedurą autorską, porównanie z nośnościami eksperymentalnymi

Model	m_E	m_R	ψ	$k_{\psi,m}$	b_0	V_c	$A_{s,MC}$	σ_{swd}	V_s	V_R	k_{sys}	$V_{R,max}$	$V_{MC,m}$	V_{test}	V_{test}
	[kNm/m]		[-]		[m]	[kN]	[mm ²]	[MPa]	[kN]		[-]		[kN]		$V_{MC,m}$
L-0	77,4	98,4	0,0067	0,4370	1,16	619	—	—	—	—	—	—	619	861	1,39
L-1	111,5	99,8	0,0112	0,3389	1,17	455	905	483	437	892	2,80	1077	892	980	1,10
L-2	111,4	99,4	0,0113	0,3382	1,17	451	905	486	440	891	2,00	903	891	940	1,05
L-3	111,4	99,1	0,0114	0,3372	1,17	447	905	491	444	891	2,80	1066	891	959	1,08
L-4	83,3	145,5	0,0051	0,4907	1,15	666	—	—	—	—	—	—	666	600	0,90
L-5	134,4	149,4	0,0098	0,3673	1,16	537	2004	408	820	1357	2,00	1074	1074	1040	0,97
L-6	142,4	148,4	0,0109	0,3492	1,16	500	1885	444	834	1334	2,80	1139	1139	1290	1,13
L-7	133,3	148,4	0,0098	0,3678	1,16	533	2004	415	834	1368	2,00	1067	1067	1080	1,01
L-8	144,9	150,3	0,0108	0,3479	1,17	506	2004	457	918	1424	2,80	1159	1159	1300	1,12

5. Podsumowanie

Zaproponowana zmiana w procedurze Model Code 2010 skutkuje lepszą zgodnością wyników obliczeń z wynikami doświadczeń. Uzyskano średni stosunek nośności eksperymentalnej do przewidywanej równy 1,08, ze współczynnikiem zmienności wynoszącym 14%, dla MC 2010 otrzymano odpowiednio 1,23 i 23%. Rozbieżność między przewidywaniami MC2010 a wartościami rzeczywistymi świadczy o potrzebie określenia stosownych parametrów i współczynników dla płyt krępych. Zwiększenie stopnia zbrojenia poprzecznego ma znaczny wpływ na nośność gdy jest ono dobrze zakotwione (trzpienie, drabinki), a zanikomy w przypadku słabo zakotwionych wkładek (strzemiona wewnętrzne).

6. Literatura

1. Urban T., Gołdyn M., Krawczyk Ł., 2014. Badanie nośności na przebiecie płyt żelbetowych z różnie ukształtowanym zbrojeniem poprzecznym. *Budownictwo i Architektura*, Politechnika Lubelska. 13(3), 193-200.
2. Model Code 2010. Final draft. Bulletin 65,66 FIB, March 2012.
3. Muttoni A., 2008. Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement *ACI Structural Journal* 105(4), 440-450.
4. Fernandez Ruiz M., Muttoni A., 2009. Applications of Critical Shear Crack Theory to Punching of Reinforced Concrete Slabs with Transverse Reinforcement *ACI Structural Journal* 106(4), 485-494.

Punching shear capacity of compact concrete slabs with different types of transverse reinforcement

Łukasz Krawczyk, Tadeusz Urban, Michał Gołdyn

Faculty of Civil Engineering, Architecture and Environmental Engineering,
Lodz University of Technology,
e-mail: lukasz.krawczyk@p.lodz.pl, tadeusz.urban@p.lodz.pl, michal.goldyn@p.lodz.pl

Abstract: The paper presents test results of support zones in thick concrete slabs. The experimental program has included 9 square reinforced concrete slab models in 1:2 scale, in two series. The aim of the tests was to demonstrate the effect of various transverse reinforcement types on punching shear load carrying capacity. One of the models in each series was a reference slab without any transverse reinforcement. Other slabs featured three types of transverse reinforcement: typical stirrups enclosing flexural reinforcement, stirrups situated between both flexure reinforcement meshes and ladders. The second series featured the additional model that has been reinforced with double-headed studs. The second series models have had a higher ratio of the main and transverse reinforcement. Test results show differences in load capacity between models with transverse reinforcement. It has been demonstrated that the most effective ones are double-headed studs, whereas the stirrups situated between flexure reinforcement are the least effective. Based on the experimental results some modifications of the calculation procedure of MC 2010 have been proposed.

Keywords: punching shear, transverse reinforcement, anchorage, reinforcement basket

Analiza trwałości żelbetowych komór fermentacyjnych

Janusz Krentowski¹, Krzysztof Pawłowski², Adam Przybylski³

¹ Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Białostocka,
e-mail: j.krentowski@pb.edu.pl

² Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska,
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich w Bydgoszczy,
e-mail: krzypaw@utp.edu.pl

³ Przybylski sp. z o.o. we Włocławku, e-mail: a.przybylski@przybylski.info.pl

Streszczenie: Opublikowano wyniki analizy wpływu spękań żelbetowych ścian na bezpieczną eksploatację obiektu o żelbetowej konstrukcji monolitycznej, z wykorzystaniem modelu grubej powłoki walcowej. Wykazano, że w dolnej partii ścian komory nie zostały spełnione warunki stanu granicznego nośności i użytkowości pierścieniowego przekroju żelbetowego. Przyczyną występujących wad były błędy w ocenie funkcji naprężeń i zastosowanie niewłaściwego zbrojenia oraz zmiana schematu statycznego eksploatowanej konstrukcji w konsekwencji wybuchu biogazu. Sformułowano koncepcję wykonania wzmocnień.

Słowa kluczowe: komora fermentacyjna, stan awaryjny, trwałość, koncepcja wzmocnienia

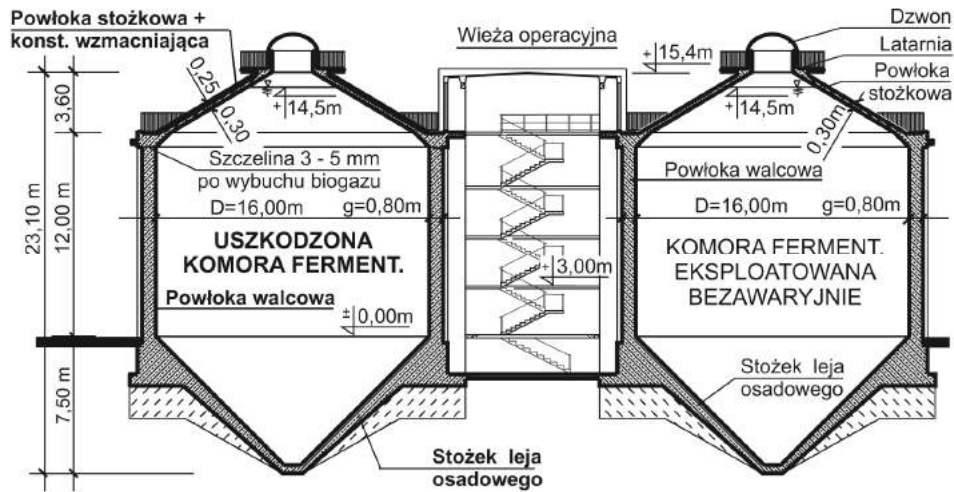
1. Wprowadzenie

Obiekty inżynierskie wykorzystywane w procesach technologicznych oczyszczania ścieków są projektowane jako budowle o znacznej trwałości, a następnie użytkowane w okresach nie mniejszych niż kilkadziesiąt lat. W trakcie realizacji czynności wynikających z okresowych badań i przeglądów oraz nieprzewidzianych sytuacji będących efektem uszkodzeń komór fermentacyjnych, autorzy udokumentowali wady i procesy destrukcyjne, spowodowane obniżeniem właściwości materiałów w długim okresie eksploatacji, a także krótkotrwałymi procesami działania obciążeń wyjątkowych.

W wyniku przeprowadzonych wieloletnich badań kilkunastu komór fermentacyjnych wykazano, że trwałość obiektu zmniejszają procesy destrukcji, z których szczególnie istotne są uszkodzenia skutkujące zmianą schematu statycznego konstrukcji obiektu [1]. Wymienione czynniki były przyczyną kilku katastrof, spośród których autorzy prezentują postępujący proces degradacji komory fermentacyjnej, skutkujący uszkodzeniem konstrukcji w stopniu eliminującym obiekt z eksploatacji. Pracę podsumowano przedstawieniem koncepcji przywrócenia poprawnej trwałości obiektu, której wdrożenie umożliwiło bezpieczne wznowienie procesu technologicznego.

2. Analiza rozwiązań konstrukcji obiektu

Komorę fermentacyjną o pojemności 3150 m³ ukształtowano z trzech głównych elementów konstrukcyjnych: masywnego leja osadowego, walcowej ściany komory i kopuły stożkowej, przekrywającej zbiornik. Wszystkie elementy zaprojektowano jako monolityczne, z betonu zbrojonego. W zworniku stożka usytuowano dzwon zamykający, ustabilizowany na żelbetowym pierścieniu – „latarni”. Zaprojektowana i zrealizowana grubość powłoki stożkowej wynosiła 0,30 m.



Rys. 1. Przekroje komór fermentacyjnych badanych przez autorów pracy

Zbrojenie po obu stronach walcowej powłoki ściany komory wykonano z prostych prętów pionowych i pierścieniowych prętów poziomych. Lej osadowy ukształtowano w formie bryły odwróconego stożka o nachyleniu tworzącej pod kątem 45° . Grubość żelbetowej ściany stożka jest zmienna i wynosi $0,50 \div 0,80$ m. Przekrój i wymiary komory zilustrowano na rysunku 1.

3. Monitorowanie kolejnych etapów procesów destrukcyjnych

W prezentowanej żelbetowej komorze fermentacyjnej wady urządzeń wentylujących i sterujących spowodowały nadmierny wzrost ciśnienia wewnętrznego biogazu [3], pozyskiwanego w procesie oczyszczania gromadzonego medium i zniszczenie strefy oparcia żeliwnego dzwonu na tzw. „latarni”. Opisane wady zilustrowano na rysunku 2.

W stanie realizacji pionowe pręty zbrojenia grubościennnej powłoki walcowej, zabetonowane w górnym wieńcu, stwarzały warunki utwardzenia powłoki stożkowej, przekrywającej komorę.

W efekcie wybuchu została zniszczona struktura betonu powłoki stożkowej przekrycia, a w strefie wieńca powstała pozioma szczelina rozwarstwiająca obie powłoki i eliminująca sztywną strefę kontaktu. Szerokość rozwarścia poziomej szczeliny, zinwentaryzowana przez autorów podczas badań, wynosiła $3 \div 5$ mm.

W celu naprawy zniszczonej konstrukcji wykonano nowe przekrycie stożkowe, wykorzystując spękaną powierzchnię jako szalunek. W wyniku badań i analizy numerycznej na spękaną płytę autorzy ukształtowali żelbetową konstrukcję wzmacniającą o grubości 0,25 m. Obie powłoki stożkowe oparto i zespolono na ścianie walcowej o grubości 0,80 m. Strefy rozwarstwienia i szczeliny wypełniono wysokociśnieniowym środkiem chemo-utwardzalnym z dodatkiem cementów mialkich, zrekonstruowano elementy dzwonu, a odbudowany obiekt dopuszczono do eksploatacji.



Rys. 2. Strefa kotwienia dzwonu wentylacyjnego – stadium po wybuchu biogazu

Podczas prac kontrolnych realizowanych po wznowieniu procesu technologicznego, funkcjonującego w cyklu ciągłym, w dolnej części ścian zbiornika stwierdzono pionowe zarysowania i pęknięcia, skutkujące rozszczelnieniem powłoki walcowej i penetracją gromadzonego agresywnego medium na zewnątrz komory. Objawy przecieków i sączeń identyfikowano tylko lokalnie na zewnętrznej powierzchni betonowej ściany zbiornika.

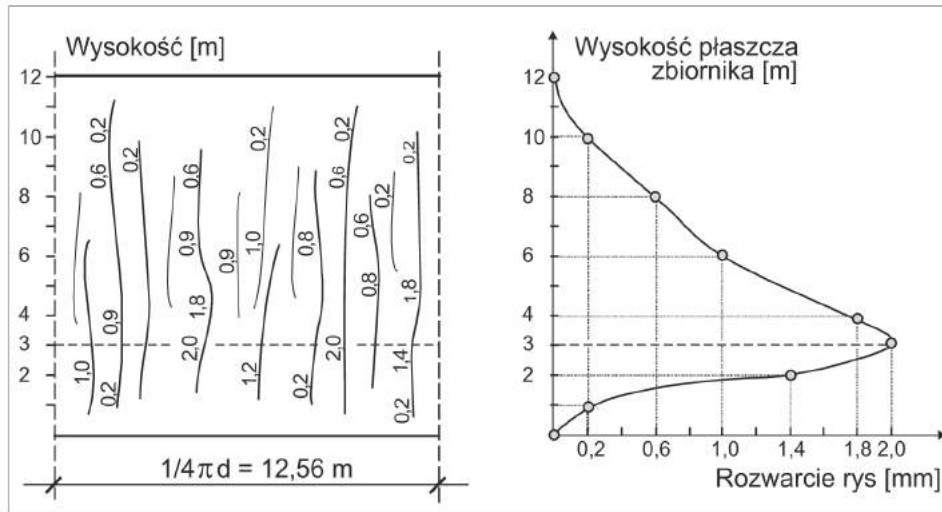
4. Warunki szczelności powłok komór fermentacyjnych

Zrealizowana trwała odbudowa przekrycia stożkowego umożliwiała wznowienie procesu oczyszczania ścieków oraz pozyskiwania biogazu, podczas gdy rozszczelniona strefa dolna grubej powłoki walcowej była przyczyną kolejnego stadium utraty trwałości [4]. Po opróżnieniu zbiornika przystąpiono do badań wewnętrznych i zewnętrznych powierzchni spękanych betonowych ścian komory. Wzdłuż tworzących walca ustawiono rusztowanie o wysokości 12 m. Badane ściany czyszczono mechanicznie zmywając silnym strumieniem wody i uzyskano powierzchnię przydatną do celów dokładnej inwentaryzacji rys i spękań.

Stwierdzono spękania o kierunkach pionowym i ukośnym. Szerokość rozwarcia rys zwiększała się w środkowej strefie wysokości ściany. W sąsiedztwie kopuły i leja osadowego pionowe rysy zamykały się. Szerokość rozwarcia istniejących zarysowań określono w przedziale $0,1 \div 2,0$ mm. Spękania były zlokalizowane wzdłuż całego obwodu komory, w odstępach około kilkunastu do kilkudziesięciu centymetrów (rys. 3).

W wyniku analizy archiwalnych, zdekompletowanych fragmentów dokumentacji konstrukcyjnej stwierdzono, że zrealizowany układ i średnice prętów zbrojenia w dolnej partii ścian zbiornika nie odpowiadają stanowi projektowemu. Nie stwierdzono uszkodzeń i destrukcji leja osadowego. W miejscu połączenia konstrukcji leja ze ścianą komory zidentyfikowano przerwę technologiczną w procesie betonowania konstrukcji. Na obwodzie w strefie połączenia z masywem leja stwierdzono poziomą szczelinę o rozwarości $1 \div 3$ mm widoczną na długości około 10 m. Na poziomie gzymsu górnego były widoczne poziome zarysowania o rozwarości $3 \div 5$ mm, powstałe w wyniku nadmiernego wzrostu ciśnienia gazu fermentacyjnego.

Nieregularne spękania o rozwarości $2 \div 3$ mm występowały na dolnej powierzchni kopuły. Wnętrze szczelin do górnego poziomu składowania ścieków było zawilgocone.

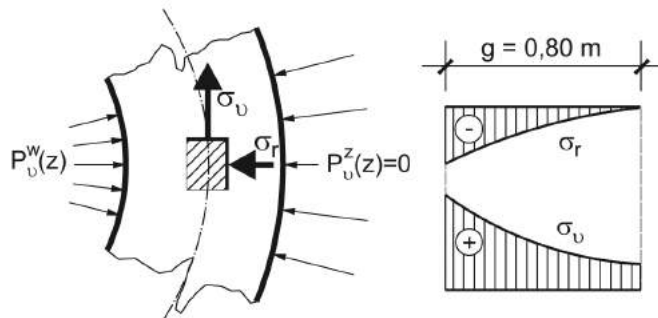


Rys. 3. Zarysowania ściany komory inwentaryzowane w trakcie badań: a) w rozwinięciu wewnętrznej powierzchni ściany, b) maksymalne szerokości rozwarcia rys na wysokości ściany komory

Rozwojowi procesów korozji betonu i zbrojenia sprzyjało agresywne, siarczanowe środowisko ścieków oraz temperatura wynosząca około 30°C [5]. Wewnątrz zbiornika wytwarzał się biogaz, składający się głównie z metanu, siarkowodoru i dwutlenku węgla, którego ciśnienie stanowiło dodatkowe obciążenie konstrukcji zbiornika.

5. Rozkład naprężeń w ścianie zbiornika

Zjawisko wyężenia wewnętrznej powierzchni ściany komory oceniono na podstawie klasycznego modelu Lamego. Grubościenne przekrój rurowy był poddany równomiernemu ciśnieniu, które może działać od strony zewnętrznej i wewnętrznej w sposób pokazany na rysunku 4. Na podstawie analizy zjawiska zarysowań ściany zbiornika sformułowano koncepcję wystąpienia stanu zagrożenia katastrofą spowodowanego uplastycznieniem prętów zbrojenia konstrukcyjnego. Promień wewnętrzny analizowanej komory fermentacyjnej wynosił $D/2 = r_w = 8,0$ m, grubość ściany $g = 0,8$ m, a promień zewnętrzny zatem był równy $r_z = 8,0 + 0,8 = 8,8$ m. W obliczeniach uwzględniono parcie hydrostatyczne płynnego medium, którego górną powierzchnię określono na rzędnej $+14,5$ m oraz eksploatacyjne ciśnienie biogazu wewnątrz komory, wynoszące $30,0$ kPa.



Rys. 4. Rozkład naprężeń w grubościennym powłoce walcowej

Dokonano analizy funkcji naprężeń σ_r i σ_v w płaskim stanie odkształcenia. Największa wartość naprężeń obwodowych rozciągających występowała na powierzchni wewnętrznej i na poziomie 1,0 m wynosiła $\sigma_v(r_w)=1,76$ MPa, a naprężenia rozciągające na zewnętrznej powierzchni płaszcza części walcowej przy $r_z = 8,8$ m na tym poziomie wynosiły $\sigma_v(r_z)=1,60$ MPa.

Tabela 1. Wartości naprężeń wewnętrznych w ścianie komory

Naprężenia [MPa]/Poziom [m]	+1,00	+3,00	+5,00	+6,00	+9,00	+12,00
$\sigma_v(r_w)$	1,76	1,56	1,45	1,35	1,13	0,93
$\sigma_v(r_z)$	1,60	1,41	1,33	1,22	1,02	0,84

Z porównania obliczonych wartości naprężeń wynika, że na wewnętrznej powierzchni powłoki wystąpiła koncentracja naprężeń rozciągających σ_v . Były one większe od naprężeń na powierzchni zewnętrznej o około 10%. Analogicznie określono naprężenia wewnętrzne na poziomach od +3,0 do +12,0 m. Obliczone wartości przedstawiono w tabeli 1.

6. Ocena stanu bezpieczeństwa konstrukcji

Obliczenia nośności ściany wykonano uwzględniając rzeczywisty przekrój poprzeczny prętów zbrojenia i stwierdzoną klasę betonu, określone na podstawie wyników badań i pomiarów inwentaryzacyjnych [6]. Badania wytrzymałości betonu przy wykorzystaniu metod niszczących realizowano ograniczając liczbę odwiertów i pozyskiwanych do badań próbek z miejsc o zróżnicowanej wstępnie i makroskopowo strukturze betonu. Badania nieniszczące weryfikowano przez sprawdzenie krzywych regresji [7].

W dolnej strefie zbiornika warunki nośności granicznej, określone na podstawie normy [8], którą wykorzystywano na etapie projektowania obiektu, okazały się spełnione, co wynikało z ukształtowania zbrojenia w strefie współpracy ściany z dnem.

Na wysokości ściany określonej rzędną +1,0 m stwierdzono po obu stronach ściany zbrojenie obwodowe z prętów $\phi 24$ mm, ze stali gładkiej klasy A-I, usytuowanych w średnim rozstawie co 17 cm. Wytrzymałość betonu, wyznaczona na podstawie badań nieniszczących, odpowiadała klasie C16/20 (B20).

Nośność graniczną rozciąganych przekrojów pierścieniowych komory na określonych poziomach sprawdzono wykorzystując postanowienia normy [8]. Normowy warunek stanu granicznego nośności na poziomie +1,0 m, dla obliczeniowej wartości granicy plastyczności stali na rozciąganie, przedstawia nierówność

$$N_{Sd} = 0,70 \text{ MN} > N_{Rd} = 210 \times 26,59 \times 10^{-4} \text{ MN} = 0,56 \text{ MN}$$

gdzie:

N_{Sd} – siła podłużna od wartości obliczeniowej obciążeń,

N_{Rd} – nośność obliczeniowa z uwagi na siłę podłużną,

nie został spełniony, co spowodowało fakt nadmiernego wyężenia analizowanego przekroju.

Analogiczne warunki normowe, odpowiednio na rzędnych +3,0 m oraz +5,0 m, przy identycznym rozstawie zbrojenia również nie były spełnione. Na wysokości ściany określonej rzędną +6,0 m normowy warunek nośności granicznej był już spełniony, a przekrój można było uznać za bezpieczny.

6.1. Ocena stanu zarysowań ścian komory

Obliczona w odniesieniu do rzeczywistych warunków przekroju zbrojenia maksymalna szerokość rozwarcia rys na poziomie +3,0 m, wynosząca 1,59 mm, oraz rozstaw

zarysowań równy 850 mm były zbliżone do wyników uzyskanych na podstawie pomiarów, przedstawionych na rysunku 3. Przeprowadzone badania potwierdziły zarysowania o największej szerokości rozwarcia, wynoszącej około 2 mm, na poziomie +3,0 m.

Rzeczywiste zmierzone rozwarcia rys płaszcza komory na rzędnej powyżej +10,0 m zmniejszały się do szerokości $0,1 \pm 0,2$ mm lub uległy zamknięciu.

Wystąpienie zarysowań lub spękań ścian zbiornika o rozwarości większej niż 0,1 mm, przy zachowaniu warunku szczelności, w świetle wymagań normy [8] było niedopuszczalne, a wykonane obliczenia udokumentowały nieuchronność wystąpienia uszkodzeń konstrukcji powłoki walcowej w aspekcie warunków stanu granicznego zarysowania.

7. Przyczyny wystąpienia stanu awaryjnego

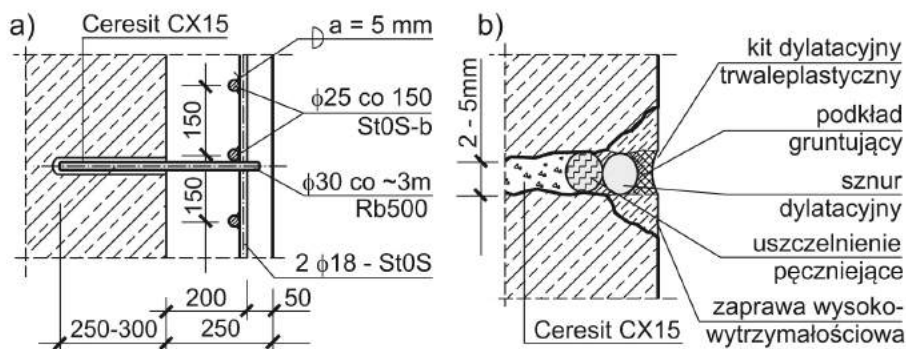
W wyniku kilkunastoletnich badań, pomiarów i napraw oraz sukcesywnie realizowanych obliczeń stwierdzono, że ze względu na zbyt małe przekroje zbrojenia pierścieniowego w dolnej strefie komory walcowej, na poziomach od +1,0 do +5,0 m, konstrukcja zbiornika nie spełniała warunków stanu granicznego nośności oraz użytkowości w zakresie szerokości rozwarcia rys.

Zaistniały stan awaryjny zasygnalizowany wystąpieniem zjawiska rozszczelnienia i przecieków, a następnie potwierdzony w efekcie badań makroskopowych zarysowanych powierzchni ścian wewnętrznych i zewnętrznych zbiornika został wywołany przekroczeniem stanu granicznego nośności i nierównomiernym rozkładem naprężeń rozciągających. Proces karbonizacji i zniszczenia betonu w powłoce walcowej był konsekwencją początkowego stadium zarysowań. Odkształcenia betonu w elementach konstrukcji zbiorników powodowane były przede wszystkim naprężeniami wywołanymi obciążeniem statycznym i ciśnieniem biogazu, ale również obciążeniem termicznym wynikającym ze zmian temperatury gromadzonego medium podczas fermentacji oraz procesami fizykochemicznymi zachodzącymi w wewnętrznych warstwach betonu, poddanych procesom korozji w strefie kontaktu z medium zawierającym agresywne substancje.

Istotne jest, że mimo wskazanych wad powstałych na etapie realizacji obiektu, w początkowym stadium eksploatacji powierzchnia ściany walcowej nie została rozszczelniona. Analizowane zjawiska zainicjowała dopiero zmiana schematu statycznego konstrukcji, będąca skutkiem nadmiernego ciśnienia, połączona z procesami warunkującymi trwałość obiektu, uwzględnionymi w normie [8].

8. Koncepcja wzmocnienia ścian zewnętrznych komory

W celu odtworzenia wymaganych parametrów eksploatacyjnych w uszkodzonej komorze fermentacyjnej opracowano koncepcję wzmocnienia nadmiernie wytężonej ściany walcowej. Niezbędne okazało się wykonanie wewnętrznej żelbetowej powłoki o grubości 0,25 m i wysokości 6,0 m, zakotwionej w konstrukcji leja osadowego. Zastosowano zbrojenie pierścieniowe konstrukcji wzmacniającej z prętów średnicy $\phi 25$ mm, usytuowanych co 15/20 cm. Uwzględniając przyjęty przekrój zbrojenia i klasę betonu sprawdzono warunek rysoodporności i szczelności. Przewidziano zastosowanie betonu klasy C30/37 o stopniu wodoszczelności W8, dla warunków środowiska o klasie ekspozycji XA1. Zmniejszono również rozstaw prętów pionowych. Siatki zbrojenia stabilizowano w oryginalny sposób, prętami kotwionymi w ścianach komory, wykorzystując beton o właściwościach scharakteryzowanych $\text{pH} > 11$. Skarbonizowane warstwy betonu, jako bezużyteczne w fazie rekonstrukcji, skuwano a uzyskaną powierzchnię oczyszczano strumieniem wody.



Rys. 5. Szczegóły wzmocnienia: a) osadzenie prętów kotwiących, b) schemat naprawy spękań o rozwarości 2÷5 mm

Nieszczelności płaszcza zbiornika powyżej poziomu +6,0 m oraz spękania wewnętrznej powierzchni kopuły przekrycia, które miały wpływ na korozję zbrojenia w bezpośrednim kontakcie z agresywnym ciekłym medium, eliminowano poprzez wykonanie prac zabezpieczających techniką iniekcijną. Uszczelnienie spękań i zarysowań, w sposób przedstawiony na rysunku 5, zapewniło zahamowanie procesów destrukcyjnych. Przecieki zostały wyeliminowane i nie było podstaw do prognozowania dalszej propagacji zjawisk degradacji elementów konstrukcji zbiornika. Trwałość komory zsynchronizowano z przewidywaną technologią eksploatacji, prognozując co najmniej dwudziestoletni, bezawaryjny okres użytkowania.

9. Podsumowanie

Konstrukcje inżynierskie eksploatowane w środowisku agresywnym należą do obiektów szczególnie narażonych na niebezpieczeństwo wystąpienia awarii czy katastrofy. W przypadku stwierdzenia wad konstrukcję obiektu należy poddać ocenie z uwzględnieniem aktualnego schematu statycznego i rzeczywistych rozwiązań konstrukcyjnych oraz zmiennych eksploatacyjnych parametrów technologicznych.

W aspekcie interpretacji wytycznych określonych w normie [10] niezawodność eksploatowanej konstrukcji należy poddać ocenie w odniesieniu do następujących działań:

- przywrócenie bezpiecznej użyteczności istniejącej konstrukcji, uwzględniając współpracę nowych elementów konstrukcyjnych;
- sprawdzanie stanu, czy konstrukcję można obciążyć stosownie do przewidywanej zmiany sposobu użytkowania, uwzględniając wydłużenie okresu eksploatacji;
- naprawa wadliwej konstrukcji, na przykład uszkodzonych działaniem czynników zewnętrznych, a szczególnie w sytuacji losowych skutków oddziaływań wyjątkowych.

W kształtowaniu nowych konstrukcji komór fermentacyjnych, a także renowacji komór eksploatowanych należy uwzględniać klasę ekspozycji w zależności od warunków środowiska. Stosowane dotychczas w elementach zbiorników betony klasy C16/20 (B20) należy całkowicie wyeliminować i wykorzystywać betony o wytrzymałości i trwałości odpowiadającej co najmniej klasie C30/37.

Literatura

1. Runkiewicz L., 2006. Diagnostyka konstrukcyjna obiektów budowlanych. Przegląd budowlany 3.

2. Douglas J., Ransom B., 2007. Understanding Building Failures. IV wydanie. New York, Routledge.
3. Martin R.J., Reza A., Anderson L.W., 2000. What is an explosion? A case history of an investigation for the insurance industry. *Journal of Loss Prevention Processes* 13, 491-497.
4. Sun J., Lu L., 2015. Coupled effect of axially distributed load and carbonization on permeability of concrete. *Construction and Building Materials* 15 March, 9-13.
5. Xiong C., Jiang L., Song Z., Liu R., You L., Chu H., 2014. Influence of cation type on deterioration process of cement paste in sulfate environment. *Construction and Building Materials* 30 November, 158-166.
6. Krentowski J., 2015. Disaster of an industrial hall caused by an explosion of wood dust and fire. *Engineering Failure Analysis*, DOI 10.1016/j.engfailanal.2014.12.015.
7. Runkiewicz L., 2005. Metody nieniszczące stosowane do oceny właściwości materiałów budowlanych w diagnostyce budowlanej. *Inżynieria i Budownictwo* 9.
8. PN-84/B-03264 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.
9. PN-EN 1992-1-1. Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu - CEN European Committee of Standardization. Eurocode2: Design of concrete structures (ENV 1992-1-1), Bruksela, 2004.
10. PN-ISO 2394: 2000 Ogólne zasady niezawodności konstrukcji budowlanych.

The durability analysis of an reinforced concrete digestive tank

Janusz Krentowski¹, Krzysztof Pawłowski², Adam Przybylski³

¹ Faculty of Civil and Environmental Engineering, Białystok University of Technology,
e-mail: j.krentowski@pb.edu.pl

² Faculty of Civil and Environmental Engineering and Architecture,
UTP University of Science and Technology in Bydgoszcz, e-mail: adres2@utp.edu.pl

³ Przybylski – Engineering, Co Ltd, Włocławek, e-mail: a.przybylski@przybylski.info.pl

Abstract: Making use of a thick tubular shell model, the paper presents the analysis of the influence of cracks in reinforced concrete (RC) walls on safe operation of a monolithic ferroconcrete structure. It has been shown that the lower parts of the digestive tanker walls failed to meet the requirements related to usability (serviceability limit state – SLS), load carrying capacity, or ultimate limit state (ULS) as well as the stability of the RC tubular cross-section of the tanker. The causes of the failure have been found to be due to the faults in the assessment of the stress distribution function and implementation of inappropriate steel reinforcement, as well as the change in the static scheme of the construction in use. As a result a concept of structural reinforcement of the construction has been formulated.

Keywords: RC digestive tank, failure condition, durability, concept of reinforcement

Shear strength of ordinary and lightweight RC beams

Andrzej S. Nowak¹, Anna M. Rakoczy²

¹ Auburn University, Auburn, USA, Faculty of Civil and Environmental Engineering and Architecture,
UTP University of Science and Technology in Bydgoszcz, e-mail: nowak@auburn.edu

² Transportation Technology Center, Inc., Pueblo, CO 81001, e-mail: anna_rakoczy@aar.com

Abstract: The aim of this study is to develop reliability model for shear strength of reinforced concrete beams, and compare the differences between ordinary concrete and lightweight concrete. The analysis is based on recent material and component test data. The research is focused on the development of statistical parameters of the shear strength for reinforced concrete beams. The strength is considered as a product of three random variables representing the uncertainty in material properties, dimensions and geometry (fabrication factor) and analytical model (professional factor). Material test data is presented in the form of cumulative distribution functions (CDF) plotted on the normal probability paper for easier interpretation of the results. The most important parameters are the mean value, bias factor and the coefficient of variation. It has been observed that the quality of material and workmanship has been improved over the last 30 years and this is reflected in reduced coefficients of variation. However, the lab tests of the beams show that current shear design procedure is less conservative for lightweight concrete compared to normal weight concrete. It means that the resistance factor for lightweight concrete has to be revised in accordance with statistical model of resistance.

Keywords: shear, ordinary concrete, light-weight concrete, compressive strength, shear reinforcement ratio, resistance factors

1. Introduction

The new generation of design codes is based on consideration of limit states. The code format includes load and resistance factors that represent partial safety margins and they are determined in the reliability-based calibration process. This in turn requires the derivation of statistical parameters of load and resistance. The load carrying capacity of reinforced concrete beams depends on strength of concrete and yield strength of reinforcing steel. There is a growing interest in application of light-weight concrete. The objective of this paper is to summarize the development of the statistical model for shear resistance of light-weight concrete beams and derivation of the resistance factor. For comparison, the analysis is also performed for beams with ordinary concrete.

2. Load and Resistance Models

Load and resistance are treated as random variables. They are represented by statistical parameters, i.e. bias factor and coefficient of variation. Bias factor is the ratio of mean value and nominal (design) value.

The load is considered as a combination of dead load, D , and live load, L . The statistical parameters are assumed based on the available literature (Ellingwood et al 1980; Nowak and Collins 2013). For dead load, the bias factor, $\lambda = 1.05$ and coefficient of variation, $V = 0.10$. For live load, $\lambda = 1.0$ and $V = 0.18$. The reliability analysis is performed for a full range of D and L ratios.

Resistance, R , is considered as a function of three factors:

$$R = R_n \cdot M \cdot F \cdot P \quad (1)$$

where: R_n = nominal (design) value of resistance; M = materials factor representing material properties, in particular strength and modulus of elasticity; F = fabrication factor representing dimensions and geometry, including cross-section area, moment of inertia, and section modulus; P = professional factor representing the approximations involved in the analytical model.

The statistical parameters of materials were determined from the test data provided by industry, including compressive strength of concrete cylinders for normal weight concrete (NWC) and light-weight concrete (LWC), and yield strength of reinforcing bars [6,7]. For fabrication factor and professional factor, the statistical parameters are taken from the available literature [3].

3. Compressive Strength of Concrete

The cumulative distribution functions (CDF) of test results are plotted on the normal probability paper. The construction and use of the normal probability paper is described in the textbooks (e.g. [4]). The horizontal axis represents the considered variable (e.g. compressive strength of a concrete cylinder) and vertical axis represents the number of standard deviations from the mean value. CDF of any normal random variable is a straight line on the normal probability paper. The mean value of standard deviation can be read directly from the graph.

The CDF's of f_c' for normal weight concrete are plotted in Fig. 1, for nominal strength of 21 to 45 MPa. The CDF's of f_c' for light weight concrete are plotted in Fig. 2, for nominal strength of 21 to 50 MPa. For comparison, the CDF's of f_c' for high-strength concrete are plotted in Fig. 3, for nominal strength of 48.5 to 82.5 MPa.

The statistical parameters were obtained directly from the CDF's and bias factors are shown in Fig. 4 and coefficients of variation in Fig. 5. Values of λ and V recommended for the reliability analysis are also given.

The literature on statistics of the shear strength of concrete is limited. In this study it is assumed that the bias factor for shear strength of concrete is the same as for compressive strength. Based on undocumented opinion of experts it is assumed that the shear failure is more difficult to predict and there is a higher degree of variation. Therefore, the coefficient of variation of shear strength is larger than coefficient of variation for corresponding f_c' . In further calculations it is arbitrarily increased by 20%.

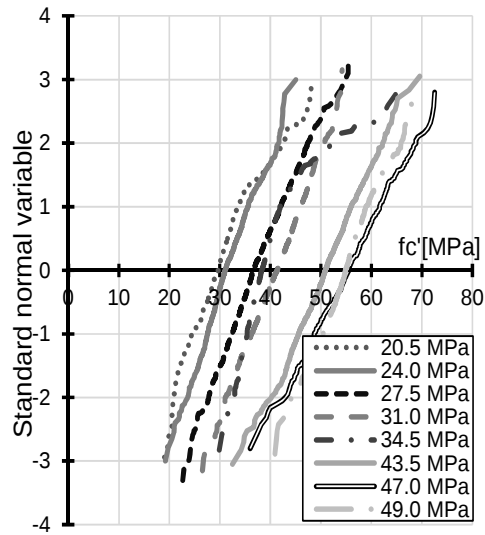
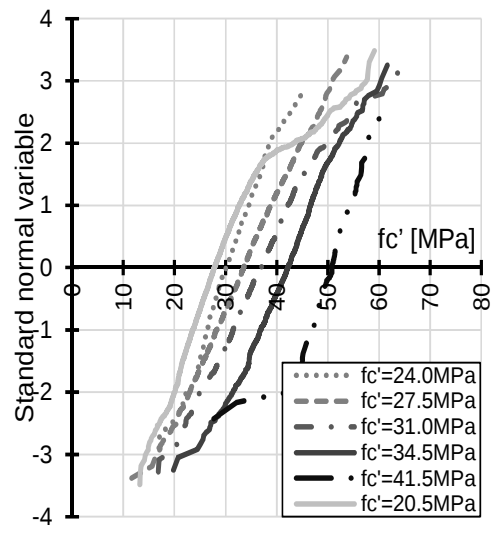
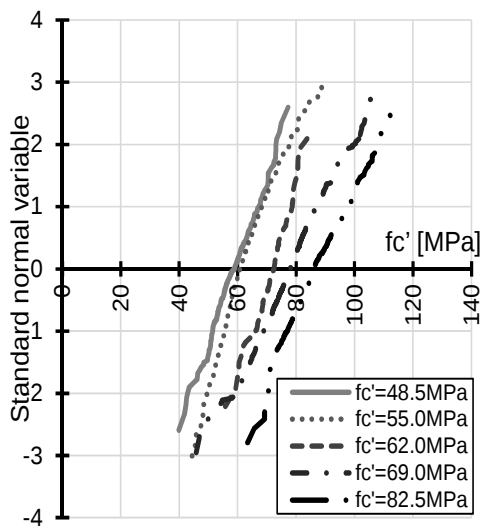
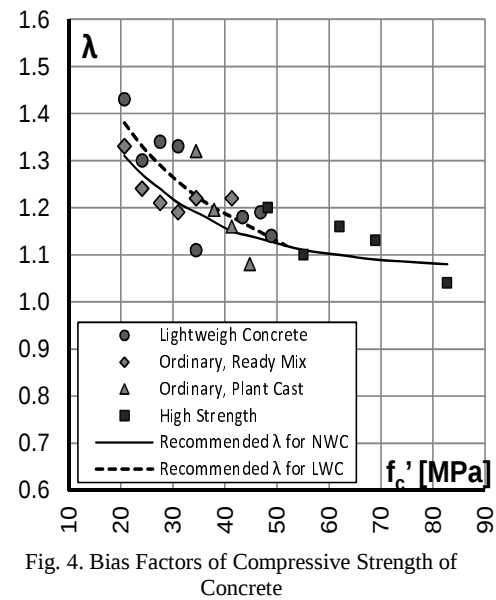
Fig. 1. CDF's of f'_c for Normal Weight ConcreteFig. 2. CDF's of f'_c for Light-Weight ConcreteFig. 3. CDF's of f'_c for High Strength Concrete

Fig. 4. Bias Factors of Compressive Strength of Concrete

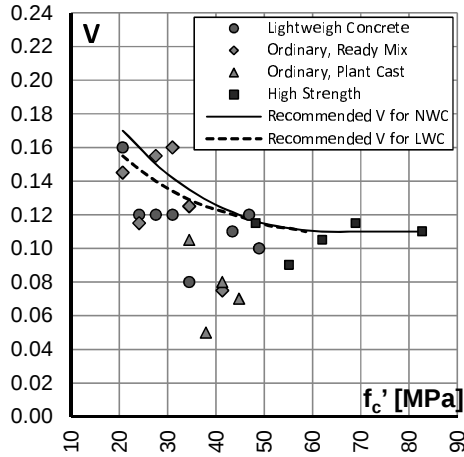


Fig. 5. Coefficient of Variation of Compressive Strength of Concrete

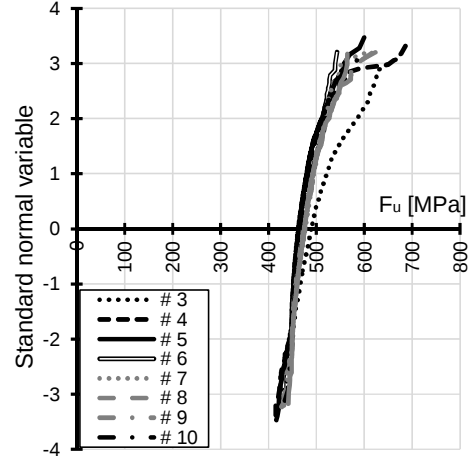


Fig. 6. CDF's of Yield Strength of Rebars

4. Yield Strength of Rebars

The industry provided test data of yield strength for the reinforcing steel bars with the nominal yield strength of 420 MPa, and for sizes from #3 to #14 (diameters from 9.5 mm through 44 mm).

The CDF's of yield strength are plotted in Fig. 6. It is observed that bias factors and coefficient of variation are practically the same for all rebar sizes, with $\lambda = 1.13$ and $V = 0.03$. For comparison, the bias factor for f_y used in previous studies was $\lambda = 1.125$, and the coefficient of variation, $V = 0.10$ [3]. The difference in coefficient of variation between the new test data and that from 1970's can be explained by the fact that all reinforcing steel in the United States is now produced from recycled steel with much more uniform properties.

5. Fabrication and Professional Factors

Fabrication factor, F , represents the variation in dimensions and geometry. The recommended statistical parameters are based on previous studies by Ellingwood et al. (1980). For width of concrete beams $\lambda = 1.01$ and $V = 0.04$ and for effective depth $\lambda = 0.99$ and $V = 0.04$. For reinforcing bars and stirrups, the bias factor of dimensions is $\lambda = 1.0$ and $V = 0.01$. The area of reinforcing steel, A_s , can also be treated as a practically deterministic value, with $\lambda = 1.0$ and $V = 0.015$.

Professional (analysis) factor, P , represents the variation in the ratio of the actual resistance and what can be analytically predicted using accurate material strength and dimension values. The statistical parameters of P were considered by Ellingwood et al. [3]. For shear in slabs without shear reinforcement the parameters are based on the recent results of shear tests in slabs [2, 7, 9]. For reinforced concrete beams in flexure, $\lambda = 1.02$ and $V = 0.06$, and for beams in shear, $\lambda = 1.075$ and $V = 0.10$.

6. Statistical Parameters of Resistance

The parameters of resistance, R , were calculated using Monte Carlo simulations, using statistical parameters determined for M , F and P . Material parameters for ordinary and high strength concrete were based on the cylinder test data. The bias factor for concrete strength

in structure is reduced compared to the bias factor obtained from cylinder tests, by 10% for moment and 5% for shear. The actual concrete strength in the structure can differ from job to job, but these differences are included in the fabrication and professional factors (λ_F and λ_p). The concrete strength data was obtained from many different sources (concrete mix plants and construction sites) so it includes the batch-to-batch variation, that is higher than within-batch variation. The investigated data also includes variation caused by different testing methods (as data comes from different labs), different mixes and different ingredients.

Material parameters for steel rebars were based on the yield strength data. A formula for resistance (load carrying capacity) is formulated for each of the considered limit states and structural components. The considered parameters include:

- Strength of concrete, f_c' , for ordinary and high strength concrete,
- Yield strength of reinforcing steel bars, f_y ,
- Dimensions of the cross section (width, breadth, and effective depth),
- Reinforcement ratio for each case (between minimum and maximum allowed by the ACI 318-14 Code).

The cumulative distribution function (CDF) of resistance was obtained by generating one million values of R for each considered design case. This served as a basis to calculate the mean of R , m_R , standard deviation, σ_R , bias factor, λ_R , and coefficient of variation, V_R . The simulations for all selected design cases were performed for normal weight concrete and light-weight concrete, and for various reinforcement ratios. It was found that the reinforcement ratio does not have any significant effect on the parameters of resistance.

The resulting bias factors and coefficients of variation are shown in Table 1, for normal weight concrete (NWC) and light-weight concrete (LWC).

7. Reliability Analysis

Structural analysis is performed to determine the reliability index, b [4]. The limit state function is:

$$g = R - (D + L) = 0 \quad (2)$$

The design formula specified by ACI 318 Code (2014) is:

$$1.2D + 1.6L < \phi R \quad (3)$$

$$1.4D < \phi R \quad (4)$$

where ϕ = resistance factor, which is to be determined.

The number of possible values for ϕ is limited because they are rounded to the nearest 0.05. For light-weight concrete, the calculations are performed for three values of ϕ ; 0.70, 0.75 and 0.80. For comparison, also plotted are values of b for normal weight concrete

Reliability index is calculated using following formula:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_Q}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2}} \quad (5)$$

where μ_R = mean resistance, μ_Q = mean load effect, σ_R = standard deviation of resistance, and σ_Q = standard deviation of load effect.

The calculated reliability indices are shown in Rys. 7 for the case of no shear reinforcement, Rys. 8 for the minimum code-specified shear reinforcement, Rys. 9 for the minimum practical shear reinforcement, and Fig. 10 for the average shear reinforcement.

For each considered design case, the results are presented for three values of ϕ for light-weight concrete, $\phi = 0.70, 0.75$ and 0.80 . For comparison, the calculations were also performed for normal weight concrete and $\phi = 0.75$ specified in the ACI 318 Code [1]

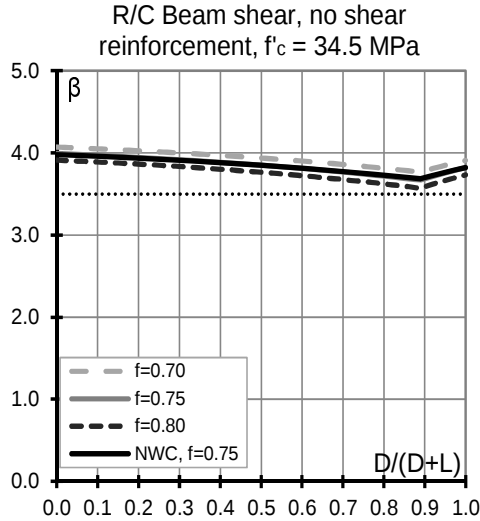


Fig. 7. Reliability Index vs. Load Ratio for No Shear Reinforcement

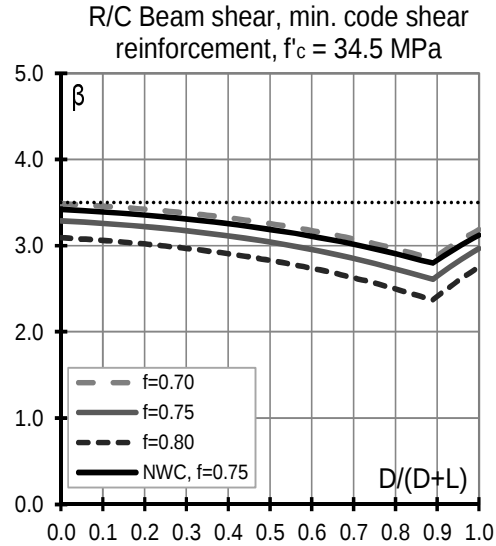


Fig. 8. Reliability Index vs. Load Ratio for Minimum Code-Specified Shear Reinforcement

8. Resistance Factors

The reliability indices are calculated for a full range of load ratios. However, the practical range is between 0.3 and 0.7. For light-weight concrete, the resulting reliability indices are between 3.5 and 4.0 for $\phi = 0.75$. The exception is the case with the minimum code-specified shear reinforcement. The obtained reliability indices are the lowest. However, in practice this case never governs, as the practical minimum shear reinforcement is larger.

It is recommended to $\phi = 0.70$ for light-weight concrete beams in shear.

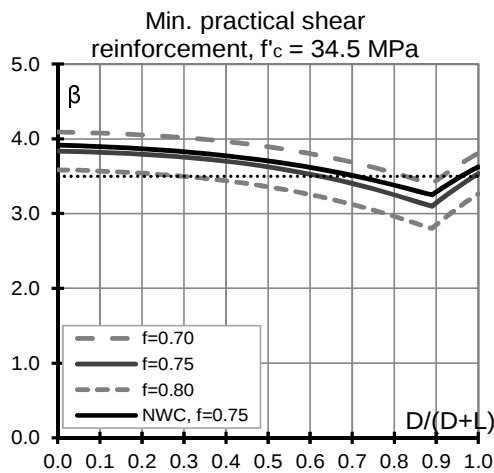


Fig. 9. Reliability Index vs. Load Ratio for Minimum Practical Shear Reinforcement

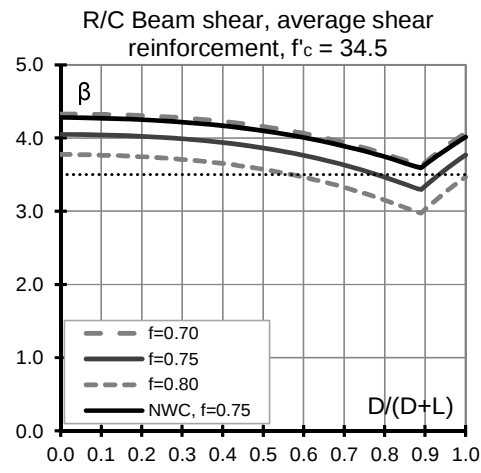


Fig. 10. Reliability Index vs. Load Ratio for Average Shear Reinforcement

9. Conclusions

The statistical parameters of resistance were derived for lightweight concrete, ordinary concrete, high strength concrete and reinforcing bars, based on new material test data-provided by industry. The tests results were plotted on the normal probability paper and the mean values and standard deviations were determined by consideration of the lower tail of the CDF. The results indicate that the bias factors have increased and coefficients of variation have decreased over the last 30 years.

The changes in material properties affect the load carrying capacity of structural components. The statistical parameters of resistance were determined for reinforced concrete beams. The flexural capacity of reinforced concrete beams is mostly affected by strength of reinforcing steel and this is reflected in the increased bias factor and reduced coefficient of variation. It was found that the reinforcement ratio has only a small effect on the parameters of beam resistance.

The statistical parameters of shear capacity depend on the shear reinforcement ratio and strength of concrete. The bias factor and coefficient of variation decreases with concrete strength. For larger reinforcement ratio, the resistance parameters are affected more by rebar properties rather than concrete.

It was observed that the bias factor for compressive strength of lightweight concrete is slightly higher than that for the ordinary concrete and high strength concrete. This is an indication of a more conservative approach to the application of a relatively new material. However, additional properties of lightweight concrete also influence the member capacity in shear resulting in a lower value of professional factor.

The reliability indices were calculated for selected reinforced concrete beams. It was found that the resistance factor for shear strength of lightweight reinforced concrete beams should be 0.70.

References

1. ACI 318-14; Building Code Requirements for Structural Concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2014.
2. Collins M., Kuchma D., 1999. How safe are our large, lightly reinforced concrete beams, slabs and footings? *ACI Structural Journal* 96(4).
3. Ellingwood B., Galambos T.V., McGregor J.G., Cornell C.A., 1980. Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58. NBS Special Report 577, U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards/
4. Nowak A.S., Collins K.R., 2013. Reliability of structures. CRC Press, New York.
5. Nowak A.S., Szerszen M., 2003. Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318). Part 1 & 2, *ACI Structural Journal* 100(3), 377-382.
6. Nowak A.S., Rakoczy A.M., Szeliga E., 2010. Revised Statistical Resistance Models for R/C Structural Components. ACI SP, October.
7. Rakoczy A.M., Nowak A.S., 2014. Resistance Factors for Lightweight Concrete Members. *American Concrete Institute Journal of Structures* 111(1), Jan-Feb., 103-111.
8. Reineck K.-H., Kuchma D., Kim K.S., Marx S., 2003. Shear database for reinforced concrete members without shear reinforcement. *ACI Structural Journal* 100(2).
9. Teng S., Cheong H.K., Kuang K.L., Geng J.Z., 2004. Punching shear strength of slabs with openings and supported on rectangular columns, *ACI Structural Journal* 101(5).

Nośność na ścinanie belek żelbetowych z betonu zwykłego i lekkiego

Andrzej S. Nowak¹, Anna M. Rakoczy²

¹ Auburn University, Auburn, USA, Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich w Bydgoszczy, e-mail: nowak@auburn.edu

² Transportation Technology Center, Inc., Pueblo, CO 81001, e-mail: anna_rakoczy@aar.com

Streszczenie: Celem referatu jest przedstawienie modelu statystycznego nośności na ścinanie belek żelbetowych oraz porównanie betonu zwykłego i lekkiego. W pracy wykorzystano dane na temat materiałów i badań elementów konstrukcyjnych. Wyznaczono statystyczne parametry nośności belek na ścinanie. Nośność jest rozpatrywana jako iloczyn trzech zmiennych losowych reprezentujących losowość właściwości materiału, wymiary i geometrie oraz dokładność modelu analitycznego. Dane materiałowe są przedstawione w formie dystrybucyj wykreślonej na arkuszu probabilistycznym dla łatwiejszej interpretacji wyników. Najważniejsze parametry to wartość średnia, współczynnik odchylenia od wartości średniej oraz współczynnik zmienności. Zaobserwowano, że jakość materiałów i robocizny uległa znacznej poprawie w ciągu ostatnich 30 lat i to znalazło odzwierciedlenie w zmniejszonych współczynnikach zmienności. Jednakże badania laboratoryjne wykazały, że obecne wymagania normowe dotyczące ścinania są w mniejszym stopniu konserwatywne dla betonu lekkiego niż betonu zwykłego. Dlatego jest potrzeba sprawdzenia współczynnika nośności dla betonu lekkiego w oparciu o model statystyczny.

Słowa kluczowe: ścinanie, zwykły beton, lekki beton, wytrzymałość na ściskanie, stopień zbrojenia na ścinanie, współczynnik nośności

Wymiarowanie symetrycznie zbrojonych mimośrodowo ściskanych przekrojów prostokątnych całkowicie ściskanych o dowolnych klasach betonu

Janusz Pędziwiatr

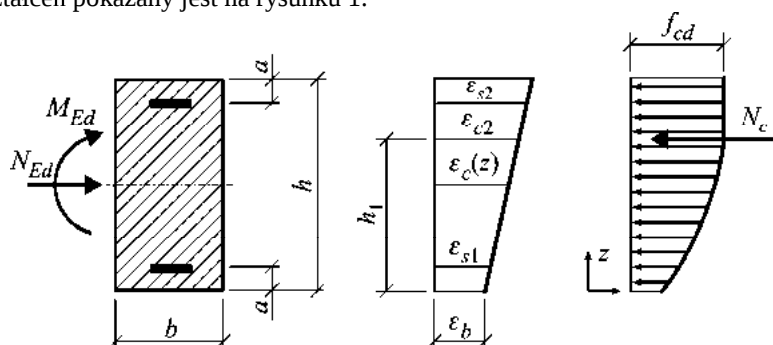
Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Politechnika Wrocławska,
e-mail: janusz.pedziwiatr@pwr.edu.pl

Streszczenie: W odniesieniu do przekrojów całkowicie ściskanych przyjęcie założenia o symetrii zbrojenia jest uzasadnione. Z faktu, że może ono być w różnym stopniu wykorzystane, a przebiegi odkształceń w betonie (i związane z tym siły) są zależne również od jego klasy, do analizy przyjęto model ogólnej zależności $\sigma_c = \sigma_c(\varepsilon_c)$. Szczegółowa postać równań równowagi i sposób obliczeń zależy od przebiegu odkształceń w przekroju. W odniesieniu do przekrojów całkowicie ściskanych wyróżniono trzy przypadki. Zostały one omówione i zilustrowane algorytmem postępowania. Pozwala to dokładniej zwymiarować przekrój w porównaniu z rozwiązaniami bazującymi na wykresach krzywych granicznych [1-2]. W przypadku betonów klas wyższych niż C50/60 przedstawiona metoda jest jak na razie jedyną dostępną w literaturze.

Słowa kluczowe: żelbet, mimośrodowe ściskanie, zbrojenie symetryczne, wymiarowanie, domeny, przekrój ściskany, algorytmy

1. Wprowadzenie

Wymiarowanie przekrojów mimośrodowo ściskanych, gdy cały przekrój jest ściskany, jest zagadnieniem wewnętrznie statycznie niewyznaczanym. W tym przypadku ogólny układ odkształceń pokazany jest na rysunku 1.



Rys. 1. Ogólny układ odkształceń w przekroju całkowicie ściskanym

Niewiadomymi są stopnie zbrojenia stali bardziej ściskanej – ρ_2 , mniej ściskanej – ρ_1 oraz odkształcenie w skrajnych mniej ściskanych włóknach betonu – ε_b . W literaturze przedmiotu [1], [2], [3] najczęściej stosuje się zamiast ε_b fikcyjną wartość $\xi \geq h/d$. Wyróżnienie przypadku przekroju całkowicie ściskanego wynika z konieczności uwzględnienia dodatkowego wymagania normowego, że w odległości

$h_1 = h\varepsilon_{c2} / \varepsilon_{cu2}$ od krawędzi mniej ściskanej odkształcenie w betonie nie może przekraczać ε_{c2} . Prowadzi to do ograniczenia maksymalnej wartości siły w ściskanym betonie. O ile w odniesieniu do przekrojów ze strefą rozciąganą stosowanie prostokątnego wykresu naprężeń w betonie w strefie ściskanej prowadzi do poprawnych rozwiązań, o tyle w przekrojach całkowicie ściskanych konieczne jest korzystanie z prawa płaskich przekrojów i nieliniowych zależności pomiędzy odkształceniami i naprężeniami w betonie.

2. Ogólne zasady i założenia przy wymiarowaniu przekrojów

Ogólną zależność pomiędzy odkształceniami a naprężeniami w betonie można zapisać w postaci:

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{dla } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \quad (1a)$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{dla } \varepsilon_{c2} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2} \quad (1b)$$

Przebieg odkształceń w przekroju uwzględniający wspomniane ograniczenie odkształcenia opisuje funkcja:

$$\varepsilon_c(z) = \varepsilon_b + \frac{\varepsilon_{c2} - \varepsilon_b}{h_1} z \quad (2)$$

Początek układu współrzędnych (z) przyjmuje się na poziomie dolnych włókien betonu. Wartość wypadkowej siły w betonie oblicza się całkując naprężenia po wysokości przekroju:

$$N_c = f_{cd} b \int_0^{h_1} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c(z)}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] dz + f_{cd} b (h - h_1) \quad (3)$$

Podstawiając do (3) zależność (2) i przyjmując oznaczenie $\varepsilon_{c2} - \varepsilon_b = t$, można po wykonaniu całkowania zapisać (3) w następującej postaci bezwymiarowej:

$$n_c = \frac{N_c}{f_{cd} b h} = (1 - \alpha_1 t^n) \quad (4)$$

gdzie:

$$\alpha_1 = \frac{1}{n+1} \frac{1}{\varepsilon_{c2}^{n-1} \varepsilon_{cu}} \quad (5)$$

W analogiczny sposób można wyznaczyć moment zginający obliczony względem dolnej krawędzi przekroju wywołany przez ściskany beton:

$$M_c = 0.5 f_{cd} b h^2 \left[1 - 2 \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) \frac{1}{\varepsilon_{cu}^2} \frac{1}{\varepsilon_{c2}^{n-2}} (\varepsilon_{c2} - \varepsilon_b)^n \right] \quad (6)$$

Po sprowadzeniu do postaci bezwymiarowej wygodnie jest go zapisać w postaci:

$$m_c = M_c / (f_{cd} b h^2) = 0.5 (1 - \alpha_2 t^n) \quad (7)$$

Parametr α_2 , podobnie jak α_1 , zależy jedynie od klasy betonu i wyraża się wzorem (8):

$$\alpha_2 = \left[2 \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) \frac{1}{\varepsilon_{cu}^2} \frac{1}{\varepsilon_{c2}^{n-2}} \right] \quad (8)$$

Wartości parametrów α_1 i α_2 zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Wartości parametrów α_1 i α_2

Klasa betonu	C12-C50	C55	C60	C70	C80	C90
α_1	0.0476	0.0649	0.0805	0.1019	0.1111	0.1094
α_2	0.0136	0.0246	0.0355	0.0525	0.0628	0.0643

Stopień wykorzystania stali można uzależnić od wartości odkształceń ε_b . W odniesieniu do stali mniej ściskanej, po wstawieniu do (2) $z = a$ oraz $\varepsilon_b(z = a) = \varepsilon_{pl}$, można wyznaczyć graniczną wartość $\varepsilon_{b,min}$, przy której stal mniej ściskana jest wykorzystana:

$$\varepsilon_{b,min} = \varepsilon_{c2} - \frac{\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{pl}}{1 - \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{c2}} \frac{a}{h}} \quad (9)$$

Przykładowe wyniki zestawione są w tabeli 2. Wynika z niej, że w odniesieniu do betonów klas niższych niż C55 stal ta nigdy nie będzie wykorzystana, a dla wyższych klas – w stosunkowo małym przedziale. Naprężenie w niewykorzystanym zbrojeniu ($\varepsilon_b < \varepsilon_{b,min}$) oblicza się z zależności:

$$\sigma_{s1} = \frac{f_{yd}}{\varepsilon_{pl}} \left[t \left(\frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{c2}} \frac{a}{h} - 1 \right) + \varepsilon_{c2} \right] \quad (10)$$

Tabela 2. Graniczna wartość odkształcenia $\varepsilon_{b,min}$ przy której stal mniej ściskana jest wykorzystana

a/h	C12-C50	C55	C60	C70	C80	C90
0.05	nigdy	2.172	2.166	2.161	2.156	2.152
0.1	nigdy	2.170	2.156	2.145	2.136	2.127
0.15	nigdy	2.167	2.145	2.128	2.114	2.099
0.2	nigdy	2.164	2.132	2.108	2.088	2.068

Analogiczny problemem dotyczy zbrojenia bardziej ściskanego. Graniczną wartość odkształcenia można obliczyć z zależności:

$$\varepsilon_{b,lim} = \varepsilon_{c2} - \frac{\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{pl}}{1 - \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{c2}} \left(1 - \frac{a}{h} \right)} \quad (11)$$

Tabela 3. Wartości granicznych wartości odkształceń gwarantujących wykorzystanie stali bardziej ściskanej

a/h	C12-C50	C55	C60	C70	C80	C90
0.05	1.737	zawsze	zawsze	zawsze	zawsze	zawsze
0.1	1.697	zawsze	zawsze	zawsze	zawsze	zawsze
0.15	1.643	zawsze	zawsze	zawsze	zawsze	zawsze
0.2	1.565	zawsze	zawsze	0.140	0.560	0.470

W przypadku betonów C12-C50 stal jest wykorzystana, gdy $\varepsilon_b \leq \varepsilon_{b,\lim}$, natomiast dla betonów C70-C90 ma to miejsce, jeżeli $\varepsilon_b \geq \varepsilon_{b,\lim}$. Naprężenia w zbrojeniu, gdy nie jest ono wykorzystane, wynoszą:

$$\sigma_{s2} = \frac{f_{yd}}{\varepsilon_{pl}} \left[t \left(\frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{c2}} \frac{d}{h} - 1 \right) + \varepsilon_{c2} \right] \quad (12)$$

Wartości w tabelach podano dla stali o $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$. Krótka analiza liczb zawartych w tych tabelach wskazuje, że możliwe są następujące sytuacje: a) żadna stal nie jest wykorzystana – np. beton C12-C50, $a/h = 0.1$ i $\varepsilon_b > 1.7\%$; b) obie stale są wykorzystane – np. C60, $a/h = 0.1$ i $\varepsilon_b > 2.2\%$; c) wykorzystana jest tylko stal bardziej ściskana.

2.1. Wymiarowanie przekroju, gdy oba zbrojenia są wykorzystane

W celu zapewnienia ogólności rozwiązań wygodnie jest posługiwać się wielkościami bezwymiarowymi $n_{Ed} = N_{Ed} / (f_{cd} b h)$, $m_{Ed} = n_{Ed} e / h$ oraz stopniami zbrojenia $\rho = A_s / b h$. Warunek równowagi sił zapisany w postaci bezwymiarowej jest następujący:

$$n_{Ed} = n_c + 2\rho \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = 1 - \alpha_1 t^n + 2\rho \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad (13)$$

Warunek równowagi momentów względem zbrojenia mniej ściskanego ma postać:

$$m_{Ed} + n_{Ed} \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h} \right) = m_c - n_c \frac{a}{h} + \rho \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \left(1 - \frac{2a}{h} \right) = 0.5(1 - \alpha_2 t^n) - (1 - \alpha_1 t^n) \frac{a}{h} + \rho \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \left(1 - \frac{2a}{h} \right) \quad (14)$$

Równania (14) i (13) tworzą układ o niewiadomych ρ oraz t^n . Po wyliczeniu ρ z (13) i wstawieniu do (14) otrzymuje się:

$$t^n = (\varepsilon_b - \varepsilon_{c2}) = \frac{2m_{Ed}}{\alpha_1 - \alpha_2} \quad (15)$$

Stopień zbrojenia można obliczyć przekształcając wzór (13):

$$\rho = 0.5 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \left(n_{Ed} - 1 + \alpha_1 \frac{2m_{Ed}}{\alpha_1 - \alpha_2} \right) \quad (16)$$

2.2. Wymiarowanie przekroju, gdy wykorzystane jest tylko zbrojenie bardziej ściskane

Warunek równowagi sił wykorzystujący równanie (10) ma postać:

$$n = 1 - \alpha_1 t^n + \rho \frac{f_{yd}}{f_{cd} \varepsilon_{pl}} \left[t \left(\frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{c2}} \frac{a}{h} - 1 \right) + \varepsilon_{c2} \right] + \rho \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad (17)$$

Po wyliczeniu stąd ρ i wstawieniu do (14) otrzymuje się następującą postać równania:

$$\beta_1 t^{n+1} + \beta_2 t^n + \beta_3 t + \beta_4 = 0 \quad (18)$$

Równanie to należy rozwiązać numerycznie, a jego współczynniki są określone następującymi wzorami:

$$\beta_1 = A \left(\frac{a}{h} \alpha_1 - \frac{1}{2} \alpha_2 \right) \quad (19a)$$

$$\beta_2 = \alpha_1 \left(1 - 2 \frac{a}{h} \right) + B \frac{\beta_1}{A} \quad (19b)$$

$$\beta_3 = A \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h} \right) (1 - n) - m \right] \quad (19c)$$

$$\beta_4 = \frac{\beta_3}{A} B + (n - 1) \left(1 - 2 \frac{a}{h} \right) \quad (19d)$$

We wzorach tych przyjęto $A = -\frac{1}{\varepsilon_{pl}} \left(1 - \frac{a}{h} \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{c2}} \right)$ oraz $B = 1 + \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{pl}}$. Po wyznaczeniu t

oblicza się $\varepsilon_b = \varepsilon_{c2} - t$. Stopień zbrojenia określony jest wzorem:

$$\rho = (n - 1 + \alpha_1 t^n) \frac{f_{cd}}{f_{yd}} / \left[1 + \frac{t}{\varepsilon_{pl}} \left(\frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{c2}} \frac{a}{h} - 1 \right) + \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{pl}} \right] \quad (20)$$

2.3. Wymiarowanie przekroju, gdy żadna stal nie jest wykorzystana

Warunek równowagi sił uwzględniający (10) i (12) ma postać:

$$n_{Ed} = n_c + \rho \frac{f_{yd}}{f_{cd} \varepsilon_{pl}} \left[t \left(\frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{c2}} \frac{a}{h} - 1 \right) + \varepsilon_{c2} \right] + \rho \frac{f_{yd}}{f_{cd} \varepsilon_{pl}} \left[t \left(\frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{c2}} \frac{d}{h} - 1 \right) + \varepsilon_{c2} \right] \quad (21)$$

Po wyznaczeniu z niego ρ i wstawieniu do warunku równowagi momentów otrzymuje się:

$$m_{Ed} + n_{Ed} \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h} \right) = 0.5 (1 - \alpha_2 t^n) - (1 - \alpha_1 t^n) \frac{a}{h} + \frac{[n - (1 - \alpha_1 t^n)]}{At + B} \left(1 - \frac{2a}{h} \right) (Ct + 0.5B) \quad (22)$$

We wzorze (22) przyjęto następujące oznaczenia:

$$A = -\frac{1}{\varepsilon_{pl}} \left(2 - \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{c2}} \right), \quad B = 2 \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{pl}} \quad \text{oraz} \quad C = \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{c2} \varepsilon_{pl}} \frac{d}{h} - \frac{1}{\varepsilon_{pl}} \quad (23)$$

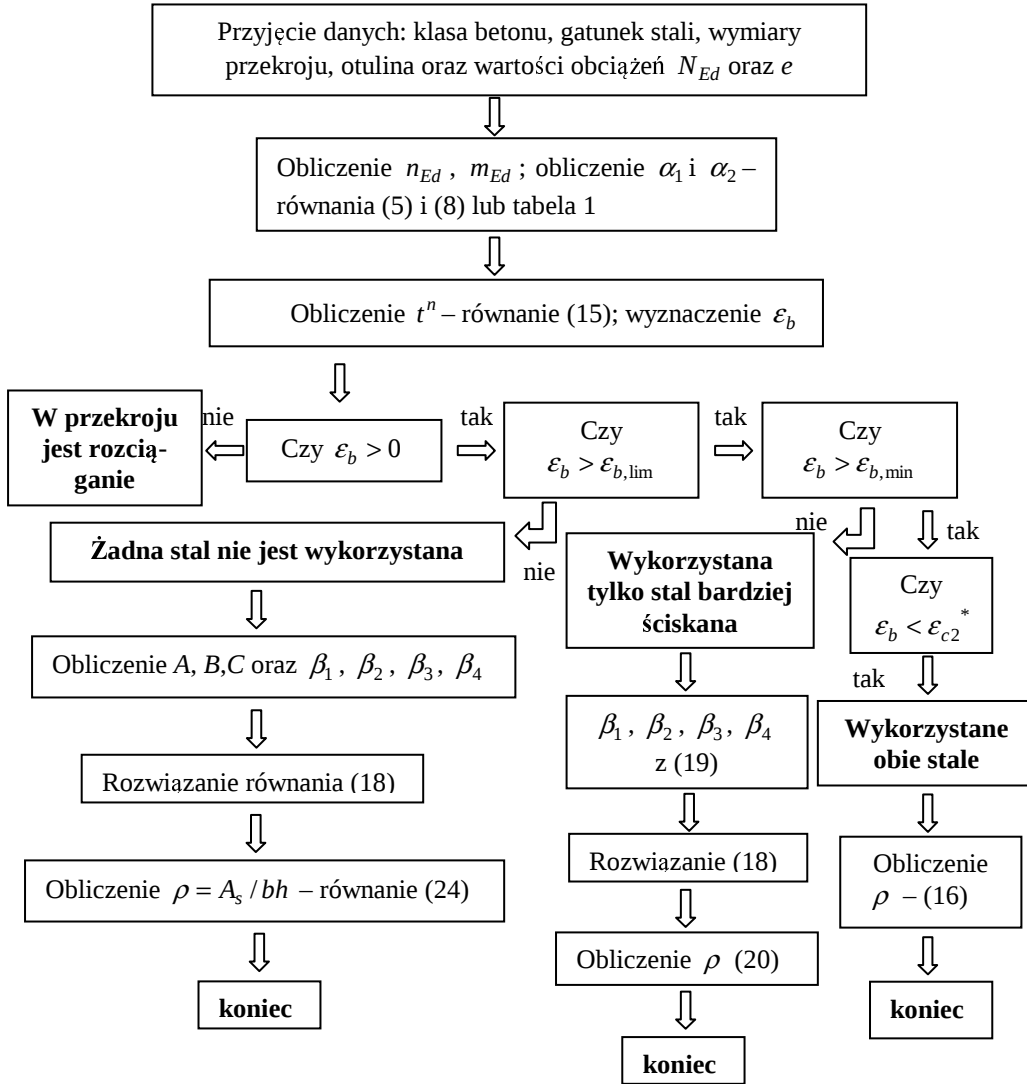
Prowadzi to do równania postaci (18) z następującymi współczynnikami:

$$\beta_1 = A \left(\frac{a}{h} \alpha_1 - \frac{1}{2} \alpha_2 \right) + C \left(1 - \frac{2a}{h} \right), \quad \beta_2 = 0.5B(\alpha_1 - \alpha_2),$$

$$\beta_3 = A \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h} \right) (1-n) - m \right] + C(n-1) \left(1 - 2 \frac{a}{h} \right), \quad \beta_4 = -mB$$

Po numerycznym wyznaczeniu t można obliczyć stopień zbrojenia przekształcając równanie (21):

$$\rho = \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \frac{(n-1 + \alpha_1 t^n)}{(At + B)} \quad (24)$$



Rys. 2. Ogólny algorytm postępowania przy wyznaczaniu stopnia zbrojenia w przekroju całkowicie ściskany (dla betonów $> C50$)

Przedstawione zależności pozwalają podać algorytm postępowania, który zilustrowano na rysunku 2. Dotyczy on betonów klas wyższych niż C50/60. W sytuacji, gdy otrzymano się $\varepsilon_b > \varepsilon_{c2}$ lub też $\rho > 0.02d/h$, to należy zwiększyć wymiary przekroju. W odniesieniu do betonów C12-C50 algorytm postępowania jest prostszy, gdyż nie ma wtedy przypadku, aby oba zbrojenia były wykorzystane.

3. Uwagi końcowe i wnioski

Przyjęcie założenia o symetrii zbrojenia w sytuacji, gdy cały przekrój jest ściskany, jest dosyć naturalne. Jedynym sposobem postępowania, opisanym w literaturze, jest wykorzystanie wykresów krzywych granicznych. Nie jest to zbyt wygodne dla projektanta, a co najważniejsze – nie ma takich wykresów dla betonów klas wyższych niż C50/60. Można więc uznać, że przedstawiona analityczna metoda, pomimo konieczności numerycznego rozwiązywania równań, w praktyczny sposób zlikwiduje tę lukę.

Literatura

1. Knauff M., 2012. Obliczanie konstrukcji żelbetowych według Eurokodu 2. PWN Warszawa.
2. Moss R., 2006. How to design concrete structures using EC2. Columns, ed. The Concrete Center.
3. Łapko A., Jensen B., 2009. Podstawy projektowania i algorytmy obliczeń konstrukcji żelbetowych. Arkady

The analytical method of designing eccentrically fully compressed rectangular sections of symmetrical reinforcement of any concrete class

Janusz Pędziwiatr

*Faculty of Civil and Water Building, Wrocław University of Science,
e-mail: janusz.pedziwiatr@pwr.edu.pl*

Abstract: The assumption of symmetrical reinforcement is strongly justified in a fully compressed cross sections. The main relationship $\sigma_c = \sigma_c(\varepsilon_c)$ has been taken for the analysis of forces in steel and concrete as they depend on strains in compressed concrete. Particular forms of equilibrium equations and ways of solutions also depend on these factors. There are three cases (domains) for full compressed cross sections. They have been omitted and illustrated with a graph algorithm. It is more precise than the interaction curve. In case of concrete classes higher than C50, it is the only way available in a literature.

Keywords: concrete, eccentric compression, symmetric reinforcement, dimensioning, domains, fully compressed, algorithm

Wymiarowanie symetrycznie zbrojonych mimośrodowo ściskanych przekrojów prostokątnych ze strefą rozciąganą przy dowolnych klasach betonu

Janusz Pędziwiatr

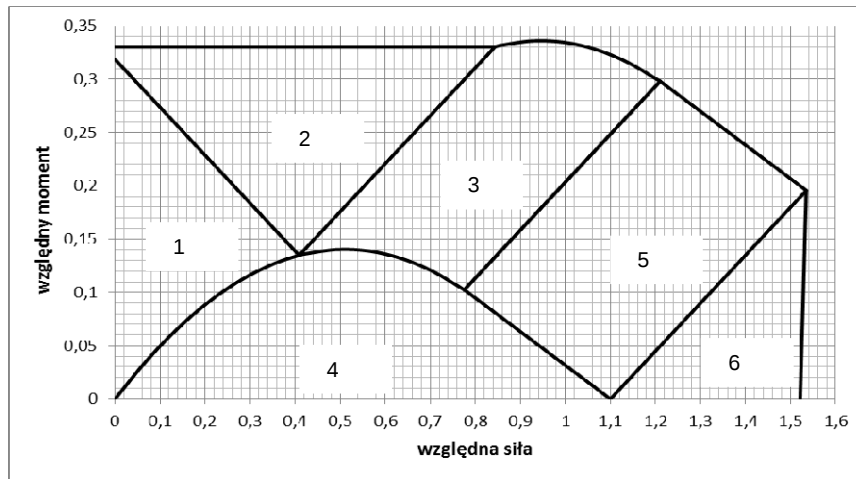
Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Politechnika Wrocławska,
e-mail: janusz.pedziwiatr@pwr.edu.pl

Streszczenie: Często przy wymiarowaniu mimośrodowo ściskanych słupów celowe jest przyjęcie założenia, że zbrojenie jest symetryczne. Pozwala to zredukować liczbę niewiadomych do dwóch i otrzymać jednoznaczne rozwiązanie. W literaturze przedstawia się je najczęściej w postaci wykresów rodziny krzywych interakcji (granicznych) skonstruowanych dla różnych stopni zbrojenia i wartości stosunku a/d [1, 2]. Problemem jest brak takich wykresów dla betonów klas wyższych niż C50/60. W artykule przedstawiono alternatywę polegającą na opracowaniu analitycznego rozwiązania problemu. Korzystając z opracowanych algorytmów można dokładnie wyznaczyć stopień zbrojenia dla dowolnych klas betonów, gatunków stali oraz wartości stosunku a/d .

Słowa kluczowe: żelbet, mimośrodowe ściskanie, zbrojenie symetryczne, wymiarowanie, domeny, algorytmy

1. Wprowadzenie

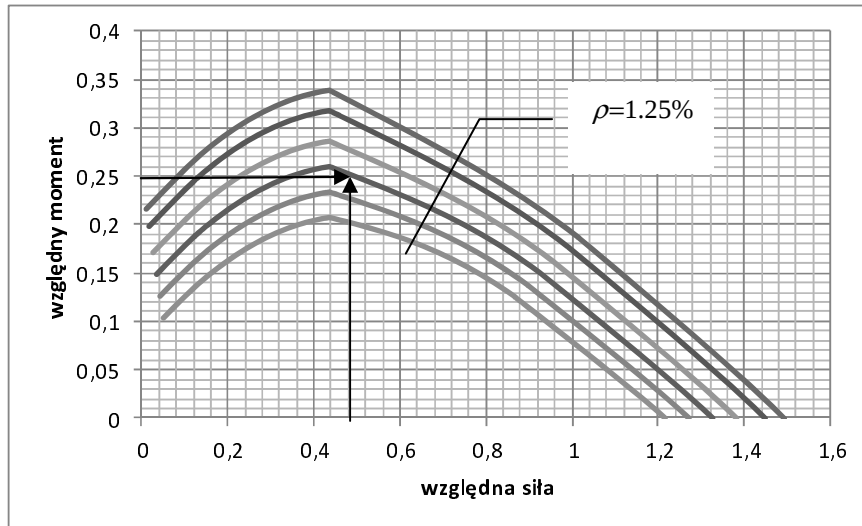
Wymiarowanie przekrojów mimośrodowo ściskanych jest zagadnieniem wewnętrznie statycznie niewyznaczalnym. Niewiadomymi są dwa pola zbrojenia oraz zasięg strefy ściskanej. Konieczne jest przyjmowanie dodatkowych założeń. Ani norma [3], ani MC 2010 [4] nie podają ich zalecanych postaci, co jest niedogodnością dla projektantów. W literaturze można znaleźć dwa typowe podejścia do tego problemu. Pierwszy polega na założeniu niesymetrycznego zbrojenia przekroju i przyjmowaniu dodatkowych warunków wynikających z warunków pracy przekroju [5]. Można to na przykład zilustrować korzystając z bezwymiarowych współrzędnych $n_{Ed} = N_{Ed} / f_{cd} b d$ oraz $m_{Ed} = n \cdot e / d$ (rys.1). Obszary zaznaczone na rysunku odpowiadają następującym formom wykorzystania zbrojenia: 1) zbrojenie w strefie ściskanej jest zbędne obliczeniowo, 2) oba zbrojenia są wykorzystane, 3) zbrojenie w strefie rozciąganej jest niewykorzystane, 4) żadne ze zbrojeń nie jest wykorzystane, 5) cały przekrój jest ściskany, ale wykorzystana jest tylko stal bardziej ściskana, 6) cały przekrój jest ściskany i obie stę są niezbędne obliczeniowo. Dla każdego z tych obszarów można podać racjonalnie uzasadniony dodatkowy warunek (np. $\rho_2 = 0$, $\xi = \xi_{lim}$, $\rho_1 = 0$ – dla obszarów 1, 2, 3). Pozwala to otrzymać z równań równowagi jednoznaczne rozwiązanie. Obrazy domen można sporządzać korzystając zarówno z uproszczonego modelu zależności pomiędzy odkształceniami i naprężeniami w betonie jak i z ogólnego uwzględniającego paraboliczno-prostokątny wykres naprężeń ściskających w betonie.



Rys. 1. Obraz domen (obszarów) wyznaczających różne formy wytyczenia przekroju (wykorzystania zbrojenia)

W istocie wymiarowanie dotyczy słupów, w których zbrojenie jest niezmiennie w jego obrębie (np. danej kondygnacji) a momenty zginające mogą być różnych znaków w poszczególnych węzłach lub też, gdy zmiana znaku momentu w danym węźle występuje w związku z możliwością występowania różnych układów obciążeń. W takich sytuacjach założenie symetrycznego zbrojenia jest uzasadnione. Nie można też pominąć faktu, że symetrycznie zbrojone słupy są preferowane przez wykonawców, gdyż nie powodują problemów z ustalaniem kierunku montażu.

Takie podejście do wymiarowania umożliwia otrzymanie jednoznacznego rozwiązania, gdyż przyjęte założenie redukuje liczbę niewiadomych do dwóch – $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ oraz ξ . W ogólnie dostępnej literaturze przedmiotu, wymiarowanie bazuje na wykorzystaniu graficznych prezentacji rodzin krzywych granicznych. Na rysunku 2 pokazano jeden z takich przykładów. Krzywe są sporządzane we współrzędnych bezwymiarowych (np. $n_{Ed} = N_{Ed} / f_{cd} b d$ i $m_{Ed} = n \cdot e /$) przy ustalonym a/d dla różnych stopni zbrojenia. Wymiarowanie polega na obliczeniu wartości parametrów n_{Ed} i m_{Ed} , wyznaczeniu punktu przecięcia tych linii i odczytaniu stopnia zbrojenia odpowiadającego tej krzywej. Niedogodnościami tej metody są: a) jej dokładność związana jest ze skalą rysunku b) dostępne wykresy są wykonane dla 3-4 wartości a/d i tym samym często wymagają stosowania interpolacji pomiędzy wynikami odczytanymi z dwóch różnych wykresów c) nie ma w całej literaturze wykresów rodzin krzywych granicznych dla betonów klas wyższych niż C50. Gdyby jednak próbowano takiego rozwiązania, to należałoby wykonać takie wykresy dla każdej z klas osobno i dla co najmniej 4 wartości a/d – od 0,05 do 0,20, co daje 20 stron druku. W pracy pokazano alternatywne rozwiązanie polegające na podaniu rozwiązań w formie analitycznej.



Rys. 2. Obraz krzywych granicznych (interakcji) wyznaczających nośność przekroju symetrycznie zbrojonego dla różnych stopni zbrojenia (beton C55, $a/d = 0,1$)

2. Wymiarowanie przekrojów ze strefą rozciąganą

Ze względu na dodatkowe założenia podane w normie osobno należy rozpatrzyć przekroje ze strefą rozciąganą oraz całkowicie ściskane. W sytuacji gdy zbrojenie jest symetryczne należy liczyć się z tym, że któreś z nich (lub nawet oba) nie będą w pełni wykorzystane. Aktualną wartość naprężeń w zbrojeniu wyznacza się korzystając z prawa płaskich przekrojów. Sugeruje to, że lepiej korzystać z ogólnych zależności pomiędzy odkształceniami i naprężeniami w betonie. Zależność tę można zapisać w postaci:

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{dla } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \quad (1a)$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{dla } \varepsilon_{c2} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2} \quad (1b)$$

Wartości naprężeń w stali określają następujące wzory:

$$\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2} E_s = \varepsilon_{cu2} \frac{\left(\xi - \frac{a}{d} \right)}{\xi} E_s = f_{yd} \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{pl}} \frac{\left(\xi - \frac{a}{d} \right)}{\xi} \leq f_{yd} \quad (2)$$

$$\sigma_{s1} = \varepsilon_{s1} E_s = \varepsilon_{cu2} \frac{(1-\xi)}{\xi} E_s = f_{yd} \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{pl}} \frac{(1-\xi)}{\xi} \leq f_{yd} \quad (3)$$

Korzystając z prawa płaskich przekrojów można ustalić graniczne wartości względnego zasięgu strefy ściskanej, przy których zbrojenia są w pełni wykorzystane, tzn. $\sigma_s = f_{yd}$. W tabeli 1 zestawiono wartości $\xi_{\min}$ takie, że jeśli $\xi \geq \xi_{\min}$, to $\sigma_{s2} = f_{yd}$. W podobny sposób można określić wartości $\xi_{\lim}$ takie, że jeżeli $\xi \leq \xi_{\lim}$, to $\sigma_{s1} = f_{yd}$.

Wyniki zestawiono w tabeli 2. Wartości te zostały obliczone dla $f_{yd} = 500 / 1.15 \cong 435$ MPa.

Tabela 1. Minimalne wartości względnego zasięgu strefy ściskanej gwarantujące wykorzystanie stali ściskanej

Klasa betonu	C12-C50	C55	C60	C70	C80	C90
ε_{c2} , ‰	2	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
ε_{cu2} , ‰	3.5	3.1	2.9	2.7	2.6	2.6
a/d	0.05	0.1320	0.1674	0.1997	0.2566	0.3051
	0.1	0.2639	0.3347	0.3994	0.5132	0.6102
	0.15	0.3959	0.5021	0.5991	0.7698	0.9153
	0.2	0.5279	0.6695	0.7988	1.0264	nigdy

Tabela 2. Graniczne wartości względnego zasięgu strefy ściskanej gwarantujące wykorzystanie stali rozciąganej

Klasa betonu	C12-C50	C55	C60	C70	C80	C90
ε_{cu2} , ‰	3.5	3.1	2.9	2.7	2.6	2.6
ξ_{lim}	0.6169	0.5878	0.5716	0.5540	0.5446	0.5446

Wartość siły w betonie można wyznaczyć całkując wartość naprężeń po polu powierzchni ściskanego betonu. Prowadzi to do zależności:

$$N_c = b \int_0^{\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} x} \sigma_c(z) dz + f_{cd} b x \left(1 - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \right) = f_{cd} b x \left(1 - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \frac{1}{1+n} \right) \quad (4)$$

Wygodnie jest ją zapisać w następującej postaci bezwymiarowej:

$$N_c / f_{cd} b d = \xi \left(1 - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \frac{1}{1+n} \right) = n_c = \xi \cdot n'_c \quad (5)$$

Analogiczne całkowanie pozwala obliczyć wartość momentu wywołanego naprężeniami w betonie a tym samym położenie wypadkowej siły. Jej bezwymiarową odległość od ściskanej krawędzi określa wzór (6):

$$\zeta_2 = z_2 / d = \xi \left\{ 1 - \frac{\left[1 - \left(\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} \right)^2 \right] + \left(\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} \right)^2 \left[1 - \frac{2}{(n+1)(n+2)} \right]}{2 \left(1 - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} \frac{1}{1+n} \right)} \right\} = \xi \cdot \zeta'_2 \quad (6)$$

Forma wzorów (5) i (6) pozwala na zestawienie w tabeli podstawowych wartości potrzebnych do obliczeń (tabela 3). Przy założeniu symetrycznego zbrojenia punktem

wyjścia do obliczeń jest warunek równowagi sił. W zależności od „przynależności” do określonej domeny mają te równania w formie bezwymiarowej następującą postać:

$$- \text{domena 1: } N_{Ed} / (f_{cd} b d) = n_{Ed} = n'_c + \left[\frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{pl}} \frac{\left(\xi - \frac{a}{d} \right)}{\xi} - 1 \right] \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \rho \quad (7)$$

$$- \text{domena 2: } n_{Ed} = n'_c \xi + \rho \frac{f_{yd}}{f_{cd}} - \rho \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = n'_c \xi \quad (8)$$

$$- \text{domena 3: } n_{Ed} = n'_c \xi + \left[1 - \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{pl}} \frac{(1 - \xi)}{\xi} \right] \frac{f_{yd}}{f_d} \rho \quad (9)$$

$$- \text{domena 4: } n_{Ed} = n'_c + \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{pl}} \left[\frac{(\xi - a/d)}{\xi} - \frac{(1 - \xi)}{\xi} \right] \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \rho \quad (10)$$

Tabela 3. Wartości parametrów służących określaniu wartości siły w betonie i jej położenia

Klasa betonu	C12-C50	C55	C60	C70	C80	C90
n	2.0	1.8	1.6	1.5	1.4	1.4
Wyznaczanie siły w betonie, n'_c	0.8095	0.7419	0.6950	0.6372	0.5994	0.5833
Wyznaczanie odległość siły od krawędzi przekroju ξ_2	0.4160	0.3919	0.3772	0.3620	0.3548	0.3529

Z równań tych wyznacza się stopień zbrojenia w funkcji ξ i wstawia do warunków równowagi momentów w celu wyznaczenia ξ . W przypadku obszaru drugiego wstawienie (8) do warunku równowagi momentów obliczonego względem środka ciężkości zbrojenia prowadzi do zależności (postać bezwymiarowa):

$$m_{Ed} + 0.5 n_{Ed} \left(1 - \frac{a}{d} \right) = n_c (1 - \xi_2) + \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \rho \left(1 - \frac{a}{d} \right) \quad (11)$$

Po przekształceniu otrzymuje się rozwiązanie:

$$\rho = \left[m_{Ed} + 0.5 n_{Ed} \left(1 - \frac{a}{d} \right) - n_c (1 - \xi_2) \right] / \left[\frac{f_{yd}}{f_{cd}} \left(1 - \frac{a}{d} \right) \right] \quad (12)$$

W odniesieniu do pozostałych domen sytuacja jest bardziej skomplikowana. Wstawienie wyznaczonej z równań (7), (9) lub (10) wartości $\frac{f_{yd}}{f_{cd}} \rho$ prowadzi do równania trzeciego stopnia w postaci:

$$a \xi^3 + b \xi^2 + c \xi + d = 0 \quad (13)$$

Wartości współczynników w tym równaniu zależą od formy wyężenia (obszaru). W tabeli 4 zestawiono wzory do wyznaczania tych współczynników. W obecnych

warunkach numeryczne rozwiązanie takiego równania nie stanowi problemu. W kolejnym kroku wyznacza się poszukiwany stopień zbrojenia przekształcając równania (7), (9) lub (10):

$$\text{– domena 1: } \rho = \frac{f_{cd}}{f_{yd}} (n_{Ed} - n_c) / \left[\frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{pl}} \frac{\left(\xi - \frac{a}{d} \right)}{\xi} - 1 \right] \quad (14)$$

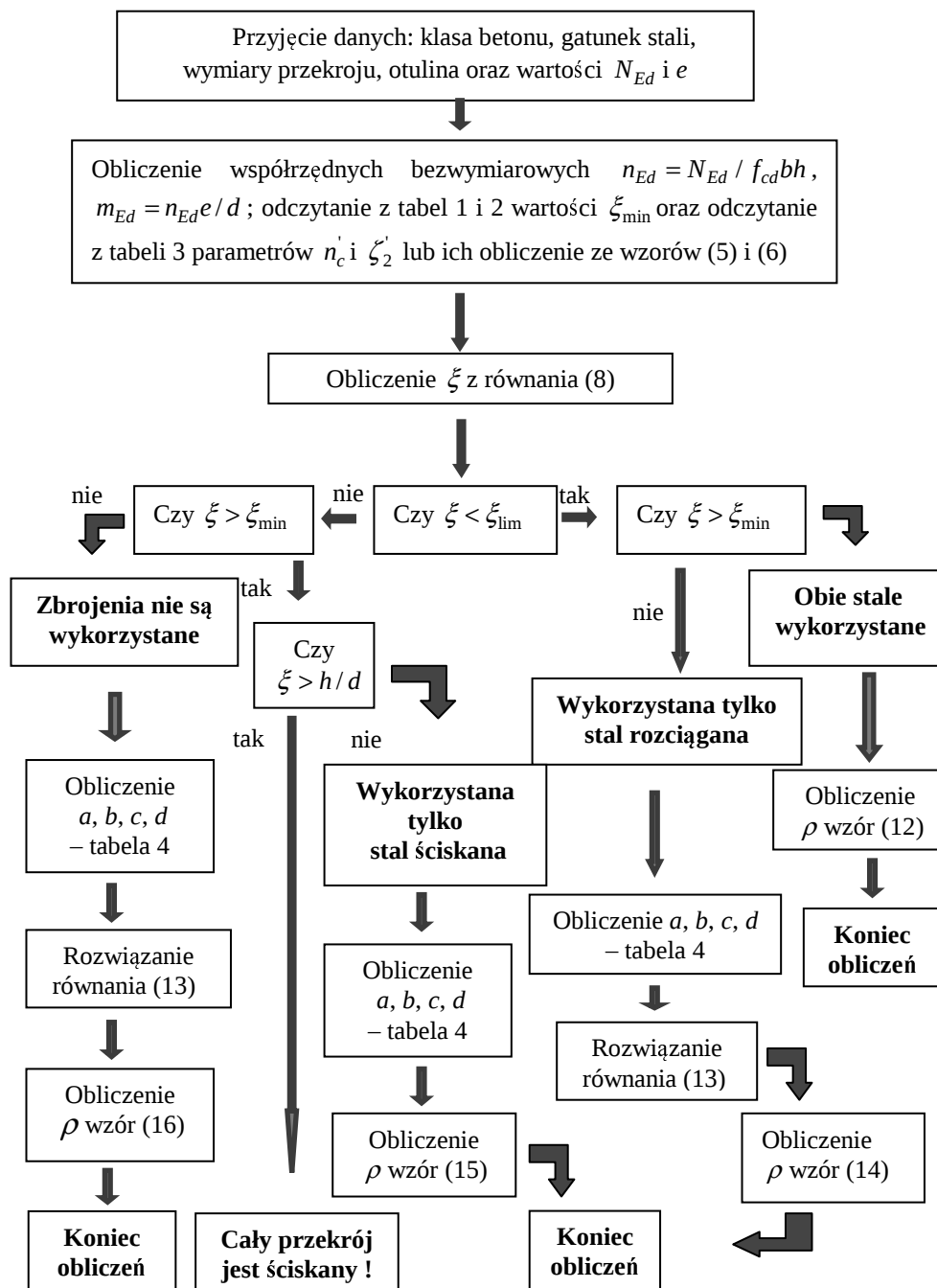
$$\text{– domena 3: } \rho = \frac{f_{cd}}{f_{yd}} [n_{Ed} - n_c] / \left[1 - \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{pl}} \frac{(1 - \xi)}{\xi} \right] \quad (15)$$

$$\text{– domena 4: } \rho = \frac{f_{cd}}{f_{yd}} (n_{Ed} - n_c^I \xi) \frac{\varepsilon_{pl}}{\varepsilon_{cu2}} \frac{\xi}{(2\xi - 1 - a/d)} \quad (16)$$

Tabela 4. Wartości współczynników a , b , c i d w równaniu (13)

Domena 1	
a	$(\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{pl}) n_c^I \zeta_2^I$
b	$n_c^I \left[\varepsilon_{pl} - \frac{a}{d} \varepsilon_{cu2} (1 + \zeta_2^I) \right]$
c	$m_{Ed} (\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{pl}) - 0.5 n_{Ed} \left(1 - \frac{a}{d} \right) (\varepsilon_{pl} + \varepsilon_{cu2}) + n_c^I \varepsilon_{cu2} \left(\frac{a}{d} \right)^2$
d	$-\varepsilon_{cu2} \frac{a}{d} \left[m_{Ed} - 0.5 n_{Ed} \left(1 - \frac{a}{d} \right) \right]$
Domena 3	
a	$(\varepsilon_{pl} + \varepsilon_{cu2}) n_c^I \zeta_2^I$
b	$-n_c^I \left[\frac{a}{d} \varepsilon_{pl} + \varepsilon_{cu2} (1 + \zeta_2^I) \right]$
c	$\left[m_{Ed} + 0.5 n_{Ed} \left(1 - \frac{a}{d} \right) \right] (\varepsilon_{pl} + \varepsilon_{cu2}) + n_c^I \varepsilon_{cu2} - n_{Ed} \left(1 - \frac{a}{d} \right) \varepsilon_{pl}$
d	$-\left[m_{Ed} + 0.5 n_{Ed} \left(1 - \frac{a}{d} \right) \right] \varepsilon_{cu2}$
Domena 4	
a	$2 n_c^I \zeta_2^I$
b	$-n_c^I \left[2 + \zeta_2^I (1 + a/d) \right]$
c	$2 m_{Ed} + n_{Ed} (1 - a/d) + n_c^I (1 + a/d)$
d	$-[m_{Ed} + 0.5 n_{Ed} (1 - a/d)] (1 + a/d)$

W sytuacji, gdy wykresy domen są praktycznie niedostępne, należy korzystać z algorytmu podanego w formie schematu blokowego na rysunku 4.



Rys. 4. Algorytm wyznaczania stopnia zbrojenia

3. Wnioski i uwagi końcowe

Przyjęcie założenia o symetrycznym zbrojeniu przekroju, redukując liczbę niewiadomych, pozwala obliczyć niezbędne zbrojenie bezpośrednio z równań równowagi. W sytuacji, gdy stal jest niewykorzystana i naprężenia w niej są mniejsze od f_{yd} , warunki te prowadzą do równania trzeciego stopnia ze względu na ξ . Jego współczynniki zostały podane w pracy dla każdej domeny a przedstawiony schemat blokowy prowadzi w sposób jednoznaczny do rozwiązania. Niedogodność polegająca na konieczności numerycznego rozwiązywania równania (13) jest w pełni kompensowana faktem, że przedstawiona metoda jest dokładniejsza od metod graficznych i ma zastosowanie dla dowolnych klas betonu i gatunków stali oraz stosunku a/d . W artykule tym ograniczono się jedynie do przekrojów ze strefą rozciąganą, ale w analogiczny sposób można opracować metodę wymiarowania przekrojów całkowicie ściskanych.

Literatura

1. Knauff M., 2012. Obliczanie konstrukcji żelbetowych według Eurokodu 2. PWN Warszawa.
2. Moss R., 2006. How to design concrete structures using EC2. Columns, ed. The Concrete Center.
3. PN-EN 1992-1-1. Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków. PKN Warszawa, 2008.
4. fib, CEB-FIP, Model Code 2010, First complete draft, April 2010.
5. Gil-Martin L.M. et al., 2011. Recent developments in optimal reinforcement of RC beam and column sections. Engineering Structures 33, 1170-1180.

The analytical method of designing eccentrically compressed rectangular sections with a tension zone and of symmetrical reinforcement of any concrete class

Janusz Pędziwiat

*Faculty of Civil and Water Building, Wrocław University of Science,
e-mail: janusz.pedziwiatr@pwr.edu.pl*

Abstract: It is often worth assuming symmetric reinforcement in columns. It allows to reduce a number of the unknowns and get a solution. It is presented as a graph of interaction curves for different steel ratios and a/d . There is a complete lack for such graphs in case of concrete classes higher than C50. An alternative analytical method is presented in this paper. Using the algorithm one can calculate the steel ratios for any concrete and steel classes and a/d values.

Keywords: concrete, eccentric compression, symmetric reinforcement, dimensioning, domains, algorithms

Metody oceny jakości betonu a niezawodność żelbetowych elementów ściskanych

Izabela Skrzypczak, Lidia Buda-Ożóg

Wydział Budownictwa, Inżynierii Środowiska i Architektury, Politechnika Rzeszowska,
e-mail: izas@prz.edu.pl, lida@prz.edu.pl

Streszczenie: W pracy określono wpływ kontroli jakości betonu na niezawodność żelbetowych elementów ściskanych zakwalifikowanych do klasy niezawodności RC2. Dokonano weryfikacji normowych kryteriów zgodności krzywymi AOQ w celu określenia kwantyla wytrzymałości betonu po przeprowadzonej kontroli zgodności. Przeprowadzone analizy niezawodności odniesione zostały do jakości betonu weryfikowanego na podstawie kryteriów zgodności dla próby o liczebności $n = 3$ i niezawodności słupa ściskanego. W przeprowadzonych analizach rozpatrywano najprostszy przykład elementu ściskanego, bowiem celem była ocena wpływu normowych kryteriów zgodności na wartość wskaźnik niezawodności.

Słowa kluczowe: beton, jakość, kryteria zgodności, niezawodność, słup ściskany

1. Wprowadzenie

We współczesnych normach wskazuje się na istotny wpływ przestrzegania środków zarządzania jakością na niezawodność konstrukcji, dlatego w pracy podjęto próbę określenia wpływu kontroli zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie na niezawodność żelbetowych elementów ściskanych.

Niezawodność we normach projektowania konstrukcji definiowana jest jako zdolność konstrukcji do spełnienia określonych wymagań i obejmuje nośność, użytkowość i trwałość [1, 2]. Wymaganą niezawodność konstrukcji należy zapewnić projektując zgodnie z zaleceniami normowymi, a także wykonując i podejmując odpowiednie środki mające na celu zapewnienie należytej jakości wykonania.

Kontrola jakości polega na sprawdzaniu, mierzeniu bądź testowaniu jednej lub większej liczby charakterystyk produktu (materiałów, wyrobów, elementów, konstrukcji) i porównaniu wyników z wyspecyfikowanymi wymaganiami w celu potwierdzenia zgodności. Celem kontroli jakości jest zapewnienie akceptowalnego poziomu jakości projektu, materiałów, wykrywania grubych „błędów” i innych czynników zagrażających niezawodności i bezpieczeństwu konstrukcji [3, 4].

Działania związane z uzyskaniem odpowiedniej jakości elementów i obiektów budowlanych obejmują: zarządzanie jakością, zapewnienie jakości oraz kontrole jakości i zgodności. Zarządzanie jakością obejmuje wszystkie działania podejmowane w celu określenia planu, zadań i podziału odpowiedzialności i wdrożenia systemu jakości. Zapewnienie jakości obejmuje wszystkie przedsięwzięcia niezbędne do uzyskania odpowiedniego stopnia pewności, że zostaną spełnione wymagania dotyczące jakości. Działania wpływające na jakość konstrukcji na etapie projektowania, realizacji, utrzymania, napraw i rozbioru obiektu budowlanego tworzą tzw. pętlę jakości [2].

Niezawodność konstrukcji budowlanych zależy więc od wielu skorelowanych czynników, do których zaliczyć należy:

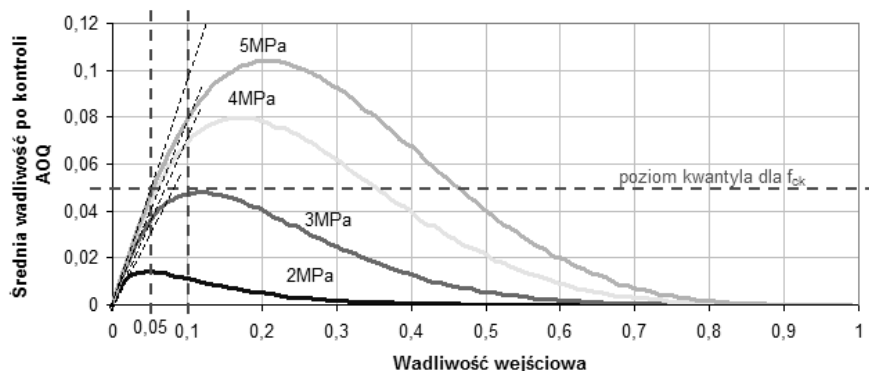
- jakość materiałów, dokładność wykonania i poziom kontroli,
- zabezpieczenia przed szkodliwymi wpływami środowiskowymi i poziom utrzymania w czasie eksploatacji,
- właściwy zgodny z projektem sposób użytkowania,
- przyjęte rozwiązania konstrukcyjno-materiałowe, szczegóły konstrukcyjne i stopień technologiczności konstrukcji,
- właściwości użytych materiałów budowlanych,
- rodzaje przyjętych oddziaływań, ich wartości i kombinacje,
- wymagania normowe dotyczące nośności, użytkowości i trwałości,
- adekwatność i jakość przyjętych modeli obliczeniowych wykorzystywanych w procesie projektowania konstrukcji [5].

Wymagania dotyczące niezawodności konstrukcji są formułowane w normach projektowania, a wymagania dotyczące jakości w normach kontroli jakości [3, 5].

2. Kwantyl wytrzymałości betonu w konstrukcji a normowe kryteria zgodności

Podstawą kwalifikacji betonu i określenia jego jakości poprzez podanie jego klasy jest wytrzymałość charakterystyczna na ściskanie, określana jako kwantyl na zadanym poziomie prawdopodobieństwa. W celu zweryfikowania zgodności wytrzymałości rozważanej partii betonu z projektowaną klasą betonu należy sprawdzić, czy wyniki badań próbek spełniają odpowiednie kryteria statystyczne. Zalecane w [6] normowe kryteria zgodności wykazują liczne wady, wskazane między innymi w pracach [7, 8, 9, 10].

Zgodnie z [10] dla próby o liczebności $n = 3$ nie są spełnione wymagania dotyczące jakości betonu, a uzyskana w konstrukcji wadliwość betonu po kontroli jest większa od 0,05. Beton o odchyleniu standardowym powyżej 3 MPa nie spełnia wymogu zalecanej w normie PN-EN 206-1:2014 [6] wartości kwantyla wytrzymałości betonu na ściskanie do uzyskania projektowanej wytrzymałości charakterystycznej (klasy betonu) (rys. 1).



Rys.1. Średnia wadliwość po kontroli skonstruowana dla podwójnego kryterium zgodności, różnego odchylenia standardowego i próby o liczebności $n = 3$

Wytrzymałość charakterystyczna betonu na ściskanie po kontroli nie odpowiada wymaganiom klasy betonu według [6], dlatego w pracy określono wpływ kontroli zgodności na niezawodność elementów żelbetowych.

3. Normowe kryteria zgodności a niezawodność ściskanych elementów żelbetowych

W celu określenia wpływu wadliwości po kontroli zgodności w przypadku weryfikowania betonu na podstawie próby o liczebności $n = 3$, na wartość wskaźnika niezawodności w konstrukcjach żelbetowych, przeprowadzono obliczenia dla ściskanego słupa żelbetowego.

Przyjęto słup, jako wewnętrzny element wydzielony, usztywniony za pośrednictwem belki wieloprzęsłowej, wysokości $l = 2,8$ m, $l_0 = 0,7 \cdot l = 1,96$ m.

Obciążony głównie siłą ściskającą pochodzącą od obciążeń stałych i zmiennych, o następujących parametrach:

Obciążenia stałe: współczynnik zmienności $v_g = 5\%$, obciążenie charakterystyczne – $P_k = 2222$ kN, obciążenie średnie – $\bar{P} = P_k \cdot (1 + 1,645 \cdot v_p) = 2053$ kN, obciążenie obliczeniowe – $P_d = 1,35 \cdot 2222 = 3000$ kN, odchylenie standardowe $\sigma_p = 102,6$ kN.

Obciążenia zmienne: współczynnik zmienności $v_q = 30\%$, obciążenie charakterystyczne – $Q_k = 952$ kN, obciążenie średnie – $\bar{Q} = Q_k \cdot (1 + 1,645 \cdot v_Q) = 637$ kN, obciążenie obliczeniowe – $Q_d = 1,5 \cdot 0,7 \cdot 952 = 1000$ kN, odchylenie standardowe $\sigma_Q = 191$ kN.

Ciężar własny słupa: współczynnik zmienności $v_g = 5\%$, $\bar{g} = g_k \cdot (1 + 1,645 \cdot v_g) = 23,1$ kN/m, $g_k = 25$ kN/m, $g_d = 1,35 \cdot 25 = 33,75$ kN/m, $\sigma_g = 1,1$ kN/m.

Parametry wymiarów geometrycznych: współczynnik zmienności $v_d = 5\%$, $h = h_m$, $d = d_m$, $b = b_m$.

Z uwagi na przyjęte założenie o stałym polu przekroju zbrojenia ściskanego ($A = 9,42$ cm²), zmieniano przekrój poprzeczny słupa, tak aby dla tej samej siły spełniony był warunek nośności, we wszystkich analizowanych przypadkach.

Dane materiałowe

Stal zbrojeniowa: współczynnik zmienności $v_y = 8\%$, $f_{ym} = f_{yk} / (1 - 1,645 \cdot v_y) = 575$ MPa, $f_{yk} = 500$ MPa, $f_{yd} = 435$ MPa, $\sigma_y = 46$ MPa.

Parametry dla betonu przyjęto wg tabeli 1.

Niejednorodność betonu po kontroli zgodności oszacowano na podstawie kwantyla wadliwości betonu po kontroli określonego na podstawie rysunku 1 dla założonej wytrzymałości średniej betonu na ściskanie. Wartości wadliwości wyjściowej zamieszczone w tabeli 1 otrzymano na podstawie krzywych AOQ (styczne, linie przerywane – rys. 1), gdy weryfikowane partie nie są segregowane.

Tabela 1. Kwantyle dla charakterystycznej wytrzymałości betonu na ściskanie określone na podstawie wadliwości wyjściowej po kontroli zgodności dla próby o liczebności $n = 3$

Lp.	σ_c [MPa] (odchylenie standardowe przed kontrolą)	Kwantyl dla f_{ck}	$\sigma_{c(AOQ)}$ [MPa] (odchylenie standardowe wyjściowe)
1	1,5	$t_{fck}(w = 0,009) \rightarrow 2,365$	3,4
2	2,0	$t_{fck}(w = 0,009) \rightarrow 2,365$	3,6
3	3,0	$t_{fck}(w = 0,049) \rightarrow 1,654$	4,8
4	4,0	$t_{fck}(w = 0,065) \rightarrow 1,514$	5,3
5	4,8	$t_{fck}(w = 0,099) \rightarrow 1,287$	6,2
6	5,0	$t_{fck}(w = 0,104) \rightarrow 1,259$	6,4

Tabela 2. Wytrzymałość średnia, charakterystyczna i obliczeniowa dla betonu po przeprowadzonej kontroli zgodności (wartości wytrzymałości dla wadliwości wyjściowej po kontroli)

Lp.	Klasa betonu	f_{cm} [MPa]	f_{ck} [MPa]	f_{cd} [MPa]
1	C16/20	24	16	11,43
2	C20/25	28	20	14,29
3	C25/30	33	25	17,86
4	C30/37	38	30	21,43

W obliczeniach probabilistycznych posłużono się programem komputerowym Matlab. Z uwagi na smukłość słupa $\lambda \leq \lambda_{lim}$ pominięto wpływ efektów II rzędu, a zdefiniowana funkcja stanu granicznego Z przyjmuje postać:

$$Z = N_R - N_E \quad (1)$$

gdzie:

$$N_E = \chi_E (Q_s + P + Q)$$

Q_s – siła ściskająca wywołana ciężarem własnym słupa,

χ_E – niepewność modelu efektu oddziaływań,

N_R – nośność słupa określona przy założeniu ściskania „technicznie osiowego”.

Według [3] przy mimośrodku $e_0 = 0$ wzór na nośność słupa zmierza do wartości brzegowej określonej wzorem (2):

$$N_R = \chi_R \cdot (b \cdot d \cdot f_c + 2 \cdot A_s \cdot f_y) \quad (2)$$

gdzie:

χ_R – niepewność modelu nośności słupa, χ_E , χ_R – przyjęto wartość charakterystyczną współczynników równą 1, współczynnik zmienności oraz odchylenie standardowe: $v_\chi = 10\%$, $\sigma_\chi = 0,1$.

Otrzymane wartości wskaźnika niezawodności dla wadliwości rzeczywistej oraz teoretycznej w zależności od klasy betonu i odchylenia standardowego zestawiono w tabelach 3 i 4.

Tabela 3. Wartość wskaźnika niezawodności β dla słupa ściskanego i wadliwości wejściowej (teoretycznej)

Lp.	Odchylenie standardowe przed kontrolą [MPa]	Wskaźnik niezawodności w zależności od klasy betonu i przekroju poprzecznego słupa			
		C16/20 $b = h = 55 \text{ cm}$	C20/25 $b = h = 50 \text{ cm}$	C25/30 $b = h = 45 \text{ cm}$	C30/37 $b = h = 41 \text{ cm}$
1	1,5	7,38	7,61	7,7	7,7
2	2	6,48	6,83	7,0	7,18
3	3	5,04	5,49	5,9	6,15
4	4	4,04	4,48	4,92	5,26
5	4,86	3,43	3,84	4,27	4,62
6	5	3,35	3,76	4,18	4,53

Tabela 4. Wartość wskaźnika niezawodności β dla słupa ściskanego i wadliwości wyjściowej

Lp.	Oszacowana wartość odchylenia standardowego po kontroli [MPa]	Wskaźnik niezawodności w zależności od klasy betonu i przekroju poprzecznego słupa			
		C16/20 b = h = 55 cm	C20/25 b = h = 50 cm	C25/30 b = h = 45 cm	C30/37 b = h = 41 cm
1	3,4	3,99	4,60	5,25	5,77
2	3,6	3,82	4,42	5,07	5,59
3	4,8	3,01	3,57	4,14	4,66
4	5,3	2,76	3,26	3,83	4,34
5	6,2	2,40	2,84	3,37	3,85
6	6,4	2,33	2,76	3,28	3,75

4. Jakość betonu a niezawodność ściskanych elementów żelbetowych

Niezawodność osiągnięta jest m.in. poprzez wbudowanie materiałów o odpowiedniej jakości. Jakość materiałów implikuje więc osiągnięcie przez konstrukcję założonego poziomu bezpieczeństwa i niezawodności. W odniesieniu do analizowanego przypadku (słupa ściskanego) zależność między jakością wbudowanego materiału konstrukcyjnego a niezawodnością przedstawiono w tabeli 5. Na podstawie zamieszczonych danych można zauważyć wpływ kontroli zgodności na wartość wskaźnika niezawodności ściskanych elementów żelbetowych i spełnienia wymagań dla minimalnego poziomu niezawodności dla klasy RC2. W przypadku słupa ściskanego wykonanego z betonu klasy C16/20 oraz próby o liczebności $n = 3$ i odchylenia standardowego oszacowanego przed kontrolą na poziomie powyżej 2 MPa, nie są spełnione wymagania EN 1990: 2002 odnośnie docelowej wartości wskaźnika niezawodności. W przypadku słupa wykonanego z betonu C25/30 dla odchylenia standardowego przed kontrolą 4,86 MPa i 5 MPa otrzymana wartość wskaźnika niezawodności analizowanego elementu również nie spełnia wymagań dotyczących wymagań niezawodności dla klasy RC2.

Tabela 5. Spełnienie wymagań dla klasy niezawodności RC2 dla ściskanych elementów żelbetowych przy kontroli zgodności dla próby o liczebności $n = 3$

Lp.	Wartość odchylenia standardowego przed kontrolą [MPa]	Wartość odchylenia standardowego po kontroli [MPa]	Spełnienie wymagań dla niezawodności dla klasy RC2			
			C16/20 b = h = 55 cm		C20/25 b = h = 50 cm	
			przed kontrolą	po kontroli	przed kontrolą	po kontroli
1	1,5	3,4	+	+	+	+
2	2	3,6	+	+	+	+
3	3	4,8	+	-	+	-
4	4	5,3	+	-	+	-
5	4,86	6,2	-	-	- / +	-
6	5	6,4	-	-	-	-

+/- spełnienie wymagań lub niespełnienie wymagań dla klasy niezawodności RC2 i minimalnego poziomu niezawodności

Normowe kryterium zgodności dla wartości średniej zaproponowane w normie PN-EN-206-1:2014 [6] dla $n = 3$ przyjęte zostało zgodnie z poniższym algorytmem (1–6):

$$f_{cm} \geq f_{ck} + k_1 \quad (3)$$

$$f_{cm} \geq f_{ck} + \left(\frac{k_1}{\sigma} \right) \cdot \sigma \quad (4)$$

$$f_{cm} \geq f_{ck} + \lambda' \cdot \sigma \quad (5)$$

gdzie:

$k_1 = 4$ MPa – wartość współczynnika testowego zalecanego przez normę [6]

σ – odchylenie standardowe dla populacji

$$\frac{k_1}{\sigma} = \lambda' \quad (6)$$

Zaproponowane przez Taerwe [12] i zalecane w normie PN-EN 206-1:2014 [6] wartości λ' dla skorelowanych wyników i próby o liczebności $n = 3$ to $\lambda' = 2,67$.

W przypadku produkcji początkowej norma narzuca stałą wartość odchylenia standardowego na poziomie $4/2,67 = 1,5$ MPa bez względu na wartość średniej wytrzymałości betonu.

Otrzymane wartości wskaźników niezawodności potwierdzają fakt, że normowe kryteria zgodności dla próby o liczebności $n = 3$, zostały opracowane dla odchylenia standardowego 1,5 MPa i dla tej wartości w każdym analizowanym przypadku spełnione są wymagania dotyczące niezawodności.

5. Wnioski

Stwierdzono wpływ kontroli zgodności na wartość wskaźnika niezawodności dla ściskanych elementów żelbetowych. Przeprowadzone analizy dotyczące niezawodności słupa ściskanego potwierdziły, że normowe kryteria zgodności dla próby o liczebności $n = 3$ zostały sformułowane dla odchylenia standardowego 1,5 MPa i dla tej wartości odchylenia standardowego otrzymane wartości wskaźnika niezawodności są mniejsze od docelowego wskaźnika niezawodności dla klasy RC 2.

W przypadku słupa ściskanego wykonanego z betonu klasy C16/20 dla próby o liczebności $n = 3$ i wartości odchylenia standardowego przed kontrolą większego od 2 MPa nie są spełnione wymagania normy PN-EN 1990:2002 odnośnie minimalnego poziomu niezawodności zalecanego dla klasy niezawodności RC 2.

Literatura

1. PN-EN 1990 Eurokod 0: Projektowanie konstrukcji.
2. PN-ISO 2394: kwiecień 2000, Ogólne zasady niezawodności konstrukcji budowlanych.
3. Pawlikowski J., 2004. Podstawy projektowania probabilistycznego konstrukcji z betonu. Prace naukowe ITB, WITB Warszawa.
4. Murzewski J., 1989. Niezawodność konstrukcji inżynierskich. Arkady Warszawa.
5. Woliński Sz., 2008. Niezawodność konstrukcji budowlanych. Rozdział 4.11, [w:] Praca zbiorowa, Budownictwo ogólne. T. 3, Arkady Warszawa, 376-419.
6. PN-EN 206-1: 2014 Beton. Część 1: Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność, PKN.
7. Brunarski L., 2009. Podstawy matematyczne kształtowania kryteriów zgodności wytrzymałości materiałów, Prace naukowe ITB, WITB Warszawa.
8. Szczygielska E., Tur W., 2012. Kryterium zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie opracowane na podstawie statystyk porządkowych, Budownictwo i Architektura 12(3), 223-230.

9. Skrzypczak I., Woliński Sz., 2007. Influence of distribution type on the probability of acceptance of conformity criteria for concrete strength. Archives of Civil Engineering 53(3), 479-495.
10. Skrzypczak I., 2013. Analiza kryteriów oceny jakości betonu oraz ich wpływu na ryzyko producenta i odbiorcy. OWPRz Rzeszów.
11. Nowak A.S, Collins K.R., 2000. Reliability of Structures. McGraw-Hill Higher Education.
12. Taerwe L., 1988. Evaluation of compound compliance criteria for concrete strength, RILEM. Materials and Structures 21, 13-20.

Methods for quality assessment of concrete and reliability of compressive reinforced concrete elements

Izabela Skrzypczak, Lidia Buda-Ożóg

*Faculty of Civil, Environmental Engineering and Architecture, Rzeszow University of Technology,
e-mail: izas@prz.edu.pl, lida@prz.edu.pl*

Abstract: The influence of quality control of concrete with regard to the recommended class reliability for RC2 has been identified in this article. In order to determine the average maximum defective factor after control, verification of compliance criteria using curves AOQ has been performed. In order to determine the reliability with regard to the quality of the concrete verified on the basis of the conformity control for the sample of $n = 3$, calculations for reinforced concrete elements – compressed column have been made.

Keywords: concrete, quality, conformity criteria, reliability index, reinforced structure, compressed column

Odporność ogniowa belek żelbetowych o wysokim stopniu wykorzystania nośności w warunkach pożarowych wzmocnionych na zginanie doklejanymi taśmami z włókien węglowych

Piotr Turkowski

Zakład Badań Ogniowych, Instytut Techniki Budowlanej w Warszawie, e-mail: p.turkowski@itb.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono dotychczasowe wyniki pracy badawczej w zakresie odporności ogniowej belek żelbetowych wzmocnionych doklejanymi taśmami z włókien węglowych na zginanie, tj. algorytm projektowania i doboru zabezpieczenia ogniochronnego, wyniki badań skuteczności systemów ogniochronnych taśm z włókien węglowych i wyniki badań odporności ogniowej belek żelbetowych pod obciążeniem przekraczającym rzeczywistą nośność na zginanie elementu przed wzmocnieniem.

Słowa kluczowe: belki żelbetowe, CFRP, odporność ogniowa, izolacje ogniochronne

1. Wprowadzenie

W prowadzonych dotychczas badaniach elementów żelbetowych wzmocnianych CFRP, zarówno w Europie, jak i na świecie [4-7], obciążenie elementów próbnych przyjmowano równe nośności charakterystycznej elementu przed wzmocnieniem. W ramach projektu badawczego NP-99/2015, prowadzonego w Zakładzie Badań Ogniowych Instytutu Techniki Budowlanej, przeprowadzono badania belek żelbetowych wzmocnionych CFRP, zabezpieczonych i niezabezpieczonych ogniochronnie, pod obciążeniem przekraczających rzeczywistą nośność belek na zginanie przed wzmocnieniem.

W 2012 roku w Instytucie Techniki Budowlanej rozpoczęto prace nad procedurą badania skuteczności zabezpieczeń ogniochronnych taśm z włókien węglowych, w następstwie których planowane jest opracowanie metody obliczeniowej bazującej na badaniach prowadzonych zgodnie z PN-ENV 13381-3 [15], tj. na podstawie standardowych badań wykonywanych dla materiałów ogniochronnych w ramach badań wstępnych typu.

Obecnie prowadzone badania mają na celu odpowiedzieć na pytanie, czy istnieją dodatkowe rezerwy nośności belek na zginanie w warunkach pożarowych (ponad te określone w PN-EN 1992-1-2 [12], których uwzględnienie pozwoliłoby zwiększyć wartość stopnia wykorzystania, dla której można uznać, że wzmocnienie CFRP nie jest wymagane w sytuacji pożarowej).

2. Materiały ogniochronne

Na podstawie opracowanej w Instytucie Techniki Budowlanej procedury badawczej PB LP-054/1/11-2012 [8], opisywanej wcześniej w pracy [2], przeprowadzono pierwsze badanie ogniowe skuteczności ogniochronnych płyt gipsowych do zabezpieczania taśm z włókien węglowych klejonych do konstrukcji żelbetowych przy oddziaływaniu pożaru standardowego.

Na rysunku 1 przedstawiono widok rzeczywistych elementów próbnych przed i po badaniu ogniowym.

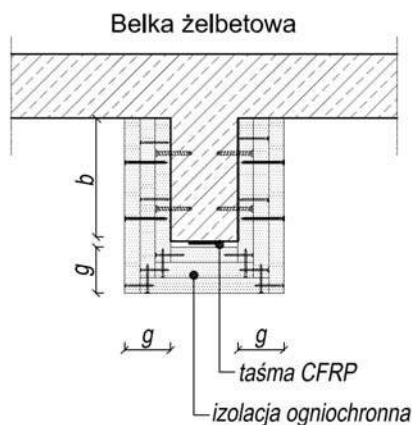


Rys. 1. Widok elementów próbnych płytowych i belkowych przed badaniem (po lewej) i elementu belkowego po badaniu (po prawej)

Na podstawie wyników badań, opublikowanych w pracy [1], oraz analiz numerycznych opracowano tabele i zalecenia w zakresie zabezpieczania ogniochronnego zbrojenia doklejanego w postaci taśm z włókien węglowych klejonych do stropów, ścian, belek i słupów żelbetowych, w zależności od ich geometrii, czasu oddziaływania pożaru i temperatury krytycznej kleju. Wybrane wyniki oceny, dotyczące belek żelbetowych, przedstawiono w tabeli 1 i na rysunku 2.

Tabela 1. Wymagane grubości zabezpieczenia ogniochronnego na belkach żelbetowych

Czas [min]	Wymagana grubość g [mm] / szerokość zakładu bocznego b [mm] izolacji ogniochronnej na belkach żelbetowych dla zadanej temperatury przejścia kleju w szkliwo					
	50°C ÷ 59°C	60°C ÷ 69°C	70°C ÷ 79°C	80°C ÷ 89°C	90°C ÷ 99°C	≥100°C
30	50/100	40/100	40/100	25/100	25/100	25/100
60	75/100	75/100	50/100	50/100	50/100	40/100
90	100/200	100/150	75/150	75/150	75/150	50/150
120	150/250	125/250	100/200	100/200	100/200	75/200
180	–	–	–	150/250	150/250	150/250
240	–	–	–	–	–	175/300



Rys. 2. Zabezpieczenie ogniochronne taśm z włókien węglowych klejonych do belek żelbetowych

3. Projektowanie na warunki pożarowe

Projektując wzmocnione doklejaniem taśmami z włókien węglowych belki żelbetowe z uwagi na warunki pożarowe, na podstawie PN-EN 1990 [9], PN-EN 1991-1-2 [10] i PN-EN 1992-1-2 [11], rozpatruje się następujące trzy przypadki:

Przypadek „1”

Oddziaływanie $E_{d,fi}$ jest mniejsze niż 70% obliczeniowej nośności belki na zginanie przed wzmocnieniem w warunkach normalnych R_d . W takiej sytuacji wzmocnienie CFRP w warunkach pożarowych nie jest wymagane, a ocenę odporności ogniowej belki można przeprowadzić dowolną metodą, łącznie z danymi tabelarycznymi. Grubość ewentualnej izolacji ogniochronnej można wyznaczać bezpośrednio z tabel podanych w aprobatkach technicznych, przyjmując temperaturę krytyczną zbrojenia $\theta_{cr} \geq 500^\circ\text{C}$.

Przypadek „2”

Oddziaływanie $E_{d,fi}$ jest większe niż 70%, ale mniejsze niż 115% obliczeniowej nośności belki na zginanie przed wzmocnieniem w warunkach normalnych R_d . W takiej sytuacji wzmocnienie CFRP w warunkach pożarowych również nie jest wymagane, a ocenę odporności ogniowej belki można przeprowadzić uproszczonymi metodami obliczeniowymi. Chcąc stosować dane tabelaryczne, należy odpowiednio zwiększyć wymaganą odległość osiową zbrojenia o Δa , wg tabeli 2. Grubość ewentualnej izolacji ogniochronnej można wyznaczać bezpośrednio z tabel podanych w aprobatkach technicznych, przyjmując temperaturę krytyczną zbrojenia $350^\circ\text{C} \leq \theta_{cr} < 500^\circ\text{C}$, wg poniższego wzoru:

$$\theta_{cr} = 350 + 375 \left(1 - 1,15 \frac{E_{d,fi}}{R_d} \right) \quad (1)$$

Tabela 2. Wymagane zwiększenie odległości osiowej zbrojenia zależne od temperatury krytycznej

$E_{d,fi} / R_d$	$E_{d,fi} / R_{d,0,fi}$	θ_{cr}	Δa
<0,70	<0,60	>500°C	–
0,70	0,60	500°C	–
0,85	0,74	450°C	5 mm
1,00	0,87	400°C	10 mm
1,15	1,00	350°C	15 mm

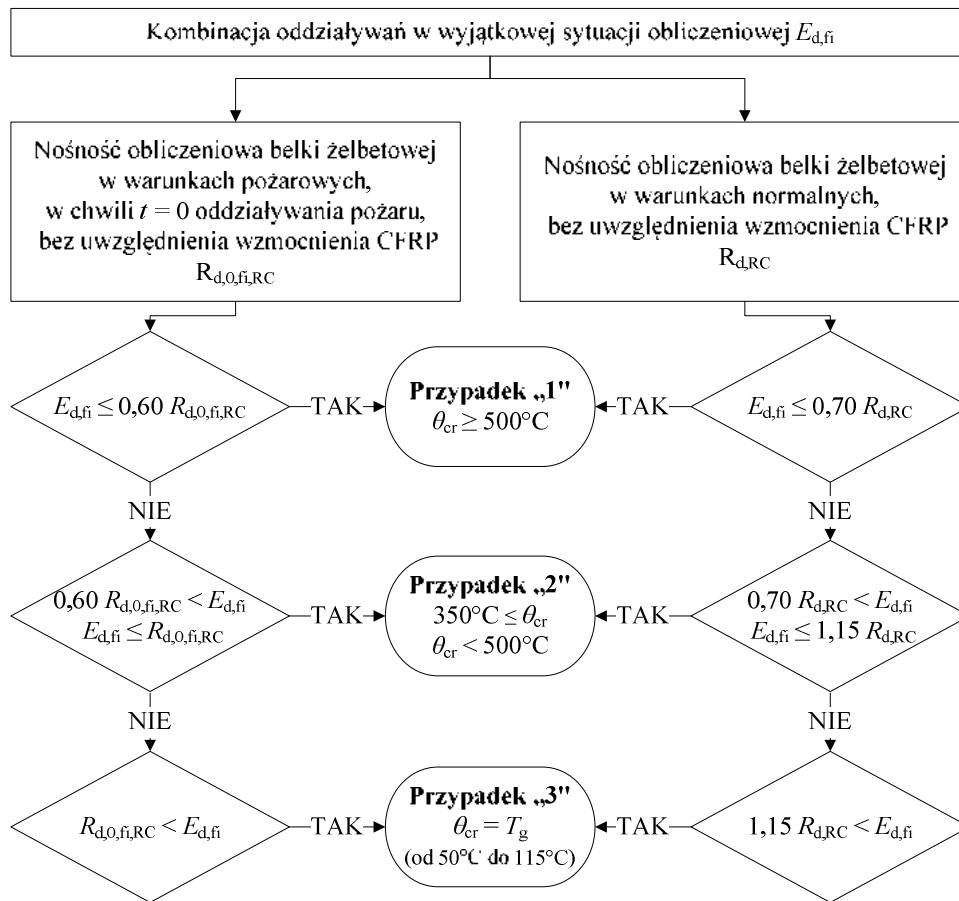
Przypadek „3”

Oddziaływanie $E_{d,fi}$ jest większe niż 115% obliczeniowej nośności belki na zginanie przed wzmocnieniem w warunkach normalnych R_d . W takiej sytuacji wzmocnienie CFRP w warunkach pożarowych jest wymagane i konieczne jest zastosowanie izolacji ogniochronnej z uwagi na temperaturę szklenia kleju taśmy węglowej T_g wynoszącą przeważnie od 50°C do 115°C, ustalonej na podstawie deklaracji producenta lub badań. Przy aktualnym stanie wiedzy grubość izolacji ogniochronnej można wyznaczać tylko w badaniach odporności ogniowej lub na podstawie zwalidowanych modeli numerycznych.

Wartość 115% $R_{d,RC}$ wynika z uwzględnienia zmiany wartości częściowego współczynnika materiałowego stali $\gamma_s = 1,15$ na $\gamma_{s,fi} = 1,00$.

Na rysunku 3 przedstawiono schemat blokowy obejmujący ww. przypadki.

Przykłady obliczania nośności w warunkach pożarowych oraz dodatkowe zalecenia przy projektowaniu konstrukcji żelbetowych z uwagi na warunki pożarowe można znaleźć również w pracy [3].



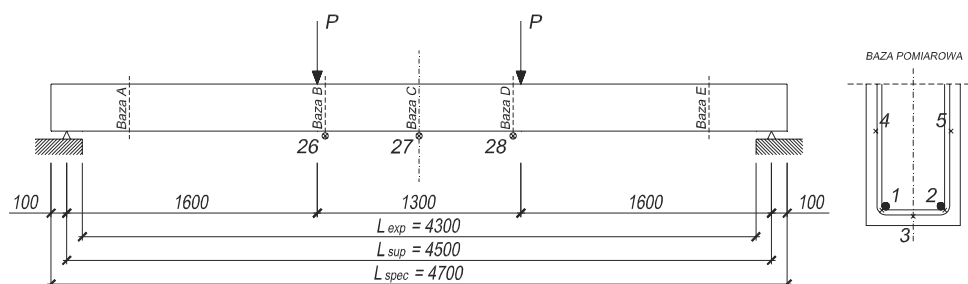
Rys. 3. Schemat blokowy ustalania warunków brzegowych doboru izolacji ogniochronnej

4. Badania odporności ogniowej

W Laboratorium Badań Ogniowych Instytutu Techniki Budowlanej, w styczniu i lutym 2015 roku przeprowadzono 6 badań odporności ogniowej belek żelbetowych wzmocnionych doklejanymi taśmami z włókien węglowych, zabezpieczonych i niezabezpieczonych ogniochronnie], zgodnie z PN-EN 1365-3 [14], przy trójstronnym nagrzewaniu wg krzywej standardowej temperatura-czas zgodnie z PN-EN 1363-1 [13].

Belki o przekroju 450 mm x 150 mm (wysokość x szerokość) wykonano z betonu klasy C 16/20. Zbrojenie stanowiły 4 pręty #12 mm ze stali RB500W, po jednym w każdym narożniku oraz strzemiona dwucięte 8 mm co 20 cm, również ze stali RB500W.

Belki obciążano dwiema siłami P w rozstawie 1,30 m. Długość całkowita elementów próbnych wynosiła $L_{spec} = 4700$ mm, rozpiętość między podporami $L_{sup} = 4500$ mm, a długość poddana nagrzewaniu $L_{exp} = 4300$ mm (patrz rys 4).



Rys. 4. Dane geometryczne elementów próbnych i miejsca pomiaru temperatury

Na górnej powierzchni belek ułożono bloki z betonu komórkowego symulujące strop, zgodnie z wymaganiami normy badawczej PN-EN 1365-3 [14].

Wzmocnienia CFRP wykonano z taśm o średniej wytrzymałości na rozciąganie równej 3100 MPa, grubości 1,2 mm, szerokości 50 mm i długości 4000 mm, przyklejonych przed przyłożeniem obciążenia, na dolnej powierzchni belek w osi przekroju poprzecznego i w środku rozpiętości belek, klejem na bazie żywic epoksydowych, którego temperatura przejścia w szkliwo, zgodnie z kartą informacyjną, wynosi $T_g = 62^\circ\text{C}$.

Izolację ogniochronną wykonano z ogniochronnych płyt gipsowych.

Belki żelbetowe przed badaniem sezonowano w warunkach powietrzno-suchych przez ponad 90 dni i przez kolejne 28 dni po wykonaniu wzmocnień CFRP i izolacji ogniochronnej. Wilgotność betonu w czasie badań wynosiła od 4% do 5%.

Temperaturę elementu próbnego mierzono za pomocą 25 termometrów typu K, po 5 w każdej bazie, w lokalizacjach przedstawionych na rysunku 4. Temperaturę styku powierzchni betonu i izolacji ogniochronnej lub kleju taśm węglowych mierzono za pomocą dodatkowych 3 termopar płaszczyznowych (oznaczenia 26, 27, 28). Temperaturę w piecu mierzono za pomocą 8 termometrów płytkowych zgodnych z normą PN-EN 1363-1 [13]. Ugięcie i szybkość narastania ugięcia mierzono w środku rozpiętości belek za pomocą czujników linkowych.

Parametry wytrzymałościowe elementów próbnych, obliczone zgodnie z PN-EN 1992-1-1 [11], zestawiono w tabeli 3.

Tabela 3. Parametry wytrzymałościowe elementów próbnych

Belki żelbetowe przed wzmocnieniem CFRP			Belki żelbetowe wzmocnione CFRP	
$M_{Rd,RC}$ [kNm]	$M_{Rd,0,fi}$ [kNm]	$M_{R,RC}^{1)}$ [kNm]	$M_{Rd,CFRP}$ [kNm]	$M_{R,CFRP}^{1)}$ [kNm]
36,8	43,8	55,0	71,1	81,0

¹⁾ rzeczywista nośność belek na zginanie ustalona w próbach wytrzymałościowych na zimno

Kryteria awarii belki przyjęto zgodnie z normą PN-EN 1363-1 [13] i PN-EN 13501-2 [16], tj. jako czas osiągnięcia kryterium ugięcia granicznego D lub granicznej szybkości narastania ugięcia dD/dt . Z uwagi na duże ryzyko zawalenia się belek do komory pieca, w niektórych przypadkach badanie przerywano po osiągnięciu tylko jednego z kryteriów.

Za czas awarii izolacji ogniochronnej przyjęto czas odpadnięcia całej dolnej części izolacji, w wyniku którego następowało odsłonięcie dolnej powierzchni betonowej belki, a przyrost temperatury przekraczał 50 K/min.

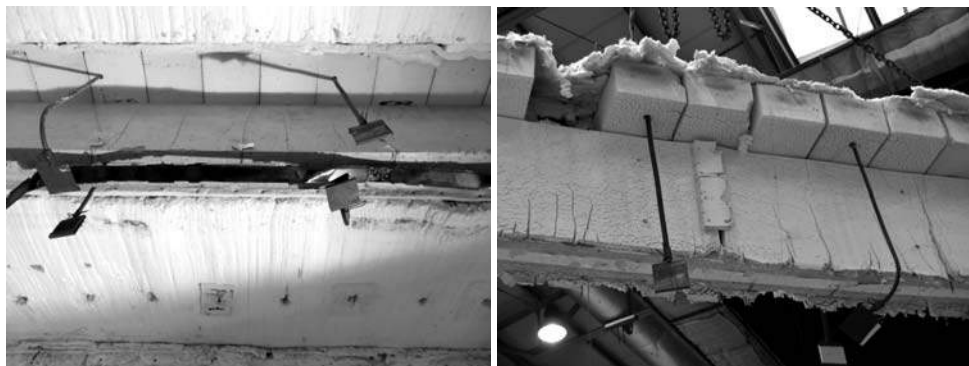
Widok elementów próbnych przedstawiono na rysunku 5.

W tabeli 4 przedstawiono wyniki badań odporności ogniowej belek B-1 do B-6. Ponadto w tabeli 5 przedstawiono wyniki archiwalnych badań belek niewzmocnionych CFRP, przeprowadzonych zgodnie z PN-ENV 13381-3 [0] – belki B-7 do B-10.

Tabela 4. Wyniki badań odporności ogniowej belek wzmocnionych CFRP

Belka	B-1	B-2	B-3	B-4	B-5	B-6
Wzmocnienie CFRP	tak	brak	tak	tak	tak	tak
Izolacja ogniochronna	brak	50 mm	50 mm	brak	50 mm	150 mm
Obciążenie w badaniu	44 kNm	44 kNm	44 kNm	68 kNm	68 kNm	68 kNm
Czas do awarii wzmocnienia	2,25 min	n/d	75,5 min	1,07 min	57 min	289,5 min
Czas do awarii izolacji	n/d	168 min	160 min	n/d	nie osiągnięto	nie osiągnięto
Czas osiągnięcia kryterium $dD/dt = 5$ mm/min	53,25 min	212 min	211,5 min	1,07 min	57 min	289,5 min
Czas osiągnięcia kryterium $D = 112,5$ mm	57,5 min	–	215 min	–	57,25 min	–
Przyjęty czas awarii belki	53,25 min	212 min	211,5 min	1,07 min	57 min	289,5 min
Temperatura zbrojenia w chwili awarii	509°C	514°C	481°C	17°C	66°C	63°C
Temperatura wzmocnienia w chwili awarii wzmocnienia/ belki	196°C/ 909°C	n/d/n/d	83,1°C/ 1128°C	70,4°C/ 70,4°C	77,1°C/ 77,1°C	68,9°C/ 68,9°C
Ugięcie początkowe belki obciążonej przed badaniem	10,5 mm	8,3 mm	8,0 mm	12,0 mm	14,2 mm	9,9 mm
Ugięcie $D^{1)}$ w chwili awarii izolacji / wzmocnienia	n/d/ 0,2 mm	12,2 mm/ n/d	6,1 mm/ 0,5 mm	n/d/ 0,3 mm	–/ 4,0 mm	–/ 12,5 mm

¹⁾ w chwili rozpoczęcia nagrzewania, wartość ugięcia jest zerowana



Rys. 4. Widok elementów próbnych po badaniu: belka B-4 (po lewej), belka B-2 (po prawej)

We wszystkich badaniach, temperatura krytyczna zbrojenia wyznaczona teoretycznie na podstawie PN-EN 1992-1-2 [12] była niższa niż zarejestrowana w badaniach w chwili awarii elementów próbnych. Warto zwrócić uwagę, że jest tak również kiedy stopień

wykorzystania nośności odnosi się do rzeczywistej nośności na zginanie elementów, wyznaczonej w badaniach wytrzymałościowych.

Tabela 5. Wyniki badań odporności ogniowej belek niewzmocnionych CFRP

Belka	B-1	B-2	B-3	B-7	B-8	B-9	B-10
Obciążenie w badaniu	45 kNm	45 kNm	45 kNm	25 kNm	25 kNm	25 kNm	25 kNm
Izolacja ogniochronna	brak	tak	tak	tak	tak	tak	tak
Stopień wykorzystania nośności $E_{d,fi} / M_{d,0,fi}$ ($E_{d,fi} / M_{R,RC}$)	1,00 (0,82)	1,00 (0,82)	1,00 (0,82)	0,56 (0,46)	0,56 (0,46)	0,56 (0,46)	0,56 (0,46)
Czas osiągnięcia kryterium dD/dt	53 min	212 min	212 min	256 min	221 min	290 min	198 min
Temperatura zbrojenia w chwili awarii	509°C	514°C	481°C	633°C	602°C	610°C	599°C
Teoretyczna temperatura krytyczna $\theta_{cr}(E_{d,fi}/M_{d,0,fi})/$ $\theta_{cr}(E_{d,fi}/M_{R,RC})$	350°C/ 440°C	350°C/ 440°C	350°C/ 440°C	520°C/ 560°C	520°C/ 560°C	520°C/ 560°C	520°C/ 560°C

5. Podsumowanie

Na podstawie wyników badań sformułowano następujące wnioski:

1. Przedstawiony w punkcie 3 algorytm wyznaczania temperatury krytycznej i doboru zabezpieczenia ogniochronnego pozwala bezpiecznie oszacować warunki brzegowe, jakie należy przyjąć przy projektowaniu belek żelbetowych wzmocnionych doklejanymi taśmami z włókien węglowych, z uwagi na warunki pożarowe.

2. We wszystkich badaniach belek żelbetowych wzmocnionych CFRP, przy obciążeniu przekraczającym rzeczywistą nośność na zginanie belki przed wzmocnieniem, kryteria nośności ogniowej osiągnięto natychmiast po odpadnięciu wzmocnień i przed odpadnięciem izolacji ogniochronnej.

3. Ocena odporności ogniowej w badaniach doświadczalnych prowadzi do uzyskania wyższej nośności ogniowej, w stosunku do analiz bazujących na metodach obliczeniowych.

4. Należy przeprowadzić badania odporności belek żelbetowych wzmocnionych CFRP przy obciążeniu przekraczającym obliczeniową nośność belki na zginanie w warunkach pożarowych w chwili pożaru $t = 0$, a mniejszym niż nośność rzeczywista ustalona w badaniach, w celu oszacowania dostępnego jeszcze zapasu bezpieczeństwa.

5. W kolejnych etapach prac należy skupić się na opracowaniu i walidacji metody badawczej, i metody obliczeniowej szacowania grubości izolacji ogniochronnej z uwagi na temperaturę przejścia kleju w szkliwo T_g .

Publikację przygotowano w ramach pracy badawczej NP-99/2015 realizowanej w Zakładzie Badań Ogniowych Instytutu Techniki Budowlanej w Warszawie.

Literatura

1. Sulik P., Turkowski P., 1999. Zabezpieczenia ogniochronne taśm i mat z włókien węglowych klejonych do konstrukcji żelbetowych. Materiały Budowlane nr 10, 247-269.
2. Turkowski P., 2013. Projektowanie zabezpieczeń ogniochronnych konstrukcji żelbetowych wzmocnionych zewnętrznym zbrojeniem doklejanym z uwagi na warunki pożarowe. Budownictwo i Architektura 12(1), 179-186.
3. Woźniak G., Turkowski P. 2013. Projektowanie konstrukcji z betonu z uwagi na warunki pożarowe według Eurokodu 2. Instytut Techniki Budowlanej.

4. López C., Firmo J.P., Tiago C., Correia J.R., 2012. Fire protection systems for reinforced concrete beams and slabs strengthened with CFRP laminates. Rzym, Włochy.
5. Cree D., Chowdhury E.U., Green M.F., Bisby L.A., Bénichou N., 2012. Performance in fire of FRP-strengthened and insulated reinforced concrete columns. *Fire Safety Journal* 54, 86-95.
6. Kodur V.K.R., Bisby L.A., Green M.F., 2006. Experimental evaluation of the fire behavior of insulated fibre-reinforced-polymer-strengthened reinforced concrete columns. *Fire Safety Journal* 41, 547-557.
7. Williams B., Bisby L., Kodur V., Green M., Chowdhury E., 2006. Fire insulation schemes for FRP-strengthened concrete slabs. *Composites. Part A* 37, 1151-1160.
8. Procedura badawcza PB LP-054/1/11-2012. Badania skuteczności ogniochronnej zabezpieczeń taśm stanowiących zewnętrzne doklejane zbrojenie elementów z betonu, Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa 2012.
9. PN-EN 1990:2004. Eurokod. Podstawy projektowania konstrukcji.
10. PN-EN 1991-1-2:2006. Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje – Część 1-2: Oddziaływania ogólne. Oddziaływania na konstrukcje w warunkach pożaru.
11. PN-EN 1992-1-1:2008. Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
12. PN-EN 1992-1-2:2008. Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu – Część 1-2: Reguły ogólne. Projektowanie z uwagi na warunki pożarowe.
13. PN-EN 1363-1:2012. Badania odporności ogniowej. Część 1: Wymagania ogólne.
14. PN-EN 1365-3:2002. Badania odporności ogniowej elementów nośnych. Część 3: Belki.
15. PN-ENV 13381-3:2004. Metody badawcze ustalania wpływu zabezpieczeń na odporność ogniową elementów konstrukcyjnych – Część 3: Zabezpieczenia elementów betonowych.
16. PN-EN 13501-2+A1:2010. Klasyfikacja ogniowa wyrobów budowlanych i elementów budynków. Część 2: Klasyfikacja na podstawie wyników badań odporności ogniowej, z wyłączeniem instalacji wentylacyjnej.

Fire resistance of CFRP-strengthened bent RC beams at high utilization factor in fire conditions

Piotr Turkowski

Fire Research Department, Building Research Institute (ITB), e-mail: p.turkowski@itb.pl

Abstract: The paper presents current results of research work related to fire resistance of bent reinforced concrete beams, strengthened with CFRP strips glued on concrete surface, i.e. the algorithm for selection of fire protection, contribution to fire resistance tests of protection products applied on CFRP strips and fire resistance tests results of CFRP-strengthened reinforced concrete beams under load exceeding the loadbearing capacity of the beam before strengthening.

Keywords: RC beams, CFRP, fire resistance, fire protection

Badanie przebiegu zmian szerokości rys w procesie obciążania belek żelbetowych

Justyna Tworzewska, Barbara Goszczyńska

Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach
e-mail: j.tworzewska@tu.kielce.pl, b.goszczyńska@tu.kielce.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki badania przyrostu szerokości rys w procesie obciążania do zniszczenia ośmiu belek żelbetowych. Szerokość rys mierzona była bezdotykowo i w sposób ciągły, z zastosowaniem skanera optycznego 3 D typu Aramis, podczas obciążenia monotonicznie rosnącego i z odciążeniami. Na wykresach zależności między szerokością rys a obciążeniem zaobserwowano, dla rys niszczących, dwukrotne załamanie wykresu. Pierwszy odcinek wykresu jest prawie liniowy i załamanie występuje średnio na poziomie obciążenia odpowiadającego 0,9 siły niszczącej. Drugie załamanie występuje natomiast na poziomie obciążenia powodującego uplastycznienie stali zbrojeniowej, niezależnie od programu obciążania belek. Stwierdzona zależność umożliwi weryfikację kryteriów stopnia uszkodzenia konstrukcji przyjętych w metodzie emisji akustycznej [1] badania konstrukcji żelbetowych, a także będzie podstawą poszukiwania charakterystyki probabilistycznej empirycznej funkcji losowej szerokości rys.

Słowa kluczowe: belka, żelbet, szerokość rys, skaner optyczny Aramis

1. Wstęp

Zarysowanie żelbetu jest zagadnieniem bardzo istotnym z punktu widzenia trwałości elementów, które zależy od wielu czynników, a weryfikację doświadczalną komplikuje przede wszystkim znaczny rozrzut wyników [2] oraz niedoskonała aparatura badawcza. Stan zarysowania konstrukcji jest najczęściej charakteryzowany trzema wielkościami: momentem rysującym, odległością między rysami i szerokością rys. Czwarta wielkość, wysokość rysy, ma mniejsze znaczenie praktyczne, stąd rzadko poddawana jest analizie. Najważniejszą jednak wielkością jest szerokość rys dlatego, że głównie od niej zależy trwałość konstrukcji z betonu [3, 4], a także dlatego, że może być podstawą oceny stanu technicznego obiektu.

Przebieg procesu i stan zarysowania zależy od wielu czynników: momentu zginającego, historii dotychczasowych obciążeń i oddziaływań, pęcznienia i skurczu betonu, zmian temperatury, dyspersji, rodzaju i klasy zbrojenia, jakości i wytrzymałości betonu, jego składu, dodatków, pielęgnacji i dojrzałości itp. Natomiast czynnikiem najsilniej wpływającym na stan zarysowania jest moment zginający w badanym przekroju. Szerokość rysy można więc zapisać symbolicznie:

$$w = f_w(M, \dots) \quad (1)$$

gdzie:

w – szerokość rysy,

M – moment rysujący w przekroju przez rysę,

f_w – wieloparametrowa funkcja wielu zmiennych.

Ze względu na duży rozrzut wyników, deterministyczny opis szerokości rysy jako wartości średniej lub bliżej niesprecyzowanej, w sensie poziomym ufności wartości

ekstremalnej, jest niewystarczający. Dążenie do uzyskania jej charakterystyki probabilistycznej prowadzi do zapisu szerokości rysy w postaci funkcji losowej:

$$g_w = \Phi_w(M, \dots) \quad (2)$$

gdzie:

- g_w – funkcja gęstości,
- Φ_w – funkcja losowa.

Znajomość charakterystyki probabilistycznej szerokości rys, empirycznej lub teoretycznej funkcji losowej, ma znaczenie dla precyzyjnego oszacowania bezpieczeństwa stanu granicznego zarysowania, a także może być podstawą ustalenia kryteriów stopnia uszkodzenia konstrukcji w kontroli obiektów żelbetowych.

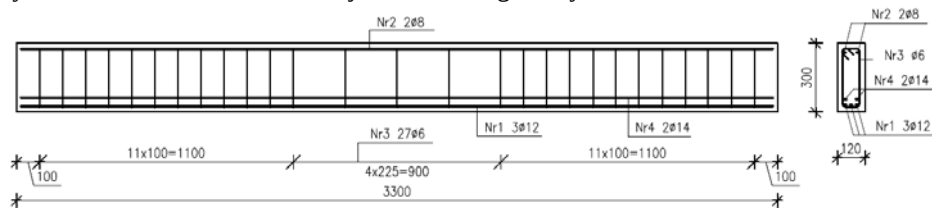
Dzięki zastosowaniu skanera optycznego 3D, przy badaniu do zniszczenia belek żelbetowych, stało się możliwe śledzenie w sposób ciągły (z częstotliwością robienia zdjęć) odkształceń i ich koncentracji w całym obserwowanym polu. Tym samym pozwoliło to na ciągłe śledzenie, na każdym poziomie obciążenia, szerokości rys, którą dla betonu można utożsamiać z lokalną koncentracją odkształceń [5].

Celem pracy jest próba opisu przyrostu szerokości rys w procesie obciążania elementów wykonanych z betonu i stali obecnie stosowanych w wykonawstwie, oparta na wynikach ze skanera optycznego typu Aramis, z uwzględnieniem obciążeń zmiennych. Opis ten będzie podstawą poszukiwania charakterystyki probabilistycznej empirycznej funkcji losowej tej wielkości, a także umożliwi weryfikację kryteriów stopnia uszkodzenia konstrukcji przyjętych w metodzie emisji akustycznej [1] badania konstrukcji żelbetowych.

2. Opis badań

2.1. Elementy badawcze

Śledzenie zmian szerokości rysy w procesie obciążania oparto na wynikach uzyskanych podczas badania ośmiu belek żelbetowych różniących się konstrukcją zbrojenia podłużnego i programem obciążania o symbolach jednakowych par elementów: A2M, C2M, D2M, A2O. Belki zostały zaprojektowane o wymiarach 120 x 300 x 3300 mm, z betonu C40/50 oraz stali BST500 i jednakowym stopniu zbrojenia podłużnego wynoszącym 2%. Zbrojenie belek o symbolach A2M i A2O, które przedstawiono na rysunku 1, wykonano z prętów 3 Ø12 i 2 Ø14 w strefie rozciąganej i 2 prętów Ø8 w strefie ściskanej oraz strzemion Ø6 w rozstawie co 225 mm w środkowej części belki i 100 mm przy jej końcach. Konstrukcja zbrojenia belek o symbolu D2M różni się tym, że w części środkowej na odcinku o długości 0,9 m nie ma strzemion, natomiast w belkach o symbolu C2M nie ma także zbrojenia ściskanego na tym odcinku.



Rys. 1. Schemat zbrojenia dla belek typu A2M i A2O

Belki zostały wykonane w Zakładzie Prefabrykacji. Podczas betonowania belek wykonano 18 próbek sześciennych o wymiarach 150 x 150 x 150 mm, w celu uzyskania

informacji o wytrzymałości betonu, a także Zakład dostarczył 124 próbki prętów zbrojeniowych o średnicy $\varnothing 12$ i $\varnothing 14$ mm. Wyniki badania na ściskanie próbek betonowych przedstawiono w tabeli 1, a wyniki granicy umownej plastyczności oraz modułu sprężystości uzyskane z próby rozciągania wszystkich prętów w tabeli 2.

Tabela 1. Wyniki z badań próbek betonowych

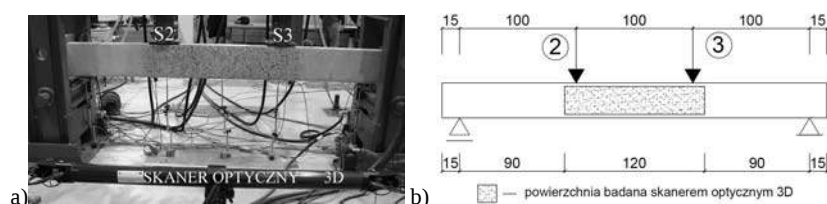
Wytrzymałość średnia f_{cm} [MPa]	Odchylenie standardowe wytrzymałości [MPa]	Odształcenie maksymalne [%]	Odchylenie [%]
70,6	3,8	10,2	0,6

Tabela 2. Wyniki z badań próbek stalowych

	Wartość średnia	Odchylenie standardowe	Wartość maksymalna	Wartość minimalna	Współczynnik zmienności
E_s [GPa]	199,42	4,94	219,88	185,89	2,48%
$R_{p0,2}$ [MPa]	562,55	11,45	586,31	536,87	2,04%

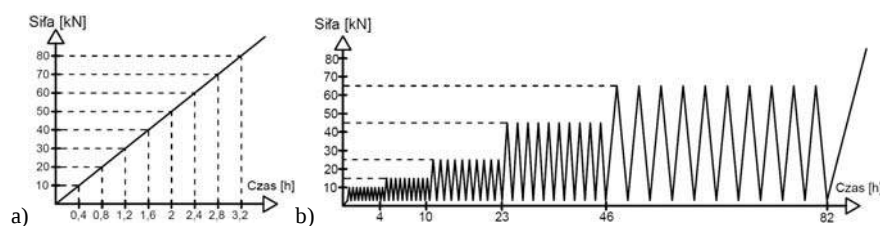
2.2. Stanowisko badawcze

Badanie belek przeprowadzono na stanowisku badawczym, które przedstawiono na rysunku 2a). Belki zostały obciążone dwoma siłami skupionymi, realizowanymi przez sterowane automatycznie siłowniki, zsynchronizowane z pozostałą aparaturą pomiarową. Do badania przemieszczeń zastosowano zestaw pomiarowy Hottinger wyposażony w 5 czujników indukcyjnych zamontowanych do spodu belki a do badania odkształceń połowych przygotowanego obszaru belki, zastosowano skaner optyczny 3D typu Aramis. Schemat statyczny belek podczas badania wraz z zaznaczonym obszarem pomiarowym skanera, środkowej części belki przedstawiono na rysunku 2b). Na tym odcinku, na którym występuje „czyste zginanie”, przeprowadzono badanie rozwoju szerokości rys prostopadłych do osi poziomej belki.



Rys. 2. a) stanowisko badawcze, b) schemat statyczny belek z zaznaczonym obszarem pomiarowym

Belki o symbolach A2M, C2M i D2M były obciążane w sposób monotoniczny aż do zniszczenia (rys. 3a). Belki o symbolu A2O obciążano z odciążeniami na 5 poziomach wartości obciążenia, a potem monotonicznie aż do zniszczenia (rys. 3b).

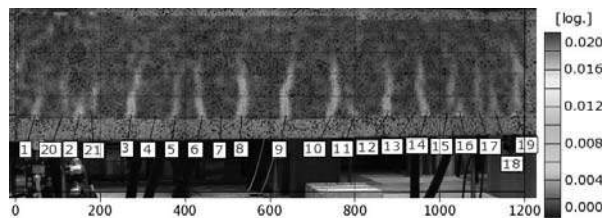


Rys. 3. Program obciążenia a) belek A2M, C2M i D2M, b) belek A2O

Na podstawie dotychczas wykonanych badań (ponad 40 belek) stwierdzono użyteczność zastosowania skanera do badań elementów żelbetowych [5, 6]. Jego zastosowanie do badania zarysowania umożliwia ciągłą rejestrację wyników (z częstotliwością robienia zdjęć). Bardzo istotne jest, że pomiary szerokości rys wykonuje się w sposób bezdotykowy, aż do zniszczenia elementu, co umożliwia śledzenie rozwoju każdej rysy, w tym uznanej, po zakończeniu badania, za niszczącą. Pozwala to na znacznie szerszy zakres prowadzenia analiz dotyczących procesu zarysowania, w tym ciągłej zmiany szerokości rys podczas obciążania, z możliwością uwzględnienia różnych programów obciążania. Obecnie stosowane materiały, beton i stal o wyższej wytrzymałości i ciągliwości, stanowią dodatkową przyczynę prowadzonych analiz.

3. Analiza zarysowania belek żelbetowych z zastosowaniem skanera optycznego 3D

Wyniki uzyskane ze skanera można przedstawiać w postaci map odkształceń na dowolnym poziomie obciążenia. Przykładową mapę odkształceń środkowej powierzchni belki A2O-1, pomiędzy siłami (rys. 2b), pokazano na rysunku 4. Mapa przedstawia odkształcenia na obserwowanym obszarze i ich koncentrację, na poziomie 0,3 siły niszczącej, podczas ostatniego etapu obciążania, tj. monotonicznego wzrostu siły do zniszczenia, po wykonanym programie odciążenia i obciążenia (zgodnie z rys. 3b). Na rysunku 4 widać 21 lokalnych kumulacji odkształceń ilustrujących dla betonu rysy.



Rys. 4. Mapa odkształceń belki A2O-1 na poziomie 0,3 siły niszczącej podczas ostatniego etapu obciążania – rosnącego do zniszczenia

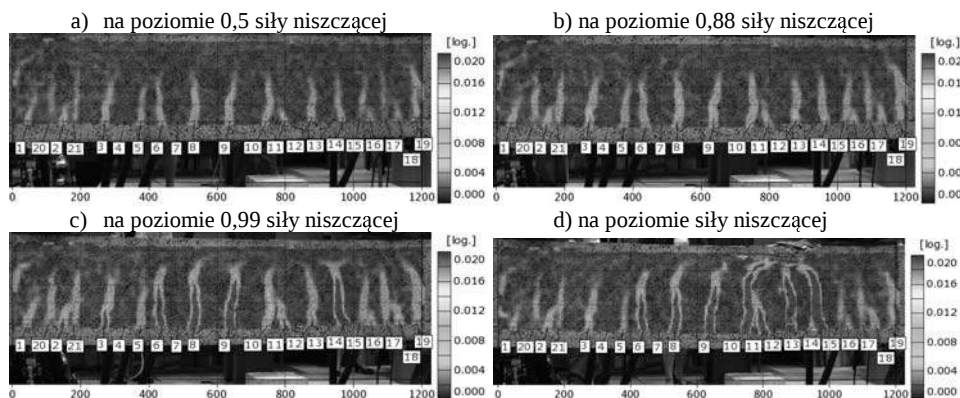
3.1. Śledzenie rozwoju pojedynczej rysy

Sposób oznaczania rys oraz wyboru rysy do analizy, w tym niszczącej, przedstawiono na przykładzie wyników ze skanera dla belki A2O-1. W celu oznaczenia rys wybierana jest mapa tuż przed zniszczeniem (rys. 5c) i numerowane są wszystkie kumulacje odkształceń; w przypadku belki A2O-1 było ich 21.

Celem dalszego badania pojedynczej rysy śledzony jest jej rozwój w końcowym etapie programu obciążania tej belki, tj. od początku etapu rosnącego do zniszczenia (rys. 3b). Rysunek 5 przedstawia mapy odkształceń powierzchni belki A2O-1 na wybranych poziomach obciążenia, które są kolejnymi mapami odkształceń belki z rysunku 4. Stwierdzono, że w całym procesie obciążania, o największej szerokości, były rysy o numerach: 3, 6, 8, 9, 10, 12, 14. Wyboru rysy niszczącej dokonywano na podstawie obserwacji miejsca zniszczenia (rys. 5d). Rysy najbliższe miejsca, w którym doszło do zmiażdżenia betonu w strefie ściskanej, to rysy nr 10, 12 i 14. Ponieważ rysa 10 miała znacznie mniejszą szerokość niż pozostałe, za niszczące uznano rysy 12 i 14 o zbliżonych szerokościach (odpowiednio 1,81 i 1,93 mm) w chwili zniszczenia.

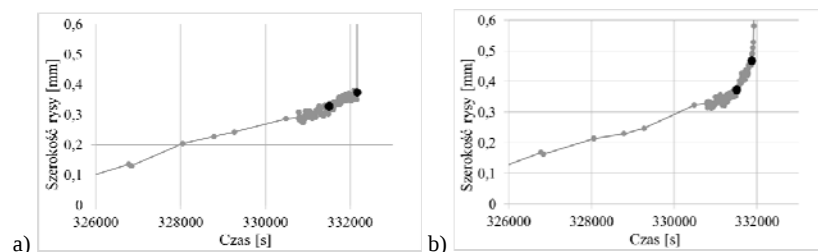
Następnie dla wybranych rys wykonano wykresy zależności przyrostu szerokości rysy w czasie badania. Przykładowo na rysunku 6 przedstawiono wykres przyrostu szerokości

rys na belce A2O-1, w określonym przedziale czasowym obejmującym etap obciążenia do zniszczenia: na rysunku 6a) wykres przyrostu szerokości rysy nr 12, a na rysunku 6b) – rysy nr 9. Czas na wykresie odpowiada momentowi wykonania zdjęcia skanerem, który przy zsynchronizowanej aparaturze odpowiada wartości siły obciążającej. W przypadku belek z odciążeniami nie wykonano wykresu w całym procesie obciążania, gdyż obraz wielokrotnego otwierania i zamykania rys jest praktycznie niemożliwy do czytelnego przedstawienia na wykresie.



Rys. 5. Mapa odkształceń dla belki A2O-1 na wybranych poziomach obciążenia podczas ostatniego etapu obciążania – rosnącego do zniszczenia

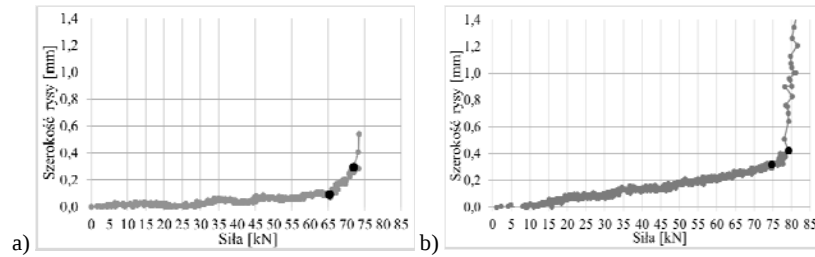
Na rysunku 6a) i b) można zauważyć dwa punkty załamania przebiegu przyrostu szerokości rysy podczas obciążania, które oznaczono czarnymi kropkami (uzyskane przez wpisywanie linii prostej). W celu lepszego uwidocznienia punktów załamania ograniczono pionową oś do szerokości rysy o wartości 0,6 mm, pomimo że przy zniszczeniu wynosiła ona 1,81 mm. Pierwsze załamanie może być spowodowane zmianą wypełnienia bryły różnic odkształceń stali i betonu, gdy naprężenia w stali przekraczają poziom obciążeń proporcjonalnych. W tym zakresie, do pierwszego punktu, linie aproksymujące wyniki mają ten sam kąt nachylenia dla przedstawionych rys 12 i 9. Drugie załamanie może świadczyć o uplastycznieniu stali, które powoduje gwałtowny przyrost szerokości rysy pomimo niewielkiej zmiany siły.



Rys. 6. Ograniczony wykres przyrostu szerokości rysy na belce A2O-1; a) nr 12, b) nr 9

W celu potwierdzenia zaobserwowanych zależności wybrano z każdej przebadanej belki po kilka rys o największych szerokościach. W rezultacie do analizy wybrano z ośmiu belek 30 rys stanowiących próbę o wystarczającej liczbie do wyciągania wstępnych wniosków.

Dla belek obciążanych monotonicznie wykonano wykresy zależności między szerokością rys a obciążeniem, które odpowiada sile zarejestrowanej w chwili wykonania zdjęcia. Na rysunku 7 przedstawiono przykładowo zależności między szerokością rysy a obciążeniem na dwóch belkach o różnej konstrukcji zbrojenia: na rysunku 7a) rysa na belce A2M-2, a na rysunku 7b) na belce C2M-2.

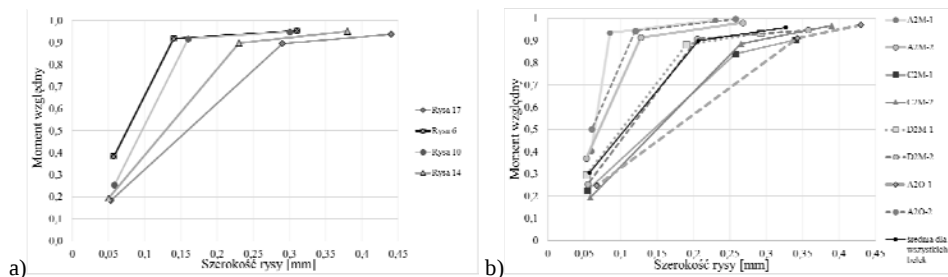


Rys. 7. Przyrost szerokości rysy: a) nr 9 na belce A2M-2, b) nr 11 na belce C2M-2

Wykorzystując wyniki ze skanera odczytano szerokości wybranych 30 rys oraz siły odpowiadające wyznaczonym punktom załamania wykresu, a także siły maksymalne. Przy realizowanym schemacie statycznym obciążania belek siły są równe co do wartości momentom gnącym. Obliczono momenty względne w stosunku do niszczących oraz wyliczono naprężenia w stali korzystając ze wzoru (3), dla obu punktów załamania. Ramię sił wewnętrznych z przyjęto przy założeniu III fazy:

$$\sigma_s = \frac{M}{z \cdot A_{s1}} \quad (3)$$

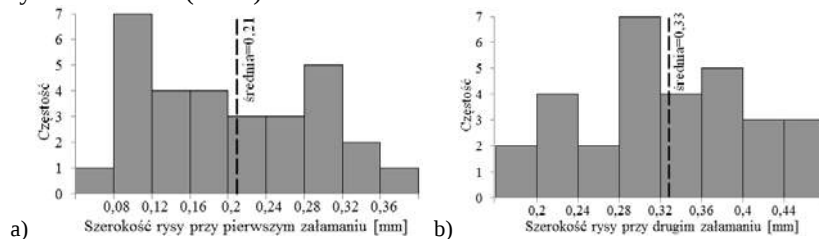
Zależności moment – szerokość rysy dla wybranych do badania rys na poszczególnych belkach zilustrowano na wykresach, co przykładowo pokazano na rysunku 8a) dla belki D2M-2. Pierwsza kropka odpowiada chwili powstania rysy (jako moment powstania rysy przyjęto uzyskanie kumulacji odkształceń równych lub większych od 0,05 mm) [6], druga kropka obrazuje szerokość danej rysy na poziomie pierwszego załamania wykresu, a ostatnia kropka na poziomie drugiego załamania. Na rysunku 8b) przedstawiono wykres średniej szerokości wybranych rys na każdej belce podczas obciążania, na którym linią pogrubioną naniesiono średnią szerokość ze wszystkich wybranych rys.



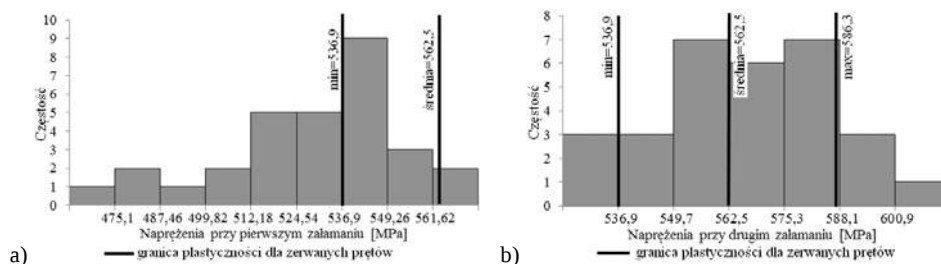
Rys. 8. a) Szerokości rys na belce D2M-2, b) Średnie szerokości rys dla poszczególnych belek

Rysunek 9 przedstawia histogramy obrazujące rozkład szerokości rys na poziomie pierwszego (rys. 9a) i drugiego (rys. 9b) załamania. Średnia szerokość rys przy pierwszym załamaniu wyniosła 0,21 mm, a przy drugim załamaniu 0,33 mm.

Na rysunku 10 przedstawiono histogramy obrazujące rozkład naprężeń w stali, w przekroju przez rysę na poziomie pierwszego (rys. 10a) i drugiego (rys. 10b) załamania. Średnie naprężenia na poziomie pierwszego załamania wynoszą 527,9 MPa, a drugiego załamania 565,04 MPa. Dodatkowo na wykresach naniesiono czarnymi liniami parametry stali otrzymane z badań (tab. 2).

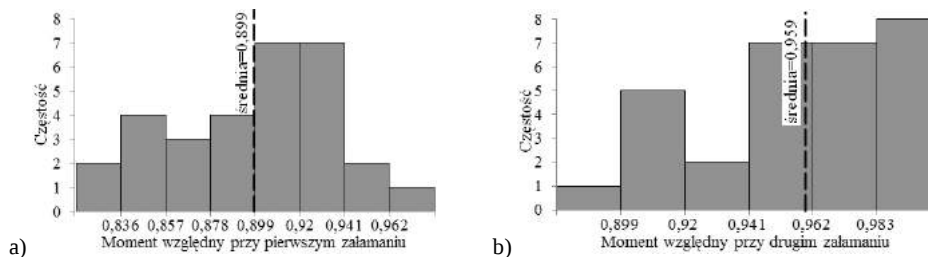


Rys. 9. Histogramy obrazujące rozkłady szerokości rys na wybranych poziomach obciążenia



Rys. 10. Histogramy obrazujące rozkłady naprężeń na określonych poziomach obciążenia

Rysunek 11 przedstawia histogramy obrazujące rozkład momentu względnego na poziomie pierwszego (rys. 11a) i drugiego (rys. 11b) załamania. Średni moment względny na poziomie pierwszego załamania wynosi 0,899, a drugiego załamania 0,959.



Rys. 11. Histogram obrazujący rozkład momentu względnego

4. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych badań można stwierdzić, że:

- Przyrost szerokości rys w czasie obciążania jest prawie liniowy do poziomu względnego obciążenia odpowiadającego 0,9 siły niszczącej w zakresie obciążeń monotonicznych.
- Średnie naprężenie obliczone dla 30 rys na poziomie pierwszego załamania wykresu szerokości rys w funkcji obciążenia wyniosło 529,7 MPa, czyli jest mniejsze od najniższej otrzymanej z badań granicy plastyczności stali wynoszącej 536,9 MPa i odpowiada prze-

kroczeniu w stali poziomemu obciążenia proporcjonalnego. Można wnioskować, że odpowiada to zerwaniu przyczepności na dłuższym odcinku w okolicy rysy.

- Średnie naprężenie na poziomie drugiego załamania wykresu wyniosło 565,04 MPa, co porównując do średniej granicy plastyczności stali wynoszącej 562,5 MPa potwierdza, że stal osiągnęła granicę plastyczności.
- Odczytane szerokości rys na poziomie drugiego załamania średnio wynoszą 0,33 mm, co jest stosunkowo małą wartością, zwłaszcza, że EC2 dopuszcza w konstrukcjach żelbetowych szerokość rysy 0,3 mm, a 0,4 mm w przypadku niskiej agresywności środowiska. Przyczyny tak niewielkiej szerokości rys na poziomie odpowiadającym granicy plastyczności stali będą przedmiotem dalszych analiz, a także muszą zostać uwzględnione do weryfikacji kryteriów stopnia uszkodzenia konstrukcji przyjętych w metodzie emisji akustycznej badania konstrukcji żelbetowych.

Mała liczba belek uniemożliwia ocenę wpływu sposobu zbrojenia na szerokości rys.

Pracę wykonano w ramach projektu rozwojowego NR 04 0007 10.

Literatura

1. Goszczyńska B., Świt G., Trąmpczyński W., (w druku). Analysis of the microcracking process with the Acoustic Emission method with respect to the service life of reinforced concrete structures. Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Technical Sciences.
2. Knauff, M. 2012. Obliczanie konstrukcji żelbetowych według Eurokodu 2. PWN Warszawa.
3. Li C. Q., Lawanwisut W., Zheng J. J., Kijawatworawet W., 2005. Crack width due to corroded bar in reinforced concrete structures. International Journal of Materials and Structural Reliability, 3(2), 87-94.
4. Łapko A. 2000. Projektowanie konstrukcji żelbetowych. Arkady Warszawa.
5. Goszczyńska B., Trąmpczyński W., Bacharz K., Bacharz M., Tworzewska J., Tworzewski P. 2014. Doświadczalna analiza odkształceń przestrzennych belek żelbetowych z zastosowaniem skanera optycznego 3D. Inżynieria i Budownictwo 3, 156-159.
6. Goszczyńska B., Tworzewska J. 2014. Określenie rysy na potrzeby analizy wyników badania procesu powstawania i rozwoju rys w belkach żelbetowych z zastosowaniem systemu Aramis. Przegląd Budowlany 12, 44-49.

The examination of changes in crack widths in the processes of loading reinforced concrete beams

Justyna Tworzewska, Barbara Goszczyńska

*Faculty of Civil Engineering and Architecture, Kielce University of Technology,
e-mail: j.tworzewska@tu.kielce.pl, b.goszczyńska@tu.kielce.pl*

Abstract: The paper presents the results of crack width increase in the loading process of eight reinforced concrete beams. Crack width has been measured continuously, without contact, during load increase and decrease, using Aramis type 3D optical scanner. Double refraction of curve showing crack width in function of load has been noticed for destructive cracks. The first section of the graph is almost linear and refraction occurs at the level of the average load corresponding to 0.9 of destructive force. The second refraction occurs when the load level causes the plasticization of reinforcing steel, independently of the loading program. Established relationship allows for verification of the structural damage criteria adopted in the acoustic emission method [1] used for study of reinforced concrete structures, and will also be the basis for the search for empirical probabilistic characteristics of random function of the crack width.

Keywords: beam, reinforced concrete, crack width, Aramis type optical scanner

Wzmacnianie krótkich wsporników przez wklejanie dodatkowego zbrojenia

Tadeusz Urban, Michał Gołdyn, Łukasz Krawczyk

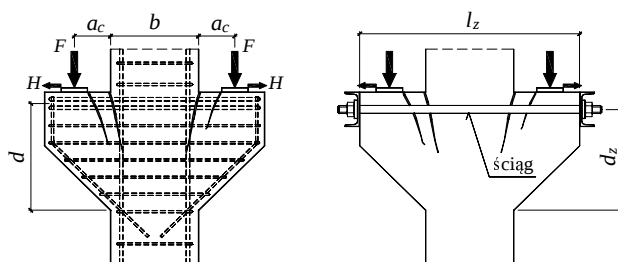
Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska, Politechnika Łódzka,
e-mail: tadeusz.urban@p.lodz.pl, michal.goldyn@p.lodz.pl, lukasz.krawczyk@p.lodz.pl

Streszczenie: W artykule omówiono wyniki badań własnych dotyczących wzmacniania krótkich wsporników żelbetonowych za pomocą zbrojenia wklejanego. Wykazano wysoką skuteczność zaproponowanej metody wzmacniania. Wklejenie stalowego pręta prowadziło do wzrostu nośności sięgającego 38% w stosunku do nośności wspornika modelu bez zbrojenia dodatkowego. Przeprowadzona analiza porównawcza wykazała, iż obowiązujące przepisy normowe, dotyczące określania nośności krótkich wsporników metodą S-T, są bardzo zachowawcze. W pracy zaproponowano modyfikację metody, w której uwzględnia się także współpracę strzemion poziomych wraz ze zbrojeniem głównym.

Słowa kluczowe: wzmacnianie, krótki wspornik, zbrojenie wklejane, modele kratownicowe S-T

1. Wstęp

Najczęściej stosowaną metodą wzmacniania krótkich wsporników jest uzupełnianie zbrojenia głównego zbrojeniem zewnętrznym w postaci dwóch ściągów umieszczanych po obu stronach elementu. Przykład takiego rozwiązania pokazano na rysunku 1. Okazuje się jednak, że efektywność takiego sposobu wzmacniania jest znikoma. Wynika to z niewielkiej sztywności ściągów w stosunku do przekroju wspornika.



Rys. 1. Wzmocnienie krótkich wsporników za pomocą zewnętrznego zbrojenia pasywnego: a) konstrukcja przed wzmocnieniem, b) po wzmocnieniu

Niewielka efektywność zewnętrznego zbrojenia wiotkiego została potwierdzona wynikami badań eksperymentalnych przeprowadzonych przez Nagrodzką-Godycką ([1, 2]). Według tej autorki przyrost nośności po wzmocnieniu prętami pasywnymi może osiągać co najwyżej 10%, przy czym wykorzystanie prętów zewnętrznych nie przekracza 20% ich nośności. Takie wyniki zostały uzyskane w przypadku wspornika o stosunkowo dużej smukłości $a_c/d = 1,0$, w którym zbrojenie zewnętrzne stanowiło około 125% zbrojenia wewnętrznego. W przypadku wspornika bardzo krótkiego, o smukłości $a_c/d = 0,6$, przyrost nośności wyniósł tylko 6%, natomiast wspornik $a_c/d = 0,3$ cechował przyrost zerowy. Reasumując można stwierdzić, że analiza licznych i dobrze udokumentowanych wyników

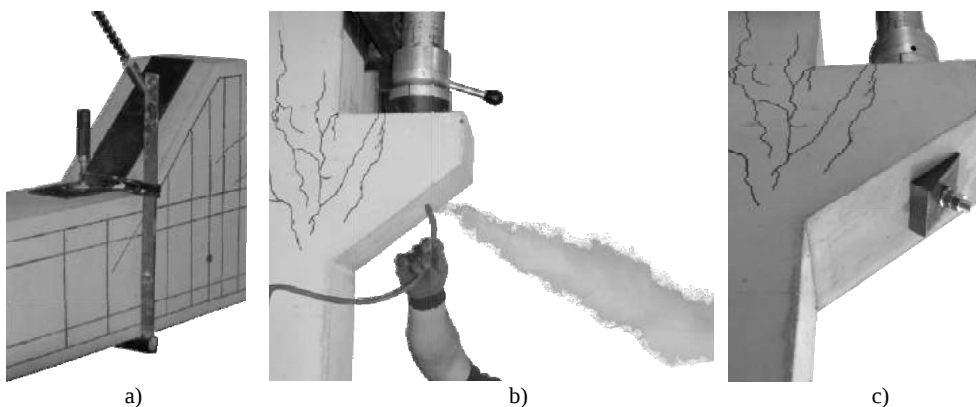
Badania przeprowadzono w specjalnym stanowisku umożliwiającym niezależne obciążanie słupa i wspornika. Najpierw obciążano słup siłą osiową wynoszącą 150 kN, a następnie rozpoczynano obciążanie wspornika. Siłę na wsporniku zwiększano skokowo co 10 kN aż do zniszczenia. Na każdym poziomie obciążenia dokonywano pomiarów odkształceń zbrojenia głównego na krawędzi słupa za pomocą czujników elektrooporowych. Rejestrowano również rozwój zarysowania i szerokość rozwarcia rys w poziomie zbrojenia głównego. Na rysunku 3 pokazano stanowisko badawcze.



Rys. 3. Widok stanowiska badawczego

3. Realizacja wzmacniania modeli

Badanie modeli wzmacnianych było prowadzone w trzech etapach. Pierwszy z nich polegał na stopniowym obciążaniu wspornika do 200 kN (model A – I) i 120 kN (model B – I) w sposób analogiczny jak w przypadku modeli – świadków. Te poziome obciążenia, wywoływały odkształcenia zbrojenia głównego wsporników wynoszące około 2‰, co można mniej więcej uznać za poziom obciążenia eksploatacyjnego. Wsporniki na tym poziomie obciążenia były już intensywnie zarysowane, a największe szerokości rys wynosiły około 0,25 mm oraz 0,18 mm odpowiednio w przypadku modelu A – I oraz B – I. W kolejnym kroku zmniejszono obciążenie do 150 kN (A – I) oraz 80 kN (B – I). Koncepcja wzmocnienia polegała na wklejeniu dodatkowego gwintowanego pręta ukośnego M16 – patrz rys. 2 i 3. Procedurę wzmacniania ilustruje rysunek 4.

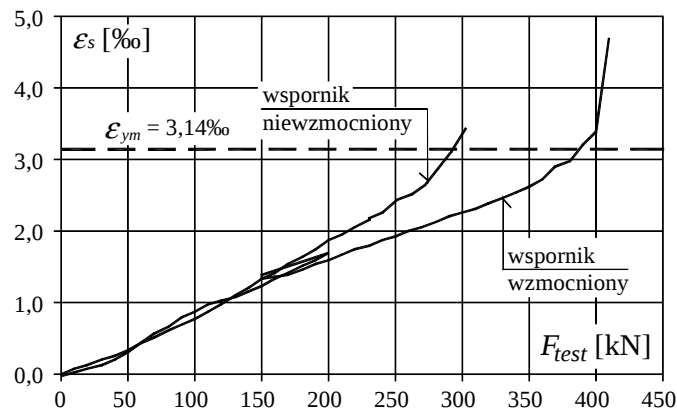


Rys. 4. Wzmacnianie wspornika: a) wiercenie otworu, b) czyszczenie otworu, c) widok po wzmocnieniu

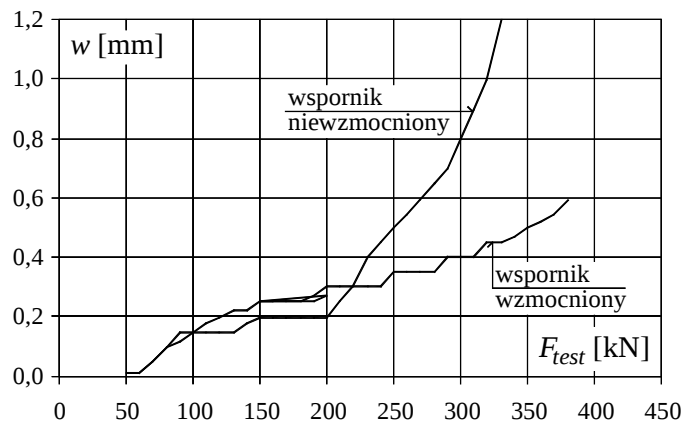
Prace rozpoczynano od wywiercenia otworu. Aby uzyskać odpowiedni kąt nachylenia wiertła w stosunku do ukośnej powierzchni wspornika zastosowano specjalny przyrząd prowadzący wiertło (patrz rys. 4a). Kolejną czynność to usunięcie pyłu z otworu za pomocą sprężonego powietrza i szczotki (patrz rys. 4b). Następnie przystępowano do aplikacji kleju i umieszczenia pręta wzmacniającego. Po stwardnieniu kleju wzmacnianie zostało zakończone instalacją podkładki oporowej (rys. 4c). Proces wzmacniania wspornika łącznie z oczekiwaniem na stwardnienie kleju trwał około 3 godzin.

4. Wyniki badań

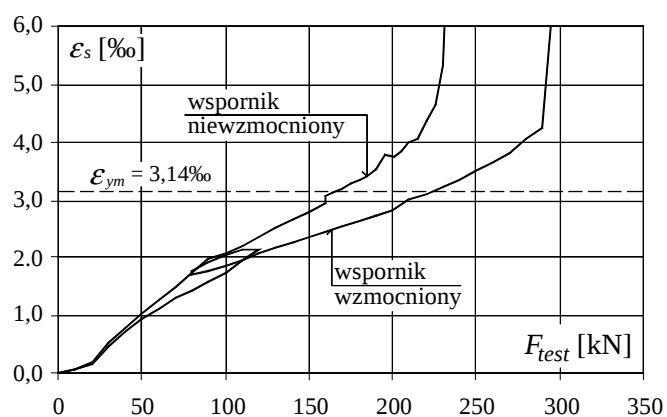
Na rysunku 5 dokonano porównania odkształceń zbrojenia głównego modeli A – 0 i A – I w funkcji obciążenia, a na rysunku 6 szerokości maksymalnego rozwarcia rys. Jak widać, wzmacnienie wspornika dodatkowym ukośnym prętem spowodowało opóźnienie osiągnięcia granicy plastyczności w zbrojeniu głównym, jak również ograniczenie szerokości rozwarcia rysy. Podobna analiza odkształceń zbrojenia głównego została wykonana dla modeli serii B – patrz rysunek 7.



Rys. 5. Porównanie odkształceń zbrojenia głównego modeli: A – 0 (niewzmocniony) i A – I (wzmocniony)

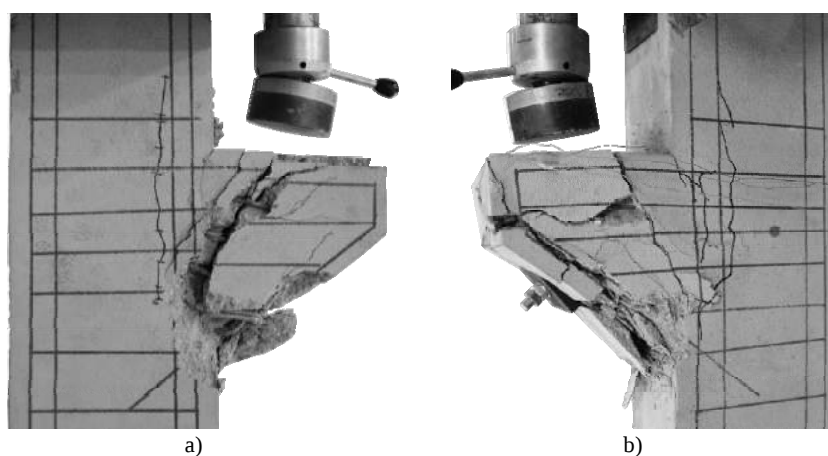


Rys. 6. Porównanie maksymalnej szerokości rozwarcia rys modeli: A – 0 (niewzmocniony) i A – I (wzmocniony)

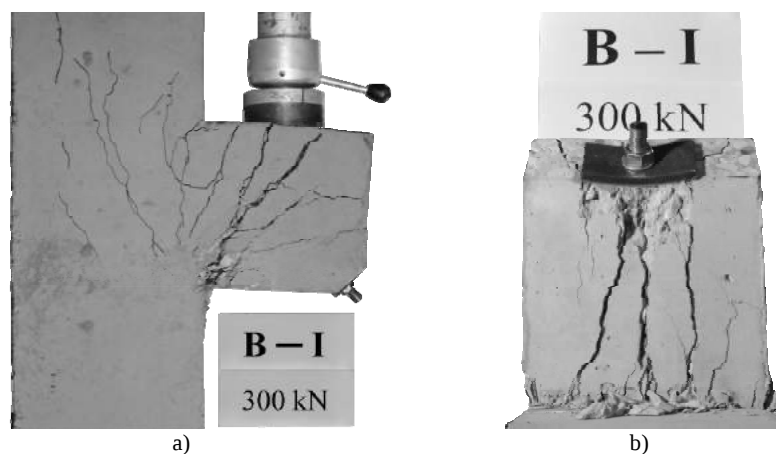


Rys. 7. Porównanie odkształceń zbrojenia głównego modeli: B – 0 (niewzmocniony) i B – I (wzmocniony)

Na rysunkach 8 i 9 pokazano badane modele po zniszczeniu.

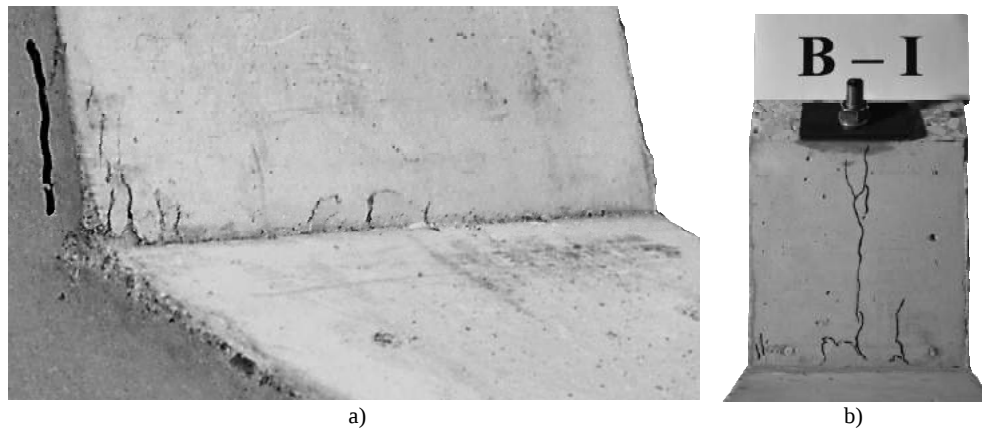


Rys. 8. Widok wsporników serii A po zniszczeniu: a) model A – 0, b) model A – I



Rys. 9. Widok wspornika B – I po zniszczeniu: a) z boku, b) płaszczyzna ściskana

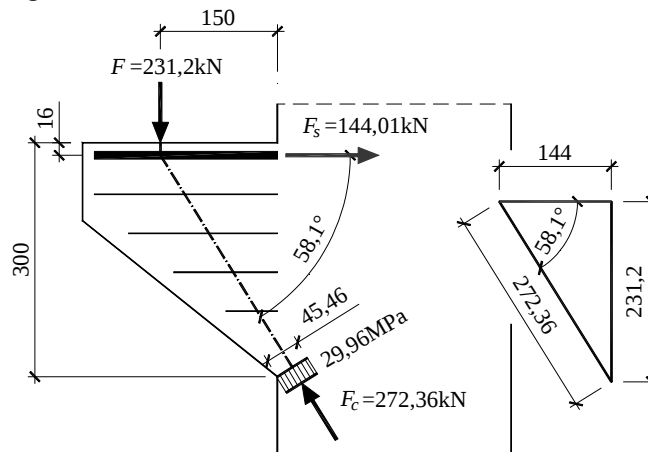
Stan graniczny nośności wsporników sygnalizowany był uplastycznieniem zbrojenia głównego, któremu towarzyszyło znaczne rozwarcie rys. Bezpośrednio przed zniszczeniem obserwowano łuszczenie betonu na krawędzi ściskanej na styku wspornika ze słupem, a w przypadku modelu B – I wystąpienie rysy w osi wklejonego pręta wzmacniającego (patrz rys. 10).



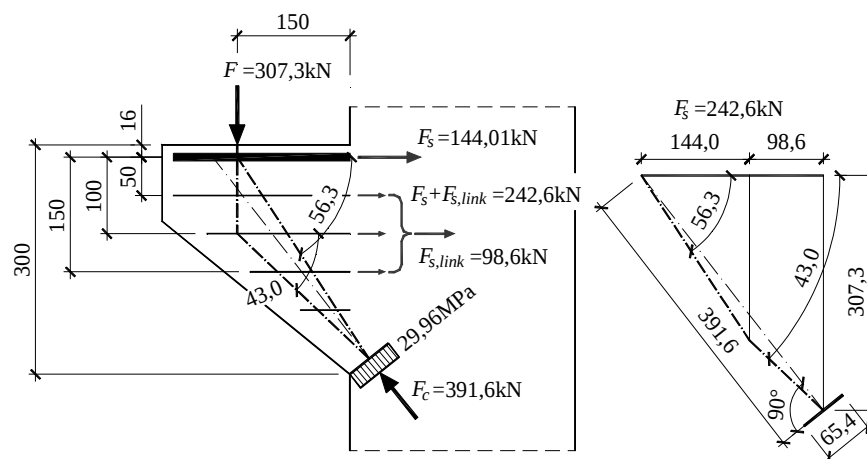
Rys. 10. Widok krawędzi i powierzchni ściskanej bezpośrednio przed zniszczeniem: a) modelu A-I, b) modelu B-I

5. Analiza wyników badań

Na rysunku 11 przedstawiono wyniki analizy nośności modelu A – 0 zgodnie z zasadami Eurokodu 2 [3] metodą Struts and Ties. Uwzględniono w niej parametry materiałowe podane w Tabeli 1. Jak widać, nośność eksperymentalna jest znacznie wyższa od teoretycznej $F_{test} / F_{EC2} = 337/231,2 \approx 1,46$. Na rysunku 12 przedstawiono założenia zmodyfikowanej analizy S-T, uwzględniającej strzemiona poziome. Uwzględniono w niej strzemiona znajdujące się w górnej strefie wspornika ograniczonej wymiarem $2/3d$, zgodnie z zasadami normy ACI 318-11 [4]. Takie podejście zbliżyło znacznie wynik teoretyczny do eksperymentalnego $F_{test} / F_{ST} = 337/307,3 \approx 1,10$.



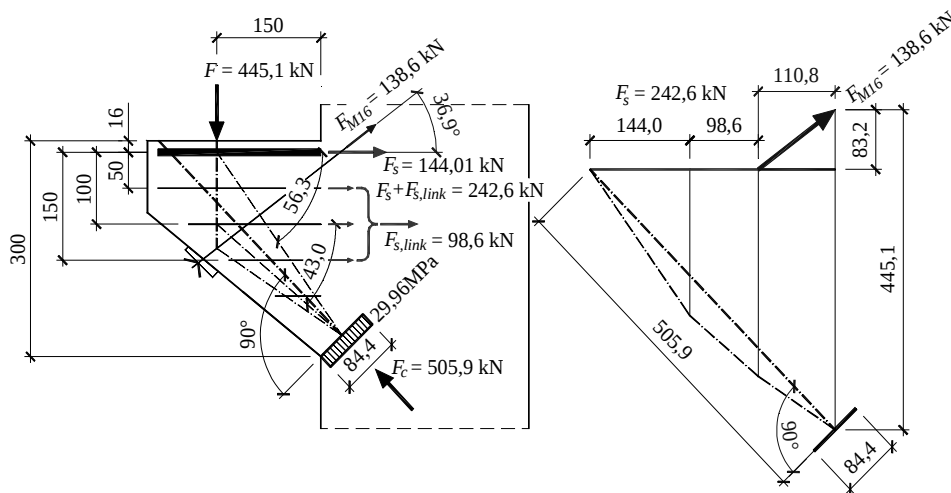
Rys. 11. Analiza nośności wspornika A – 0 zgodnie Eurokodem 2



Rys. 12. Analiza nośności wspornika A – 0 za pomocą zmodyfikowanego modelu S-T uwzględniającego strzemiona poziome

Podobną analizę przeprowadzono dla modelu B – 0. Podobnie jak poprzednio, nośność eksperymentalna jest znacznie wyższa od nośności obliczonej według zasad [3], ($F_{test} / F_{EC2} = 240/179,1 \approx 1,34$). Dodatkowo należy zauważyć, że stosunek wysięgu wspornika do jego wysokości $a_c/h_c = 150/245 = 0,61 > 0,5$, co kwalifikowało wspornik do zastosowania strzemion pionowych. Zastosowane strzemiona poziome w modelu B – 0 należałoby zatem uznać za błąd konstrukcyjny. Podobnie jak w przypadku modelu A – 0 uwzględnienie dwóch strzemion jako dodatkowego zbrojenia głównego pozwoliło na uzyskanie lepszej zgodności nośności teoretycznej z eksperymentalną $F_{test} / F_{ST} = 240/216,9 \approx 1,11$.

Na rysunku 13 pokazano wyniki analizy wzmocnionego wspornika A – I, w którego przypadku uzyskano bardzo dobrą zgodność nośności teoretycznej z doświadczalną $F_{test} / F_{ST} = 465/445,1 \approx 1,04$. W analizie modelu B – I nośność teoretyczna okazała się natomiast większa od eksperymentalnej – $F_{test} / F_{ST} = 300/316,7 \approx 0,95$.



Rys. 13. Analiza nośności wspornika A–I za pomocą zmodyfikowanego modelu S-T

W przypadku modelu B – I bezpośrednią przyczyną osiągniętego stanu granicznego nośności był docisk stalowej podkładki kotwiącej wklejony pręt wzmocnienia – patrz rysunek 11b.

6. Wnioski

Przeprowadzone badania wykazały skuteczność metody wzmocniania krótkich wsporników, zaproponowanej przez autorów referatu. W przypadku serii A uzyskano wzmocnienie o 38% ($F_{A-I}/F_{A-0} = 465/337 = 1,38$), zaś w serii B o 25% ($F_{B-I}/F_{B-0} = 300/240 = 1,25$). Pod względem technologicznym metodę można uznać za łatwą i szybką, umożliwiającą wzmocnianie bez całkowitego odciążenia konstrukcji. Zakotwienie prętów wzmacniających za pomocą kleju żywicznego okazało skuteczne i nie ograniczyło ich nośności.

Teoretyczna analiza nośności wsporników wzmocnionych za pomocą zbrojenia wklejanego metodą S-T daje zbieżne wyniki z doświadczeniem. Uzupełnieniem tej metody powinno być sprawdzenie strefy zakotwienia zbrojenia wklejanego z uwagi na docisk do betonu.

Literatura

1. Nagrodzka-Godycka K., 1995. Skuteczność wzmocnień i nośność graniczna krótkich wsporników żelbetowych o zróżnicowanym wysięgu. XLI Konferencja Naukowa KILIW PAN i KN PZITB, tom 5, Krynica.
2. Nagrodzka-Godycka K., 2001. Wsporniki żelbetowe – badania, teoria, projektowanie. Politechnika Gdańska, Gdańsk.
3. PN-EN 1992-1-1 Eurokod 2 – Projektowanie konstrukcji z betonu – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków, Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 2008;
4. ACI 318-11: Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-11) and Commentary, American Concrete Institute, 2011.

Strengthening short corbels with injected reinforcement

Tadeusz Urban, Michał Gołdyn, Łukasz Krawczyk

*Faculty of Civil Engineering, Architecture and Environmental Engineering, Lodz University of Technology,
e-mail: tadeusz.urban@p.lodz.pl, michal.goldyn@p.lodz.pl, lukasz.krawczyk@p.lodz.pl*

Abstract: This paper presents and comments the results of experimental investigations of strengthening of short corbels with injected reinforcement. High efficiency of the proposed method of strengthening has been shown. Injecting a steel bar has led to an increase in the load carrying capacity up to 38% in relation to the load carrying capacity of the corbel without additional reinforcement. The comparative analysis has shown that the existing standard provisions, concerning the load carrying capacity of short corbels, are very conservative. For this reason, this paper proposes an authoring method for determining the load carrying capacity of corbels, taking into account the cooperation of the horizontal stirrups.

Keywords: strengthening, short corbel, injected reinforcement, Struts and Ties models

Ocena ryzyka i odporności poawaryjnej płaskich stropów płytowych sprężonych cięgnami bez przyczepności

Szczepan Woliński¹, Tomasz Pytlowany²

¹ Wydział Budownictwa, Inżynierii Środowiska i Architektury, Politechnika Rzeszowska,
e-mail: szwolkkb@prz.edu.pl

² Instytut Politechniczny, Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Krośnie,
e-mail: tompyt@pwsz.krosno.pl

Streszczenie: Lista potencjalnych zagrożeń związanych ze stosowaniem konstrukcji z betonu sprężanych za pomocą cięgien bez przyczepności, w tym płaskich stropów płytowych, jest długa i dość dobrze rozpoznana. Oprócz zdarzeń wyjątkowych należą do nich dodatkowo: reakcje wzbudzone sprężaniem w uszkodzonym ustroju statycznie niewyznaczalnym, efekty drugiego rzędu, wrażliwość na miejscowe, trudne do zlokalizowania i naprawy uszkodzenia cięgien spowodowane błędami wykonawstwa, miejscową korozją cięgien, niewielkimi pożarami, a także korozja i utrata przyczepności cięgien w zakotwieniach itd. Pomimo tych zagrożeń konstrukcje sprężane za pomocą cięgien bez przyczepności są intensywnie promowane i stosowane w praktyce ze względu na możliwość uzyskania znacznych rozpiętości stropów i innowacyjny charakter tej technologii sprężania. W pracy przedstawiono propozycję zastosowania analizy ryzyka do oceny odporności poawaryjnej płaskich złożonych konstrukcji budowlanych. Proponowane procedury oceny ryzyka i odporności poawaryjnej zilustrowano przykładem analizy odporności poawaryjnej tego rodzaju stropu.

Słowa kluczowe: sprężanie bez przyczepności, stropy płaskie, analiza ryzyka, odporność poawaryjna

1. Wprowadzenie

Od kilkunastu lat w USA i Europie Zachodniej stosowane są powszechnie płaskie stropy sprężone cięgnami bez przyczepności. Do ważniejszych zalet tych konstrukcji zalicza się m.in.: łatwość kształtowania płyt stropowych o skomplikowanym obrysie, zróżnicowanych wymiarach i warunkach podparcia, ograniczenie ugięć i zarysowań umożliwiające redukcję grubości i ciężaru własnego płyty oraz zużycia betonu i stali zbrojeniowej. Sprężanie umożliwia zwiększenie rozpiętości pełnych płyt stropowych do około 13 m, a stropów z pasmami belkowymi nawet do 20 m. Stwarza to warunki do swobodnego kształtowania funkcji w budynkach o takich stropach. Niewielka średnica cięgien, z reguły do 20 mm, umożliwia uzyskanie znacznych mimośrodów siły sprężającej, i znaczna elastyczność osłonek cięgien sprężających bez przyczepności ułatwiająca trasowanie przebiegu cięgien spowodowały, iż są one coraz częściej stosowane w praktyce. Lista potencjalnych zagrożeń związanych ze stosowaniem konstrukcji sprężanych za pomocą cięgien bez przyczepności, w tym płaskich stropów płytowych, jest długa i dość dobrze rozpoznana [1]. Oprócz standardowych oddziaływań wyjątkowych i trudnych do identyfikacji zdarzeń katastrofalnych należą do nich dodatkowo: reakcje wzbudzone sprężaniem w ustroju statycznie niewyznaczalnym, kruchy charakter zniszczenia, efekty drugiego rzędu, wrażliwość na miejscowe, trudne do zlokalizowania i naprawy uszkodzenia cięgien spowodowane błędami wykonawstwa, miejscową korozją cięgien, niewielkimi pożarami, a także korozja i utrata przyczepności cięgien

w zakotwieniach. Chociaż w nowszych publikacjach formułowane są opinie, że obawy związane z zagrożeniami bezpieczeństwa i małą odpornością poawaryjną konstrukcji sprężonych cięgnami bez przyczepności po spełnieniu odpowiednich standardów projektowych i starannym wykonaniu są bezpodstawne, to ich uzasadnienie jest problematyczne.

W aktualnych normach i literaturze opisane są dwie strategie weryfikacji i projektowania konstrukcji z uwzględnieniem odporności poawaryjnej. Pierwsza oparta na określonych oddziaływaniach wyjątkowych, a druga na ograniczeniu zasięgu zniszczenia miejscowego.

W przypadku konstrukcji budynków zaliczonych do najwyższej klasy konsekwencji zniszczenia zaleca się przeprowadzenie systematycznej analizy ryzyka, uwzględniającej zagrożenia przewidywalne, jak i nieprzewidywalne. Niestety, procedury analizy i oceny ryzyka są opisane w tych opracowaniach w sposób utrudniający ich praktyczne wykorzystanie. W niniejszej pracy przedstawiono propozycję zastosowania analizy ryzyka do oceny odporności poawaryjnej płaskich stropów płytowych sprężonych cięgnami bez przyczepności. Przedstawione procedury oceny ryzyka i odporności poawaryjnej zilustrowano przykładem analizy odporności poawaryjnej takiego stropu.

2. Miary odporności poawaryjnej

2.1. Miary tradycyjne i probabilistyczne

Odporność poawaryjna konstrukcji budowlanych (*structural robustness*) jest różnie definiowana i szacowana, najczęściej w sposób opisowy i nieprecyzyjny. W nowszych publikacjach określa się ją często w nawiązaniu do teorii systemów jako właściwość ustroju konstrukcyjnego (systemu) umożliwiającą jego przetrwanie w nieprzewidywalnych lub nadzwyczajnych okolicznościach [1]. Ilościowe oszacowanie odporności systemu i ocena jej akceptowalnego poziomu wymagają identyfikacji: struktury, funkcji i ograniczeń, które system powinien spełniać, listy zagrożeń, a także uszkodzeń i zakłóceń w funkcjonowaniu systemu oraz ich konsekwencji. W teorii systemów sformułowano co najmniej kilkanaście definicji odporności, m.in. jako: zdolności systemu do pełnienia przewidzianych funkcji w przypadku uszkodzeń i/lub wyjątkowych oddziaływań i zdarzeń, miarę braku wrażliwości na zdarzenia nieprzewidziane w projekcie, braku wrażliwości na niewielkie zmiany w założeniach przyjętych w projekcie, zdolności do pożądanej reakcji na sytuacje wyjątkowe, proporcjonalności konsekwencji uszkodzeń do ich przyczyn i zakresu, zdolności do minimalizacji uszkodzeń w najbardziej niekorzystnych warunkach [2]. Wymagania dotyczące odporności poawaryjnej konstrukcji budowlanych zawarte są między innymi w dyrektywie „European Construction Product Directive”, w której zaleca się aby były one projektowane i wykonywane w sposób zabezpieczający konstrukcje w czasie realizacji i eksploatacji przed zniszczeniem w zakresie nieproporcjonalnym do przyczyny. Jako przykłady tradycyjnych, deterministycznych i probabilistycznych miar odporności poawaryjnej można wymienić między innymi:

– względną nośność resztkową RSR [3]:

$$RSR = \frac{R_c}{S_c} \quad (1)$$

gdzie: R_c – wartość charakterystyczna nośności konstrukcji i S_c – jej wartość obliczeniowa odpowiadająca zniszczeniu konstrukcji,

– wskaźnik wrażliwości V [4]:

$$V = \frac{P(r_d, S)}{P(r_0, S)} \quad (2)$$

gdzie: $P(r_d, S)$, $P(r_0, S)$ – prawdopodobieństwo zniszczenia konstrukcji uszkodzonej i nieuszkodzonej pod obciążeniem S ,

– wskaźnik odporności β_r [5]:

$$\beta_r = \frac{\beta_i}{\beta_i - \beta_d} \quad (3)$$

gdzie: β_i i β_d – wskaźniki niezawodności konstrukcji nieuszkodzonej i uszkodzonej.

2.2. Miary oparte na oszacowaniu ryzyka

Miary odporności poawaryjnej oparte na oszacowaniach ryzyka zniszczenia lub wyłączenia systemu z eksploatacji są definiowane z wykorzystaniem różnych określeń i sposobów obliczania ryzyka. Generalnie ryzyko definiowane jest jako funkcja, najczęściej iloczyn, prawdopodobieństwa wystąpienia zagrożeń i ich skutków, traktowanych zwykle jako koszty uszkodzeń i zniszczeń spowodowanych przez zdarzenia, które powodują analizowane zagrożenia. W literaturze i normach projektowania konstrukcji budowlanych [6-8] zaleca się obliczanie ryzyka za pomocą wzoru:

$$R = \sum_{i=1}^{n_H} p(H_i) \sum_{j=1}^{n_D} \sum_{k=1}^{n_S} p(D_j | H_i) p(S_k | D_j) C(S_k) \quad (4)$$

gdzie: n_H – liczba zagrożeń, które mogą spowodować uszkodzenie konstrukcji na n_D różnych sposobów, n_S – liczba niekorzystnych stanów konstrukcji S_k , których konsekwencje wynoszą $C(S_k)$, $p(H_i)$ – prawdopodobieństwo wystąpienia i -tego zagrożenia w czasie odniesienia, $p(D_j | H_i)$ – prawdopodobieństwo warunkowe j -tego stanu uszkodzenia konstrukcji powodującego i -te zagrożenie, $p(S_k | D_j)$ – prawdopodobieństwo warunkowe k -tego niekorzystnego stanu całej konstrukcji spowodowanego j -tym stanem uszkodzenia. Wartość ryzyka obliczona według wzoru (4), wyrażona w jednostkach monetarnych, jest niewygodna podczas oceny i porównywania odporności poawaryjnej konstrukcji. Miara odporności powinna być wielkością bezwymiarową. I.W. Baker [6] zaproponował stosowanie miary odporności poawaryjnej w postaci wskaźnika odporności, który zdefiniował jako iloraz wartości ryzyka bezpośredniego do całkowitego, będącego sumą ryzyka bezpośredniego R_{dir} i pośredniego R_{ind} :

$$I_{rob} = \frac{\sum_i R_{dir,i}}{\sum_i R_{dir,i} + \sum_i R_{ind,i}} \quad (5)$$

Ryzyko bezpośrednie jest związane z konsekwencjami wpływu uszkodzeń i zniszczeń elementów na bezpieczeństwo konstrukcji, a ryzyko pośrednie z innymi konsekwencjami ich wpływu na konstrukcję i otoczenie. Wartość wskaźnika odporności mieści się w przedziale $0 \leq I_{rob} \leq 1$. Jeśli $I_{rob} = 1$, to konstrukcja charakteryzuje się pełną

odpornością poawaryjną, a jeśli $I_{rob}=0$, to konstrukcja wykazuje brak odporności poawaryjnej. Ponieważ te skrajne przypadki nie występują w rzeczywistych warunkach, zagadnienie oceny dopuszczalnej wartości wskaźnika wymaga studiów porównawczych i zawsze jest w znacznym stopniu subiektywne. Ponadto oszacowanie ryzyka pośredniego jest w praktyce znacznie trudniejsze i obciążone większą niepewnością niż ocena ryzyka bezpośredniego.

2.3. Miara oparta na oszacowaniu ryzyka rozmytego

Dokładne określenie prawdopodobieństw wystąpienia zagrożeń, podobnie jak ich konsekwencji, jest w praktyce nieosiągalne. Uwzględniając wpływ kontroli jakości w procesie projektowania i wykonawstwa konstrukcji zmienne p i C można opisać za pomocą liczb rozmytych $\tilde{p}$ i $\tilde{C}$ o funkcjach przynależności μ_p i μ_C [9, 10]:

$$\tilde{p} = (1 - \tilde{\eta})\tilde{p}_b + \tilde{\eta} \cdot \tilde{p}_k \quad (6)$$

gdzie: $\tilde{\eta}$ – rozmyty współczynnik wyrażający stopień skuteczności kontroli, przyjmujący wartości z przedziału $[0, 1]$, $\tilde{p}_b$ i $\tilde{p}_k$ – rozmyte prawdopodobieństwa w warunkach braku kontroli i przy zapewnieniu kontroli o różnym poziomie. Miarę konsekwencji C można uznać za mierzalną, ale na ogół nie poddającą się kontroli. Funkcje przynależności rozmytych zmiennych μ_p i μ_C można, w pierwszym przybliżeniu, przyjąć jako „trójkątne”, zdefiniowane za pomocą trzech liczb wyrażających wartość dominującą zmiennej o całkowitej przynależności m_X oraz dwóch liczb określających przedział zmienności $[a_X, b_X]$: $\mu_X = (m_X, a_X, b_X)$. Ryzyko oszacowane z uwzględnieniem rozmytego charakteru zmiennych decydujących o jego wielkości jest również zmienną rozmytą $\tilde{R}$. Jako miarę odporności poawaryjnej konstrukcji proponuje się przyjąć wyostrzoną wartość $\tilde{R}$, na przykład jej wartość dominującą m_R . W celu ułatwienia porównania odporności poawaryjnej różnych konstrukcji proponuje się przyjęcie bezwymiarowej miary odporności poawaryjnej i_R (wskaźnika ryzyka) jako stosunku dominującej wartości ryzyka m_R , obliczonej dla wartości dominującej rozmytych kosztów zniszczenia lub uszkodzenia konstrukcji m_{CR} , do wartości dominującej akceptowalnego ryzyka zniszczenia m_D :

$$i_R = \frac{m_R}{m_D + m_R} \quad (7)$$

Akceptowalną wartość ryzyka m_D można ustalić jako iloczyn dopuszczalnej wartości prawdopodobieństwa zniszczenia konstrukcji $p_{fd}(RCX, T_0)$ zalecanej w normie PN-EN 1990 [11] dla odpowiedniej klasy niezawodności $RCX = RC3$ lub $RC2$ lub $RC1$ i okresu odniesienia T_0 oraz wartości dominującej rozmytych kosztów inwestycji w całym okresie „życia” konstrukcji m_{CD} :

$$m_D = p_{fd}(RCX, T_0) \times m_{CD} \quad (8)$$

Wskaźnik ryzyka może przyjmować wartości $0 \leq i_R < 1$. Idealna konstrukcja dla której wartość $i_R = 0$ posiada pełną odporność poawaryjną (brak ryzyka), a jeśli $i_R \approx 1$, konstrukcja jest pozbawiana odporności poawaryjnej.

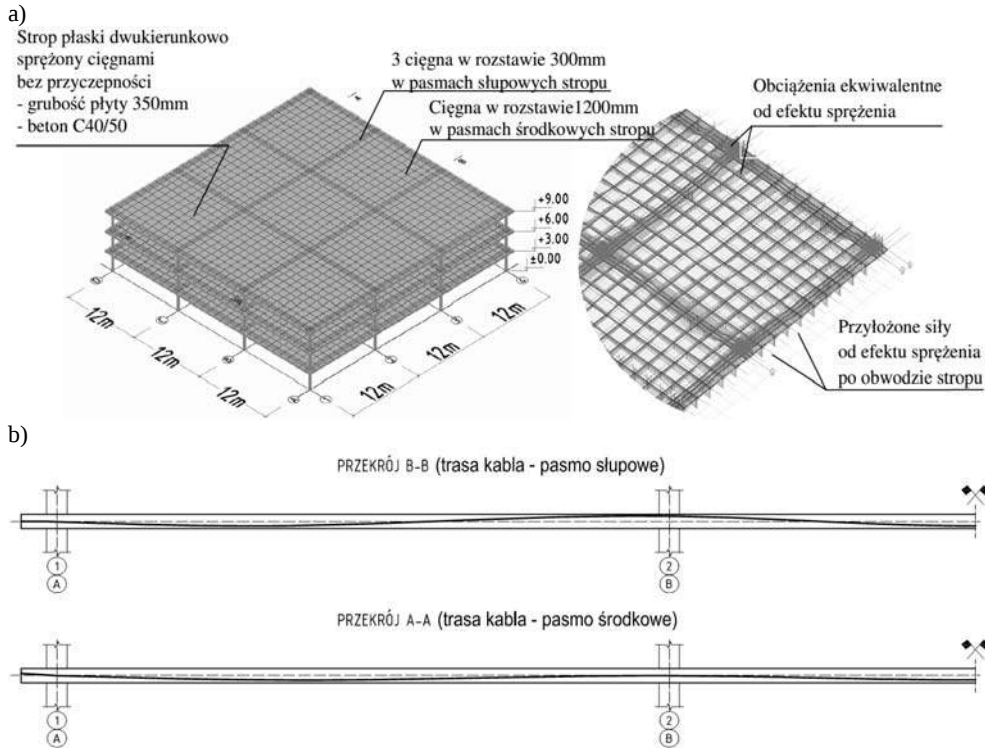
Ponieważ ilościowa ocena prawdopodobieństwa wystąpienia zagrożeń $p(H_i)$, podobnie jak prawdopodobieństw warunkowych występujących we wzorze (4), jest bardzo trudna do oszacowania i obarczona znaczną niepewnością, zaleca się stosowanie przybliżonych oszacowań częstości występowania zagrożeń, na przykład wg [12]:

- występujące często: $p(H_i) \geq 2, 7 \times 10^{-2}$ (ponad 10/rok);
- dość częste: $2, 7 \times 10^{-2} > p(H_i) \geq 2, 7 \times 10^{-3}$ (od 10 /rok do 1/rok);
- sporadyczne: $2, 7 \times 10^{-3} > p(H_i) \geq 2, 7 \times 10^{-4}$ (od 1/rok do 1/10 lat);
- mało prawdopodobne: $2, 7 \times 10^{-4} > p(H_i) \geq 2, 7 \times 10^{-5}$ (od 1/10 lat do 1/100lat);
- bardzo rzadkie: $2, 7 \times 10^{-5} > p(H_i) \geq 2, 7 \times 10^{-6}$ (od 1/100 lat do 1/1000 lat);
- nieprawdopodobne: $2, 7 \times 10^{-6} > p(H_i) \geq 2, 7 \times 10^{-7}$ (od 1/1000 lat do 1/10000 lat).

3. Analiza ryzyka i odporności poawaryjnej stropu płaskiego sprężonego cięgnami bez przyczepności

Przedmiotem analizy jest trójkondygnacyjny budynek o słupowo-płytowej konstrukcji, o płaskich stropach płytowych sprężonych za pomocą cięgien bez przyczepności (rys. 1). Płyty stropowe, o grubości 350 mm, zaprojektowano z betonu klasy C40/50. Zbrojenie sprężające przyjęto w postaci splotów $\varnothing 16$ mm, z drutów o wytrzymałości charakterystycznej na rozciąganie $f_{pk}=1860$ N/mm², w liczbie 3 cięgien w rozstawie 300 mm w pasmach słupowych i 1200 mm w pasmach środkowych. Dodatkowo zastosowano przypowierzchniowe, zbrojenie przeciwskurczowe i zbrojenie na przebicie. W celu zilustrowania procedury oceny ryzyka i odporności poawaryjnej konstrukcji sprężonych cięgnami bez przyczepności, przedstawiono założenia i wyniki obliczeń konstrukcji obiektu zaprezentowanego na rysunku 1.

W obliczeniach uwzględniono $n_H = 2$ zagrożeń bezpieczeństwa konstrukcji: (a) zniszczenie jednego słupa, które może spowodować zniszczenie 1, 2 lub 3 pól płyty stropu $n_D = 3$ na $n_S = 3$ różnych sposobów, (b) zniszczenie wskutek korozji co najmniej dwóch sąsiednich cięgien sprężających, które może spowodować w okresie $T_0 = 50$ lat zniszczenie 3 pól płyty stropu. Rozmyte prawdopodobieństwa bezwarunkowe i warunkowe przyjęto jako liczby rozmyte o funkcjach przynależności $\mu_X = (m_X, a_X, b_X)$ przyporządkowane zmiennym lingwistycznym określonym w p. 2. dla zagrożenia $p(H_1)$ jako „bardzo rzadkie”, $p(D_j|H_1)$ i $p(S_k|D_j)$ jako „bardzo rzadkie” skorygowane w zależności od liczby pól płyty zniszczonych w wyniku zniszczenia słupa, dla H_2 i $p(D|H_2)$ po 50 latach eksploatacji jako „dość częste”, a $p(S_1|D)$ jako zależne od liczby pól płyty stropu zniszczonych w wyniku korozji 2 lub 3 cięgien sprężających [13]. Akceptowalną wartość ryzyka $m_D = (7,23E - 5)C$ obliczono dla klasy niezawodności konstrukcji RC2 i okresu odniesienia $T_0 = 50$ lat oraz kosztu inwestycji C . Natomiast konsekwencje niekorzystnych stanów konstrukcji wyrażono jako iloczyn parametru charakteryzującego zasięg zniszczeń związanych ze stanem uszkodzenia D_j i kosztu inwestycji C .



Rys. 1. Analizowana konstrukcja: (a) widok ogólny, efekt sprężenia stropu – obciążenia ekwiwalentne, (b) trasy kabli sprężających – przekrój A-A – pasmo środkowe, przekrój B-B – pasmo słupowe

W przypadku zagrożenia spowodowanego zniszczeniem jednego, dowolnie usytuowanego w konstrukcji słupa wartość wskaźnika ryzyka obliczonego wg wzoru (7), z wykorzystaniem wzoru (4) do obliczenia wartości ryzyka, wynosi $i_R = 0,14$. W przypadku zagrożenia korozją cięgien sprężających w okresie 50 lat eksploatacji konstrukcji $i_R = 0,40$, a po uwzględnieniu obu zagrożeń $i_R = 0,49$. Uzyskane wyniki potwierdzają dość powszechną opinię o kluczowym znaczeniu wpływu zagrożenia spowodowanego utratą nośności cięgien sprężających wskutek lokalnych uszkodzeń wywołanych korozją cięgien, utratą przyczepności cięgien w zakotwieniach, niewielkimi pożarami itp. Standardowo rozpatrywane zdarzenie wyjątkowe polegające na zniszczeniu podpory stropu okazuje się mniej niebezpieczne. Można również zauważyć, że wraz ze zwiększaniem liczby zdarzeń katastrofalnych ryzyko związane ze zniszczeniem konstrukcji nie zwiększa się proporcjonalnie do ich liczby, nawet przy pominięciu korelacji zagrożeń i ich konsekwencji.

4. Podsumowanie

W pracy przedstawiono propozycję zastosowania analizy ryzyka do oceny odporności poawaryjnej płaskich stropów płytowych sprężonych cięgnami bez przyczepności. Podstawowe ograniczenia zalecanej w normie PN-EN 1991-1-7 i literaturze procedury oceny ryzyka i odporności konstrukcji w sytuacjach wyjątkowych na podstawie wskaźnika odporności I_R są związane z koniecznością oszacowania dokładnych wartości prawdopodobieństw, w szczególności warunkowych i związanych z ryzykiem pośrednim.

W związku z tym w pracy zaproponowano potraktowanie zmiennych, od których zależy ryzyko i miara odporności poawaryjnej, jako liczb rozmytych przyporządkowanych zmiennym lingwistycznym na podstawie wiedzy eksperckiej i podlegających aktualizacji w miarę poszerzania bazy danych doświadczalnych.

Zdefiniowano zmodyfikowaną, bezwymiarową miarę odporności poawaryjnej konstrukcji, nazwaną wskaźnikiem ryzyka, związaną z oszacowanym i dopuszczalnym ryzykiem zniszczenia, niezależną od konsekwencji uszkodzeń i zniszczenia konstrukcji wyrażonych w jednostkach monetarnych.

Zamieszczony w pracy przykład oszacowania ryzyka i odporności poawaryjnej budynku o słupowo-płytowej konstrukcji ze stropami w postaci płaskich płyt sprężonych cięgnami bez przyczepności ilustruje przydatność i względną prostotę zastosowania proponowanej miary i procedury oceny wpływu zdarzeń wyjątkowych na zagrożenie bezpieczeństwa złożonych konstrukcji budowlanych.

Literatura

1. Knoll F., Vogel T., 2009. Design for Robustness. Structural Engineering. Documents No11 IABSE Zurich, ISBN 978-3-85748-120-8.
2. Santa Fe Institute, RS-2001-009, Working definitions of robustness, 2001, <http://discuss.santafe.edu/robustness/series>.
3. ISO Standard 19902, Petroleum and natural gas industries – Fixed steel offshore structures, 2008.
4. Lind N.C., 1995. A measures of vulnerability and damage tolerance. Reliability Engineering & System Safety 48(1), 1-6.
5. Frangopol and Curly J.P., 1987. Effects of damage and redundancy on structural realibility. Journal of Structural Engineering 113(7), 1533-1549.
6. Baker I.W., Schubert M. and Faber M.H., 2008. On assessment of robustness. Journal of Structural Safety 30, 253-267.
7. PN-EN 1991-1-7, Eurokod 1, Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-7: Oddziaływania ogólne. Oddziaływania wyjątkowe. PKN Warszawa, 2008.
8. Vrouwenvelder T. et al., 2001. Risk assessment and risk communication in civil engineering. CIB Report, 259, CIB General Secretariat, Rotterdam.
9. Bandamer H., Gottwald S., 1995. Fuzzy Logic, Fuzzy Logic, Fuzzy Methods with Applications. J. Wiley & Sons, Chichester.
10. Woliński Sz., 2013. Defining of the structural robustness. Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Technical Sciences 61(1), 1-8.
11. PN-EN 1990, Eurokod. Podstawy projektowania konstrukcji. PKN Warszawa, 2004.
12. Harding G., Carpenter J.: Disproportional collapse of Class 3 buildings: the use of risk assessment. The Structural Engineering 87, 2009.
13. von Rodowitz B., 2007. Robustheit von Balkenbrucker mit externer und interner Vorspannung. Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Abteilung Massivebau. Karlsruhe, Universität Karlsruhe, 103,

Risk and robustness assessment for floor slabs prestressed with unbonded tendons

Szczepan Woliński¹, Tomasz Pytlowany²

¹ Faculty of Civil and Environmental Engineering and Architecture, Rzeszow University of Technology
e-mail: szwolkkb@prz.edu.pl

² The Polytechnic Institute, State University of Applied Science in Krosno,
e-mail: tompyt@pwsz.krosno.pl

Abstract: The list of potential hazards related to concrete elements and structures prestressed with unbonded tendons, including the flat slabs, is long and fairly well recognized. In addition to the standard exceptional events this list includes the following: mishandling during construction, small fire, local corrosion, loss of bond at the anchorage, second order effects, brittle fracture of elements, etc. Despite these hazards related to unbonded post-tensioning, this type of structures is extensively promoted and used in practice due to the possibility of obtaining large span floors and innovative character of this technology. The paper presents a proposal for the application of risk analysis to assess the robustness of structures with flat slabs prestressed with unbonded tendons. Numerical example is presented to demonstrate the risk and robustness assessment of building structure with unbonded post-tensioned slabs supported directly on columns.

Keywords: unbonded prestress, flat slabs, risk analysis, robustness

KONSTRUKCJE METALOWE

Nośność graniczna wsporników dźwigarów o falistym środniku

Witold Basiński¹, Zbigniew Kowal²

¹ Wydział Budownictwa, Politechnika Śląska w Gliwicach, e-mail: witold.basinski@polsl.pl

² Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach, e-mail: zbigko@tu.kielce.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki badań nośności oraz sztywności postaciowej falistego środnika wspornikowych dźwigarów SIN. Badania doświadczalne przeprowadzono na sześciu dźwigarach WTA o wysokości środnika 500, 1000 i 1500 mm. Dźwigary zbudowano z elementów wysyłkowych łączonych poprzez połączenia doczołowe. Przeanalizowano ścieżki równowagi statycznej przemieszczeń globalnych, giętnych oraz postaciowych wsporników dźwigarów SIN. Uzyskane wyniki badań nośności granicznej porównano z wynikami teoretycznymi wyznaczonymi wg Eurokodu 3 [1] i podano wnioski.

Słowa kluczowe: falisty środnik, wsporniki dźwigarów SIN, postaciowa nośność graniczna

1. Wprowadzenie

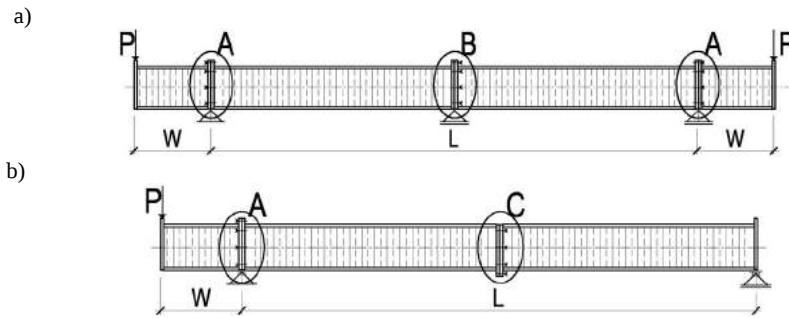
W ostatnich latach zostały spopularyzowane blachownice spawane z cienkościennymi falistymi środnikami o mniejszej masie niż blachownice konwencjonalne. W dostępnych obecnie na rynku dźwigarach SIN, stosowane są środniki faliste o trzech podstawowych grubościach 2,0; 2,5 i 3,0 mm oraz wysokości od 330 do 1500 mm. Z uwagi na grubość środnika dźwigary SIN charakteryzują się większym wyężeniem przy ścinaniu w porównaniu z wyężeniami płaskich środników. Jednakże w dźwigarach SIN występują liczne problemy związane z nośnością na obciążenia poprzeczne rozwiązywane i opisywane w pracach [2-8]. Z kolei w pracy [9] pokazano, iż żebra pionowe utworzone ze śrubowanego doczołowego połączenia elementów dobrze spełniają swoje zadanie, a zastosowane na końcach dźwigarów swobodnie podpartych istotnie zwiększają postaciową nośność krytyczną falistego środnika.

W pracy przedstawiono wyniki badań wspornikowych dźwigarów SIN (rys. 1) odnoszące się do ich nośności. W badaniach zauważono korzystny wpływ sprężenia śrub w połączeniach doczołowych elementów wysyłkowych oznaczonych na rysunku 1 jako A, B, C w tym na nośność wsporników dźwigarów.

Na podstawie badań wstępnych wiadomo, że przy obustronnym symetrycznym obciążeniu wsporników (rys. 1a) obciążenie wspornika P nie osłabia przyporowych części środnika w przęśle dźwigara. Istotny wpływ obciążenia wspornika na przęsło dźwigara występuje przy jednostronnym wsporniku (rys. 1b). W takich wariantach należy uwzględniać obciążenia wspornika na wyężenia postaciowe środnika w przęśle.

W pracy zamieszczono wyniki badań nośności oraz sztywności postaciowej falistego środnika w jednostronnym wsporniku dźwigarów SIN (rys. 1b). Badania doświadczalne jednostronnego wspornika obciążonego na końcu przeprowadzono na sześciu dźwigarach WTA o wysokości środnika 500, 1000 i 1500 mm złożonych z trzech elementów wysyłkowych (rys. 2). Dźwigary o schemacie statycznym belki swobodnie podpartej z jednostron-

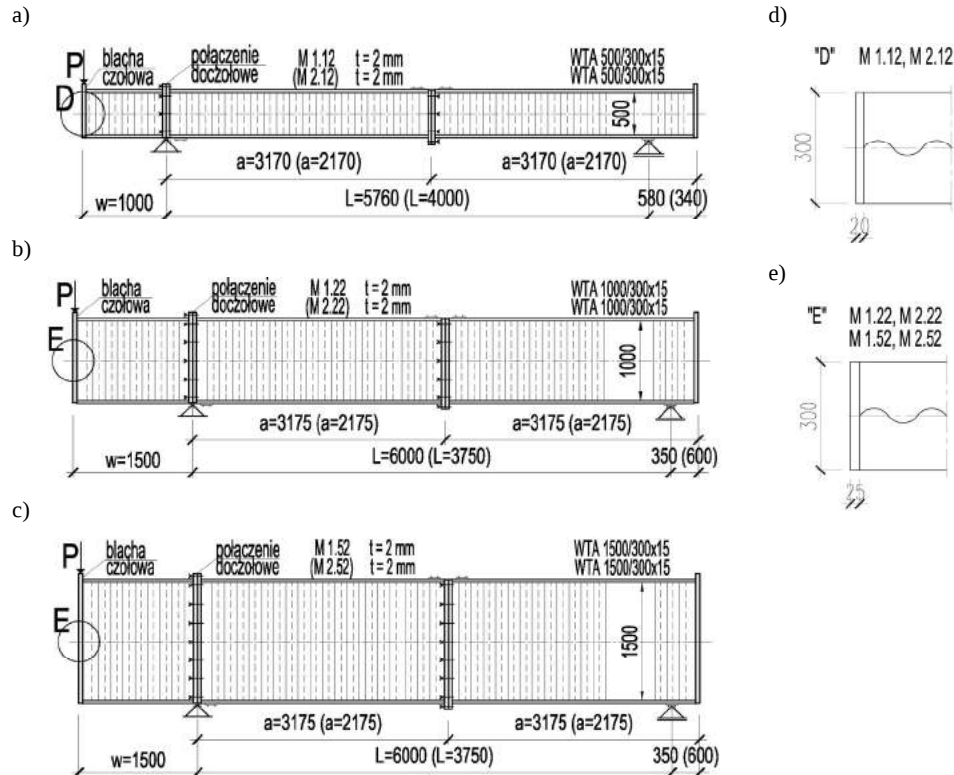
nym wspornikiem zbudowano z elementów wysyłkowych połączonych doczołowo na śruby wstępnie sprężone.



Rys. 1. Schematy statyczne dźwigarów z falistym środnikiem ze wspornikami

2. Badania doświadczalne

Modele badawcze dźwigarów z falistym środnikiem zostały zaprojektowane i wykonane zgodnie z literaturą i normami [1, 10]. Przebadano sześć modeli dźwigarów o schemacie statycznym belki swobodnie podpartej z jednostronnym wspornikiem (rys. 2).



Rys. 2. Wspornikowe dźwigary z falistym środnikiem: a) modele M 1.12, M 2.12; b) modele M 1.22, M 2.22; c) modele M 1.52, M 2.52; d), e) blachy czołowe

Dźwigary złożono z elementów wysyłkowych wykonanych w wytwórni. Dźwigary o wysokości średnika 500 mm złożono z odcinka wspornikowego o długości $w = 1000$ mm oraz części przęsłowych o długościach $a = 3170$ mm oraz $a = 2170$ mm. Dźwigary o wysokości średnika 1000 i 1500 mm złożono z odcinka wspornikowego o długości $w = 1500$ mm oraz części przęsłowych o długościach $a = 3175$ mm lub $a = 2175$ mm.

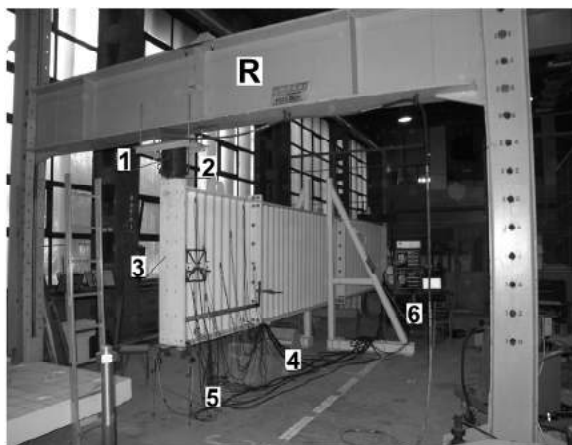
W dźwigarach WTA 500 zastosowano blachy czołowe grubości 20 mm (rys. 2a, d). W pozostałych dźwigarach zastosowano blachy czołowe grubości 25 mm (rys. 2b, c, e).

Elementy wysyłkowe badanych dźwigarów połączone doczołowo na śruby sprężające M 20 (WTA 500) oraz M 24 kl. 10.9 (WTA 1000 i 1500) o nośności zwiększonej z uwagi na korzystne działanie śrub w połączeniu. Środniczki dźwigarów wykonano wg danych producenta ze stali o gwarantowanej granicy plastyczności $f_y = 215$ MPa, natomiast pasy ze stali S 275.

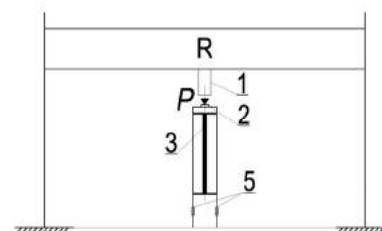
2.1. Stanowisko badawcze

Badane dźwigary połączone z elementami wysyłkowymi. Otwory w blachach czołowych połączeń dopasowano na stanowisku badawczym co ograniczyło występowanie imperfekcji w połączeniach doczołowych. W celu realizacji obciążenia dźwigarów skonstruowano ramę (R) (rys. 2). Obciążenie w postaci siły skupionej P przekazywano z ramy (R) za pomocą siłownika (1) na podkładkę (2), a następnie na blachę czołową odcinka wspornikowego dźwigara (3). Na podporze nieprzesuwnej umieszczono siłomierze (4) do pomiaru reakcji V wynikającej z przyłożonego obciążenia.

a)



b)



Rys. 3. a) Dźwigar 1.52 na stanowisku badawczym; b) schemat ramy R

W badaniach mierzono: reakcję V (rys. 4) za pomocą siłomierzy (4) od obciążenia P , całkowite ugięcia y (rys. 4) części wspornikowej dźwigara za pomocą pary czujników indukcyjnych (5) pomiaru przemieszczeń pionowych dźwigara oraz odrywanie podpory skrajnej (6).

Obciążenie P dźwigarów zwiększano równomiernie co 2 kN, aż do osiągnięcia nieliniowych przemieszczeń wspornika. Następnie zmniejszano skok obciążenia do 1 kN. Prędkość obciążenia wynosiła do $20 \text{ kN} \cdot \text{min}^{-1}$. Na podstawie pomiarów sporządzono globalne ścieżki równowagi statycznej $SRS P(y)$ oraz rozdzielonych składowych przemiesz-

czeń SRS $P(y_M)$ od zginania i SRS $P(y_V)$ od wpływu sił poprzecznych zilustrowane na rysunkach 5, 6 i 7.

3. Ścieżki równowagi statycznej wspornikowych dźwigarów SIN

Przemieszczenie y_M od zginania czystym momentem M części wspornikowej dźwigarów oszacowano w obszarze sprężystym wg wzoru (1) [10]:

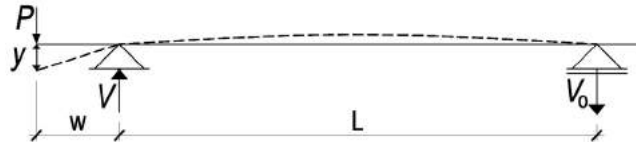
$$y_M = \frac{P \cdot w^2 (L + w)}{3EI_y} \quad (1)$$

gdzie:

I_y – moment bezwładności przekroju dźwigara z pominięciem środka,

E – moduł Younga wyznaczony z badań materiałowych próbek pasów dźwigarów, w

L – wymiary geometryczne dźwigarów.



Rys. 4. Schemat przemieszczeń globalnych y badanych modeli dźwigarów

Na podstawie pomierzonego przemieszczenia globalnego y (rys. 4) oraz oszacowań y_M , oszacowano przemieszczenie postaciowe y_V spowodowane siłą poprzeczną ze wzoru (2) [1]:

$$y_V = y - y_M \quad (2)$$

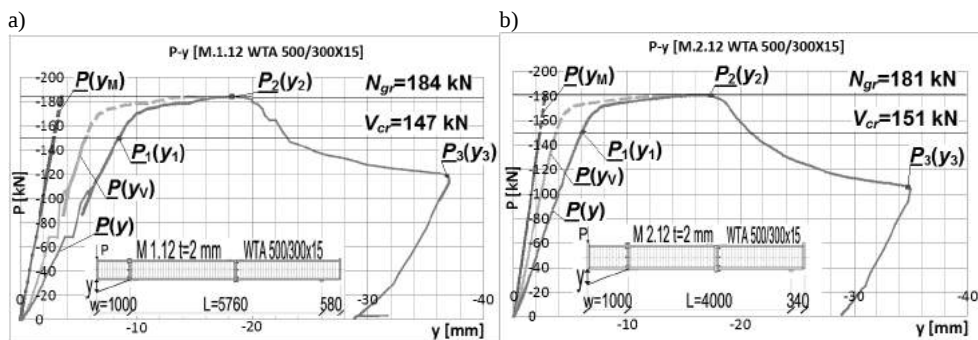
Na rysunkach 5, 6 i 7 pokazano globalne SRS $P(y)$, od wpływu sił poprzecznych $P(y_V)$ oraz od wpływu momentów zginających $P(y_M)$. Linia ciągłą zaznaczono rozdzielone ścieżki równowagi statycznej od wpływu momentów zginających $P(y_M)$ oraz sił poprzecznych $P(y_V)$ wyznaczone w zakresie sprężystym dźwigarów. Natomiast linią przerywaną pokazano przewidywany teoretyczny przebieg ścieżek $P(y_M)$ oraz $P(y_V)$ po utracie stateczności środka, aż do nośności granicznej dźwigarów.

Na globalnych SRS $P(y)$ zaznaczono współrzędne charakterystyczne $P_1(y_1)$, $P_2(y_2)$, $P_3(y_3)$ (rys. 5, 6, 7), które dotyczą:

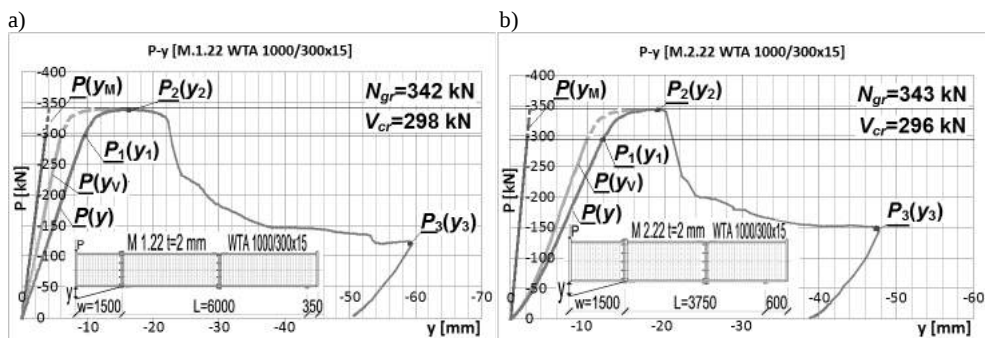
$P_1(y_1)$ – punkt utraty stateczności środka sygnalizowany początkiem zmiany geometrycznego kształtu środka – odpowiada krytycznej sile poprzecznej V_{cr} ,

$P_2(y_2)$ – punkt nośności granicznej z warunku zniszczenia dźwigara sygnalizowany zakończeniem formowania pola ciągnięć ($N_{gr} = V_{gr}$),

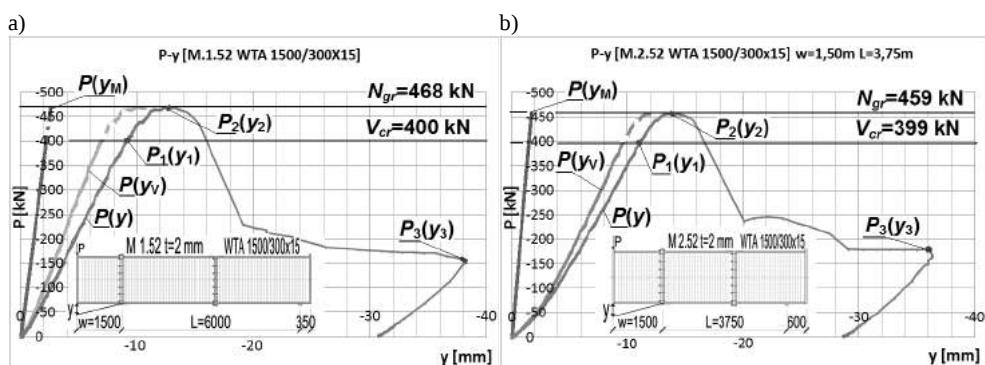
$P_3(y_3)$ – punkt odciążenia dźwigara.



Rys. 5. SRS $P(y)$, $P(y_M)$, $P(y_V)$ wsporników: a) modelu M 1.12, b) modelu M 2.12



Rys. 6. SRS $P(y)$, $P(y_M)$, $P(y_V)$ wsporników: a) modelu M 1.22; b) modelu M 2.22



Rys. 7. SRS $P(y)$, $P(y_M)$, $P(y_V)$ wsporników: a) modelu M 1.52; b) modelu M 2.52

Granicę liniowego przedziału przemieszczeń od wpływu momentów zginających i sił poprzecznych oznaczono na globalnych SRS $P(y)$ jako $P_1(y_1)$. W punkcie $P_1(y_1)$ ma miejsce bardzo duże nasilenie wpływu sprężysto-plastycznych przemieszczeń postaciowych, które powoduje powstanie ukośnych załomów w falistym środniku. Wpływa to na znaczące zwiększenie przyrostu postaciowych przemieszczeń wsporników. Nośność graniczną wsporniki dźwigarów osiągają w punkcie $P_2(y_2)$, który zamyka przedział odkształceń sprężysto-plastycznych $P_1(y_1) - P_2(y_2)$.

W tabeli 1 zamieszczono wyniki badań: nośność graniczną dźwigarów z warunku zniszczenia $N_{gr} = P_2(y_2)$ (kolumna 3), postaciową nośność krytyczną V_{cr} środnika dźwigarów (kolumna 4), pomierzone przemieszczenie globalne y (kolumna 5), oraz oszacowane

sprężyste przemieszczenia od momentów zginających y_M i od sił poprzecznych y_V wyznaczone dla współrzędnej $P_1(y_1)$ (kolumna 6 i 7).

Tabela 1. Nośność graniczna $N_{gr} = P_2(y_2)$, nośność krytyczna $V_{cr} = P_1(y_1)$ i przemieszczenia y , y_M , y_V badanych dźwigarów w punkcie $P_1(y_1)$, na końcu wspornika

Model	Środek $h_w \times t_w$ [mm]	Niszcząca nośność graniczna wg badań $P_2(y_2)$ N_{gr} [kN]	Postaciowa nośność krytyczna wg badań $P_1(y_1)$ V_{cr} [kN]	Przemie- szczenie globalne wg badań y [mm]	Przemie- szczenie giętnie y_M [mm]	Przemie- szczenie postaciowe y_V [mm]	y_V/y
1	2	3	4	5	6	7	8
M 1.12	500x2	184	147	8,3	2,8	5,5	0,66
M 2.12	500x2	181	151	6,0	2,3	3,7	0,62
M 1.22	1000x2	342	298	9,6	3,6	6,0	0,63
M 2.22	1000x2	343	296	12,0	2,1	9,9	0,83
M 1.52	1500x2	468	400	9,1	2,2	6,9	0,75
M 2.52	1500x2	459	399	11,1	1,5	9,6	0,86

4. Oszacowanie zgodności wyznaczonych na podstawie badań nośności dźwigarów z nośnością graniczną wg Eurokodu 3

W celu porównania wyznaczonych na podstawie badań nośności wspornikowych dźwigarów SIN oszacowano ze wzoru (3) [1] postaciową nośność graniczną przy ścinaniu V_{gr1} przy rzeczywistej granicy plastyczności stali środników oraz V_{gr2} dla granicy plastyczności deklarowanej przez producenta:

$$V_{gr1,2} = \chi A_v f_y / \sqrt{3} \quad (3)$$

gdzie:

χ – współczynniki redukcyjne nośności przy ścinaniu wyznaczone wg normy [1] z wzoru (4):

$$\chi = \min \left(\chi_L = \frac{1,15}{\lambda_L + 0,9}, \chi_g = \frac{1,5}{\lambda_g^2 + 0,5} \right) \quad (4)$$

gdzie:

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{f_y}{\sqrt{3}\tau_{crL}}}, \lambda_g = \sqrt{\frac{f_y}{\sqrt{3}\tau_{crg}}} \quad (5), (6)$$

Smukłości środnika przy lokalnej i globalnej utracie stateczności oszacowano na podstawie krytycznych lokalnych naprężeń stycznych τ_{crL} przy ścinaniu oraz globalnych naprężeń stycznych τ_{crg} przy ścinaniu wyznaczonych wg [1] z wzorów (7), (8):

$$\tau_{crL} = \left(5,34 + \frac{a_w \cdot s}{h_w t_w} \right) \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left[\frac{t_w}{s} \right]^2, \tau_{crg} = 32,4 \frac{(D_y D_z^3)^{1/4}}{t_w h_w^2} \quad (7), (8)$$

gdzie:

$s = 89 \text{ mm}$ – długość łuku pół fali,

$a_w = 40 \text{ mm}$ – wysokość dwóch półfal,

$E = 210 \text{ GPa}$ – moduł sprężystości podłużnej,

ν – współczynnik Poissona,

D_y, D_z – sztywność w kierunku równoległym i prostopadłym do tworzącej fałdy.

W tabeli 2 przedstawiono porównanie postaciowej nośności krytycznej $V_{cr} = P_1(y_1)$ uzyskanych z badań z nośnością graniczną wyznaczoną na podstawie EC3 [1] przy rzeczywistej granicy plastyczności R_e z badań materiałowych próbek środników dźwigarów oraz dla granicy plastyczności f_y deklarowanej przez producenta.

Tabela 2. Porównanie postaciowej nośności krytycznej przy ścinaniu $V_{cr} = P_1(y_1)$ uzyskanej z badań z nośnością graniczną wyznaczoną na podstawie EC3

Model	Żebro podporowe (przekrój) $h_w \times t_w$	Środek $h_w \times t_w$	Granica plastyczności środnika wg badań R_e	Współczynnik redukcyjny nośności przy ścinaniu dla V_{gr1}/V_{gr2} χ_1/χ_2	Postaciowa nośność krytyczna wg badań $P_1(y_1)$ V_{cr}	Postaciowa nośność graniczna wg EC3 (R_e z badań) V_{gr1}	Postaciowa nośność graniczna wg EC3 ($f_y = 215 \text{ MPa}$) V_{gr2}
	[mm]	[mm]	[MPa]	wg [4]	[kN]	[kN]	[kN]
1	2	3	4	5	6	7	8
M 1.12	2x300x20	500x2	334,7	0,84/0,90	147	162,2	111,9
M 2.12	2x300x20	500x2	337,9	0,83/0,90	151	163,5	111,9
M 1.22	2x300x25	1000x2	339,4	0,80/0,87	298	315,3	216,2
M 2.22	2x300x25	1000x2	336,3	0,80/0,87	296	313,0	216,2
M 1.52	2x300x25	1500x2	299,1	0,81/0,85	400	419,2	319,8
M 2.52	2x300x25	1500x2	281,0	0,82/0,85	399	399,0	319,8

Uzyskane na podstawie badań postaciowe nośności krytyczne przy ścinaniu są od 25 do 38% większe od obliczeniowej nośności granicznej wyznaczonej z zależności teoretycznej (3) wg [1] przy gwarantowanej przez producenta granicy plastyczności środników $f_y = 215 \text{ MPa}$. Natomiast przy rzeczywistej granicy plastyczności nośność krytyczna uzyskana z badań jest do 9% mniejsza od nośności obliczeniowej wyznaczonej wg [1]. Ten efekt wynika ze zdecydowanie większej średniej granicy plastyczności stali blachy falistej formowanej na zimno od gwarantowanej $f_y = 215 \text{ MPa}$ przez producenta dźwigarów. Dodatkowo na zwiększenie postaciowej nośności krytycznej środnika wpływa usytuowanie na podporze połączenie doczołowe pełniące rolę żebra sztywnego sprężonego wstępnie śrubami, podnoszące postaciowe naprężenia krytyczne środnika. Warto jednak nadmienić, iż dźwigary SIN po przekroczeniu postaciowej nośności krytycznej ulegają nagłemu zniszczeniu. Dlatego dopuszczone przez EC3 projektowanie z wykorzystaniem nośności nadkrytycznej, niesie ze sobą ryzyko nieprzewidzianych awarii dźwigarów SIN.

5. Wnioski

Postaciowa nośność krytyczna wsporników dźwigarów o falistym środniku przy ścinaniu przy rzeczywistej granicy plastyczności uzyskana z badań jest większa od postaciowej nośności granicznej wyznaczonej wg Eurokodu [1]. Współczynnik bezpieczeństwa wynosi

1,25. Postaciowa nośność krytyczna oraz graniczna jest zależna od grubości i wysokości środnika. Zmienia się nieliniowo wraz ze zmianą wysokości, na skutek lokalnej i globalnej utraty stateczności środnika.

Na zwiększenie postaciowej nośności krytycznej oraz granicznej środnika ma wpływ stosowanie sztywnych żeber podporowych. Żebra (sztywne) zwiększają postaciową nośność krytyczną oraz zakres liniowy przemieszczeń sprężystych.

Postaciowa nośności krytycznej środnika z odpowiednim zapasem limituje nośność wsporników dźwigarów SIN.

W badaniach wsporników dźwigarów SIN występują przemieszczenia postaciowe końców wspornika znacząco przekraczające przemieszczenia od zginania. Znaczący rozrzut przemieszczeń postaciowych i przemieszczeń globalnych końców wsporników wskazuje, że należy się liczyć z potrzebą zastosowania przekątnych żeber rozciąganych wg [5].

Literatura

1. PN-EN 1993-1-5. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-5, Blachownice, 2008.
2. Basiński W., Kowal Z., 2008. O postaciowej nośności dźwigarów z falistym środnikiem. *Inżynieria i Budownictwo* 4, 197-200.
3. Basiński W., Kowal Z., 2014. The static equilibrium paths in ribbed SIN girders. Konferencja Naukowa ZK2014 Konstrukcje metalowe/Metal Structures, July 2014, Kielce-Suchedniów.
4. Górecki M., Łagoda G., Łagoda M., 2012. Dźwigary mostowe ze środnikiem z blach falistych w świetle badań eksperymentalnych. *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Budownictwo i Inżynieria Środowiska* 283(59).
5. Kowal Z., 1964. Dźwigary blachowe z uźebrowaniem pionowym i przekątnym. *Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej, Budownictwo* XXI.
6. Kuchta K., 2004. Nośność i sztywność blachownic o falistych środnikach. Politechnika Krakowska Kraków, praca doktorska.
7. Novak R., Machacek J., 2000. Design resistance of undulating webs under patch loading. *Proceedings of the Third International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures VIMS 2000*, Lisbon, Portugal.
8. Easley J.T., 1975. Buckling formulas for corrugated metal shear diaphragms. *Journal of the Structural Division, ASCE*, ST7, 101.
9. Basiński W., Kowal Z., 2013. Wpływ sztywności blach czołowych na postaciową wytrzymałość krytyczną dźwigarów o falistym środniku. *Konstrukcje Stalowe* 3, 50-54.
10. Profile z falistym środnikiem SIN, 2000. Zasady wymiarowania. Politechnika Krakowska Kraków.

Ultimate resistance cantilever girders with corrugated web

Witold Basiński¹, Zbigniew Kowal²

¹ Faculty of Civil Engineering, Silesian University of Technology, e-mail: witold.basinski@polsl.pl

² Faculty of Civil and Environmental Engineering, Kielce University of Technology, e-mail: zbigko@tu.kielce.pl

Abstract: The paper shows the test ultimate resistance and stiffness of corrugated web cantilever SIN girders. Experimental research was conducted on six WTA girders, heights: 500, 1000 and 1500. Girders was made of shipped elements joined by end-plate connections. The load – displacement path of global, bending and shearing displacements was analyzed girder cantilevers SIN. The obtained results were compared with the ultimate resistance theoretical results designated by Eurocode 3 [1].

Keywords: corrugated web, SIN girder cantilevers, shear ultimate resistance

Ocena stateczności pasów dolnych z płaszczyzny kratownic dachów bezpłatwowych

Antoni Biegus

Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Politechnika Wrocławska,
e-mail: antoni.biegus@pwr.edu.pl

Streszczenie: Przedstawiono uogólnione modele i zasady oceny wyboczenia pasów dolnych z płaszczyzny kratownic dachów bezpłatwowych. W przypadku gdy blachy trapezowe są odpowiednio połączone z pasem górnym kratownicy, to sztywność giętna i skrętna ustroju ogranicza przemieszczenia boczne jej pasa dolnego. Podano sposób oceny sztywności giętnych: blachy trapezowej, połączenia blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy oraz wykratowania kratownicy o geometrii V, N i W. Ocena stateczności z płaszczyzny kratownicy dotyczy pasów dolnych jednogałęziowych oraz dwugałęziowych.

Słowa kluczowe: kratownica płaska, blacha trapezowa, usztywnienie boczne pasa dolnego kratownicy

1. Wprowadzenie

Blachy trapezowe mogą być stosowane jako płyty dachowe o dużej rozpiętości, co umożliwia projektowanie dachów kratownicowych bez konieczności stosowania płatwi. Jeśli są one odpowiednio połączone z pasem górnym kratownicy, to stanowią jego usztywnienie boczne (w płaszczyźnie połąci dachu). Mogą one też zabezpieczać przed wyboczeniem pas dolny z płaszczyzny kratownicy [1, 2]. To usztywnienie jest szczególnie istotne, gdy oddziaływanie „unoszące” lub ciśnienie wewnętrzne w budynku (o lekkim dachu) od obciążenia wiatru powoduje ściskanie pasów dolnych kratownic. Wówczas powstaje problem zmniejszenia dużej długości wyboczeniowej pasów dolnych z płaszczyzny kratownicy i stosuje się stężenia prętowe. W wielu przypadkach są one zbyt liczne, gdyż sztywności: giętna blachy trapezowej i skrętna jej połączenia z pasem górnym oraz giętna wykratowania ograniczają przemieszczenia boczne pasa dolnego kratownicy, co może być wykorzystane w ocenie jego wyboczenia z płaszczyzny ustroju. Analogiczne wyteżenie ustroju występuje w przypadku płatwi kratowych.

Zagadnienie usztywniania dachową blachą trapezową jednogałęziowych pasów dolnych kratownic z wykratowaniem typu V, w przypadku ich wyboczeniu z płaszczyzny ustroju przedstawiono w [1]. W pracy podano sposoby oceny sztywności giętnych: blachy trapezowej, połączenia blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy i wykratowania kratownicy o geometrii V, N i W. Podana ocena stateczności z płaszczyzny kratownicy dotyczy zarówno pasów dolnych jednogałęziowych, jak i dwugałęziowych.

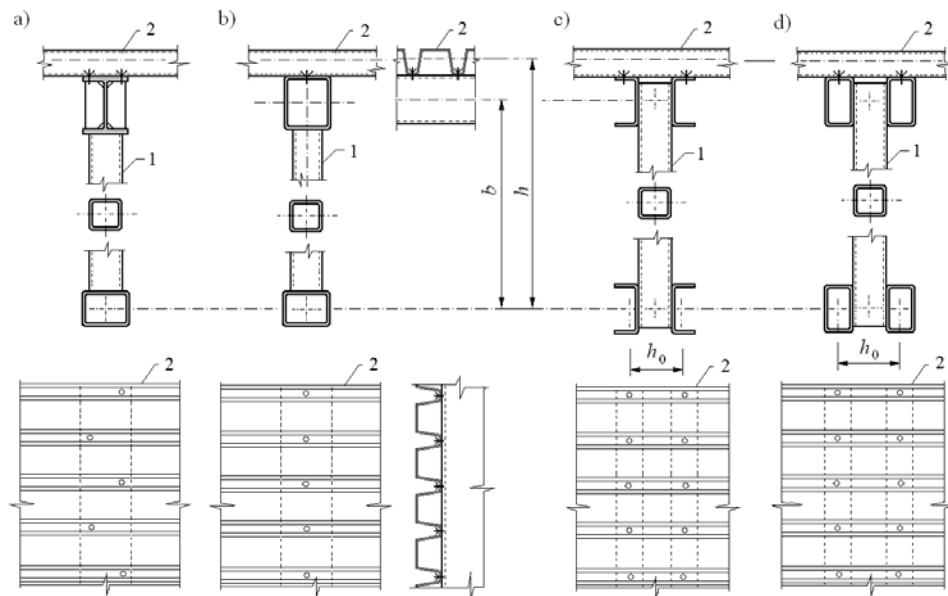
2. Kategorie konstrukcyjne blach trapezowych

Konstrukcje, w których blacha trapezowa przenosi tylko zewnętrzne obciążenia poprzeczne i przekazuje je na układ konstrukcyjny, zalicza się do klasy konstrukcyjnej III [1, 3-4]. Blacha trapezowa konstrukcji klasy I i II jest nie tylko płytą osłonową, przenoszącą obciążenia poprzeczne, ale również częścią składową ustroju nośnego obiektu, która zapewnia jemu niezbędną sztywność oraz stateczność. W tym też sensie (podobnie jak np.

stężenia prętowe) jest ona elementem ustroju nośnego obiektu. Zadanie konstrukcyjne blach trapezowych polegające na usztywnieniu ustroju nośnego, nakłada obowiązek szczególnie starannego wykonawstwa ich połączeń z stężanymi elementami. Blachy trapezowe (o grubości ścianek nie mniejszej niż 0,7 mm) muszą być połączone w sposób ciągły (gęsty) ich dolnymi fałdami z pasem górnym kratownicy, a także sąsiednie arkusze blach trapezowych należy połączyć ze sobą wzdłużne, w odległości nie większej niż 300 mm. Wówczas krępują one przemieszczenia liniowe, a także kątowe pasa górnego kratownicy. To skrępowanie wydatnie podnosi nośność pasa górnego z warunku jego wyboczenia w płaszczyźnie połąci dachu, a także zwężenia kratownicy (zmniejsza długość wyboczeniową pasa dolnego z płaszczyzny ustroju). Procedury obliczeniowe usztywniającej roli blach trapezowych podano w [4], a także omówiono m.in. w [1, 3]. Jakość wykonania ich połączeń podlega kontroli i odbiorowi technicznemu [5]. Dodatkowo w zrealizowanych dachach muszą być umieszczone tablice ostrzegawcze, informujące o zakazie modernizacji dachu bez wykonania wcześniejszych analiz statyczno-wytrzymałościowych.

3. Sztywność podparcia bocznego pasów dolnych kratownic płaskich

Długości wyboczeniowe pasów dolnych z płaszczyzny kratownic płaskich l_{ez} są zazwyczaj duże. W celu ich skrócenia stosuje się odpowiednie stężenia prętowe. W dachach bezpłatwiowych, gdy blacha trapezowa jest odpowiednio połączona z pasem górnym kratownicy (rys. 1), poprzeczna sztywność skrętna ustroju ogranicza przemieszczenie boczne jej pasa dolnego. To sprężyste „zamocowanie” kratownicy w obudowie dachowej można uwzględnić w ocenie wyboczenia jej pasa dolnego z płaszczyzny ustroju.



Rys. 1. Połączenia blachy trapezowej z pasem górnym kratownic, które usztywniają ich pasy dolne przed wyboczeniem z płaszczyzny ustroju: 1 – kratownica, 2 – blacha trapezowa

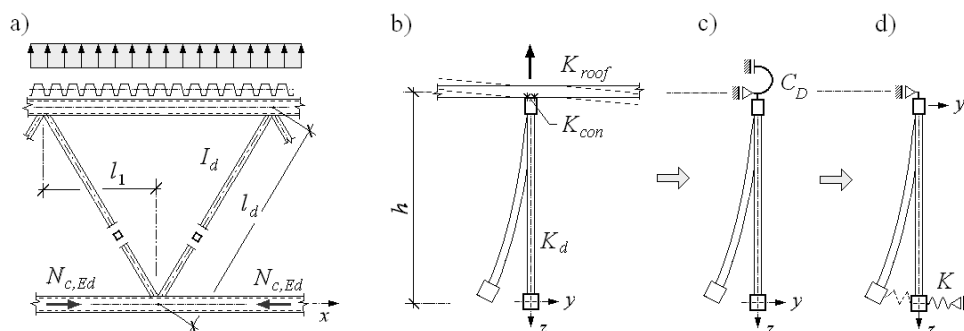
Zastosowanie analizowanego modelu oceny stateczności pasów dolnych z płaszczyzny ustroju jest też uwarunkowane odpowiednią konstrukcją kratownic. Połączenia ich prętów wykratowania powinny być o dostatecznej sztywności giętnej oraz nośności w płaszczyźnie prostopadłej do ustroju. Na przykład rurowe końcówki krzyżulców i słupków kratownic powinny być bez spłaszczeń i wyoblen oraz całym obwodem przyspawane do pasów. Ich połączenia z pasami powinny być zaprojektowane na pełną nośność łączonego pręta wykratowania.

W modelu zachowania się kratownicy przyjmuje się jej ciągle nieprzesuwne podparcie w płaszczyźnie połąci dachu i sprężyste podparcie ze względu na obrót C_D (rys. 2c). Uproszczenie tego modelu polega, na zastąpieniu przeciwnskrotnego podparcia w osi pasa górnego C_D , podparciem liniowym pasa dolnego w kierunku prostopadłym do płaszczyzny kratownicy, o sprężystości równoważnej K (rys. 2d), którą oblicza się ze wzoru:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{K_{roof}} + \frac{1}{K_{con}} + \frac{1}{K_d}} \quad (1)$$

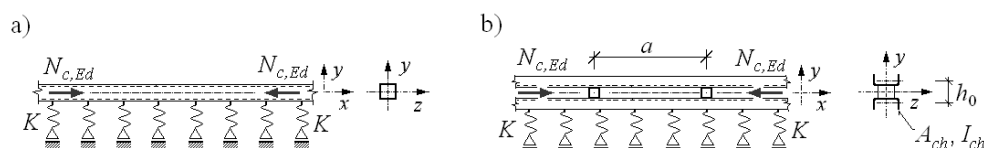
gdzie:

K_{roof} , K_{con} , K_d – sprężystość giętą odpowiednio: blachy trapezowej, połączenia blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy oraz wykratowania kratownicy, które są obliczane na jednostkę długości pasa dolnego kratownicy.



Rys. 2. Schematy modeli: fizycznego i obliczeniowych ściskanego pasa dolnego stężonego bocznie sprężystym połączeniem kratownicy z blachą trapezową

W ocenie stateczności z płaszczyzny kratownicy pas dolny jest traktowany jak ściskany pręt na sprężystym podłożu obustronnym (tzn. przy wygięciu nie występuje odrywanie pręta od podłoża) o sprężystości zastępczej K i schematach pokazanych na rysunkach 3a i b.



Rys. 3. Schematy oceny stateczności z płaszczyzny kratownicy pasa dolnego: a) jednogałęziowego, b) dwugałęziowego

Schemat modelu obliczeniowego sprężystości giętnej blachy trapezowej K_{roof} pokazano na rysunku 4a. Można ją obliczyć ze wzoru [1]:

$$K_{roof} = \frac{2EI_{roof}}{h^2 l_{roof}} \quad (2)$$

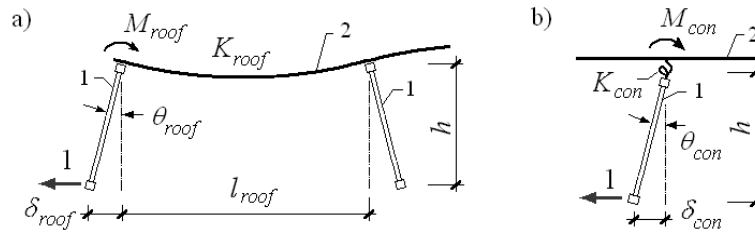
gdzie:

h – odległość między osią blachy trapezowej a osią pasa dolnego kratownicy,

l_{roof} (rys. 4), I_{roof} – rozpiętość przęsła i moment bezwładności blachy trapezowej,

E – moduł sprężystości podłużnej stali.

W kratownicach o pasach pochylonych (o zmiennej wysokości konstrukcyjnej na swej długości) we wzorze (2) można przyjąć h w przekroju, w którym występuje maksymalna siła ściskająca w pasie dolnym $N_{c,Ed}$.



Rys. 4. Schemat obliczania sprężystości giętnej: a) blachy trapezowej K_{roof} , b) połączenia blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy K_{con} ; 1 – kratownica, 2 – blacha trapezowa

Model obliczeniowy oceny sprężystości giętnej połączenia blachy trapezowej K_{con} pokazano na rysunku 4b i oblicza się ze wzoru:

$$K_{con} = \frac{1}{\delta_{con}} \quad (3)$$

gdzie:

δ_{con} – przemieszczenie poziome pasa dolnego od obciążenia jednostkowego, wynikające ze sztywności połączenia blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy.

Sprężystość połączenia K_{con} ma zazwyczaj największy wpływ na sztywność liniowego podparcia sprężystego K pasa dolnego kratownicy. Odształcalność tego połączenia jest stosunkowo duża. Po to, aby uzyskać jego wystarczającą sztywność, stosuje się łączniki umieszczone naprzemiennie (rys. 1a), a niekiedy po 2 wkręty lub wstrzeliwane gwoździe w każdej dolinie fałdy blachy trapezowej (rys. 1c, d).

Sprężystość giętą połączenia K_{con} wyznacza się doświadczalnie (wg procedury podanej w [4]), numerycznie (np. [6]) lub oblicza się wg oszacowań zaproponowanych (na podstawie obszernych badań) przez Lindnera [7-9] i przyjętych w [4].

W [4] podano zasady wyznaczania sprężystości obrotowej połączenia blachy trapezowej z belką (pasem górnym kratownicy) $C_{D,A}$, którą wyznacza się ze wzoru:

$$C_{D,A} = C_{100} k_{ba} k_t k_A k_{bT} \quad (4)$$

gdzie:

- C_{100} – współczynnik bazowy dla pasa stężanego elementu o szerokości 100 mm,
 k_i – współczynniki zależne od szerokości pasa stężanego elementu, geometrii oraz ułożenia arkusza blachy trapezowej, rozstawu łączników oraz od kierunku i wartości obciążenia przekazywanego z poszycia na stężany element.

Sztywność giętą połączenia blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy K_{con} oblicza się ze wzoru:

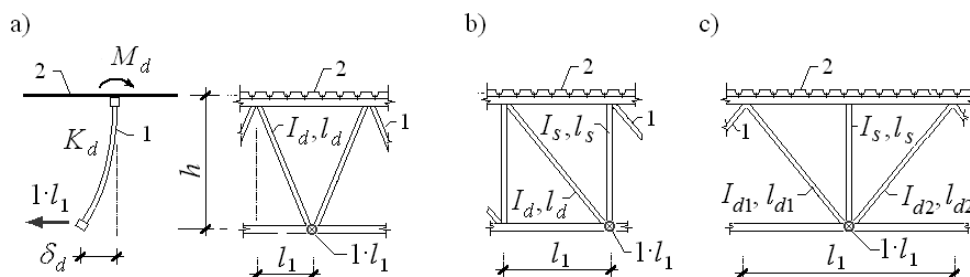
$$K_{con} = \frac{C_{D,A}}{h^2} \quad (5)$$

Model obliczeniowy oceny sztywności giętej wykratowania (słupków i krzyżulców) kratownicy K_d pokazano na rysunku 5a, b i c. Sztywność giętą wykratowania K_d wynosi:

$$K_d = \frac{1}{\delta_d} \quad (6)$$

gdzie:

- δ_d – przemieszczenie poziome pasa dolnego kratownicy od obciążenia jednostkowego, wynikające ze sztywności giętej prętów wykratowania.



Rys. 5. Schematy wyznaczania sprężystości giętej wykratowania o geometrii V (a), N (b) i W (c)
 kratownicy K_d : 1 – kratownica, 2 – blacha trapezowa

W przypadku jednakowych prętów krzyżulców kratownicy jak na rysunku 5a (z wykratowaniem V), przemieszczenie δ_d można obliczyć ze wzoru [1]:

$$\delta_d = \frac{1 \cdot l_1 l_d^3}{3EI_d} \quad (7)$$

gdzie:

- l_1 – odległość między węzłem pasa górnego a węzłem pasa dolnego kratownicy,
 l_d , I_d – długość i moment bezwładności przekroju pręta wykratowania (rys. 5a).

Po uwzględnieniu (7) we wzorze (6), sztywność giętą wykratowania K_d wynosi:

$$K_d = \frac{3EI_d}{l_1 l_d^3} \quad (8)$$

Przemieszczenie δ_d w przypadku wykratowania N (rys. 5b) oblicza się ze wzoru:

$$\delta = \frac{1 \cdot l_1}{\frac{3EI_d}{l_d^3} + \frac{3EI_s}{l_s^3}} \quad (9)$$

gdzie:

- l_1 – odległość między węzłem pasa górnego i węzłem pasa dolnego kratownicy (rys. 5b),
- l_d, I_d – długość i moment bezwładności przekroju krzyżulca (rys. 5b),
- l_s, I_s – długość i moment bezwładności przekroju słupka (rys. 5b).

Po uwzględnieniu (9) we wzorze (6) sztywność giętna K_d wykratowania typu N wynosi:

$$K_d = \frac{3E(I_d l_s^3 + I_s l_d^3)}{l_1 l_d^3 l_s^3} \quad (10)$$

W przypadku wykratowania W (rys. 5c) przemieszczenie δ_d oblicza się ze wzoru:

$$\delta = \frac{1 \cdot l_1}{\frac{3EI_{d1}}{l_{d1}^3} + \frac{3EI_s}{l_s^3} + \frac{3EI_{d2}}{l_{d2}^3}} \quad (11)$$

gdzie:

- l_1 – odległość między węzłem pasa górnego a węzłem pasa dolnego kratownicy (rys. 5c),
- $l_{d1}, I_{d1}, l_{d2}, I_{d2}$ – długości oraz momenty bezwładności przekrojów krzyżulców (rys. 5c),
- l_s, I_s – długość i moment bezwładności przekroju słupka (rys. 5c).

Po uwzględnieniu (11) we wzorze (6), sztywność giętna K_d wykratowania W (rys. 5c) wynosi:

$$K_d = \frac{3E(I_{d1} l_s^3 l_{d2}^3 + I_s l_{d1}^3 l_{d2}^3 + 2I_{d2} l_s^3 l_{d1}^3)}{l_1 l_{d1}^3 l_s^3 l_{d2}^3} \quad (12)$$

W kratownicach o pasach pochylonych (o zmiennej wysokości konstrukcyjnej na swej długości), we wzorach (8), (10) i (12) można przyjąć l_1 i l_d w przekroju, w którym występuje maksymalna siła ściskająca w pasie dolnym $N_{c,Ed}$.

4. Obciążenie krytyczne ściskanego pasa dolnego stężonego bocznie sprężystym zamocowaniem kratownicy w obudowie dachowej

Schemat modelu obliczenia ściskanego pasa dolnego stężonego bocznie sprężystym „zamocowaniem” kratownicy w dachowej blasze trapezowej pokazano na rysunkach 2 i 3. W ocenie wyboczenia z płaszczyzny kratownicy (względem osi z) jest on traktowany jako pręt ściskany na sprężystym podłożu o sprężystości K .

Obciążenie krytyczne z płaszczyzny kratownicy [1] jednogałęziowego pasa dolnego (rys. 1a, b, 3a) sprężyscie stężonego bocznie blachą trapezową, można obliczyć ze wzoru:

$$N_{cr,z,1} = 2\sqrt{KEI_z} \quad (13)$$

gdzie:

I_z – moment bezwładności pasa dolnego kratownicy względem osi z .

Długość wyboczeniową ściskanego pasa dolnego (rys. 2a, b, 4a) z płaszczyzny kratownicy $l_{cr,z}$ wyznacza się ze wzoru:

$$l_{cr,z} = \pi \sqrt[4]{0,25EI_z K} \quad (14)$$

Obliczeniową nośność na ściskanie pasa dolnego kratownicy można wyznaczyć wg zasad podanych w PN-EN 1993-1-1 [10].

W celu zwiększenia nośności pasów dolnych przy ich wyboczeniu względem osi z stosuje się pręty dwugałęziowe (rys. 1c, d, 3b). W analizie ich wyężenia względem osi z są one traktowane jak mimośrodowo ściskane pręty jednogałęziowe, obliczane wg teorii II rzędu. W modelu obliczeniowym, z powodu braku ciągłości konstrukcyjno-materiałowej przyjmuje się ich zastępcze charakterystyki sztywnościowe przekroju na ścinanie S_v oraz zginanie I_{eff} i uwzględnia się wstępne wygięcie osi w płaszczyźnie skratowania e_0 .

Ponadto zakłada się, że gałęzie pasa są połączone minimum 2 przewiązkami na długości między węzłami i ich sztywność jest dostateczna, by nie uwzględniać ich podatności. Na podstawie wyznaczonych wg teorii II rzędu sił wewnętrznych w zastępczym elemencie jednogałęziowym określa się siły przekrojowe w gałęziach i prętach skratowania. Elementy te są sprawdzane na ściskanie, zginanie i ścinanie, jak zwykłe elementy pełnościenne.

W obliczaniu nośności dwugałęziowych pasów dolnych kratownic ma zastosowanie pkt. 6.4 w PN-EN 1993-1-1 [10], z pewnymi modyfikacjami [2].

Sztywność postaciową na ścinanie S_v oraz zastępczy moment bezwładności na zginanie I_{eff} dwugałęziowego pasa dolnego wyznacza się ze wzoru:

$$S_v = 2\pi^2 EI_{ch} a^{-2} \quad (15)$$

$$I_{eff} = 0,5h_0^2 A_{ch} + 2\mu I_{ch} \quad (16)$$

gdzie:

a – osiowy rozstaw przewiązek pasa dolnego kratownicy (rys. 3b),

h_0 – osiowy rozstaw gałęzi pasa dolnego kratownicy (rys. 1c, d, 3b),

A_{ch} , I_{ch} – pole przekroju oraz moment bezwładności względem osi z pojedynczej gałęzi pasa dolnego kratownicy,

μ – współczynnik efektywności wg tab. 6.8 w PN-EN 1993-1-1 [10].

W przypadku dwugałęziowego pasa kratownicy (rys. 1c, d, 3b) jego sztywność ulega redukcji i w ocenie nośności należy uwzględnić lokalne zginanie i deformacje jego gałęzi. Stąd obciążenie krytyczne z płaszczyzny kratownicy (względem osi z) dwugałęziowego pasa dolnego sprężyste stężonego bocznie poszyciem dachowym, oblicza się [2] ze wzoru:

$$N_{cr,z,2} = \sqrt{KEI_{eff}} \left[2 - \frac{\sqrt{KEI_{eff}}}{S_v} \right] \quad \text{gdy } S_v / \sqrt{KEI_{eff}} > 1 \quad (17)$$

$$N_{cr,z,2} = \frac{KEI_{eff}}{S_v} \quad \text{gdym } S_v / \sqrt{KEI_{eff}} \leq 1 \quad (18)$$

Wzór na moment zginający wg teorii II rzędu podany w pkt. 6.4 w PN-EN 1993-1-1 [10] ma następującą, zmodyfikowaną postać:

$$M_{Ed} = \frac{N_{Ed}e_0 + M_{Ed}^I}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,2}}} \quad (19)$$

gdzie:

- $N_{cr,2}$ – zastępcza siła krytyczna obliczona wg (17) lub (18),
- N_{Ed} – obliczeniowa siła ściskająca w pasie dolnym kratownicy,
- $e_0 = l_{cr,z} / 500$ – wstępne łukowe wygięcie osi podłużnej pasa dolnego kratownicy,
- M_{Ed}^I – maksymalny obliczeniowy przeszłowy moment zginający w pasie dolnym kratownicy bez uwzględnienia efektów drugiego rzędu.

5. Uwagi i wnioski końcowe

W dachach bezpłatwiowych blachy trapezowe połączone z pasem górnym kratownic w sposób podany w pkt 2, mogą być uwzględniane w ocenie stateczności z płaszczyzny ustroju zarówno ich pasów górnych, jak i pasów dolnych. Sztywność skrętna ustroju złożonego z blach trapezowych połączonych z kratownicą płaską ogranicza przemieszczenia boczne jej pasa dolnego. Wówczas to sprężyste „zamocowanie” kratownicy w obudowie dachowej można uwzględnić w ocenie wyboczenia pasa dolnego z płaszczyzny ustroju. W takim przypadku można zrezygnować z klasycznych stężeń prętowych, które zmniejszają długość wyboczeniową pasów dolnych z płaszczyzny kratownicy. Uzyskuje się w ten sposób oszczędności stali oraz czasu wykonania konstrukcji i jej montażu.

Z wykonanych analiz wynika, że największy wpływ na boczne usztywnienie stabilizacyjne pasów dolnych kratownic ma sztywność giętna połączeń blachy trapezowej z ich pasem górnym. Powinno się ją wyznaczać doświadczalnie lub określać stosując zaawansowane modele numeryczne. Wpływ na sztywność giętną K_{con} ma nie tylko rozwiązanie konstrukcyjne połączenia poszycia z pasem górnym kratownicy, ale również cechy geometryczne blach trapezowych.

Literatura

1. Biegus A., 2014. Blacha fałdowa jako usztywnienie pasów kratownic płaskich przy wyboczeniu z ich płaszczyzny. *Budownictwo i Architektura* 13(3), 209-217.
2. Gozzi J. Design of roof trusses. Access-Steel SN027a-EN-EU, www.steel-access.com.
3. Bródka J., Broniewicz M., Gizejowski M., 2006. Kształtowniki gięte. Poradnik projektanta. Polskie Wydawnictwo Techniczne.
4. PN-EN 1993-1-3:2008. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły ogólne. Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno. PKN Warszawa.
5. prEN 1090-4, 2013. Execution of steel structures and aluminium structures. CEN/TC 135 – N 661, Brussels.

6. Gajdzicki M., Goczek J., 2011. Numerical simulation to determine torsional restraint of cold-formed Z-purlin. XII International Conference of Steel Structures, Wrocław, 15-17 June 2011, 212-215.
7. Lindner J., 1987. Stabilisierung von Trägern durch Trapezblache. Stahlbau 56(1), 9-15.
8. Lindner J., Gregull T., 1989. Drehbettungswerte für Dachdeckungen mit untergelegter Wärmedämmung. Stahlbau 58(6), 173-179.
9. Lindner J., Groeschel F., 1996. Drehbettungswerte für Profilblechbefestigung mit Setzbolzen bei unterschiedlich grossen Auflasten. Stahlbau 65(6), 218-224.
10. PN-EN 1993-1-1:2006. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły ogólne i reguły dla budynków. PKN Warszawa.

Evaluation of the out-of-plane stability of the bottom truss chords in roof without purlins

Antoni Biegus

*Department of Metal Structures, Faculty of Civil Engineering, Wrocław University of Technology,
e-mail: antoni.biegus@pwr.wroc.pl*

Abstract: Generalized models and principles of evaluation of the out-of-plane buckling of the bottom truss chords in roof without purlins have been presented. For corrugated sheets which are properly connected with the upper truss chord, the lateral and torsional rigidity of the system restrain the lateral displacement of its bottom chord. The way of evaluation of the lateral rigidity for: trapezoidal sheets, trapezoidal sheets to the upper truss chord connection and different geometry of truss members V, N, W has been given. Evaluation of the out-of-plane stability of the truss is for the both bottom single-chord and double-chord system.

Keywords: planar truss, trapezoidal sheet, lateral bracing of the bottom chord

Zginanie i skręcanie dwuteowników bisymetrycznych

Roman Bijak, Leszek Chodor

Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach,
e-mail: r.bijak@tu.kielce.pl, lchodor@tu.kielce.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono metodę wymiarowania zginanych i skręcanych dwuteowników bisymetrycznych, stanowiącą propozycję modyfikacji podejścia normowego PN-EN 1993-6 [2]. Polega ona na zastąpieniu bimomentu równoważną parą momentów zginających półki dwuteownika. Takie podejście jest dla projektanta pojęciowo łatwiejsze w interpretacji. W celu wyznaczenia kąta skręcenia przekroju korzystamy ze wzorów teorii Własowa. Uzyskano proste wyrażenia pozwalające oszacować ugięcie poziome na poziomie główki szyny podsuwnicowej, istotnie dokładniejsze od powszechnie stosowanej uproszczonej metody wymiarowania belek podsuwnicowych.

Słowa kluczowe: bisymetryczny dwuteownik, belka podsuwnicowa, uogólniona teoria belkowa, zginanie półek od skręcania, poziome ugięcie belki, para momentów

1. Wprowadzenie

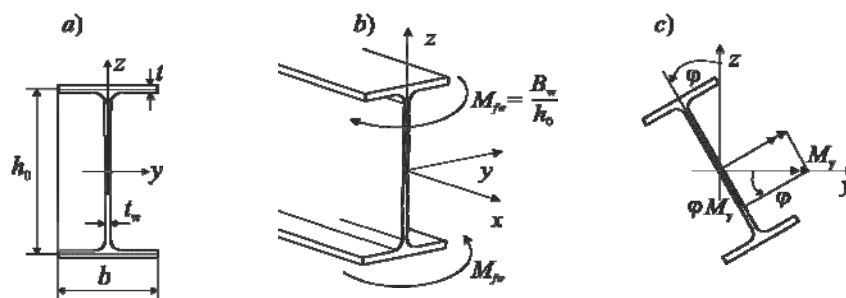
Metoda wymiarowania elementów zginanych i skręcanych, przedstawiona w normie [2], dotyczy konstrukcji wsporczych dźwignic w ujęciu uogólnionej teorii belkowej [8], tzn. teorii Własowa skręcania nieswobodnego, w której wykorzystuje się pojęcie dodatkowej siły belkowej – bimomentu. W pracy bimoment zastąpiono równoważną parą momentów zginających półki dwuteownika [3, 6] (rys. 1b), zgodnie z fundamentalną, kinematyczną definicją bimomentu [7]:

$$M_w(x) = \frac{B_w(x)}{h_0} \quad (1)$$

gdzie:

h_0 jest rozstawem osiowym półek,

$B_w(x)$ – funkcją bimomentu według teorii Własowa.



Rys. 1. a) parametry przekroju poprzecznego, b) moment zginający półki od paczenia przekroju, c) zginanie ukośne belki w konfiguracji odkształconej

W celu zdefiniowania funkcji momentu zginającego pólki od paczenia przekroju (wynikającego z działania bimomentu), przekształcimy zależność (1), korzystając ze wzorów klasycznej teorii Własowa [4]:

$$B_w(x) = -EI_w \varphi^{(2)} \quad (2)$$

gdzie:

E – moduł sprężystości,

φ – kąt skręcenia,

$\varphi^{(2)} = \partial^2 \varphi / \partial x^2$ – druga pochodna funkcji kąta skręcenia,

I_w – wycinkowy moment bezwładności, który obliczymy ze wzoru:

$$I_w = I_{fz} \frac{h_0^2}{2} \quad (3)$$

gdzie:

$I_{fz} = tb^3/12$ – moment bezwładności pojedynczej pólki względem osi z (t, b – wg rys. 1a).

Podstawiając (3) do wzorów (1, 2) otrzymujemy:

$$M_w(x) = -EI_{fz} \frac{h_0}{2} \varphi^{(2)} \quad (4)$$

Formuły na funkcję kąta skręcenia $\varphi(x)$ dla belki podpartej widelkowo, obciążonej skupionym i rozłożonym momentem skręcającym omówiono w podrozdziale 2.2 i 2.3.

Na skutek obrotu o kąt φ lokalnych osi głównych przekroju, występuje dodatkowe zginanie przekroju względem osi z (rys. 1c). W konfiguracji po deformacji wystąpi więc dodatkowe zginanie przekroju momentem φM_y względem tej osi. Prowadzi to do zwiększenia wartości obliczeniowego momentu zginającego $M_{z,Ed}$ od obciążeń poziomych belki wg zależności:

$$\bar{M}_{z,Ed} = M_{z,Ed} + \varphi_d M_{y,Ed} \quad (5)$$

gdzie:

φ_d jest obliczeniową wartością kąta skręcenia przekroju.

2. Wymiarowanie zginanych i skręcanych belek dwuteowych

Wymiarowanie belek dwuteowych poddanych zginaniu i skręcaniu przeprowadzamy w sposób pokazany w pracy [3], który jest modyfikacją zależności normowych [2].

2.1. Nośność przekroju i belki

Sprawdzenie nośności plastycznej przekroju możemy zapisać za pomocą formuły interakcyjnej [3]:

$$\left[\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk}/\gamma_{M0}} \right]^2 + \frac{\bar{M}_{z,Ed}}{M_{z,Rk}/\gamma_{M0}} + \frac{M_{w,Ed}}{M_{w,Rk}/\gamma_{M0}} \leq 1 \quad (6)$$

gdzie:

$M_{y,Rk}$, $M_{z,Rk}$, $M_{w,Rk}$ – plastyczne nośności na zginanie przekroju oraz pólki,

γ_{M0} – częściowy współczynnik bezpieczeństwa.

Nośność plastyczna półki przy zginaniu zastępczym momentem zginającym od paczenia przekroju (wynikającym z działania bimomentu) wynosi:

$$M_{w,Rk} = \frac{tb^2 f_y}{4} \quad (7)$$

gdzie:

t, b – wg rysunku 1a,

f_y – granica plastyczności stali.

Jeżeli rozpatrujemy zakres sprężysty, to skorzystamy z formuły [3]:

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk} / \gamma_{M0}} + \frac{\bar{M}_{z,Ed}}{M_{z,Rk} / \gamma_{M0}} + \frac{M_{w,Ed}}{M_{w,Rk} / \gamma_{M0}} \leq 1 \quad (8)$$

podstawiając nośności przekroju w zakresie sprężystym względem osi y i z .

Nośność sprężysta półki przy zginaniu zastępczym momentem zginającym od paczenia przekroju wynosi:

$$M_{w,Rk} = \frac{tb^2 f_y}{6} \quad (9)$$

Interakcyjną formułę sprawdzenia nośności elementu zginanego i skręcanego możemy zapisać za pomocą wzoru [3], który stanowi modyfikację znanej zależności normowej [2]:

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{b,Rk} / \gamma_{M1}} + \frac{C_{mz} \bar{M}_{z,Ed}}{M_{z,Rk} / \gamma_{M1}} + \frac{k_w k_z k_\alpha M_{w,Ed}}{M_{w,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1,0 \quad (10)$$

$$\text{gdzie: } M_{b,Rk} = \chi_{LT} M_{y,Rk}, \quad (11)$$

γ_{M1} – częściowy współczynnik bezpieczeństwa,

χ_{LT} – współczynnik zwichrzenia,

C_{mz} – współczynnik równoważnego stałego momentu.

Pozostałe parametry wyznaczamy ze wzorów [2, 3]:

$$k_\alpha = \frac{1}{1 - M_{y,Ed} / M_{cr}}, \quad k_z = 1 - \frac{\bar{M}_{z,Ed}}{M_{z,Rk} / \gamma_{M1}}, \quad k_w = 0,7 - 0,2 \frac{M_{w,Ed}}{M_{w,Rk} / \gamma_{M1}} \quad (12 \text{ a,b,c})$$

2.2. Funkcja kąta skręcenia

W przypadku obciążenia rozłożonego, kąt skręcenia $\varphi(x)$ i moment zginający półki $M_w(x)$ wyznaczamy ze wzorów:

$$\varphi(x) = \frac{m_T}{k^2 G I_T} \left[k^2 \left(\frac{Lx}{2} - \frac{x^2}{2} \right) + \frac{\cosh k(L/2 - x)}{\cosh(kL/2)} \right] \quad (13)$$

$$M_w(x) = EI_{\text{fz}} \frac{h_0}{2} \left(\frac{m_T}{G I_T} \right) \left[1 - \frac{\cosh k(L/2 - x)}{\cosh(kL/2)} \right] \quad (14)$$

Przyjęto oznaczenia:

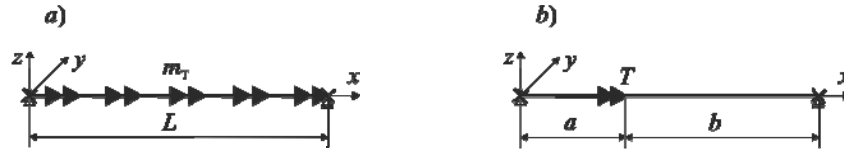
G – moduł sprężystości ścinania,

I_T – moment bezwładności skręcania swobodnego (St. Venanta),

T – moment skręcający, a, b wg rysunku 2b ; $L = a + b$.

Parametr k wyznaczamy ze wzoru: $k = \sqrt{\frac{GI_T}{EI_w}}$ (15)

W tabeli 1 zestawiono funkcje kąta skręcenia $\varphi(x)$ i momentu $M_w(x)$ dla schematu statycznego z rysunku 2b.



Rys. 2. a) obciążenie rozłożonym momentem skręcającym b) obciążenie skupionym momentem skręcającym

Tabela 1. Funkcje kąta skręcenia φ i momentu zginającego M_w od momentu skręcającego T (rys. 2b) [4]

Lewy przedział ($0 \leq x < a$)	Prawy przedział ($a < x \leq L$)
$\varphi(x) = \frac{T}{kGI_T} \left(\frac{b}{L} kx - \frac{\sinh kb}{\sinh kL} \sinh kx \right)$	$\varphi(\bar{x}) = \frac{T}{kGI_T} \left[\frac{a}{L} k\bar{x} - \frac{\sinh ka}{\sinh kL} \sinh k\bar{x} \right]$
$M_w(x) = EI_{fz} \frac{h_0}{2} \left(\frac{Tk}{GI_T} \right) \frac{\sinh kb}{\sinh kL} \sinh kx$	$M_w(\bar{x}) = EI_{fz} \frac{h_0}{2} \left(\frac{Tk}{GI_T} \right) \frac{\sinh ka}{\sinh kL} \sinh k\bar{x}$

gdzie: $\bar{x} = L - x$

2.3. Przemieszczenie poziome

Przemieszczenie poziome punktu P o współrzędnej pionowej a_z możemy oszacować za pomocą wzoru:

$$v_P(x) = v(x) + a_z \varphi_k(x) \quad (16)$$

gdzie:

$\varphi_k(x)$ jest kątem skręcenia od obciążenia charakterystycznego,

a $v(x)$ jest ugięciem poziomym, wywołanym poprzecznym obciążeniem belki.

Ze względów funkcjonalnych ugięcie poziome belek podsuwnicowych jest ostro ograniczane i często decyduje o wymiarach przekroju belki podsuwnicowej. W przypadku niepodatnych podpór można przyjąć, że ugięcie jest równe maksymalnemu przemieszczeniu wyznaczonemu ze wzoru (16). Wartości graniczne ugięć poziomych belki podsuwnicowej na poziomie główki szyny są ograniczone do $L/600$ [2], a warunek stanu granicznego ma postać:

$$v_{P,\max} \leq \delta_{gr,y} (= L/600) \quad (17)$$

W celu wyznaczenia przemieszczenia na poziomie główki szyny do wzoru (16) należy podstawić współrzędną a_z równą odległości główki szyny od osi belki podsuwnicowej, to znaczy $a_z = h/2 + h_{sz}$, gdzie h – wysokość przekroju belki, a h_{sz} – wysokość profilu szyny. Dla często stosowanych szyn dźwigowych A65 lub A75, h_{sz} wynosi odpowiednio 75 i 85 mm.

W tabeli 2 przedstawiono funkcję przemieszczenia poziomego od obciążenia siłą skupioną H_k , działającą na belkę w odległości a od lewej podpory (analogicznie jak skupiony moment skręcający na rys. 2b).

Tabela 2. Funkcje przemieszczenia $v(x)$ od siły skupionej H_k

Lewy przedział ($0 \leq x < a$)	Prawy przedział ($a < x \leq L$)
$v(x) = \frac{H_k b}{6EI_z} \frac{x}{L} (L^2 - b^2 - x^2)$	$v(x) = \frac{H_k a}{6EI_z} \frac{\bar{x}}{L} (L^2 - a^2 - \bar{x}^2)$

Funkcje przemieszczenia od obciążenia rozłożonego ma postać ($\xi = x/L$):

$$v(x) = \frac{q_k L^4}{24EI_z} (\xi - 2\xi^3 + \xi^4) \quad (18)$$

2.4. Ścinanie

W przypadku skręcania, należy wyznaczyć nośność przekroju na ścinanie z uwzględnieniem naprężeń od skręcania swobodnego (St Venanta) $M_{v,Ed}$ [1]:

$$\tau_{T,Ed} = \frac{M_{v,Ed}}{I_T / t_w}, \text{ gdzie } M_{v,Ed} = GI_T \varphi^{(1)} \quad (19)$$

Moment skręcania swobodnego St.Venanta $M_{v,Ed}$ od rozłożonego momentu skręcającego m_T (rys. 2a) wyznaczamy ze wzoru:

$$M_{v,Ed} = \frac{m_T}{k} \left[k \cdot \left(\frac{L}{2} - x \right) - \frac{\sinh k(L/2 - x)}{\cosh(kL/2)} \right] \quad (20)$$

W przypadku obciążenia belki skupionym momentem skręcającym, wzory na $M_{v,Ed}$ są przedstawione w tabeli 3.

Tabela 3. Funkcje momentu skręcania St.Venanta $M_{v,Ed}$ od momentu skręcającego T (rys. 2b)

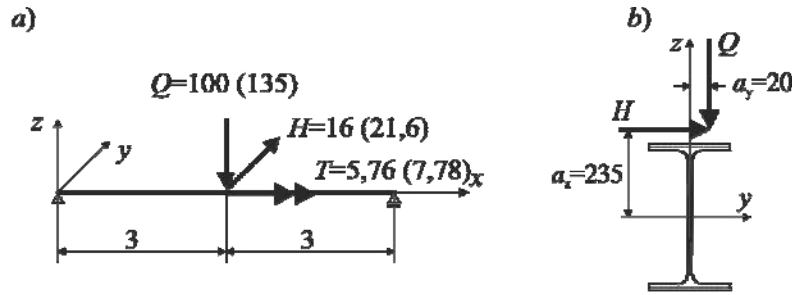
Lewy przedział ($0 \leq x < a$)	Prawy przedział ($a < x \leq L$)
$M_{v,Ed}(x) = T \cdot \left(\frac{b}{L} - \frac{\sinh kb}{\sinh kL} \cosh kx \right)$	$M_{v,Ed}(\bar{x}) = T \cdot \left(-\frac{a}{L} + \frac{\sinh ka}{\sinh kL} \cosh k\bar{x} \right)$

Nośność na ścinanie, zredukowana w wyniku skręcania wynosi:

$$V_{z,T,Rd} = V_{z,Rd} \sqrt{1 - \frac{\tau_{T,Ed}}{1,25 \cdot (f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{M0}}} \quad (20)$$

3. Przykład liczbowy

Sprawdźmy nośność i ugięcia poziome belki podsuwnicowej o długości $L = 6$ m, wykonanej z dwuteownika HEB 300-S235. Przekrój belki ma charakterystyki: $h = b = 300$ mm, $t = 19$ mm, $h_0 = 300 - 19 = 281$ mm, $I_z = 8563$ cm⁴, $I_w = 1688 \cdot 10^3$ cm⁶, $I_T = 185$ cm⁴, $W_{pl,y} = 1869$ cm³, $W_{pl,z} = 870,1$ cm³, $I_{fz} = 1,9 \cdot 30^3 / 12 = 4275$ cm⁴, $W_{pl,w} = 1,9 \cdot 30^2 / 4 = 427,5$ cm³. Sztywności przekroju: $GI_T = 149,9$ kNm², $EI_w = 354,5$ kNm⁴, $EI_{fz} = 8978$ kNm², $k = 0,6502$ m⁻¹. Nośności plastyczne przekroju: $M_{pl,y,Rd} = 439,2$ kNm, $M_{pl,z,Rd} = 204,5$ kNm, $M_{pl,w,Rd} = 100,5$ kNm. Współczynniki bezpieczeństwa wynoszą odpowiedni: $\gamma_{M0} = \gamma_{M1} = 1,0$, $\gamma_F = (\gamma_G = \gamma_Q) = 1,35$.



Rys. 3. a) Schemat statyczny i obciążenia belki z przykładu, b) Przekrój belki i jego obciążenia

Na rysunku 3 pokazano obciążenia belki. W środku rozpiętości belki ($x = 3$ m) przyłożono skupione obciążenia poprzeczne: pionowe Q na mimośrodku $a_y = 20$ mm oraz poziome H na poziomie główki szyny, czyli $a_z = 300/2 + 85$ (szyna dźwigowa A75/SD75) = 235 mm. Bez nawiasu podano wartości charakterystyczne obciążeń, a w nawiasie wartości obliczeniowe (uzyskane po przemnożeniu wartości charakterystycznych przez $\gamma_F = 1,35$) w jednostkach odpowiednio: kN i kNm. Skupiony moment skręcający wynosi:

$$T_k = 100 \cdot 0,02 + 16 \cdot 0,235 = 5,76 \text{ kNm} \quad T_d = 1,35 \cdot 5,76 = 7,78 \text{ kNm}.$$

W celu zwiększenia czytelności, w przykładzie pominięto inne obciążenia, w tym ciężar własny belki i szyny podsuwnicowej oraz ich kombinacje.

Obliczeniowe momenty zginające wynoszą odpowiednio $M_{y,Ed} = 202,5$ kNm, $M_{z,Ed} = 32,4$ kNm.

3.1. Proponowana metoda

Ekstremalne momenty zginające i kąty obrotu wystąpią w środku rozpiętości belki (dla $x = 3,0$ m). Z formuł zestawionych w tabeli 1, otrzymamy:

$$M_{w,Ed} = 8978 \frac{0,281}{2} \left(\frac{7,78 \cdot 0,6502}{149,9} \right) \frac{\sinh^2(0,6502 \cdot 3,0)}{\sinh(0,6502 \cdot 6,0)} = 20,43 \text{ kNm}$$

$$\varphi_d = \frac{7,78}{0,6502 \cdot 149,9} \left(\frac{0,6502 \cdot 3,0^2}{6,0} - \frac{\sinh^2(0,6502 \cdot 3,0)}{\sinh(0,6502 \cdot 6,0)} \right) = 0,03951 \text{ rad}$$

Ze wzoru (5) wyznaczamy:

$$\bar{M}_{z,Ed} = 32,4 + 0,03951 \cdot 202,5 = 40,4 \text{ kNm}.$$

Moment krytyczny zwichrzenia belki należy wyznaczać w ogólnie dostępnym programie LTBeam lub w komercyjnym programie ConSteel, umożliwiającym analizę dowolnych ram złożonych z prętów cienkościennych [8]. W rozważanym przypadku z programu LTBeam otrzymujemy $M_{cr} = 1039$ kNm.

Postępując według procedury normowej [1], uzyskamy: smukłość belki na zwichrzenie $\lambda_{LT} = 0,650$ i współczynnik zwichrzenia $\chi_{LT} = 0,894$.

Nośność belki na zginanie z uwzględnieniem zwichrzenia wynosi:

$$M_{b,Rd} = 0,894 \cdot 1869 \cdot 235 / 1,0 = 392,7 \text{ kNm}$$

Współczynniki (12a, b, c): $k_\alpha = 1,242$, $k_z = 0,802$, $k_w = 0,659$, a współczynnik równoważnego stałego momentu $C_{mz} = 0,9$ [1].

Nośność przekroju oraz belki zginanej i skręcanej sprawdzamy zgodnie z formułami (6) i (10):

$$\left(\frac{202,5}{439,2}\right)^2 + \frac{40,4}{204,5} + \frac{20,43}{100,5} = 0,613 \leq 1$$

$$\frac{202,5}{392,7} + \frac{0,9 \cdot 40,4}{204,5} + \frac{0,659 \cdot 0,802 \cdot 1,242 \cdot 20,43}{100,5} = 0,827 \leq 1$$

Kąt skręcenia wywołany charakterystycznym momentem skręcającym wynosi $\varphi_k = 0,0293$ rad. Ugięcie na poziomie główki szyny $a_z = 235$ mm wynosi (16):

$$v_P = \frac{H_k L^3}{48EI_y} + a_z \varphi_k = 4,0 + 6,9 = 10,9 \text{ mm} > \delta_{gr,y} = \frac{L}{600} = 10,0 \text{ mm}$$

Przekroczenie ugięcia dopuszczalnego o 9% nie zostało zaakceptowane przez głównego mechanika – technologa transportu. W celu zmniejszenia tego ugięcia projektujemy niższą szynę dźwigową typu A55 ($h_{sz} = 65$ mm). W drodze powtórnych obliczeń dla $a_z = 150 + 65 = 215$ mm można pokazać, że:

$$v_P = 4,0 + 5,9 = 9,9 \text{ mm} < \delta_{gr,y} = 10,0 \text{ mm}$$

Alternatywnie powinniśmy zwiększyć sztywność belki podsuwnicowej, co w rozpatrywanym przykładzie byłoby ekonomicznie nieuzasadnione. Z przykładu należy wyciągnąć wniosek, że w konstrukcjach wsporczych dźwignic należy stosować jak najniższe szyny dźwigowe w celu ograniczenia ugięcia na poziomie główki szyny, które może decydować o wymiarach belki podsuwnicowej. Nie jest wskazane stosowanie szyn kolejowych, np. S42 ze względu na dużą wysokość ($h_{sz} = 140$ mm).

3.2. Sprawdzenie poziomego ugięcia metodą uproszczoną [1]

Poziome ugięcia belki sprawdzimy teraz uproszczoną metodą normową [1]. W metodzie uproszczonej zakłada się, że pas górny w całości przenosi obciążenia poziome zwiększone ze względu na skręcanie. Moment skręcający T zastępujemy parą sił $H_T = T/h_0$, przyłożonych do pasa górnego i dolnego, a siłę poziomą rozkładamy proporcjonalnie do sztywności pasa górnego i dolnego, czyli $H_H = H/2$. Sumarycznie pas górny jest zginany poziomą siłą poprzeczną $H = H_T + H_H$.

W rozpatrywanym przypadku mamy charakterystyczne obciążenia: $H_{T,k} = 5,44/0,281 = 19,36$ kN, ($T_k = 5,44$ kNm wystąpi przy zastosowaniu szyny A55); $H_{H,k} = 16/2 = 8$ kN, $H_k = 19,36 + 8 = 27,36$ kN. Stąd ugięcie na poziomie osi pasa górnego P_0 , w środku rozpiętości belki wynosi:

$$v_{P_0} = \frac{27,36 \cdot 6,0^3}{48 \cdot 8978} = 13,7 \text{ mm} \gg 10 \text{ mm}$$

Bez analizy sposobu zamocowania szyny przyjmujemy ograniczenie z góry, czyli uwzględnimy cały moment bezwładności szyny, który dla typu A55 wynosi $I_{z,sz} = 337 \text{ cm}^4$. Wówczas $v_{P_0} = 12,7 \text{ mm}$ i nadal przekracza wartość dopuszczalną. Ugięcie na poziomie główki szyny będzie jeszcze większe. Mimo jednoznacznie negatywnego wyniku sprawdzenia ugięcia metodą uproszczoną faktyczne ugięcie na poziomie główki szyny nie jest nadmierne (podrozdział 3.1). Można pokazać, że sprawdzanie nośności przekroju i belki podsuwnicowej metodą uproszczoną w większości praktycznych przypadków prowadzi do niepotrzebnego zwiększenia przekroju belki, a zatem metoda ta jest nieuzasadniona ekonomicznie, co w epoce projektowania zrównoważonego nie powinno być akceptowane.

4. Wnioski

Oszacowanie poziomego przemieszczenia belki według prezentowanej metody jest dokładniejsze od powszechnie stosowanej metody uproszczonej. Wobec ostrego ograniczenia ugięć belek podsuwnicowych, graniczny stan ugięć poziomych często jest warunkiem decydującym o wymiarowaniu belki, więc podejście zaprezentowane w pracy może mieć duże znaczenie praktyczne.

Ze względu na istotny wpływ wysokości szyny na ugięcia poziome główki szyny, zaleca się stosowanie szyn o jak najmniejszej wysokości przy spełnieniu warunków funkcjonalnych oraz trwałości.

Istotny wpływ na wytworzenie belki podsuwnicowej ma zwiększenie zginania belki względem słabszej osi wskutek skręcania jej przekroju.

Ważnym elementem pracy jest operowanie parą momentów zginających wywołujących paczenie przekroju, zamiast bimomentem. Zaprezentowane podejście jest przyjazne dla projektanta w praktyce inżynierskiej.

Ze względu na dokładność metody prezentowanej w pracy i łatwe wdrożenie jej w arkuszach obliczeniowych, proponujemy zastąpienie tą metodą powszechnie stosowanej w projektowaniu uproszczonej metody wymiarowania belek podsuwnicowych.

Literatura

1. PN-EN 1993-1-1:2006. Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
2. PN-EN 1993-6:2009. Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 6: Konstrukcje wsporcze dźwignic.
3. Hughes A.F., Iles D.C., Malik A.S., 2011, Design of steel beams in torsion, Steel Construction Institute, Slough Park, Ascot, Publication Number SCI P385, Berkshire [http://www.steelconstruction.info/file:sci_p385.pdf : 20 maj 2015].
4. Rutecki J., 1957. Wytrzymałość konstrukcji cienkościennych. WN PWN Warszawa.
5. Żmuda J., 2013. Konstrukcje wsporcze dźwignic. WN PWN Warszawa.
6. Bijak R., 2014. Wymiarowanie zginanych i skręcanych dwuteowników walcowanych. Konferencja Naukowo-Techniczna ZK2014 Konstrukcje Metalowe, Kielce-Suchedniów, 119-122.
7. Piechnik St., 2008. Pręty cienkościenne otwarte, Politechnika Krakowska Kraków.
8. Chodor L., 2015. Pręty cienkościenne. π Wiki Encyklopedia Architekta i Inżyniera [http://chodor-projekt.net/encyklopedia/], [http://chodor-projekt.net/wiki/prety-cienkoscienne/:20 maj 2015].

Design of I-beams in bending and torsion

Roman Bijak, Leszek Chodor

*Faculty of Civil Engineering and Architecture, Kielce University of Technology,
e-mail: r.bijak@tu.kielce.pl, lchodor@tu.kielce.pl*

Abstract: The paper presents a method for design of I-beams in bending and torsion, acting proposal to modify the standard approach of PN-EN 1993-6 [2]. It involves replacing the bi-moment by an equivalent pair of moments bending flanges of crane girder. This is conceptually easier for the designers to interpret. The proposal uses a modification of the generalized beam theory to determine the angle of cross-sections rotation. Achieved a good estimate of the horizontal deflection at the level of the crane rail head, significantly more accurate than the commonly used simplified methods for design of crane girders.

Keywords: I-beams, crane beam, generalized beam theory, horizontal deflection of the head rail, pair of moments

Badanie odkształceń konstrukcji stalowych w zmiennych warunkach obciążenia z wykorzystaniem laserowej stacji pomiarowej

Adam Bujarkiewicz¹, Jacek Sztubecki¹, Zbigniew Lis²

¹ Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich w Bydgoszczy,
e-mail: adamb@utp.edu.pl, jaceks@utp.edu.pl

² Wydział Inżynierii Mechanicznej, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy,
e-mail: lisekpk@utp.edu.pl

Streszczenie: W pracy omówiono technologię pomiaru odkształceń konstrukcji stalowych z wykorzystaniem współrzędnościowej stacji laserowej Leica TDRA 6000. Badania wykonano w warunkach laboratoryjnych dla konstrukcji stalowej o wymiarach $2,5 \times 2,5 \times 12,0$ m, którą obciążono siłą odpowiadającą ładunkowi o masie 6,76 t, a następnie przemieszczano jej podpory. Podstawowym zadaniem badawczym było określenie możliwości zastosowania tego zestawu pomiarowego do wyznaczania odkształceń konstrukcji poddanej obciążeniu. Rezultaty pomiarów pozwoliły na weryfikację założenia, że metoda ta może być stosowana jako szybki i tani sposób na uzupełnienie tensometrycznych systemów pomiarowych, stosowanych w diagnostyce konstrukcji budowlanych.

Słowa kluczowe: odkształcenia konstrukcji, współrzędnościowa stacja laserowa, pomiar przemieszczeń i naprężeń

1. Wprowadzenie

Stal jako materiał konstrukcyjny stosowana jest w budownictwie wszędzie tam, gdzie obiekty narażone są na działanie znacznych obciążeń statycznych i dynamicznych. Stal jest materiałem budowlanym charakteryzującym się dobrymi właściwościami mechanicznymi, tj. wysoką wytrzymałością, sprężystością oraz plastycznością. Stosując odpowiedni dobór charakterystyk przekroju poprzecznego, uzyskać można lekkie konstrukcje o dużych rozpiętościach [5]. Ponadto wysoka granica plastyczności stali pozwala na sprężyste odkształcenia konstrukcji pod znacznym obciążeniem. Wrażliwym elementem konstrukcji stalowych są miejsca połączeń (skręcane, nitowane lub spawane), w których materiał konstrukcji ma zaburzoną jednorodność i gdzie najczęściej dochodzi do uszkodzeń mechanicznych. Dlatego bardzo ważna jest cykliczna kontrola stanu technicznego konstrukcji, badanie naprężeń i odkształceń występujących pod wpływem obciążeń w trakcie eksploatacji [4].

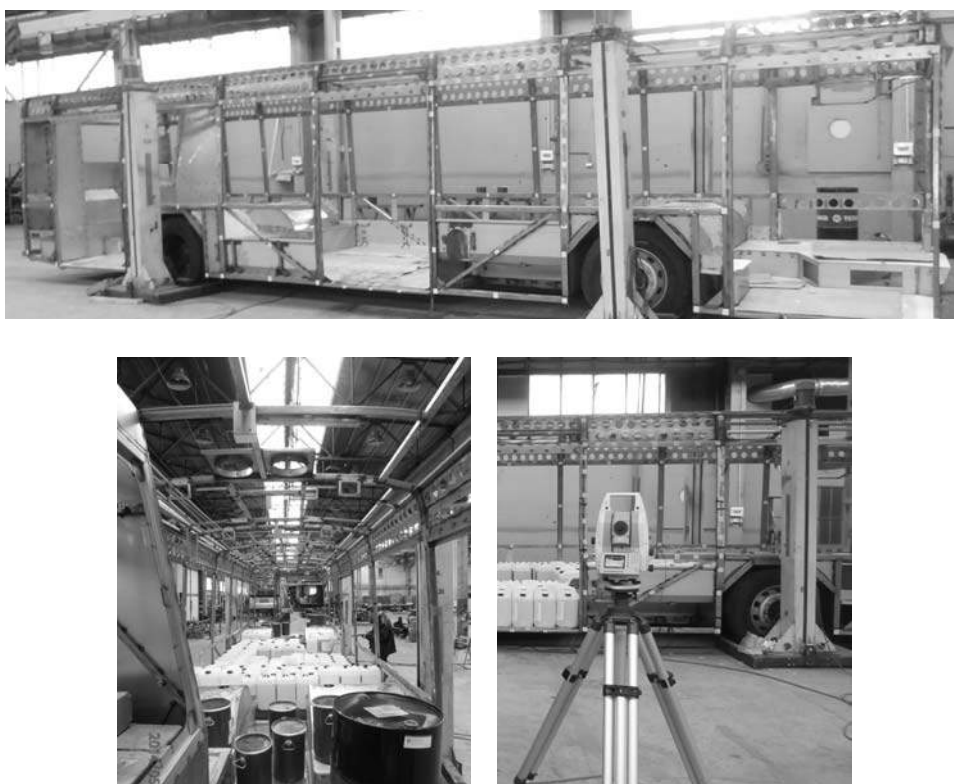
Do nieniszczących metod kontroli stanu konstrukcji, poza badaniami ultradźwiękowymi, prądami wirowymi, pomiarami tensometrycznymi zalicza się także pomiary geometryczne [3]. W wyniku zastosowania odpowiednio precyzyjnych urządzeń pomiarowych określić można występujące przemieszczenia i odkształcenia elementów konstrukcji. Ma to istotne znaczenie zwłaszcza w przypadku elementów trudnodostępnych dla badań bezpośrednich. Opisana przez autorów metoda, proponowana jako uzupełniająca dla pomiarów tensometrycznych, pozwala na wskazanie stanów niebezpiecznych w trakcie

eksploatacji konstrukcji. Charakteryzuje się krótkim czasem realizacji pomiarów, możliwością zastosowania w miejscach trudnodostępnych oraz znacznym zasięgiem, pozwalającym na pomiar obiektów wielkogabarytowych o wymiarach do 600 m.

W pracy przedstawiono technologię pomiaru odkształceń konstrukcji stalowych z wykorzystaniem współrzędnościowej stacji laserowej Leica TDRA 6000. Stacja ta wyposażona jest w technologię napędu bezpośredniego, pozwalającą na uzyskiwanie dokładności pomiaru przemieszczenia punktu na poziomie 0,25 mm. Wraz z odpowiednim oprogramowaniem jest doskonałym narzędziem pozwalającym na monitorowanie obiektów inżynierskich [1, 2].

2. Przedmiot i cel badań

Badania konstrukcji stalowej wykonano w warunkach laboratoryjnych na obiekcie będącym przestrzenną ramą stalową pojazdu o wymiarach $2,5 \times 2,5 \times 12,0$ m, zbudowaną ze spawanych profili o przekroju prostokątnym. Zakres badań obejmował pomiary geometrii i stanu konstrukcji przed obciążeniem a następnie dla kilku różnych stanów obciążenia. Jednocześnie w wybranych elementach ramy prowadzone były pomiary tensometryczne, pozwalające na ciągłą rejestrację naprężeń.



Fot. 1. Widoki konstrukcji poddanej badaniom

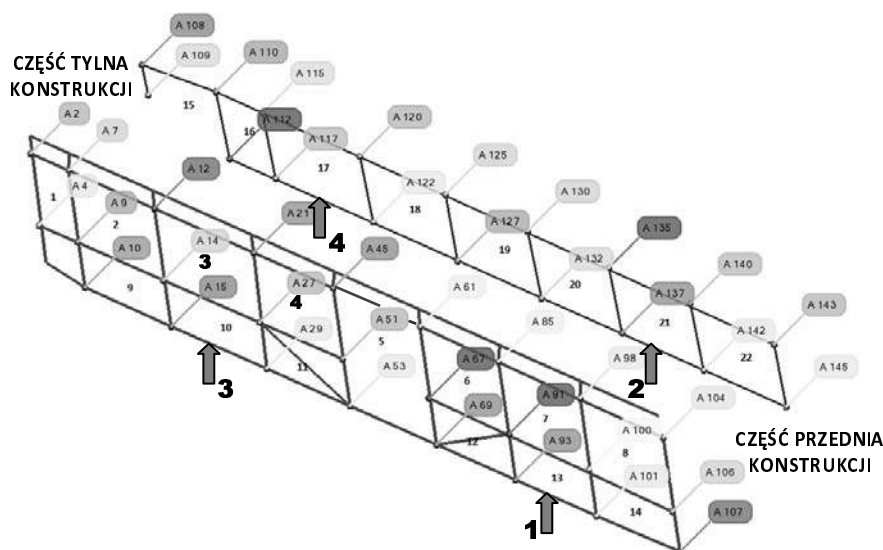
Wielkości przemieszczeń podczas obciążenia konstrukcji mierzono, wykorzystując współrzędnościową stację laserową Leica TDRA6000 oraz precyzyjny reflektor RRR 1.5". Podstawowym zadaniem badawczym było określenie możliwości zastosowania tego

zestawu pomiarowego do wyznaczania odkształceń konstrukcji poddanej obciążeniu. Rezultaty pomiarów pozwoliły na weryfikację założenia, że metoda ta może być stosowana jako szybki i tani sposób uzupełnienia tensometrycznych systemów pomiarowych, stosowanych w diagnostyce konstrukcji budowlanych.

3. Program badawczy

W omawianych badaniach wykonano pomiary geometrii ramy stalowej dla kilku różnych stanów obciążenia, które były symulacją warunków mogących wystąpić w trakcie eksploatacji konstrukcji. Wszystkie pomiary wykonano instrumentem Leica TDRA6000 z jednego, niezmiennego stanowiska, dla którego okresowo przeprowadzano kontrolę stabilności poprzez pomiar punktów odniesienia.

Do realizacji pomiaru na konstrukcji naklejono odpowiedniej wielkości podkładki, które jednoznacznie wyznaczały w każdej serii pomiarowej miejsce przyłożenia precyzyjnego lustra pomiarowego RRR 1.5". Schemat rozmieszczenia punktów pomiarowych oraz podpór konstrukcji przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat rozmieszczenia podpór oraz punktów kontrolnych

Stanowisko pomiarowe stacji laserowej wybrano w miejscu umożliwiającym pomiar wszystkich założonych punktów kontrolnych. Ponadto w 6 punktach konstrukcji naklejono czujniki tensometryczne przeznaczone do rejestracji naprężeń.

W celu odwzorowania warunków pracy do ramy zamontowano zestawy kołowe, które w trakcie pomiaru na przemian podnoszono i opuszczano na wysokość 15 cm, wymuszając w ten sposób pionowe przemieszczanie podpór konstrukcji. Tak przygotowaną konstrukcję o masie 2,5 t obciążono poprzez równomierne rozmieszczenie na ramie podłogowej konstrukcji obciążenia odpowiadającego masie silnika (1,5 t) oraz ładunku maksymalnego (5,26 t).

Pomiary zrealizowane zostały dla następujących stanów obciążenia konstrukcji:

- A – konstrukcja bez obciążenia,
- B – konstrukcja z obciążeniem części tylnej (do podpór 3 i 4) odpowiadającym ciężarowi silnika (1,5 t),

- C – konstrukcja z obciążeniem od ciężaru silnika oraz równomiernie rozłożonym ładunkiem maksymalnym (6,76 t),
- D – konstrukcja z ładunkiem oraz podniesioną podporą 1 (15 cm),
- E – konstrukcja z ładunkiem oraz podniesioną podporą 2 (15 cm),
- F – konstrukcja po sprowadzeniu do stanu początkowego A.

Po każdej zmianie stanu konstrukcji następny pomiar realizowano po stwierdzeniu jej stabilności w przyjętym w trakcie pomiaru układzie współrzędnych.

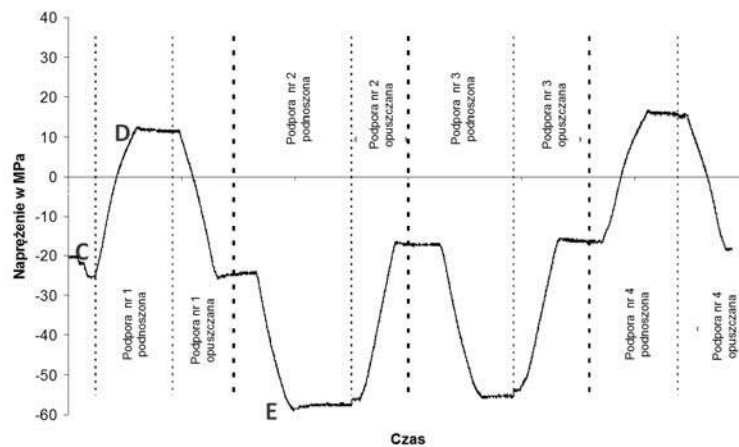
4. Omówienie i interpretacja wyników

W wyniku pomiaru uzyskano współrzędne punktów kontrolnych dla poszczególnych stanów obciążenia konstrukcji w jednolitym układzie współrzędnych. Na podstawie współrzędnych obliczono odległości między sąsiednimi punktami węzłowymi ramy i określono ich zmiany powstałe pod wpływem zmieniających się warunków obciążenia. Otrzymano w ten sposób wartości odkształcenia belek ramy spowodowane zmianą jej geometrii. Przykładowe odkształcenia fragmentu konstrukcji podano w tabelach 1 i 2.

Równocześnie z pomiarami współrzędnościową stacją laserową, dla wybranych belek, prowadzone były tensometryczne obserwacje zmian naprężeń. Wykresy naprężeń zarejestrowanych na odcinkach 21-27 oraz 27-51 w trakcie przeprowadzania sekwencji obciążeń C-D i D-E przedstawiono na rysunkach 2 i 3.

Tabela 1. Zestawienie zmian odległości między punktami węzłowymi konstrukcji pola nr 3

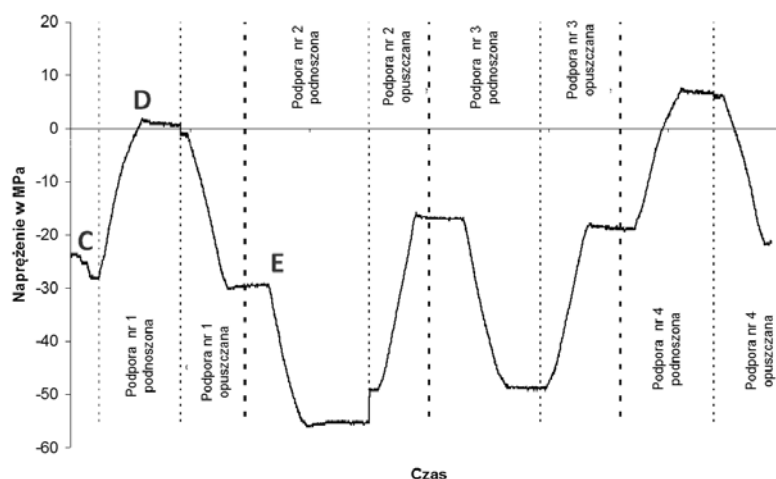
Odcinek między punktami	Zmiana odległości [mm] dla zmiany stanu obciążenia konstrukcji					
	A-B	B-C	C-D	D-E	E-F	A-F
12-21	-0.18	0.11	0.40	-0.72	0.30	-0.10
21-27	-0.13	0.31	0.34	-0.91	0.33	-0.07
27-14	-0.19	0.35	-0.15	-0.04	-0.03	-0.06
14-12	0.06	0.16	0.04	-0.05	-0.20	0.01
12-27	0.28	1.46	-3.09	6.57	-5.61	-0.38
21-14	-0.61	-0.79	3.42	-7.59	5.79	0.22



Rys. 2. Wykres naprężeń zarejestrowany przez tensometr umieszczony na odcinku 21-27 podczas obciążeń w sekwencjach C-D i D-E

Tabela 2. Zestawienie zmian odległości między punktami węzłowymi konstrukcji pola nr 4

Odcinek między punktami	Zmiana odległości [mm] dla zmiany stanu obciążenia konstrukcji					
	A-B	B-C	C-D	D-E	E-F	A-F
21-45	-0,03	0,16	-0,09	0,29	0,20	0,53
45-51	0,27	0,13	0,06	0,23	0,12	0,81
27-51	0,02	-0,16	0,17	-0,35	0,36	0,04
27-21	-0,13	0,31	0,34	-0,91	0,33	-0,07
21-51	0,75	1,30	-4,51	9,17	-6,73	-0,02
45-27	-0,67	-1,00	4,78	-9,57	7,40	0,93



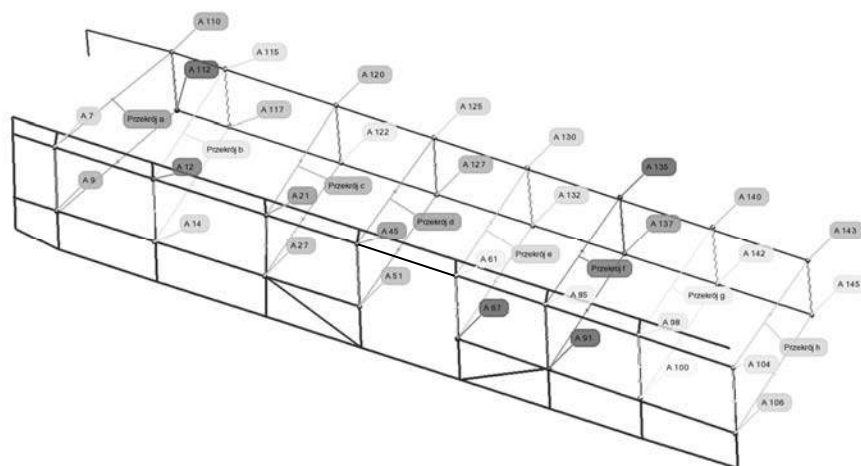
Rys. 3. Wykres naprężeń zarejestrowany przez tensometr umieszczony na odcinku 27-51 podczas obciążenia w sekwencjach C-D i D-E

Wyniki pomiarów długości elementów konstrukcyjnych dla pola nr 3 wskazują, że mimo zauważalnych zmian długości tych elementów w trakcie działania sił na konstrukcję, po odciążeniu do stanu wyjściowego wracają one do wartości początkowych. Wynika z tego, że dla belek pola nr 3 nie wystąpiły odkształcenia plastyczne, a jedynie sprężyste. Zauważyć można jedynie niewielką zmianę długości przekątnych analizowanego pola.

Analizując długości belek pola nr 4, zauważyć można, że po wykonaniu eksperymentu nastąpiła zmiana długości 21-45 oraz 45-51 w stosunku do wielkości początkowych, co świadczy o ich odkształceniu plastycznym. Ich odkształcenie wpływa również na nierównomierną zmianę długości przekątnych tego pola.

Analiza wykazała, że istnieje zależność między wynikami przemieszczeń uzyskanymi z pomiaru współrzędnościową stacją laserową i zarejestrowanych zmian naprężeń metodą tensometryczną.

Największe odkształcenia konstrukcji zaobserwowano dla punktów leżących na krawędziach przekrojów poprzecznych, poprowadzonych pomiędzy przeciwległymi bokami szkieletu pojazdu, odległych od siebie około 2,5 m. Schemat analizowanych przekrojów przedstawia rysunek 4, natomiast przykładowe wyniki odkształceń zamieszczono w tabelach 3 i 4.



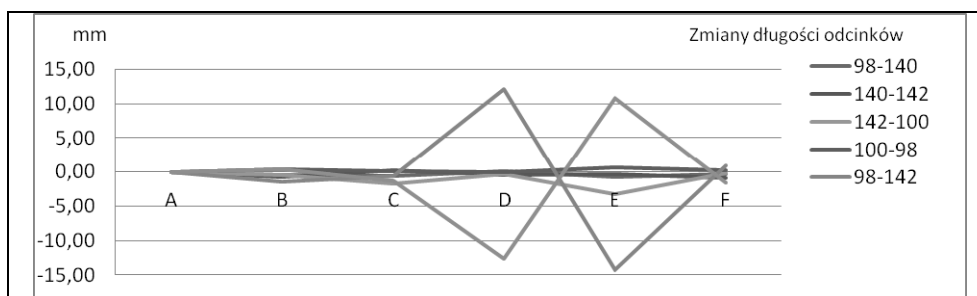
Rys. 4. Schemat rozmieszczenia przekrojów poprzecznych badanej konstrukcji

Tabela 3. Zestawienie zmian długości odcinków między wybranymi punktami w przekroju f

	Odcinek między punktami	Zmiana długości [mm] dla zmiany obciążenia konstrukcji					
		A-B	B-C	C-D	D-E	E-F	A-F
Przekrój f	85-135	-0,33	-0,46	0,47	-0,97	1,51	0,22
	135-137	-0,60	0,62	-0,34	0,37	-0,05	-0,01
	137-91	-0,51	-1,52	1,23	-2,88	3,64	-0,05
	91-85	0,13	-0,39	-0,26	0,60	-0,05	0,04
	85-137	-1,24	0,28	12,86	-26,58	15,99	1,31
	135-91	0,28	-1,90	-11,64	23,51	-11,38	-1,13

Tabela 4. Zestawienie zmian długości odcinków między wybranymi punktami w przekroju g

	Odcinek między punktami	Zmiana długości [mm] dla zmiany obciążenia konstrukcji					
		A-B	B-C	C-D	D-E	E-F	A-F
Przekrój g	98-140	-0,47	-0,11	0,62	-0,78	0,47	-0,26
	140-142	-0,74	0,93	-0,71	0,21	-0,56	-0,87
	142-100	-0,44	-1,30	1,41	-2,98	3,10	-0,21
	100-98	0,35	-0,20	-0,14	0,59	-0,31	0,30
	98-142	-1,39	0,84	12,64	-26,39	15,22	0,91
	140-100	0,41	-1,72	-11,33	23,51	-12,48	-1,60

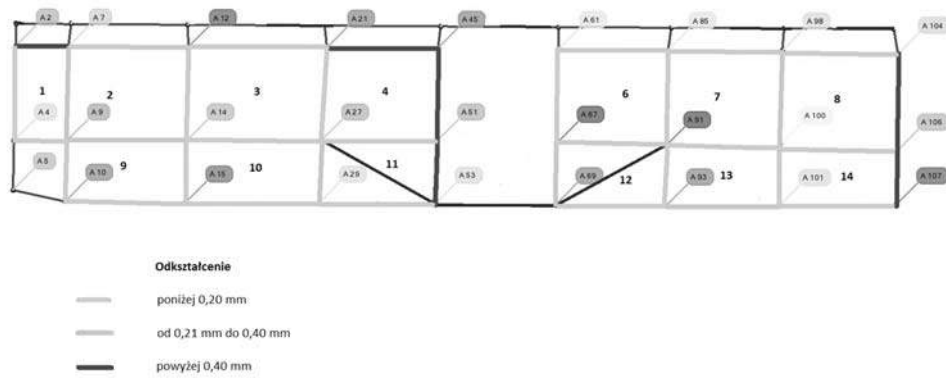


Zmierzone długości elementów konstrukcji pomiędzy stanami początkowym a końcowym w przekroju f nie uległy zmianie. Zauważyć można jedynie równomierną zmianę długości jego przekątnych podczas obciążenia. W przekroju g natomiast zaobserwowano niewielką zmianę długości elementów konstrukcji, co przełożyło się na nierównomierną zmianę długości przekątnych przekroju.

W trakcie pomiarów zaobserwowano, że po odciążeniu do stanu początkowego niektóre elementy konstrukcji uległy trwałemu odkształceniu. Wielkości wszystkich wyznaczonych zmian odległości prezentuje tabela 5. Na rysunku 4 przedstawiono natomiast rozmieszczenie zmierzonych zmian długości.

Tabela 5. Wielkości zmian długości elementów konstrukcji w poszczególnych polach

Pole	Odcinek	Stan A [mm]	Stan F [mm]	Zmiana długości [mm]
1	2 7	677,79	678,25	0,46
	7 9	1264,99	1265,27	0,28
	9 4	683,01	682,99	-0,02
	4 2	1264,74	1264,76	0,02
2	7 12	1550,39	1550,57	0,18
	12 14	1264,08	1264,09	0,01
	14 9	1542,93	1543,17	0,24
	9 7	1264,99	1265,27	0,28
3	12 21	1782,20	1782,10	-0,10
	21 27	1245,01	1244,94	-0,07
	27 14	1740,54	1740,49	-0,06
	14 12	1264,08	1264,09	0,01
4	21 45	1431,94	1432,47	0,53
	45 51	1243,26	1244,07	0,81
	51 27	1490,75	1490,79	0,04
	27 21	1245,01	1244,94	-0,07
6	61 85	1411,20	1411,02	-0,18
	85 91	1257,86	1257,90	0,04
	91 67	1443,96	1443,89	-0,07
	67 61	1264,09	1264,12	0,03
7	85 98	1471,40	1471,47	0,07
	98 100	1259,66	1259,96	0,30
	100 91	1438,45	1438,62	0,17
	91 85	1257,86	1257,90	0,04
8	98 104	1494,83	1494,83	0,01
	104 106	1299,70	1300,95	1,25
	106 100	1502,84	1502,83	-0,01
	100 98	1259,66	1259,96	0,30
9	14 27	1740,54	1740,49	-0,06
	27 29	856,50	856,87	0,37
	29 15	1723,37	1723,26	-0,12
	15 14	847,05	847,25	0,20
10	27 51	1490,75	1490,79	0,04
	51 53	861,60	861,19	-0,41
	53 29	1498,94	1499,04	0,11
	29 27	856,50	856,87	0,37
11	51 67	1544,99	1544,91	-0,08
	67 69	844,64	844,96	0,32
	69 53	1554,28	1554,39	0,10
	53 51	861,60	861,19	-0,41
12	67 91	1443,96	1443,89	-0,07
	91 93	845,35	845,43	0,08
	93 69	1420,82	1420,76	-0,06
	69 67	844,64	844,96	0,32
13	91 100	1438,45	1438,62	0,17
	100 101	848,86	849,03	0,16
	101 93	1453,29	1452,99	-0,30
	93 91	845,35	845,43	0,08
14	100 106	1502,84	1502,83	-0,01
	106 107	727,99	726,58	-1,42
	107 101	1516,13	1516,45	0,32
	101 100	848,86	849,03	0,16



Rys. 4. Rozmieszczenie trwałych odkształceń konstrukcji, powstałych w wyniku obciążeń testowych

5. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych badań, po analizie wyników i porównaniu zapisów systemu tensometrycznego sformułować można następujące wnioski:

- Po zmianie stanu obciążenia konstrukcji, pomiędzy kolejnymi seriami pomiarowymi konieczna jest kontrola jej stabilności. Zaobserwowano, że po zmianie obciążenia elementy konstrukcji w ciągu co najmniej 0,5 godziny jeszcze się odkształcają. Uzyskanie założonej dokładności pomiarowej wymaga wykonania co najmniej 3 pomiarów kontrolnych dla 2 skrajnych punktów konstrukcji w odstępach co 15 minut od zmiany obciążenia. Brak zmian współrzędnych kontrolowanych punktów oznacza osiągnięcie stanu pełnego odkształcenia konstrukcji.
- Metoda pozwala na zdiagnozowanie miejsc i wielkości trwałych odkształceń konstrukcji.
- Opisana metoda pomiaru odkształceń konstrukcji może stanowić istotne uzupełnienie pomiarów tensometrycznych stosowanych w diagnozowaniu stanu technicznego konstrukcji stalowych.
- Kolejnym etapem badań zmierzających do umocnienia postawionej tezy będzie przeprowadzenie obliczeń numerycznych z zastosowaniem metody elementów skończonych.
- Po pozytywnej weryfikacji na obiektach rzeczywistych metoda ta może być skutecznie zastosowana w badaniu geometrii i odkształceń stalowych konstrukcji budowlanych.

Literatura

1. Bujarkiewicz A., Sztubecki J., Sztubecka M., 2014. Badania przemieszczeń konstrukcji mostowych. Materiały Budowlane 503(7), 50-51.
2. Bujarkiewicz A., Sztubecki J., Sztubecka M., 2014. Współrzędnościowa stacja laserowa jako narzędzie wspomagające badanie przemieszczeń obiektów mostowych. Logistyka 6, 10393-10399.
3. Gawędzki W., 2010. Pomiary elektryczne wielkości nieelektrycznych. Wydawnictwa AGH Kraków.

4. Prószyński W., Kwaśniak M., 2006. Podstawy geodezyjnego wyznaczania przemieszczeń. Pojęcia i elementy metodyki, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej Warszawa.
5. Rykaluk K., 2009. Konstrukcje stalowe. Podstawy i elementy, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne Wrocław.

The study deformation of steel structures under varying load conditions using a laser measuring station

Adam Bujarkiewicz¹, Jacek Sztubecki¹, Zbigniew Lis²

¹ *Faculty of Civil and Environmental Engineering and Architecture, UTP University of Science and Technology in Bydgoszcz, e-mail: adamb@utp.edu.pl; jaceks@utp.edu.pl*

² *Faculty of Mechanical Engineering, UTP University of Science and Technology in Bydgoszcz, e-mail: lisekpk@utp.edu.pl*

Abstract: The article presents the technology for the measurement of steel structures strains using a Leica TDRA 6000 laser station. The research was performed in laboratory conditions for steel structure in the size of $2.5 \times 2.5 \times 12$ m, which was loaded by the weight of 6,76 tonnes and then its supports were being dislocated. The main task of the research was to determine the applicability of this set of measurement to determine the deformations of the loaded structure. The results of the measurements allowed us to verify the assumption that this method can be used as a fast and cheap way to supplement strain gauge measurement systems used in the diagnosis of building structures.

Keywords: structure strains, coordinate laser station, the measurement of displacements and stresses

Analiza numeryczna połączenia poprzeczника z trzonem słupa w konstrukcji napowietrznej linii energetycznej

Jarosław Gajewski¹, Patryk Błaszczyński², Andrzej Dąbek²

¹ Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska,
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich w Bydgoszczy,
e-mail: gajewskijarek@gmail.com

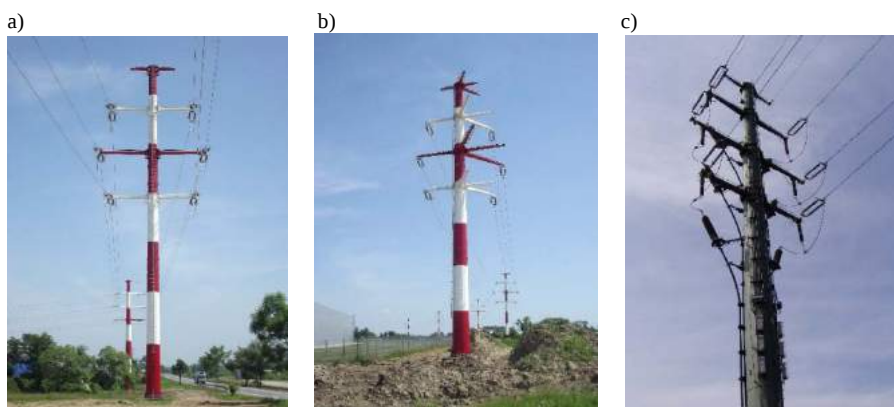
² ELMONTER Oświetlenie, ul. Przemysłowa, 62-410 Zagórz (koło Konina), e-mail: 355pb@wp.pl

Streszczenie: Stalowe słupy energetyczne projektuje się coraz częściej jako powłokowe o cienkościnnym przekroju poprzecznym w kształcie rury kołowej lub wielokątnej. Obliczanie nośności przekrojów pełnościnnych jest dobrze rozpoznane teoretycznie, problematyczne natomiast pozostaje określenie nośności połączeń montażowych. Nietypowy kształt łączonych elementów uniemożliwia zastosowanie procedur zawartych w Eurokodach. W takiej sytuacji projektant zdany jest na badania konstrukcji w skali naturalnej lub wykonanie symulacji komputerowych. W pracy przedstawiono wyniki analiz numerycznych połączenia poprzeczника z trzonem słupa w konstrukcji napowietrznej linii energetycznej. Porównano ze sobą wyniki symulacji komputerowych dwóch najczęściej występujących typów połączeń, tj. węzła z żebrami ciągłymi (obejmującymi trzon) oraz węzła z żebrami nieciągłymi.

Słowa kluczowe: słup energetyczny, słup cienkościnnie, przekrój zamknięty, połączenie poprzecznik-trzon

1. Wprowadzenie

Słupy energetyczne najczęściej dzieli się w zależności od pełnionej funkcji na: krańcowe, odporowe, odporowo-narożne lub przelotowe. W zależności od przeznaczenia słupa stosuje się odpowiedni zestaw obciążeń i sytuacji obliczeniowych zgodnie z normą [1].



Rys. 1. Słup dla linii dwutorowej 110 kV: a) przelotowy, b) odporowo-narożny, c) krańcowo-kablowy

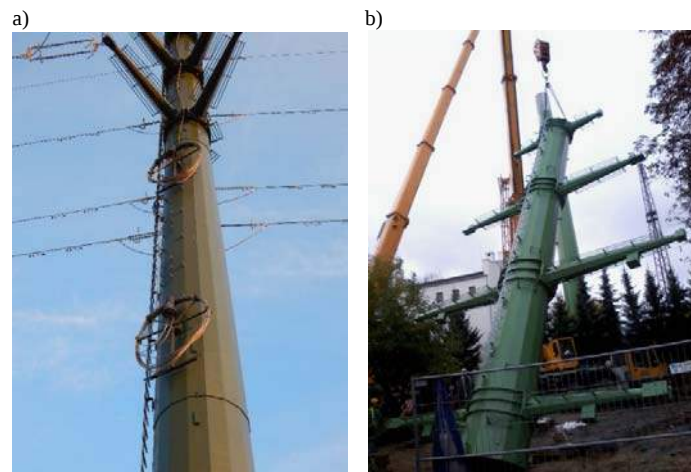
Proces produkcji rozpoczyna się od wycięcia komponentów za pomocą obrabiarek numerycznych. Formowanie słupa odbywa się na zimno dzięki prasom krawędziowym. W zależności od średnicy sekcja słupa składa się z jednej lub więcej powłok łączonych ze sobą spoiną wzdłużną. Łączenie sekcji odbywa się poprzez nasuwanie na siebie

poszczególnych sekcji na placu budowy. Segmenty trzonu słupa łączone są ze sobą metodą na wcisk. Nominalna długość nasadzenia (głębokość wciśnięcia jednego segmentu w drugi) określona jest w dokumentacji projektowej. Na trzonie umieszczone są uchwyty do mocowania poprzeczników, które mocowane są przy pomocy śrub. W dolnym segmencie słupa przyspawana jest się płyta podstawy z otworami na kotwy. Słup montuje się w całości na fundamencie przy użyciu dwóch dźwigów.

2. Problemy projektowe

Cienkościenne konstrukcje słupów energetycznych projektuje się na podstawie norm [1-4]. Wynika z nich m.in. konieczność klasyfikacji przekrojów poprzecznych elementów konstrukcyjnych. Szacowanie nośności przekrojów pełnościennych jest dobrze rozpoznane teoretycznie. Obligatoryjny podział przekrojów na klasy, w zależności od wrażliwości ścianek na utratę stateczności miejscowej pozwala w obliczeniach wytrzymałościowych posługiwać się modelami prętowymi konstrukcji. Problematyczne pozostaje jednak określenie nośności w stykach montażowych słupów energetycznych. Eurokody bowiem nie podają wytycznych jak projektować połączenia doczołowe w przypadku przekrojów zamkniętych. W takiej sytuacji projektant zdany jest na badania konstrukcji w skali naturalnej lub wykorzystanie komputerowych metod obliczeń, np. szeroko rozpowszechnionej metody elementów skończonych (MES). Posługiwanie się modelami powłokowymi, a nawet bryłowymi stały się obecnie standardem projektowym. Szczególnie w tych sytuacjach, kiedy nie ma wytycznych normowych, a modele prętowe są niewystarczające do opisu zachowania rzeczywistej konstrukcji.

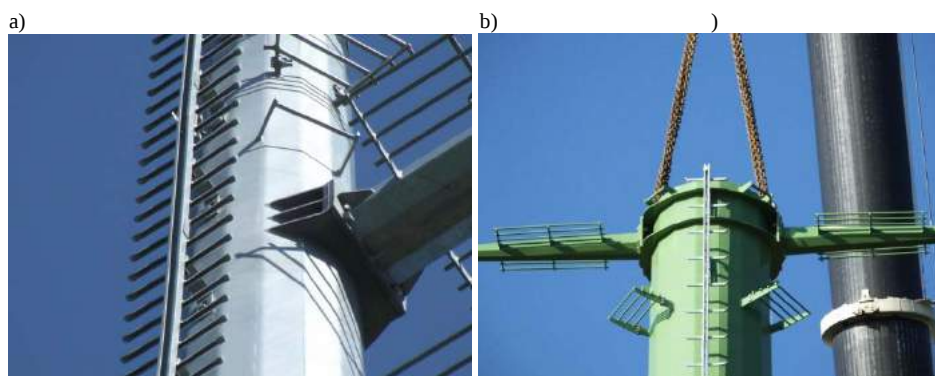
Styki montażowe występujące w konstrukcji słupów energetycznych przedstawiono na rysunku 2. Rysunek 2a przedstawia połączenie sekcji słupa, na rysunku 2b widać styk doczołowy połączenia poprzecznika z trzonem słupa.



Rys. 2. Styki montażowe słupów energetycznych: a) połączenie nasuwane trzonu słupa, b) połączenie poprzecznik-trzon

Węzeł poprzecznik-trzon występuje najczęściej w dwóch odmianach: węzła z żebrami nieciągłymi oraz z żebrami obejmującymi trzon. Oba rozwiązania przedstawiono na rysunku 3. Szczególnie istotne, z punktu widzenia projektanta konstrukcji, jest określenie jaki wpływ na rozkład naprężeń w trzonie słupa ma typ zastosowanych żeber. W tego rodzaju połączeniach występują obciążenia prostopadłe do ścianek słupa, co ma wpływ na jego nośność. Zagadnienie komplikuje brak wytycznych normowych, a także analitycznych

rozwiązań opisujących zachowanie się tego typu węzłów. W dalszej części pracy przedstawiono analizy numeryczne węzła z żebrami obejmującymi trzon oraz węzła z żebrami nieciągłymi.



Rys. 3. Połączenie poprzecznik-trzon: a) z zastosowaniem żeber nieciągłych, b) z zastosowaniem żeber ciągłych (obejmujących trzon)

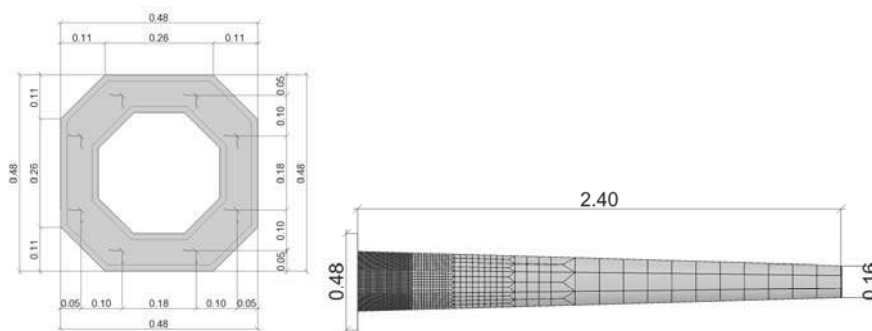
3. Analizy numeryczne

Analizie poddano węzeł słupa energetycznego pełnościennego dedykowanego do linii 110kV. Słup o funkcji krańcowej, który jest obciążony z jednej strony w normalnych warunkach roboczych. Przekrój słupa zaprojektowany ze stali S355, ma kształt 16-kąta foremnego o średnicy 800 mm. Obciążenia ustalono na podstawie profilu linii dostarczonej przez projektanta branży elektrycznej. Obciążenia oraz kombinacja wymiarująca zgodna z normą PN-EN 50134-1:2013 [1]. Symulacje komputerowe przeprowadzono dla fragmentu węzła z zachowaniem warunków brzegowych. W kolejnych punktach artykułu przedstawiono wyniki analiz numerycznych:

- a) poprzecznika,
- b) trzonu z żebrami nieciągłymi,
- c) trzonu z żebrami ciągłymi (obejmującymi słup).

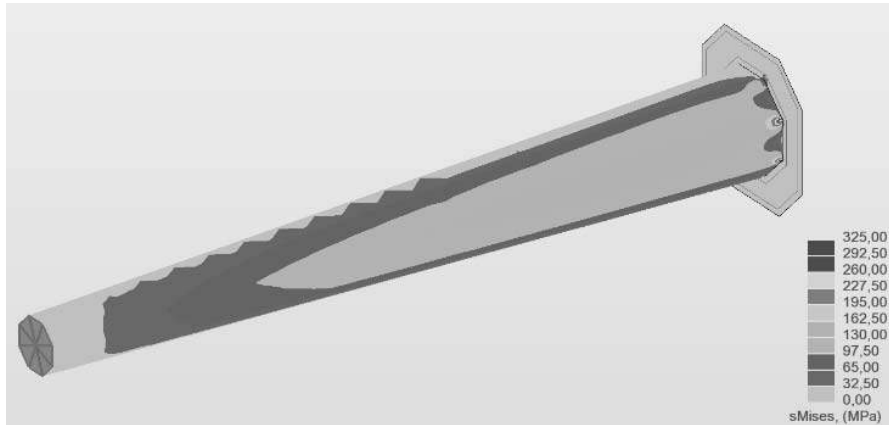
3.1. Analiza numeryczna poprzecznika

Analizie poddano poprzecznik wraz z płytą podstawy. Blacha poprzecznika ma grubość 5 mm, blacha czołowa 30 mm, w połączeniu zastosowano 8 śrub M24. Geometrię połączenia przedstawiono na rysunku 4.

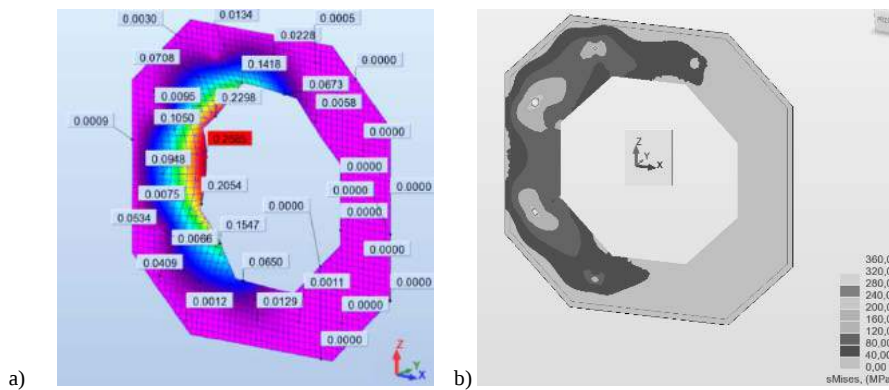


Rys. 4. Geometria analizowanego poprzecznika

Rozmiar siatki ES przyjęto z warunku $0,25 \cdot \sqrt{Rt}$, gdzie R – promień środkowy powłoki, t – jej grubość. Dla omawianego połączenia przyjęto najmniejszy rozmiar ES równy $0,25 \cdot \sqrt{320 \cdot 5} = 10\text{mm}$. Na końcu poprzecznika, w miejscu podwieszenia przewodów energetycznych, przyłożono siły skupione: składowa pionowa wynosi 5 kN, składowa pozioma 23 kN. Obliczenia przeprowadzono, modelując w sposób uproszczony styk podstawy poprzecznika, ale z zachowaniem warunków brzegowych. Śruby zamodelowano jako elementy prętowe, które „przenoszą” wyłącznie siły rozciągające. Obszar blachy poza strefą łączników podparto sprężystości nadając elementom skończonym wyłącznie sztywność na ściskanie. W obliczeniach uwzględniono nieliniowość geometryczną. Wyniki obliczeń numerycznych przedstawiono na rysunkach 5 i 6.

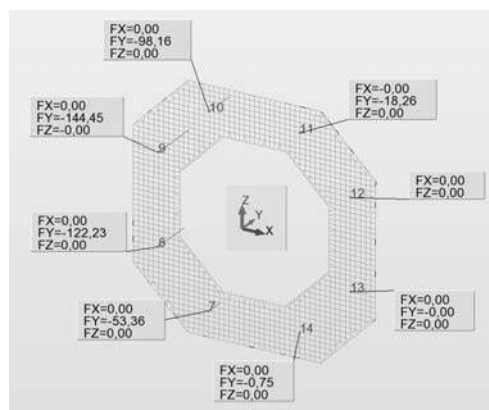


Rys. 5. Rozkład naprężeń w trzonie poprzecznika



Rys. 6. Wyniki obliczeń dla blachy czołowej: a) lokalne deformacje, b) rozkład naprężeń

Maksymalne naprężenie w trzonie poprzecznika (w miejscu potencjalnych karbów) nie przekracza 330 MPa. Naprężenia w blasze czołowej, występujące poza strefą śrub są znacznie mniejsze od granicy plastyczności stali S355. Pík naprężeń w blasze podstawy sięga 360 MPa, jest on jednak konsekwencją przyjętego sposobu modelowania i nie powinien być bezpośrednio interpretowany. Bardziej wiarygodne są wyniki sił w węzłach odwzorowujących śruby w połączeniu, co przedstawiono na rysunku 7. Otrzymane wyniki są zgodne z intuicją inżynierską i zdaniem autorów mogą być brane pod uwagę przy wymiarowaniu śrub.

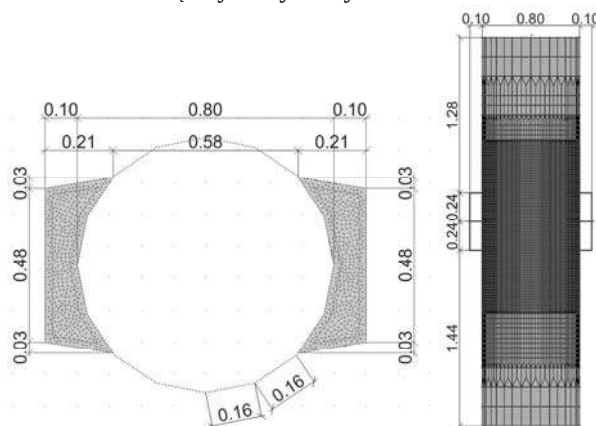


Rys. 7. Rozkład sił w węzłach będących odwzorowaniem śrub w połączeniu

Analizę przeprowadzono ponadto dla blachy czołowej o grubości: 15 mm, 20 mm, 25 mm, 30 mm, 35 mm, 40 mm, 45 mm. Uzyskano odpowiednio maksymalne deformacje: 0,99 mm, 0,56 mm, 0,36 mm, 0,25 mm, 0,19 mm, 0,15 mm, 0,00 mm. Zdaniem autorów na wstępnym etapie planowania gabarytu konstrukcji i projektowania, blachę podstawy można oszacować z warunku $(1 \div 1,2) \cdot$ średnica śruby.

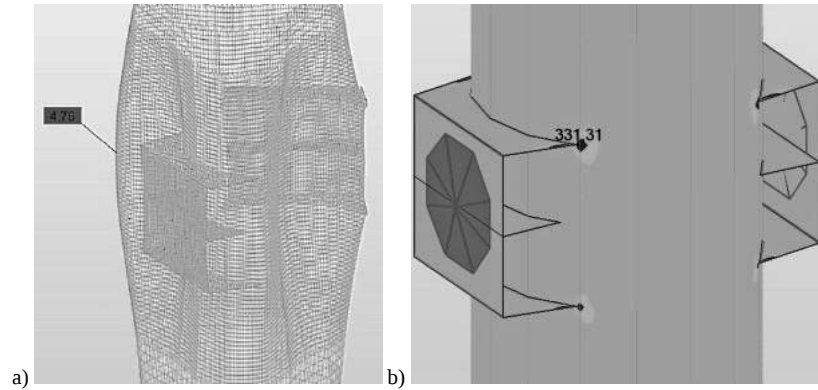
3.2. Analiza numeryczna trzonu z żebrami nieciągłymi

Analizie poddano połączenie przedstawione na rysunku 8. Trzon słupa ma grubość 8 mm, żebra 15 mm, blacha czołowa 30 mm. Obciążenia z przekroju przyłożono do blachy czołowej węzła, z wykorzystaniem sztywnych elementów skończonych (ang. *rigid elements*). Oprócz sił skupionych (pionowa 5 kN, pozioma 23 kN) uwzględniono również momenty od tych sił ($M_y = 12$ kNm, $M_z = 55,2$ kNm). Uproszczony schemat przyłożenia obciążenia pozwala na szybkie wykonanie modelu obliczeniowego. Punktowe przyłożenie sił, dające koncentrację naprężeń, powoduje wzrost zapasu bezpieczeństwa, ponieważ otrzymane w obliczeniach naprężenia są w punktach przyłożenia znacznie większe niż w rzeczywistości. Jest to świadome działanie będące kompromisem między szybkością budowania modelu a dokładnością uzyskanych wyników.



Rys. 8. Geometria węzła z żebrami nieciągłymi

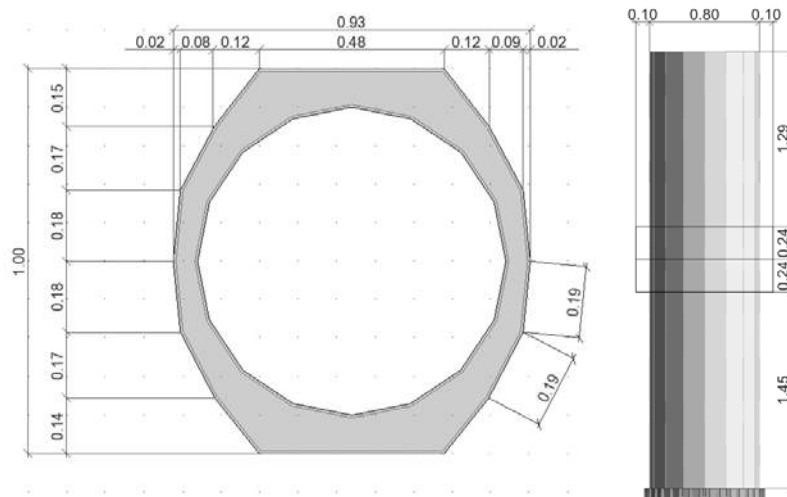
Siatkę ES zagęszczono w miejscu oczekiwanych dużych naprężeń, przyjęto lokalnie rozmiar ES równy 10 mm. Dolna krawędź trzonu została utwierdzona, przyjęty schemat podparcia ma zapewnić stabilność rozwiązania oraz symulować połączenie zakładkowe na trzonie. Na górnej krawędzi trzonu wykorzystano opcję połączenia sztywnego, które ma na celu utrzymanie geometrii słupa czyli odwzorowanie faktu, że trzon jest ciągły do góry. Wpływ podpory sztywnej na wyniki obliczeń jest niwelowany poprzez usytuowanie jej w odległości większej niż $2 \cdot$ średnica analizowanej konstrukcji. Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunku 9. Maksymalne naprężenie nie przekroczyło 355 MPa. Maksymalne przemieszczenie trzonu wyniosło niespełna 5 mm. Zarówno kształt deformacji, jak i miejsca spiętrzenia naprężeń są zgodne z przewidywaniami.



Rys. 9. Wyniki analiz węzła z żebrami nieciągłymi: a) deformacje trzonu, b) mapy naprężeń o wartościach powyżej 100 MPa

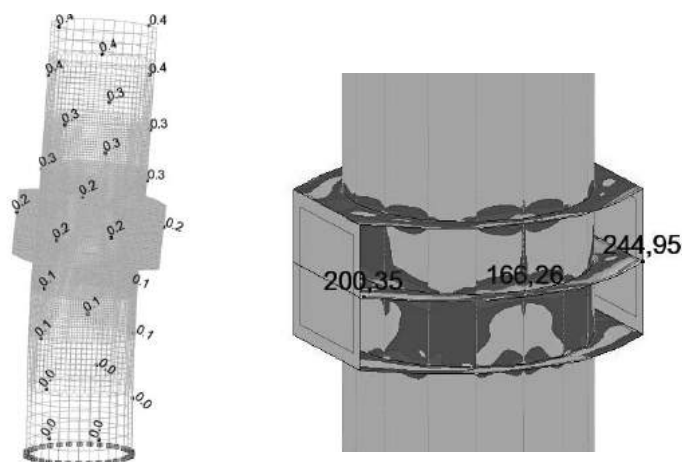
3.3. Analiza numeryczna trzonu z żebrami obejmującymi słup

Analizie poddano połączenie przedstawione na rysunku 10. Trzon słupa ma grubość 4 mm, żebra 15 mm, blacha czołowa 30 mm. Warunki brzegowe, wartości obciążeń, sposób siatkowania oraz rozmiar ES przyjęto wg zasad opisanych w podrozdziale 3.2



Rys. 10. Geometria węzła z żebrami obejmującymi słup

Wyniki analiz przedstawiono na rysunku 11. Maksymalne naprężenie nie przekracza 250 MPa, natomiast przemieszczenia są mniejsze od 1 mm. Żebra ciągłe na trzonie słupa znacznie redukują koncentrację naprężeń w porównaniu z żebrami nieciągłymi. Ma to znaczenie dla nośności cienkościennego trzonu, gdyż zastosowanie żeber ciągłych eliminuje pojawienie się lokalnych deformacji – porównaj rysunek 9 i 11. Na rysunku 11a trzon odkształcił się równomiernie zgodnie z kierunkiem działania sił. Można wnioskować, że w omawianym rozwiązaniu obciążenie z blachy czołowej zamiast zginać lokalnie trzon słupa, przechodzi w stan tarczowy żeber.



Rys. 11. Wyniki analiz węzła z żebrami obejmującymi słup: a) deformacje trzonu, b) mapy naprężeń o wartościach powyżej 50 MPa

4. Podsumowanie

Omówiony w podrozdziale 3.1 sposób modelowania połączenia poprzecznika z blachą czołową daje wyniki zgodne z intuicją inżynierską. Dokładne ustalenie wartości naprężeń występujących w połączeniu wymaga przeprowadzenia badań w skali rzeczywistej. W podrozdziałach 3.2 oraz 3.3 przedstawiono symulacje dwóch najczęściej występujących typów połączenia poprzecznika z trzonem słupa. Rozwiązanie analizowane w podrozdziale 3.2 (żebra nieciągłe) cechuje się większą łatwością wykonania, jednak posiada ono istotną wadę tj. wymaga zastosowania odpowiednio grubego trzonu co w konsekwencji czyni je mało ekonomicznym. W podrozdziale 3.3 badano połączenie z żebrami opasującymi trzon, gdzie zastosowano dwukrotnie mniejszą grubość trzonu. Porównując wyniki symulacji komputerowych można dostrzec równomierniejszy rozkład naprężeń w drugim typie połączenia (żebra opasujące trzon). Ponadto można zaobserwować wyraźny spadek naprężeń oraz znaczne ograniczenie deformacji trzonu, mimo zastosowania cieńszej blachy trzonu. Rozwiązanie to jest ekonomiczniejsze, a dodatkowo zwiększa zapas nośności konstrukcji w sytuacji obciążeń wykraczających poza ramy normowe.

Oczywistym jest, że przedstawione modele tylko w pewnym stopniu odwzorowują zachowanie się rzeczywistego połączenia. Dokładne określenie pracy połączenia wymaga badań w skali rzeczywistej lub bardziej zaawansowanych modeli MES. Jednak oba te podejścia, wymagają znacznych nakładów finansowych, a także czasowych. Doświadczenia autorów wskazują, że przedstawiony w pracy sposób modelowania połączeń pozwala projektować konstrukcje spełniające wymogi bezpieczeństwa.

Literatura

1. PN-EN 50134-1:2013. Elektroenergetyczne linie napowietrzne prądu przemiennego powyżej 1 kV. Część 1. Wymagania ogólne. Specyfikacje wspólne.
2. PN-EN 1993-1-1:2006. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
3. PN-EN 1993-1-3:2008. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno.
4. PN-EN 1993-1-5:2008. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-5: Blachownice.

Numerical analysis of the connection a cross arm with a shaft pole in the construction of overhead power line

Jarosław Gajewski¹, Patryk Błaszczński², Andrzej Dąbek²

¹ Faculty of Civil and Environmental Engineering and Architecture,
UTP University of Science and Technology in Bydgoszcz, e-mail: gajewskijarek@gmail.com

² ELMONTER Lighting, e-mail: 355pb@wp.pl

Abstract: Electric poles are increasingly designed as a coating of thin-walled cross-section circular or polygonal pipe. Strength analysis of solid wall sections are well recognized theoretically, but remains problematic to determine resistance of the connections. Unusual shape of connected elements prevents the use of procedures included in the Eurocodes. In this situation, the designer is dependent on research the structure in the full scale or to make a computer simulation. The article presents results of numerical analysis cross arm-shaft pole joint in the construction of overhead power line. Were compared with each other the results of computer simulations of the two most common types of connections, i.e. node with continuous stiffeners (girdling a shaft) and a node with discontinuous stiffeners.

Keywords: transmission lines support, thin-walled column, closed cross-section, cross arm-shaft pole joint

Stabilizacja płatwi zetowej płytami warstwowymi z uwzględnieniem owalizacji otworów na łączniki

Marcin Górski

Wydział Budownictwa, Inżynierii Środowiska i Architektury, Politechnika Rzeszowska,
e-mail: mgorski@prz.edu.pl

Streszczenie: Przedstawiono analizę nośności płatwi giętej na zimno o przekroju zetowym, stabilizowanej poszyciem z płyt warstwowych. Uwzględniono możliwość pojawienia się luzów w połączeniach między tymi elementami, wynikających z owalizacji otworów na łączniki pod wpływem wielokrotnie zmiennego obciążenia. Wartości luzów przyjęto z zakresu 0-5 mm. Podatność pojedynczego łącznika określono na podstawie badań doświadczalnych. Wykonano analizę numeryczną GMNIA modelu powłokowego płatwi, korzystając z metody elementów skończonych w programie Autodesk Simulation Mechanical. Wstępne imperfekcje przyjęto jako kombinację imperfekcji odpowiadających postaciom własnym wybożenia sprężystego przy niestateczności globalnej, lokalnej oraz dystorsyjnej. Przedstawione wyniki przeprowadzonej analizy dowodzą, że pojawienie się luzów w połączeniach wpływa istotnie na obniżenie nośności płatwi stabilizowanej poszyciem i powinno być uwzględniane przy obliczeniach.

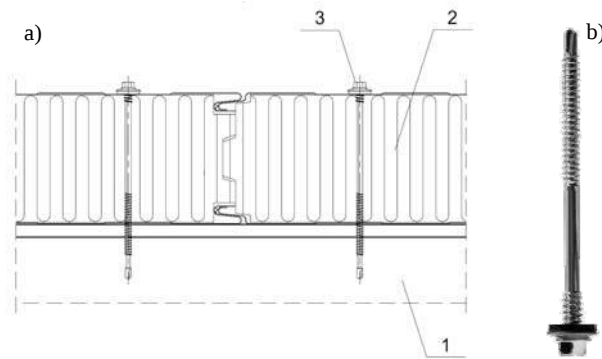
Słowa kluczowe: konstrukcje stalowe, płyty warstwowe, owalizacja otworów, kształtowniki gięte na zimno, metoda elementów skończonych

1. Wprowadzenie

Zwichrzenie belek jest zjawiskiem, które polega na utracie płaskiej postaci zginania elementu i jest spowodowane wybożeniem pasa ściskanego z jednoczesnym skręceniem przekroju [1]. Ze względu na możliwość znacznego obniżenia nośności elementów zginanych narażonych na zwichrzenie w stosunku do nośności ich przekrojów, dąży się do wyeliminowania tego zjawiska, najczęściej poprzez boczne podparcie pasa ściskanego. W przypadku płatwi dachowych, gdzie zazwyczaj ściskaniu poddany jest pas górny, wykorzystuje się w tym celu tarczową pracę poszycia. O ile stabilizacja płatwi za pomocą blach fałdowych została dokładnie zbadana oraz opisana (m.in. [2-3]) i jest szeroko stosowana w praktyce, o tyle wykorzystanie w tym celu płyt warstwowych w dalszym ciągu budzi znaczne wątpliwości wśród projektantów.

Badania możliwości podparcia bocznego płatwi płytami warstwowymi rozpoczęto wraz z rozpowszechnieniem się techniki mocowania płyt warstwowych do płatwi z użyciem wkretów samowiercących (rys. 1). Wyniki tych badań opisane w licznych artykułach (m.in. [5-10]) dowodzą, że pomimo nieco odmiennego w stosunku do blach fałdowych sposobu łączenia oraz przekazywania obciążeń (opisanego w punkcie 2), poszycie z płyt warstwowych ma wystarczającą nośność i sztywność do stabilizacji płatwi. Podsumowaniem dotychczasowych badań w tym zakresie jest pozycja [11]. Jednak wykorzystanie płyt warstwowych do projektowania w II klasie konstrukcyjnej, zgodnie z [12], wciąż należy do rzadkości. Wynika to z niewielkiej sztywności połączenia oraz minimalnej grubości okładzin, zwykle nieprzekraczającej 0,4 mm, która poddaje w wątpliwość trwałość

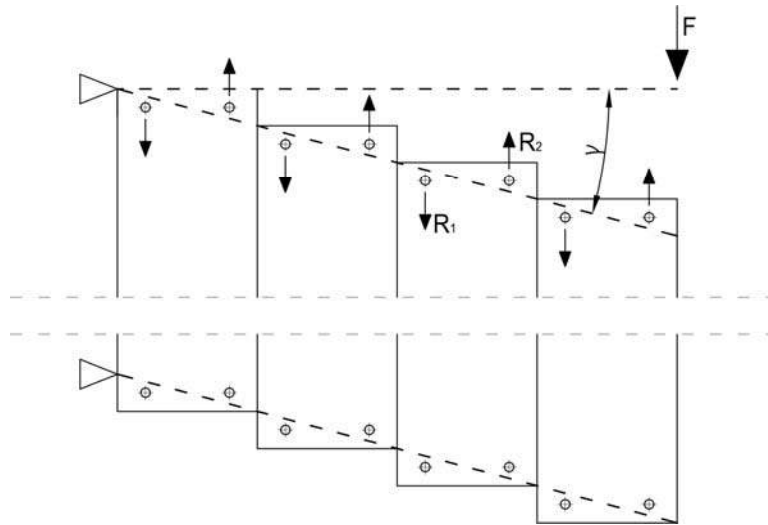
całego połączenia [13]. W pracy omówiono wpływ zjawiska owalizacji otworów na łączniki na nośność wolnopodpartej płatwi wykonanej z zetownika giętego na zimno.



Rys. 1. a) Połączenie płatwi (1) z płytą warstwową (2) za pomocą wkrętów samowiercących (3) [4],
b) Typowy wkręt samowiercący do płyt warstwowych

2. Stabilizacja płatwi płytami warstwowymi – założenia

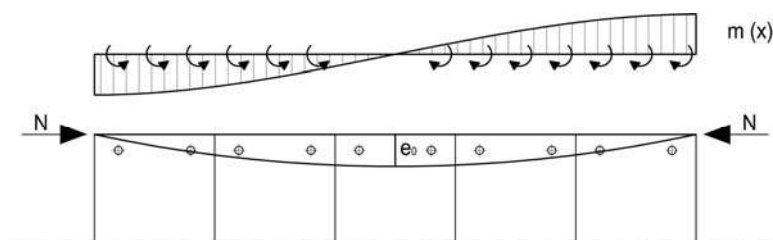
W przeciwieństwie do blach fałdowych, w płytach warstwowych często pomija się połączenia uszczelniające pomiędzy sąsiednimi płytami, a nawet jeżeli są one stosowane, to łączą ze sobą górne okładziny, podczas gdy obciążenie w płaszczyźnie przekrycia przenoszone jest głównie przez dolną blachę. Z tego powodu, uwzględniając współpracę płyt warstwowych z płatwiami zakłada się, że każda z płyt pracuje niezależnie (rys. 2). Powstający w łącznikach pojedynczej płyty warstwowej moment stabilizujący wywołany parą sił R_1 - R_2 równoważy pojawiający się w niej moment pochodzący od siły poprzecznej działającej względem środka tej płyty (środku ciężkości łączników).



Rys. 2. Zasada przenoszenia przez płyty warstwowe siły F działającej w płaszczyźnie przekrycia

Przyjmując wstępną imperfekcję pasa ściskanego płatwi w postaci wygięcia łukowego, maksymalny moment stabilizujący wystąpi przy podporach, czyli w miejscach działania

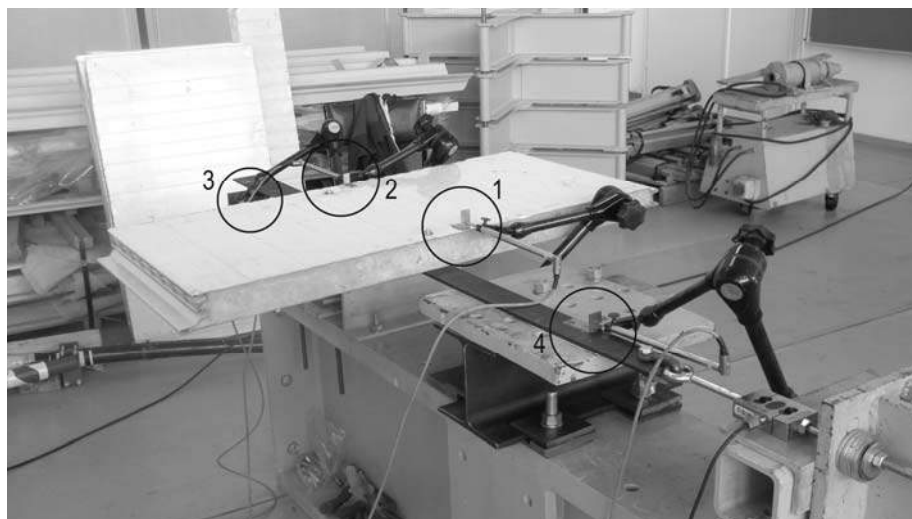
maksymalnej siły poprzecznej (rys. 3). Dokładny opis założeń oraz procedurę obliczeniową podano między innymi w [12].



Rys. 3. Rozkład momentu stabilizującego na długości płatwi wywołany imperfekcją łukową pasa ściskanego

3. Określenie podatności łączników

Podatność pojedynczych łączników pomiędzy płytami warstwowymi a płatwiami określono na podstawie badań doświadczalnych, zgodnie z [14] (rys. 4). W tym celu wykorzystano płyty warstwowe BalexMetal BALEXTHERM-PU-W-PLUS z rdzeniem poliuretanowym gr. 60 mm i okładzinami ze stali S250GD gr. 0,4 mm oraz BalexMetal PWS z rdzeniem styropianowym gr. 100 mm i okładzinami ze stali S250GD grubości 0,5 mm [15]. Połączono je z elementami podpierającymi za pomocą wkrętów samowiercących 6,3/5,5 mm długości 90 mm oraz 125 mm z podkładką EPDM.



Rys. 4. Stanowisko do badania podatności pojedynczych łączników w połączeniach płyt warstwowych z płatwią wraz z rozmieszczeniem czujników (opis w tekście)

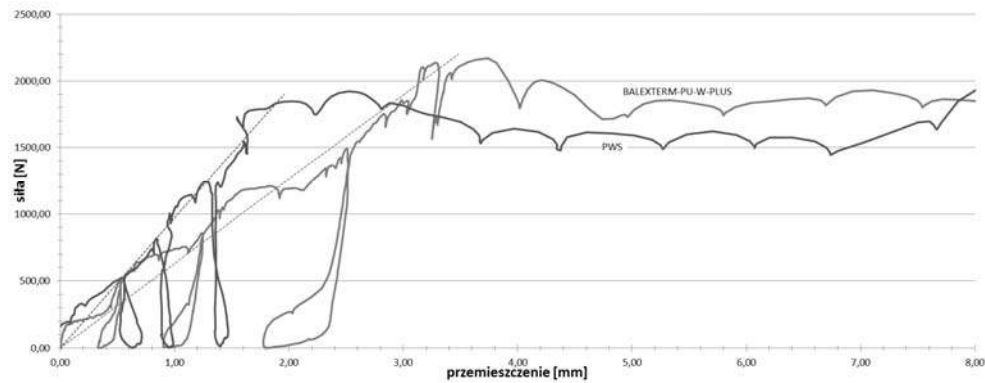
Badanie polegało na przymocowaniu płyty warstwowej za pomocą wkrętów samowiercących do elementów imitujących płatwie. Z jednej strony była to belka IPE 160, której zablokowano możliwość przesuwów oraz obrotów, a z drugiej płaskownik o grubości 8 mm, który reprezentował pas górny sąsiedniej płatwi. Za pomocą szekli przełożonej przez otwór w płaskowniku wywoływano poziomą siłę ciągnącą element. Wartość siły regulowano poprzez dokręcanie do blachy oporowej nakrętki na gwintowanym pręcie rozciągany połączony z siłomierzem, który odczytywał wartość siły rozciągającej.

Wykorzystano 4 indukcyjne czujniki mierzące przemieszczenia: płyty warstwowej w miejscu połączenia z „ruchomą” płatwią (czujnik 1), płyty warstwowej w miejscu połączenia z „utwierdzoną” płatwią (czujnik 2), „utwierdzonej” płatwi (czujnik 3) oraz „ruchomej” płatwi (czujnik 4).

Wyniki badania przedstawiono w tabeli 1 oraz na rysunku 5.

Tabela 1. Wyniki badań doświadczalnych pojedynczych łączników płyt warstwowych z płatwią

Płyta warstwowa	Podatność połączenia [mm/kN]	Nośność połączenia [kN]
BALEXTERM-PU-W-PLUS	1,58	2,15
PWS	1,03	1,99

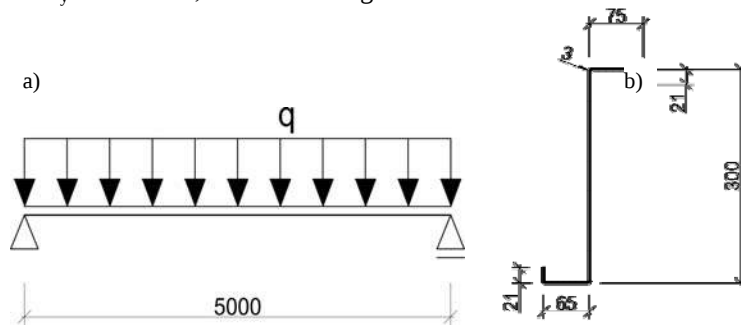


Rys. 5. Wyniki badania podatności połączeń płyt warstwowych z płatwią

4. Analiza nośności płatwi

4.1. Założenia i model numeryczny

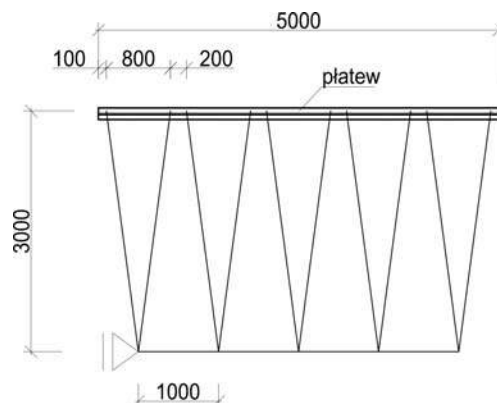
Do analizy przyjęto płatwę o schemacie statycznym belki wolnopodpartej, wykonaną z zetownika czterogiętego o grubości ścianek 2 mm i wymiarach jak na rys. 6. Założono stal S280GD oraz idealnie sprężysto-plastyczny model materiału, którego granica plastyczności wynosiła $f_y = 280$ MPa, a moduł Younga $E = 205$ GPa.



Rys. 6. Schemat statyczny (a) oraz wymiary przekroju (b) analizowanej płatwi

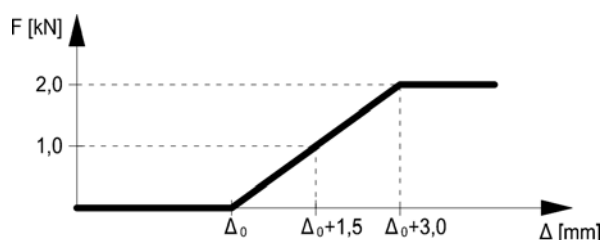
W celu uwzględnienia stabilizacji płatwi płytami warstwowymi zgodnie z założeniami opisanymi w punkcie 2, model MES rozbudowano o poziome pręty kratownicowe o nieliniowej charakterystyce materiałowej, na jednym końcu połączone z pasem górnym

płatwi w miejscach występowania łączników, na drugim zaś łączące się ze sobą parami i dodatkowo połączone prętem usytuowanym w osi sąsiedniej płatwi (rys. 7). Dzięki temu każda para łączących się ze sobą prętów wywoływała moment stabilizujący odzwierciedlający zachowanie się pojedynczej płyty warstwowej.



Rys. 7. Rozmieszczenie prętów kratownicowych reprezentujących zachowanie się płyt warstwowych

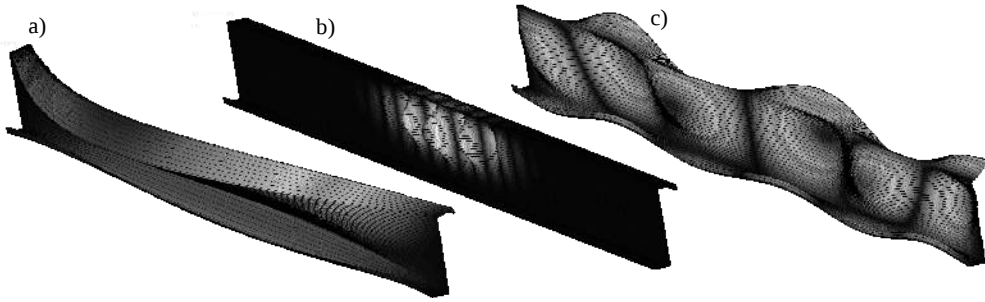
Charakterystyka materiałowa prętów kratownicowych została ustalona w taki sposób, aby oddawały zachowanie się pojedynczych łączników. Na podstawie badań opisanych w punkcie 3, przyjęto do analizy podatność łącznika równą 1,5 mm/kN oraz nośność graniczną równą 2,0 kN. Dodatkowo, celem uwzględnienia luzów w połączeniu, przewidziano początkowy swobodny przyrost przemieszczenia do wartości Δ_0 , którą przyjęto z zakresu 0-5 mm. Wykres zależności siła – przemieszczenie przedstawiono na rysunku 8.



Rys. 8. Przyjęta do analizy podatność pojedynczego łącznika uwzględniająca luzy w połączeniu

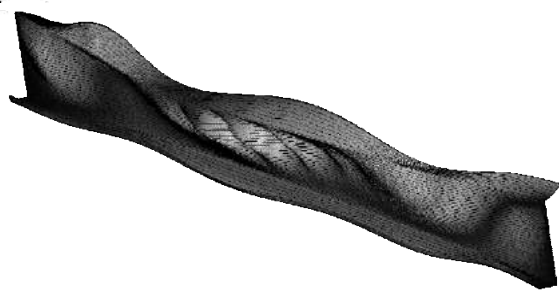
Model numeryczny płatwi do analizy GMNIA składał się z 25 tysięcy 4-węzłowych elementów powłokowych o boku 8 mm. Wstępne imperfekcje przyjęto w formie kombinacji postaci własnych wyboczenia sprężystego [16] odpowiadających niestateczności globalnej, lokalnej oraz dystorsyjnej (rys. 9). Wartości imperfekcji określone na podstawie norm [12] i [17] wyniosły odpowiednio:

- imperfekcja globalna (1. postać wyboczenia): $\frac{L}{500} = \frac{5000}{500} = 10,0mm$,
- imperfekcja lokalna (2. postać wyboczenia): $\frac{h}{200} = \frac{300}{200} = 1,5mm \approx 2,0mm$,
- imperfekcja dystorsyjna (83. postać wyboczenia): $\frac{1}{50} \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{50} \cdot \frac{300}{2} = 3,0mm$.



Rys. 9. Postacie niestateczności globalnej (a), lokalnej (b) oraz dystorsyjnej (c) analizowanego zetownika

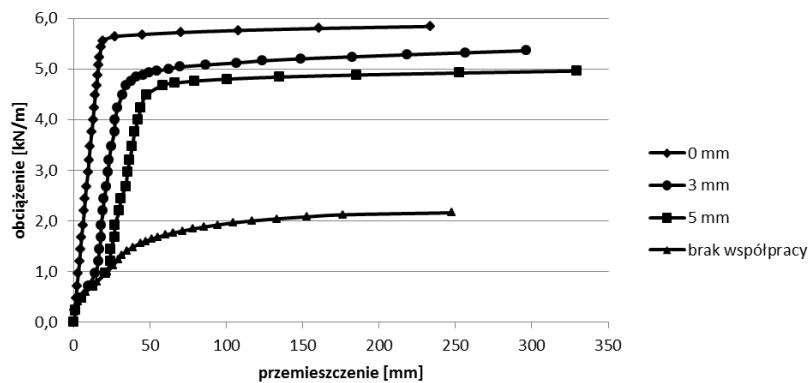
Ostateczny kształt wstępnej imperfekcji przedstawiono na rysunku 10. W celu jej lepszego zobrazowania deformacja na rysunku została 10-cio krotnie powiększona.



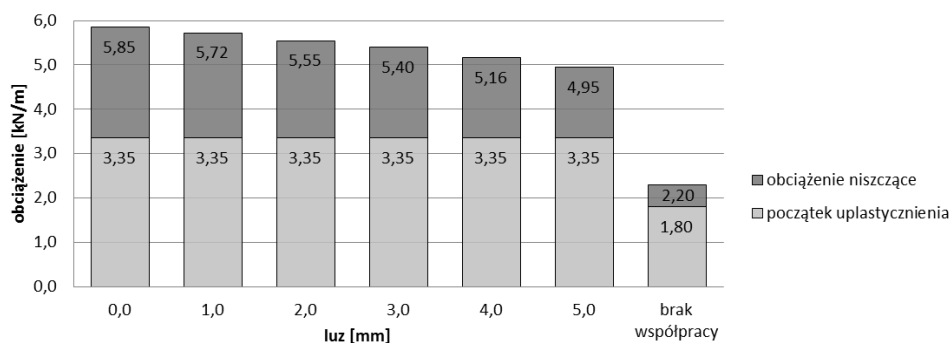
Rys. 10. Kształt wstępnej imperfekcji analizowanego zetownika w skali 10:1

4.2. Wyniki

Na rysunku 11 przedstawiono ścieżki równowagi analizowanych płatwi stabilizowanych płytami warstwowymi o założonych wartościach luzu w połączeniach. Dla czytelności wykresu zaznaczono jedynie wybrane wyniki. W celu porównania zamieszczono również przypadek całkowitego braku współpracy płatwi z poszyciem. Widoczny jest wyraźny spadek nośności oraz wzrost odkształceń wraz z postępem owalizacji otworów na łączniki. Rysunek 12 pokazuje porównanie obciążeń, przy których naprężenia w środku rozpiętości osiągały granicę plastyczności oraz obciążeń niszczących płatwie.

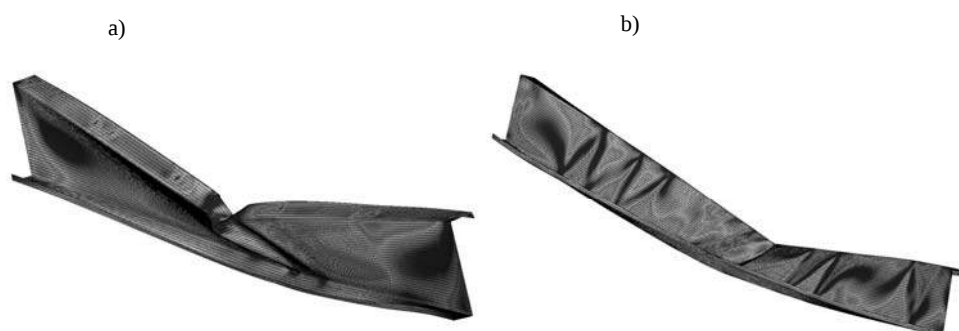


Rys. 11. Ścieżki równowagi analizowanych płatwi przy różnych wartościach luzu w połączeniach



Rys. 12. Porównanie granicznego obciążenia sprężystego oraz niszczącego analizowanych płatek

We wszystkich przypadkach przed zniszczeniem płatek następowało uplastycznienie łączników reprezentowanych przez pręty kratownicowe, przy czym jako pierwsze graniczną nośność osiągały łączniki skrajne. W zależności od założonej wartości luzu w połączeniach, zniszczenie następowało poprzez załom plastyczny w środku rozpiętości (brak luzu), lub przypominało formę zwichrzenie (luz 5 mm). Przykładowe postacie zniszczenia przedstawiono na rysunku 13.



Rys. 13. Postacie zniszczenia zetownika: a) bez luzu w połączeniach; b) luz 5 mm

5. Wnioski

Wyniki przeprowadzonej analizy świadczą o istotnym wpływie owalizacji otworów na łączniki na nośność płatek giętej na zimno o przekroju zetowym, stężonej bocznie poszytciem z płyt warstwowych. Powstający luz w połączeniach obniża zdolność płatek do przenoszenia obciążeń o około 3-5% na każdy milimetr luzu. W celu ustalenia ogólnej zależności pomiędzy owalizacją otworów a spadkiem nośności płatek należy przeprowadzić szerszą analizę obejmującą większy zakres kształtowników i ich rozpiętości. Kluczowym zagadnieniem pozostaje badanie rzeczywistych wartości luzów powstających w połączeniach pomiędzy płatkami a płytami warstwowymi, co będzie przedmiotem dalszych badań autora.

Literatura

1. Pałkowski Sz., 2013. Konstrukcje Stalowe. WN PWN Warszawa.
2. Bródka J., Garncarek R., Miłaczewski K., 1999. Blachy fałdowe w budownictwie stalowym. Arkady Warszawa.
3. ECCS, 1995. European Recommendations for the Application of Metal Sheetting acting as a Diaphragm – Stressed Skin Design.

4. www.ruukki.pl
5. Baehre R., Ladwein Th., 1994. Diaphragm action of sandwich panels. *Journal of Constructional Steel Research* 31, 305-316.
6. Dürr M., Podleschny R., Saal H., 2007. Untersuchungen zur Drehbettung von biegedrillknickgefährdeten Trägern durch Sandwichelemente (Investigation of the torsional restraint of sandwich panels against lateral torsional buckling of beams) *Stahlbau* 76, 401-407.
7. Dürr M., Misiek Th., Saal H., 2011. The torsional restraint of sandwich panels to resist the lateral torsional buckling of beams. *Steel Construction – design and research* 4, 251-258.
8. Georgescu M., Ungureanu V., 2012. Stabilisation of continous Z-purlins by sandwich panels: Full scale experimental approach. The 6th International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures, Glasgow, United Kingdom.
9. Käßlein S., Misiek Th., 2011. Stabilisation of beams by sandwich panels, EASIE report D3.3 – part 1, 2 and 3.
10. Misiek Th., Käßlein S., Dürr M., Saal H., 2010. Stabilisation of purlins by sandwich panels – new regulations and recent research results. *Proceedings of 18th CIB World Congress*, Salford United Kingdom.
11. ECCS, 2013. European Recommendations On The Stabilization Of Steel Structures By Sandwich Panels.
12. PN-EN 1993-1-3 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych, Część 1-3: Reguły ogólne – Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno.
13. Gosowski B., Behr O., 2008. Badania połączeń na wkręty płyt warstwowych z płaciami ceowymi i kształtowników giętych. *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Budownictwo i Inżynieria Środowiska* 50, 73-82.
14. ECCS, 2009. Preliminary European Recommendations for the Testing and Design of Fastenings for Sandwich Panels.
15. www.balex.com.pl.
16. PN-EN 1993-1-6 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych, Część 1-6: Wytrzymałość i stateczność konstrukcji powłokowych.
17. PN-EN 1993-1-5 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych, Część 1-5: Blachownice.

Stabilization of Z-purlin by sandwich panels including ovalisation of holes for fasteners

Marcin Górski

*Faculty of Civil and Environmental Engineering and Architecture,
Rzeszów University of Technology, e-mail: mgorski@prz.edu.pl*

Abstract: Analysis of the resistance of cold-formed Z-section purlin stabilized by sandwich panels has been presented. The possibility of appearance of gaps in connections between elements, due to ovalisation of holes for fasteners resulting from repeatedly variable load has been taken into consideration. Values of the gaps width has been assumed in the range of 0 – 5 mm. Flexibility of single fastener has been determined from experimental research. Numerical GMNIA analysis of shell model of purlin has been carried out with the use of finite element method in Autodesk Simulation Mechanical. Initial imperfections has been set as a combination of imperfections corresponding to buckling modes of global, local and distortion instabilities. Presented results of conducted analysis proves that appearance of gaps in connections has significant influence on decrease of purlins resistance and should be taken into account during calculations.

Keywords: steel structures, sandwich panels, holes ovalisation, cold-formed sections, finite element method

Zastosowanie metody elementów skończonych do modelowania tarczy dachowej

Marcin Gryniiewicz, Jerzy K. Szlendak

Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Białostocka,
e-mail: marcin.gryniiewicz@gmail.com, jerzy.szlendak@gmail.com

Streszczenie: Przedmiotem rozważań jest model obliczeniowy i metoda wykonania obliczeń statycznych konstrukcji stalowych pokrytych blachą trapezową na przykładzie analizy fragmentu dachu. Określono parametry charakteryzujące sztywność dominujących składników konstrukcji pokrycia, które wykorzystano do budowy dyskretnego modelu obliczeniowego. Otrzymane rezultaty porównano z wynikami badań przeprowadzonych na Politechnice Białostockiej referowanych w odrębnej publikacji. Obliczenia MES wykonane są za pomocą oprogramowania Autodesk Robot Structural Analysis. Referat stanowi wstęp do dalszych analiz mających na celu zmniejszenie stopnia skomplikowania i pracochłonności obliczeń związanych ze współpracą tarczy dachu z konstrukcją stalową obiektu.

Słowa kluczowe: blacha trapezowa, konstrukcja stalowa, współpraca tarczowa, metoda elementów skończonych, sztywność poszycia

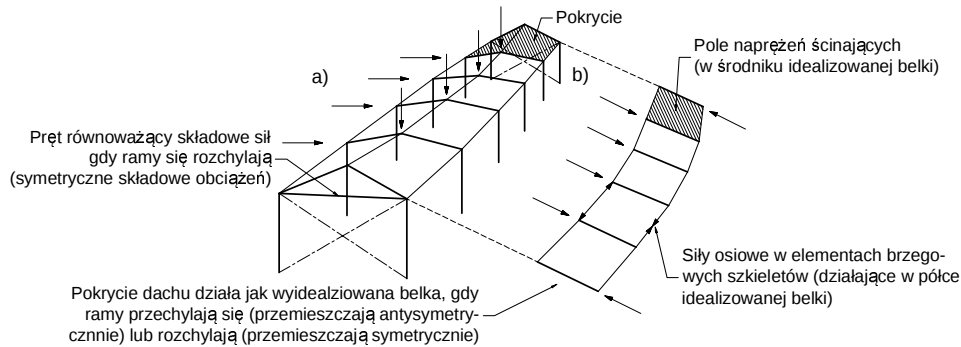
1. Wprowadzenie

Obudowa jest elementem zapewnienia komfortu użytkowania obiektu, związanego z izolacyjnością cieplną, wilgotnościową itp. oraz nadaje mu pożądane walory estetyczne. Ponadto ma ona pozytywny wpływ na nośność i sztywność ustroju nośnego. Najstarsze prace, dotyczące tego zagadnienia, pochodzą z lat 50. ubiegłego wieku. Zauważono, że zastosowana obudowa z blach profilowanych, jeśli została poprawnie przymocowana do konstrukcji, może przenosić obciążenia oddziałujące nie tylko w kierunku normalnym do powierzchni blachy ale również działające w jej płaszczyźnie, wywołane na przykład przez wiatr, uderzenie lub wpływy sejsmiczne. Warunkiem jest zastosowanie takiego mocowania poszycia, które zapewnia niezbędną nośność i sztywność łączników obudowy do konstrukcji obiektu.

Odpowiedź konstrukcji obudowanej na oddziaływania zewnętrzne należy rozważać, jako analizę interakcji konstrukcja nośna – poszycie. Tego typu podejście stosowane jest obecnie w procedurach obliczeniowych, które zapoczątkowali m.in. Davies i Bryan, w latach 70. ubiegłego wieku [10]. Prace te wniosły duży wkład do sformułowania wytycznych europejskich [1]. Wytyczne te, zawierają pełen zakres rekomendowanych podstaw analitycznych obliczeń inżynierskich, w tym służących do uwzględniania efektu tarczy.

Równolegle do działań związanych z badaniami zachowania się konstrukcji obudowanych, pracowano nad dyskretnymi metodami ich obliczeń z zastosowaniem metody elementów skończonych np. [4] lub [5]. Metody te w dużej mierze wykorzystują zagadnienie mechaniki płyty ortotropowej, która może być wykorzystana do opisu zachowania się obciążonej blachy trapezowej. Udoskonalanie tych metod trwa do chwili obecnej. Dotyczą one głównie współpracy tarczowej [2] (rys. 1) lub zajmują się wspomniana-

nym zastosowaniem ortotropii [9]. Pomocny dla projektanta zestaw informacji i zasad kształtowania przepon z blach trapezowych, wraz z komentarzami i wskazówkami, podany jest w pracy [3].



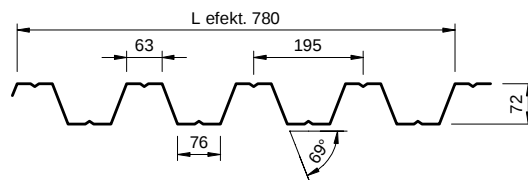
Rys. 1. Konstrukcja tarczowo-prętowa na przykładzie dachu dwuspadowego: a) schemat zespołu i układów prętowych, b) schemat tarczy dachowej [2, 8]

W pracy przedstawiono próbę praktycznego zastosowania teorii płyt ortotropowych do budowy kompletnego modelu tarczy dachowej. W obliczeniach posłużono się popularnym i dostępnym projektantom, programem komputerowym Autodesk Robot Structural Analysis. Rezultaty obliczeń porównano z wynikami badań fragmentu tarczy dachowej przeprowadzonych w Politechnice Białostockiej, a referowanych w [6].

2. Badany fragment konstrukcji dachowej

Konstrukcja stalowa fragmentu konstrukcji dachowej (rys. 2), będąca przedmiotem analizy, to struktura o wymiarach mierzonych w osiach głównych profili nośnych wynoszących 2,34 m (szerokość) oraz 4,56 m (długość). Jest to fragment dachu hali stalowej składający się z dwóch rygli HEB220 rozstawionych co 2,34 m, symulujących ramy poprzeczne. Jeden z rygli jest podparty nieprzesuwnie natomiast kolejny spoczywa na podporach ślizgowych. Podpory te wyposażone są w wózki kołowe, zapewniające poziome przemieszczenie konstrukcji pod wpływem wprowadzanej siły.

Na ryglach ustawiono trzy linie płatwi z kształtowników IPE180 w równych rozstawach wynoszących 2,28 m. Fragmenty tego samego profilu wykorzystano do budowy połączeń brzegowych (pośrednich według definicji w [1]).

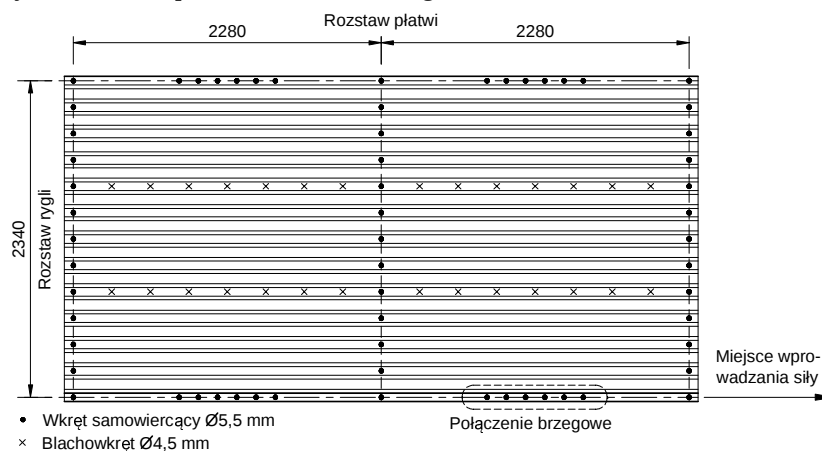


Rys. 3. Schemat arkusza blachy dachowej

Na płatwiach spoczywa blacha trapezowa o grubości obliczeniowej 0,60 mm o wymiarach jak na rysunku 3. Jako łączniki główne zastosowane są wkręty samogwintujące o średnicy 5,5 mm umieszczone w każdej fałdzie. Te same wkręty wykorzystano do połączenia brzegowego z profilem IPE180 (po sześć sztuk na każdy element brzegowy).

Połączenia uszczelniające (łączenie arkuszy blachy wzdłuż krawędzi nieprofilowanej) rozwiązane są za pomocą blachowkrętów o średnicy 4,5 mm w rozstawie 285 mm.

Układ obciążano siłą skupioną, przyłożoną do przesuwne rygla, za pomocą siłownika hydraulicznego. Wartości przemieszczeń mierzone były w siedmiu charakterystycznych miejscach. Pełen opis badania wraz z fotografiami można znaleźć w [6].



Rys. 2. Schemat badanego fragmentu tarczy dachowej

3. Oszacowanie analityczne sztywności tarczy dachowej

Teoretyczną sztywność poszycia blachą trapezową oblicza się według wytycznych europejskich [1], które są rekomendowane przez normę [12], do stosowania w projektowaniu konstrukcji stalowych z uwzględnieniem współpracy tarczowej. Proponowane procedury podzielone są na konkretne sytuacje obliczeniowe zależne od ukształtowania dachu i kierunku ułożonej na nim blachy fałdowej. Od wyboru odpowiedniej procedury zależy dobór wzorów potrzebnych do obliczenia nośności i podatności tarczy dachowej.

Wartości uzyskane za pomocą programu komputerowego KOZOB użytego w [6] obliczane są według wyżej opisanych wytycznych. Procedura rozpoczyna się od określenia wymiarów przepon oraz potrzebnych danych dotyczących elementów dachu (profilu nośnych, blachy poszycia oraz łączników), mających bezpośredni wpływ na sztywność układu. W przypadku profili nośnych i blachy profilowanej są to charakterystyki mechaniczne przekrojów poprzecznych oraz ich wymiary. Dla łączników najważniejszy jest ich rodzaj oraz średnica, wg których za pomocą odpowiednich tabel lub badań doświadczalnych, dobiera się podatność teoretyczną przy ścinaniu.

Kolejnym krokiem jest oszacowanie sztywności całej tarczy dachowej z wykorzystaniem zgromadzonych informacji o jej elementach (tab. 1). Zestawiono w niej wzory potrzebne do obliczenia poszczególnych składników sztywności wraz z rezultatami dla opisywanego badania [6].

Mając oszacowaną sztywność całej tarczy dachowej, można ją wykorzystać do określenia sztywności całego układu konstrukcyjnego budynku, poprzez analizę interakcji tarcza – ustrój nośny. Problem ten nie jest jednak przedmiotem rozważań prowadzonych w pracy.

Tabela 1. Wzory do obliczeń składników podatności pojedynczej przepony [3]

Składnik podatności przy ścinaniu		Postać wzoru		Wynik [mm/kN]
Podatność wywołana przez odkształcenie blachy	z uwagi na spaczenie profilu blachy	$c_{1.1} = \frac{a_p p_f^{2,5} \alpha_1 \alpha_4 K}{Et^{2,5} b_p^2}$	(1)	0,2051
	z uwagi na odkształcenie postaciowe	$c_{1.2} = \frac{2a_p (1+\nu) \left[1 + \left(\frac{2h}{p_f} \right) \right]}{Et b_p}$	(2)	0,0184
Podatność wywołana przez odkształcenie łączników	łączniki główne	$c_{2.1} = 2a_p s_p p b_p^{-2}$	(3)	0,0066
	łączniki uszczelniające	$c_{2.2} = \frac{2s_s s_p (n_{sh} - 1)}{2n_s s_p + \beta_1 n_p s_s}$	(4)	0,0297
	łączniki pośrednie	$c_{2.3} = 2s_{sc} n_{sc}^{-1}$	(5)	0,0250
Podatność wywołana przez siły w płatwiach	z uwagi na odkształcenie osiowe w płatwiach	$c_3 = \frac{2a_p^3}{2EAb_p^2}$	(6)	0,0008
Podatność łączna		$c_{tot} = c_{1.1} + c_{1.2} + c_{2.1} + c_{2.2} + c_{2.3} + c_3$	(7)	0,286

Poszczególne składniki we wzorach w tabeli 1 to:

- α_1, α_4 – współczynniki uwzględniające wpływ rozstawu łączników i liczby płatwi,
 β_1 – współczynnik korekcyjny uwzględniający zasadę zgodności przemieszczeń łączników głównych i uszczelniających,
 a_p – wymiar przepony prostopadły do kierunku tworzących profil blachy,
 b_p – wymiar przepony równoległy do kierunku tworzących profil blachy,
 p_f – rozstaw fałd arkusza blachy,
 p – podziałka łączników głównych,
 K – stała profilu blachy zależna od wymiarów profilu blachy i rozmieszczenia głównych łączników w kolejnych fałdach,
 s_p, s_s, s_{sc} – podatności na ścinanie łącznika głównego, uszczelniającego i pośredniego,
 n_{sh} – liczba arkuszy blachy na szerokości przepony,
 n_{sc} – liczba łączników pośrednich przypadających na jeden rygiel,
 E – moduł sprężystości podłużnej materiału blachy lub płatwi,
 ν – liczba Poissona,
 t – grubość blachy netto,
 h – wysokość fałdy.

4. Numeryczny model obliczeniowy tarczy dachu

Numeryczny model obliczeniowy analizowanej tarczy dachu składa się z kilku składników opisanych za pomocą metody elementów skończonych. Zasady modelowania układów ze współpracującą blachą fałdową opracowano w [4], później udoskonalano je na przykład w [5] i opatrzono komentarzem (patrz [3]). Studiowany w referacie model sformułowano w sposób analogiczny, stosując dodatkowe, własne procedury. Obliczenia przeprowadzono w zakresie liniowo sprężystym, dla symulacji trójwymiarowego fragmentu

konstrukcji dachowej, wprowadzając siłę skupioną obciążającą rygiel podparty swobodnie na podporze ślizgowej (rys. 2).

4.1. Modelowanie blachy trapezowej

Składnik ten opisano za pomocą dyskretnego modelu tarczy ortotropowej o stałej grubości. Macierz sztywności elementu tarczy ortotropowej podano niżej:

$$[E_{eq}] = \frac{t}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \begin{bmatrix} E_{xx} & \nu_{yx}E_{xx} & 0 \\ \nu_{xy}E_{yy} & E_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu_{xy}\nu_{yx})G_{xy} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Zakłada się, że lokalna oś układu współrzędnych y jest zgodna z kierunkiem tworzących profil blachy. Moduł sprężystości podłużnej E_{yy} jest równy modułowi sprężystości podłużnej stali E , który należy zredukować wartością stosunku długości linii rozwinięcia do szerokości profilu blachy. Wartość E_{xx} określa się, mnożąc moduł Younga przez stosunek momentu bezwładności przekroju poprzecznego (prostokątnego) tarczy zastępczej do momentu bezwładności rzeczywistej blachy trapezowej.

Liczba Poissona ν_{xy} pozostaje równa 0,3 [11], natomiast w kierunku yx mnoży się tę wartość przez stosunek E_{xx} do E_{yy} .

Literatura podaje, że moduł odkształcenia postaciowego wyznacza się doświadczalnie lub obliczeniowo. Do celów niniejszej analizy zastosowano podejście analityczne z uwzględnieniem wartości policzonych w rozdziale 3. Wzór wykorzystujący znane zależności dla kąta odkształcenia postaciowego i naprężeń ścinających tarczy ma następującą postać:

$$G_{xy} = \frac{a_p}{b_p t (c_{1.1} + c_{1.2})} \quad (2)$$

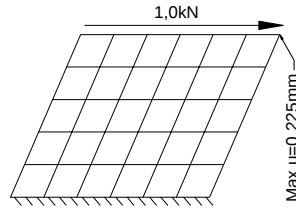
Ostatecznie macierz sztywności tarczy ortotropowej oblicza się jak niżej:

$$[E_{eq}] = \begin{bmatrix} 4,4 & 1,3 & 0 \\ 1,3 & 189650,2 & 0 \\ 0 & 0 & 2297,0 \end{bmatrix} \frac{kN}{m} \quad (3)$$

Przemieszczenie od siły jednostkowej dla samego arkusza blachy powinno wynosić:

$$(c_{1.1} + c_{1.2}) \cdot 1,0 \text{ kN} = \left(0,205 \frac{mm}{kN} + 0,018 \frac{mm}{kN} \right) \cdot 1,0 \text{ kN} = 0,223 \text{ mm} \quad (4)$$

Prosty model obliczeniowy z zastosowaniem wspornikowej płyty ortotropowej PSN, o wymiarach pojedynczej przepony, obciążono wzdłuż przesuwnej krawędzi siłą jednostkową. Otrzymano przemieszczenie o wartości 0,225 mm (rys. 4), które jest bliskie przemieszczeniu otrzymanemu ze wzoru (4). Zbieżność wyników sugeruje poprawność obliczonych wartości macierzy sztywności.



Rys. 4. Kształt deformacji testowanej pojedynczej przepony

4.2. Modelowanie połączeń

Składnik ten zamodelowano elementem skończonym ramy przestrzennej. Potrzebne charakterystyki zastępcze przekrojów elementów symulujących połączenia, ustalono na podstawie podatności łączników (w funkcji liniowej) sformułowanych według [1] oraz przekształconego wzoru na maksymalne ugięcie wspornika.

Podatność blachy w kierunku poprzecznym do tworzących fałdy w połączeniu płyt – rygiel wyznaczono na podstawie symulacji numerycznej blachy wspornikowej obciążonej jednostkową siłą poprzeczną.

Zastępczy moment bezwładności I_{eq} , obliczono, wykorzystując wzór (5), stosując założony wymiar elementu skończonego l_{eq} , podatność teoretyczną połączenia s oraz moduł sprężystości podłużnej stali E . Wyniki obliczeń dla poszczególnych łączników zestawiono w tabeli 2.

$$I_{eq} = \frac{l_{eq}^3}{3sE} \quad (5)$$

Tabela 2. Charakterystyki połączeń w przeponie

Typ połączenia	Długość elementu l_{eq} [mm]	Podatność teoretyczna s [mm/kN]	Zastępczy moment bezwładności I_{eq} [10^{-3} mm^4]
Główne blachy z płatwiami	2,0	0,15	84,66
Uszczelniające blachy z blachą	2,0	0,25	50,79
Pośrednie blachy z elementem brzegowym	12,0	0,15	18285,71
Łącznik płatwi z ryglem (praca w kierunku tworzących fałdy blachy trapezowej)	10	0,84	1889,64
Łącznik płatwi z ryglem (praca połączenia w płaszczyźnie blachy łącznika)	10	0,005	317460,32

5. Pozostałe składniki modelu i wyniki obliczeń numerycznych

Rygle główne o przekroju HEB 220 jako kolejne składniki, zamodelowano za pomocą elementów skończonych ramy przestrzennej. Zgodnie z założeniami eksperymentu, jeden z rygli jest podparty nieprzesuwnie w węzłach. Drugi rygiel (z przyłożoną siłą węzłową) jest ustawiony na podporze blokującej tylko przesuw w pionie.

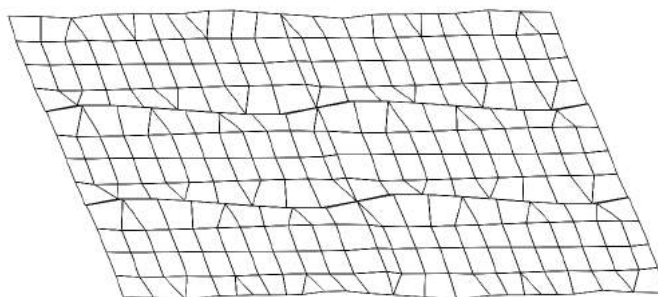
Płatwie o przekroju IPE180 są połączone z ryglami za pomocą elementów zastępczych o schemacie statycznym wspornika z wprowadzonymi do modelu obliczeniowymi charakterystykami wymienionymi w tabeli 2.

Idealizowana za pomocą tarczy ortotropowej blacha trapezowa, połączona jest z płatwiami zastępczymi łącznikami głównymi w rozstawie równym podziałce fałd. Podobnie symulowane są połączenia pośrednie. Arkusze blach łączone są ze sobą wzdłuż rzeczywistej krawędzi nieprofilowanej ekwiwalentnym typem połączeń uszczelniających.

Postać deformacji układu przy sile jednostkowej, w znacznie powiększonej skali względem wymiarów konstrukcji, przedstawiono na rysunku 5.

Z obliczeń numerycznych, uzyskano przy sile 33,0 kN, przemieszczenie tarczy wynoszące 9,47 mm. Oszacowane metodami analitycznymi, opisane w tym referacie i za pomocą aplikacji w pracy [6], przemieszczenie tarczy powinno wynosić:

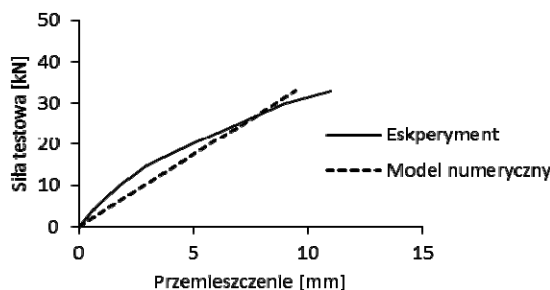
$$c_{tot} \cdot 33,0 \text{ kN} = 0,286 \frac{\text{mm}}{\text{kN}} \cdot 33,0 \text{ kN} = 9,44 \text{ mm} \quad (6)$$



Rys. 5. Postać deformacji analizowanej przepony (w znacznie powiększonej skali)

6. Porównanie wyników numerycznych i eksperymentalnych

Przeprowadzone obliczenia porównano z wynikami eksperymentu opisanego w rozdziale 2 i pracy [6]. Relację między obliczeniami wg proponowanego modelu numerycznego i wynikami badań doświadczalnych pokazano na rysunku 6.



Rys. 6. Wykres zależności siła – przemieszczenie według badań [6] oraz modelu numerycznego

7. Wnioski

1. Wykres przedstawiony na rysunku 6 wskazuje na zbieżność wyników otrzymanych za pomocą zaprezentowanego modelu obliczeniowego z rezultatami eksperymentu.
2. Proponowana metoda może mieć zastosowanie praktyczne np. w projektowaniu obiektów budowlanych, wykonywaniu ekspertyz budowlanych itp. Warte przestudiowania jest również możliwość obliczeń dachów o nieregularnych kształtach.
3. Proponowany model nie jest skomplikowany pod względem jego struktury matematycznej, a obliczenia nie wymagają oprogramowania stosowanego w studiach naukowych typu ABAQUS, ANSYS itp., a wystarcza bardziej dostępne oprogramowanie inżynierskie, jakim jest Autodesk Robot Structural Analysis.

4. W dalszych pracach należy rozważyć zastosowanie do symulacji blachy elementów skończonych o większej liczbie stopni swobody niż typu tarczowego, których użyto w przedstawionym modelu.

Praca powstała w ramach pracy statutowej S/WBiŚ/2/2012.

Literatura

1. European Recommendations for the Application of Metal Sheeting Acting as a Diaphragm. Stressed Skin Design, ECCS-TWG 7.5, 1995.
2. Höglund T., 2002. Stabilisation by stressed skin diaphragm action. Publication 174, SBI Stockholm.
3. Bródka J., Garncarek R., Miłaczewski K., 1999. Blachy fałdowe w budownictwie stalowym. Arkady Warszawa.
4. Atrek E., Nilson A.H., 1976. Non-linear finite element analysis of light gage steel shear diaphragms. School of Civil and Environmental Engineering at Cornell University Ithaca, New York.
5. Anderson G.A., 1987. Evaluation of light-gauge metal diaphragm behavior and the diaphragms interaction with post frames. Iowa State University.
6. Garncarek R.J., Szlendak J.K., Dziatkowski T., 2005. Badanie zachowania się hali stalowej oraz fragmentu tarczy dachowej. Projektowanie koncepcyjne, kształtowanie konstrukcji, konstrukcje z blach fałdowych, konstrukcje cięgnowe. Tom 2, Rzeszów, 147-158.
7. Szlendak J., da Silva L., 2001. Próba uwzględnienia elementów obudowy w obliczeniach sztywności hali przemysłowej. Inżynieria i Budownictwo 8, 457-459.
8. Garncarek R., Dziatkowski T., 2000. Obliczanie tarcz dachowych z otworami. Konstrukcje stalowe 6, 45-47.
9. Ahmed E., Badaruzzaman Wan W.H., 2003. Equivalent Elastic Analysis of Profiled Metal Decking Using Finite Element Method, Steel Structures 3, 9-17.
10. Yiu P.K.A., 1987. Profiled Sheet Claddings as Diaphragms – A General Review. Building Research Association of New Zealand Study Report SR1, New Zealand.
11. PN-EN 1993-1-1: 2006 Eurokod 3 – Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
12. PN-EN 1993-1-3: 2006 Eurokod 3 – Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-3: Reguły ogólne. Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno.

Application of finite element analysis for modeling of roof diaphragm

Marcin Gryniiewicz, Jerzy K. Szlendak

*Faculty of Civil and Environmental Engineering, Bialystok University of Technology,
e-mail: marcin.gryniiewicz@gmail.com, jerzy.szlendak@gmail.com*

Abstract: The subject of this paper is the calculation method for diaphragm action for the steel structures covered by trapezoidal sheets. An example for part of such roof is shown. All components are defined with their theoretical stiffness to build discrete system in Finite Element Method. Simulation has made in Autodesk Robot Structural Analysis Software often practically used by designers. Results are compared to real displacements obtained by tests. This paper should be considered also as an introduction to further studies aimed to reduce complexity and effort in common design practice connected with stressed skin diaphragm action.

Keywords: sheeting, stressed skin diaphragm action, finite element method, stiffness, orthotropic plate

Monitorowanie nośności i niezawodności wiązarowych przekryć hal

Zbigniew Kowal, Rafał Piotrowski, Monika Siedlecka

Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach,
e-mail: zbigko@tu.kielce.pl, rafalp@tu.kielce.pl, monikach@tu.kielce.pl

Streszczenie: W pracy szacowano nośność i niezawodność konstrukcji wiązarów stosowanych w przekryciach dachowych na podstawie zbudowanego algorytmu wykorzystanego w arkuszu kalkulacyjnym Microsoft Excel*. Wzięto pod uwagę oszacowanie trendu zmniejszania się nośności statycznie wyznaczalnych wiązarów klasy RC1, RC2 i RC3 w funkcji liczby elementów sprawczych. Pokazano też celowe zwiększanie nośności systemu wiązarów za pomocą stężeń zmuszających wiązary do współpracy w przenoszeniu obciążeń zewnętrznych. Zamieszczono przykłady oszacowania.

Słowa kluczowe: probabilistyczna optymalizacja, nośność i niezawodność

1. Wprowadzenie

W podręcznikach, np. [1, 2], przedstawione są koncepcje wiązarowych przekryć hal, w których ich geometryczną niezmiennosć w przestrzeni trójwymiarowej wymusza się za pomocą stężeń pościowych poprzecznych i podłużnych oraz stężeń poprzecznych między wiązarami. Zadaniem stężeń jest zmiana wiązarów płaskich w geometrycznie niezmiennie ustroje przestrzenne.

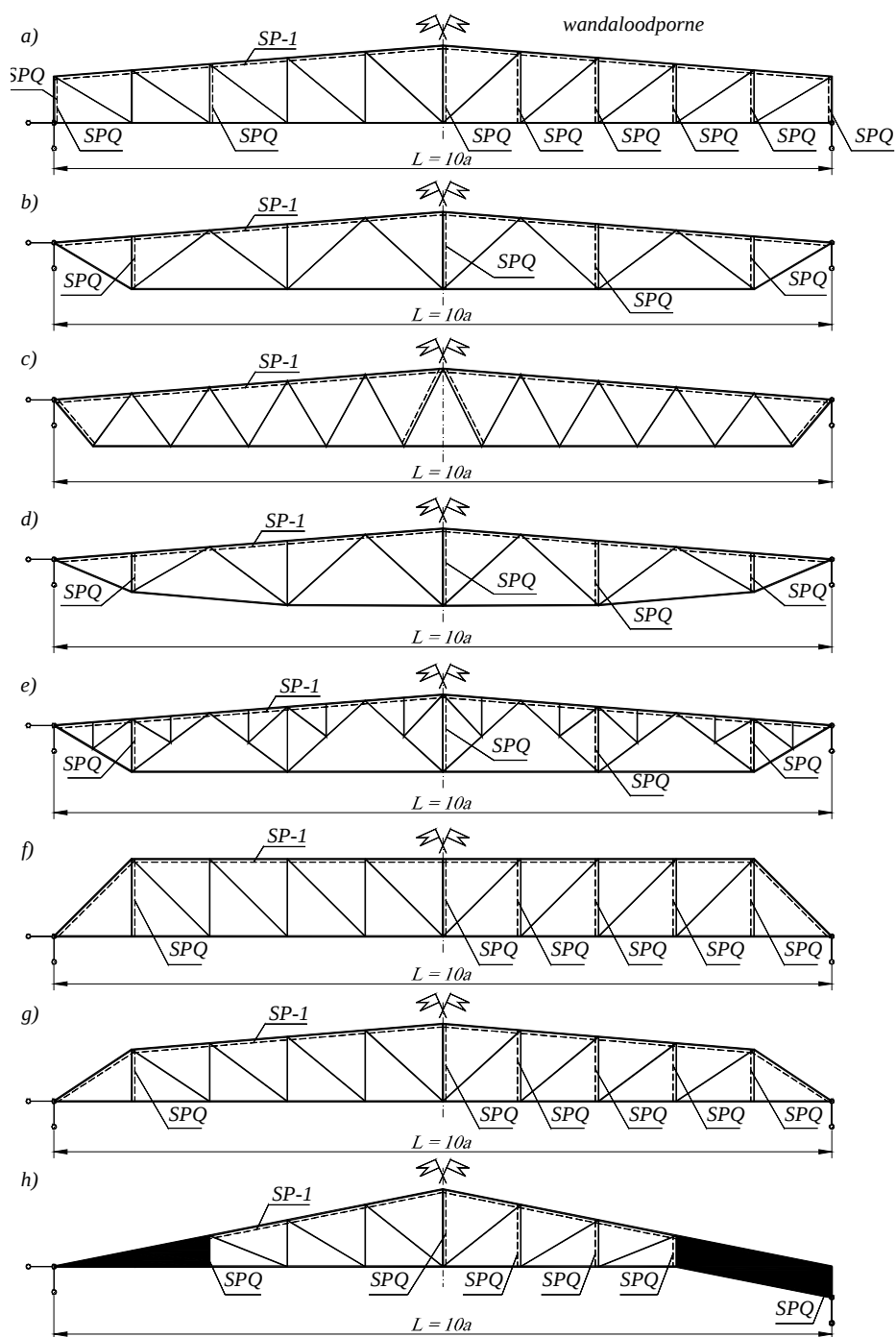
Na rysunku 1 przedstawiono przykładowe schematy statyczne wiązarów, na których linią przerywaną przedstawiono rozmieszczenie stężeń.

Ze względu na optymalizację nośności i niezawodności [3] istotnym zagadnieniem jest wyróżnienie konstrukcji kratownic geometrycznie niezmiennych przy założeniu przegubowych połączeń prętów w węzłach. W takich konstrukcjach o połączeniach sztywnych nie występują pułapki nośności [4]. W przypadku sprzęgania elementów głównych za pomocą stężeń do współpracy występuje efekt zwiększenia ich nośności i niezawodności. Należy nadmienić, że wprowadzenie sztywnych połączeń w węzłach sprężysto-plastycznych elementów w zasadzie zwiększa nośność takich konstrukcji.

Badanie synergetycznego zwiększania się nośności wskazują na ważność sprzęgania elementów głównych wyróżniających się większą masą. Na rysunku 1 po prawej stronie z napsem „wanadalooodporne” przedstawiono system z kompletem stężeń istotnie zwiększającym nośność i niezawodność systemu powyżej uregulowań normowych.

Na rysunku 1 zaznaczono symbolicznie linią przerywaną przykładowe stężenia wiązarowych przekryć hal, których zadaniem jest wymuszenie ich geometrycznej niezmiennosć poprzez blokowanie przestrzennej swobody ruchu węzłów zwłaszcza w pasach ściskanych.

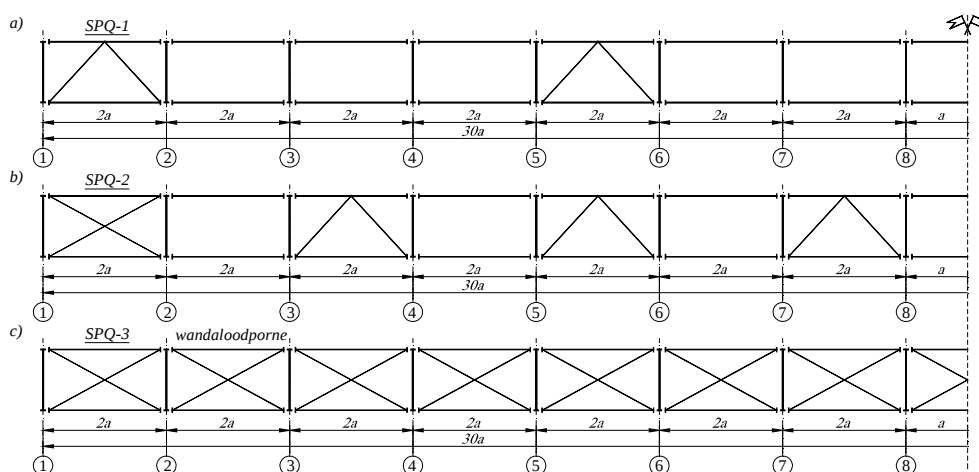
* Szacowanie trendów kwantyli nośności i niezawodności hal wiązarowych, Arkusz kalkulacyjny Microsoft Excel, Kielce 2015.



Rys. 1. Przykładowe więzary przekryć hal różniące się niezawodnością: SP-1 – stężenie połaciowe poprzeczne, SPQ – stężenie poprzeczne międzywiązarowe

W rozwiązaniach geometrycznych na ogół nie zwraca się uwagi na synergetyczne efekty rozwiązywania stężeń sprzęgających zwłaszcza główne elementy konstrukcji w **kinematycznie dopuszczalnych mechanizmach zniszczenia (KDMZ)**. Należy nadmienić, że **synergetyczne właściwości elementów racjonalnie stężonych** można rozpoznać nie tylko na podstawie probabilistycznej optymalizacji konstrukcji [3], lecz również metodami klasycznej mechaniki budowli konstrukcji przestrzennych. Brak takiej wiedzy prowadzi nieraz do pozornego oszczędzania masy konstrukcji stężeń kosztem zmniejszenia nośności i niezawodności systemu a także kosztem zwiększenia częstości występowania awarii i katastrof oraz zwiększania zasięgu (rozmiarów) katastrof.

Na rysunku 2 przedstawiono przykłady realizowanych koncepcji stężeń wiązarów konstrukcji hali. Na niezawodność wielkich systemów konstrukcyjnych ujemny i znaczący wpływ ma niezawodność połączeń elementów. Ograniczenie tego wpływu wymaga przestrzegania zasady: niezawodność połączeń powinna być większa od niezawodności łączonych elementów.



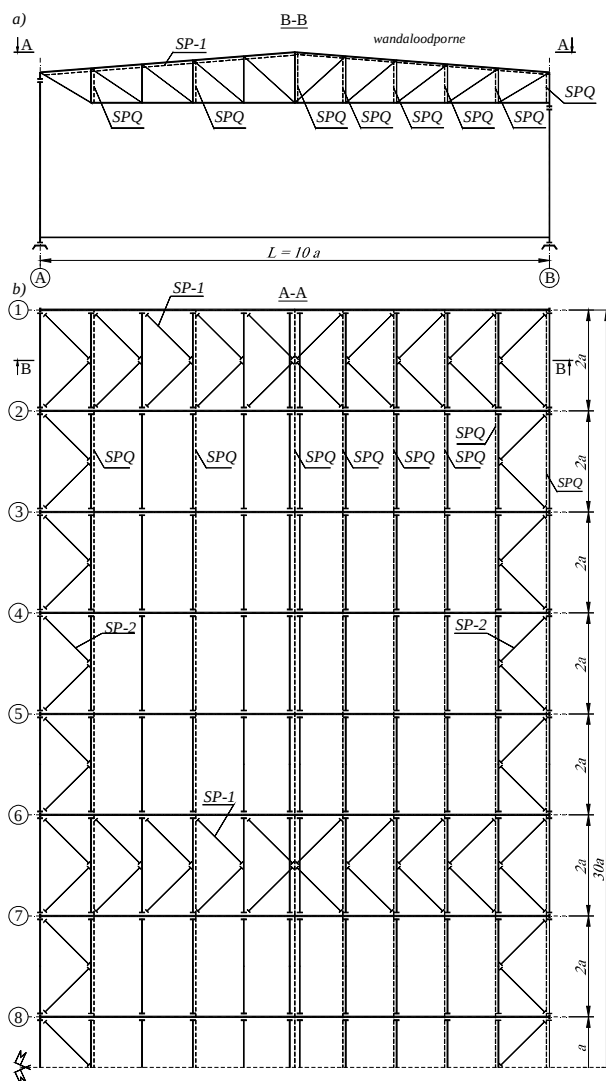
Rys. 2. Realizowane koncepcje stężeń blokujących swobodę ruchu węzłów w wiązarach płaskich: SPQ – stężenie poprzeczne międzywiązarowe

Na rysunku 2a pokazano minimalne stężenie poprzeczne między wiązarami płaskimi umożliwiające utrzymanie geometrycznej niezmienności ustroju w czasie eksploatacji.

Na rysunku 2b przedstawiono stężenia poprzeczne ułatwiające zachowanie geometrycznej niezmienności przekrycia również w czasie montażu.

Na rysunku 2c pokazano ciągłe stężenia poprzeczne między wiązarami ułatwiające montaż i zapewniające sprzężenie nośności między wiązarami umożliwiające wzajemne synergetyczne przekazywanie obciążeń pomiędzy wiązarami. Takie stężenia nazwano wandaloodpornymi, gdyż zwiększają nośność i niezawodność systemu oraz ograniczają rozmiary awarii lub katastrofy. Sprzężenie ciągłe już powyżej 5 wiązarów najczęściej przywraca nośność i niezawodność przekrycia zalecaną w normie [5].

Na rysunku 3 przedstawiono przykładową koncepcję konstrukcji hali, w której rozdzielono generalnie KDMZ systemu przekrycia i słupów.



Rys. 3. Przykładowy schemat statyczny haliz przekryciem wiązarowym: SP-1 – stężenie połaciowe poprzeczne, SP-2 – stężenie połaciowe podłużne sprzęgające głowice słupów, SPQ – stężenie poprzeczne międzywiązarami

2. Oszacowanie nośności i niezawodności wiązarowych przekryć hal

2.1. Algorytm szacowania trendów kwantyli nośności i niezawodności hal wiązarowych

Do oszacowania nośności i niezawodności wiązarowych przekryć hal wg prac [3, 6-9] zbudowano arkusz kalkulacyjny Microsoft Excel* wg następującego algorytmu:

1. Ustalenie KDMZ ustroju (elementu głównego) i systemu (złożonej konstrukcji metalowej).
Elementy sprawcze (elementy, których usunięcie powoduje zmniejszenie nośności i niezawodności ustroju) – **pręty, słupy, połączenia**

2. Ustalenie zgodnie z [5] klasy niezawodności (RC1, RC2, RC3) elementów i przyjęcie odpowiadającego jej wskaźnika niezawodności t_2 elementu sprawczego – wskaźnik niezawodności β [5] w pracy nazwano t_2 , gdyż wzięto pod uwagę wpływ geometrycznej topologii na niezawodność a nie na zużycie materiału.
3. Odczytanie z tablic rozkładu normalnego niezawodności p_1 pojedynczego elementu sprawczego wg wskaźnika niezawodności t_2 .
4. Oszacowanie awaryjności q_1 pojedynczego elementu sprawczego wg zależności (1):

$$q_1 = 1 - p_1 \quad (1)$$

Wiązary statycznie wyznaczalne

5. Ustalenie liczby n elementów sprawczych ustroju.
6. Ustalenie liczby (np. $2 \cdot n$) połączeń.
7. Oszacowanie niezawodności p_w wiazara wg zależności (2) [9]: $p_w = 1 - n \cdot q_1$ (2)
8. Odczytanie z tablic rozkładu normalnego wskaźnika niezawodności wiazara t_w dla niezawodności wiazara p_w .
9. Założenie współczynnika zmienności nośności pojedynczego elementu v_1 .
10. Zmniejszenie s_w nośności wiazara wg zależności (3) wynosi [9]:

$$s_w = \frac{1 - t_2 \cdot v_1}{1 - t_w \cdot v_1} \quad (3)$$

System wiazarów niesprężonych

11. Ustalenie liczby m wiazarów niesprężonych (połączonych szeregowo z punktu widzenia niezawodności).
12. Ustalenie liczby n_{iw} elementów sprawczych systemu (4): $n_{iw} = m \cdot n$ (4)
13. Oszacowanie niezawodności p_{iw} systemu wg zależności (5): $p_{iw} = 1 - n_{iw} \cdot q_1$ (5)
14. Odczytanie z tablic rozkładu normalnego [10] wskaźnika niezawodności t_i systemu dla p_{iw} .
15. Oszacowanie współczynnika s_i zmniejszenia nośności systemu wg zależności (6):

$$s_i = \frac{1 - t_w \cdot v_1}{1 - t_i \cdot v_1} \quad (6)$$

System wiazarów równolegle sprzężonych stężeniami

16. Ustalenie liczby m wiazarów sprzężonych w systemie.
17. Ustalenie liczby m_0 elementów sprawczych przy uwzględnieniu asekuracji [10]:

$$m_0 = m - 1 \quad (7)$$

18. Oszacowanie współczynnika zmienności v na podstawie zależności (8):

$$v = \frac{v_1}{\sqrt{m_0}} \quad (8)$$

19. Oszacowanie współczynnika s_s zwiększenia nośności systemu sprzężonych wiazarów [3]

$$s_s = \frac{1 - t_w \cdot v}{1 - t_w \cdot v_1} \quad (9)$$

2.2. Oszacowania numeryczne

Pokazane na rysunku 2a oraz rysunku 2b po dwa wiazary stężone poprzecznie w co 2. lub co 6. polu realizują poprawnie tylko geometryczną niezmiennosc systemu wiazarów.

Wiązary stężone wg rysunku 2c realizują równoległe sprzężenie wiązarów. Porównajmy nośność i niezawodność odrębnych wiązarów z wiązarami stężonymi poprzecznie wg rysunku 2c, wyróżniając się współpracą sąsiadujących wiązarów jako elementów głównych.

Przyjmując, że elementy konstrukcji są zwymiarowane zgodnie z obowiązującymi normami [11] i spełniają wskaźnik niezawodności $t_2 = 3,8$ a zalecany [9] kwantyl nośności połączeń N_{kp} w dwóch wariantach: 1) nośność połączeń jest większa o klasę od kwantyla nośności N_{ke} łączonych elementów i 2) nośność połączeń jest równa kwantylowi nośności N_{ke} łączonych elementów. Weźmy też pod uwagę założenia: 1) nośność obliczeniowa elementów konstrukcji jest kwantylem nośności rozkładu normalnego klasy RC2 o wskaźniku niezawodności $t_2 = 3,8$, 2) niezawodność wiązarów jest niezależna od niezawodności słupów. Oczywiście pominięto działanie służb asekuracyjnych.

W przykładzie występują dwie grupy wirtualnych kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia: 1. grupa **KDMZ** obejmuje 2 x 16 słupów, 2. grupa **KDMZ** 16 wiązarów. Do oszacowania trendów kwantyli nośności i niezawodności p wiązarów i słupów zbudowano arkusz kalkulacyjny*. W zamieszczonych niżej przykładach pominięto KDMZ słupów.

Elementy sprawcze

Przy założeniu klasy niezawodności RC2 o wskaźniku niezawodności $t_2 = 3,8$ pojedynczy element sprawczy ma niezawodność $p_1 = 0,999.927.652$ oraz awaryjność $q_1 = 0,000.072.348$. Współczynnik zmienności nośności przyjęto na poziomie $v_1 = 0,08$.

Kwantyl nośności pojedynczego elementu sprawczego wynosi [3]:

$$N_{1k} = E(N_1) [1 - t_2 \cdot v_1] = 0,696 E(N_1)$$

Rozpatrzmy KDMZ obejmujący 16 wiązarów niesprężonych z punktu widzenia niezawodności – jest to przypadek zastosowania stężeń poprzecznych między wiązarami wg rysunku 2a lub 2b.

Oszacowanie przeprowadzono w dwóch wariantach.

Wariant 1. Nośność połączeń jest większa o klasę od kwantyla nośności N_{ke} łączonych elementów.

Wiązar statycznie wyznaczalny

W każdym wiązarze występuje 41 prętów sprawczych ($n = 41$).

Oszacowanie niezawodność pojedynczego (wyodrębnionego) wiązara wynosi:

$$p_w = 1 - n \cdot q_1 = 0,997.033.730, \text{ a wskaźnik niezawodności } t_w = 2,7515 < t_2 = 3,8.$$

Oszacowanie współczynnika s_w zmniejszenia nośności ustroju [9] wg zależności wynosi:

$$s_w = \frac{1 - t_2 \cdot v_1}{1 - t_w \cdot v_1} = \frac{0,696}{0,780} = 0,892$$

System wiązarów niesprężonych

Niezawodność systemu złożonego z $m = 16$ wiązarów (liczba elementów sprawczych: $n_{16w} = 16 \cdot 41 = 656$) łączonych szeregowo z punktu widzenia niezawodności wynosi: $p_{16w} = 0,952.539.683$, a wskaźnik niezawodności $t_i = 1,6700 < t_2 = 3,8$.

Oszacowanie współczynnika s_i zmniejszenia nośności systemu wg zależności [9]:

$$s_i = \frac{1 - t_w \cdot v_1}{1 - t_i \cdot v_1} = \frac{0,780}{0,866} = 0,901$$

Wariant 2. Nośność połączeń jest równa kwantylowi nośności N_{ke} łączonych elementów.

Wiązar statycznie wyznaczalny

W każdym wiążarze występuje 41 prętów sprawczych i 2×41 połączeń, co daje łącznie $n = 123$ elementy sprawcze.

Oszacowanie niezawodności pojedynczego (wyodrębnionego) wiązara wynosi [9]:

$$p_w = 1 - n_w \cdot q_1 = 1 - 123 \cdot 0,000,072,348 = 0,991,101,191, \text{ a wskaźnik niezawodności}$$

$$t_w = 2,3698 < t_2 = 3,8$$

Oszacowanie współczynnika s_w zmniejszenia nośności ustroju wg zależności [9]:

$$s_w = \frac{1 - t_2 \cdot v_1}{1 - t_w \cdot v_1} = \frac{0,696}{0,810} = 0,859$$

System 16 wiązarów niesprężonych (rys. 2a) stwarzający zagrożenie

Niezawodność systemu złożonego z $m = 16$ wiązarów (liczba elementów sprawczych: $n_{16w} = 16 \cdot 123 = 1968$) połączonych szeregowo z punktu widzenia niezawodności wynosi:

$$p_{16w} = 0,857,619,050, \text{ a wskaźnik niezawodności } t_i = 1,0697 < t_2 = 3,8.$$

Oszacowanie współczynnika s_i zmniejszenia nośności systemu wg zależności [9]:

$$s_i = \frac{1 - t_w \cdot v_1}{1 - t_i \cdot v_1} = \frac{0,810}{0,914} = 0,886$$

Wiązary równolegle sprzężone stężeniami poprzecznymi wg rysunku 2c

Rozpatrzmy KDMZ obejmujące 5 wiązarów równolegle sprzężonych z punktu widzenia niezawodności za pomocą stężeń poprzecznych między wiązarami wg rysunku 2c, w przypadkach gdy nośność połączeń jest większa o klasę od kwantyla nośności N_{ke} łączonych elementów.

Mamy wówczas 10 KDMZ pasów górnych wiązarów, 10 KDMZ pasów dolnych wiązarów 10 KDMZ krzyżulców wiązarów oraz 11 KDMZ słupków wiązarów zawierających po $m = 5$ elementów sprawczych.

Uwzględniając asekurację liczba elementów sprawczych w poszczególnych, KDMZ wynosi:

$$m_0 = m - 1 = 5 - 1 = 4$$

Oszacowanie współczynnika zmienności v :

$$v = \frac{v_1}{\sqrt{m_0}} = \frac{0,08}{\sqrt{4}} = 0,04$$

Oszacowanie współczynnika s_s zwiększenia nośności systemu [3]:

$$s_s = \frac{1 - t_w \cdot v}{1 - t_w \cdot v_1} = \frac{1 - 2,7515 \cdot 0,04}{1 - 2,7515 \cdot 0,08} = 1,011$$

3. Podsumowanie

System ze stężeniami oznaczonymi po prawej stronie rysunku 1 linią przerywaną, nazwano „wandalooodpornym”, gdyż stężenia takie znacząco zwiększają nośność i niezawodność systemu powyżej uregulowań normowych oraz ograniczają rozmiary awarii lub katastrofy systemu.

Sprężenie ciągłe, oznaczone po lewej stronie rysunku 1 wg rysunku 2c linią przerywaną, już powyżej 5 wiązarów najczęściej przywraca nośność i niezawodność przekroczenia zalecaną w normie [9].

Literatura

1. Biegus A., 2003. Stalowe budynki halowe. Arkady Warszawa.
2. Łubiński M., Żółtowski W., 2008. Konstrukcje metalowe. Cz. I i II, Arkady Warszawa.
3. Kowal Z., 2014. Instruments of probabilistic optimisation of load bearing capacity and reliability of statically indeterminate complex structures. Archives of Civil Engineering LX(1), 77-90.
4. Kowal Z., 2001. Hazards associated with the load-bearing capacity of bar space structures during assembly and performance. Promysławobudownictwo ta inżynierisporudy, Kijów, 3, 34-40.
5. PN-EN 1990: 2004 Eurokod. Podstawy projektowania konstrukcji.
6. Kowal Z., 2012. Probabilistyczna optymalizacja nośności słupów stalowych konstrukcji hal konwencjonalnych. ZNPR, Bud. i Inż. Środowiska 283(59), Nr 3//II, 185-192.
7. Kowal Z., 2010. Wymiarowanie połączeń prętów w kratownicach z punktu widzenia niezawodności konstrukcji, Materiały z 56. Konferencji Naukowej KILiW PAN oraz Komitetu Nauki PZITB Problemy naukowo-badawcze budownictwa, Kielce – Krynica, 19-24.09.2010, 675-682.
8. Kowal Z., 2011. The formation of space bar structures supported by the system reliability theory. Archives of Civil and Mechanical Engineering XI(1), 115-133.
9. Kowal Z., 2013. On Adjusting the Load Bearing Capacity of Decisive Members to Reliability Classes of Statically Determinate Complex Structures. Archives of Civil Engineering LIX(1), 131-142.
10. Kowal Z., Piotrowski R., Siedlecka M., 2014. Asekurowany segment energoaktywny hali przekryty strukturą zredukowaną ze ściągiem. Materiały z Konferencji ZK2014 Konstrukcje Metalowe, Zwiąże referaty, Kielce, 36-39.
11. PN-EN 1993-1 Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych.

Monitoring of bearing capacity and reliability of hall truss girder systems

Zbigniew Kowal, Rafał Piotrowski, Monika Siedlecka

*Faculty of Civil Environmental Engineering and Architecture, Kielce University of Technology,
e-mail: zbigko@tu.kielce.pl, rafalp@tu.kielce.pl, monikach@tu.kielce.pl*

Abstract: The paper presents an estimation of bearing capacity and reliability of structures used for truss girder systems. The estimation was based on an algorithm which was used in Microsoft Excel spreadsheet*. The estimation of a decreasing trend in bearing capacity for statically determinate trusses of RC1, RC2 and RC3 class as a function of the number of causative elements was taken into account. The paper presents also intended increase in the bearing capacity of the truss system with bracings which force trusses to cooperate in transferring loads. The examples of estimation were given.

Keywords: probabilistic optimisation, bearing capacity, reliability

Wpływ podatności węzłów podporowych na statykę i stateczność ram stalowych

Przemysław Krystosik

Wydział Inżynierii Lądowej, Środowiska i Geodezji, Politechnika Koszalińska,
e-mail: krystosik@wilsig.tu.koszalin.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono problem wpływu podatności na obrót węzłów podporowych na zachowanie się ram stalowych. Uwzględniono przy tym podatność na obrót podstaw słupów, jak również podatność samych stóp fundamentowych spoczywających na podłożu gruntowym. Sztywność zamocowania słupów w fundamentach określono zgodnie z wytycznymi EC3, natomiast sztywność układu fundament – podłoże gruntowe przeprowadzono za pomocą kilku różnych modeli podłoża: podłoża Winklera, półprzestrzeni sprężystej oraz metody elementów brzegowych (MEB) jako numerycznego ujęcia półprzestrzeni sprężystej. Na podstawie uzyskanych wyników dowiedziono, że w praktycznym projektowaniu sztywność fundamentu na obrót można określić, stosując także proste metody obliczeniowe. Ponadto na pewnym przykładzie liczbowym wykazano, że podatność układu stopa fundamentowa – podłoże, jak również podatność podstaw słupów może istotnie wpływać na statykę i stateczność ram stalowych.

Słowa kluczowe: ramy stalowe, węzły podatne, statyka, stateczność

1. Wprowadzenie

Ramy o węzłach podatnych, z uwagi na swoje zalety ekonomiczne, są częstym przedmiotem badań zarówno doświadczalnych, jak i teoretycznych. Obecnie już istnieje obszerna literatura nt. węzłów podatnych, np. [1-3], jak również ram z takimi węzłami, m.in. [4-6]. Samym tylko stalowym węzłem podatnym poświęcono również znaczną część eurokodu [7].

Należy zwrócić uwagę na fakt, że w literaturze przedmiotu są na ogół prezentowane wyniki analiz statyki i stateczności ram o węzłach podatnych z uwzględnieniem podatności m.in. węzłów podporowych w postaci podstaw słupów. We wspomnianych analizach pomija się interakcję konstrukcji z podłożem przyjmując, że fundament zagłębiony w podłożu gruntowym jest niepodatny na obrót. Założenie, w którym stopa fundamentowa jest sztywno zamocowana w gruncie może budzić pewne wątpliwości, ponieważ przypadek ten pomija obrót stopy spowodowany działaniem momentu utwierdzenia. Zjawisko to zawsze prowadzi do zmiany wartości sił wewnętrznych oraz przemieszczeń w ramie.

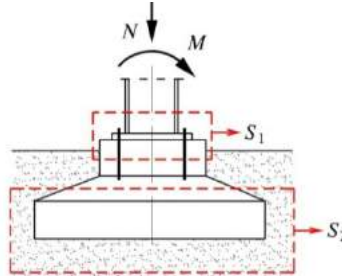
W pracy podjęto próbę określenia sztywności zamocowania ram stalowych w węzłach podporowych, uwzględniając zarówno podatność podstaw słupów, jak również podatność stóp fundamentowych spoczywających na podłożu gruntowym. Do określenia sztywności podstaw słupów wykorzystano zalecaną przez Eurokod [7] metodę składnikową. Ocenę sztywności na obrót fundamentów prostokątnych spoczywających na podłożu przeprowadzono, wykorzystując model podłoża typu Winklera oraz półprzestrzeni sprężystej, a także metodę elementów brzegowych (MEB) jako numeryczne ujęcie modelu półprzestrzeni sprężystej.

Ponadto w pracy przeprowadzono analizę statyczną i stateczności pewnej ramy niestężonej z uwzględnieniem podatności całego węzła podporowego.

Przedstawione w publikacji uwagi i wnioski mogą, zdaniem autora, znaleźć zastosowanie w praktycznym projektowaniu ram stalowych o węzłach podatnych.

2. Sztywność węzła podporowego ramy

Często wykorzystywanym rozwiązaniem w projektowaniu węzłów podporowych konstrukcji szkieletowych jest mocowanie słupów w stopach fundamentowych zagłębionych w gruncie (rys. 1).



Rys. 1. Podatny węzeł podporowy

W takich przypadkach sztywność na obrót całego węzła podporowego ramy uzależniona jest od dwóch rodzajów sztywności:

- sztywności S_1 zamocowania podstawy słupa w stopie fundamentowej,
- sztywności S_2 stopy fundamentowej zagłębionej w gruncie.

Zastępczą sztywność całego węzła podporowego, w zakresie sprężystym można wyznaczyć za pomocą prostej zależności

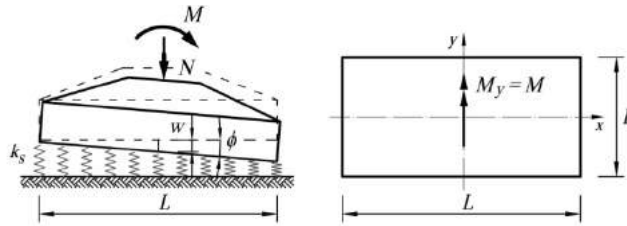
$$\frac{1}{S} = \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} \quad (1)$$

Problem określania realnej sztywności S_1 podatnych podstaw słupów jest dość dobrze znanym zagadnieniem. Również Eurokod 3 [7] wprowadził odpowiednie procedury oceny sztywności oraz nośności pewnego rodzaju podatnych podstaw słupów. Obszerne komentarze dotyczące obliczania połączeń słupów z fundamentami wg normy [7] przedstawiono m.in. w [8].

W literaturze przedmiotu jest natomiast niewiele informacji dotyczących sposobu uwzględniania podatności układu stopa fundamentowa – podłoże gruntowe w analizie ram stalowych. Spośród nielicznych prac omawiających problematykę podatności stóp fundamentowych spoczywających na podłożu gruntowym w analizie stalowych ustrojów ramowych można wymienić [9-11]. Należy również podkreślić, że w aktualnych normach brakuje procedur, które umożliwiałyby wyznaczenie charakterystyki sztywności na obrót S_2 układu stopa fundamentowa – podłoże gruntowe.

2.1. Sztywność układu stopa fundamentowa – podłoże Winklera

Model Winklera jest najprostszym, jednoparametrowym modelem podłoża gruntowego. W modelu tym zakłada się, że fundament jest podparty na nieskończonej liczbie elementów sprężystych, ustawionych na nieodkształcalnej powierzchni (rys. 2).



Rys. 2. Schemat układu stopy fundamentowa – podłoże Winklera

Jednym z prostszych sposobów na oszacowanie kąta obrotu ϕ sztywnego fundamentu prostokątnego mimośrodowo wciskanego w podłoże Winklera jest wykorzystanie wzoru Taylora [12]:

$$\phi = \frac{(1-\nu^2)}{E_0} \frac{M}{L^2 B} m \quad (2)$$

w którym m jest parametrem uwzględniającym wymiary fundamentu, obliczanym ze wzoru

$$m = \frac{16}{\pi \left(1 + 0,22 \frac{L}{B} \right)} \quad (3)$$

Przekształcając zależność (2) można otrzymać wzór na sztywność obrotową stopy fundamentowej

$$S_2 = \frac{M}{\phi} = \left(\frac{E_0}{1-\nu^2} \right) \frac{L^2 B}{m} \quad (4)$$

Równanie to było wykorzystywane przez autora do praktycznych obliczeń ram z podporowymi węzłami podatnymi [11].

2.2. Sztywność układu fundament – półprzestrzeń sprężysta

Sformułowanie ścisłego rozwiązania, które opisywałoby zachowanie się fundamentu spoczywającego na półprzestrzeni sprężystej jest możliwe tylko w nielicznych przypadkach. Na przykład Borowicka w [13], opierając się na rozwiązaniu *Flamanta*, przedstawił funkcje opisujące rozkład naprężeń i przemieszczeń mimośrodowo obciążonego fundamentu pasmowego. W [13] zamieścił także rozwiązanie przestrzennego zagadnienia mimośrodowo obciążonego stemplu kołowego o promieniu r . Wzór na obrót takiego stempla ma postać

$$\phi = \frac{1-\nu^2}{E_0} \frac{3Ne}{4r^3} \quad (5)$$

w którym e jest mimośrodem przyłożenia obciążenia N . Na podstawie równania (5), oraz po podstawieniu $Ne = M$, można łatwo uzyskać zależność na sztywność obrotową kołowej stopy fundamentowej

$$S_2 = \frac{M}{\phi} = \frac{E_0}{1-\nu^2} \frac{4}{3} r^3 \quad (6)$$

Zastępując w równaniu (6) promień koła r wyrażeniem $\sqrt[4]{BL^3/3\pi}$, (wyznacza się je przyrównując do siebie wzory na moment bezwładności powierzchni stopy kołowej

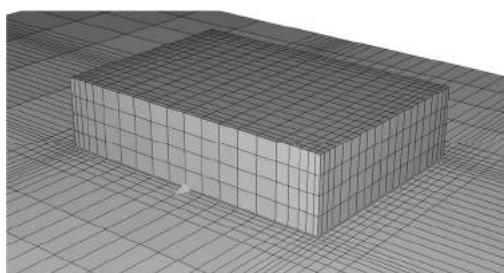
i prostokątnej) można również otrzymać przybliżony wzór na sztywność mimośrodowo obciążonego fundamentu prostokątnego.

2.3. Sztywność układu fundament-półprzestrzeń sprężysta w ujęciu MEB

Efektywny sposób analizy zagadnienia współpracy fundamentu z podłożem w postaci półprzestrzeni sprężystej można uzyskać, wykorzystując metodę elementów brzegowych (MEB), która obok metody elementów skończonych (MES) jest często wykorzystywana w analizie różnego typu zagadnień.

Otrzymanie rezultatu, które w MEB przedstawia się za pomocą równania całkowego, wymaga znajomości rozwiązania fundamentalnego. W przypadku półprzestrzeni sprężystej rozwiązaniem takim jest równanie Bousinessq'a (1872). Wykorzystanie tego równania pozwala formułować badane problemy za pomocą wielkości fizycznych tj. przemieszczeń i sił [14]. Dzięki temu, we względnie łatwy oraz efektywny sposób, można formułować i rozwiązywać złożone problemy inżynierskie.

Odpowiedź w postaci obrotu stopy fundamentowej obciążonej mimośrodowo, w ujęciu MEB uzyskano przy użyciu program SOFISTIK [15]. Układ fundament – podłoże gruntowe zamodelowano w postaci prostokątnego stempla zbudowanego z ośmiowęzłowych elementów bryłowych, który umieszczono na powierzchni brzegowej półprzestrzeni (rys. 3).



Rys. 3. Widok modelu stopy fundamentowej spoczywającej na powierzchni półprzestrzeni

W procesie modelowania przyjęto nierównomierną siatkę powierzchni brzegowej zagęszczając ją w obszarze krawędzi oraz naroży fundamentu, tj. w miejscach, gdzie dochodzi do dużych przyrostów naprężeń. Pozwoliło to zmniejszyć liczbę poszukiwanych przemieszczeń analizowanego układu.

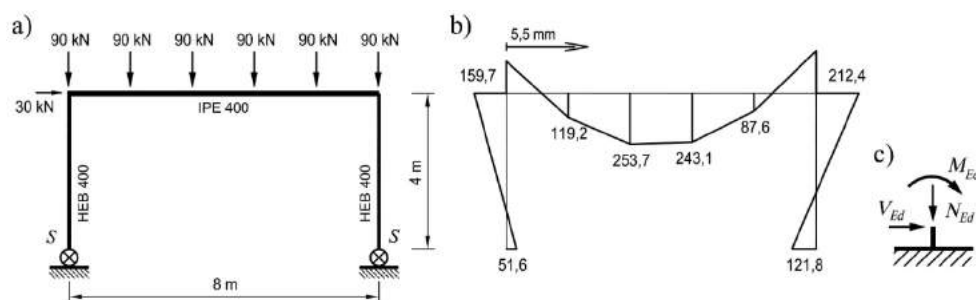
Powierzchnia kontaktu pomiędzy stopą fundamentową a półprzestrzenią zamodelowano za pomocą elementów przenoszących tylko ściskanie. Obciążenia wywołujące przemieszczenia pionowe oraz obrót fundamentu odwzorowano z użyciem obciążeń powierzchniowych przyłożonych do górnej powierzchni fundamentu.

Obliczenia wykonano metodą przyrostowo-iteracyjną.

3. Analiza ramy stalowej z podporowymi węzłami podatnymi

Problematykę podatności na obrót węzłów podporowych, a także wpływu tej podatności na zachowanie się ram stalowych przedstawiono na pewnym przykładzie liczbowym. Sprężystą analizę statyczną w ujęciu teorii II rzędu oraz analizę stateczności początkowej wg metody wartości własnych macierzy sztywności wykonano dla kilku przypadków. Do przeprowadzenia analiz wykorzystano program SOFISTIK.

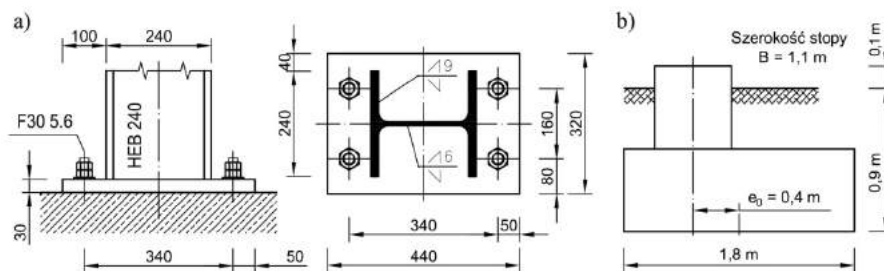
Przedmiotem obliczeń statycznych jest jednokondygnacyjna rama z podatnymi węzłami podporowymi (rys. 4). Węzły te uwzględniają zarówno sztywność S_1 połączenia słupa z fundamentem, jak również sztywność S_2 układu fundament-podłoże gruntowe.



Rys. 4. Analizowana rama stalowa: a) schemat statyczny analizowanej ramy, b) rozkład momentów zginających [kN·m] w ramie (przypadek I), c) układ sił działających na węzeł podporowy prawego słupa

Dane: stal S275, moduł sprężystości stali $E = 210$ GPa, rygiel ramy: IPE 400, słupy ramy: HEB 240, beton fundamentu: C 25/30.

W przyjętej ramie analizę statyczną rozpoczęto przy założeniu, że wszystkie węzły tej ramy są sztywne (przypadek I). Wyniki obliczeń tego przypadku, przedstawiające rozkład momentów zginających w ramie oraz przemieszczenia rygla ramy przedstawiono na rysunku 4b). Na siły w bardziej obciążonej, prawej podporze (rys. 4c) o wartościach: $M_{Ed} = 121,8$ kN·m, $N_{Ed} = 276,8$ kN, $H_{Ed} = 84,0$ kN zaprojektowano podstawę słupa oraz stopę fundamentową. Stosowne obliczenia przeprowadzono odpowiednio wg EC3 [7] oraz wg EC7 [16]. Węzeł podporowy ramy przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5. Węzeł podporowy ramy: a) podstawa słupa, b) stopa fundamentowa

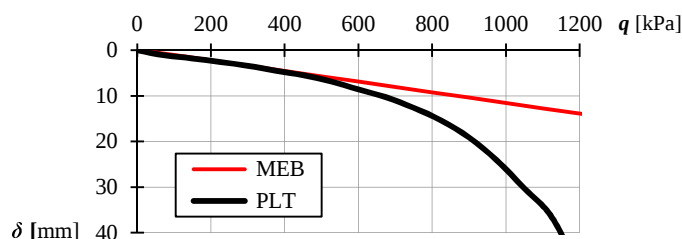
W obliczeniach fundamentu wykorzystano, określone eksperymentalnie, uśrednione parametry geotechniczne profilu podłoża [17], a także wielkości wyznaczone na etapie testowania modelu MEB (tabela 1). W procesie kalibracji tego modelu wykorzystano wyniki badania eksperymentalnego PLT, wykonanego na sztywnym fundamencie kwadratowym o boku 1 m [17].

Tabela 1. Parametry geotechniczne gruntu

1	Ciężar gruntu γ	20,9 [kN/m ³]
2	Kąt tarcia ϕ	32°
3	Spójność c	15 [kPa]
4	Moduł odkształcenia E_0	65 [MPa]
5	Współczynnik Poissona ν	0,25

Porównanie wyników eksperymentalnych PLT z obliczonymi z użyciem MEB osiadaniem tego fundamentu przedstawiono na rysunku 6. Jak łatwo zauważyć, realne

podłoże gruntowe przy względnie niedużych wartościach naprężeń pod fundamentem zachowuje się w przybliżeniu jak ośrodek sprężysty.



Rys. 6. Porównanie zależności q – w otrzymanych przy użyciu różnych modeli podłoża

Fundament węzła podporowego ramy zaprojektowano tak, aby otrzymany układ sił działających na stopę fundamentową nie powodował przy założeniu liniowego rozkładu oporu podłoża, odrywania się powierzchni fundamentu od podłoża. W efekcie wartość naprężeń pod środkiem stopy jest równa 17%, a pod bardziej obciążoną krawędzią stopy wynosi 34% wartości granicznego oporu podłoża $q_u = 917$ kPa.

Zgodnie z Eurokodem [7], a także na podstawie przedstawionych modeli podłoża oraz omówionych metod obliczeniowych określono początkowe sztywności składników zaprojektowanego węzła podporowego (tabela 2).

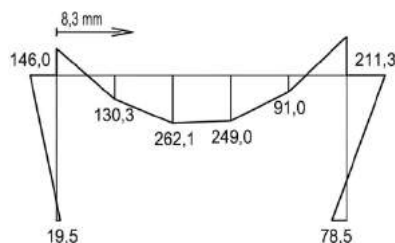
Tabela 2. Sztywność początkowa S [kN·m/rad]

Podstawa słupa	Układ fundament-podłoże gruntowe		
Wg EC3	wg wzoru (4)	wg wzoru (6)	wg MEB
$S_1 = 38,85 \times 10^3$	$S_2 = 65,99 \times 10^3$	$S_2 = 69,28 \times 10^3$	$S_2 = 72,58 \times 10^3$

Jak łatwo zauważyć, obliczone wartości sztywności utwierdzenia stopy w gruncie S_2 , pomimo użycia różnych modeli podłoża, są do siebie zbliżone. Ponadto, wartości sztywności S_1 oraz S_2 nie różnią się znacznie od siebie. Oznacza to, że każdy ze składników węzła podporowego ma podobny wpływ na zachowanie się analizowanej ramy.

Na podstawie obliczonej wg EC3 sztywności podstawy słupa S_1 oraz, wg wzoru (4), sztywności stopy fundamentowej S_2 określono zastępczą sztywność na obrót całego węzła podporowego – wzór (1) – uzyskując wartość $S = 24,45 \times 10^3$ kN·m/rad. Warto dodać, że użycie w obliczeniach sztywności pozostałych, przedstawionej w tabeli 2, sztywności S_2 nie wpływa istotnie na zmianę sztywności całego węzła na obrót.

Następnie, obliczone sztywności węzłów podporowych S uwzględniono w analizie statycznej ramy (przypadek II). Wyniki tych obliczeń przedstawiono w postaci rozkładu momentów zginających oraz przemieszczeń rygła ramy (rys. 7).



Rys. 7. Rozkład momentów zginających [kN·m] w ramie (przypadek II)

Uwzględnienie podatności podpór na obrót spowodowało uzyskanie bardziej realnych rozkładów sił przekrojowych oraz przemieszczeń w ramie. Łatwo zauważyć w tym przypadku istotne zmniejszenie momentów w przypodporowych przekrojach słupów. W bardziej wytężonym, prawym słupie momenty zginające uległy zmniejszeniu o 36%. Wraz ze zmianą wartości sił przekrojowych doszło do zwiększenia się o ponad 50% poziomych przemieszczeń ramy.

Oprócz obliczeń statycznych przeprowadzono również analizę stateczności rozpatrywanej ramy stalowej (rys. 3a), obciążonej tylko siłami pionowymi. Do wyznaczenia wartości siły krytycznej N_{cr} w słupach ramy użyto metody wartości własnych macierzy sztywności. Obliczenia wartości współczynnika długości wyboczeniowej μ tych słupów wykonano wg wzoru

$$\mu = \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{EI}{N_{cr}}} \quad (7)$$

Wyniki analizowanych przypadków, ramy o węzłach sztywnych (przypadek I) oraz ramy z podatnymi węzłami podporowymi (przypadek II), przedstawiono w tabeli 3.

Tabela 3. Wyniki analizy stateczności

Parametry	Przypadek I	Przypadek II
Siła krytyczna N_{cr} [kN]	13585	9377
Współczynnik μ	1,04	1,25

Obliczone wartość siły krytycznej N_{cr} w słupach ramy o węzłach podatnych jest mniejsza o 31% w stosunku odpowiedniej wartości określonej dla ramy o sztywnych węzłach podporowych. Spowodowało to zwiększenie o 20% długości wyboczeniowej słupów ramy z węzłami podatnymi.

4. Podsumowanie i uwagi końcowe

W pracy przedstawiono problematykę podatności na obrót węzłów podpórnych w obliczeniach ram stalowych. Zwrócono uwagę zarówno na podatność połączeń słupów z fundamentami, jak również podatność układu fundament – podłoże gruntowe. Przedstawiono również prosty sposób określenia zastępczej sztywności węzła podpórowego uwzględniając obydwa składniki tego węzła.

Na przykładzie pewnej ramy stalowej przeanalizowano wpływ podatności całego węzła podatnego na statykę i stateczność tej ramy. Prezentowane wyniki obliczeń ramy wskazują, że uwzględnienie w analizach bardziej realnych sztywności węzłów podpórnych ma duży wpływ na zachowanie się ramy. W analizie statycznej dotyczy to przede wszystkim zmniejszenia się momentów zginających w przypodporowych przekrojach słupów, a także wzrost poziomych przemieszczeń ramy. Uwzględnienie podatności węzłów podpórnych w obliczeniach stateczności ramy spowodowało znaczne zmniejszenie obciążenia krytycznego, co przełożyło się na zwiększenie długości wyboczeniowych słupów ramy.

Na podstawie analizy otrzymanych wyników łatwo zauważyć, że w określaniu sztywności układu stopa fundamentowa – podłoże gruntowe z powodzeniem mogą być stosowane również proste modele oraz metody obliczeniowe.

Uwzględnienie w obliczeniach obydwu składników węzła podpórowego poprawia odwzorowanie realnego zachowania się całej konstrukcji, co pozwala na bardziej ekonomiczne projektowanie nie tylko samych ram stalowych, ale także fundamentów.

Literatura

1. Lorenz R.F., Kato B., Chen W.F., 1993. Semi-rigid connection in steel frames. New York: McGraw-Hill Inc.
2. Kozłowski A., 1999. A review of models of semi-rigid steel column-beam connections. Archives of Civil Engineering I(XLII), 65-82.
3. Chen W.F., Kishi N., Komuro M., 2011. Semi-rigid connection. Handbook. J. Ross Publication.
4. G.Y., 1987. Non-linear analysis of plate frame structures with semi-rigid connection. [W:] Connection in steel structures, France.
5. Lorenz R.F., Chen W.F., Kato B., 1993. Analysis of members in semi-rigid unbraced (sway) frames. [W:] Semi-Rigid Connections in steel frames, McGraw-Hill Companies New York, 73-99.
6. Chen W.F., Goto Y., Liew J.Y.R., 1996. Stability design of semi-rigid frames. John Wiley & Sons, Inc. New York.
7. PN-EN 1993-1-8: 2006. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Cz. 1-8: Projektowanie węzłów.
8. Jasprat J.P., Wald F., Weynand K., Steenhuis C.M., 2008. Component method of steel column bases. Tom 53, nr 1/2, 2-30.
9. Eröz M., White D.W., Des Roches R., 2008. Direct analysis and design of steel frames accounting for partially restrained column base conditions. Journal of Structural Engineering 9(134), 1508-1517.
10. Stamatopoulos G.N., 2012. Contribution of the flexible supports to the distribution of the internal forces in steel frames. International Journal of Steel Structures 12(3), 419-426.
11. Pałkowski Sz., Krystosik P., 2011. Static analysis of steel frames with semi-rigid supporting joints. XII Międzynarodowa Konferencja Naukowa Konstrukcje Metalowe.
12. Bowles J.E., 1997. Foundation analysis and design. 5th ed., International Edition, McGraw-Hill Companies, Inc.
13. Borowicka H., 1943. Über ausmittig belastete, starre Platten auf elastisch-isotropem Untergrund. Ingenieur-Archiv XIV(1).
14. Aleynikov S.M., 1996. A boundary-integral equation approach for foundations resting on a deformable half-space with limit contact pressure. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics 20, 617-634.
15. SOFiStiK, 2011. Halfspace analysis for static soil-structure interaction. SOFiStiK AG Oberschleissheim.
16. PN-EN 1997-1:2008. Eurokod 7: Projektowanie geotechniczne. Część 1: Zasady ogólne.
17. Larsson R., 2001. Investigations and load tests in clay till. Swedish Geotechnical Institute, Linköping.

Influence of the semi-rigid supporting joints on the static and stability of the steel frames

Przemysław Krystosik

*Faculty of Civil Engineering, Environmental and Geodetic Sciences,
Koszalin University of Technology, e-mail: krystosik@wilsig.tu.koszalin.pl*

Abstract: The paper presents a problem of the influence of the rotational flexibility of supporting joints on the steel frames behaviour. Both, the flexibility of columns' bases, as well as the flexibility of footing foundation resting on the soil subgrade have been taken into account. The stiffness of columns' fastening in foundation was determined in accordance with EC3 guidelines, while the stiffness of the foundation – soil subgrade was carried out the use of few different subgrade models: Winkler's subgrade, elastic half-space and boundary element method (BEM), as a numerical approach of the elastic half-space. On the basis of obtained results it has been proved, that in practical design the rotational foundation stiffness can also be determined by using simple calculation methods. Furthermore, based on the certain numerical example it has been exposed, that the flexibility of the footing foundation – subgrade system, as well as flexibility of the column bases can significantly influence both the static and stability of steel frames.

Keywords: steel frames, semi-rigid joints, static, stability

Efekt dźwigni w śrubowych połączeniach kołnierzowych kształtowników zamkniętych okrągłych

Dariusz Leń¹, Lucjan Ślęczka²

¹ Instytut Politechniczny, Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Krośnie im. Stanisława Pigonia,
e-mail: dariusz_len@wp.pl

² Wydział Budownictwa, Inżynierii Środowiska i Architektury, Politechnika Rzeszowska,
e-mail: sleczka@prz.edu.pl

Streszczenie: Śrubowe połączenia kołnierzowe są często stosowane w prętowych konstrukcjach stalowych. W przypadku styków rozciąganych, bardzo istotnie wpływa na ich obliczanie efekt dźwigni, powstający na skutek deformacji giętnych blachy kołnierza. W przypadku kołnierzy niepełnych (posiadających otwór w celu wprowadzenia pręta w środek kołnierza) modelem obliczeniowym jest dźwignia jednostronna, gdzie siła obciążająca (pochodząca ze ścianki kształtownika) działa na większym ramieniu niż siła przeciwdziałająca (siła w śrubie) względem potencjalnego punktu obrotu kołnierza. Przy takim założeniu relacja między siłą obciążającą a siłą w śrubie wynika tylko i wyłącznie z proporcji długości ramion, na jakich działają te siły. Jednak wobec okrągłego kształtu kołnierza, jego zginanie ma charakter dwukierunkowy i deformacje giętne wywołujące efekt dźwigni zależą również od grubości kołnierza i jego średnicy. W pracy zaproponowano model składnikowy umożliwiający dokładne wyznaczenie rozkładu sił w takich połączeniach. Zaproponowane podejście skonfrontowano z rezultatami analiz przeprowadzonych za pomocą metody elementów skończonych.

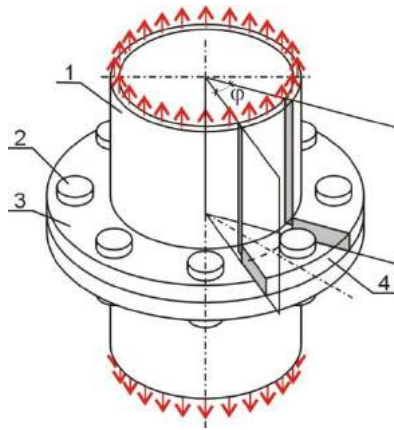
Słowa kluczowe: konstrukcje stalowe, połączenia śrubowe, efekt dźwigni, kształtowniki zamknięte okrągłe, metoda składnikowa

1. Wprowadzenie

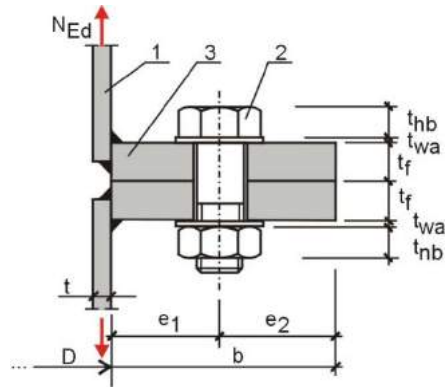
W konstrukcjach stalowych wykonanych z kształtowników takich jak rury czy pręty lite pełne, popularnym stykiem montażowym jest połączenie śrubowe kołnierzowe, mające wycięty symetrycznie otwór, w który jest wprowadzony pręt (rys. 1). W przypadku styku rozciąganego, bardzo istotnie wpływa na jego obliczanie efekt dźwigni, powodujący wzrost sił wewnętrznych, a powstający w wyniku deformacji giętnych blachy kołnierza [1-3].

Najpopularniejszym podejściem obliczeniowym stosowanym w analizie połączeń tego typu jest redukcja całego połączenia do powtarzalnego fragmentu ścianki rury i kołnierza, połączonych jedną śrubą, gdzie szerokość rozpatrywanego fragmentu jest równa podziałce śrub (rys. 1). Powstały w ten sposób styk kątowy (rys. 2), stanowiący wycinek całego złącza, jest podstawą do określenia globalnych charakterystyk strukturalnych węzła. Modele takie opracowywane były przez Petersena [4-5], Menderę [6], Wojnara [7] i innych.

W modelach styku kąтового uwzględniany jest często wpływ sztywności giętnej ścianki rury, sztywności śruby przy zginaniu czy wpływ sprężenia śruby. Najczęstszym jednak uproszczeniem, szeroko stosowanym przy redukcji całego połączenia do pojedynczego styku kąтового, jest zaniedbanie okrągłego kształtu kołnierza i rozpatrywanie jego zginania jako zagadnienia płaskiego. Tym samym pomija się wpływ dwukierunkowego zginania kołnierza na rozkład sił w połączeniu.



Rys. 1. Połączenie kołnierzowe kształtownika okrągłego zamkniętego; 1 – kształtownik zamknięty okrągły, 2 – śruba, 3 – kołnierz, 4 – wyodrębniony styk kątowy

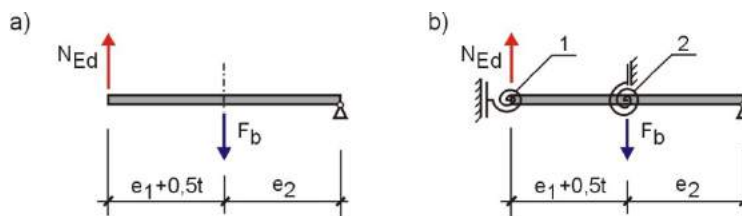


Rys. 2. Układ geometryczny styku kąтового; 1÷3 – jak na rysunku 1

W rzeczywistości zginanie kołnierza ma charakter dwukierunkowy i tym samym wielkość powstających deformacji, efekt dźwigni i rozkład sił w styku uwarunkowane są w sposób złożony. W pracy zaproponowano model składnikowy, umożliwiający analityczne ujęcie wpływu dwukierunkowego zginania kołnierza na rozkład sił wewnętrznych w połączeniu. Zaproponowane podejście skonfrontowano z rezultatami analiz przeprowadzonych za pomocą metody elementów skończonych.

2. Model mechaniczny połączenia kołnierzowego

W obliczeniach śrubowych połączeń kołnierzowych najczęściej przyjmowanym modelem obliczeniowym jest najprostszy, sztywny model belkowy (rys. 3a). Pomija on takie wpływy, jak sztywność ścianki kształtownika rurowego czy sztywność giętą śruby, co mogą uwzględnić bardziej zaawansowane modele (rys. 3b) [4].

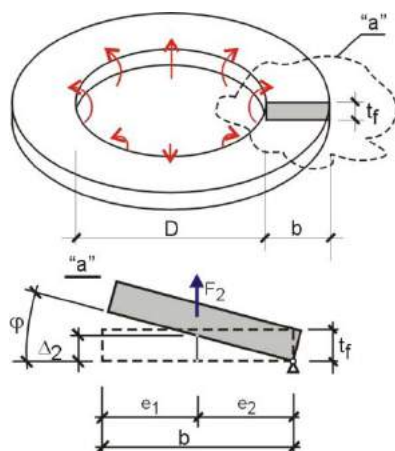


Rys. 3. Obliczeniowe modele styku kąтового; a) model uproszczony, b) model zaawansowany według [4]; 1 – składnik uwzględniający sztywność giętą śruby, 2 – składnik uwzględniający sztywność giętą śruby

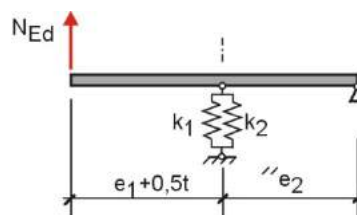
Dzięki takiemu uproszczeniu, model tworzy elementarny, statycznie wyznaczalny układ, w którym wyznaczenie współczynnika efektu dźwigni, pokazującego na ile siła w śrubie F_b jest większa od siły obciążającej styk kątowy N_{Ed} , odbywa się z zależności (1):

$$\beta = \frac{e_1 + e_2 + 0,5t}{e_2} \quad (1)$$

Wpływ dwukierunkowego zginania kołnierza na rozkład sił w złączu był, jak do tej pory, zaniedbywany. Można jednak zauważyć, że pewna część obciążenia zostaje przejęta przez kołnierz, poświęcona na pracę związaną z jego zginaniem i nie przekłada się na bezpośrednie wyężenie śruby. Wskazuje na to obserwacja charakteru deformacji kołnierza zachodzących w złączu (rys. 4).



Rys. 4. Obciążenie i charakter deformacji blachy kołnierza (obróć przekroju poprzecznego)



Rys. 5. Model składnikowy z uwzględnieniem sztywności kołnierza na zginanie dwukierunkowe (opis w tekście)

W celu uwzględnienia odpowiedniego rozdziału obciążenia na rozciąganą śrubę i na zginany w dwu kierunkach kołnierz, zaproponowano model obliczeniowy styku pokazany na rysunku 5. W modelu tym podział obciążenia na śrubę i na część powodującą zginanie blachy kołnierza wynika z relacji sztywności podłużnej śruby \$k_1\$ oraz sztywności składnika reprezentującego deformację giętą kołnierza \$k_2\$. Położenie składnika odwzorowującego śrubę wynika z rzeczywistego jej położenia w obrębie szerokości kołnierza, natomiast położenie składnika związanego z deformacją giętą kołnierza jest arbitralne. Przyjęto je w miejscu usytuowania śruby. Model zbudowano na bazie podejścia składnikowego [8].

Sztywność początkowa składnika odpowiadającego śrubie, sprężonej lub niesprężonej, opisana jest zależnością (2), zaczerpniętą z [8]:

$$k_1 = \frac{1,6EA_s}{L_b} \quad (2)$$

gdzie \$E\$ jest modułem sprężystości podłużnej stali, \$A_s\$ jest polem przekroju czynnego śruby, \$L_b\$ zaś jest bazą jej wydłużalności, równą długości skleszczenia. W przypadku stosowania dwu podkładek, pod łeb i pod nakrętkę śruby, wynosi ona (por. rys. 2) [8]:

$$L_b = 2t_f + 2t_{wa} + 0,5(t_{hb} + t_{nb}) \quad (3)$$

Sztywność drugiego składnika, odpowiadającego wpływowi dwukierunkowego zginania kołnierza, może zostać wyznaczona biorąc pod uwagę charakter deformacji pierścienia, powstających pod wpływem brzegowego momentu zginającego, działającego w sposób ciągły na wewnętrznym obwodzie otworu kołnierza (rys. 4). W przypadku takiego obciążenia, przekrój poprzeczny pierścienia, w płaszczyźnie radialnej obraca się o następujący kąt obrotu [9]:

$$\varphi = \frac{12Mr_1^2}{Ebt_f^3} \quad (4)$$

gdzie b jest szerokością kołnierza, t_f jest jego grubością, r_1 jest promieniem mierzonym do środka ciężkości przekroju poprzecznego kołnierza ($r_1=0,5D+0,5b$), M jest zaś momentem zginającym kołnierz, wynikającym z obciążenia liniowego n_{Ed} przyłożonego na jego wewnętrznym brzegu, względem środka ciężkości przekroju poprzecznego kołnierza, więc:

$$M = n_{Ed} \cdot \left(\frac{b}{2} + 0,5t\right) \approx n_{Ed}(e_1 + 0,5t) \approx n_{Ed} \cdot e_2 \quad (5)$$

W celu wyznaczenia sztywności zastępczego składnika usytuowanego w miejscu zamocowania śruby (w odległości e_2 od zewnętrznej krawędzi kołnierza) wykorzystano zależności wynikające z warunku zapewnienia zgodności powstających przemieszczeń od obciążenia n_{Ed} , (rys. 4):

$$k_2 = \frac{F_2}{\Delta_2} \quad (6)$$

gdzie:

$$\Delta_2 = e_2 \cdot \tan \varphi \approx e_2 \cdot \varphi = e_2 \frac{12Mr_1^2}{Ebt_f^3}; F_2 = n_{Ed} \quad (7)$$

Wstawiając zależności (7) do (6) i wykorzystując równanie (5), w którym przyjmuje się że $e_1 \approx e_2$, można otrzymać wzór na sztywność zastępczej sprężyny k_2 reprezentującej w modelu składnikowym deformacje giętne kołnierza:

$$k_2 = \frac{Et_f^3}{6e_2r_1^2} \quad (8)$$

Sprężyna taka musiałaby być rozłożona w sposób ciągły na całym obwodzie kołnierza. W przypadku podziału połączenia na pojedyncze styki kątowe, o liczbie odpowiadającej liczbie śrub n występujących w kołnierzu, sztywność każdego wyodrębnionego styku kąтового należy wyznaczyć w sposób następujący:

$$k_2 = \frac{Et_f^3}{6e_2r_1^2} \cdot \frac{2\pi r_1}{n} = \frac{\pi Et_f^3}{3ne_2r_1} \quad (9)$$

Siła przypadająca na śrubę (składnik o sztywności k_1) w tak zbudowanym modelu (por. rys. 5) może wówczas zostać wyznaczona z następującej zależności:

$$F_b = N_{Ed} \left(\frac{e_1 + e_2 + 0,5t}{e_2} \right) \frac{k_1}{k_1 + k_2} \quad (10)$$

Pierwszy czynnik równania (10), zawarty w nawiasie, wynika z warunków równowagi dźwigni jednostronnej. Drugi czynnik, zapisany w postaci ułamka, wyznacza udział siły przypadającej na śrubę w zależności od wzajemnej proporcji sztywności składników k_1 i k_2 . Wyznaczony w ten sposób współczynnik efektu dźwigni, uwzględniający wpływ sztywności giętnej kołnierza może zostać zapisany jako:

$$\beta_{mod} = \left(\frac{e_1 + e_2 + 0,5t}{e_2} \right) \frac{k_1}{k_1 + k_2} \quad (11)$$

3. Analizy numeryczne połączeń kołnierzowych

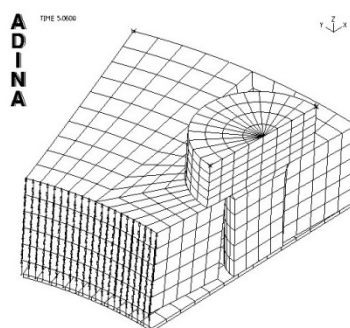
W celu weryfikacji poprawności wyników otrzymanych na podstawie modelu mechanicznego (składnikowego), przeprowadzono analizę numeryczną, wykorzystując metodę elementów skończonych (pakiet ADINA [10]). Obliczeniom poddano dwadzieścia cztery modele połączeń kołnierzowych kształtowników rurowych okrągłych obciążonych podłużną siłą rozciągającą. Rozpatrywane modele różniły się między sobą średnicą rury D ,

grubością blachy kołnierza t_f i jego szerokością b oraz liczbą i średnicą śrub. Zestawienie wymiarów analizowanych połączeń przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Geometria analizowanych połączeń

Grupa	Symbol	Średnica rury D [mm]	Geometria połączenia			Śruby (liczba, średnica i klasa właściwości mechanicznych)	Grubość blachy kołnierza t_f [mm]
			e_1 [mm]	e_2 [mm]	b [mm]		
A	A10	139,7	30	25	55	6xM16 kl.8.8	10
	A20						20
	A30						30
	A40						40
B	B20	177,8	35	35	70	6xM20 kl.8.8	20
	B30						30
	B40						40
	B45						45
C	C18	193,7	35	35	70	8xM20 kl.8.8	18
	C20						20
	C24						24
	C35						35
D	D20	244,5	40	40	80	12xM24 kl. 8.8	20
	D24						24
	D28						28
	D35						35
E	E20	355,6	40	40	80	16xM24 kl. 8.8	20
	E22						22
	E24						24
	E28						28
	E35	355,6	40	40	80	16xM24 kl. 8.8	35
	E45						45

Analizom poddawano wycinek połączenia kołnierzowego. Nie rozpatrywano ścianki kształtownika rurowego, obliczeniom poddając tylko kołnierz (rys. 6).

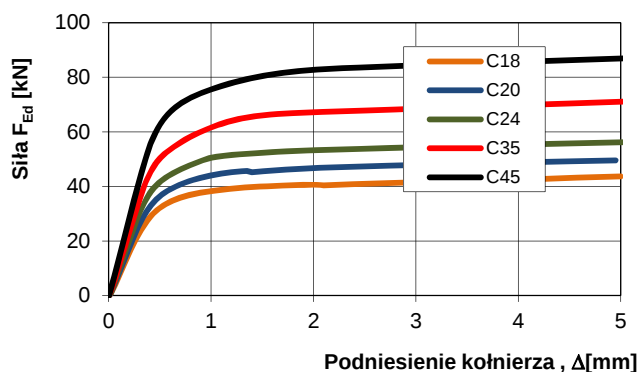


Rys. 6. Model MES analizowanych połączeń (połączenie C24)

Przy budowie modeli za pomocą MES wykorzystano warunki symetrii węzła, nadając płaszczyznom bocznym odpowiednie warunki brzegowe. Budowano je wykorzystując elementy przestrzenne. Rozpatrywano sprężysto – plastyczny model materiału blachy kołnierza (stal gatunku S235), dla śrub zaś model wieloliniowy. Rozpatrzono płaszczyzny

kontaktu pomiędzy śrubą a blachą kołnierza, blachą kołnierza a poziomą płaszczyzną symetrii połączenia a także śrubą i wewnętrznymi ściankami otworu na śrubę. Śruby modelowano w postaci uproszczonej, przyjmując walcowy kształt łba. Średnica trzpienia śruby została dobrana tak, aby odwzorować pole przekroju czynnego śruby. Połączenia rozpatrywano jako niesprężone. Obciążenie złączy realizowano poprzez kontrolę przemieszczenia przyłożonego do wewnętrznej powierzchni blachy kołnierza.

Otrzymane statyczne ścieżki równowagi dla jednej z rozpatrywanych grup połączeń pokazano na rysunku 7. Wyniki przedstawione tam odnoszą się do analizowanego wycinka połączenia.



Rys. 7. Statyczne ścieżki równowagi siła – przemieszczenie połączeń grupy C

Tabela 2. Wartości współczynnika efektu dźwigni

Grupa	Symbol	β_{ADINA} [-] (z analiz numerycznych)	β [-] według wzoru (1)	β_{mod} [-] według wzoru (10)
A	A10	2,20	2,20	2,18
	A20	1,99		1,97
	A30	1,36		1,43
	A40	1,0		1,0
B	B20	1,93	2,0	1,92
	B30	1,69		1,66
	B40	1,25		1,24
	B45	1,0		1,02
C	C18	2,00	2,0	1,96
	C20	1,98		1,94
	C24	1,94		1,88
	C35	1,65		1,59
	C45	1,24		1,19
D	D20	1,97	2,0	1,98
	D24	2,00		1,96
	D28	1,98		1,93
	D35	1,90		1,84
	D45	1,72		1,63
E	E20	1,99	2,0	1,99
	E22	2,05		1,98
	E24	2,04		1,98
	E28	2,03		1,96
	E35	1,99		1,91
	E45	1,89		1,77

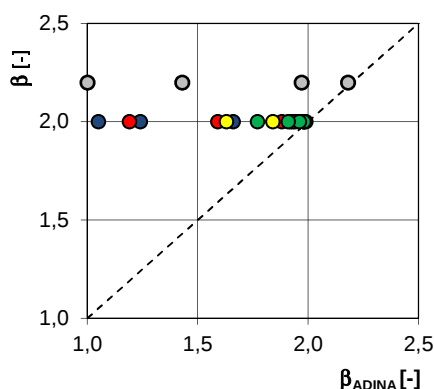
Wyznaczone za pomocą modelowania MES wartości współczynnika efektu dźwigni β_{ADINA} zestawiono w tabeli 2 dla wszystkich rozpatrywanych przypadków obliczeniowych. Uzyskano go przez porównanie siły wyznaczonej w śrubie w stosunku do siły obciążającej kołnierz.

4. Podsumowanie

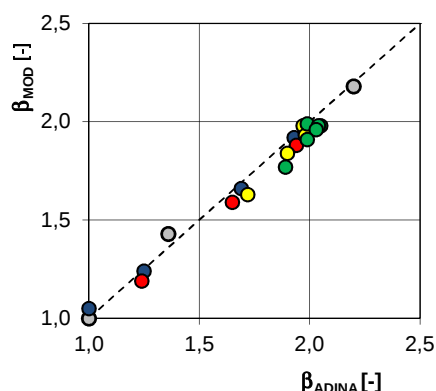
Analiza współczynnika efektu dźwigni leży u podstaw obliczania i projektowania śrubowych połączeń doczołowych. Warunkuje on wielkość siły w śrubie, która jest decydująca przy sprawdzeniu warunku stanu granicznego nośności śruby przy rozciąganiu (zerwanie trzpienia) lub ewentualnego warunku zmęczenia śruby (przekroczenie przez siłę obliczeniowej wartości siły sprężenia).

W wielu przypadkach wartość współczynnika efektu dźwigni dobierana jest na podstawie uproszczonych i tym samym konserwatywnych założeń. Norma [11] zaleca przyjmować jego wartość równą 1,2 w przypadku połączeń niesprężanych i 1,8 w przypadku połączeń sprężanych.

Zaprezentowany model mechaniczny połączenia kołnierzowego w stosunkowo łatwy sposób pozwala na dokładną analizę wartości współczynnika efektu dźwigni dla połączeń niesprężanych. W tabeli 2 oraz na rysunku 8 pokazano porównanie wartości współczynnika efektu dźwigni β uzyskiwanego z uproszczonej zależności (1) z wartościami wyznaczonymi za pomocą MES (β_{ADINA}). Widać pomiędzy nim znaczne niezgodności. W tabeli 2 oraz na rysunku 9 przedstawiono porównanie wartości współczynnika efektu dźwigni β_{mod} , obliczonego na podstawie zaproponowanego modelu składnikowego (11) z wartościami uzyskanymi z obliczeń MES. Jak widać korelacja pomiędzy tymi wartościami jest bardzo znaczna. Wartość średnia proporcji $\beta_{mod}/\beta_{ADINA}$ obliczona na podstawie dwudziestu czterech przeprowadzonych analiz wynosi $\beta_{mod}/\beta_{ADINA} = 0,98$, przy odchyleniu standardowym 0,03.



Rys. 8. Porównanie współczynnika efektu dźwigni β uzyskanego z zależności uproszczonej (1) z wartościami wyznaczonymi za pomocą MES



Rys. 9. Porównanie współczynnika efektu dźwigni β_{mod} uzyskanego za pomocą zaproponowanej metody (11) z wartościami wyznaczonymi za pomocą MES

Kierunkiem dalszych prac będzie rozszerzenie zaproponowanej metody do przypadku połączeń kołnierzowych ze śrubami sprężonymi.

Literatura

1. Bródka J. i in., 2013. Projektowanie i obliczanie połączeń i węzłów konstrukcji stalowych, tom 1. Polskie Wydawnictwo Techniczne.
2. Kulak G.L., Fisher J.W., Struik J.H.A., 2001. Guide to design criteria for bolted and riveted joints. AISC Inc.
3. Ostrowski K., Łaguna J., Kozłowski A., 2013. Weryfikacja efektu dźwigni w rozciągającym połączeniu doczołowym sprężonym śrubami. *Budownictwo i Architektura* 12(2), 251-258.
4. Petersen C., 2013. Stahlbau – Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahlbauten. 4. Auflage, Springer.
5. Petersen C., 1998. Nachweis der Betriebsfestigkeit exzentrisch beanspruchter Ringflanschverbindungen. *Stahlbau* 67, 191-203, Ernst & Sohn.
6. Mendera Z., 2004. Połączenia kołnierzowe cylindrycznych powłok stalowych. *Inżynieria i Budownictwo* 11.
7. Wojnar A., 2008. Sztywność i nośność śrubowych połączeń kołnierzowych rur dużych średnic. Praca doktorska. Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Rzeszowska Rzeszów.
8. PN-EN 1993-1-8 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-8: Projektowanie węzłów. PKN Warszawa, 2006.
9. Girkmann K., 1957. Dźwigary powierzchniowe. Arkady Warszawa.
10. ADINA System 9.0. Adina R&D Inc., 2014.
11. PN-EN 1993-3-1 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 3-1: Wieże maszty i kominy. Wieże i maszty. PKN Warszawa, 2008.

Prying action in bolted flange joints of circular hollow sections

Dariusz Leń¹, Lucjan Ślęczka²

¹ Polytechnic Institute, Higher Vocational School in Krosno, e-mail: dariusz_len@wp.pl

² Faculty of Civil, Environmental Engineering and Architecture, Rzeszow University of Technology, e-mail: sleczka@prz.edu.pl

Abstract: Bolted flange joints are frequently met in many engineering structures designed with use of hollow sections. In case of tensioned elements, their analysis is strongly influenced by prying action, caused by bending deformation of flange. For flange with cut hole to insert hollow section, a lever is used as a design model, where input force (coming from walls of hollow section) is acting on the longer distance from the fulcrum than the output force (force in the bolt). In such simplification, relation between output and input force depend only on ratio of lever arms. However, bending of the circular flange has complex character, and bending deformation depends on the thickness of the flange and their diameter. The paper presents model based on component method, which enables more accurate prediction prying action in such connections. Results obtained from proposed approach are compared with finite elements analyses output.

Keywords: steel structures, bolted joints, prying action, circular hollow sections, component method

Zdolność do obrotu uźebrowanego węzła belki ze słupem

Krzysztof Ostrowski¹, Aleksander Kozłowski²

¹ MTA Engineering Sp. z o.o., e-mail: krzysztof.ostrowski@mta-online.net

² Wydział Budownictwa, Inżynierii Środowiska i Architektury, Politechnika Rzeszowska,
e-mail: kozlowsk@prz.edu.pl

Streszczenie: Zaproponowano funkcję potęgową opisującą maksymalną zdolność do obrotu śrubowego, uźebrowanego połączenia doczołowego rygla do słupa. Bazę informacji do wyznaczenia funkcji kąta obrotu zbudowano na podstawie analizy wykonanej metodą elementów skończonych, w oparciu o pięciwartościowy plan eksperymentu numerycznego Hartleya PS/DS-P:Ha₃. Charakterystyki materiałowe elementów składowych węzła użyte w analizie wykonanej metodą elementów skończonych opracowano na podstawie walidacji hierarchicznej modeli MES. Funkcję kąta obrotu wyznaczono w odniesieniu do podstawowych zmiennych wpływających na obrót węzła, jakimi są: grubość blachy czołowej „t_p”, poziomy rozstaw śrub „w” oraz odległość śruby od górnej półki „c_{g1}”. Współczynniki funkcji maksymalnego kąta obrotu węzła wyznaczono metodą estymacji nieliniowej. Przedstawiono metodologię kształtowania modeli MES spełniających wymogi analiz w obszarach dużych odkształceń. Dokonano oceny wpływu oddziaływań poszczególnych elementów składowych węzła na graniczną wartość kąta obrotu węzła.

Słowa kluczowe: zdolność do obrotu, analiza MES, plan eksperymentu numerycznego

1. Wprowadzenie

Procedury projektowe podane w PN-EN 1993-1-8 [1] pozwalają na oszacowanie nośności obliczeniowej węzła $M_{j,Rd}$ oraz jego sztywności początkowej $S_{j,ini}$, ale są bardzo ograniczone w stosunku do zdolności do obrotu Φ_{cd} . Podane są jedynie jakościowe opisy zdolności do obrotu wybranych typów węzłów. Zdolność do obrotu węzłów odgrywa bardzo ważną rolę w zaawansowanej analizie ram stalowych, szczególnie w analizie plastycznej konstrukcji ramowych z węzłami podatnymi. Stąd istnieje potrzeba opracowania metod dających projektantom możliwość ilościowego oszacowania zdolności węzłów do obrotu.

Zdolność do obrotu węzłów była wcześniej badana z zastosowaniem metody składnikowej [2-3], analizy probabilistycznej [4-5] oraz metody elementów skończonych [6], ale bez praktycznych wskazówek zastosowania w projektowaniu.

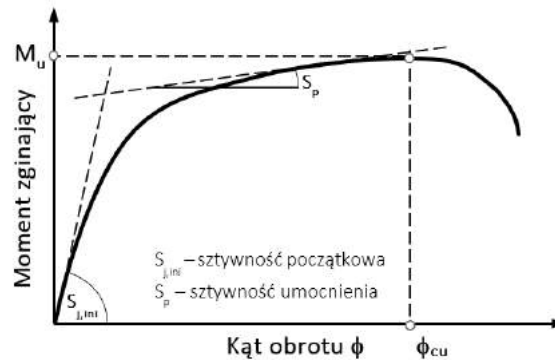
Główną charakterystyką węzła opisującą jego zachowanie jest krzywa $M-\phi$, gdzie M jest zastosowanym momentem zginającym, a ϕ jest względnym obrotem węzła. Najlepszym sposobem na uzyskanie dokładnej charakterystyki węzła jest wykonanie badań eksperymentalnych. Wykonano setki badań doświadczalnych węzłów stalowych, które zgromadzono w bazach danych, np. [7]. Wyniki wykonanych w wielu ośrodkach naukowych na całym świecie badań nie zawsze dostarczają wymaganych danych. Często w badaniach koncentrowano się na ustaleniu sztywności początkowej węzła oraz, choć nie zawsze, maksymalnej nośności węzła. Kąt obrotu nie zawsze był mierzony do końca badań, ze względu na trudności pomiarowe. Ponadto badania doświadczalne są bardzo czasochłonne oraz drogie i z tego względu są wykonywane głównie w celach naukowych.

Do opisu charakterystyki węzła stosowane były wyrażenia i formuły matematyczne w następujących postaciach: liniowe, dwuodcinkowe i wielo-liniowe, wielomianowe, funkcje sklejane, potęgowe czy wykładnicze. Zamiast modeli statystycznych wymienionych powyżej, stosowano modele mechaniczne, które stworzyły bazę do metody składnikowej wprowadzonej do normy [1]. Podjęto także próby wykorzystania sztucznych sieci neuronowych. Obszerny opis oraz podsumowanie zaproponowanych metod prognozowania zachowania się węzłów można znaleźć m.in. w [8].

Obecnie analizy numeryczne stosowane do prognozowania zachowania się węzłów są wykonywane głównie przy zastosowaniu metody elementów skończonych. W pracy wykonano obliczenia z zastosowaniem oprogramowania ANSYS.

Głównym problemem związanym z modelowaniem MES węzłów w obszarze pozasprężystym jest realne odwzorowanie krzywej eksperymentalnej. Krzywa ta po osiągnięciu momentu maksymalnego M_u (rys. 1), przechodzi w krzywą opadającą, co zwykle jest bardzo trudne do uzyskania w modelach numerycznych. W artykule została opisana procedura uzyskania ilościowej oceny zdolności do obrotu uźebrowanego węzła belki do słupa przy zastosowaniu analizy MES. Słup wykonano z kształtownika HEB300, natomiast rygiel z HEA 360. Głównymi zmiennymi badanymi w analizie czynnikowej są: poziomy rozstaw łączników „w” ($120 \div 180$ mm), odległość od osi śruby do górnej krawędzi półki „c_{g1}” ($50 \div 90$ mm) oraz grubość płyty czołowej „t_p” ($10 \div 20$ mm).

W pracy proponuje się definicję zdolności do obrotu węzła, która została przedstawiona w postaci graficznej na rysunku 1. Jest to kąt obrotu węzła, jaki może być osiągnięty bez spadku nośności węzła.



Rys. 1. Graficzna prezentacja definicji zdolności do obrotu

2. Metodologia ustalania zdolności do obrotu

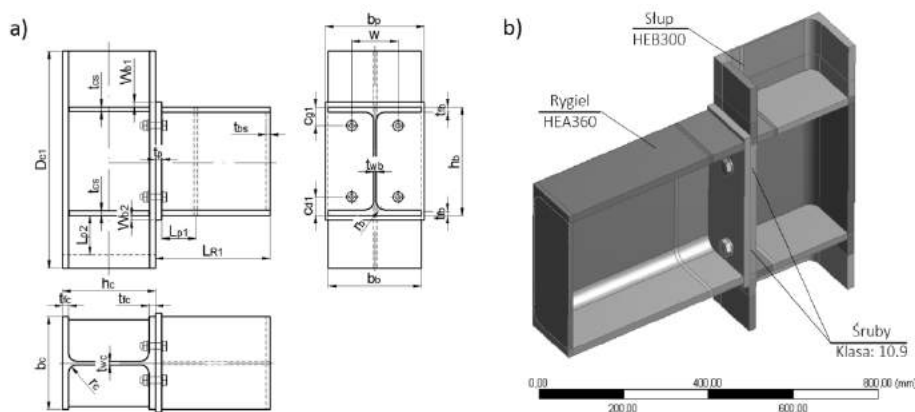
W pracy przyjęto następujący algorytm wyznaczania zdolności do obrotu węzła:

- przeprowadzono badania doświadczalne materiałów użytych do wykonania węzła, tj. stali stosowanej do wykonania belek, słupów i blach czołowych. Podobne badania przeprowadzono dla stali, z której wykonano śruby,
- przeprowadzono badania doświadczalne zestawów śrubowych: śruba – podkładki – nakrętka, z pomiarem odkształceń poszczególnych odcinków śruby na jej długości,
- wykonano badania doświadczalne króćców teowych, o różnej konfiguracji, zaprojektowanych tak, aby otrzymać wszystkie modele zniszczenia,
- dokonano walidacji hierarchicznej modeli MES, przez porównanie wyników otrzymanych z wyżej opisanych badań doświadczalnych z wynikami modeli, co umożliwiło kalibrację modeli [9],

- przeprowadzono analizę czynnikową parametrów mających wpływ na zachowanie się węzła, a szczególnie zdolność do obrotu [10]. W wyniku analizy wyodrębniono czynniki najsilniej wpływające na obrót węzła, tj. grubość blachy t_p , odległość w oraz odległość c_{g1} ,
- na podstawie analizy merytorycznej najczęściej stosowanych w praktyce rozwiązań, ustalono zakres zmienności czynników badanych, jako: $t_p = 10 \div 20$ mm, $w = 120 \div 180$ mm, $c_{g1} = 50 \div 90$ mm,
- ustalono czynniki stałe, jako: stal S235, z której wykonane będą węzły, śruby M20 klasy 10.9 wg normy ISO 4014,
- do wyznaczenia funkcji maksymalnego kąta obrotu węzła (zdolności do obrotu) wykorzystano teorię planowania eksperymentu [11], adaptując ją do symulacji numerycznych. Przyjęto plan polisekcyjny Hartleya, PS/DS-P:Ha₃ oparty na hiper kuli (hK) o 11 układach czynników zmiennych,
- używając zwalidowanego modelu MES, dokonano obliczeń węzłów o wymiarach wynikających z planu eksperymentu w celu otrzymania kąta obrotu, przy którym nie następuje wzrost nośności węzła,
- wartości wynikowe z powyższych obliczeń wykorzystano w analizie regresji, do wyznaczenia funkcji osiągalnego kąta obrotu.

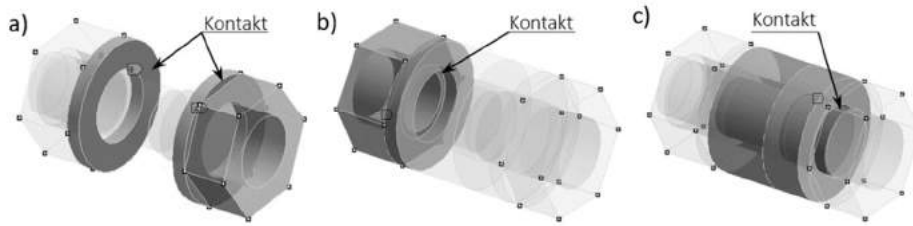
3. Opis modelu numerycznego

Wyznaczanie funkcji opisującej kąt obrotu śrubowego połączenia doczołowego belki do słupa wykonano na podstawie analizy MES wyizolowanego węzła, dla którego powierzchnię odpowiedzi kąta obrotu określa się na podstawie planu eksperymentu numerycznego. Funkcję kąta obrotu wyznaczono w odniesieniu do w/w podstawowych zmiennych wpływających na obrót węzła, których usytuowanie pokazano na rysunku 2.



Rys. 2. Schemat węzła: a) Oznaczenie czynników zmiennych: „ t_p ”, „ c_{g1} ” oraz „ w ”, b) widok 3D

W analizie MES przyjęto wieloliniowy, sprężysto-plastyczny model materiałowy. Powierzchnie kontaktowe pomiędzy poszczególnymi elementami węzła zamodelowano jako nieliniowe z współczynnikiem tarcia przyjętym jak dla powierzchni w stanie naturalnym o wartości $\mu = 0,2$. Powierzchnie kontaktowe wprowadzono na styku słupa i blachy czołowej oraz w układzie podkładka – blacha czołowa, podkładka – nakrętka (rys. 3b), podkładka – łeb śruby (rys. 3a). Wprowadzono dodatkowo powierzchnie kontaktowe pomiędzy ścianką otworu pod a trzpieniem i gwintem śruby (rys. 3c).



Rys. 3. Powierzchnie kontaktowe: a) podkładka-słup oraz podkładka-nakrętka, b) podkładka-nakrętka, c) radialny kontakt śruba-słup-płyta czołowa

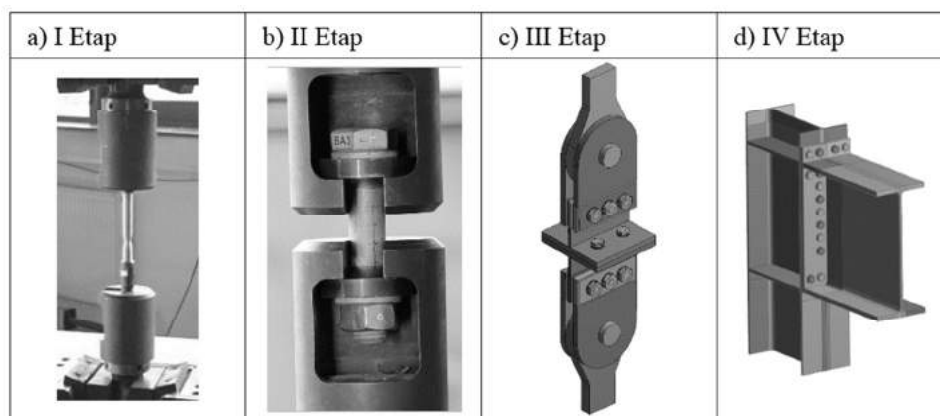
Do budowy modelu numerycznego użyto hexagonalnych ośmiowęzłowych sześciennych elementów skończonych. Podkładki zamodelowano, jako elementy oddzielne, natomiast trzpień śruby został połączony z nakrętką i łbem. W celu zwiększenia efektywności obliczeń wykonano model połowy węzła, wykorzystując symetrię względem płaszczyzny środkowej układu (rys. 2b).

4. Walidacja hierarchiczna modeli MES

Zastosowanie prawidłowych charakterystyk materiałowych użytych do analizy MES jest podstawowym czynnikiem wpływającym na dokładność otrzymywanych wyników. Wiarygodność wyników metody elementów skończonych można uznać za zadowalającą, jeżeli otrzymuje się wyniki zbieżne z wynikami badań laboratoryjnych. W celu pozyskania zbieżnych wyników koniecznym jest wykonanie dostrojenia modeli MES. Dostrojenie modeli można uzyskać metodą walidacji hierarchicznej składników węzła. Proces walidacji hierarchicznej modeli MES polega na analizie porównawczej modeli o zróżnicowanym stopniu złożoności. W pracy zaproponowano 4 etapy walidacji hierarchicznej modeli MES.

W pierwszym etapie walidacji wyznacza się charakterystykę $F-\epsilon$ próbki stali użytej na wykonanie elementów węzła oraz stali śruby poddanej rozciąganiu (rys. 4a). Na drugim etapie badaniu poddaje się wyizolowane elementy złączne w układzie śruba-podkładka-nakrętka (rys. 4b). Trzeci etap polega na wyznaczeniu porównawczej charakterystyki $F-\Delta$ opisującej stan deformacji doczołowego połączenia zdefiniowanego w formie rozciąganych króćców teowych (rys. 4c). Na ostatnim etapie walidacji hierarchicznej analizowany jest model połączenia belki do słupa (rys. 4d). Miarą walidacji tego etapu jest uzyskanie zbieżnych wyników kąta obrotu w oparciu o analizę otrzymanej charakterystyki $M-\phi$.

W analizie zastosowano charakterystyki materiałowe wyznaczone na podstawie badań laboratoryjnych rozciągania próbek stalowych (rys. 4a). Badania wykonano w Wydziałowym Laboratorium Badania Konstrukcji WBIŚiA Politechniki Rzeszowskiej. Miarą walidacji modelu MES było porównanie wyników badań laboratoryjnych rozciąganych próbek (stal kształtowa – stal S235 oraz śruba wysokiej wytrzymałości klasy 10.9) z wynikami analizy MES modeli odwzorujących badane próbki. Proces dostrojenia modelu MES uzyskano poprzez modyfikację krzywej $\sigma-\epsilon$ do takiej formy, przy której uzyskuje się akceptowalną zgodność wyników.



Rys. 4. Etapy walidacji hierarchicznej: a) etap I – rozciąganie próbki stalowej, b) etap II – rozciąganie śruby w układzie śruba – podkładka – nakrętka, c) etap III – rozciąganie króćców teowych, d) etap IV – model połączenia belki do słupa obciążony momentem zginającym

Analiza MES śruby została wykonana przy zastosowaniu płaskiej analizy 2D. Model wykonano w symetrii radialnej względem osi środkowej śruby. Analizę modeli próbek stalowych wykonano przy użyciu analizy 3D, wykonując redukcję modelu przez zastosowanie podwójnej symetrii względem płaszczyzn przecinających osie środkowe badanego obiektu. Weryfikację modelu MES II etapu walidacji wykonano analogicznie jak I etapu wykonując model MES w symetrii radialnej. W III etapie walidacji wykonano przestrzenne modele (3D) króćców teowych. Badane podzespoły węzłów zaprojektowano w taki sposób, aby uzyskać I i II model zniszczenia wyznaczonego na podstawie normy [1]. Wykonanie IV etapu walidacji planowane jest w ramach pracy doktorskiej pierwszego z autorów artykułu.

5. Plan eksperymentu numerycznego

W prowadzonej analizie wyznaczono krzywe moment-obrót poszczególnych układów planu eksperymentu numerycznego. Do wyznaczenia powierzchni odpowiedzi kąta obrotu węzła zastosowano plan eksperymentu Hartleya PS/DS-P:Ha3 [11], który zamieszczono w tabeli 1. Plan eksperymentu, zbudowanego na 11 układach planu, zawiera kombinację czynników zmiennych w następujących zakresach: $t_p = 10 \div 20$ mm, $w = 120 \div 180$ mm oraz $c_{g1} = 50 \div 90$ mm.

Tabela 1. Zestawienie czynników zmiennych „ t_p ”, „ c_{g1} ” oraz „ w ”

D_{Pi}	$\check{x}_k$			x_k			Kąt obrotu
	$\check{x}_1$	$\check{x}_1$	$\check{x}_2$	t_p	c_{g1}	w	ϕ_{cd}
D_{p1}	-1	-1	1	12,11	58,45	167,32	75,19
D_{p2}	1	-1	-1	17,89	58,45	132,68	13,24
D_{p3}	-1	1	-1	12,11	81,55	132,68	101,08
D_{p4}	1	1	1	17,89	81,55	167,32	34,27
D_{p5}	-1,732	0	0	10,00	70,00	150,00	111,70
D_{p6}	1,732	0	0	20,00	70,00	150,00	17,41
D_{p7}	0	-1,732	0	15,00	50,00	150,00	21,06
D_{p8}	0	1,732	0	15,00	90,00	150,00	74,75
D_{p9}	0	0	-1,732	15,00	70,00	120,00	32,65
D_{p10}	0	0	1,732	15,00	70,00	180,00	59,15
D_{p11}	0	0	0	15,00	70,00	150,00	47,78

Rozwiązanie wszystkich układów planu pozwoliło na zbudowanie powierzchni odpowiedzi kąta obrotu wartości poszukiwanych opartej na 11 punktach pomiarowych. Wartością poszukiwaną każdego układu jest wartość kąta obrotu towarzysząca granicznemu momentowi zginającemu, przy którym węzeł znajduje się w stanie równowagi statycznej.

Funkcję maksymalnego kąta obrotu zależnego od czynników zmiennych: „ t_p ”, „ c_{g1} ” oraz „ w ”, opisano za pomocą funkcji potęgowej w następującej postaci:

$$\phi_{cu} = t_p^\alpha \cdot c_{g1}^\beta \cdot w^\gamma - A \quad (1)$$

gdzie:

α, β, γ – wykładniki potęgowe wielomianu,

t_p – grubość płyty czołowej [mm],

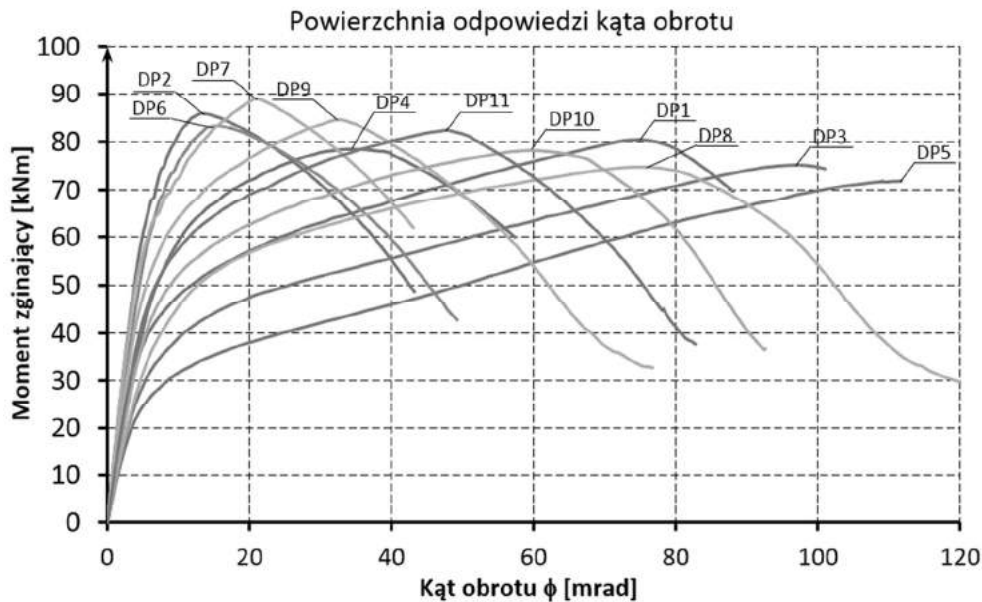
c_{g1} – odległość od osi śruby od górnej powierzchni półki [mm],

w – poziomy rozstaw śrub [mm],

A – stała wielomianowa.

6. Analiza wyników

Rozwiązanie wszystkich układów planu eksperymentu pozwoliło na opracowanie powierzchni odpowiedzi kąta obrotu. Wyniki analizy przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5. Powierzchnia odpowiedzi kąta obrotu planu eksperymentu wg tabeli 1

Współczynniki potęgowe wielomianu opisanego równaniem (1) wyznaczono za pomocą programu Statistica 12, stosując metodę estymacji nieliniowej. Podstawiając wyznaczone współczynniki wielomianu (α, β, γ) do równania (1) otrzymujemy funkcję osiągalnej zdolności do obrotu w następującej postaci:

$$\phi_{cu} = t_p^{-1,644} \cdot c_{g1}^{1,199} \cdot w^{0,741} - 30,65 \quad (2)$$

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń obserwuje się duże zróżnicowanie otrzymywanych kątów obrotu w odniesieniu do poszczególnych układów planu. Wartości otrzymanych kątów obrotu zawierają się w granicach: $\phi_{cu} = 13,24 \div 111,70$ [mrad]. Cechą wspólną wszystkich analizowanych układów jest uzyskanie maksymalnej wartości momentu nośności plastycznego węzła M_u przy lokalnym odkształceniu śruby w zakresie 24 [mm/mm], co wskazuje, że osiągnięcie nośności granicznej powodowane jest wyczerpaniem nośności śruby. Wnioskowanie takie oparte jest także na analizie porównawczej rozkładu siły w śrubach z charakterystyką M- ϕ . Dla wszystkich układów planu eksperymentu odnotowano spadek reakcji w śrubie w kroku obciążeniowym, w którym osiągnięto wartość maksymalnego momentu zginającego M_u . Maksymalna wartość siły w śrubie dla układu D_{p1} wynosi $F_{b,max} = 277,10$ kN i jest wartością porównywalną z otrzymaną w osiowej próbie rozciągania ($F_{bolt} = 263,18$ kN) realizowanej w ramach II etapu walidacji hierarchicznej. Nieznaczne różnice mogą być powodowane wpływem dwukierunkowego zginania śruby, wynikającego z odkształcenia blachy czołowej, oraz imperfekcji geometrycznych i materiałowych.

7. Podsumowanie

Wprowadzenie charakterystyk materiałowych, będących wynikiem wieloetapowego procesu dostrajania modeli MES zrealizowanych w ramach walidacji hierarchicznej modeli jest warunkiem otrzymania wiarygodnych wyników analizy MES. W pracy uzyskano ilościowy opis analityczny zagadnienia zdolności węzła do obrotu w wyniku detekcji granicznej nośności plastycznej analizowanego połączenia.

Otrzymane wyniki analizy pokazują wyraźną tendencję osiągania maksymalnego kąta obrotu ϕ_{cu} uzyskanego w wyniku wyczerpania nośności śruby, bez względu na występujący w połączeniu model zniszczenia. Połączenia, w których występuje I model zniszczenia ulegają przegrupowaniu sił w połączeniu, co skutkuje wywołaniem efektu „membrany”. Blacha czołowa wraz z postępującą degradacją sztywności przechodzi ze stanu zgięciowego w stan błonowy, który nie posiada dotychczas swojego analitycznego (ilościowego) odniesienia.

Proponowana w normie [1] metoda składnikowa w zakresie prognozowania zdolności do obrotu nie została jeszcze w pełni dopracowana, co skłania do poszukiwań innych, alternatywnych, ale możliwie wiarygodnych metod szacowania zdolności do obrotu węzłów w konstrukcjach stalowych.

Zaproponowana wzorem (2) zależność pozwala na oszacowanie osiągalnej zdolności do obrotu uźebrowanego węzła doczołowego. Analizy innych typów węzłów będą przedmiotem pracy doktorskiej pierwszego z autorów pracy.

Literatura

1. PN-EN 1993-1-8 Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-8: Projektowanie węzłów. PKN, 2006.
2. Beg D., Zupancic E., Vayas I., 2004. On the rotation capacity of moment connections. *Journal of Constructional Steel Research* 60, 601-620.
3. Silva S., Girao A., 2001. A ductility model for steel connections. *Journal of Constructional Steel Research* 57, 45-70.
4. Silva S., Borges L., Garvasio H., 2004. A probabilistic evaluation of the rotation capacity of end-plate beam-to-column steel joints. *Connections in Steel Structures V*, Amsterdam, June 3-4.
5. Beg D., Zupancic E., 2004. Statistical evaluation of rotation capacity of moment connections. *Connections in Steel Structures V*, Amsterdam, June 3-4.
6. Ostrowski K., 2014. Finite element analysis of the rotation capacity of beam-to-column end-plate bolted joints. *Eurosteel 2014*, September 10-12, Naples.

7. Cruz P.J.S., da Silva L.A.P.S., Rodrigues D.S., Simoes R.A.D., 1998. Database for Semi-Rigid Behaviour of Beam-to-Column Connections in Seismic Regions. *Journal of Constructional Steel Research* 46(1-3).
8. Díaz C., Martí P., Victoria M. Querin O.M., 2011. Review on the modelling of joint behavior in steel frames. *Journal of Constructional Steel Research* 67, 741-758.
9. Ostrowski K., Kozłowski A., 2015. Walidacja hierarchiczna modeli MES. XIV Międzynarodowa Konferencja Naukowa Rzeszowsko-Lwowski- Koszycka, Rzeszów.
10. Ostrowski K., Kozłowski A., 2014. Analiza czynnikowa zdolności do obrotu uźebrowanego połączenia doczołowego belki do słupa. *Budownictwo i Architektura* 13(3).
11. Polański Z., 1995. Planowanie doświadczeń w technice. PWN Warszawa.

Rotation capacity of the stiffened end-plate beam to column joint

Krzysztof Ostrowski¹, Aleksander Kozłowski²

¹ *MTA Engineering Sp. z o.o., e-mail: krzysztof.ostrowski@mta-online.net*

² *Rzeszow University of Technology, e-mail: kozlowsk@prz.edu.pl*

Abstract: Rotation capacity plays a very important role in an advanced analysis of steel frames, especially in plastic design of structures. In the article the authors proposed the calculation procedure of the rotation capacity for stiffened bolted end-plate beam-to-column connections. The analysis was performed with the use of finite element method, based on the numerical experiment plan. The determination of maximal rotation angle was carried out with the use of regression analysis. The main variables analyzed in parametric study were: pitch of the bolt “w” (120-180 mm), the distance between the bolt axis and the beam upper edge c_{g1} (50-90 mm) and the thickness of the end-plate t_p (10-20 mm). Ductility influence assessment of bolts and steel tensioned specimens was carried out.

Keywords: rotation capacity, FEM analysis, experiment design

Badania belek stalowych wzmocnionych taśmami CFRP

Paulina Paśko

Wydział Budownictwa, Inżynierii Środowiska i Architektury, Politechnika Rzeszowska,
e-mail: ppasko@prz.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki badań doświadczalne belek stalowych wzmocnionych biernie taśmami kompozytowymi CFRP. Głównym celem badań była ocena efektywności wzmocnienia belek stalowych taśmami CFRP. Badania przeprowadzono na trzech identycznych dwuteownikach typu HEB 280 o długości 5,2 m. Jedną z belek pozostawiono bez wzmocnienia jako belkę referencyjną, natomiast dwie pozostałe wzmocniono na zginanie taśmami CFRP o grubości 1,4 mm i szerokości 60 mm, przyklejonymi do pasa dolnego, przy czym w jednej z nich zastosowano na końcach taśm zakotwienia mechaniczne. W wyniku badań stwierdzono, że efektywność wzmocnienia wynosi odpowiednio 6% i 14% odpowiednio dla belek bez i z zakotwieniami. Stwierdzono korzystny wpływ kotwienia taśm. Jednakże ze względu na niewielki stopień wzmocnienia taśmami biernymi, na kolejnym etapie badań planuje się sprawdzenie efektywności wzmocnienia belek stalowych za pomocą wstępnie sprężonych taśm CFRP.

Słowa kluczowe: taśmy CFRP, wzmacnianie, belki stalowe, testy zginania

1. Wprowadzenie

W okresie ostatnich kilkunastu lat zarówno w Polsce, jak i na świecie stan wielu mostów drogowych uległ znacznemu pogorszeniu, głównie w wyniku zmiany warunków obciążenia oraz zwiększenia intensywności ruchu na drogach. Dodatkowo obiekty stare, zaprojektowane kilkadziesiąt lat temu nie odpowiadają aktualnym normom projektowym i przepisom. Naturalną jest więc potrzeba ich wzmacniania, w celu dostosowania do aktualnych wymagań. Dotyczy to szczególnie tych konstrukcji w których wymiana elementu lub całej konstrukcji jest całkowicie nieopłacalna. Jednym ze sposobów podniesienia nośności konstrukcji stalowych jest wzmocnienie elementów poprzez doklejenie do stref rozciąganych taśm z włókien węglowych CFRP. Badania naukowe przeprowadzone m.in. przez Liu et al. [1], Colombi i Poggi [2], Deng i Lee [3], Linghoff et al. [4] potwierdziły efektywność takiego wzmocnienia dla zginanych belek stalowych. Okazało się, że możliwe jest zwiększenie nośności przekroju stalowego od 18% [4] nawet do 56% [1]. Ponadto w pracach [1, 5] wykazano, że naklejenie taśm kompozytowych na przekrój stalowy z zainicjowanym pęknięciem może ograniczyć rozwój pęknięcia i dodatkowo zwiększyć nośność. W dotychczasowych testach badano m.in. wpływ wytrzymałości na rozciąganie CFRP [4, 6], modułu sprężystości CFRP [4, 6], grubości taśm [3, 4, 6, 7], liczby warstw [2], a także długości taśm [3, 6, 10] na efektywność wzmocnienia belek stalowych. Liczne badania poświęcono zjawisku odspojenia się taśm od podłoża oraz delaminacji w wyniku rosnących odkształceń w przekroju stalowym [3, 8, 9, 11, 12, 13]. Zjawisko to uznaje się za podstawową formę zniszczenia wzmocnienia. Jednak pomimo dość znacznej liczby przeprowadzonych badań, trudno jest jeszcze jednoznacznie określić efektywność tej technologii wzmocnienia belek stalowych oraz czynników najbardziej wpływających na tę efektywność.

Celem badań było sprawdzenie efektywności wzmocnienia belek stalowych, wzmocnionych za pomocą biernie przyklejanych taśm CFRP, a także wpływu zakotwienia taśm na efektywność wzmocnienia i na nośność graniczną belek. Porównanie przeprowadzono na trzech belkach stalowych, niewzmocnionej (referencyjnej), wzmocnionej taśmą CFRP bez zakotwień oraz wzmocnioną taśmą z zakotwieniami mechanicznymi. Analizie poddano także przyrost sztywności belek oraz postacie zniszczenia wzmocnienia belek. Wnioski wyciągnięte z badań pozwoliły na wstępną ocenę badanej technologii wzmocnienia w kontekście jej zastosowania we wzmacnianiu mostów stalowych.

2. Opis badań

2.1. Materiały

Do badań zastosowano dwuteowniki walcowane ze stali klasy S355J2. Do wzmocnienia belek zastosowano taśmy kompozytowe z włókien węglowych na bazie żywicy epoksydowych o wysokiej wytrzymałości (NEOXEPLATE HS 614) o grubości 1,4 mm i szerokości 60 mm. Parametry stali i kompozytu CFRP podano w tabeli 1. Taśmy przyklejono do pasa rozciąganych belek za pomocą dwuskładnikowego kleju na bazie modyfikowanej żywicy epoksydowej (NEOPOXE 30). Parametry kleju zestawiono w tabeli 2. Dane w obu tabelach pochodzą od producentów zastosowanych elementów i materiałów.

Tabela 1. Właściwości materiałowe stali oraz kompozytu CFRP wykorzystanych w badaniach (gwarantowane przez producenta)

Materiał	Wytrzymałość na rozciąganie f_t [MPa]	Moduł sprężystości E [GPa]	Odształcenie uplastyczniające /graniczne $(\varepsilon_y) / (\varepsilon_u)$ [%]	
Stal S355J2	355	210	0,16	~15
CFRP HS 614	2600	170	-	1,5

Tabela 2. Właściwości materiałowe mieszanki klejącej (gwarantowane przez producenta)

Klej	Gęstość [g/cm ³]	Wytrzymałość na rozciąganie f_t [MPa]	Moduł sprężystości E [GPa]	Przyczepność do stali [MPa]
Neopoxe 30	1,77 ± 0,01	≥ 30	> 9,9	21,7

2.2. Charakterystyka badanych belek

Badania przeprowadzono na 3 walcowanych dwuteownikach szerokostopowych typu HEB280. Wymiary przekroju poprzecznego dwuteownika przedstawiono na rysunku 1d). Całkowita długość belek wynosiła 5,2 m, a rozpiętość teoretyczna między punktami podparcia – 4,8 m. Belki wzmocniono żebrami pionowymi, zabezpieczającymi przekroje ściskane przed lokalną utratą stateczności. Żebra zastosowano w przekrojach podporowych oraz w dwóch przekrojach położonych w odległości 1,8 m od osi podparcia, bezpośrednio pod obciążeniem siłami skupionymi. Dodatkowo belki zabezpieczono przed zwichrzeniem poprzez wykonanie w środku rozpiętości przęsła i przy podporach obustronnych bocznych stężeń. Konstrukcję belek pokazano na rysunku 2.

Jedną z badanych belek pozostawiono niewzmocnioną jako belkę referencyjną (S1). Dwie pozostałe belki (S2 i S3) wzmocniono na zginanie taśmami CFRP przyklejonymi do pasa dolnego. Całkowita długość taśmy wzmacniającej belkę S2 wynosiła 4315 mm. Odcinek pozostawiony bez wzmocnienia od końca taśmy do osi podpory nr 1 i nr 2 wynosił odpowiednio 0,265 m i 0,22 m. Taśmę w belce S3 dodatkowo zakotwiono mechanicznie na końcach za pomocą fabrycznie wykonanych stalowych zakotwień, będących elementem systemu wzmacniania *neoxe*. Charakterystykę oraz wyniki badań zakotwień opisano w pracy [14]. Połączenie zakotwień z belkami wykonano za pomocą 12 szt. śrub sprężających M16 klasy 10.9. Całkowita długość taśmy z zakotwieniami wynosiła 4,3 m. Odcinek pozostawiony bez wzmocnienia na belce S3 przy osi podpory nr 1 i nr 2 wynosił odpowiednio – 0,28 m i 0,22 m. Grubość skleiny w obu przypadkach wynosiła 2 mm.

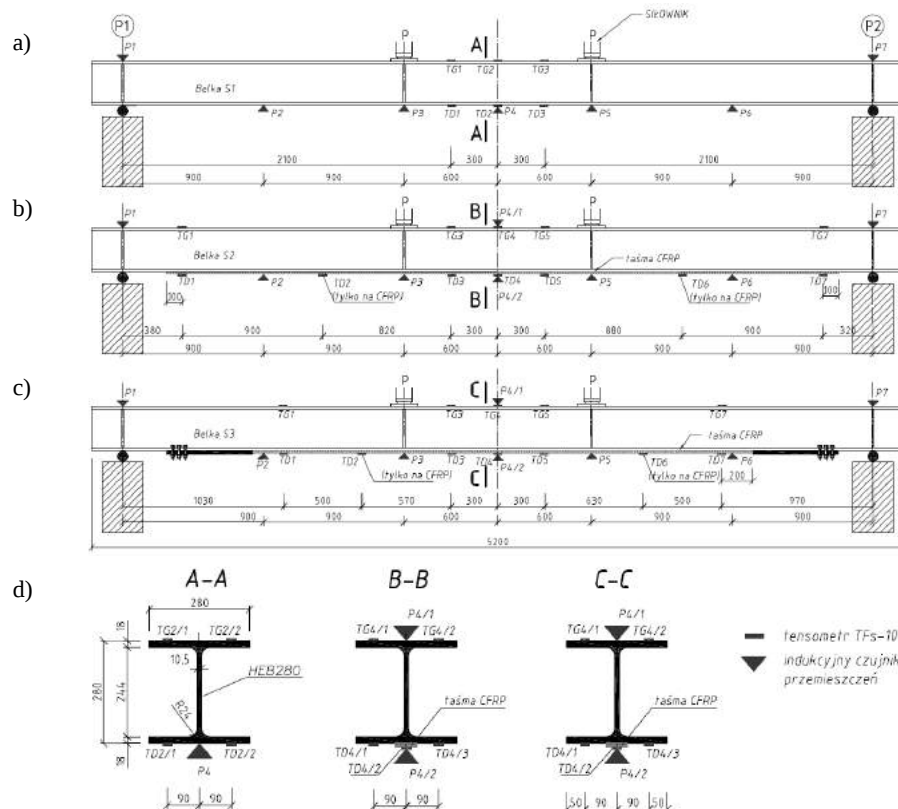
2.3. Procedura badawcza

W celu sprawdzenia efektywności wzmocnienia i oceny wpływu zakotwień na nośność graniczną belek, następująco zdefiniowano przedmiotowe nośności. Nośność graniczną belki referencyjnej, tj. maksymalny moment zginający przenoszony przez belkę stalową w środku rozpiętości (M_{max}), wyznaczono dla wartości obciążenia wywołującego lokalną utratę stateczności pasa ściskanego. W belkach wzmocnionych, wartości nośności granicznej wyznaczono ze względu na wyboczenie pasów ściskanych oraz ze względu na zniszczenie wzmocnienia (odspojenia lub zerwania taśmy).

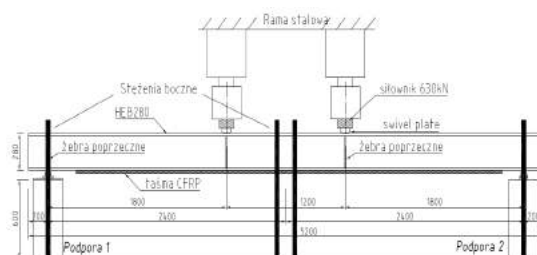
W czasie badań przemieszczenia pionowe belek (ugięcia) mierzono w 7 miejscach na długości belki za pomocą czujników indukcyjnych o bazie pomiarowej ± 10 cm. Stan odkształceń w stali i kompozycie CFRP rejestrowano za pomocą 27 sztuk tensometrów elektrooporowych o bazie pomiarowej ± 10 mm (opór 120 Ω). W belce referencyjnej czujniki odkształceń ograniczono do strefy stałego momentu zginającego. Na każdym etapie obciążania monitorowano również zachowanie stref podporowych i łożysk belek. Schemat rozmieszczenia czujników przemieszczeń i odkształceń na belkach S2 i S3 przedstawiono na rysunku 1.

Swobodnie podparte na łożyskach belki obciążono przyjmując schemat czteropunktowego zginania. Odległość pomiędzy punktami przyłożenia sił skupionych na długości belki wynosiła 1,20 m. Schemat stanowiska do badania belek przedstawiono nr rysunkach 2 i 3. Obciążenie realizowano za pomocą 2 siłowników hydraulicznych o maksymalnej wartości obciążenia 1260 kN (2×630 kN). Badania przeprowadzono w warunkach kontrolowanego przyrostu siły przy stałym jej wzroście 1 kN/s. Siłę, przemieszczenie tłka oraz odczyty wskazań czujników rejestrowano z częstotliwością 1 Hz. Pomiar odbywał się w sposób ciągły.

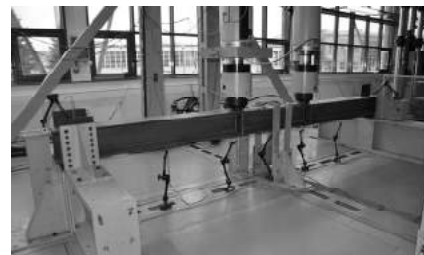
Obciążenie realizowano wg cykli z ustalonym poziomem obciążenia dla danej belki. Dla każdej belki wykonano 4 cykle w zakresie odkształceń sprężystych oraz 8 (belka S1) lub 6 cykli (belki S2 i S3) w zakresie plastycznym. W ostatnim etapie badań, belki obciążano do zniszczenia, którym było pojawienie się nadmiernych odkształceń w stali lub zniszczenie wzmocnienia taśmą CFRP. W każdym cyklu obciążenia, wartość siły utrzymywano przez ok. 2 min do ustabilizowania się odczytów, a następnie belki odciążano. Przebieg obciążenia belek, tj. zmienność siły w czasie, pokazano na rysunkach 4, 5 i 6.



Rys. 1. Lokalizacja czujników przemieszczeń i odkształceń: (a) na belce S1 (b) na belce S2 (c) na belce S3 (d) w przekroju poprzecznym belek S1, S2, S3



Rys. 2. Schemat stanowiska do badań belek



Rys. 3. Belka na stanowisku badawczym

3. Wyniki badań

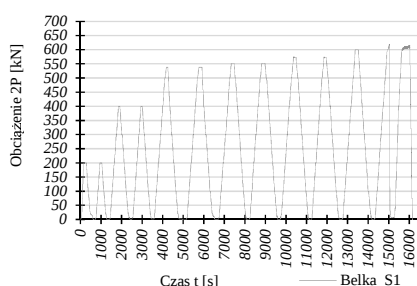
3.1. Przemieszczenia

Na rysunku 7 pokazano wykres „obciążenie 2P – przemieszczenie” (2P- δ), uzyskany w przekroju środkowym wszystkich trzech badanych belek. Wartości na wykresie reprezentują trzy ostatnie cykle obciążenia w belce S1 oraz ostatni etap obciążenia w belkach S2 i S3. Widoczny na wykresie (w końcowej fazie obciążenia) stały poziom przemieszczeń pionowych w belkach S2 i S3 jest skutkiem wyczerpania się bazy

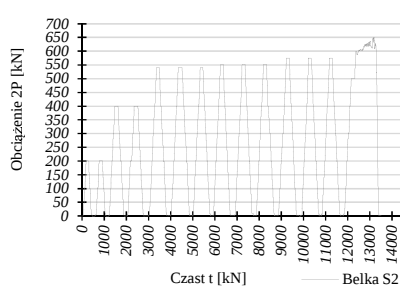
pomiarowej czujników przemieszczeń. Całkowite zarejestrowane ugięcie w belce S1 przy obciążeniu niszczącym wynosiło 51 mm, a w belkach S2 i S3 ugięcie przy obciążeniu niszczącym taśmy CFRP (ostatni pomiar, bezpośrednio przed odspojeniem taśm) wynosiło odpowiednio 94 mm i 96 mm.

3.2. Odształcenia stali

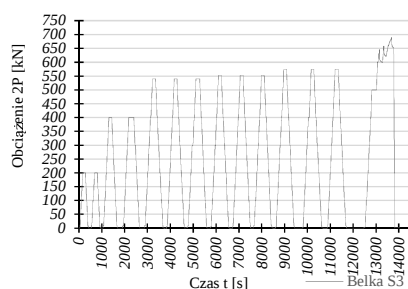
Na rysunku 8a) i b) przedstawiono wykres zależności „obciążenie 2P – odkształcenie” ($2P-\epsilon$) w skrajnych włóknach pasów górnego i dolnego przekroju stalowego w środku rozpiętości wszystkich belek. Analogicznie jak w przypadku przemieszczeń (p.3.1.) wartości na wykresie odpowiadają ostatnim cyklom obciążenia belek. Porównując wykresy można zauważyć, że wzmocnienie taśmami zwiększa wartość obciążenia uplastyczniającego zarówno w pasie górnym, jak i dolnym. Jednocześnie wykresy odkształceń wskazują, że uplastycznienie w ściskanym pasie górnym zachodzi znacznie wcześniej niż w dolnym pasie rozciągającym (wpływ niestateczności). Wartości odkształceń w pasach górnych i dolnych belek wzmocnionych S2 i S3 przy obciążeniu 2P równym 630 kN (tj. bezpośrednio przed zniszczeniem wzmocnienia) podano w tabeli 3.



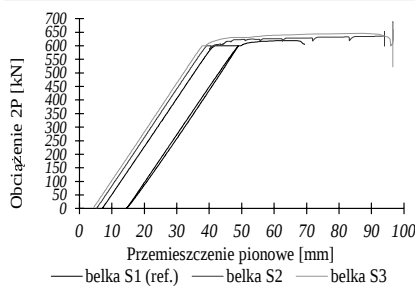
Rys. 4. Przebieg obciążenia w czasie dla belki S1



Rys. 5. Przebieg obciążenia w czasie dla belki S2



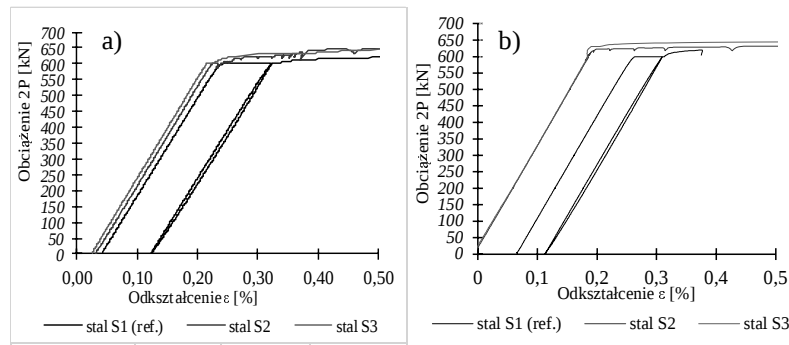
Rys. 6. Przebieg obciążenia w czasie dla belki S3



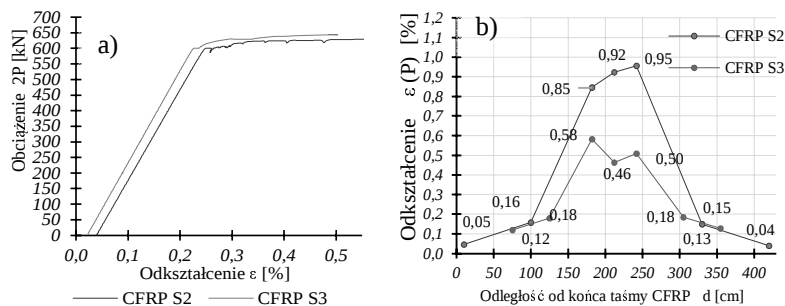
Rys. 7. Wykresy 2P- δ dla belek S1, S2 i S3 w przekroju środkowym przęsła

Tabela 3. Wartości odkształceń w skrajnych włóknach pasów belek S2 oraz S3 w środku rozpiętości

Nr belki	Odształcenie ϵ [%] przy obciążeniu 2P = 630 kN	
	Górny pas	Dolny pas
S2	0,441	0,357
S3	0,190	0,301



Rys. 8. Wykresy 2P-ε dla belek S1, S2 i S3 w przekroju środkowym: (a) odkształcenie w pasie górnym, (b) odkształcenie w pasie dolnym



Rys. 9. (a) wykresy 2P-ε dla taśm CFRP w belkach S2 i S3 w przekroju środkowym, (b) rozkład odkształceń na długości taśm CFRP przy jednakowym poziomie obciążenia 2P = 642,3 kN

3.3. Odkształcenia kompozytu CFRP

Na rysunku 9a) przedstawiono wykresy zależności „obciążenie 2P – odkształcenie” (2P-ε) w taśmie kompozytowej w środku rozpiętości belek. Widoczna na wykresie różnica w przebiegu odkształceń w taśmach CFRP przy jednakowym poziomie obciążenia jest niewielka. Jednak mniejsze odkształcenia, odnotowano w taśmie z zakotwieniami. Maksymalne zarejestrowane odkształcenie w taśmie CFRP na belce S2 wynosiło 1,04%, co odpowiada naprężeniu 1785 MPa (przy sile 2P = 632 kN), natomiast w belce S3 odnotowane odkształcenie wynosiło 0,87% co odpowiada naprężeniu 1479 MPa (przy sile 2P = 687 kN).

Rysunek 9b) przedstawia rozkład odkształceń na długości taśm CFRP w belkach S2 oraz S3 dla tego samego poziomu obciążenia 2P = 642,3 kN. Wartość odpowiada maksymalnej sile, zarejestrowanej bezpośrednio przed zniszczeniem wzmocnienia w belce S2. W obu przypadkach rozkład odkształceń na długości taśmy jest nierównomierny. Największe odkształcenia w taśmie występują w strefie stałego momentu zginającego, najmniejsze na końcowych odcinkach taśmy CFRP. Różnica odkształceń na długości taśmy w belce S2 jest bardziej wyraźna niż w taśmie z zakotwieniami na belce S3, w której poziom odkształceń na długości taśmy jest bardziej wyrównany. Wykres pokazuje, że zastosowanie zakotwień na końcach taśm może mieć korzystny wpływ na rozkład naprężeń w kompozycie CFRP. Przy tym samym poziomie obciążenia 2P, tj. 642,3 kN w taśmie z zakotwieniami (w środkowym odcinku) uzyskano zdecydowanie mniejsze odkształcenia

niż w taśmie bez zakotwień. Różnica ta wynosi około 50%, co stanowi ok. 30% wytrzymałości taśmy na rozciąganie.

3.4. Nośność graniczna belek

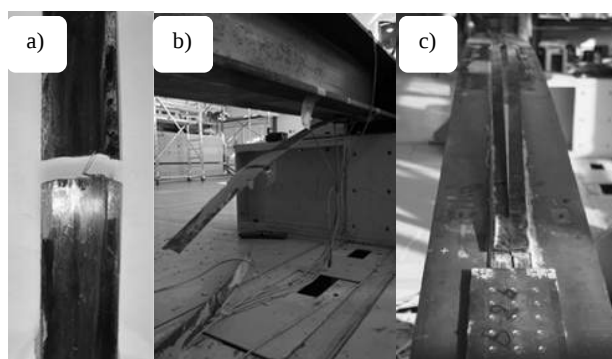
Stan graniczny nośności w belce referencyjnej S1 został osiągnięty w wyniku pełnego uplastycznienia przekroju, które nastąpiło przy sile 2P ok. 606 kN. Lokalne wyboczenie pasa górnego widoczne było na środkowym odcinku belki pomiędzy żebrami pionowymi.

W belce S2 maksymalne obciążenie 2P, odnotowane bezpośrednio przed zniszczeniem taśmy, wynosiło 651 kN. W dalszym etapie badania belki, po zniszczeniu wzmocnienia, obserwowano duży przyrost odkształceń w stali bez wzrostu siły. Uzyskana wartość siły (651 kN) nie może jednak odpowiadać nośności granicznej belki wzmocnionej S2, ze względu na wcześniejsze wyboczenie pasa ściskanego, które nastąpiło przy sile 2P ok. 636 kN. Uzyskany w wyniku wzmocnienia przyrost nośności granicznej w belce S2 wynosił ok. 5%. Gdyby belka nie utraciła nośności wskutek lokalnej utraty stateczności pasa górnego, a o zniszczeniu belki decydowało wyczerpanie nośności wzmocnienia przyrost ten wynosiłby 7,4%.

W belce S3 maksymalne obciążenie 2P, jakie zarejestrowano bezpośrednio przed zniszczeniem taśmy wynosiło ok. 689 kN. Po zniszczeniu wzmocnienia przzerwano obciążanie belki. W tym przypadku, podobnie jak w belce S2, uplastycznienie przekroju z widocznym wyboczeniem pasa górnego nastąpiło na krótko przed zniszczeniem wzmocnienia tj. przy sile 2P = 645 kN. Uzyskany przyrost nośności dla belki S3 wynosił 6,5%. Gdyby jednak wyeliminować ryzyko wyboczenia pasa ściskanego, stopień wzmocnienia może wynosić ok. 14%, co świadczy o pozytywnym wpływie mechanicznych zakotwień końców taśmy.

3.5. Postać zniszczenia wzmocnienia

W belce S2 zniszczenie wzmocnienia wystąpiło poza strefą stałego momentu zginającego belkę. Było to pęknięcie taśmy CFRP w odległości 1,33 m od końca taśmy przy podporze nr 1 (rys. 10a).



Rys. 10. Postać zniszczenia wzmocnienia w belkach S2 oraz S3: (a) poprzeczne pęknięcie taśmy CFRP w belce S2; (b) odspojenie taśmy CFRP w belce S2; (c) podłużne pęknięcie taśmy CFRP z widocznym wysunięciem z zakotwienia w belce S3

W wyniku znacznej energii uwolnionej w chwili pęknięcia kompozytu nastąpiło nagłe odspojenie taśmy od podłoża, na całej długości wzmocnienia za wyjątkiem końcowego odcinka przy podporze nr 1 (rys. 10b). Analiza postaci zniszczenia w belce S2 wskazuje na

dużą nośność skleiny. W wyniku dystrybucji naprężeń rozciągających z pasa dolnego na taśmę kompozytową nastąpiło zniszczenie kompozytu. Ze względu na pełne wykorzystanie nośności kompozytu CFRP uzyskano najbardziej oczekiwany charakter zniszczenia. (maksymalne, odnotowane w trakcie badań naprężenie w taśmie CFRP wynosiło 1785 MPa co stanowi ok. 69% charakterystycznej wytrzymałości taśmy CFRP na rozciąganie).

W belce S3 zniszczenie wzmocnienia miało postać pęknięcia taśmy wzdłuż włókien, spowodowanego prawdopodobnie wysunięciem się taśm z zakotwień (rys. 10c). W tym przypadku o wytrzymałości wzmocnienia belki decydowała bezpośrednio nośność zakotwienia. Charakter zniszczenia układu „taśma – zakotwienie” był identyczny jak w przypadku badań pojedynczych zakotwień w maszynie wytrzymałościowej [14]. W tabeli 4 zestawiono główne wyniki badań porównawczych belek (wartości podane w nawiasach odpowiadają nośności granicznej związanej ze zniszczeniem wzmocnienia CFRP).

Tabela 4. Główne wyniki badań wytrzymałościowych

Nr belki	Wyniki doświadczalne			
	Obciążenie maksymalne $2P_{\max}$ [kN]	Nośność graniczna M_{ult} [kNm]	Efektywność wzmocnienia [%]	Postać zniszczenia wzmocnienia
S1 (Ref.)	605,7	548,1	-	uplastycznienie przekroju, wyboczenie pasa górnego
S2	636 (651,1)	575,4 (588,9)	5,0 (7,4)	wyboczenie pasa górnego (pęknięcie poprzeczne taśmy)
S3	645,4 (688,9)	583,8 (623,1)	6,5 (13,7)	wyboczenie pasa górnego (pęknięcie podłużne taśmy i wysunięcie z zakotwienia)

4. Podsumowanie

W pracy przedstawiono wybrane wyniki badań porównawczych belek stalowych wzmocnionych biernie taśmami kompozytowymi z włókien węglowych CFRP. Na podstawie uzyskanych wyników oceniono sztywność (ugięcie) i stan odkształceń oraz wyznaczono doświadczalnie nośność graniczną belek i odpowiadającą jej postać zniszczenia. Wyniki te pozwoliły na ocenę efektywności wzmocnienia oraz na sprawdzenie wpływu zakotwienia taśmy CFRP na efektywność wzmocnienia oraz na nośność graniczną belek.

W wyniku przeprowadzonych badań stwierdzono, że efektywność wzmocnienia belki stalowej taśmą CFRP wynosi ok. 5%. W obu przypadkach wzmocnienia, uzyskane nośności graniczne związane są z wcześniejszym wyboczeniem pasa ściskanego. Gdyby pas górny był zabezpieczony przed lokalną utratą stateczności np. przez połączenie pasa z płytą betonową, jak to ma miejsce w przypadku belek zespolonych lub przez wzmocnienie dodatkową nakładką stalową, wówczas stopień wzmocnienia może być większy. Potwierdzeniem tego wniosku może być uzyskany wzrost końcowej wartości siły niszczącej wzmocnienie, który wynosił ok. 7% i 14% odpowiednio w belce wzmocnionej taśmą bez zakotwień i z zakotwieniami. Wynika z tego także, że efektywność wzmocnienia belki można zwiększyć (prawie dwukrotnie) poprzez zastosowanie mechanicznych zakotwień taśm. Inna jest także postać zniszczenia wzmocnienia w obu analizowanych przypadkach. W przypadku wzmocnienia bez zakotwień o nośności decyduje wytrzymałość taśmy CFRP (zerwanie w przekroju poprzecznym). W przypadku taśm kotwionych mechanicznie o nośności wzmocnienia decydowała nośność zakotwień. Wyniki badań wykazały większą

efektywność wzmocnienia na zginanie belek stalowych biernymi taśmami CFRP w przypadku kotwienia ich końców.

Jakkolwiek w wyniku badań uzyskano pozytywne jakościowe i ilościowe rezultaty wzmocnienia belek biernymi taśmami CFRP, ich bezwzględnej wartości nie można jednak uznać za zadowalającą. Efektywność wzmocnienia na poziomie 5-7%, czy nawet 14% w przypadku stosowania zakotwień i zabezpieczenia pasa ściskanego, wydaje się jednak zbyt mała dla praktycznych zastosowań inżynierskich np. przy wzmacnianiu mostów. Dlatego wydaje się uzasadnione poszukiwanie dalszych metod zwiększania efektywności wzmocnienia belek stalowych taśmami CFRP. Naturalnym kierunkiem rozwoju tej technologii wzmocnienia jest zastosowanie wstępnego sprężenia taśm CFRP. Zastosowane w belce S3 zakotwienia są przygotowane do zastosowania w systemie taśm sprężonych [14]. Badania doświadczalne tej nowej technologii są obecnie prowadzone w Zakładzie Dróg i Mostów PRz.

Opisane w referacie badania zostały wykonane w ramach projektu pt.: "Innowacyjny system wzmacniania konstrukcji budowlanych naprężonymi taśmami z kompozytów węglowych", nr projektu POIG.01.03.01-18-010/12, realizowanego w Programie Operacyjnym Innowacyjna Gospodarka (POIG). Projekt jest współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego.

Literatura

1. Liu X., Silva P., Nanni A., 2001. Rehabilitation of Steel Bridge Members with FRP Composite Materials, w: *Proceedings of the First International Conference of Composites in Construction*, ed. J. Figueiras, L. Juvandes, R. Furia, Porto, 613-617.
2. Colombi P., Poggi C., 2006. An experimental, analytical and numerical study of the static behaviour of steel beams reinforced by pultruded CFRP strips. *Composites Part B: Engineering* 37, 64-73.
3. Deng J., Lee M.M.K., 2007. Behaviour under static loading of metallic beams reinforced with a bonded CFRP plate. *Composite Structures* 78, 232-242.
4. Linghoff D., Al-Emrani M., Kliger R., 2010. Performance of steel beams strengthened with CFRP laminate – part 1: laboratory tests. *Composites Part B: Engineering* 41, 509-511.
5. Tavakkolizadeh M., Saadatmanesh H., 2001. Repair of cracked steel girders using CFRP sheets. [w:] *Creative Systems in Structural and Construction Engineering*, ed. A. Singh, Honolulu, 461-466.
6. Narmashiri K., Sulong N.H.R., Jumaat M.Z., 2012. Failure analysis and structural behaviour of CFRP strengthened steel I-beams. *Construction and Building Materials* 30, 1-9.
7. Yu Y., Chiew S., Lee C., 2011. Bond failure of steel beams strengthened with FRP laminates – Part 2: Verification. *Composites Part B: Engineering* 42, 1122-1134.
8. Mażulis J., Wrzesiński M., Bierońska K., 2011. Efekt wzmocnienia konstrukcji stalowych przy użyciu włókien węglowych. *Przetwórstwo Tworzyw* 6, 475-478.
9. Deng J., Lee M.M.K., Moy S S.J., 2004. Stress analysis of steel beams reinforced with a bonded CFRP plate. *Composite Structures* 65, 205-215.
10. Lenwari A., Thepcharti T., Albrecht P., 2005. Flexural response of steel beams strengthened with partial length CFRP plates. *Journal of Composites for Construction* 9, 296-303.
11. Ochi N., Matsumura M., Hisabe N., 2011. Experimental Study on Strengthening Effect of High Modulus CFRP Strips with Different Adhesive Length Installed onto the Lower Flange Plate of I Shaped Steel Girder. *Procedia Engineering* 14, 506-512.
12. Łagoda M., Kowal M., 2013. Wpływ kształtu zakończenia skleiny na wytrzymałość złącza stal-kompozyt FRP. *Budownictwo i Architektura* 12, 39-46.
13. Schnerch D., Dawood M., Rizkalla S., Sumner E., Stanford K., 2006. Bond behavior of CFRP strengthened steel structures. *Advances in Structural Engineering* 9, 805-817.
14. Paśko P., Piątek B., Siwowski T., 2014. Badania zakotwień w systemie wzmacniania konstrukcji sprężonymi taśmami CFRP. *Budownictwo i Architektura* 13, 143-150.

Research on steel beams strengthened with passive CFRP strips

Paulina Paśko

*Faculty of Civil and Environmental Engineering and Architecture,
Rzeszow University of Technology, e-mail: ppasko@prz.edu.pl*

Abstract: This paper presents an experimental studies of steel beams strengthened with the CFRP strips. The main objective of the research was evaluation of strengthening efficiency as well as the influence of strip anchorages on it. One non-strengthened control I beam and two I beams strengthened with passive CFRP strips were investigated. CFRP strips were glued with special adhesive to the tension flange of steel beams. In the first specimen the bare strip was used, in the latter the strip with special steel anchorages at its ends was installed. All three specimens were tested under four point bending. During the test mid span deflection of the beams and strains in steel and CFRP strips were measured. The strengthening efficiency of 6% and 14% was obtained respectively. Due to rather low efficiency of passive way of strengthening, the further research is planned to investigate the effectiveness of prestressing CFRP strips on steel beam strengthening.

Keywords: CFRP strips, strengthening, steel beam, bending test

Wyznaczanie momentów krytycznych zwichrzenia belek metodą energetyczną z zastosowaniem wielomianów

Rafał Piotrowski, Andrzej Szychowski

Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach,
e-mail: rafalp@tu.kielce.pl, aszychow@tu.kielce.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono program obliczeniowy i wzory aproksymacyjne do szacowania sprężystego momentu krytycznego zwichrzenia bisymetrycznych belek dwuteowych podpartych widelkowo. Uwzględniono często występujące w praktyce schematy obciążeń. Do rozwiązania zadania wykorzystano metodę energetyczną, wyrażając funkcję kąta skręcenia belki za pomocą wielomianów potęgowych o prostej interpretacji fizycznej. Wyprowadzone wzory mają prostą postać dzięki czemu mogą być z łatwością stosowane w praktyce inżynierskiej. Obliczone na podstawie programu i wzorów aproksymacyjnych momenty krytyczne porównano z wartościami uzyskanymi z literatury oraz MES. Otrzymano bardzo dobrą zgodność wyników.

Słowa kluczowe: moment krytyczny zwichrzenia, metoda energetyczna, wielomiany potęgowe, wzory aproksymacyjne

1. Wprowadzenie

Dwuteowa i niestężona poprzecznie belka zginana względem osi większej sztywności jest podatna na utratę płaskiej postaci zgięcia (zwichrzenie). Nośność obliczeniową takiej belki wyznacza się z wykorzystaniem współczynnika zwichrzenia (χ_{LT}) uwzględniającego zjawisko niestateczności oraz imperfekcje [1]. Do jego wyznaczenia potrzebne jest m.in. oszacowanie sprężystego momentu krytycznego zwichrzenia belki pod danym obciążeniem [1-3].

Literatura dotycząca zagadnienia zwichrzenia jest bardzo obszerna i w większości przypadków została omówiona w pracach [4-10]. W aktualnie obowiązującej normie [1] nie podano wzorów na momenty krytyczne zwichrzenia belek. Dla podstawowych schematów statycznych wzory te zamieszczono w poprzedniej edycji normy polskiej [3] oraz w prenormie europejskiej [2]. Ponadto do wyznaczenia momentu krytycznego można wykorzystywać wzory z dostępnych pozycji literaturowych, np. [4-8], oraz MES, np. dostępny nieodpłatnie program LTBeam [9].

Należy podkreślić, że w praktyce inżynierskiej warto opierać się na wynikach (np. obciążenia krytycznego) uzyskiwanych z dwóch źródeł (np. obliczenia MESem potwierdzone oszacowaniem analitycznym). Takie podejście poprawia bezpieczeństwo konstrukcji już na etapie projektowania. Ręczne metody obliczeniowe nadal znajdują szerokie zastosowanie chociażby, do weryfikacji obliczeń komputerowych.

W większości przytoczonej literatury uwzględniano na ogół klasyczne warunki brzegowe (podparcie widelkowe) oraz wpływ wysokości przyłożenia obciążenia poprzecznego względem środka ścinania przekroju.

2. Wzory na moment krytyczny bisymetrycznej belki dwuteowej

W normie [2] podano wzór (1) na sprężysty moment krytyczny zwichrzenia, z uwzględnieniem stałej wysokości (z_g) punktu przyłożenia obciążenia poprzecznego:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(k_z L)^2} \left(\sqrt{\left(\frac{k_z}{k_\omega} \right)^2 \frac{I_\omega}{I_z} + \frac{(k_z L)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g)^2} - C_2 z_g \right) \quad (1)$$

Wartości współczynników C_1 oraz C_2 w zależności od schematu zwichrzeniowego belki (k_z , k_ω) i schematu obciążenia, zamieszczono w tablicach m.in. w [2, 4, 5, 6]. Ograniczeniem zastosowania wzoru (1) jest założenie, że uwzględnia się każdorazowo tylko jeden typ obciążenia, które działa na wysokości (z_g) względem środka ścinania przekroju.

Problem występowania kilku różnych obciążeń równocześnie przy zróżnicowaniu rzędnej działania poszczególnych obciążeń poprzecznych na wysokości przekroju belki został rozwiązany przez Bijaka w pracy [4]. Rozwiązanie zadania otrzymał metodą Bubnowa-Galerkina, aproksymując funkcję kąta skręcenia pierwszym wyrazem szeregu sinusowego. Wzór ogólny na moment krytyczny bisymetrycznej belki dwuteowej wg [4] ma postać:

$$M_{cr} = C_1 N_{cr,z} \left(\sqrt{D + C_{2z}^2} + C_{2z} \right) \quad (2)$$

Dla dowolnych rozkładów momentów zginających, współczynnik C_1 można wyznaczyć ze wzoru (3a) zaproponowanego w [4, 5]. Zróżnicowanie rzędnej działania obciążeń poprzecznych, uwzględniono we współczynniku C_{2z} (3b), który zależy od rozkładu momentu zginającego (C_1) i współczynnika a_{2z} (3c) wg [4]:

$$C_1 = \sqrt{\frac{21M_0^2}{M_0^2 + 6M_2^2 + 8M_3^2 + 6M_4^2}} \quad C_{2z} = C_1 \frac{a_{2z}}{2} \quad (3ab)$$

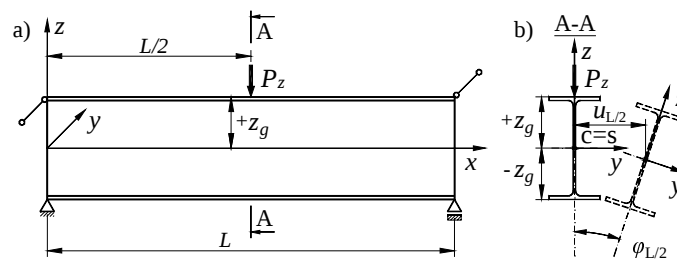
$$a_{2z} = \frac{2L}{M_0 \pi^2} \left[\sum_{k=1}^{N_1} \int_0^L q_{zk}(x) z_{Ak} \sin^2 \left(\frac{\pi x}{L} \right) dx + \sum_{k=1}^{N_2} Q_{zk} z_{Qk} \sin^2 \left(\frac{\pi x_k}{L} \right) \right] \quad (3c)$$

gdzie:

- q_{zk} , Q_{zk} – obciążenia poprzeczne,
- z_{Ak} , z_{Qk} – rzędne działania poszczególnych obciążeń,
- M_0 – bezwzględna wartość maksymalnego momentu zginającego,
- M_2 , M_3 , M_4 – bezwzględne wartości momentów w 1/4, 1/2, 3/4 rozpiętości belki.

Momenty krytyczne otrzymane z tak wyprowadzonych wzorów są bliskie MES [4, 5, 9].

W niniejszej pracy do wyznaczenia momentów krytycznych zwichrzenia bisymetrycznej belki dwuteowej podpartej widełkowo (rys. 1) zastosowano metodę energetyczną [10] aproksymując funkcję kąta skręcenia wielomianami potęgowymi. Ponadto wyprowadzono proste wzory aproksymacyjne do oszacowania sprężystego momentu krytycznego dla podstawowych i najczęściej występujących schematów obciążenia. Wzory te mogą być uzupełnieniem formuł podanych np. w normach [2, 3]. Uzyskane wyniki porównano z wartościami wyznaczonymi na podstawie literatury [2-5] oraz programu LTBeam (MES) [9].



Rys. 1. Schemat statyczny belki: a) widok, b) przekrój A-A

3. Funkcja kąta skręcenia belki

W większości znanych z literatury prac do aproksymacji kąta skręcenia belki wykorzystywano szeregi trygonometryczne np. [4-8, 10]. Dla obciążeń symetrycznych lub nieznacznie niesymetrycznych (względem osi poprzecznej belki) już przy pierwszym wyrazie szeregu uzyskuje się dobre wyniki np. [4, 5] w porównaniu z MES [9]. Natomiast nie natrafiono na prace, gdzie do aproksymacji funkcji kąta skręcenia belki wykorzystano wielomiany potęgowe.

Jedną z pierwszych prac na temat stateczności konstrukcji cienkościennych, szeroko wykorzystującą wielomiany potęgowe, jest artykuł Protte [11]. Praca ta dotyczy stateczności lokalnej przekrojów cienkościennych. W Polsce do rozpropagowania zastosowania wielomianów w analizie stateczności elementów cienkościennych przysłużyły się m.in. prace Jakubowskiego, np. [12]. Do wyznaczenia lokalnych bimomentów krytycznych w nieswobodnie skręcanych prętach cienkościennych o przekroju otwartym z powodzeniem użyto wielomianów potęgowych [13].

W niniejszej pracy funkcję kąta skręcenia belki aproksymowano za pomocą sumy wielomianów potęgowych (4) zaczerpniętych z prac [11-13]:

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^n a_i W_i \quad (4)$$

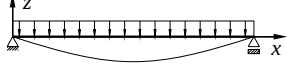
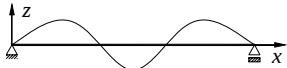
gdzie:

- a_i – swobodne parametry funkcji kąta skręcenia,
- W_i – i -ty wielomian potęgowy.

Postać oraz interpretację fizyczną wielomianów W_i (dla $i = 1, 2, 3$) przedstawiono w tabeli 1 (gdzie $\rho = x/L$).

Przyjęta funkcja kąta skręcenia (4) spełnia warunki brzegowe belki podpartej widelkowo, ponieważ: $\varphi = 0$, $\varphi'' = 0$ dla $x = 0$ oraz $x = L$.

Tabela 1. Zastosowane wielomiany

Lp.	Wielomian	Interpretacja fizyczna
1	2	3
1	$W_1 = \rho - 2\rho^3 + \rho^4$	
2	$W_2 = \rho - 10\rho^3 + 15\rho^4 - 6\rho^5$	
3	$W_3 = \rho - 26\rho^3 + 73\rho^4 - 72\rho^5 + 24\rho^6$	

4. Oszacowanie momentu krytycznego metodą energetyczną

W niniejszej pracy do wyznaczenia sprężystego momentu krytycznego zwichrzenia bisymetrycznej belki dwuteowej podpartej widelkowo wykorzystano metodę energetyczną [10]. Krytyczną wartość obciążenia wyznaczono z równania (5):

$$\Delta\Pi = \Delta U - \Delta T \quad (5)$$

gdzie:

ΔU – energia sprężysta zginania i skręcania belki,
 ΔT – praca sił zewnętrznych.

Energię potencjalną zginania i skręcania wyznaczono ze wzoru (6):

$$\Delta U = \frac{1}{2} \left(EI_z \int_0^L \left(\frac{d^2 u}{dx^2} \right)^2 dx + GI_t \int_0^L \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 dx + EI_\omega \int_0^L \left(\frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right)^2 dx \right) \quad (6)$$

Praca sił zewnętrznych jest funkcją schematu obciążenia i współrzędnej punktu jego przyłożenia. Na przykład dla belki podpartej widelkowo (por. rys.1), obciążonej siłą skupioną w środku rozpiętości, przy dowolnej współrzędnej punktu przyłożenia obciążenia (z_g) po wysokości przekroju, pracę sił zewnętrznych można zapisać w postaci:

$$\Delta T = \frac{P_z}{2} \left(\int_0^{L/2} \varphi \frac{d^2 u}{dx^2} x dx + \int_{L/2}^L \varphi \frac{d^2 u}{dx^2} (L-x) dx + z_g (\varphi_{L/2})^2 \right) \quad (7)$$

W równaniach (6), (7) występuje funkcja ugięcia (u) względem słabszej osi (rys.1) oraz funkcja kąta skręcenia (φ). Aby opisać zachowanie belki tylko jedną funkcją kąta skręcenia (φ) skorzystano z jednego (8) z trzech równań równowagi belki zwichrzonej [10]:

$$EI_z \frac{d^2 u}{dx^2} = M_z \quad (8)$$

Wykorzystując zależności (5), (6), (7), (8) oraz wielomiany zapisane w tabeli 1, opracowano w środowisku pakietu *Mathematica*® program obliczeniowy *McrLT_podparcie_widelk.nb.* („M_{LTB}”). Program umożliwia obliczenie momentów krytycznych zwichrzenia dla dowolnych parametrów geometrycznych bisymetrycznego przekroju dwuteowego, schematów obciążenia zamieszczonych w tabelach 2 i 3 oraz dowolnej wartości współrzędnej (z_g) (rys.1) punktu przyłożenia obciążenia poprzecznego

(tab. 3). Zastosowanie w programie trzech wyrazów szeregu (4) dało w znakomitej większości przypadków wyniki różniące się w stosunku do MES nie więcej niż +1% (tab. 4, kol. 4, 5; tab. 5, kol. 4, 5).

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń stwierdzono, że dla przypadków obciążeń zamieszczonych w tabelach 2 i 3 aproksymacja funkcji kąta skręcenia belki tylko pierwszym wyrazem (W_1) szeregu (4) daje wystarczającą z technicznego punktu widzenia dokładność oszacowania momentu krytycznego (tab. 4, kol. 4, 10, 11 oraz tab. 5, kol. 4, 10, 11).

W związku z tym, opracowano w pakiecie *Mathematica*® program *McrLT_podparcie_widelk_obl.symb.nb* do obliczeń symbolicznych, aproksymując funkcję kąta skręcenia tylko pierwszym wyrazem W_1 (tab.1) szeregu (4). Z uwagi na prosty zapis wielomianu W_1 (zbliżonego kształtem do funkcji $\sin(\pi x/L)$), wynikiem obliczeń symbolicznych było wyprowadzenie prostych wzorów aproksymacyjnych (9), (10) na moment krytyczny zwichrzenia belek o dwuteowym przekroju bisymetrycznym.

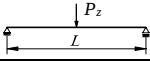
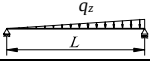
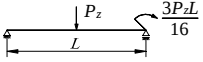
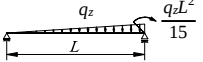
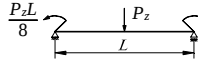
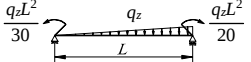
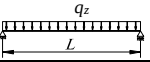
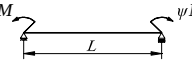
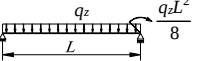
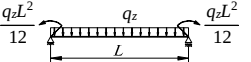
W przypadku obciążenia przyłożonego do środka ścinania przekroju otrzymano:

$$M_{cr} = A_1 \frac{\sqrt{EI_z(17L^2GI_t + 168EI_\omega)}}{L^2} \quad (9)$$

gdzie:

A_1 – współczynnik zależny od schematu obciążenia (tab. 2).

Tabela 2. Współczynnik A_1 dla wybranych schematów obciążenia

Lp.	Schemat obciążenia	A_1	Lp.	Schemat obciążenia	A_1
1		1,043	7		0,880
2		1,397	8		2,100
3		1,323	9		2,362
4		0,864	10	 $A_2 = 193 + 296\psi + 193\psi^2$ dla $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{19,9}{\sqrt{A_2}}$
5		1,736			
6		1,995			

W przypadku obciążenia poprzecznego przyłożonego na dowolnej rzędnej wysokości względem środka ścinania przekroju belki, wzór na moment krytyczny ma postać:

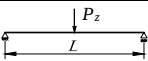
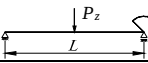
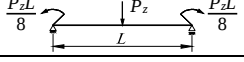
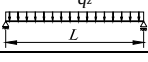
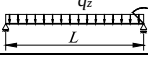
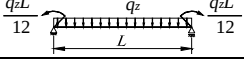
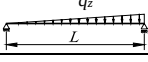
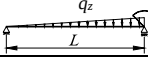
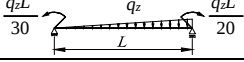
$$M_{cr} = \frac{B_1 \left(-EI_z z_g + \sqrt{EI_z (B_2 L^2 GI_t + B_3 EI_\omega + EI_z z_g^2)} \right)}{L^2} \quad (10)$$

gdzie:

z_g – rzędna miejsca przyłożenia obciążenia (por. rys.1),

B_1, B_2, B_3 – współczynniki zależne od schematu obciążenia belki (tab. 3).

Tabela 3. Współczynniki B_1 , B_2 , B_3 dla wybranych schematów obciążenia

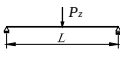
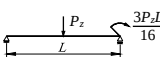
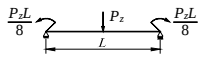
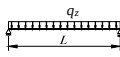
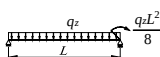
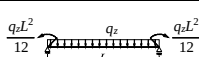
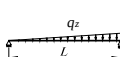
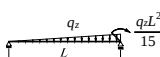
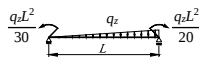
Lp.	Schemat obciążenia	B_1	B_2	B_3
1	2	3	4	5
1		7,435	0,335	3,306
2		17,787	0,105	1,036
3		23,926	0,052	0,514
4		5,144	0,480	4,742
5		20,760	0,119	1,175
6		41,111	0,040	0,395
7		5,215	0,484	4,787
8		28,544	0,092	0,910
9		48,037	0,041	0,406

5. Porównanie wyników

W pracy porównano sprężyste momenty krytyczne oszacowane za pomocą wzorów (1), (2), (9), (10) z wynikami uzyskanymi z dostępnego nieodpłatnie programu LTBeam (MES) [9]. Do analizy przyjęto m.in. belkę wykonaną z profilu IPE300 ($I_z = 604 \text{ cm}^4$, $I_w = 125900 \text{ cm}^6$, $I_t = 20,7 \text{ cm}^4$, $E = 210 \text{ GPa}$, $G = 81 \text{ GPa}$) o rozpiętości $L = 4 \text{ m}$ (por. rys. 1).

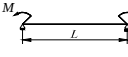
W tabeli 4 przedstawiono momenty krytyczne oszacowane dla obciążeń przyłożonych do charakterystycznych punktów przekroju belki (półka górna, środek ścinania, półka dolna). Współczynniki C_1 i C_2 dobierano z tablic lub obliczano ze wzorów wg [4]. I tak dla wzoru (1) (schematy 1, 3, 4, 6 z tab. F.1.2 wg [2]). Dla schematów 2, 5, 7, 8, 9 w normie [2] nie zamieszczono wartości współczynników C_1 , C_2 . Z kolei dla wzoru (2) (schematy 1, 2, 3, 4, 5, 6 C_1 , C_2 dobierano z tab.1 wg [4], a dla schematów 7, 8, 9 ze wzorów (20, 11b, 11a) wg [4]). W kolumnach 7, 9, 11 podano różnice procentowe w stosunku do MES [9] (tab. 4, kol. 4).

Tabela 4. Porównanie momentów krytycznych dla wybranych schematów obciążenia

Lp.	Schemat obciążenia	z_g [cm]	Mcr [kNm]							
			MES	M_{LTB} $3W_i$	Wzór (1)	%	Wzór (2)	%	Wzór (10)	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		15	146,7	147,1	148,1	0,9	146,8	0,0	149,0	1,5
		0	219,2	219,2	219,4	0,1	217,0	-1,0	220,4	0,5
		-15	325,2	325,7	325,1	0,0	320,9	-1,4	325,8	0,2
2		15	148,3	149,0	-	-	147,1	-0,8	151,6	2,2
		0	293,0	293,3	-	-	289,4	-1,3	295,1	0,7
		-15	563,2	567,4	-	-	569,2	1,0	574,6	2,0
3		15	111,2	111,9	110,1	-1,0	111,5	0,3	114,3	2,7
		0	277,3	277,7	251,6	-10	273,3	-1,5	279,5	0,8
		-15	677,3	680,5	575,0	-18	669,6	-1,1	683,3	0,9
4		15	131,1	131,1	131,0	-0,1	130,7	-0,3	131,3	0,2
		0	182,0	182,0	182,0	0,0	181,7	-0,2	182,5	0,3
		-15	252,5	252,5	252,8	0,1	252,5	0,0	253,7	0,5
5		15	194,7	194,7	-	-	192,9	-1,0	195,2	0,3
		0	363,1	363,4	-	-	361,7	-0,4	366,8	1,0
		-15	660,8	663,4	-	-	678,3	2,6	689,0	4,1
6		15	156,3	156,3	77,8	-101	154,6	-1,1	156,4	0,0
		0	419,6	419,7	206,6	-103	417,9	-0,4	421,1	0,4
		-15	1100	1108	548,5	-101	1130	2,6	1134	3,0
7		15	133,4	133,7	-	-	134,7	1,0	133,9	0,4
		0	185,7	185,3	-	-	187,7	1,0	185,9	0,1
		-15	257,8	256,2	-	-	261,3	1,4	258,0	0,1
8		15	218,0	219,2	-	-	213,5	-2,1	219,1	0,5
		0	442,3	442,5	-	-	413,1	-7,1	443,6	0,3
		-15	841,5	883,3	-	-	799,6	-5,2	898,0	6,3
9		15	184,7	186,9	-	-	182,4	-1,2	186,9	1,2
		0	496,2	496,4	-	-	455,5	-8,9	498,5	0,5
		-15	1284	1286	-	-	1137	-13	1329	3,4

W tabeli 5 przedstawiono momenty krytyczne oszacowane dla liniowego rozkładu momentu zginającego przy zmiennym stosunku skupionych momentów podporowych. Współczynnik C_1 dobierano w tym przypadku z tablic. Dla wzoru (1) z tab. F.1.1 wg [2], a dla wzoru (2) z tab. 2 wg [4]. W kolumnach 7, 9, 11 podano różnice procentowe w stosunku do MES [9] (tab. 5, kol. 4).

Tabela 5. Porównanie momentów krytycznych dla wybranych schematów obciążenia

Lp.	Schemat obciążenia	ψ	Mcr [kNm]							
			MES	M_{LTB} $3W_i$	Wzór (1)	%	Wzór (2)	%	Wzór (9)	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10		1,00	160,9	160,9	160,8	-0,1	160,8	-0,1	160,9	0,0
		0,75	183,5	183,5	183,4	0,0	183,4	0,0	183,7	0,1
		0,50	212,3	212,3	212,7	0,2	212,5	0,1	213,0	0,3
		0,25	249,2	249,2	251,3	0,8	250,1	0,4	251,6	1,0
		0,00	296,0	296,1	302,1	2,0	298,5	0,8	302,5	2,2
		-0,25	352,7	352,8	366,7	3,8	356,7	1,1	367,1	3,9
		-0,50	412,8	413,1	434,7	5,0	411,6	-0,3	435,2	5,1
		-0,75	455,4	455,6	470,5	3,2	432,5	-5,3	471,2	3,3
		-1,00	438,2	438,4	442,4	1,0	401,9	-9,0	443,0	1,1

Z porównania wyników zamieszczonych w tabelach 4 i 5 wynika, że oszacowane za pomocą wzorów (9), (10) wartości sprężystych momentów krytycznych, dają wystarczające przybliżenie inżynierskie w stosunku do MES (różnice od +0,1 do +6,3% wg tab. 4, kol. 4, 10, 11 oraz od +0,1 do +5,1% wg tab. 5, kol. 4, 10, 11). Natomiast, zastosowanie w programie „ M_{LTB} ” trzech wyrazów szeregu (4) w znakomitej większości przypadków dało wyniki różniące się w stosunku do MES nie więcej niż +1% (por. tab. 4, kol. 4, 5 oraz tab. 5, kol. 4, 5).

Zastosowanie wzorów z normy [2] daje dobre oszacowanie momentów krytycznych w stosunku do wartości wyznaczonych za pomocą MES dla schematów 1, 4 przedstawionych w tabeli 4 (kol. 7) oraz dla schematu 10 zamieszczonego w tabeli 5 (kol. 7). W przypadku schematu 3 (tab. 4, kol. 4, 6, 7) różnice wyniosły do -18%, a dla schematu 6 (tab. 4, kol. 4, 6, 7) różnice te są bardzo duże (do -103%).

Wzory zaczerpnięte z prac [4, 5] dają w większości przypadków bardzo dobre oszacowanie momentów krytycznych w stosunku do obliczonych za pomocą MES (od -13 do +2,6% wg tab. 4, kol. 4, 8, 9 oraz od -9 do +1,1 % wg tab. 5, kol. 4, 8, 9). Uzyskane z nich momenty krytyczne są przeważnie nieznacznie niższe od wyznaczonych wg MES [9] co daje wartości bezpieczne z praktycznego punktu widzenia.

6. Wnioski

Zastosowanie wielomianów potęgowych i metody energetycznej pozwoliło na opracowanie programów komputerowych służących do numerycznego wyznaczania momentów krytycznych, oraz „symbolicznego” wyprowadzenia prostych wzorów aproksymacyjnych (9 i 10). Wzory uzyskano wykorzystując jeden wyraz funkcji kąta skręcenia belki. Zastosowanie wzorów aproksymacyjnych (9 i 10) pozwala na proste oszacowanie sprężystego momentu krytycznego zwichrzenia bisymetrycznych belek dwuteowych podpartych widelkowo obciążonych w sposób najczęściej występujący w praktyce inżynierskiej (tab. 2, 3). Momenty krytyczne (tab. 4, 5) oszacowane za pomocą wzorów (9), (10) dają wystarczające przybliżenie inżynierskie w stosunku do wartości uzyskanych z MES. Podane w pracy rozwiązania dla schematów 2, 5, 7, 8, 9 (tab. 2, 3) stanowią uzupełnienie przypadków podstawowych nieuwjętych w normie [2].

W przypadku bardziej złożonych schematów obciążenia, wywołujących silnie niesymetryczne rozkłady funkcji kąta skręcenia belki (tzn. znacznie odbiegające od jednej półfali $\sin(\pi x/L)$), zalecane jest zastosowanie trzech wyrazów funkcji (4) (program „ M_{LTB} ”), co daje dokładniejsze oszacowanie momentów krytycznych zwichrzenia.

W projektowaniu konstrukcji metalowych warto stosować różne metody weryfikacji obliczeń. W tym przypadku ręczne (lub zapisane w arkuszach kalkulacyjnych) metody szacowania momentów krytycznych zwichrzenia mogą stanowić skuteczne sposoby weryfikacji obliczeń MES.

Literatura

1. PN-EN 1993-1-1:2006. Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
2. ENV-1993-1-1:1993. Design of Steel Structures – Part 1-1: General Rules for Buildings.
3. PN-90/B-03200. Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.
4. Bijak R., 2011. Moment krytyczny zwichrzenia niestężonych bisymetrycznych belek dwuteowych podpartych widelkowo. XII ICMS Wrocław, 144-151.
5. Bijak R., 2011. Ogólny przypadek zwichrzenia belek o dwuteowym przekroju bisymetrycznym podpartych widelkowo. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Budownictwo i Inżynieria Środowiska 276(58) 3/11/II, 201-208.
6. Kozłowski A. i in., 2012. Konstrukcje stalowe. Przykłady obliczeń wg PN-EN 1993-1 Cz. 1. Wybrane elementy i połączenia. Wydanie III, OWPRz Rzeszów.
7. Trahair N.S., Bradford M.A., Nethercot D.A., Gardner L., 2008. The behavior and design of steel structures to EC3. Furth edition, Taylor & Francis, London and New York.
8. Serena M.A., López A., Puente I., Yong D.J., 2006. Equivalent uniform moment factors for lateral – torsional buckling of steel members. JCSR 62, 566-580.
9. Galéa Y., 2003. Moment critique de déversement élastique de poutre fléchies. Présentation du logiciel LTBEAM. Revue Construction Métallique. CTICM 2.
10. Timoshenko S.P., Gere J.M., 1963. Teoria stateczności sprężystej. Warszawa.
11. Protte W., 1976. Zur Beulung versteifter Kastenträger mit symmetrischem Trapez - Querschnitt unter Biegemomenten-, Normalkraft- und Querkraftbeanspruchung. Techn. Mitt. Krupp. - Forsch. Ber. Band 34; H.2.
12. Jakubowski S., 1988. Buckling of Thin-Walled Girders under Compound Load. Thin-Walled Structures 6, 129-150.
13. Szychowski A., 2014. A theoretical analysis of the local buckling in thin-walled bars with open cross-section subjected to warping torsion. Thin-Walled Structures 76, 42-55.

Applying the energy method and polynomials to the determination of the critical buckling moments in beams

Rafał Piotrowski, Andrzej Szychowski

*Faculty of Civil Engineering and Architecture, Kielce University of Technology,
e-mail: rafalp@tu.kielce.pl, aszychow@tu.kielce.pl*

Abstract: The paper presents the computational program and approximation formulas for estimating the elastic critical buckling moment in double-symmetric I-beam sections with forked supports. Load schemes that are frequently found in engineering practice were included. To solve the problem, the energy method was used, where the function of the beam torsion angle was expressed by power polynomials. As the derived approximation formulas are simple, they can be easily used in engineering practice. The critical buckling moments, calculated with approximation formulas and the program, were compared with the values obtained from the literature and the application of the Finite Element Method (FEM). A very good congruence of results was obtained.

Keywords: critical moment, energy method, polynomials, approximation formulas

Neuronowa predykcja współczynnika wyboczeniowego ścianki przęsłowej elementu cienkościennego

Beata Potrzeszcz-Sut, Andrzej Szychowski

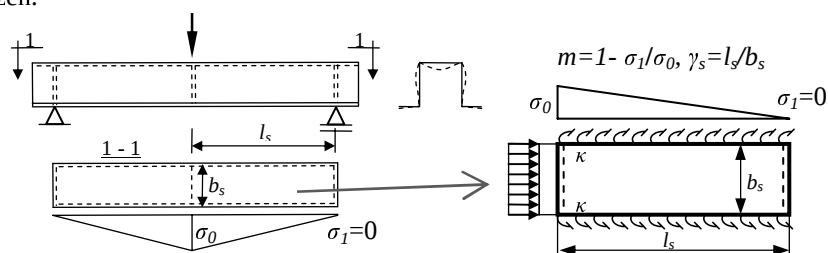
Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach,
e-mail: beatap@tu.kielce.pl, aszychow@tu.kielce.pl

Streszczenie: W pracy zamieszczono wyniki neuronowego sformułowania wzoru na współczynnik wyboczeniowy k ścianki przęsłowej elementu cienkościennego. Ściankę ściskaną zamodelowano jako obustronnie sprężyste zamocowaną płytę przy uwzględnieniu wzdłużnej zmienności naprężeń. Przeanalizowano różne struktury sieci pod kątem „poręczności” uzyskanej formuły przy jednoczesnym sprawdzeniu dokładności uzyskiwanych rezultatów. Efektywność uzyskanego wzoru porównano z wynikami znanymi z literatury

Słowa kluczowe: elementy cienkościenne, wyboczenie lokalne, ścianka przęsłowa, wzdłużna zmienność naprężeń, sieci neuronowe.

1. Wprowadzenie

W prętach cienkościennech o przekroju kl. 4 występują przypadki, w których ścianka przęsłowa jest ściskana i jednocześnie występuje wzdłużna zmienność naprężeń na jej długości (rys. 1). W wielu technicznie ważnych przypadkach analizę stateczności lokalnej takiego elementu można sprowadzić do analizy wyboczenia ściskanej ścianki przęsłowej przy uwzględnieniu warunków jej sprężystego zamocowania w ściankach sąsiednich. W pracach [1, 2] wykazano, że ściankę taką można modelować, jako obustronnie sprężyste zamocowaną „na obrót” płytę przęsłową przy uwzględnieniu wzdłużnej zmienności naprężeń.



Rys. 1. Wydzielona z segmentu pręta cienkościennego płyta przęsłowa przy wzdłużnej zmienności naprężeń

Uwzględnienie warunków sprężystego zamocowania oraz wzdłużnej zmienności naprężeń prowadzi do dokładniejszego wyznaczenia naprężeń krytycznych wyboczenia lokalnego. Służy to ocenie dokrytycznego zakresu pracy elementu cienkościennego (w którym ważna jest teoria Własowa) oraz oszacowaniu jego obliczeniowej nośności granicznej (np. metodą przekroju efektywnego).

W pracy [1] opracowano m.in. program komputerowy „Ncr_internal_plate_elastic.nb” służący do wyznaczania i tablicowania współczynników wyboczeniowych k dla obustronnie sprężyste zamocowanej płyty przęsłowej przy wzdłużnej zmienności naprężeń. Z kolei w pracy [2] wyprowadzono wzory aproksymacyjne współczynnika k^* dla

liniowego i nieliniowego, wg parabol 2 stopnia, rozkładu naprężeń na długości płyty. W tym przypadku wzór aproksymacyjny na $k^*(\kappa, m, \gamma_s)$ zależy od następujących parametrów: κ – wskaźnika sprężystego zamocowania wg wzoru: $\kappa = 1/(1+2D_s/b_s C_\theta)$ zmieniającego się w zakresie od 0 – dla podparcia przegubowego do 1 dla pełnego utwierdzenia, m – parametru wzdłużnego rozkładu naprężeń wg wzoru: $m = 1-\sigma_1/\sigma_0$ (por. rys. 1), oraz $\gamma_s = l_s/b_s$, (gdzie: D_s – płytowa sztywność zginania, C_θ – sztywność obrotowa krawędzi podpartej). Do wyznaczenia wzoru aproksymacyjnego na k^* wykorzystano duży zbiór tablic współczynników wyznaczony programem „Ncr_internal _plate_elastic.nb” wg [1]. Wzór ogólny wg [2] przyjęto w postaci:

$$k^*(\kappa, m, \gamma_s) = k_\infty(\kappa) + f_q(\kappa, m) / \gamma_s^{w_q(m)} \quad (1)$$

gdzie: $k_\infty(\kappa)$ – współczynnik wybocheniowy dla nieskończenie długiej płyty przęsłowej przy stałej intensywności naprężeń ($m = 0$), który wyznaczono w postaci [2]:

$$k_\infty(\kappa) = 4 + 0.746\kappa + 2.304\kappa^3 - 2.836\kappa^5 + 2.73\kappa^7, \quad (2)$$

$f_q(\kappa, m)$ – wyrażenie uwzględniające wzdłużną zmienność naprężeń i wskaźnik utwierdzenia, którego współczynniki wyznaczono metodą najmniejszych kwadratów, $w_q(m)$ – wykładnik potęgowy w funkcji parametru m .

W przypadku liniowego rozkładu naprężeń ($m \neq 0$) wzór ten przyjmuje postać [2]:

$$\begin{aligned} k^*(\kappa, m, \gamma_s) = & k_\infty(\kappa) + [3.659m - 2.581m^2 + 1.184m^3 + \\ & (0.533m - 0.45m^2 + 0.218m^3)\kappa + \\ & (1.519m - 1.933m^2 + 1.046m^3)\kappa^3 - \\ & (2.536m - 4.247m^2 + 2.409m^3)\kappa^5 + \\ & (2.413m - 3.635m^2 + 1.992m^3)\kappa^7] / \gamma_s^{(0.68+0.04m)} \end{aligned} \quad (3)$$

(Uwaga: w pracy [2] we wzorze (6), tutaj wzór (3), wkraśl się błąd w druku, w nawiasie przy κ^3 czynnik $1,046m^3$ powinien być ze znakiem (+)).

W pracy zajęto się sformułowaniem wzoru na współczynnik k_{SN} płyty przęsłowej dla liniowego rozkładu naprężeń na jej długości za pomocą sieci neuronowej (SN) i sprawdzeniem jego efektywności, dokładności oraz liczby obliczeń potrzebnych do jego predykcji. Bazowano przy tym na dokładnie tym samym zbiorze tablic współczynników k_{ref} wyznaczonych wg [1], które posłużyły do sformułowania wzorów (2 i 3). Wynik takiego porównania posłuży do zaplanowania dalszych eksperymentów z wykorzystaniem SN w tych przypadkach stateczności lokalnej prętów cienkościennych, w których występuje więcej parametrów sterujących, np. (κ, m, γ_s i dodatkowo np. α_s – współczynnik poprzecznego rozkładu naprężeń).

2. Sieci neuronowe

Sieci neuronowe należą do grupy biologicznie inspirowanych metod obliczeniowych tzw. „metod miękkich”. Szerokie zastosowanie SN w wielu gałęziach nauki związane jest z ich zdolnościami do uogólniania danego zjawiska i małą wrażliwością na błędy danych uczących (np.: błędy pomiarowe lub niekompletne zestawy danych).

Przykłady praktycznego zastosowania sieci neuronowych w zagadnieniach inżynierii lądowej pokazują wybrane prace: [3] – analiza sprężysto-plastycznych tarcz i płyt, [3, 4] – analiza niezawodności konstrukcji, [3, 5] – identyfikacja materiału istniejących konstrukcji,

[6] – strojenie modeli MES. W obszarze problemów konstrukcji cienkościennych warto zwrócić uwagę na pracę Pała [7], gdzie podano formułę na naprężenia krytyczne wyboczenia dystorsyjnego ściskanego elementu cienkościennego o przekroju ceowym z pojedynczym odgięciem krawędzi, wyznaczoną za pomocą SN.

Zagadnienie sformułowania wzoru na współczynnik wyboczeniowy – k_{SN} , mieści się w klasie tzw. problemów bezpośrednich. Polegają one na znalezieniu rozwiązania przy kompletnym zestawie danych wejściowych (tu „ κ , m , γ_s ”), określających jednoznaczne cechy zadania (tu „ k_{SN} ”).

Najczęściej stosowaną strukturą sieci jest jednokierunkowa sieć wielowarstwowa (MLP – ang. *multi layer perceptron*), zbudowana z neuronów ułożonych w warstwach. Każda sieć podlega procesowi uczenia na wzorcach, tj. na zestawach przyporządkowanych sobie wzajemnie danych wejściowych i wyjściowych, podczas którego obliczane są iteracyjnie parametry sieci (macierze liczbowe) – wagi w i biasy – b . Po zakończeniu procesu uczenia, sieć podlega testowaniu za pomocą zbioru wzorców testujących.

W pracy do sformułowania współczynnika k_{SN} , zastosowano sieć jednokierunkową ze wsteczną propagacją błędów. Do uczenia wykorzystano bardzo efektywny pseudo-gaussowski algorytm Levenberga-Marquarda. Proces uczenia sieci weryfikowano za pomocą błędu średniokwadratowego (MSE – ang. *mean squared error*). W procesie testowania sprawdzano dodatkowo średni i największy błąd procentowy ($avr\ ep$ i $max\ ep$) oraz współczynnik korelacji liniowej – r . Obliczenia neuronowe wykonano w środowisku pakietu *Matlab*[®] z wykorzystaniem biblioteki narzędziowej *Neural Network Toolbox* [8].

3. Zastosowanie sieci neuronowej do sformułowania wzoru współczynnika k_{SN}

Do opracowania i testowania sieci neuronowej wykorzystano tablice współczynników k_{ref} wyznaczone programem „Ncr_internal_plate_elastic.nb” wg [1]. Tablice zawierają trzy parametry sterujące: κ , m , γ_s i jeden parametr wynikowy k_{ref} rozpatrywanej płyty. Sieć przygotowano na podstawie 95 tablic [2] zawierających dokładnie 16245 współczynników k_{ref} tj. dla 19 wartości pośrednich κ od 0 do 1, pięciu wartości m od 0 do 1 co 0.25 oraz 171 wartości γ_s od 3 do 20 z krokiem 0,1. W przypadku bardzo krótkich segmentów np.: $\gamma_s < 3$, co w prętach cienkościennych występuje raczej rzadko, należy korzystać z wykresów zamieszczonych w pracy [1]. Do uczenia sieci wykorzystano 8123 danych wzorcowych, natomiast do testowania 8122 – wzorce rozłożono sekwencyjnie, co drugą wartość.

Tabela 1. Zakres wartości parametrów w wektorach wejściowych i wyjściowym dla realizowanego zadania

Parametr	Zakres wartości	Parametr normalizujący
Wskaźnik sprężystego utwardzenia κ	0-1	$S_\kappa = 1,05$
Proporcja wymiarów γ_s	3-20	$S_\gamma = 21$
Parametr rozkładu naprężeń m	0-1	$S_m = 1,05$
Płytowy współczynnik wyboczeniowy k_{ref}	4,0-8,46	$S_k = 8,88$

Przygotowanie danych do uczenia i testowania sieci polegało na odpowiednim ich przeskalowaniu (tab. 1), tak, aby parametry zadania p : (κ , γ_s , m , k_{ref}) mieściły się w przedziale: $-1 < p < 1$.

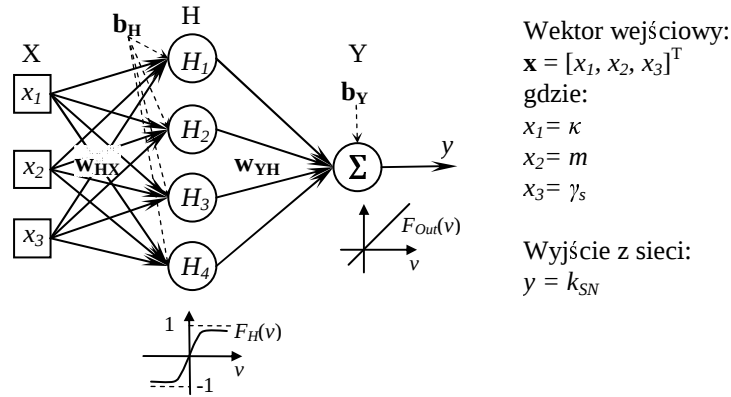
Po obliczeniach wstępnych zdecydowano, aby dalej zastosować sieć z jedną warstwą ukrytą o strukturze X-H-Y, gdzie X oznacza liczbę neuronów w warstwie wejściowej (liczbę argumentów zadania), H to liczba neuronów warstwy ukrytej, natomiast Y oznacza liczbę wyjść, czyli oczekiwanych odpowiedzi (rys. 2). Warstwa ukryta (H) aktywowana była za pomocą funkcji bipolarnej ($\tanh$), natomiast w warstwie wyjściowej (Y) użyto

liniowej funkcji aktywacji. Problem aproksymowania wartości współczynnika k_{SN} sformułowano jako odwzorowanie wektora wejścia $\mathbf{x}$ w skalarne wyjście y : $\mathbf{x}_{(3 \times 1)} = \{x_1, x_2, x_3\} \rightarrow y = k_{SN}$.

Tabela 2. Błędy neuronowej aproksymacji dla wybranych sieci

1	2	3	4	5	6	7
MLP	Epoki	$MSE_L \cdot 10^{-5}$	$MSE_T \cdot 10^{-5}$	avr ep_T [%]	max ep_T [%]	r_T
3-8-1	70	1.7	1.6170	0.34	1.10	0.9983
3-5-1	195	1.7	1.7013	0.42	1.14	0.9983
3-4-1	202	1.7	1.7032	0.40	2.10	0.9978
3-3-1	1000	3.3	3.5712	0.70	6.67	0.9967

Proces uczenia sieci realizowano za pomocą algorytmu WPB (ze wsteczną propagacją błędów). Po to aby optymalnie dobrać liczbę neuronów w warstwie H, przeanalizowano wyniki dla kilku struktur sieci przedstawionych w tabeli 2, w kolumnie 1. Epoki wymienione w kolumnie 2 oznaczają liczbę iteracji, w której realizowany jest proces uczenia sieci. Błędy neuronowej aproksymacji w odniesieniu do wartości zestawu referencyjnego (k_{ref}) zestawiono w tabeli 2, w kolumnach 3 ÷ 7. MSE_L i MSE_T to odpowiednio błąd średniokwadratowy dla uczenia i testowania sieci, avr ep_T i max ep_T to średni i maksymalny błąd względny procentowy dla testowania. W kolumnie 7 zamieszczono wartości współczynnika korelacji liniowej r_T – wyznaczone dla zbioru testującego.



Rys. 2. Architektura i schemat działania wykorzystanej sieci neuronowej 3-4-1

W przygotowaniu sieci starano się o to, aby jej struktura była możliwie najprostsza, od czego zależy postać wzoru aproksymacyjnego wg zasady: mała sieć $\rightarrow$ prosty wzór aproksymacyjny. Przy wyborze architektury i funkcji aktywacji sieci kierowano się również minimalnymi wartościami błędów dla uczenia i testowania. Na podstawie danych zawartych w tabeli 2 stwierdzono, że dla $H = 4$ błędy są na podobnym, technicznie akceptowalnym poziomie, jak dla 8 neuronów w warstwie ukrytej. W związku z tym, do dalszej analizy wybrano sieć o strukturze 3-4-1 (por. rys. 2), która najlepiej spełniła założone kryteria.

Wyjście z sieci, czyli zależność $k_{SN}(\kappa, m, \gamma_s)$ (4), można sformułować, w sposób jawny, poprzez znane wartości parametrów sieci ($\mathbf{w}$ i $\mathbf{b}$):

$$k_{SN}(\kappa, m, \gamma_s) = S_k \cdot (\mathbf{w}_{YH} \cdot (\tanh(\mathbf{w}_{HX} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\kappa}{S_\kappa} & \frac{m}{S_m} & \frac{\gamma_s}{S_\gamma} \end{bmatrix}^T + \mathbf{b}_H)) + \mathbf{b}_Y) \quad (4)$$

gdzie:

$$\mathbf{w}_{\mathbf{HX}} = \begin{bmatrix} -1.1639 & -0.0425 & 0.0483 \\ -6.7676 & 0.0033 & 0.0057 \\ 0.0875 & -1.1476 & -0.6531 \\ -0.0363 & -0.4549 & 0.2700 \end{bmatrix} \quad \text{– wagi połączeń warstwy X i H,}$$

$$\mathbf{w}_{\mathbf{YH}} = [-1.0084 \quad -0.19832 \quad -1.3081 \quad -2.7437] \quad \text{– wagi połączeń warstwy Y i H,}$$

$$\mathbf{b}_{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} 2.0046 \\ 7.0058 \\ -1.8049 \\ 2.1783 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_{\mathbf{Y}} = [3.0885] \quad \text{– biasy neuronów kolejnych warstw sieci,}$$

$$S_k, S_\kappa, S_m, S_\gamma \quad \text{– parametry normalizujące (tab. 1).}$$

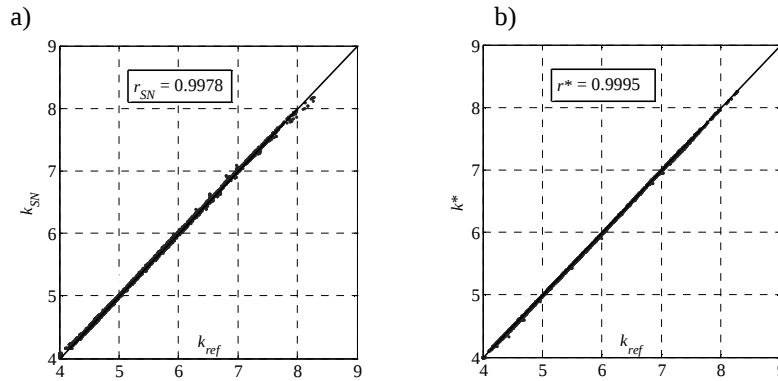
Po rozpisaniu, wzór na k_{SN} (4) można przedstawić w postaci:

$$\begin{aligned} k_{SN} = & 8.9584 \cdot \tanh(1.1085\kappa + 0.0405m - 0.0023\gamma - 2.0046) \\ & - 1.7618 \cdot \tanh(-6.4453\kappa + 0.0032m + 0.0003\gamma + 7.0058) \\ & + 11.6202 \cdot \tanh(-0.0834\kappa + 1.0930m + 0.0311\gamma + 1.8049) \\ & + 24.3737 \cdot \tanh(0.0346\kappa + 0.4332m - 0.1081\gamma - 2.1783) + 27.4363 \end{aligned} \quad (5)$$

Ze względu na „obszerność” wzoru aproksymacyjnego na współczynnik k , otrzymany za pomocą SN wzór (5) jest „tej samej klasy”, co wzór (3) (występuje ta sama liczba współczynników liczbowych, które należy uważnie przepisać np. do arkusza kalkulacyjnego).

4. Porównanie współczynników wyboczeniowych: k_{ref} , k_{SN} i k^*

Weryfikację poprawności przygotowanej sieci neuronowej 3-4-1 i zaproponowanej formuły wzoru (5) przeprowadzono, opierając się na rezultatach uzyskanych z programu: „Ncr_internal_plate_elastic.nb” wg [1] oraz wzoru aproksymacyjnego (3) wg [2]. Na rysunku 3 pokazano wykresy korelacji liniowej w przyjętym zestawie testującym dla $3 \leq \gamma_s \leq 20$: a) dla wzoru (5) wg SN, b) dla wzoru (3).

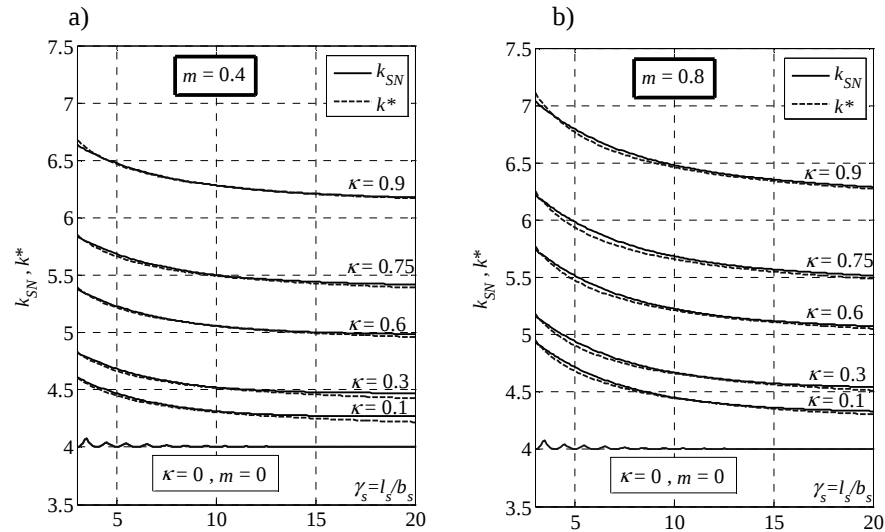


Rys. 3. Wykres korelacji w zestawie testującym: a) dla wybranej sieci 3-4-1; b) dla wzoru (3)

Z porównania rezultatów wynika bardzo dobra dokładność uzyskiwanego oszacowania współczynnika k zarówno formułą (5), jak również wzorem (3). W tym drugim przypadku współczynnik korelacji jest nieznacznie wyższy, dając praktycznie rezultaty „dokładne” ze względów technicznych punktu widzenia. W związku z tym na dalszych rysunkach

porównano efektywność wzoru (5) wg SN ze wzorem (3) dla tych parametrów zadania (κ , m), które nie należały do zbiorów: uczącego i testującego.

Na rysunku 4 przedstawiono wykresy współczynników wyboczeniowych: k_{SN} i k^* dla parametru $m = 0,4$ (rys. 4a) oraz $m = 0,8$ (rys. 4b) i wartości $\kappa = 0,1; 0,3; 0,6; 0,75; 0,9$ w przedziale $3 \leq \gamma_s \leq 20$. Krzywą „girlandową” (dla $m = 0$, $\kappa = 0$) przedstawiono wykres k przyjmowany w normach wymiarowania elementów cienkościennych np. [9, 10].



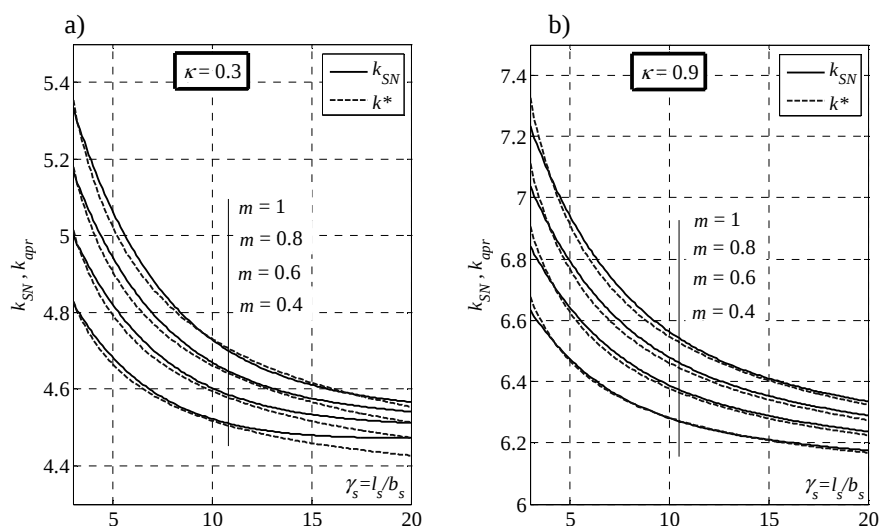
Rys. 4. Porównanie płytowych współczynników wyboczeniowych (k_{SN} i k^*) dla: a) $m=0,4$, b) $m=0,8$

W tabeli 3 zamieszczono współczynniki k_{SN} i k^* dla wybranych zestawów parametrów (κ , m , γ_s). Oprócz porównania wartości wyniki te mogą służyć do testów prawidłowego zapisania wzorów (5) i (2, 3) np. w arkuszach kalkulacyjnych.

Tabela 3. Wartości współczynników (k_{SN} i k^*) dla wybranych zestawów parametrów (κ , m , γ_s)

	$\gamma_s =$	$m = 0.4$		$m = 0.7$		$m = 1$	
		k_{SN}	k^*	k_{SN}	k^*	k_{SN}	k^*
$\kappa = 0.3$	5	4,683	4,665	4,883	4,850	5,064	5,023
	10	4,522	4,518	4,638	4,629	4,729	4,731
	15	4,480	4,459	4,556	4,542	4,611	4,617
	20	4,472	4,427	4,527	4,494	4,566	4,554
$\kappa = 0.6$	5	5,230	5,217	5,449	5,415	5,647	5,601
	10	5,057	5,058	5,188	5,177	5,294	5,287
	15	5,004	4,995	5,094	5,083	5,163	5,164
	20	4,986	4,960	5,055	5,031	5,106	5,096

Z kolei na rysunku 5 porównano wykresy współczynników: k_{SN} i k^* dla wskaźnika $\kappa = 0,3$ (rys. 5a) oraz $\kappa = 0,9$ (rys. 5b) dla $m = 0,4; 0,6; 0,8; 1$ w przedziale $3 \leq \gamma_s \leq 20$. Również w tym przypadku otrzymane krzywe pokazują dobrą zgodność wyników uzyskanych wg wzoru (5) w porównaniu z formułą (3). Drobnym wyjątkiem jest tu rozbieżność krzywych pokazanych na rysunku 5a w przedziale $15 \leq \gamma_s \leq 20$ i na rysunku 5b dla $\gamma_s = 3$. W związku z tym w tabeli 4 podano maksymalne i średnie błędy procentowe współczynnika k_{SN} (w stosunku do k^*) dla parametrów κ i m pokazanych na rysunku 5ab w przedziale $3 \leq \gamma_s \leq 20$ – rozbieżności te nie przekraczają 1,3%.



Rys. 5. Porównanie płytowych współczynników wyboczeniowych (k_{SN} i k^*) dla: a) $\kappa=0.3$; b) $\kappa=0.9$

Tabela 4. Maksymalne i średnie błędy procentowe współczynników k_{SN} pokazanych na rysunku 5

		$m = 0,4$	$m = 0,6$	$m = 0,8$	$m = 1$
	$\kappa = 0,3$				
	max ep [%]	1,03	0,85	0,77	0,82
	avr ep [%]	0,38	0,40	0,36	0,23
	$\kappa = 0,9$				
	max ep [%]	0,64	0,93	1,02	1,26
	avr ep [%]	0,07	0,19	0,29	0,25

5. Podsumowanie

Uwzględnienie warunków: sprężystego zamocowania krawędzi płyty (ścianki) w segmencie pręta cienkościennego i wzdłużnej zmienności naprężeń prowadzi do dokładniejszego oszacowania naprężeń krytycznych wyboczenia lokalnego. Służy to dokładniejszemu wyznaczaniu nośności przekroju metodą szerokości współpracującej.

W przeprowadzonych badaniach wykazano, że sieci neuronowe nadają się do jawnego sformułowania wzorów aproksymacyjnych współczynnika wyboczeniowego k_{SN} ścianek elementów cienkościennych przy wzdłużnej zmienności naprężeń. Do tego celu potrzebne są tablice danych uczących (k_{ref}) w funkcji parametrów sterujących (κ , m , γ_s).

Należy zaznaczyć, że pomimo małej architektury wybranej sieci (3-4-1) wzór (5) nie powoduje znacznego obniżenia dokładności predykcji (największy błąd testowania formuły wyniósł: max ep_T = 2.10%) i jest efektywny ze względu na małą liczbę współczynników.

Otrzymany wzór (5) może być z powodzeniem stosowany dla: $0 \leq \kappa \leq 1$; $0 \leq m \leq 1$ w przedziale $3 \leq \gamma_s \leq 20$, tzn. w tym zakresie zmienności parametrów, w którym sieć była uczona i testowana. W przypadku stałego na długości pręta rozkładu naprężeń ($m = 0$) można stosować wzór (2), z uwagi na jego prostszą postać. W przedziale $20 < \gamma_s \leq 40$ lepszym oszacowaniem współczynnika k jest wzór (3), gdyż wyniki z SN są obciążone nieco większym błędem (do max 4.5%). Natomiast dla $\gamma_s > 40$ wpływ wzdłużnej zmienności naprężeń jest niewielki (poniżej 4%) i z technicznego punktu widzenia może zostać pominięty (k można obliczyć ze wzoru (2)).

Podstawową zaletą pokazanego neuronowego sformułowania jest znaczące ograniczenie ilości obliczeń niezbędnych do wyprowadzenia wzoru (5) w stosunku do wzoru (3).

Przewiduje się dalsze zastosowanie pokazanego w pracy podejścia do analizy stateczności lokalnej prętów cienkościennych, zwłaszcza w tych przypadkach, gdzie występują więcej niż trzy parametry sterujące.

Literatura

1. Szychowski A., 2011. Stateczność ściskanego pasa dźwigara skrzynkowego przy wzdłużnej zmienności naprężeń. XII Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna KONSTRUKCJE METALOWE – ICMS, Wrocław, 202-211.
2. Szychowski A., 2014. Wyboczenie przęsłowych ścianek elementów cienkościennych. Konferencja Naukowo-Techniczna ZK2014 – Konstrukcje metalowe, Kielce-Suchedniów, 81-84.
3. Pabisek E., 2008. Systemy hybrydowe integrujące MES i SN w analizie wybranych problemów mechaniki konstrukcji i materiałów. Politechnika Krakowska, Monografia 369.
4. Kaliszuk J., 2005. Analiza niezawodności konstrukcji i elementów konstrukcji za pomocą sztucznych sieci neuronowych. Rozprawa doktorska. Uniwersytet Zielonogórski.
5. Potrzeszcz-Sut B., Pabisek E., 2014. ANN constitutive material model in the shakedown analysis of an aluminum structure. *Computer Assisted Methods in Engineering and Science* 21, 49-58.
6. Miller B., 2002. Dostrajanie modelu matematycznego konstrukcji do modelu fizycznego. Politechnika Rzeszowska, rozprawa doktorska.
7. Pala M., 2006. A new formulation for distortional buckling stress in cold-formed steel members. *Journal of Constructional Steel Research* 62, 716-722.
8. Neural Network Toolbox for Use with MATLAB, 2011. User's Guide. The MathWorks, Inc.
9. PN-EN 1993-1-3:2008. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły uzupełniające dla konstrukcji i blach profilowanych na zimno.
10. PN-EN 1993-1-5:2008. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-5: Blachownice.

Neural prediction of internal wall's buckling coefficient of thin-walled member

Beata Potrzeszcz-Sut, Andrzej Szychowski

*Faculty of Civil Engineering and Architecture, Kielce, University of Technology,
e-mail: beatap@tu.kielce.pl, aszychow@tu.kielce.pl*

Abstract: The paper contains the results of a neural formulation for buckling coefficient k of internal walls of thin-walled members. Compressed wall was defined as bilaterally elastically restrained plate taking account of the longitudinal variation of stress. Various network structures were analysed in terms of 'simplicity' of received formulas with the simultaneous verifying accuracy of the obtained results. The effectiveness of the obtained formula was compared with results known from literature.

Keywords: thin-walled members, local buckling, internal wall, longitudinal stress variation, neural networks

Eurokodowe procedury statecznościowego sprawdzania nośności stalowych ram płaskich

Zbigniew Stachura, Marian Gizejowski

Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Warszawska,
e-mail: z.stachura@il.pw.edu.pl, m.gizejowski@il.pw.edu.pl

Streszczenie: Przedstawiono eurokodowe procedury statecznościowego sprawdzania nośności stalowych ram płaskich o prętowym modelu obliczeniowym. Zamieszczono przykład liczbowy dotyczący sprawdzenia nośności pełnościennej ramy portalowej o dwuteowych elementach blachownicowych o przekrojach klasy 4 i o zmiennej wysokości środników na długości elementów.

Słowa kluczowe: rama portalowa, blachownicowe elementy stalowe, zmienny przekrój klasy 4, stateczność, metoda ogólna

1. Wstęp

Przy sprężystym projektowaniu konstrukcji stalowych zgodnie z Eurokodem 3 [1], projektant ma możliwość przeprowadzenia weryfikacji nośności wg procedur konwencjonalnych lub wykorzystując tzw. metodę ogólną. Ocena stateczności układu ramowego przeprowadzana jest w podejściu konwencjonalnym na podstawie wskaźników wykorzystania nośności elementów i ma charakter lokalny. Metoda ogólna ma cechy podejścia globalnego z zastosowaniem analizy zaawansowanej GNIA (geometrycznie nieliniowej z uwzględnieniem równoważnych globalnych i lokalnych imperfekcji geometrycznych). Sprawdzenie nośności polega na wyznaczeniu wartości mnożnika obciążenia, przy którym w najbardziej wyężonym przekroju elementu konstrukcji, nazywanego elementem sprawczym, występuje wskaźnik wykorzystania nośności charakterystycznej przekroju co najwyżej równy współczynnikowi częściowemu do nośności.

Zagadnienia projektowania wg metody ogólnej pojedynczych elementów ściskanych o różnych przekrojach, warunkach obciążenia i podparcia przedstawiono szerzej w pracach [2 i 3]. Praca jest kontynuacją badań przedstawionych w [4], gdzie ograniczono się do ram o dwuteowych elementach przyrzmatycznych i przekroju klasy 1-3. W pracy rozważania rozszerzono na ramy złożone z dwuteowych blachownic spawanych klasy 4, o zmiennej wysokości środnika na długości słupa i rygla.

2. Procedury sprawdzania nośności stalowych ram płaskich

Na rysunku 1 przedstawiono procedury sprawdzania stanu granicznego nośności stalowych ram płaskich o prętowym modelu obliczeniowym, odnoszące się do projektowania sprężystego. W algorytmie podano 4 ścieżki postępowania, z których trzy pierwsze dotyczą metody ogólnej, czwarta zaś podejścia konwencjonalnego.

W metodzie ogólnej, analiza statyczna ustroju dotyczy modelu imperfekcyjnego. W odniesieniu do układu ramowego, imperfekcje układu przyjmuje się w postaci wstępnego wygięcia η_{init} o kształcie odpowiadającym pierwszej postaci wyboczenia z analizy LBA.

Ścieżka pierwsza w algorytmie pokazanym na rysunku 1 dotyczy sytuacji, gdy pierwsza postać wybożenia jest giętno-skrętna (z płaszczyzny układu ramowego). Indeks dolny *op* stosowany do mnożnika obciążenia i amplitudy imperfekcji jest skrótem z angielskiego *out-of-plane*. Sprawdzenie nośności ma charakter globalny i polega na przeprowadzeniu zaawansowanej analizy GNIA-3D układu z przestrzenną imperfekcją geometryczną.

Ścieżka druga dotyczy sytuacji, w której pierwsza postać wybożenia jest giętna (w płaszczyźnie układu). Indeks dolny *ip* stosowany do mnożnika obciążenia i amplitudy imperfekcji jest skrótem z angielskiego *in-plane*. Model obliczeniowy z geometryczną imperfekcją w płaszczyźnie układu wymaga przeprowadzenia analizy GNIA-2D i sprawdzenia globalnego warunku nośności z uwzględnieniem wybożenia giętno-skrętnego (z płaszczyzny układu). W przypadku, gdy dwie pierwsze postaci wybożenia występują w różnych płaszczyznach, w szczególności gdy odpowiadające im mnożniki obciążenia krytycznego są sobie bliskie, zaleca się sprawdzenie nośności ramy zarówno ścieżką pierwszą, jak i ścieżką drugą algorytmu sprawdzania stanu granicznego nośności (rys. 1).

Ścieżka trzecia dotyczy sytuacji, gdy rama jest skutecznie zabezpieczona przed utratą stateczności z płaszczyzny układu bądź, gdy pierwsze postaci są giętne w płaszczyźnie ramy, a pierwsza z kolejnych jest formą przestrzenną, odpowiadającą mnożnikowi $\alpha_{cr,op}$ większemu niż 10. W takim przypadku, po zdefiniowaniu uogólnionej, zintegrowanej imperfekcji η_{ip} jak opisano w pracy [4], sprawdzenie nośności ma charakter globalny i wymaga przeprowadzenia analizy zaawansowanej GNIA-2D.

Ostatnia, czwarta ścieżka algorytmu przedstawionego na rysunku 1, dotyczy konwencjonalnej procedury projektowania, polegającej na sprawdzeniu lokalnych warunków nośności elementów prętowych, zgodnie z pkt. 6.3.1-6.3.3 normy [1].

3. Przykład ilustrujący eurokodowe procedury weryfikacji SGN

Zastosowanie opisanych wyżej podejść do statecznościowego sprawdzania stanu granicznego nośności (SGN) stalowych ram płaskich przedstawiono na przykładzie hali jednonawowej o długości 72 m, której zasadniczym układem nośnym jest płaska rama portalowa o rozpiętości 36 m i rozstawie 7,2 m. Słupy i rygle ramy przyjęto z dwuteowych blachownic spawanych ze stali S355, o zmiennej wysokości środka na długości słupów i rygli. Elementy stanowią blachownice o przekrojach klasy 4 z uwagi na ich smukły środek.

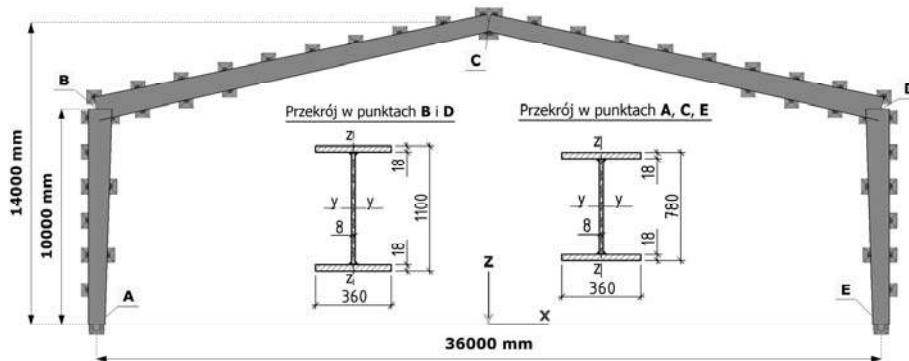
Obudowę hali tworzy pokrycie z dwóch warstw blachy fałdowej z izolacją cieplną i zewnętrzną wodoszczelną. Oddziaływania środowiskowe przekazywane są na układy ramowe za pośrednictwem jednoprzęsłowych płatwi i rygielków ściennych w rozstawie odpowiednio 2,0 m oraz 1,6 m. Uwzględniono możliwość podwieszenia instalacji o ciężarze 0,3 kN/m².

Oddziaływania klimatyczne przyjęto jak dla strefy III obciążenia śniegiem [5] i strefy II obciążenia wiatrem [6] (teren kategorii II – otwarty z nielicznymi przeszkodami). Zgodnie z normą wiatrową, rozpatrzono dwa kierunki wiatru – prostopadle i równolegle do osi podłużnej budynku. Współczynniki ciśnienia wewnętrznego przyjęto zgodnie z uwagą 2 w punkcie 7.2.9 (6) normy [6]. Kombinacje oddziaływań stałych i zmiennych klimatycznych przyjęto zgodnie z normą [7].

Do sprawdzenia nośności konstrukcji wykorzystano komercyjne oprogramowanie ConSteel (patrz <http://www.consteelsoftware.com>), które wykorzystuje element prętowy o 7 stopniach swobody w węźle. Korzystając z tego programu, można prowadzić analizy:

liniową LA-3D, wyboczenia sprężystego LBA-3D, geometrycznie nieliniową II rzędu GNA-3D oraz zaawansowaną GNIA-3D, a także sprawdzenie stanu granicznego wg procedur eurokodowych.

Na rysunku 2 przedstawiono zrealizowany w programie ConSteel prętowy model konstrukcji 3D, z punktowymi podporami bocznymi w miejscach płatwi dachowych i rygielków ściennych oraz stężeniami przeciwskrętnymi w wybranych przekrojach słupów i rygli. W modelu obliczeniowym układu przyjęto węzły sztywne w kalenicy i w połączeniach rygli ze słupami oraz przegubowe połączenie słupa z fundamentem. Przyjęto więzi blokujące deplację przekroju słupa w podstawie. Obciążenia zadano w postaci sił skupionych w miejscu występowania płatwi dachowych na ryglu oraz rygielków ściennych na słupie.



Rys. 2. Model ramy rozpatrywanej w przykładzie wraz z rozmieszczeniem stężeń bocznych i przeciwskrętnych słupów oraz rygli, zrealizowany w programie ConSteel

Kombinacją decydującą o stanie granicznym nośności analizowanej ramy jest kombinacja zgodna ze wzorem 6.10b normy [7], na którą składa się: ciężar stały o charakterze niekorzystnym, wiodące obciążenie zmienne śniegiem (równomiernie rozłożone na dachu) oraz towarzyszące obciążenie zmienne wiatrem o kierunku prostopadłym do osi podłużnej budynku, działającym jednocześnie z podciśnieniem wewnętrznym.

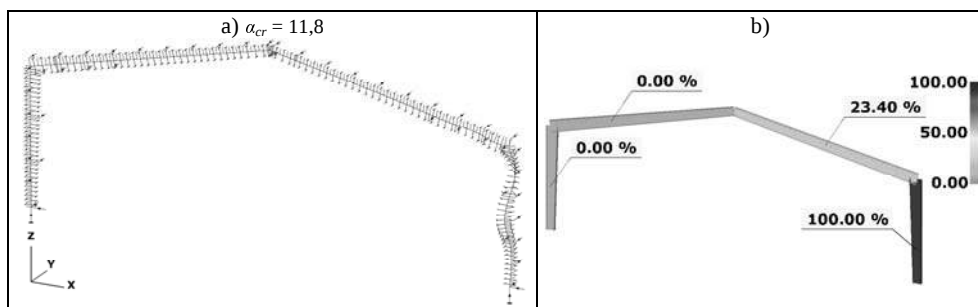
Weryfikację nośności ramy wykonano w pierwszej kolejności wg procedury wykorzystującej metodę ogólną (ścieżka 1). Zgodnie z normą [8], wpływ niestateczności ścianek przekrojów na sztywność można pomijać w analizie globalnej, gdy pole przekroju współpracującego A_{eff} elementów klasy 4 jest większe niż iloczyn parametru ρ_{lim} i pola przekroju brutto A tych elementów. Ponieważ największy kąt zbieżności panelu środkowego słupa $\alpha_{limit} = 1,83^\circ < 10^\circ$ to zgodnie z [9] można stosować metodę szerokości współpracującej do oceny nośności przekroju elementów klasy 4. W węźle górnym B i D słupów, gdzie występuje najmniej korzystny stosunek pola przekroju efektywnego do pola przekroju brutto, otrzymujemy:

$$A_{eff} = 156,92 \text{ cm}^2 > \rho_{lim} \cdot A = 0,5 \cdot 214,72 \text{ cm}^2 = 107,36 \text{ cm}^2 \quad (1)$$

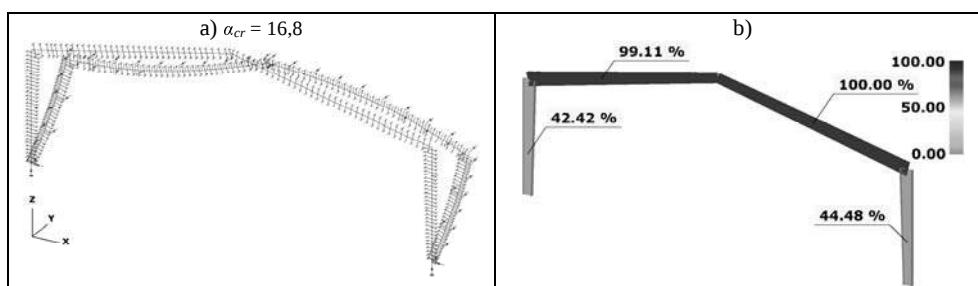
co oznacza, że w analizie globalnej można przyjąć nominalne cechy przekrojów klasy 4. W pierwszym kroku obliczeniowym przeprowadzono analizę LBA-3D, z opcją trzech pierwszych form wyboczenia. Uzyskane mnożniki obciążenia krytycznego oraz pierwszą i trzecią postać wyboczenia przedstawiono na rysunkach 3 i 4. Dwie pierwsze formy wyboczenia są przestrzenne (giętno-skrętne) o mnożniku obciążenia 11,8 i 14,8 (dotyczą

odpowiednio słupa prawego i lewego ramy), trzecia natomiast jest giętą formą przechyłową (w płaszczyźnie układu) o mnożniku 16,8.

Zgodnie z algorytmem przedstawionym na rysunku 1, nośność ramy sprawdzono jak dla ścieżki pierwszej, przyjmując imperfekcję geometryczną ramy odpowiadającą pierwszej postaci wyboczenia z płaszczyzny układu. Program ConSteel umożliwia uwzględnienie w analizie globalnej imperfekcji odpowiadającej wybranej postaci wyboczenia oraz weryfikację ramy na podstawie globalnego warunku nośności. Wartości rzędnych przyjętej postaci imperfekcji geometrycznej układu ramowego najlepiej jest opisać przez skalowanie amplitudy wybranej postaci wyboczenia. Wartość współczynnika ζ skalującego amplitudę można wyznaczyć jak w [4]. W przypadku nieprzechyłowych form wyboczenia, w płaszczyźnie i z płaszczyzny układu ramowego, współczynnik skalujący powinien być odniesiony do elementu lub części układu najbardziej wrażliwego na postać wyboczenia przyjętą do modelowania imperfekcji.



Rys. 3. Pierwsza postać wyboczenia ramy uzyskana z LBA-3D: a) nieprzechyłowa forma stowarzyszona z giętno-skrętnymi deformacjami prętów, b) wrażliwość elementów układu na deformacje giętno-skrętne



Rys. 4. Trzecia postać wyboczenia ramy uzyskana z LBA-3D: a) przechyłowa forma stowarzyszona z giętną deformacją prętów (na tle układu nieodkształconego), b) wrażliwość elementów układu na deformacje giętne

Niżej przedstawiono tok postępowania w celu wyznaczenia współczynnika skalującego ζ dla słupa prawego (ED, por. rys. 2), elementu najbardziej wrażliwego na deformacje giętno-skrętne odpowiadające pierwszej postaci wyboczenia układu:

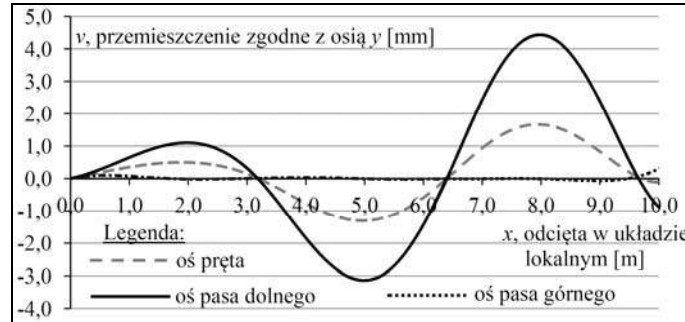
1. Wyznaczenie równania linii ugięcia $v(x)$ słupa ED, odpowiadającej pierwszej, giętno-skrętnej postaci wyboczenia układu (wykonano w programie Microsoft Excel na podstawie wartości przemieszczeń wyeksportowanych z programu ConSteel i pokazano na rys. 5). Największa wartość mnożnika skalującego ζ występuje w przedziale 6,4-9,6 m słupa. Przemieszczenia boczne osi pasa dolnego (po stronie wewnętrznej w hali), ulega-

jącego największemu wychyleniu z płaszczyzny przy giętno-skrętnym wyboczeniu słupa ED układu, opisano w ww. przedziale funkcją wielomianową, co daje linię ugięcia aproksymowaną analitycznie wzorem o postaci:

$$\eta_{cr}(x) = -2,9909 \cdot 10^{-3} x^5 + 3,3104 \cdot 10^{-1} x^4 - 8,6138 x^3 + 9,2688 \cdot 10 x^2 + -4,4598 \cdot 10^2 x + 7,9251 \cdot 10^2 \quad (2)$$

2. Obliczenie drugiej pochodnej funkcji (2):

$$\eta_{cr}''(x) = [-59,818 \cdot 10^{-3} x^3 + 39,7248 \cdot 10^{-1} x^2 - 51,6828 x + 185,376] \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1} \quad (3)$$



Rys. 5. Funkcje linii ugięcia bocznej osi podłużnej słupa ED oraz środków ciężkości pasów przekroju

3. Wyznaczenie maksymalnej wartości drugiej pochodnej funkcji ugięcia (3), którą uzyskuje się w odległości $x_{\max} = 7,92$ m od podstawy słupa: $\left| \eta_{cr}''(x_{\max}) \right|_{\max} = 4,49 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$.

4. Obliczenie charakterystycznej wartości mnożnika granicznego siły podłużnej $\alpha_{ult,Nk}$:
 – wartość obliczeniowej siły ściskającej w odległości $x = x_{\max}$ od podstawy słupa ED:
 $N_{Ed}(x_{\max}) = N_{Ed}(7,92) = 420 \cdot 10^3 \text{ N}$,
 – nośność charakterystyczna przekroju w odległości $x = x_{\max}$. W przypadku przekroju klasy 4, po spełnieniu warunku podanego w (1) przyjmuje się pole przekroju brutto:

$$N_{c,Rk}(x_{\max}) = A \cdot f_y = 20940 \cdot 355 = 7434 \cdot 10^3 \text{ N}, \text{ co daje:}$$

$$\alpha_{ult,Nk} = \frac{N_{c,Rk}(x_{\max})}{N_{Ed}(x_{\max})} = \frac{7434 \cdot 10^3}{420 \cdot 10^3} = 17,7.$$

5. Wyznaczenie smukłości względnej elementu: $\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,Nk}}{\alpha_{cr,op}}} = \sqrt{\frac{17,7}{11,8}} = 1,23$.

6. Obliczenie wstępnej strzałki wygięcia elementu e_0 :
 – nośność charakterystyczna przekroju klasy 4 na zginanie w odległości $x = x_{\max} = 7,92$ m od podstawy słupa. Po spełnieniu warunku podanego w (1) przyjmuje się nośność sprężystą:

$$M_{c,Rk}(x_{\max}) = M_{el,z,Rk} = W_{el,z} f_y = 778 \cdot 10^3 \cdot 355 = 276,2 \cdot 10^6 \text{ Nmm},$$

- parametr imperfekcji przy wyboczeniu względem osi z-z: $\alpha = 0,49$ (krzywa "c")

$$e_0 = \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) \frac{M_{c,Rk}(x_{\max})}{N_{c,Rk}(x_{\max})} \xi_{cor} = 0,49(1,23 - 0,2) \frac{276,2 \cdot 10^6}{7434 \cdot 10^3} 1,0 = 18,8 \text{ mm}.$$

7. Wyznaczenie współczynnika skalującego ζ :
- moment zginający stowarzyszony z wektorem własnym odpowiadającym pierwszej, giętno-skrętnej formie utraty stateczności η_{cr} :

$$EI_z(x_{\max}) \eta_{cr}''(x_{\max}) \Big|_{\max} = 210 \cdot 10^3 \cdot 140 \cdot 10^6 \cdot 4,49 \cdot 10^{-6} = 132 \cdot 10^6 \text{ Nmm},$$

$$\xi = e_0 \frac{\alpha_{cr,op} N_{Ed}(x_{\max})}{EI_z(x_{\max}) \eta_{cr}''(x_{\max}) \Big|_{\max}} = 18,8 \frac{11,8 \cdot 420 \cdot 10^3}{132 \cdot 10^6} = 0,71.$$

Następnie przeprowadzono zaawansowaną analizę GNIA-3D z imperfekcją odpowiadającą pierwszej postaci wyboczenia i o amplitudzie z mnożnikiem 0,71 skalującym deformacje stowarzyszone z pierwszą postacią własną. Charakterystyczne naprężenie normalne II rzędu $\sigma_{x,Ek}$ w najbardziej wyężonym punkcie przekroju współpracującego słupa ED ramy wynosi:

$$\sigma_{x,Ek} = \sigma_{N,Ek} + \sigma_{My,Ek} + \sigma_{Mz,Ek} + \sigma_{B,Ek} = 20,5 + 294,0 + 0,8 + 1,1 = 316,4 \text{ N/mm}^2,$$

stąd charakterystyczna wartość mnożnika obciążenia granicznego ustroju:

$$\alpha_{ult,op,k} = f_y / \sigma_{x,Ek} = 355 / 316,4 = 1,122,$$

oraz globalny warunek nośności ramy:

$$\alpha_{ult,op,k} / \gamma_{M1} = 1,122 / 1,0 = 1,122 > 1,0.$$

Jeżeli linia ugięcia wybranego pręta, odpowiadająca pierwszej postaci wyboczenia, zostałaby przyjęta w osi pręta (patrz rys. 5), zamiast w osi pasa dolnego, wtedy postępując analogicznie jak wyżej, uzyskuje się amplitudę z mnożnikiem 1,65. Po przeprowadzeniu analizy GNIA-3D uzyskuje się nieznacznie większe naprężenie normalne, które daje nieznacznie mniejszą wartość charakterystyczną mnożnika obciążenia granicznego ustroju:

$$\alpha_{ult,op,k} = f_y / \sigma_{x,Ek} = 355 / 327,3 = 1,085 > 1,0.$$

W celach porównawczych, przeprowadzono sprawdzenie z wykorzystaniem drugiej ścieżki algorytmu przedstawionego na rysunku 1. W tym wypadku należy określić mnożnik amplitudy imperfekcji odpowiadający postaci wyboczenia w płaszczyźnie układu, która odpowiada trzeciej formie wyboczenia (patrz rys. 4). W przypadku giętniej, przechyłowej postaci wyboczenia współczynnik skalujący ζ powinien być wyznaczony w odniesieniu do elementu lub części układu najbardziej wrażliwego na analizowaną postać wyboczenia, w szczególności pręta sprawczego oraz wybrany ten o największej wartości. Procedurę wyznaczania współczynnika skalującego przedstawiono w [4]. W ramie analizowanej w niniejszej pracy, największą wartość współczynnika skalującego uzyskuje się dla pręta sprawczego (słupa ED), $\zeta = 4,37$ (w elementach najbardziej wrażliwych na analizowaną postać wyboczenia: rygiel DC mnożnik $\zeta = 3,83$, rygiel BC mnożnik $\zeta = 3,82$). Imperfekcję przyjęto jako odpowiadającą przechyłowej postaci wyboczenia z amplitudą uzyskaną ze współczynnikiem skalującym 4,37. Przeprowadzono analizę GNIA-2D i dokonano sprawdzenia globalnego warunku nośności. W odniesieniu do elementu sprawczego uwzględniono współczynnik redukcyjny $\chi_{op} = \min(\chi_z ; \chi_{LT}) = \min(0,945 ; 0,918) = 0,918$ wyznaczony w zależności od smukłości względnej po przyjęciu $\alpha_{cr,op} = 11,8$ z analizy LBA-3D oraz $\alpha_{ult,ip,k} = 1,116$ z analizy GNIA-2D. W przypadku weryfikacji warunku nośności odniesionego do elementu sprawczego uzyskuje się:

$$\chi_{op} \alpha_{ult,ip,k} / \gamma_{M1} = 0,918 \cdot 1,116 / 1,0 = 1,024 > 1,0.$$

W podejściu konwencjonalnym wykorzystano czwartą ścieżkę algorytmu podanego na rysunku 1. W odniesieniu do prętów o zbieżnym przekroju posłużono się dodatkowo zaleceniami do wymiarowania podanymi w pracy [9]. Mnożnik obciążenia krytycznego przy wyboczeniu w płaszczyźnie ramy $\alpha_{cr,ip} = 16,8 > 10$, dlatego to przeprowadzono analizę LA-2D (sprężystą I rzędu), z pominięciem imperfekcji. Efektywne pole przekroju $A_{eff} = 15692 \text{ mm}^2$ wyznaczono przy założeniu równomiernego ściskania, natomiast efektywny wskaźnik wytrzymałości $W_{eff,y,c} = 7967 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$ jak przy czystym zginaniu. Sprawdzając lokalne warunki nośności elementów wg pkt. 6.3.1-6.3.3 normy [1], największe wykorzystanie nośności uzyskuje się przy sprawdzeniu interakcji wyboczenia z płaszczyzny ramy ze zwichrzeniem słupa ED:

$$\frac{\gamma_{M1} N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{\gamma_{M1} M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk}} = \frac{1 \cdot 409 \cdot 10^3}{0,874 \cdot 5571 \cdot 10^3} + 0,997 \frac{1 \cdot 2119,6 \cdot 10^6}{0,888 \cdot 2828,3 \cdot 10^6} = 0,925 < 1,0,$$

co daje wartość obliczeniowego mnożnika nośności granicznej: $\alpha_{ult,d} = 1/0,925 = 1,081$.

4. Podsumowanie

Przedstawiono różne procedury eurokodowe dotyczące sprawdzania stanu granicznego nośności ram płaskich o prętowym modelu obliczeniowym. Różne ścieżki postępowania zilustrowano obszernie na przykładzie ramy portalowej.

Zastosowanie metody ogólnej i pierwszej ścieżki przedstawionego na rysunku 1 algorytmu postępowania, z uwzględnieniem imperfekcji odpowiadającej pierwszej postaci wyboczenia z płaszczyzny układu daje, w przypadku analizowanej ramy, wartości granicznego mnożnika obciążenia zbliżone do uzyskanego w konwencjonalnym podejściu do projektowania (ścieżka 4).

Jak należało się spodziewać, zastosowanie metody ogólnej zgodnie z drugą ścieżką przedstawionego na rysunku 1 algorytmu oraz po przyjęciu imperfekcji zgodnej z trzecią formą wyboczenia giętnego w płaszczyźnie układu, prowadzi do uzyskania najmniejszej wartości mnożnika obciążenia granicznego. Różnica w stosunku do wyniku uzyskanego na podstawie pierwszej ścieżki nie jest jednak znacząca i wynosi ok. 8%.

Literatura

1. PN-EN 1993-1-1: 2006. Eurokod 3 – Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
2. Szczerba R., Kozłowski A.: Obliczanie prętów zginanych i ściskanych metodą ogólną według PN-EN 1993-1-1. Inżynieria i Budownictwo (w druku).
3. Kędziora E. Ocena stateczności prętów ściskanych na podstawie PN-EN 1993-1-1. Inżynieria i Budownictwo (w druku).
4. Giżejowski M., Stachura Z. Stateczność techniczna stalowych konstrukcji prętowych w ujęciu eurokodowej metody ogólnej. Inżynieria i Budownictwo (w druku).
5. PN-EN 1991-1-3: 2005. Eurokod 1 – Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-3: Oddziaływania ogólne – Obciążenie śniegiem.
6. PN-EN 1991-1-4: 2008. Eurokod 1 – Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-4: Oddziaływania ogólne – Oddziaływania wiatru.
7. PN-EN 1990:2004. Eurokod – Podstawy projektowania konstrukcji.
8. PN-EN 1993-1-5: 2008. Eurokod 3 – Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-5: Blachownice.
9. Simoes da Silva L., Simoes R., Gervasio H., 2010. Design of Steel Structures, Eurocode 3: Design of steel structures, Part 1-1: General rules and rules for buildings. ECCS Eurocode Design Manual, Ernst & Sohn,.

Eurocode's procedures for buckling resistance evaluation of load bearing capacity of steel planar frames

Zbigniew Stachura, Marian Giżejowski

*Faculty of Civil Engineering, Warsaw University of Technology,
e-mail: z.stachura@il.pw.edu.pl, m.gizejowski@il.pw.edu.pl*

Abstract: Four Eurocode's procedures for buckling resistance evaluation of steel planar frames modeled with use of beam elements are presented. An exemplary portal frame composed of plate girder elements of class 4 sections is considered for the illustration of presented procedures.

Keywords: portal frame, steel plate girder, non uniform section of class 4, stability, general method

Studium numeryczne interakcyjnych krzywych nośności dwuteowych elementów stalowych ściskanych i zginanych bez zwichrzenia

Radosław Szczërba¹, Marcin Gajewski², Marian Gizejowski²

¹ Wydział Budownictwa, Inżynierii Środowiska i Architektury, Politechnika Rzeszowska,
e-mail: szczërba@prz.edu.pl

² Wydział Inżynierii Łądowej, Politechnika Warszawska,
e-mail: m.gajewski@il.pw.edu.pl, m.gizejowski@il.pw.edu.pl

Streszczenie: Przedstawiono wyniki numerycznej analizy wpływu imperfekcji łukowych, o amplitudzie zgodnej z eurokodową metodą ogólną na nośność ściskanych elementów stalowych o smukłości względnej równej odpowiednio: 0,5, 1,0, 1,5 oraz 2,0, wykonanych z walcowanych kształtowników szerokostopowych HEB. Zagadnienie rozszerzono o jednokierunkowe zginanie z wyboczeniem względem głównych osi bezwładności przekroju (y, z). Uzyskane wyniki, w postaci interakcyjnych krzywych nośności dwuteowych elementów stalowych porównano z rezultatami uzyskanymi z formuł normowych. Wykonano w pełni geometrycznie i materiałowo nieliniowe analizy GMNA (bez uwzględnienia imperfekcji) oraz GMNIA (z uwzględnieniem imperfekcji). Obliczenia numeryczne zrealizowano z wykorzystaniem programu komputerowego ABAQUS/Standard.

Słowa kluczowe: stateczność, ściskanie osiowe, ściskanie z jednokierunkowym zginaniem, krzywa interakcyjna nośności, imperfekcje, GMNA, GMNIA

1. Wstęp

W przypadku weryfikacji stateczności ogólnej elementów dwuteowych ściskanych i zginanych w jednej płaszczyźnie, skutecznie stężonych przeciwko giętno-skrętnym formom niestateczności, są możliwe trzy metody postępowania zgodnie z normą PN-EN 1993-1-1 [1]:

– wykonanie pełnej geometrycznie i materiałowo nieliniowej analizy z uwzględnieniem efektów II rzędu i imperfekcji (metoda GMNIA wg normy [2]):

$$\frac{N_{Ed}^{num}}{N_{Rk}} + \frac{M_{i,Ed}^{num}}{M_{i,Rk}} \leq 1,0, \text{ gdzie } i = y, z \quad (1)$$

– zastosowanie formuł interakcyjnych, zgodnie z pkt. 6.3.3 normy [1], które w przypadku jednokierunkowego zginania bez możliwości zwichrzenia upraszczają się do warunków:

a) przy zginaniu i wyboczeniu w płaszczyźnie większej bezwładności przekroju:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk}} \leq 1,0 \quad (2a)$$
$$\gamma_{M1} \quad \gamma_{M1}$$

b) przy zginaniu i wyboczeniu w płaszczyźnie mniejszej bezwładności przekroju:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1,0 \quad (2b)$$

– wykorzystanie metody ogólnej, według pkt. 6.3.4 normy [1]; problematykę tę szerzej omówiono w [3, 4].

W pracy zagadnienie stateczności elementów dwuteowych, ściskanych oraz ściskanych i jednokierunkowo zginanych względem głównych osi bezwładności (y, z), rozważano w odniesieniu do normowych krzywych wyboczenia oraz interakcyjnych krzywych nośności. Zakres badań obejmuje pręty z kształtowników walcowanych HEB 300, zróżnicowane ze względu na smukłość względną ($\bar{\lambda}_i = 0,5, 1,0, 1,5, 2,0$). W celu zbadania wpływu imperfekcji na nośność prętów wykonano analizy GMNA i GMNIA. Do wykonania obliczeń numerycznych zastosowano metodę elementów skończonych (MES) i wykorzystano program komputerowy ABAQUS/Standard [5, 6]. Modele prętów wykonano z zastosowaniem powłokowych elementów skończonych o liniowych funkcjach kształtu. Uzyskane wyniki interakcyjnych krzywych nośności elementów porównano z rezultatami będącymi konsekwencją zastosowania formuł normowych. W podsumowaniu pracy podano wnioski i kierunki dalszych badań.

2. Założenia do analizy MES

Przedstawiono zagadnienia dotyczące analizy stateczności ogólnej elementów swobodnie podpartych, ściskanych oraz ściskanych i jednokierunkowo zginanych stałym momentem, wykonanych z szerokostopowego kształtownika walcowanego na gorąco HEB 300 i różnej smukłości względnej. Rozważano wyboczenie giętne, a więc długości wyboczeniowe elementów wyznaczono tak, aby spełniona była zależność [1]:

$$\bar{\lambda}_i = \sqrt{\frac{N_{Rk}}{N_{cr,i}}} = s, \text{ gdzie: } i = y, z \text{ oraz } s = 0,5, 1,0, 1,5, 2,0 \quad (3)$$

Korzystając z wyrażenia na eulerowską siłę krytyczną i po przekształceniu powyższego warunku, otrzymano:

$$L_{cr,i} = \sqrt{\frac{s^2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_i}{A \cdot f_y}} \quad (4)$$

gdzie charakterystyki przekroju I_i , A odniesione są do pola przekroju brutto kształtownika.

Zestawienie długości obliczanych prętów, w zależności od płaszczyzny wyboczenia, przedstawiono w tabeli 1. Zastosowano stal S235 o granicy plastyczności $f_y = 235$ MPa.

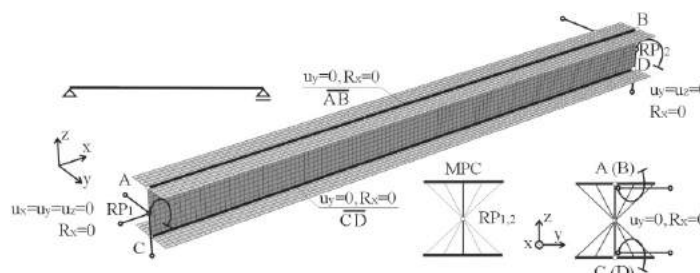
Modele MES analizowanych prętów wykonano z użyciem prostokątnych elementów powłokowych typu S4R, dostępnych w bibliotece programu ABAQUS/Standard [5]. W celu ułatwienia zadawania obciążenia i warunków brzegowych w przekrojach na końcach prętów, wprowadzono tzw. węzły odniesienia RP_i ($i=1, 2$), powiązane z węzłami krawędzi elementów powłokowych leżącymi w przekrojach końcowych pręta, przy zastosowaniu opcji MPC [6]. W modelach MES uwzględniono widelkowe podparcie na końcach elementu. W celu uzyskania jednokierunkowego zginania zadano dodatkowe warunki brzegowe w miejscu połączenia pasów ze środkiem, wzdłuż całej długości elementów. Model MES w przypadku zginania względem osi większej bezwładności przekroju (y)

przedstawiono na rysunku 1. W przypadku zginania względem osi mniejszej bezwładności warunki brzegowe są zadawane w sposób analogiczny.

Do rozwiązywania zagadnień brzegowych wyboczenia zastosowano program ABAQUS, w którym teoria umiarkowanie dużych deformacji jest zaimplementowana w ramach opcji NLGEOM [5, 6, 7]. Do opisu charakterystyki σ - ε stali wykorzystano model materiału sprężysto-plastycznego ze wzmocnieniem izotropowym. W zakresie sprężystym przyjęto wartości modułu Younga $E = 210$ GPa oraz współczynnika Poissona $\nu = 0,3$. W zakresie plastycznym przyjęto minimalne wymagania normy [1], związane z ciągłością: $f_u = 1,1 \cdot f_y$ i $\varepsilon_u = 0,15$.

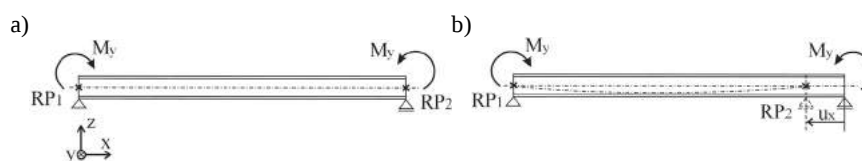
Tabela 1. Nośność krytyczna w przypadku elementów o idealnej geometrii (wyniki analizy LBA)

Lp.	Smukłość względna	$L_{cr,y}$ [mm]	$L_{cr,z}$ [mm]	N_{cr} [kN] EULER	$N_{cr,y}$ [kN] LBA	$N_{cr,z}$ [kN] LBA
1	0,5	6111	3634	13425,1	12918,9	13123,7
2	1,0	12221	7268	3356,3	3361,1	3313,9
3	1,5	18332	10901	1491,7	1505,0	1475,4
4	2,0	24443	14535	839,1	848,8	830,4



Rys. 1. Model MES analizowanych elementów podpartych widełkowo na końcach w przypadku zginania względem osi większej bezwładności przekroju

Sposób realizacji analizy uwzględniał uzyskanie stałej wartości momentu zginającego I rzędu oraz ściskającej siły podłużnej na długości elementu. W tym celu naprężeniowe oraz przemieszczeniowe warunki brzegowe realizowano na końcach analizowanych prętów w węzłach odniesienia RP_i . W pierwszym kroku analizy skupione momenty zginające przyłożono na końcach elementu w punktach odniesienia RP_i , a następnie sterując przemieszczeniem w kierunku osi pręta wyznaczono maksymalną wartość ściskającej siły podłużnej. Takie postępowanie zobrazowano na rysunku 2. Wartości momentów zginających przyłożone w węzłach odniesienia należy utożsamić z momentami zginającymi I rzędu. Ze względu na zastosowanie teorii dużych deformacji, maksymalną wartość momentu zginającego (II rzędu) uzyskuje się w środku rozpiętości analizowanego pręta. Jego amplifikowana wartość wynika z tzw. efektu P - δ , spowodowanego działaniem siły podłużnej na ramieniu równym strzałce ugięcia pręta w środku jego rozpiętości [8].



Rys. 2. Przebieg analizy: a) krok 1 – przyłożenie momentów zginających w punktach referencyjnych RP_i , b) krok 2 – sterowanie przemieszczeniem w kierunku osi podłużnej pręta

3. Wpływ imperfekcji łukowej na nośność elementów przy czystym ściskaniu

W celu zbadania wpływu imperfekcji łukowej na nośność elementu przeprowadzono analizę wyboczeniową LBA w odniesieniu do sprężystego pręta idealnego, analizę GMNA wyboczenia pręta sprężysto-plastycznego o geometrii idealnej oraz analizę GMNIA pręta sprężysto-plastycznego z imperfekcją łukową. Wartość strzałki imperfekcji wyznaczono zgodnie z metodą ogólną, według pkt. 5.3 normy [1]:

$$e_0 = \alpha \left(\sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr}}} - 0.2 \right) \frac{M_{i,Rk}}{N_{pl,Rk}} \cdot \frac{1 - \chi^2}{\gamma_{M1} (1 - \chi^2)}, \text{ gdzie } i=y,z \quad (5)$$

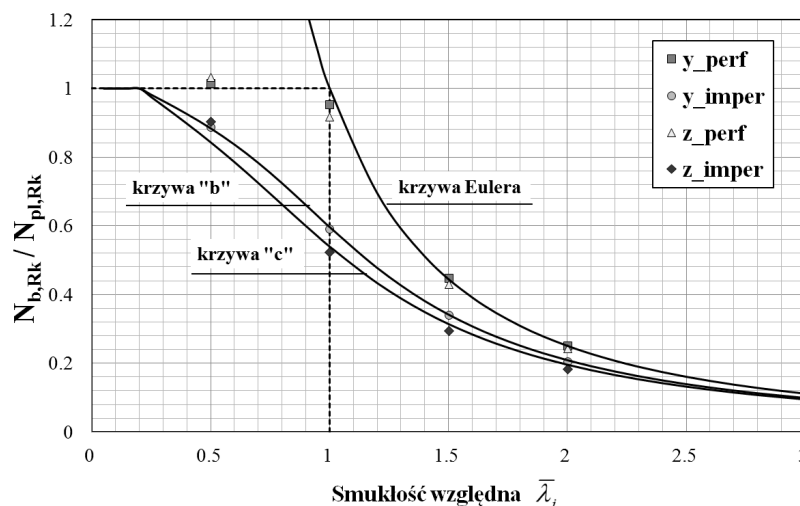
przyjmując $\gamma_{M1} = 1,0$ oraz parametr imperfekcji α w odniesieniu do odpowiedniej krzywej wyboczeniowej.

W celu oceny nośności elementów z imperfekcjami rozpatruje się najpierw formy wyboczenia globalnego prętów, korzystając z analizy LBA, a następnie w GMNIA przyjmuje się imperfekcje geometryczne odpowiadające pierwszej zgięciowej formie niestateczności ogólnej lub kombinacji kilku pierwszych form. W pracy przyjęto geometrię elementu z imperfekcjami w konfiguracji początkowej jako przeskalowaną pierwszą postać sprężystej utraty stateczności pręta idealnego. Przedstawiony sposób wprowadzenia imperfekcji geometrycznych uzasadniony jest obserwacją typowych deformacji stalowych elementów konstrukcji, które w dużej liczbie mają kształt zbliżony do funkcji własnych modeli idealnych.

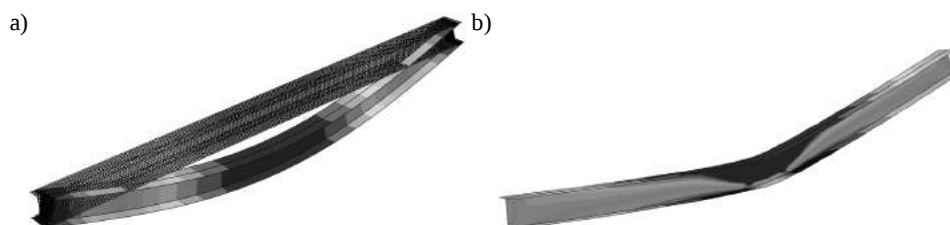
Wyniki dotyczące wartości sił krytycznych z analizy LBA elementów o geometrii idealnej, w zależności od smukłości prętów oraz płaszczyzny wyboczenia względem głównych osi bezwładności przekroju (y, z) zamieszczono w tabeli 1. W tabeli 2 natomiast przedstawiono wyniki analizy GMNA i GMNIA. Na rysunku 3 wyniki analiz GMNA i GMNIA odniesiono do odpowiednich krzywych wyboczeniowych (wyboczenie względem osi y - krzywa "b", wyboczenie względem osi z – krzywa "c") zgodnych z normą [1] oraz rozwiązania Eulera w przypadku prętów o geometrii idealnej. Na rysunkach 4 i 5 przedstawiono pierwszą postać bifurkacji równowagi elementu idealnego z analizy LBA, odpowiadającą sprężystemu wyboczeniu pręta jako całości, a także postać deformacji z analizy GMNIA w chwili dywergencyjnej utraty równowagi między uogólnionymi siłami wewnętrznymi a oddziaływaniami zewnętrznymi elementu nieidealnego.

Tabela 2. Wpływ imperfekcji łukowej na nośność elementów (wyniki analiz GMNA i GMNIA)

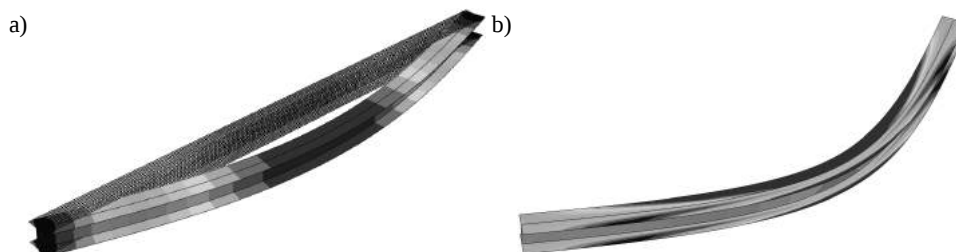
Lp.	Smukłość względna	e_y [mm] krzywa "b"	e_z [mm] krzywa "c"	$N_{b,Rk,y}$ [kN] GMNA	$N_{b,Rk,z}$ [kN] GMNA
				$N_{b,Rk,y}$ [kN] GMNIA	$N_{b,Rk,z}$ [kN] GMNIA
1	0,5	12,8	8,9	3404,4	3470,5
				2983,2	3035,3
2	1,0	34,1	23,7	3200,4	3082,0
				1986,4	1762,1
3	1,5	55,4	38,5	1498,2	1444,9
				1147,7	995,5
4	2,0	76,7	53,3	841,4	821,4
				690,5	618,6



Rys. 3. Wpływ imperfekcji łukowej na nośność elementów o przekroju HEB 300 i różnej smukłości względnej w przypadku wyboczenia giętnego względem osi y (y_{perf} , y_{imper}) i osi z (z_{perf} , z_{imper}), gdzie indeksy $perf$ i $imper$ odnoszą się do idealnej i imperfekcyjnej geometrii pręta



Rys. 4. Graficzna prezentacja formy deformacji pręta o smukłości względnej $\bar{\lambda}_y = 0,5$; a) pierwsza postać bifurkacji równowagi z analizy LBA, odpowiadająca stanowi krytycznemu sprężystego pręta idealnego, b) postać deformacji w chwili osiągnięcia punktu granicznego na ścieżce równowagi pręta z zaimplementowaną imperfekcją geometryczną

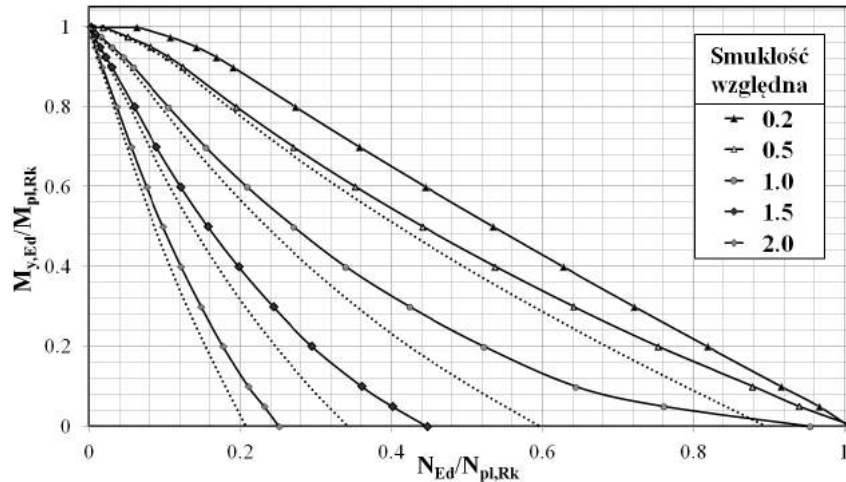


Rys. 5. Graficzna prezentacja formy deformacji pręta o smukłości względnej $\bar{\lambda}_z = 1,0$; a) pierwsza postać bifurkacji równowagi z analizy LBA, odpowiadająca stanowi krytycznemu sprężystego pręta idealnego, b) postać deformacji w chwili osiągnięcia punktu granicznego na ścieżce równowagi pręta z zaimplementowaną imperfekcją geometryczną

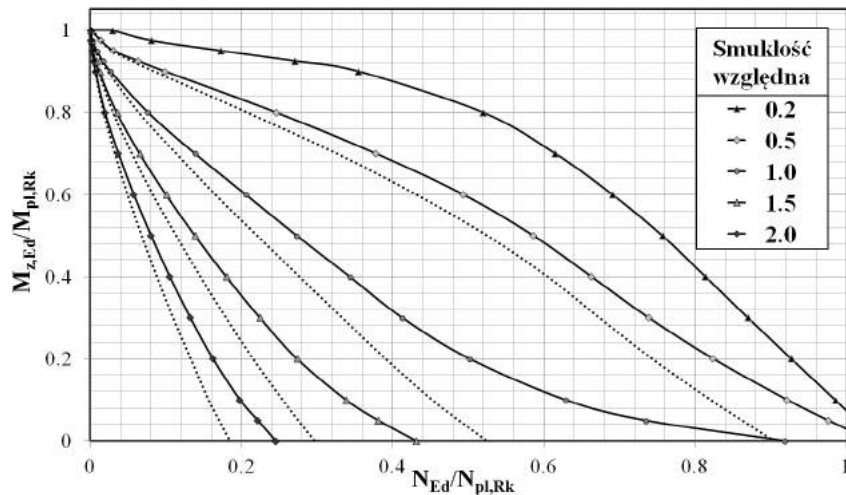
4. Wpływ imperfekcji łukowej na nośność interakcyjną elementów ściskanych mimośrodowo

Analizę wpływu imperfekcji łukowej na nośność interakcyjną elementów ściskanych i zginanych w jednej płaszczyźnie względem głównych osi bezwładności przekroju

przedstawiono na rysunkach 6 i 7. Linią ciągłą oznaczono rezultaty w przypadku elementów o geometrii idealnej, a wykropkowaną w odniesieniu do prętów z imperfekcją geometryczną jaką przyjęto w przypadku ściskania osiowego. Należy zaznaczyć wyraźny wpływ imperfekcji w sytuacji znacznego wyczerpania przekroju siłą ściskającą [$N_{Ed} \rightarrow N_{pl,Rk}$, $M_{Ed} \rightarrow 0$]. Wraz ze wzrostem wartości momentu zginającego wpływ wstępnego wygięcia pręta na jego nośność zanika.



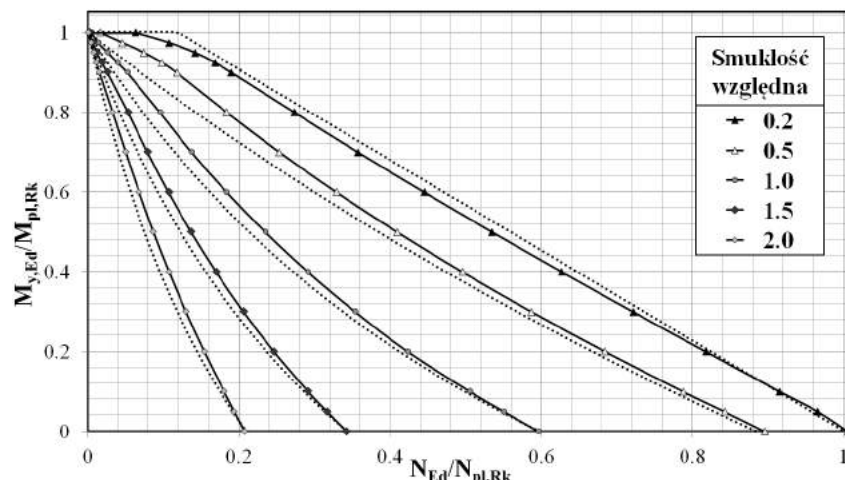
Rys. 6. Interakcyjne krzywe nośności elementów o przekroju HEB 300 i różnej smukłości względnej, ściskanych i zginanych względem osi większej bezwładności y; linią ciągłą oznaczono wyniki w przypadku elementów o geometrii idealnej (GMNA), a wykropkowaną elementów z imperfekcjami (GMNIA)



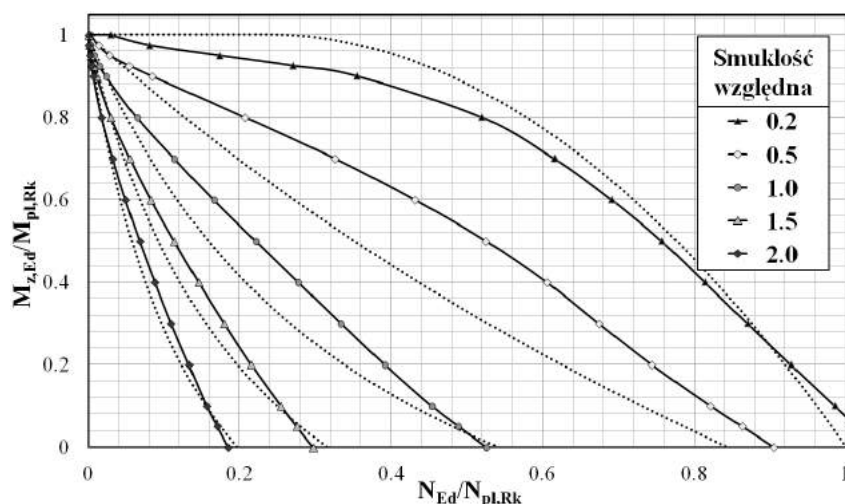
Rys. 7. Interakcyjne krzywe nośności elementów o przekroju HEB 300 i różnej smukłości względnej, ściskanych i zginanych względem osi mniejszej bezwładności z; linią ciągłą oznaczono wyniki w przypadku elementów o geometrii idealnej (GMNA), a wykropkowaną elementów z imperfekcjami (GMNIA)

Na rysunkach 8 i 9 wyniki analizy GMNIA (linia ciągła na wykresach) porównano z rezultatami wynikającymi z zastosowania interakcyjnych formuł normowych (linia wykropkowana), według zależności (2a) i (2b). W przypadku zginania względem osi y

uzyskano dobrą zgodność wyników. W przypadku zginania względem osi z rezultaty z analizy numerycznej MES wskazują na wyraźnie większą nośność elementu o smukłości względnej równej 0,5 w całym zakresie zmienności sił wewnętrznych, niż to wynika z zastosowania zależności normowych.



Rys. 8. Interakcyjne krzywe nośności elementów o przekroju HEB 300 i różnej smukłości względnej, ściskanych i zginanych względem osi większej bezwładności y; linią ciągłą oznaczono wyniki w przypadku elementów o geometrii z imperfekcjami (GMNIA), a kropkowaną rezultaty zastosowania interakcyjnych formuł normowych



Rys. 9. Interakcyjne krzywe nośności elementów o przekroju HEB 300 i różnej smukłości względnej, ściskanych i zginanych względem osi mniejszej bezwładności z; linią ciągłą oznaczono wyniki w przypadku elementów o geometrii z imperfekcjami (GMNIA), a kropkowaną rezultaty zastosowania interakcyjnych formuł normowych

5. Podsumowanie i wnioski

W pracy przedstawiono zagadnienia stateczności prętów idealnych osiowo ściskanych oraz nośności prętów nieidealnych ściskanych i zginanych bez możliwości zwichrzenia.

Rozważania ograniczono do elementów o przekroju dwuteowym i różnej smukłości względnej. Omówiono metodę wyznaczania wartości łukowych imperfekcji geometrycznych i sposób ich implementacji w analizie numerycznej elementów realnych. Przedstawiono wyniki analiz LBA, GMNA i GMNIA. Wyniki przeprowadzonych analiz stanowią punkt wyjścia do bardziej zaawansowanych rozważań, dotyczących przestrzennych form utraty stateczności elementów ściskanych oraz nośności elementów zginanych z uwzględnieniem zwichrzenia w przypadku, gdy elementy te nie są dostatecznie stężone bocznie i przeciwskrętnie. Prace związane z tymi zagadnieniami są kontynuowane przez autorów.

Literatura

1. PN-EN 1993-1-1:2006 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
2. PN-EN 1993-1-7:2007 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-7: Konstrukcje płytowe.
3. Szerba R., Kozłowski A. Obliczanie prętów zginanych i ściskanych metodą ogólną według PN-EN 1993-1-1. Inżynieria i Budownictwo (w druku).
4. Giżejowski M., Stachura Z. Stateczność techniczna stalowych konstrukcji prętowych w ujęciu eurokodowej metody ogólnej. Inżynieria i Budownictwo (w druku).
5. ABAQUS *Theory Manual*, Version 6.11, Dassault Systèmes, 2011.
6. ABAQUS/Standard *User's manual*, Version 6.1., Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, 2000.
7. Jemiolo S., Gajewski M., 2014. Hipersprężystoplastyczność, Seria wydawnicza Monografie Zakładu Wytrzymałości Materiałów, Teorii Sprężystości i Plastyczności, Tom III, OWPW.
8. Szerba R., Gajewski M., Giżejowski M. Analiza nośności stalowych przekrojów dwuteowych ściskanych i zginanych w jednej płaszczyźnie przy zastosowaniu metody elementów skończonych. JCEEA – Czasopismo Inżynierii Lądowej, Środowiska i Architektury (złożono w redakcji).

Numerical study of resistance interaction curves of steel I beam-columns

Radosław Szerba¹, Marcin Gajewski², Marian Giżejowski²

¹ Faculty of Civil and Environmental Engineering and Architecture,
Rzeszów University of Technology, e-mail: szerba@prz.edu.pl

² Faculty of Civil Engineering, Warsaw University of Technology,
e-mail: m.gajewski@il.pw.edu.pl, m.gizejowski@il.pw.edu.pl

Abstract: An influence of bow imperfections, which were determined in accordance with the Eurocode's general method, on buckling resistance of members with the relative slenderness ratio of 0,5, 1,0, 1,5 and 2,0 was widely investigated in this paper on the basis of the numerical study with respect to rolled wide flange HEB sections. Furthermore, the study was extended to uniaxial bending with flexural buckling about principal axes of the cross-section (y, z). Numerical models were prepared with the use of ABAQUS/Standard program. Obtained results in the form of resistance interaction curves were compared with those from interaction formulae given in PN-EN 1993-1-1. Geometrically and materially nonlinear analysis was carried out taking into account second order effects and imperfections. Concluding remarks were drawn and directions of future research were outlined.

Keywords: stability, column, beam-column, resistance interaction curve, imperfections, GMNA, GMNIA

Dystorsyjna utrata stateczności ścianki elementu cienkościennego przy wzdłużnej i poprzecznej zmienności naprężeń

Andrzej Szychowski

Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach,
e-mail: aszychow@tu.kielce.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki badań dystorsyjnej utraty stateczności usztywnionych ścianek wspornikowych w elementach cienkościennych. Ścianki modelowano jako sprężyste zamocowane „na obrót” płyty wspornikowe z podatnym „na ugięcie” usztywnieniem krawędzi swobodnej. Uwzględniono wzdłużną i poprzeczną zmienność naprężeń. Przyjęto liniowy rozkład naprężeń w kierunku szerokości ścianki oraz liniowy lub nieliniowy (wg paraboli 2. stopnia) rozkład naprężeń na jej długości. Wyznaczono wykresy współczynników wyboczeniowych dla różnie obciążonych płyt wspornikowych przy wybranych wskaźnikach sprężystego utwardzenia i różnych proporcjach geometrycznych usztywnienia.

Słowa kluczowe: elementy cienkościenne, ścianki wspornikowe, wyboczenie dystorsyjne, sprężyste utwardzenie krawędzi, wzdłużna i poprzeczna zmienność naprężeń

1. Wprowadzenie

Ścianki wspornikowe z usztywnieniem krawędzi swobodnej występują jako części składowe prętowych elementów cienkościennych, konstrukcji blachownicowych lub mogą stanowić żebrowanie konstrukcji płytowych czy powłokowych. Usztywnienie krawędzi takiej ścianki podnosi naprężenia krytyczne wyboczenia i zmienia jego charakter z postaci lokalnej na postać dystorsyjną [1]. Ściankę taką można w praktyce analizować jako jednostronnie sprężyste zamocowaną „na obrót” płytę wspornikową z podatnym „na ugięcie” usztywnieniem drugiej krawędzi [2]. Rolę usztywnienia krawędziowego może pełnić pojedyncze lub podwójne zagięcie krawędzi kształownika giętego lub przyspawany element usztywniający (w postaci płaskownika o takiej samej lub większej grubości ścianki) elementu blachownicowego czy też konstrukcji płytowej.

W złożonych stanach obciążenia (np. przy dwukierunkowym zginaniu poprzecznym) w płaskich ściankach wspornikowych może występować wzdłużna (na długości segmentu) i poprzeczna (na szerokości ścianki) zmienność naprężeń normalnych. Segment pręta cienkościennego zdefiniowano w [3] jako odcinek pręta pomiędzy usztywnieniami poprzecznymi (żebami, przeponami itp.) zapewniającymi sztywny kontur przekroju. Segment konstrukcji blachownicowej, płytowej lub powłokowej zdefiniowano tutaj jako odległość pomiędzy żebami, wręgami lub przeponami poprzecznymi. Takie usztywnienia powinny zapewniać niezmienną kształtu poprzecznego konstrukcji cienkościennej i stanowić wystarczająco sztywne podparcie dla mimośrodowo ściskanych żeber podłużnych.

Usztywniona ścianka wspornikowa jest na ogół sprężyste zamocowana „na obrót” w tzw. ścianie przeszłowej (np. w środku pręta, płycie pomostu itd.), dla której obie krawędzie wzdłużne są podparte. W tym przypadku, naprężenia krytyczne wyboczenia dystorsyjnego ścianki wspornikowej zależą od jej smukłości, wzdłużnego i poprzecznego

rozkładu naprężeń, stopnia sprężystego zamocowania „na obrót” krawędzi podpartej oraz proporcji geometrycznych usztywnienia.

W pracy [3] przedstawiono wyniki badań stateczności mimośrodowo ściskanych płyt wspornikowych (bez usztywnienia krawędzi) przy wzdłużnej zmienności naprężeń dla granicznych warunków brzegowych (przegub, utwierdzenie) na krawędzi podpartej. Wyprowadzono wzory na pracę sił zewnętrznych przy obciążeniu wywołującym wzdłużny rozkład naprężeń wg funkcji liniowej oraz wg paraboli 2. stopnia.

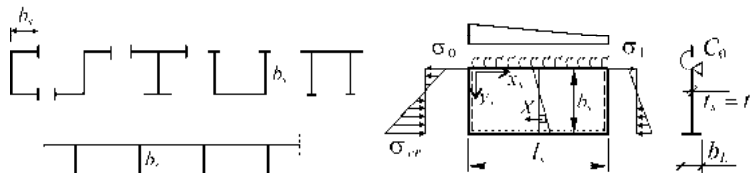
W pracach [4-6] rozwiązanie zagadnienia wyboczenia dystorsyjnego kształtownika giętego uzyskano dla modelu giętno-skrętnej utraty stateczności półki ściskanej z usztywnieniem krawędziowym w ośrodku obrotowo-sprężystym. W tym przypadku założono, że półka kształtownika jest osiowo ściskana przy równomiernym rozkładzie naprężeń na jej długości.

W normie [7] do analizy wyboczenia dystorsyjnego półki ściskanej z usztywnieniem krawędzi przyjęto model wyboczenia giętnego, osiowo ściskanego „zastępczego pręta” składającego się z odpowiednich szerokości efektywnych półki i usztywnienia. W tym modelu obliczeniowym „pręt” spoczywa na podłożu translacyjno-sprężystym o module K . W tym przypadku pominięto, często występujący w praktyce, efekt wzdłużnej i poprzecznej zmienności naprężeń.

W pracy [1] podano współczynniki wyboczeniowe dla osiowo ściskanej płyty wspornikowej z usztywnieniem krawędzi swobodnej przy stałej na długości intensywności naprężeń. Rozwiązanie ściśle, wynikające z całkowania równań stateczności uzyskano dla modelu obliczeniowego: płyta wspornikowa współpracująca z symetrycznym (względem linii środkowej płyty) usztywnieniem i granicznych przypadków podparcia (przegub, utwierdzenie). W pracy [2], stosując metodę energetyczną, rozszerzono wyniki zamieszczone w [1], na przypadek płyty wspornikowej sprężystie zamocowanej „na obrót”.

Do technicznego rozwiązania wielu zagadnień wyboczenia dystorsyjnego oraz nośności granicznej (szacowanej wg metody przekroju efektywnego) otwartych prętów cienkościennych, konstrukcji blachownicowych lub płytowych w złożonych stanach naprężeń, brakuje rozwiązań dystorsyjnej utraty stateczności usztywnionych płyt wspornikowych przy wzdłużnej i poprzecznej zmienności naprężeń.

W pracy rozszerzono wyniki zamieszczone w [2] dla modelu obliczeniowego: płyta wspornikowa – „belka” usztywnienia na przypadek wzdłużnej i poprzecznej zmienności naprężeń (rys. 1).



Rys. 1. Jednostronnie sprężystie zamocowana „na obrót” płyta wspornikowa z podłużnym usztywnieniem drugiej krawędzi

2. Warunki brzegowe i funkcje ugięcia płyty i usztywnienia

Założono, że: 1) mimośrodowo ściskana ścianka wspornikowa z usztywnieniem krawędziowym zachowuje się jak jednostronnie sprężystie zamocowana „na obrót” płyta wspornikowa z drugim brzegiem podpartym „na ugięcie” „belką” usztywnienia, 2) prostopadłe do kierunku obciążenia krawędzie płyty oraz końce „belki” są swobodnie podparte

(por. rys. 1), 3) występuje zgodność ugięć krawędzi płyty ($y_s = b_s$) z ugięciami „belki” usztywnienia, 4) naprężenia wybożenia lokalnego usztywnienia są większe od naprężeń wybożenia dystorsyjnego [2].

Stopień sprężystego zamocowania „na obrót” podłużnej krawędzi płyty ($y_s = 0$) opisano za pomocą współczynnika ε wg [1] oraz wskaźnika κ wg [8] w następującej postaci:

$$\varepsilon = C_\theta \cdot b_s / D_s \quad (1)$$

$$\kappa = 1 / (1 + 2D_s / b_s C_\theta) \quad (2)$$

gdzie:

C_θ – sztywność obrotowa równa momentowi zginającemu powstałemu podczas obrotu o kąt jednostkowy,

b_s – szerokość płyty (ścianki s),

D_s – płytowa sztywność zginania.

Sposób oszacowania sztywności C_θ krawędzi podłużnej płyty wspornikowej sprężyste zamocowanej „na obrót” w płycie przęsłowej podano m.in. w pracach [4-6, 9].

W pracy przyjęto (podobnie jak w [1,2]), że usztywnienie krawędzi ma przekrój prostokątny i jest symetryczne względem płaszczyzny środkowej płyty, a jego grubość t_L jest równa grubości płyty t_s (por. rys. 1) W takim przypadku wpływ sprężystego zamocowania „na obrót” na „swobodnej” krawędzi płyty jest nieznaczny [1] i z technicznego punktu widzenia może zostać pominięty.

Do aproksymacji postaci wybożenia jednostronnie sprężyste zamocowanej „na obrót” płyty wspornikowej z podatnym „na ugięcie” usztywnieniem krawędzi zastosowano funkcje wg [2] w następującej postaci: a) dla płyty wg wzoru (3):

$$w_s(x_s, y_s) = t_s \sum_{i=1}^{i_0} \left[f_{i2} \cdot \left((1 - \kappa) \frac{y_s}{b_s} + \kappa \left(\frac{y_s}{b_s} \right)^2 \right) + \sum_{p=3}^{p_0} f_{ip} \cdot \left(\frac{y_s}{b_s} \right)^p \right] \cdot \sin \left(\frac{i\pi x_s}{l_s} \right) \quad (3)$$

b) dla „belki” usztywnienia wg wzoru (4):

$$w_L(x_s) = w_s(x_s, y_s = b_s) = t_s \sum_{i=1}^{i_0} \left(f_{i2} + \sum_{p=3}^{p_0} f_{ip} \right) \sin \left(\frac{i\pi x_s}{l_s} \right) \quad (4)$$

gdzie:

t_s, b_s – grubość, szerokość płyty (ścianki s),

l_s – długość płyty i usztywnienia,

f_{ip} – bezwymiarowe, swobodne parametry funkcji ugięcia.

3. Stan naprężeń w płaszczyźnie płyty

W przypadku analizy stateczności płyty (ścianki) wspornikowej, stanowiącej część składową pręta cienkościennego lub konstrukcji blachownicowej, w której akceptuje się hipotezę płaskich przekrojów lub hipotezę powierzchni wycinkowych (w zależności od stanu obciążenia), rozkład naprężeń normalnych (rys. 1) można przedstawić w postaci [3]:

$$\sigma_x = \sigma_o \left(1 - \alpha \frac{y_s}{b_s} \right) \beta_i(x_s) \quad (5)$$

gdzie: σ_o – naprężenia krawędziowe w początku układu współrzędnych płyty (dodatnie kiedy ściskające), α – współczynnik poprzecznego rozkładu naprężeń,

$\beta_1(x_s) = 1 - mx_s/l_s$ – dla liniowego rozkładu naprężeń na długości płyty oraz:

$\beta_2(x_s) = 1 - mx_s^2/l_s^2$ – dla rozkładu nieliniowego wg paraboli 2. stopnia, $m = 1 - \sigma_1/\sigma_o$.

Zmienność rozkładu naprężeń normalnych na długości płyty wg wzoru (5) można uzyskać przez wprowadzenie naprężeń stycznych lub wzdłużnych sił masowych (rys. 1) o rozkładzie dobranym w zależności od sposobu obciążenia. Sposób zastąpienia naprężeń stycznych odpowiednim rozkładem sił masowych w płytach przęsłowych opisano w pracy [10], a w płytach wspornikowych w [3].

4. Energia sprężysta i praca sił zewnętrznych

W pracy [2] pokazano sposób wyznaczania energii sprężystej osiowo ściskanej płyty wspornikowej sprężystie zamocowanej „na obrót” z symetrycznym usztywnieniem drugiej krawędzi w takim przypadku, gdy funkcję ugięć zapisuje się szeregami postaci (3) i (4).

Pracę sił zewnętrznych w płycie wspornikowej przy wzdłużnej i poprzecznej zmienności naprężeń wyznaczono wg [3] ze wzoru:

$$L_S = -\frac{t_s}{2} \int_0^{l_s} \int_0^{b_s} \sigma_o \left(1 - \alpha \frac{y_s}{b_s}\right) \beta_i(x_s) \left(\frac{dw_s}{dx_s}\right)^2 dx_s dy_s \quad (6)$$

Natomiast pracę sił zewnętrznych w usztywnieniu obliczono ze wzoru:

$$L_L = -\frac{A_L}{2} \int_0^{l_s} \sigma_o (1 - \alpha) \beta_i(x_s) \left(\frac{dw_L}{dx_s}\right)^2 dx_s \quad (7)$$

gdzie: $A_L = t_L b_L$ – pole przekroju usztywnienia.

5. Naprężenia krytyczne

Naprężenia krytyczne wyboczenia dystorsyjnego (σ_{cr}^D) płyty z usztywnieniem odniesiono do najbardziej ściskanej krawędzi (por. rys. 1) i wyrażono w postaci wzoru:

$$\sigma_{cr}^D = k \sigma_E \quad (8)$$

gdzie: σ_E – naprężenia Eulera dla płyty wg wzoru:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t_s}{b_s}\right)^2 \quad (9)$$

Współczynniki wyboczeniowe obliczono z układu równań:

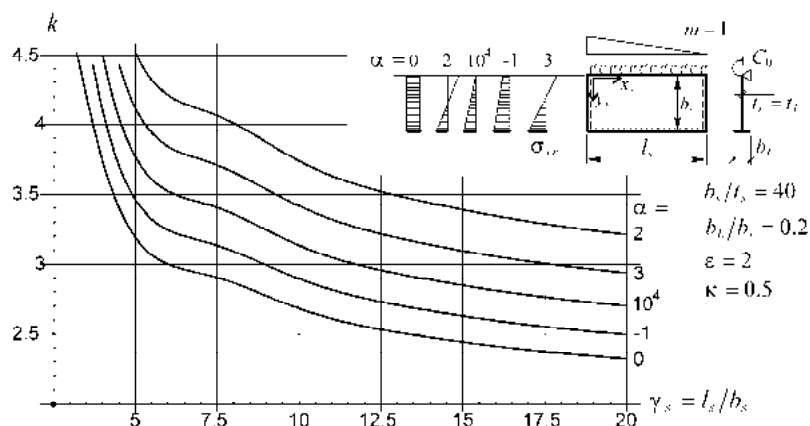
$$\partial U_s / \partial f_{ip} = 0 \quad (10)$$

gdzie: U_s – całkowita energia potencjalna układu płyta-usztywnienie.

Zagadnienie sprowadzono do problemu wyznaczania wartości i wektorów własnych. Do obliczenia współczynników k opracowano w środowisku pakietu *Mathematica*® program obliczeniowy „Ncr-płyta-wspornik-usztyw-sym-alfa-beta.nb”. Program umożliwia sporządzanie wykresów, tablicowanie współczynników oraz prezentację postaci wyboczenia. Funkcję ugięcia płyty i usztywnienia aproksymowano szeregami (3 i 4) dla parametru $p_o = 4$. Wskaźnik utwierdzenia wg wzoru (2) przyjmowano w zakresie od $\kappa = 0$ dla krawędzi swobodnie podpartej do $\kappa = 1$ dla krawędzi utwierdzonej. Parametr i_0 określający liczbę „półfal” funkcji sinus w kierunku osi x_s szeregów (3 i 4) dobierano w zależności od stosunku wymiarów płyty ($\gamma_s = l_s/b_s$) i usztywnienia (b_L/b_s). Na podstawie analizy zbieżności

wyników, do obliczeń płyt usztywnionych w zakresie $\gamma_s \leq 20$, $b_L/b_s \geq 0,1$ oraz $0 \leq m \leq 1$ przyjęto $i_o = 10$. Prezentowane wykresy współczynników k wyznaczono dla parametrów $E = 205$ GPa oraz $\nu = 0,3$.

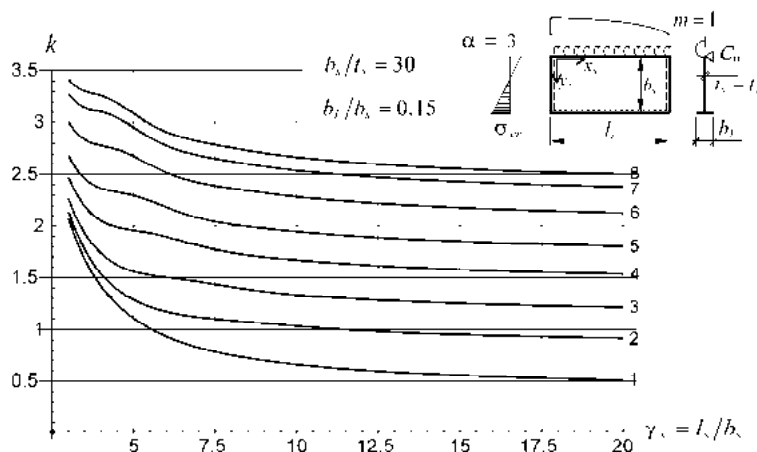
Na rysunku 2 przedstawiono wykresy współczynników k sprężystość zamocowanej „na obrót” ($\varepsilon = 2$, $\kappa = 0,5$) płyty wspornikowej ($b_s/t_s = 40$) z usztywnieniem krawędzi ($b_L/b_s = 0,2$) dla różnych poprzecznych rozkładów naprężeń ($\alpha = 0; 2; 10^4; -1; 3$) i liniowego rozkładu naprężeń na długości płyty wg wzoru (5) przy $m = 1$. (Uwaga: na pokazanych schematach obciążenia naprężenia ściskające zakreskowano).



Rys. 2. Wykresy współczynników k dla różnych poprzecznych rozkładów obciążeń

Dla porównania, przy $\kappa = 0,5$; $\alpha = 0$ i $m = 0$ wykres współczynnika k ma postać krzywej girlandowej, dla której wartość minimalna w przedziale $\gamma_s \geq 5$ wynosi $k_{min} = 1,82$ [2].

Na rysunku 3 pokazano wykresy k dla $\alpha = 3$ i nieliniowego (wg paraboli 2. stopnia) rozkładu naprężeń (wg wzoru (5) dla $m = 1$) w kierunku długości płyty ($b_s/t_s = 30$, $b_L/b_s = 0,15$) dla różnych wartości współczynnika ε wg (1) i wskaźnika κ wg (2). Na wykresach kolejne numery krzywych odpowiadają kolejnym wartościom ε i κ zamieszczonym w tabeli 1.

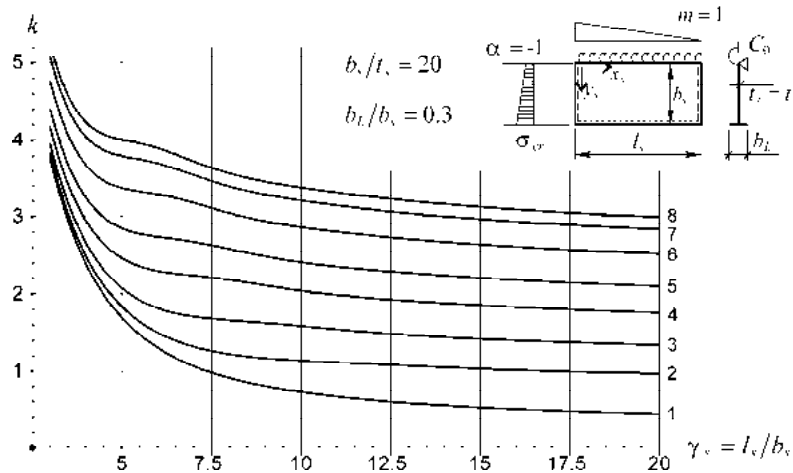


Rys. 3. Wykresy współczynników k dla $\alpha = 3$ i różnych wskaźników sprężystego zamocowania wg tabeli 1

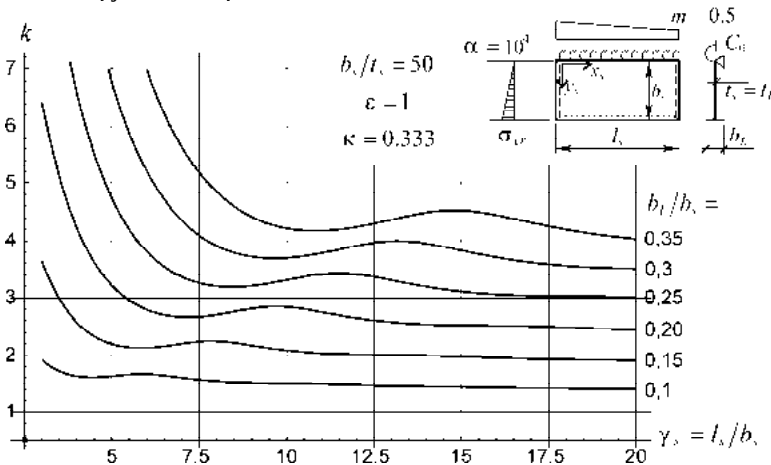
Tabela 1. Przyporządkowanie numeru krzywej na rys. 3 i 4 do współczynnika ε oraz wskaźnika κ

Nr	1	2	3	4	5	6	7	8
ε	0	0,2	0,6	1,5	3	8	30	10^5
κ	0	0,091	0,231	0,429	0,6	0,8	0,938	1

Na rysunku 4. w tej samej konwencji oznaczeń (Nr krzywej wg tab.1) pokazano wykresy k dla $\alpha = -1$ płyty wspornikowej ($b_s/t_s = 20$, $b_L/b_s = 0,3$) i liniowego rozkładu naprężeń na jej długości wg (5) przy $m = 1$.

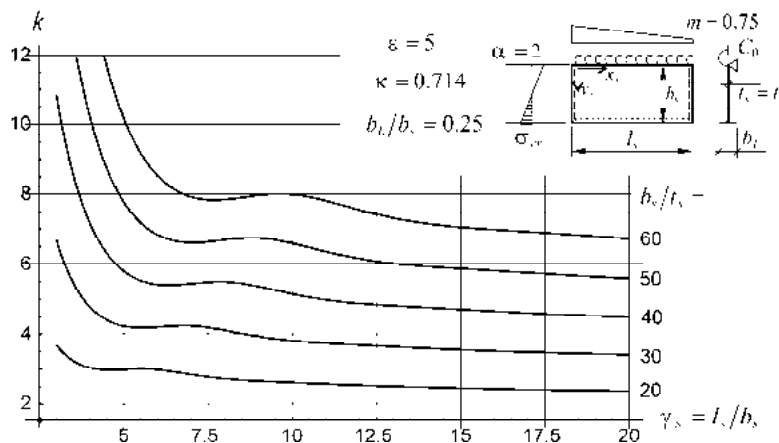
Rys. 4. Wykresy współczynników k dla $\alpha = -1$ i różnych wskaźników sprężystego zamocowania wg tabeli 1

Z porównania wykresów zamieszczonych na rysunku 3 i 4 wynika, że ze wzrostem wskaźnika sprężystego zamocowania „na obrót” podparłej krawędzi płyty znacząco rosną współczynniki k dystorsyjnych naprężeń krytycznych. Na przykład dla $\gamma_s = 20$ (rys. 3) przy $\kappa = 0$ (krzywa 1) współczynnik $k = 0,5$, a przy $\kappa = 1$ jest on ok. pięciokrotnie wyższy. Na rys. 4. różnice te są jeszcze większe.

Rys. 5. Wykresy współczynników k dla $\alpha = 10^4$ i różnych stosunków b_L/b_s

Na rysunku 5 porównano wykresy współczynników k dla $\alpha = 10^4$ przy wzdłużnym liniowym rozkładzie naprężeń (dla $m = 0,5$) dla smukłości płyty $b_s/t_s = 50$ oraz $\varepsilon = 1$ ($\kappa = 0,333$) i różnych proporcjach geometrycznych usztywnienia $b_L/b_s = 0,1 \div 0,35$. Wraz ze wzrostem stosunku b_L/b_s współczynniki k rosną.

Na rysunku 6 porównano wykresy współczynników k płyty z usztywnieniem $b_L/b_s = 0,25$ dla $\alpha = 2$ oraz $\varepsilon = 5$ ($\kappa = 0,714$) i różnych smukłościach $b_s/t_s = 20 \div 60$ przy liniowym na długości rozkładzie naprężeń (dla $m = 0,75$).



Rys. 6. Wykresy współczynników k dla $\alpha = 2$ i różnych smukłości b_s/t_s

W tym przypadku ze wzrostem stosunku b_s/t_s (przy stałej wartości relacji b_L/b_s) rośnie korzystny wpływ usztywnienia brzegowego i współczynniki k rosną.

6. Podsumowanie

Zastosowane w pracy funkcje ugięcia płyty wspornikowej i usztywnienia umożliwiają analizę wyboczenia dystorsyjnego układu płyta – usztywnienie przy wzdłużnej i poprzecznej zmienności naprężeń. Pozwalają także na uwzględnienie sprężystego zamocowania takiej ścianki zarówno „na obrót”, jak i „na ugięcie”.

Zaprezentowany model obliczeniowy uwzględniający wzdłużną i poprzeczną zmienność naprężeń oraz wskaźnik sprężystego zamocowania ścianki w segmencie elementu cienkościennego prowadzi do dokładniejszego oszacowania naprężeń krytycznych wyboczenia dystorsyjnego.

Wszystkie prezentowane w pracy wykresy (rys. 2 do 6) nie mają charakteru typowych krzywych girlandowych jak dla przypadku $m = 0$ analizowanego w pracy [2]. Wynika to z występowania wzdłużnej zmienności naprężeń.

Wraz ze wzrostem wskaźnika κ wg (2) oraz parametru m wzdłużnego rozkładu naprężeń wg (5) rosną naprężenia krytyczne wyboczenia dystorsyjnego. Ta sama tendencja występuje ze wzrostem relacji b_L/b_s oraz b_s/t_s (dla stałej wartości b_L/b_s). Mniejsze współczynniki k przy tych samych wartościach parametrów κ , α , m oraz γ_s uzyskano dla nieliniowego rozkładu naprężeń normalnych na długości płyty.

Literatura

1. Bulson P.S., 1970. The Stability of Flat Plates. Chatto and Windus. London.

2. Szychowski A., 2014. Wyboczenie sprężyste zamocowanej ścianki wspornikowej z usztywnieniem krawędzi swobodnej. *Budownictwo i Architektura* 13(3), 291-298.
3. Szychowski A., 2008. The stability of eccentrically compressed thin plates with a longitudinal free edge and with stress variation in the longitudinal direction. *Thin-Walled Structures* 46(5), 494-505.
4. Lau S.C.W., Hancock G.J., 1987. Distortional buckling formulas for channel columns. *J. Struct. Engng ASCE*, 113(5), 1063-1078.
5. Hancock G.J., 1997. Design for Distortional Buckling of Flexural Members. *Thin-Walled Structures* 27(1), 3-12.
6. Schafer B., Peköz T., 1999. Laterally braced cold-formed steel flexural members with edge stiffened flanges. *Journal of Structural Engineering* 125(2), 118-126.
7. PN-EN 1993-1-3. Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno.
8. Rykaluk K., 1981. Pozostające naprężenia spawalnicze w wybranych stanach granicznych nośności. *Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej* 29, Monografie 11.
9. Li L.-Y., Chen J.-K., 2008. An analytical model for analyzing distortional buckling of cold-formed steel sections. *Thin-Walled Structures* 46, 1430-1436.
10. Kowal Z., 1965. Stateczność ściskanego pasa w dźwigarze blachowym o przekroju skrzynkowym. *Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej, Budownictwo* 122, 73-85.

Distortional buckling of wall of thin-walled member with longitudinal and transverse stress variation

Andrzej Szychowski

*Faculty of Civil Engineering and Architecture, Kielce University of Technology,
e-mail: aszychow@tu.kielce.pl*

Abstract: The paper presents the results of the investigation into the distortional stability loss in stiffened cantilever walls of thin-walled members. The walls were modelled as cantilever plates, elastically restrained against rotation. The stiffening of the free edges of the walls was susceptible to deflection. Longitudinal and transverse stress variation was taken into account. A linear stress distribution in the direction of the wall width, and the linear or nonlinear (in accordance with parabola 2^0) stress distribution along the wall length were assumed. Graphs of buckling coefficients for variously loaded cantilever plates were determined. That was done for selected indexes of the elastic restraint and different geometries of the edge stiffening.

Keywords: thin-walled members, cantilever walls, distortional buckling, elastic restraint, longitudinal and transverse stress variation

Ocena trwałości i skuteczności ogniochronnej nieznanych pasywnych izolacji ogniochronnych konstrukcji stalowych po upływie czasu

Dagmara Warsicka¹, Piotr Turkowski², Paweł Sulik²

¹ Zakład Materiałów Budowlanych, Instytut Techniki Budowlanej, e-mail: d.warsicka@itb.pl

² Zakład Badań Ognioowych, Instytut Techniki Budowlanej,
e-mail: p.turkowski@itb.pl, e-mail: p.sulik@itb.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono ocenę niezidentyfikowanych z nazwy pasywnych izolacji ogniochronnych konstrukcji stalowych po upływie czasu. Opisano metody oceny trwałości tych zabezpieczeń opierając się na badaniach *in situ* i badaniach laboratoryjnych pobranych próbek. Ponadto, przedstawiono obliczeniową metodę oceny odporności ogniowej elementów konstrukcji stalowych zabezpieczonych tymi materiałami, na podstawie wyników badań materiałowych oraz danych literaturowych, poprzez porównanie temperatury krytycznej zabezpieczonego elementu stalowego do jego temperatury stali w czasie trwania pożaru.

Słowa kluczowe: trwałość, odporność ogniowa, konstrukcje stalowe, materiały ogniochronne

1. Wprowadzenie

Zgodnie z Rozporządzeniem Ministra Infrastruktury z dnia 12 kwietnia 2002 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budynki i ich usytuowanie (Dz.U. Nr 75/2002 poz. 690 z późn. zm.) [3], nadbudowa, przebudowa czy zmiana sposobu użytkowania budynków istniejących wiąże się z koniecznością ponownego spełnienia wymagań także zawartych. W kontekście odporności pożarowej budynku, może to oznaczać konieczność ponownego określenia wymagań w zakresie odporności ogniowej jego elementów i wykazanie, że elementy mają odporność ogniową we wskazanych klasach.

Często zdarza się, że nie ma dokumentacji stanu istniejącego i nie wiadomo, jakie zabezpieczenia ogniochronne zastosowano ani jaka jest ich skuteczność, szczególnie po upływie czasu. Założenie, że zabezpieczony ogniochronnie element konstrukcyjny, który kiedyś oceniono jako spełniający wymagania odporności ogniowej nadal spełnia je w tej samej klasie, bez przeprowadzenia odpowiednich analiz, może być niezasadne.

Zgodnie z budownictwem racjonalnym, nie należy od razu zakładać, że istniejące izolacje ogniochronne trzeba usunąć, a w ich miejsce zastosować nowe. Istnieją metody badawcze oceny trwałości tych materiałów oraz metody obliczeniowe oceny odporności ogniowej zabezpieczonych nimi elementów konstrukcyjnych, na podstawie których możliwe jest wykazanie, że budynek nadal spełnia wymagania w swojej klasie odporności pożarowej.

2. Trwałość izolacji ogniochronnych

Projektowany czas użytkowania pasywnych zabezpieczeń ogniochronnych wynosi 10 lat, w szczególnych przypadkach – 25 lat [6, 7, 8]. Duże zróżnicowanie warunków klimatycznych, a także zróżnicowane obciążenia konstrukcji powodowane przez użytkowników

powodują konieczność ograniczenia zastosowania wyrobów ogniochronnych do określonej sytuacji, pozwalających osiągnąć przewidywany okres użytkowania. Na ogół wyroby ogniochronne, z uwagi na okresy ich użytkowania i trwałość, poddawane są działaniu różnych czynników degradujących takich jak: temperatura, w tym oddziaływanie zmiennych temperatur (zamrażanie i rozmrażanie), wilgotność, działanie deszczu, oddziaływanie promieniowania UV, korozja biologiczna oraz zanieczyszczenia na terenach przemysłowych. Wszystkie te czynniki mają rzeczywisty wpływ na okres użytkowania i trwałość wyrobów ogniochronnych.

Kategorie zastosowań związanych z rodzajem warunków środowiskowych, są określone jako kategorie użytkowania typu; X, Y, Z₁, Z₂ [6], gdzie:

- typ X – zastosowanie zewnętrzne, wewnętrzne oraz pół-ekspozycje, dla wszystkich warunków środowiskowych,
- typ Y – zastosowanie wewnętrzne oraz pół-ekspozycje, włączając temperatury poniżej 0°C, ale nie narażone na działanie deszczu i ograniczone działanie promieniowania UV, (przy czym ekspozycja na UV nie podlega ocenie),
- typ Z₁ – zastosowanie wewnętrzne, w tym warunki dla wilgotności $\geq 85\%$ oraz temperatury powyżej 0°C,
- typ Z₂ – zastosowanie wewnętrzne, w tym warunki dla wilgotności $< 85\%$ oraz temperatury powyżej 0°C.

3. Identyfikacja materiału

W skład suchych mieszanek mas natryskowych wchodzi spoiwa cementowe, gipsowe lub wapienne, wypełniacze z wełny mineralnej, wermikulitu, perlitu lub innego materiału o wysokiej pojemności cieplnej oraz dodatki modyfikujące [1]. Części składowe wyrobu ogniochronnego powinny być w pełni zidentyfikowane. W zależności od charakteru i rodzaju wyrobu ogniochronnego muszą być przeprowadzone procedury identyfikacyjne. Procedury te obejmują:

- badania instrumentalne,
- badania określające skład i ilość surowców, recepturę, itp.,
- parametry procesu produkcyjnego, takie jak: ciśnienie, temperatura, czas,
- właściwości fizyczne: gęstość, wytrzymałość mechaniczna [1].

Identyfikację wyrobów zapraw ogniochronnych wykonuje się na podstawie badań zapraw w stanie sypkim jak i zapraw stwardniałych. Identyfikacja zapraw ogniochronnych powinna opierać się na:

- badaniach suchych mieszanek poprzez ocenę wyglądu oraz gęstości nasypowej,
- badaniach stwardniałych zapraw, które powinny obejmować: gęstość objętościową w stanie suchym i w stanie naturalnego zawilgocenia, wytrzymałość na zginanie i ściskanie, skurcz liniowy, oddziaływanie korozyjne na powierzchnie stali oraz przyczepność do podłoża.

Jeśli jest to możliwe należy powołać się na europejskie normy zharmonizowane lub europejskie specyfikacje techniczne. W przypadku, gdy takie specyfikacje są niedostępne, należy dokonać identyfikacji wyrobów przez odniesienie się do ich właściwości fizykochemicznych.

W zakresie oszacowania przewodności cieplnej i ciepła właściwego materiału ogniochronnego, przy braku możliwości wykonania badań laboratoryjnych, można korzystać z opracowania ECCS Technical Note 89 [4] i przyjmować wartości z tabeli 1.

Tabela 1. Właściwości pasywnych materiałów ogniochronnych wg ECCS Technical Note 89 [4]

Materiał izolacji ogniochronnej	Gęstość masy ρ_p [kg/m ³]	Zawartość wilgoci p [%]	Przewodność cieplna λ_p [W/(mK)]	Ciepło właściwe c_p [J/(kgK)]
Zaprawy ogniochronne				
– z wełną mineralną	300	1	0,12	1200
– wermikulitowe	350	15	0,12	1200
– perlitowe	350	15	0,12	1200
Zaprawy ogniochronne o wysokiej gęstości				
– wermikulitowe (lub perlitowe) z cementem	550	15	0,12	1100
– wermikulitowe (lub perlitowe) z gipsem	650	15	0,12	1100
Płyty ogniochronne				
– wermikulitowe (lub perlitowe) z cementem	800	15	0,20	1200
– krzemianowe lub wapniowo- -krzemianowe	600	3	0,15	1200
– włóknisto-cementowe	800	5	0,15	1200
– płyty gipsowe	800	20	0,20	1700
Sprasowane płyty włókniste				
– krzemianowe, z wełny mineralnej, z wełny kamiennej	150	2	0,20	1200
Beton	2300	4	1,60	1000
Beton lekki	1600	5	0,80	840
Pustaki betonowe	2200	8	1,00	1200
Cegły z otworami	1000	-	0,40	1200
Cegły pełne	2000	-	1,20	1200

4. Ocena trwałości

Ocena trwałości powinna bazować na wynikach badania przyczepności, skuteczności izolacji i ocenie wizualnej. W przypadku zapraw ogniochronnych użytkowanych na obiekcie, również badaniu grubości warstwy. Przed wykonaniem oceny przyczepności należy wykonać kontrolę stanu zaprawy ogniochronnej. Powierzchnia powinna być niepyłąca, spoista, bez spękań i ubytków. W przypadku zestawów ogniochronnych przyklejonych do podłoża, ruchy przewidziane podczas zwykłego użytkowania nie powinny spowodować utraty przyczepności w systemie. Przyklejone zestawy ogniochronne powinny wytrzymać deformacje spowodowane zmianami temperatury i naprężenia. W niektórych przypadkach wskazane jest stosowanie siatek wzmacniających, które mają za zadanie zapewnienie dobrej przyczepności.

Określenie przyczepność do podłoża zapraw ogniochronnych wykonuje się metodą odrywową (pull-off). Metody badań opisano w normie PN-EN 1015-12 [9] lub w dokumencie EGOLF AGREEMENT EA 5 [5]. W każdym przypadku przyczepność jest określana jako maksymalne naprężenie rozciągające wywołane przez obciążenie odrywające przyłożone prostopadle do powierzchni zaprawy naniesionej na podłoże. Obciążenie odrywające jest przykładane za pomocą płytki odrywającej przyklejonej do powierzchni licowej badanej zaprawy. Wykazana przyczepność jest ilorazem obciążenia niszczącego i powierzchni badawczej próbki. Oczekiwane wartości przyczepności znajdują się w zakresie od 0,02 do 0,1 N/mm².

Na rysunku 1 przedstawiono widok konstrukcji stalowej zabezpieczonej ogniochronnie masami natryskowymi i przygotowania do badania przyczepności.



Rys. 1. Zabezpieczona konstrukcja stalowej (po lewej) i przygotowanie do badania przyczepności (po prawej), archiwum ITB

W przypadku badań zapraw ogniochronnych na istniejącym obiekcie, jeśli jest to możliwe należy pobrać materiał do badań: gęstości i zawartości wilgoci. Wartość gęstości objętościowej stwardniałej zaprawy zależy od rodzaju zastosowanego wypełnienia, ale nie powinna być niższa niż 300 kg/m^3 .

W odniesieniu do płyt i okładzin ogniochronnych, najważniejsza jest ocena sposobu mocowania izolacji ogniochronnej. Znaczenie mają wymiary łączników mechanicznych, materiał (stal, aluminium) oraz ich wytrzymałość.

W tabeli 2 przedstawiono wyniki oznaczenia właściwości niezidentyfikowanego zabezpieczenia ogniochronnego na istniejącym obiekcie.

Tabela 2. Wyniki oznaczeń właściwości niezidentyfikowanego zabezpieczenia ogniochronnego

Badana cecha	Gęstość objętościowa [kg/m^3]	Przyczepność [MPa]	Grubość [mm]	Wygląd (ocena wzrokowa)
Wynik badania	331÷372	0,016÷0,049	5÷15	spójne, bez spękań i odwarstwień

5. Temperatura elementu zabezpieczonego

Temperaturę zabezpieczonego ogniochronnie elementu stalowego można wyznaczać, wykorzystując metodę obliczeniową podaną w PN-EN 1993-1-2 [11], wg której przyrost temperatury $\Delta\theta_{a,t}$ w przedziale czasu Δt w stalowym elemencie osłoniętym wyznacza się ze wzorów:

$$\Delta\theta_{a,t} = \frac{\lambda_p A_p / V}{d_p c_a \rho_a} \frac{(\theta_{g,t} - \theta_{a,t})}{(1 + \phi/3)} \Delta t - (e^{\phi/10} - 1) \Delta\theta_{g,t} \quad (1)$$

$$\phi = \frac{c_p \rho_p}{c_a \rho_a} d_p A_p / V \quad (2)$$

gdzie:

$\Delta\theta_{a,t}$ – przyrost temperatury stali w czasie trwania pożaru t [K], $\Delta\theta_{a,t} \geq 0$ gdy $\Delta\theta_{g,t} > 0$,

- $\Delta\theta_{g,t}$ – przyrost temperatury otaczających gazów w przedziale czasu Δt [K],
 $\theta_{a,t}$ – temperatura stali w czasie trwania pożaru t [°C],
 $\theta_{g,t}$ – temperatura otaczających gazów w czasie trwania pożaru t [°C],
 Δt – przedział czasu [s], $\Delta t \leq 30$ s,
 A_p/V – wskaźnik ekspozycji przekroju elementów stalowych [1/m],
 λ_p – niezależna od temperatury przewodność cieplna zabezpieczenia ogniochronnego [W/mK],
 c_a – zależne od temperatury ciepło właściwe stali [J/kgK],
 c_p – niezależne od temperatury ciepło właściwe materiału izolacji ogniochronnej [J/kgK],
 ρ_a – gęstość masy stali, 7850 kg [kg/m³],
 ρ_p – gęstość masy materiału izolacji ogniochronnej [kg/m³],
 d_p – grubość warstwy materiału izolacji [m].

Według Z. Wanga [2] wartość ϕ nie powinna być większa niż 1,50, jednak takie ograniczenie nie zostało wprowadzone w PN-EN 1993-1-2 [11]. Autorzy pracy zalecają jednak przestrzeganie tego ograniczenia, szczególnie w odniesieniu do nieznanych materiałów ogniochronnych.

W odniesieniu do materiałów o niskiej zawartości wilgoci i niskiej gęstości, pominięcie wpływu ciepła właściwego materiału izolacji ogniochronnej równoznacznej z przyjęciem $\phi = 0$, prowadzić będzie do nieznacznego przeszacowania wartości temperatury, w zamian znacząco, upraszczając obliczenia. Wówczas $\Delta\theta_{a,t}$ wynosi:

$$\Delta\theta_{a,t} = \frac{\lambda_p A_p/V}{d_p c_a \rho_a} (\theta_{g,t} - \theta_{a,t}) \Delta t \quad (3)$$

Praktyczne zastosowanie opisanej wyżej metody przedstawiono poniżej na przykładzie słupów stalowych zabezpieczonych wełną mineralną gęstości 150 kg/m³. Obliczenia przeprowadzono dla 3 kształtowników:

- HEB 450, $A_p/V = 69 \text{ m}^{-1}$, $d_p = 100 \text{ mm}$,
- IPE 200, $A_p/V = 211 \text{ m}^{-1}$, $d_p = 100 \text{ mm}$,
- HEA 200, $A_p/V = 145 \text{ m}^{-1}$, $d_p = 20 \text{ mm}$.

Właściwości izolacji ogniochronnej przyjęto wg tabeli 1 ($\lambda_p = 0,20 \text{ W/mK}$, $c_p = 1200 \text{ J/kgK}$), oddziaływanie jako pożar standardowy, wg PN-EN 1991-1-2 [10].

W tabeli 3 zestawiono wyniki obliczeń wg metody dokładnej (wzór 1), metody uproszczonej (wzór 3) i wartości temperatury zarejestrowanymi w badaniach skuteczności ogniochronnej wg PN-EN 13381-4 [12]. Przyjęto krok czasowy obliczeń $\Delta t = 1 \text{ s}$.

Tabela 3. Temperatura stali elementów zabezpieczonych wełną mineralną

t [min]	Temperatura stali [°C]								
	Obliczona wg PN-EN 1993-1-2						Zmierzona w badaniach		
	Metoda dokładna			Metoda uproszczona					
	HEB 450	IPE 200	HEA 200	HEB 450	IPE 200	HEA 200	HEB 450	IPE 200	HEA 200
15	28	36	177	40	78	189	21	23	94
30	48	82	333	66	145	347	26	40	213
60	94	183	557	118	271	570	45	83	452
90	142	280	696	170	380	705	89	185	646
120	189	369	752	220	474	759	152	341	776

W istotnym z punktu widzenia odporności ogniowej zakresie temperatur od 350°C do 700°C, różnica między metodą dokładną a metodą uproszczoną wynosi od 2% do 20%, oraz kolejne 5% do 15% w odniesieniu do wartości zmierzonych w badaniach. Tylko w jednym przypadku wartość temperatury stali została oszacowana, jako niższa niż w badaniu, jednak w zakresie temperatur ponad 750°C.

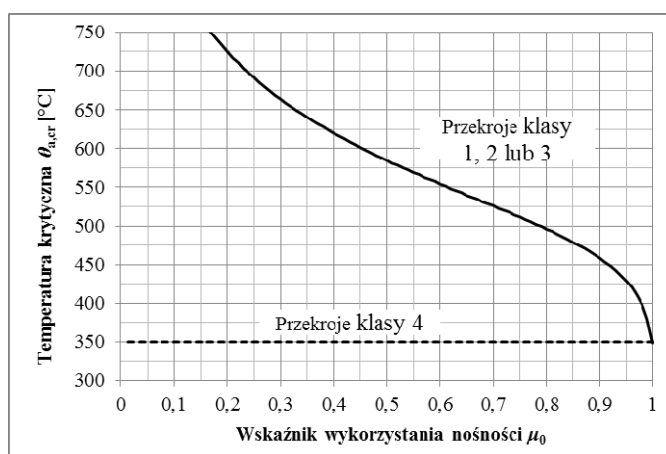
6. Ocena odporności ogniowej

Wykorzystując oznaczone cechy materiału ogniochronnego, możliwe jest określenie nośności ogniowej zabezpieczonego elementu stalowego poprzez porównanie wyznaczonej temperatury zabezpieczonego przekroju stalowego θ_a z jego temperaturą krytyczną $\theta_{a,cr}$, zależną od wskaźnika wykorzystania nośności μ_0 , obliczaną następująco (por. rysunek 2):

$$\theta_{a,cr} = 39,19 \ln \left[\frac{1}{0,9674 \mu_0^{3,833}} - 1 \right] + 482 \quad (4)$$

gdzie:

μ_0 – wskaźnik wykorzystania nośności.



Rys. 2. Zależność temperatury krytycznej od wskaźnika wykorzystania nośności

W przypadku braku dokładnych danych o wyężeniu elementu, wartości temperatury krytycznej można przyjmować z tabeli 4.

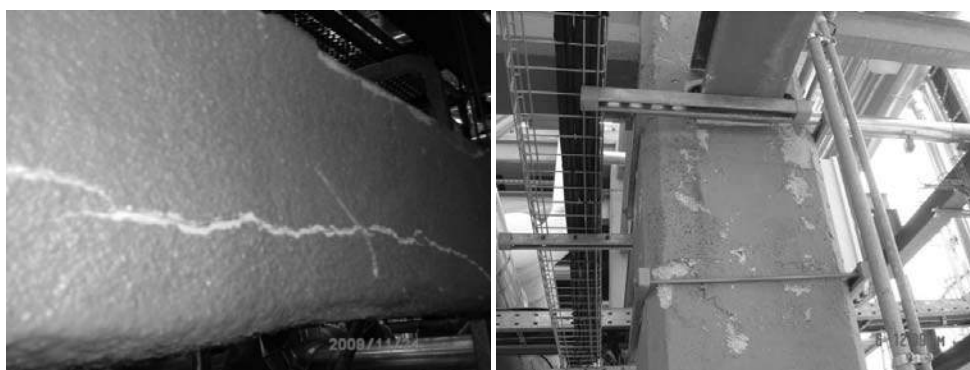
Tabela 4. Temperatura krytyczna elementów stalowych

Typ elementu	Temperatura krytyczna
Elementy rozciągane	540°C
Belki nagrzewane 4-stronnie, statycznie wyznaczalne, gdy zwichrzenie nie jest potencjalną formą zniszczenia,	540°C
Belki nagrzewane 3-stronnie, statycznie wyznaczalne, gdy zwichrzenie nie jest potencjalną formą zniszczenia	570°C
Belki nagrzewane 4-stronnie statycznie niewyznaczalne, gdy zwichrzenie nie jest potencjalną formą zniszczenia	570°C
Belki nagrzewane 3-stronnie, statycznie niewyznaczalne, gdy zwichrzenie nie jest potencjalną formą zniszczenia	595°C
Słupy, belki narażone na zwichrzenie i belko-słupy	500°C
Wszystkie elementy o przekroju klasy 4	350°C

7. Podsumowanie

Warunki eksploatacji obiektów zabezpieczonych ogniochronnie, w zależności od oddziaływania na nie czynników mechanicznych, chemicznych, biologicznych czy termicznych, mają istotny wpływ na trwałość i właściwości użytkowe tych zabezpieczeń. Ocena przydatności do stosowania opiera się na badaniach grubości, przyczepności, skuteczności izolowania oraz ogólnej ocenie stanu zabezpieczenia ogniochronnego. Ocena tych właściwości na istniejącym obiekcie jest możliwa za pomocą istniejących metod badawczych oraz w oparciu o europejskie specyfikacje techniczne.

Racjonalne procedury i narzędzia pozwalające na ocenę przydatności zabudowanych w istniejących obiektach biernych izolacji ogniochronnych (rys. 3), pozwalają nie tylko na bieżąco weryfikować poziom zapewnienia bezpieczeństwa pożarowego danej budowli, w aspekcie spełnienia kryteriów odporności ogniowej jej elementów, ale jednocześnie umożliwiają optymalizację kosztów utrzymania budynku, który zazwyczaj był projektowany na dłuższy czas np. 50, 100 lat, niż deklarowana trwałość izolacji ogniochronnej podawana przez ich producentów w kartach technicznych, zazwyczaj wynosząca 10 lat, sporadycznie przedłużana do 25 lat.



Rys. 3. Widok zabezpieczenia konstrukcji stalowej po 2 latach użytkowania w rafinerii (po lewej) i po 10 latach użytkowania w zakładach chemicznych (po prawej), archiwum ITB

Wymiana izolacji ogniochronnej po upływie jej przydatności deklarowanej w karcie technicznej, jest nie tylko trudna logistycznie w użytkowanym obiekcie, gdzie często jest ona całkowicie zakryta przez elementy wykończenia wewnątrz np. obudowa płytami g-k (rys. 1) i wiązałaby się z czasowym wyłączeniem z użytkowania poszczególnych fragmentów lub całych pomieszczeń, ale jednocześnie jest kosztowna, co szacunkowo przedstawiono na przykładzie analizy wymiany izolacji ogniochronnej, jednokondygnacyjnej, czteronawowej hali produkcyjno-magazynowej o wymiarach $84 \times 120 \times 9$ m, której główną konstrukcję nośną zabezpieczano do klasy odporności ogniowej R 60 (tabela 5).

Tabela 5. Szacunkowe koszty zabezpieczenia ogniochronnego hali o wymiarach $84 \times 120 \times 9$ m

Typ izolacji ogniochronnej	Koszty materiału PLN	Koszt wykonawstwa PLN	Koszty łączne PLN
Farba	358000,0	294000,0	652000,0
Natrysk	173000,0	442000,0	615000,0
Płyty	1134000,0	1066000,0	2200000,0

Literatura

1. Brunarski P., Łukomski M., Wójtowicz M., 2014. Warunki techniczne wykonania i odbioru robót budowlanych. Cz. C: Zabezpieczenia i izolacje. Z.2: Zabezpieczenia ogniochronne konstrukcji budowlanych. Instytut Techniki Budowlanej Warszawa.
2. Wang Z., 2004. Heat Transfer Analysis of Insulated Steel Members Exposed to Fire. Master thesis, School of Civil and Environmental Engineering, Nanyang Technological University, Singapur.
3. Rozporządzenie Ministra Infrastruktury z dnia 12 kwietnia 2002 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budynki i ich usytuowanie (Dz.U. Nr 75/2002 poz. 690 z późn. zm.) [dostęp: 31 marca 2015].
4. ECCS Technical Note 89. Fire Resistance of Steel Structures [online]. Wyd. 1. ECCS. Bruksela, Belgia, 1995 [dostęp: 31 marca 2015]. Dostępny w Internecie: <https://www.steelconstruct.com/>.
5. EGOLF AGREEMENT EA 05:1999 Method for the measurement of bonding properties of fire protection materials applied to steel, concrete and steel / concrete composite structures.
6. ETAG 018-1:2011. Fire Protective products. Part 1: General.
7. ETAG 018-3:2013. Fire protective products. Part 3: Renderings and Rendering Kits intended for Fire Resisting Applications.
8. ETAG 018-4:2012. Fire protective products. Part 4: Fire Protective Board, Slab and Mat Products and Kits.
9. PN-EN 1015-12:2002 Metody badań zapraw do murów. Część 2 Określenie przyczepności do podłoża stwardniałych zapraw na obrzutkę i do tynkowania.
10. PN-EN 1991-1-2:2006. Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje – Część 1-2: Oddziaływania ogólne – Oddziaływania na konstrukcje w warunkach pożaru.
11. PN-EN 1993-1-2:2007. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-2: Reguły ogólne – Obliczanie konstrukcji z uwagi na warunki pożarowe.
12. PN-EN 13381-4:2013-09. Metody badań w celu ustalania wpływu zabezpieczeń na odporność ogniową elementów konstrukcyjnych – Część 4: Bierne zabezpieczenia elementów stalowych.

Durability and contribution to fire resistance assessment of unknown passive fire protection products applied to steel structures after time

Dagmara Warsicka¹, Piotr Turkowski², Paweł Sulik²

¹ Building Materials Department, Building Research Institute (ITB), e-mail: d.warsicka@itb.pl

² Fire Research Department, Building Research Institute (ITB),
e-mail: p.turkowski@itb.pl, e-mail: p.sulik@itb.pl

Abstract: In this paper, the basic issues related to the assessment of unknown passive fire protection products applied on steel structures after time. Methods for assessment of the durability of these products, both laboratory and in situ tests are presented. Moreover, a calculation method for fire resistance assessment of protected steel structures is given, based on material test results and literature data. The method bases on comparing the calculated steel temperature of the steel element with its critical temperature.

Keywords: durability, fire resistance, steel structures, fire protection material

Deformacje płaszcza stalowego, pionowego zbiornika walcowego wywołane podciśnieniem

Jerzy Ziółko¹, Tomasz Mikulski², Ewa Supernak³

¹ Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska,
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich w Bydgoszczy,
e-mail: jziolko@pg.gda.pl

² Wydział Oceanotechniki i Okrętownictwa, Politechnika Gdańska, e-mail: tomi@pg.gda.pl

³ Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska, Politechnika Gdańska, e-mail: esuper@pg.gda.pl

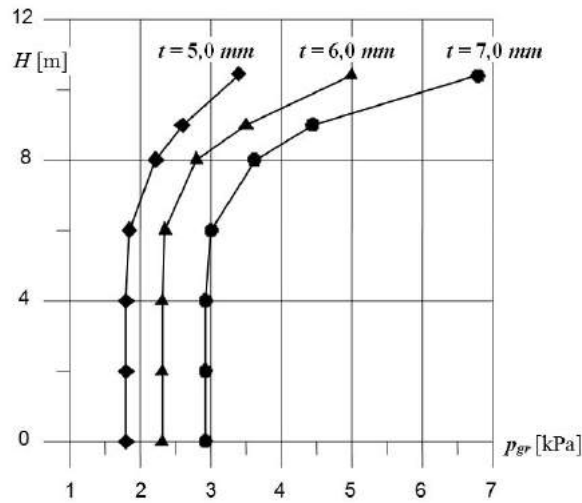
Streszczenie: Omówiono przebieg powstawania deformacji płaszcza zbiornika, ich przemieszczanie się, zmianę formy lub powstawanie nowych w okresie od wytworzenia się pierwszej deformacji aż do momentu, gdy zostanie usunięta przyczyna powstania podciśnienia w zbiorniku lub do czasu, gdy pęknie jego płaszcz i nastąpi wyrównanie wartości ciśnienia wewnątrz zbiornika z ciśnieniem atmosferycznym. Przebieg analizowanego stanu deformacji płaszcza zbiornika trudny jest do obserwowania w praktyce dlatego posłużono się symulacją komputerową.

Słowa kluczowe: zbiornik walcowy, zbiornik stalowy, podciśnienie, deformacje

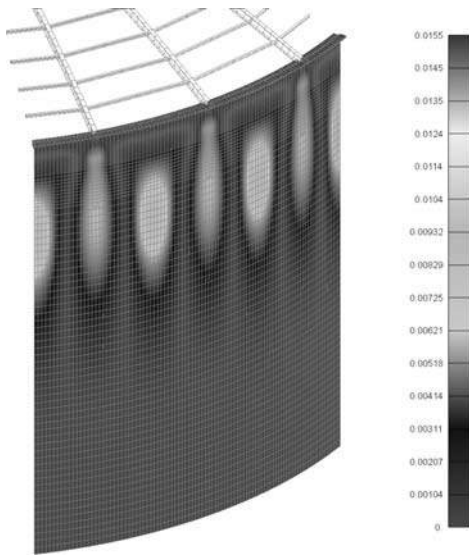
1. Wprowadzenie

Autorzy kilkakrotnie już publikowali opracowania dotyczące różnych aspektów podciśnienia wytworzonego w stalowym, pionowym zbiorniku walcowym [1-8]. Najczęściej w cytowanych publikacjach [1-6] omawiano oryginalne metody naprawy zdeformowanych płaszczy zbiorników. W pracy [7] omówiono przyczyny wywołujące podciśnienie w zbiorniku. Oprócz tej banalnej, czyli niedrożności zaworów oddechowych i wypompowywania ze zbiornika magazynowanej w nim cieczy, podciśnienie może powstać także przy zmianach warunków pogodowych przy niezmiennym poziomie magazynowanej cieczy. Na przykładzie zbiornika o pojemności 10 000 m³ (średnica płaszcza d = 29,0 m) wykazano, że pierwsze deformacje płaszcza powstaną w hermetycznie zamkniętym zbiorniku już przy obniżeniu się temperatury powietrza zaledwie o 10°C oraz różnicy ciśnienia atmosferycznego 32 hPa. W pracy [8] wykazano, że wartość podciśnienia wywołującego pierwsze deformacje płaszcza zależy nie tylko od grubości blach, z których wykonana jest górna część płaszcza (rys. 1), lecz także od poziomu wypełnienia zbiornika cieczą. Im większe jest wypełnienie zbiornika, tym większa wartość podciśnienia jest potrzebna, aby spowodować deformacje płaszcza, a ponadto mają one mniejszy zasięg (rys. 2 i 3).

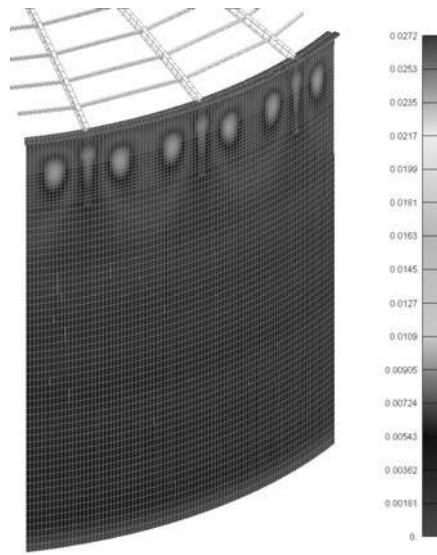
Praca stanowi podsumowanie tego cyklu publikacji dotyczących podciśnienia w stalowych, pionowych zbiornikach walcowych. Omówiono w niej bowiem zachowanie się płaszcza zbiornika po wywołaniu przez podciśnienie jego pierwszych deformacji, które nie są tożsame ze stanem granicznym użytkowania. Płaszcz jest nadal szczelny, a wraz ze zmianami wartości podciśnienia deformacje będą się przemieszczać, zmieniając swój kształt i wymiar strzałki wklęsnięcia.



Rys. 1. Wpływ poziomu napełnienia zbiornika cieczą H [m] na wartość podciśnienia krytycznego p_{cr} [kPa]



Rys. 2. Stan deformacji płaszcza zbiornika [m] – pusty zbiornik [8]

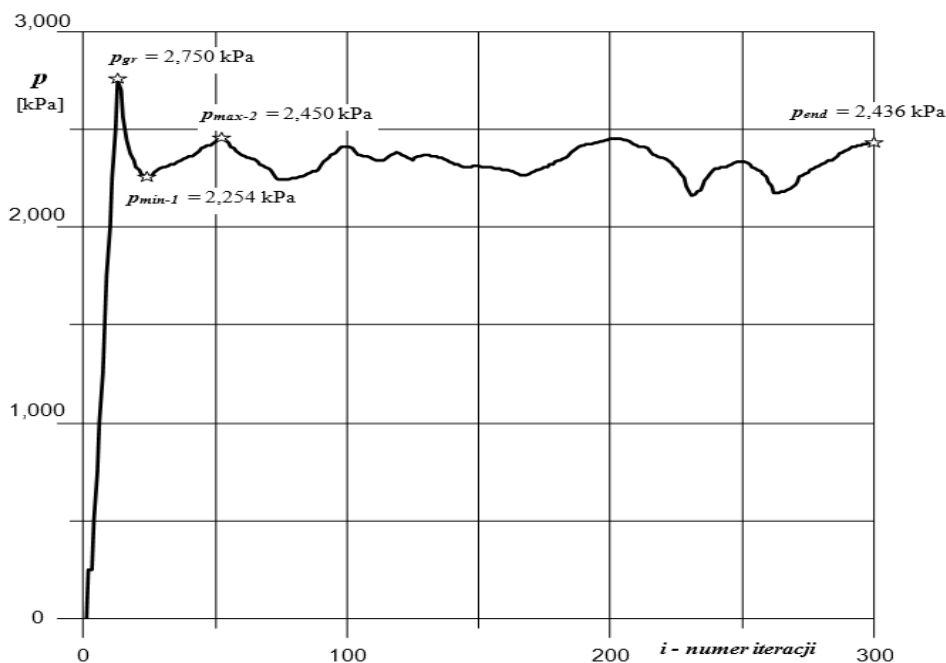


Rys. 3. Stan deformacji płaszcza zbiornika [m] – zbiornik napełniony produktem do maksymalnej wysokości [8]

2. Zachowanie się płaszcza stalowego, pionowego zbiornika walcowego po wystąpieniu pierwszych deformacji wywołanych podciśnieniem

Podciśnienie w stalowym, pionowym zbiorniku walcowym z dachem stałym powstaje, gdy jest on hermeticznie zamknięty (zamknięte są szczelnie wszystkie włązy i zawory oddechowe), a ze zbiornika albo wypompowuje się magazynowany w nim produkt, albo następuje niekorzystna zmiana temperatury i ciśnienia powietrza atmosferycznego. Gdy podciśnienie osiągnie wartość graniczną (p_{gr}) wywołującą utratę stateczności powłoki walcowej

w górnej, złożonej z najcieńszych blach strefie płaszcza wystąpią pierwsze deformacje – wklęsnięcia do wewnątrz zbiornika. Dla zbiornika o idealnym kształcie deformacje te byłyby rozłożone równomiernie na całym obwodzie. W rzeczywistości deformacje te nie będą rozmieszczone równomiernie na obwodzie płaszcza lecz powstaną w miejscu lokalnych imperfekcji (np. kątowych załamów krzywizny blach w strefie przy pionowych stykach spawanych arkuszy blach składających się na dany pierścień płaszcza). Powstałe lokalne zakłębienia poboczniczy zbiornika powodują zmniejszenie się strefy parowo-powietrznej w zbiorniku (strefy ograniczonej od góry dachem stałym a od dołu lustrem cieczy magazynowej). To zmniejszenie strefy parowo-powietrznej spowoduje także zmniejszenie wartości podciśnienia w zbiorniku (rys. 4 – odcinek wykresu od p_{gr} do p_{min-1}) i chwilowe zatrzymanie powstawania nowych lub powiększanie się istniejących deformacji. Jeżeli przyczyna wywołująca wzrost podciśnienia w zbiorniku nie zostanie wyeliminowana np. jeżeli wypompowywanie cieczy magazynowanej będzie kontynuowane, to deformacja płaszcza rozpocznie się ponownie (patrz rys. 4 – odcinek wykresu od p_{min-1} do p_{max-2}) i liczba deformacji będzie się zwiększać lub deformacje będą się łączyć i przemieszczać. Ten cykl chwilowej stabilizacji zdeformowanego kształtu płaszcza i ponownego deformowania płaszcza będzie się powtarzał aż do momentu, gdy na ostrym załamaniu blach powstanie pęknięcie. Pęknięcie spowoduje wyrównanie się podciśnienia wewnątrz zbiornika z ciśnieniem atmosferycznym i dalsze deformacje płaszcza nie będą powstawać. To będzie stan graniczny użyteczności zbiornika. Zbiornik przestaje być szczelny i pary węglowodorów (jeżeli jest to zbiornik na paliwa płynne) będą emitowane do powietrza co jest niedopuszczalne (przepisy ochrony środowiska naturalnego).



Rys. 4. Przebieg wartości podciśnienia p [kPa] w trakcie nieliniowej analizy statycznej MES

Cykliczne powiększanie się deformacji płaszcza zbiornika nie może być na ogół obserwowane w praktyce, gdyż użytkownik zbiornika po awaryjnym wystąpieniu pierwszych

deformacji stara się jak najszybciej wyeliminować przyczyny wywołujące deformacje płaszcza i przekazać zbiornik do remontu aby jak najszybciej przywrócić mu prawidłowy kształt płaszcza i ponownie włączyć go do eksploatacji. Dlatego nie mogąc obserwować zachowania się płaszcza po pierwszej jego deformacji wywołanej podciśnieniem, przeprowadzono komputerowo symulację zjawiska. W tym celu wykorzystano program MSC/Nastran for Windows v. 2002 [9], który jest aplikacją metody elementów skończonych. Przeprowadzono analizę statyczną modelu zbiornika zbudowanego z elementów typu:

- powłokowego – płaszczyz, pierścien obwodowy podpierający konstrukcję nośną dachu oraz stężenia wiatrowe,
- belkowego – elementy konstrukcji nośnej dachu.

Do obliczeń przyjęto następujące dane:

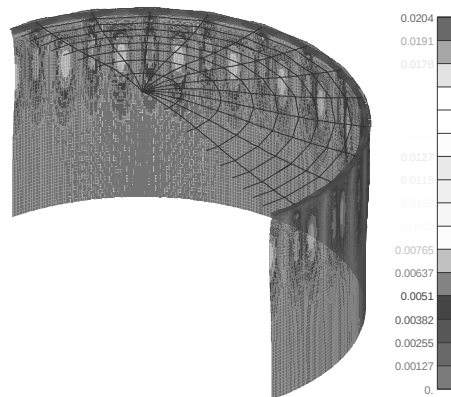
- $E = 210 \text{ GPa}$ – moduł sprężystości (Younga) stali,
- $\nu = 0,3$ – współczynnik Poissona dla stali,
- $\gamma = 78,5 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-3}$ – ciężar właściwy stali,
- $R_e = 235 \text{ MPa}$ – granica plastyczności zastosowanej stali.

Analizę przeprowadzono dla:

- obciążeń charakterystycznych,
- przyjętego modelu ciała idealnie sprężysto-plastycznego (analiza nieliniowa materiałowo),
- z uwzględnieniem wpływu deformacji na rozkład sił wewnętrznych (analiza nieliniowa geometryczna).

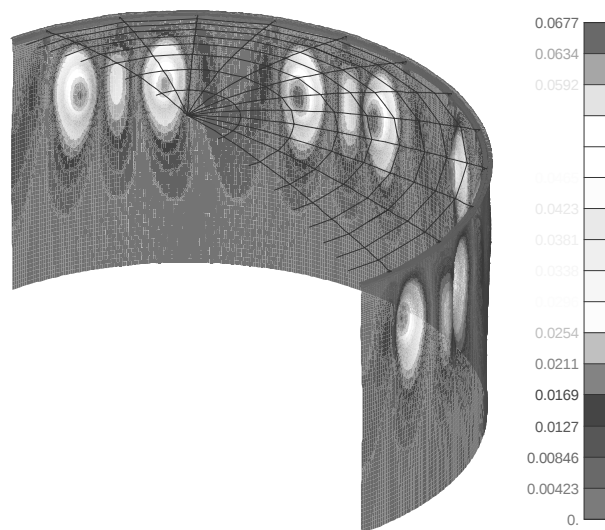
Analizowano zachowanie się płaszcza całkowicie pustego zbiornika. Wyniki symulacji pokazano na rysunkach od 5 do 8.

Na rysunku 5 pokazane są pierwsze deformacje płaszcza zbiornika $V = 10\,000 \text{ m}^3$ wywołane podciśnieniem. Zamodelowany zbiornik ma idealny kształt dlatego, deformacje są równomiernie rozłożone na całym obwodzie. Są one pionowe, a rozstaw wklęśnięć odpowiada rozstawowi radialnych żebier konstrukcji nośnej kopulastego dachu stałego. Żebra zamocowane są do wewnętrznego pierścienia obwodowego usytuowanego na górnej krawędzi blach płaszcza zbiornika. (Żebra dachowe pokazane są na rysunku cienką linią).



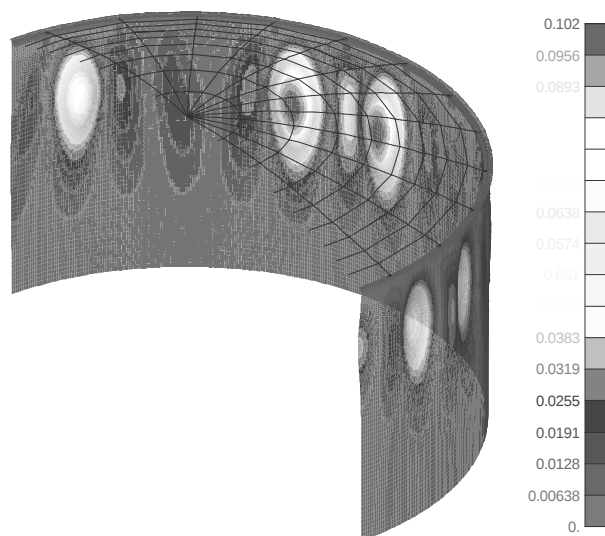
Rys. 5. Deformacja płaszcza zbiornika odpowiadająca wartości podciśnienia granicznego $p_{gr} = 2,75 \text{ kPa}$

Rysunek 6 ilustruje stan deformacji płaszcza po ich ustabilizowaniu po zakończeniu pierwszego cyklu powstawania deformacji (punkt $p_{\min-1}$ na rysunku 4). Powstały dodatkowe eliptyczne deformacje lokalne rozmieszczone dość gęsto.



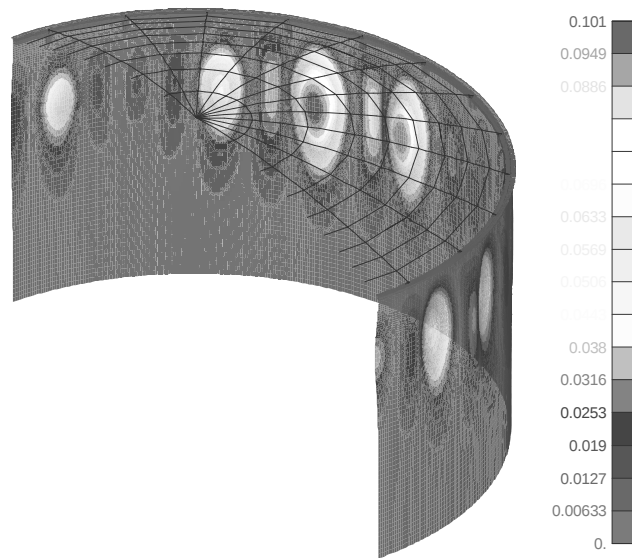
Rys. 6. Deformacja płaszcza zbiornika odpowiadająca wartości podciśnienia $p_{\min-1} = 2,254 \text{ kPa}$

Na rysunku 7 pokazane są deformacje po zakończeniu drugiego cyklu wzrostu podciśnienia w zbiorniku (punkt $p_{\max-2}$). Liczba dużych eliptycznych deformacji jest zmniejszona, sąsiednie deformacje zostały połączone, ich zasięg jest większy niż wcześniej.



Rys. 7. Deformacja płaszcza zbiornika odpowiadająca wartości podciśnienia $p_{\max-2} = 2,450 \text{ kPa}$

Rysunek 8 przedstawia deformacje płaszcza po 300 iteracjach (przyjęty koniec analizy numerycznej). Deformacje są nadal nieregularne, przybierają one odmienną formę i wartość.



Rys. 8. Deformacja płaszcza zbiornika odpowiadająca wartości podciśnienia $p_{end} = 2,436 \text{ kPa}$

Rysunek 9 to fotografia przedstawiająca deformacje górnej części płaszcza zbiornika, w którym wytworzono podciśnienie. Deformacje te mają charakter trwały – pozostają one po otwarciu włączów zbiornika i wyrównaniu się ciśnienia w jego wnętrzu z wartością ciśnienia atmosferycznego.



Rys. 9. Deformacje górnej części płaszcza zbiornika spowodowane wytworzonym w nim podciśnieniem

3. Podsumowanie

Deformacje płaszcza stalowego, pionowego zbiornika walcowego powstają nie jednorazowo po osiągnięciu przez podciśnienie wytworzone wewnątrz zbiornika wartości podciśnienia granicznego, lecz po cyklu spadku i wzrastania wartości podciśnienia. Podczas tego cyklu deformacje przemieszczają się i zmieniają charakter (lokalne lub obejmujące znaczny fragment płaszcza). Cykl tych zmian trwa tak długo, dopóki użytkownik zbiornika nie usunie przyczyny, która wywołała podciśnienie lub gdy nastąpi pęknięcie płaszcza i samoczynnie wyrówna się ciśnienie wewnątrz zbiornika z ciśnieniem powietrza atmosferycznego.

Literatura

1. Ziółko J., Supernak E., 1995. Naprawa zbiorników stalowych po awaryjnym uszkodzeniu płaszczy. Konferencja Naukowo-Techniczna Awarie Budowlane, Szczecin-Międzyzdroje.
2. Ziółko J., Supernak E., Borek P., Jędrzejewski M.T., 1998. Naprawa zbiorników cylindrycznych uszkodzonych przez wytworzone w nich podciśnienie. Sympozjum Współczesne problemy remontów zbiorników paliw płynnych w świetle obowiązujących norm, Centrum Edukacji „ALIAS” Poznań.
3. Ziółko J., 2000. Remonty i wzmocnienia zbiorników stalowych. XV Ogólnopolska Konferencja Warsztat Pracy Projektanta Konstrukcji, Ustroń-Katowice.
4. Ziółko J., Supernak E., 2011. Naprawa stalowego zbiornika uszkodzonego przez podciśnienie. Konferencja naukowo-techniczna Problemy eksploatacyjne baz magazynowych produktów naftowych, Centrum Edukacji „ALIAS”, Poznań.
5. Supernak E., 1996. Oprava ocelové nádrže po haváriinom pokojeni pláštá. Inžinierske stalby 2.
6. Ziółko J., 2001. Reparatur von Dächern und Mänteln durch Unterdruck verformter Stahltanks. Stahlbau 5.
7. Supernak E., Ziółko J., 2013. Podciśnienie w zbiornikach. Wnioski ze zdarzeń w ostatnich latach. XXVI Konferencja Naukowo-Techniczna Awarie Budowlane. Zapobieganie, diagnostyka, naprawy, rekonstrukcje, Szczecin-Międzyzdroje.
8. Ziółko J., Supernak E., Mikulski T., 2014. Stateczność płaszcza stalowego zbiornika walcowego pionowego obciążonego podciśnieniem. Konferencja Naukowo-Techniczna Konstrukcje metalowe, Kielce-Suchedniów.
9. MSC Nastran for Windows, Los Angeles: MSC Software Corporation, 2002.

Deformations of the cylindrical vertical steel tank shell due to underpressure

Jerzy Ziółko¹, Tomasz Mikulski², Ewa Supernak³

¹ Faculty of Civil and Environmental Engineering and Architecture,
UTP University of Science and Technology in Bydgoszcz, e-mail: jziolko@pg.gda.pl

² Faculty of Ocean Engineering and Ship Technology, Gdańsk University of Technology,
e-mail: tomi@pg.gda.pl

³ Faculty of Civil and Environmental Engineering, Gdańsk University of Technology,
e-mail: esuper@pg.gda.pl

Abstract: In the paper the development of the tank shell deformations has been discussed, including their concerned progressive movements, change of forms, and the creation of new deformations. That behaviour has been investigated beginning from the appearance of the first deformation up to the time when the cause of the tank underpressure vanishes, or when the tank shell cracks and the inner and outer pressures become equal. In practice, the sequence of the analysed deformation states is very difficult to observe. Therefore, a proper computer simulation has been applied.

Keywords: cylindrical tank, steel shell, underpressure, deformations