

**Artur CICHĄŃSKI**

## **NUMERYCZNE WYZNACZANIE SKŁADOWYCH MODELOWEGO STANU DWUOSIOWYCH NAPRĘŻEŃ ZMĘCZENIOWYCH**

W pracy przedstawiono procedurę badań numerycznych części plastycznej zaproponowanego wcześniej modelowego ujęcia dwuosiowego stanu naprężeń zmęczeniowych. Sformułowany w środowisku programu ANSYS model numeryczny opisuje rozkład odkształceń plastycznych w stalowej płycie poddanej obciążeniom rozciągającym powyżej granicy plastyczności. Do ustalenia parametrów tego modelu wykorzystano wyniki pomiarów tensometrycznych. W oparciu o zaproponowany model wyznaczano, z materiału odkształconego, wykresy  $\sigma - \varepsilon$  dla wybranych kątów odmierzanych względem kierunku działania wstępnego obciążenia powodującego zmiany plastyczne. Wyniki analiz numerycznych przedstawionych w postaci linii plastyczności zestawiono z wynikami badań doświadczalnych.

Akademia Techniczno-Rolnicza w Bydgoszczy, Wydział Mechaniczny, Katedra Sterowania i Konstrukcji, al. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz

### **1. WSTĘP**

Przegląd wybranych metod doświadczalnego badania dwuosiowego zmęczenia wskazuje na duże zróżnicowanie warunków prowadzenia badań oraz różnorodność spotykanych próbek [5]. Cechą charakterystyczną tego obszaru technik badawczych jest brak zapisów normalizacyjnych. Dotyczy to zarówno najszerszej wykorzystywanych metod zakładających realizację dwóch lub więcej osi obciążeń cyklicznie zmiennych, jak i licznie reprezentowanych metod zakładających wykorzystanie cyklicznych obciążeń prostych, gdy złożony stan naprężenia wynika z geometrii próbki [5]. W takich warunkach zaproponowano własną metodę badawczą, prowadzącą do określenia wrażliwości materiału konstrukcyjnego na zaistnienie dwuosiowego stanu naprężeń zmęczeniowych [3]. Głównym założeniem tej metody jest możliwość odwzorowania efektów działania dwuosiowego stanu naprężeń zmęczeniowych za pomocą cyklicznych naprężeń jednoosiowych, wywołanych w materiale o zmodyfikowanych własnościach plastycznych. Istotnym elementem wskazanej metody jest opis własności plastycznych za pomocą wybranych elips plastycznych uzyskanych z przecięcia powierzchni plastyczności płaszczyzną charakterystyczną dla warunków prowadzenia badań [3]. Zaadaptowanie hipotezy największego naprężenia normalnego do opisu warunków badań zakładających użycie próbek z wstępnie plastycznie odkształconego materiału doprowadziło do sformułowania wniosku o możliwości użycia tej metody do modelowania dwuosiowych naprężeń zmęczeniowych z niezerową wartością średnią [4]. Również w tym przypadku własności plastyczne scharakteryzowano za pomocą elips plastycznych.

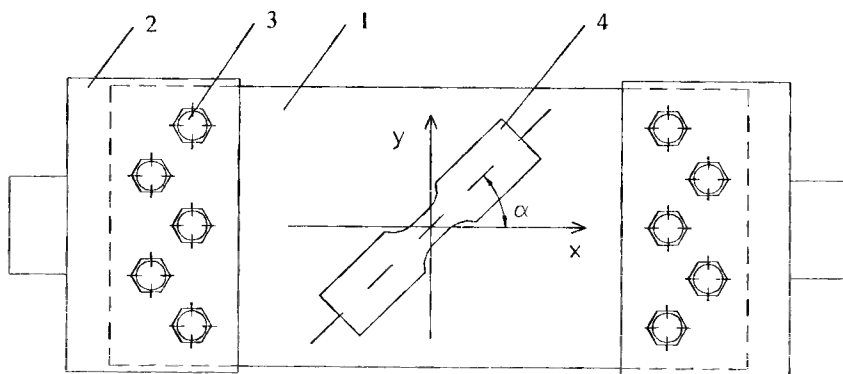
Postać elips plastycznych wyznaczanych w oparciu o zaproponowaną metodę badawczą jest zdeterminowana wartością wstępnego plastycznego odkształcenia materiału. Na postać tak otrzymanych elips ma również wpływ rozkład odkształceń plastycz-

nych w płytach, z których uzyskiwane są próbki do badań. Pewną deformację tego rozkładu powoduje specyficzna technika przygotowania materiału. Celem wyeliminowania wskazanego efektu dokonano numerycznej weryfikacji warunków prowadzenia badań. Głównym wnioskiem z analiz przeprowadzonych MES było wskazanie obszaru wstępnie odkształconej płyty, z którego można uzyskiwać próbki o powtarzalnych własnościach mechanicznych [1]. Prawidłowość identyfikacji warunków brzegowych i prowadzenia analizy numerycznej została częściowo potwierdzona wynikami pomiarów tensometrycznych przeprowadzonych w zakresie sprężystym [2].

Celem prezentowanej pracy było stworzenie modelu numerycznego próbki do badań wykonanej zgodnie z zaproponowaną metodą prowadzenia badań [3]. Głównymi parametrami tego modelu są kąt uzyskiwania próbek oraz wstępne odkształcenie plastyczne materiału. W pracy posłużono się modelem numerycznym wykorzystanym do weryfikacji warunków badań [1]. W oparciu o wyniki tensometrycznych pomiarów odkształceń plastycznych sformułowano wytyczne i dokonano rozwinięcia tego modelu. Nowy model MES, lepiej odwzorowujący warunki badań, posłużył do wyznaczenia elips plastycznych, na podstawie których zapisywane są składowe modelowego stanu dwuosioowych naprężeń zmęczeniowych [3].

## 2. IDENTYFIKACJA WARUNKÓW BADAŃ

Cechą charakterystyczną przyjętej metody prowadzenia badań doświadczalnych jest wstępne odkształcenie płyt materiału (rys. 1), tak aby uzyskać w centralnej części płyty zadane  $\varepsilon_{pt}$ .

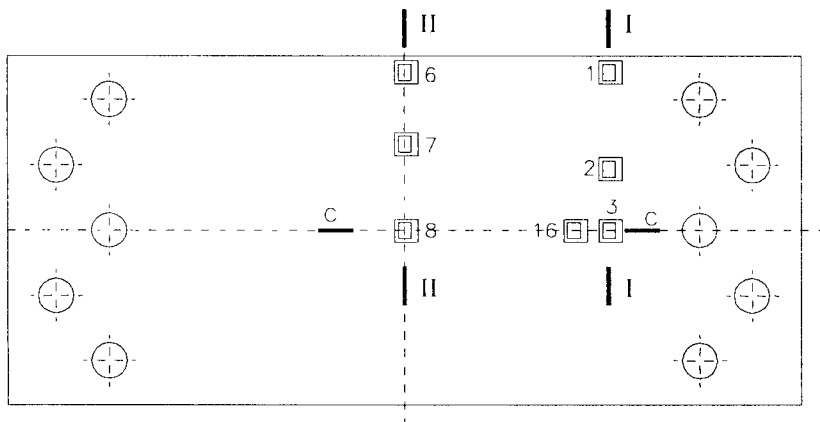


Rys. 1. Sposób uzyskiwania próbek do badań

Proces przygotowania polega na rozciągnięciu powyżej  $R_c$  płyty (1) umieszczonej w uchwytach (2). Obciążenie przekazywane jest z uchwytów (2) na płytę (1) za pomocą szeregu śrub (3) zamocowanych w otworach wykonanych w uchwycie i płycie. Płaskie próbki wioselkowe (4) do dalszych badań wycinane są pod różnymi kątami  $\alpha$  względem kierunku działania obciążenia powodującego zmiany plastyczne z wstępnie przygotowanych płyt.

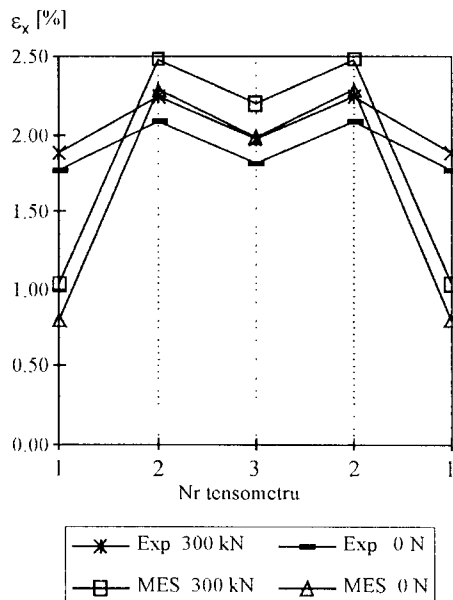
Celem identyfikacji warunków badań dokonano pomiarów tensometrycznych odkształceń plastycznych w wybranych punktach płyty. Schemat rozmieszczenia tensometrów przedstawiono na rysunku 2. Tensometry pogrupowano w taki sposób, że na krótszej osi symetrii płyty wyróżniono linię II-II, zaś w okolicy krawędzi uchwytu linię I-I.

Badania wykonano za pomocą foliowych tensometrów firmy Hottinger 6/120 LY11 przyklejanych klejem dwuskładnikowym. Do pomiarów użyto mostka tensometrycznego P-3500 firmy Measurements Group.

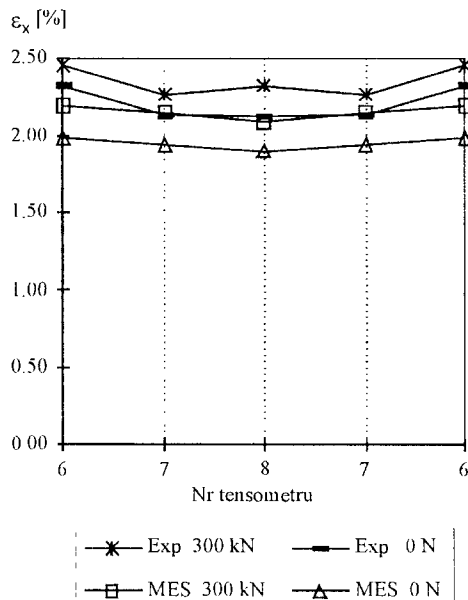


Rys. 2. Schemat rozmieszczenia tensometrów

Podczas badań sterowano wartością siły zmieniającą się w przedziale od 0 do 300 kN. Obciążenie to powodowało wystąpienie w części centralnej płyty odkształceń o zakładanej wartości 2%. Wybrane wyniki pomiarów tensometrycznych dla obciążeń maksymalnych przedstawiono na rysunkach 3 i 4 za pomocą markerów w kształcie gwiazdek, zaś odkształcenia trwałe pozostające w płycie po odciążeniu przedstawiono liniami z markerami w kształcie kreszek.



Rys. 3. Wyniki pomiaru  $\epsilon_{pl}$  dla linii I-I



Rys. 4. Wyniki pomiaru  $\epsilon_{pl}$  dla linii II-II

Otwory w płycie oraz zacisk płyty w uchwytach powodują, że odkształcenia wyznaczone w ich najbliższej okolicy (linia I-I) charakteryzują się większą nierównomiernością w porównaniu z odkształceniami wyznaczonymi w części centralnej płyty (linia II-II).

### 3. MODEL NUMERYCZNY

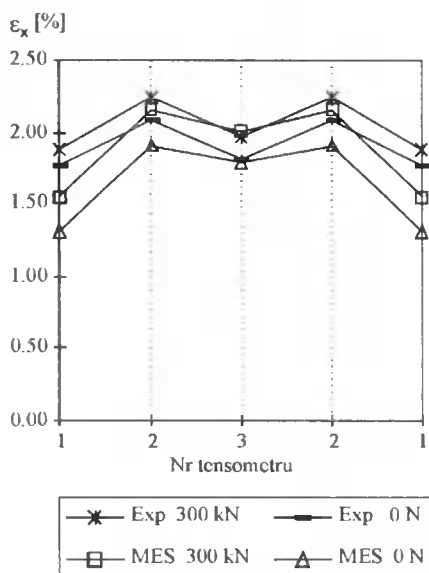
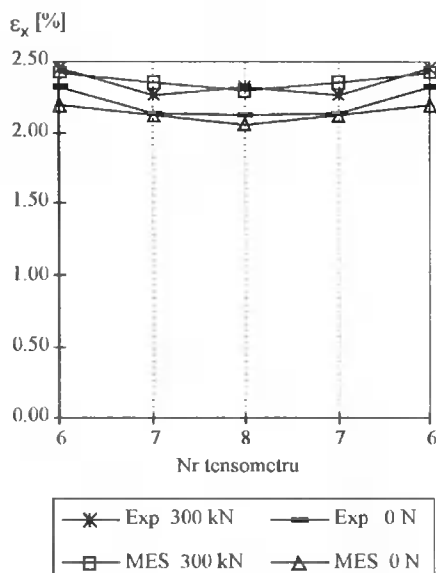
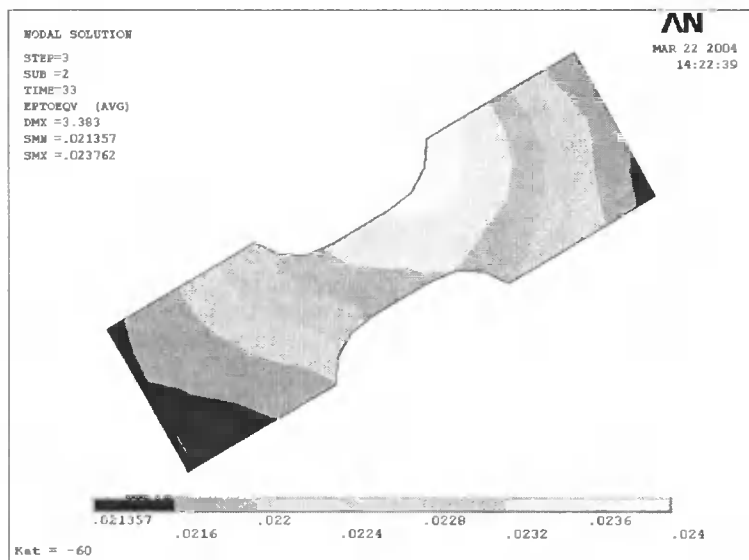
Na etapie weryfikacji warunków badań przeprowadzono analizy numeryczne zmierzające do wyznaczenia rozkładów odkształceń plastycznych w rozciąganych płytach [1]. Obliczenia wykonane MES w środowisku programu ANSYS miały charakter analizy płaskiej, uwzględniającej nieliniowe zachowanie plastyczne materiału oraz zjawiska kontaktowe na styku pasowanych trzonów śrub (3) z otworami w płycie (1). Do opisu własności materiałowych wykorzystano model zakładający wieloliniowe umocnienie kinematyczne, oznaczony w środowisku programu ANSYS jako KINH. Parametry tego modelu ustalono na podstawie linii  $\sigma - \varepsilon$  wyznaczonej w statycznej próbie rozciągania. Ponieważ wyniki doświadczeń wskazywały na istnienie przystanku plastyczności, efekt ten uwzględniono również w modelu własności materiałowych. Podczas analiz sterowano wartością obciążenia zmieniającego się w zakresie od 0 do 300 kN, podobnie jak to miało miejsce podczas pomiarów tensometrycznych.

Numerycznie wyznaczone wartości odkształceń w punktach rozmieszczenia tensometrów zgodnie z rysunkiem 2 zestawiono na rysunku 3 i rysunku 4 z wartościami wyznaczonymi doświadczalnie. Poprawność analiz MES znalazła potwierdzenie w wynikach pomiarów tensometrycznych dla linii II-II w zakresie przebiegu odkształceń, wykazując niedoszacowanie wartości wyznaczanych MES. Dla linii I-I, a więc w okolicy uchwytów zauważalne są znaczne różnice zarówno co do wartości, jak i charakteru zmienności odkształceń wyznaczonych obiema metodami. Głównym źródłem rozbieżności jest nieuwzględnienie w analizach MES efektu zaciskania się uchwytu (2) na płycie (1) jako skutku dokręcenia śrub (3).

Celem wyeliminowania wskazanych różnic dokonano modyfikacji modelu numerycznego. Modyfikacja ta polegała na odwzorowaniu, za pomocą elementów kontaktowych, zacisku płyty w uchwycie. Ponadto dokonano zmiany modelu własności materiałowych. Ze względu na brak przystanku plastyczności na wykresach  $\sigma - \varepsilon$  wyznaczanych doświadczalnie dla materiału odkształconego, wyeliminowano go również z modelu własności materiałowych, tak aby nie pojawiał się na odnośnych wykresach sporządzanych numerycznie. W toku kolejnych analiz numerycznych wyznaczono taką wartość zacisku, dla której wyniki obliczeń numerycznych w najmniejszym stopniu odbiegają od wyników pomiarów tensometrycznych (rys. 5, 6).

Następnym krokiem było sporządzenie modelu próbki do badań wycinanej z materiału odkształconego pod kątem  $\alpha$  odmierzającym względem kierunku działania obciążenia powodującego zmiany plastyczne. Na rysunku 7 pokazano przykładową próbkę wyciętą pod kątem  $\alpha = 60^\circ$  z materiału, w którym wstępnie wywołano odkształcenie plastyczne o wartości 2%.

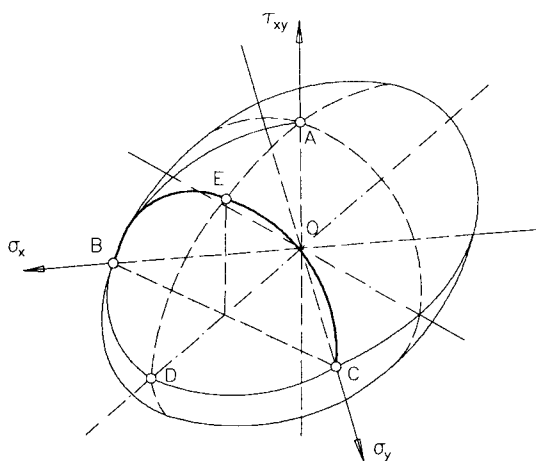
Efekt wycięcia próbki uzyskano poprzez wykorzystanie techniki *submodeling*. Z wstępnie odkształconej płyty odczytano wartości przemieszczeń w punktach odpowiadających węzłom siatki podziału rozciągającej na analizowanej próbce. Tak wyznaczone stopnie swobody przyłożono do modelu próbki i dokonano obliczeń uzyskując plastycznie zmodyfikowany model bez niepotrzebnej już części płyty. Próbkę wycinaną pod zmiennym kątem  $\alpha$  analizowano następnie w warunkach obciążeń jednoosiowych działających wzdłuż głównej osi symetrii.

Rys. 5. Wyniki pomiaru  $\epsilon_{pl}$  dla linii I-IRys. 6. Wyniki pomiaru  $\epsilon_{pl}$  dla linii II-IIRys. 7. Rozkład  $\epsilon_{RFD}$  w próbce wyciętej pod kątem  $\alpha = 60^\circ$  z materiału odkształconego

#### 4. NUMERYCZNE WYZNACZANIE ELIPS PLASTYCZNYCH

Model numeryczny został użyty do wyznaczenia elips plastycznych będących częścią modelowego ujęcia dwuosowego stanu naprężeń zmęczeniowych. Zaprezentowane w pracy [3] podejście zakłada, że na powierzchni elipsoidy obrotowej odwzorowującej

w przestrzeni  $0\sigma_x\sigma_y\tau_{xy}$  warunek plastyczności Hubera-Misesa (rys. 8) wybrana jest elipsa BEC.



Rys. 8. Elipsoida Hubera-Misesa

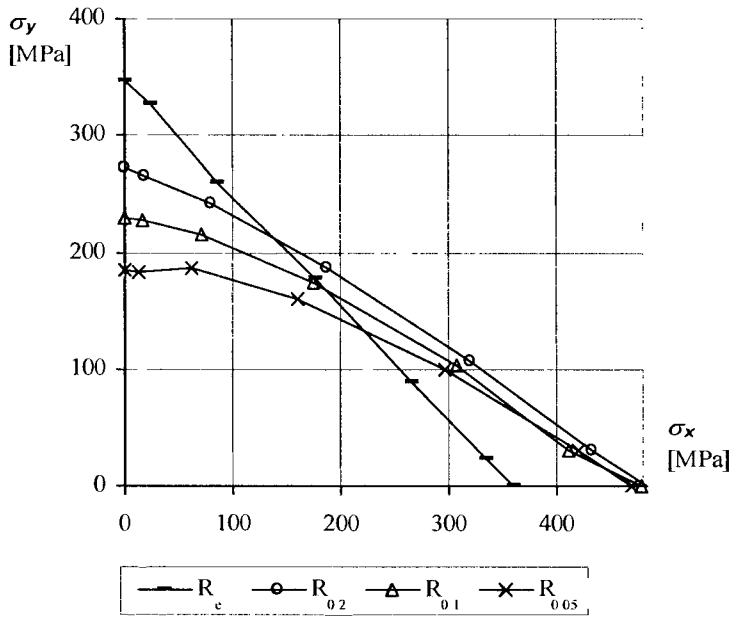
Składowe płaskiego stanu naprężenia opisanego elipsą BEC są wyznaczane w warunkach obciążeń jednoosiowych i przedstawiane w przestrzeni  $0\sigma_x\sigma_y\tau_{xy}$  po przekształceniu za pomocą zależności (1). Kąt  $\varphi$  opisuje kierunek wyznaczania  $\sigma_{pl}$  w przyjętym do rozważań układzie współrzędnych. Jednym z założeń metody jest takie zorientowanie układu współrzędnych, że oś  $0\sigma_x$  wskazuje na kierunek wstępnego odkształcenia materiału. Dzięki temu można przyjąć, że zapisanemu analitycznie kątowi  $\varphi$  odpowiada kąt wycinania próbek  $\alpha$ :

$$\sigma_x = \frac{1}{2} \sigma_{pl} \cdot (1 + \cos 2\varphi) \quad (1a)$$

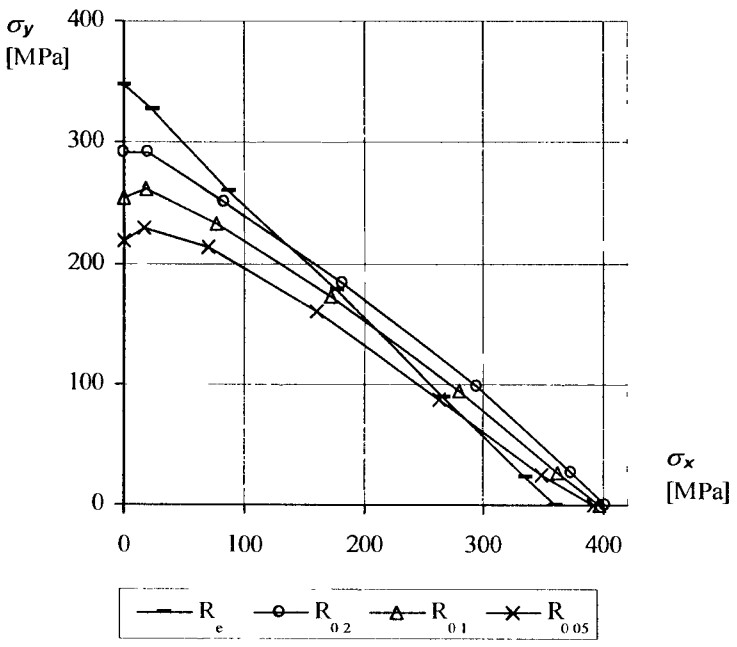
$$\sigma_y = \frac{1}{2} \sigma_{pl} \cdot (1 - \cos 2\varphi) \quad (1b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} \sigma_{pl} \cdot \sin 2\varphi \quad (1c)$$

W toku analiz numerycznych prowadzonych w oparciu o zaproponowany model numeryczny, w warunkach wstępnego odkształcenia płyt  $\varepsilon_{pl} = 2\%$ , wyznaczono naprężenia uplastyczniające dla siedmiu kierunków opisanych odpowiednio jednym z kątów  $\alpha \in \langle 0^\circ, 15^\circ, \dots, 90^\circ \rangle$ . Wyniki analiz oraz zależności (1) posłużyły do sporządzenia elipsy plastycznych odpowiadających różnym wartościom odkształceń trwałych przyjętych do definicji naprężeń uplastyczniających. Elipsy te widziane w kierunku A0 zgodnie z rysunkiem 8 przedstawiono na rysunku 9. Dla porównania na rysunku 10 przedstawiono elipsy plastyczne wyznaczone doświadczalnie.



Rys. 9. Elipsy plastyczne wyznaczone numerycznie – widok w kierunku A0



Rys. 10. Elipsy plastyczne wyznaczone doświadczalnie – widok w kierunku A0

Porównanie wyników analiz numerycznych i wskazuje na dobre odzwierciedlenie przez model numeryczny charakteru zmienności elips plastycznych. Zgodnie z prawem kinematycznego umocnienia materiału następuje przesunięcie elipsy w kierunku wstępnego odkształcenia plastycznego  $0\sigma_x$ , co odpowiada zwiększeniu wartości naprężeń uplastyczniających oraz zmniejszenie wartości tych naprężeń w kierunku  $0\sigma_y$ . Wskazane wcześniej modyfikacje modelu materiału, polegające na arbitralnym wyeliminowaniu przystanku plastyczności mogą być przyczyną różnic wartości odkształceń uzyskiwanych obiema metodami.

## 5. WNIOSKI

W pracy zaprezentowano numeryczny model własnej metody przygotowania próbek do badań. Optymalne wartości parametrów modelu ustalono na drodze zminimalizowania różnic między wynikami badania modelu a porównywalnymi wynikami badań doświadczalnych.

Zaproponowany model posłużył do numerycznego wyznaczenia elips plastycznych opisujących składowe plastyczne modelowego ujęcia dwuosiowego stanu naprężeń zmęczeniowych. Przebieg ustalonych w ten sposób elips pokrywa się z przebiegiem elips wyznaczonych doświadczalnie, potwierdzając tym samym poprawność modelowania.

Zaprezentowany w pracy model numeryczny może być dalej rozwijany w kierunku uwzględnienia składowych zmęczeniowych modelowego ujęcia dwuosiowego stanu naprężeń zmęczeniowych.

## LITERATURA

- [1] Cichański A.: Wyznaczanie rozkładu odkształceń sprężysto-plastycznych w płycie stalowej poddanej rozciąganiu. II Konferencja Naukowa Komputerowe Wspomaganie Prac Inżynierskich, Wrocław-Szklarska Poręba 1995, 75-82.
- [2] Cichański A., Sempruch J.: Metodyka badań zmęczeniowych w warunkach obciążeń wielosiowych. Mat. XVI Sympozjum Zmęczenie i Mechanika Pękania Materiałów i Konstrukcji, Bydgoszcz-Pieczyska 1996, 39-42.
- [3] Cichański A., Sempruch J.: Modelowe ujęcie dopuszczalnej amplitudy naprężeń. Mat. XVIII Sympozjum Zmęczenie Materiałów i Konstrukcji, Bydgoszcz-Pieczyska 2000, 101-108.
- [4] Cichański A.: Modelowanie dwuosiowych naprężeń zmęczeniowych z niezerową wartością średnią. Mat. XIX Sympozjum Zmęczenie i Mechanika Pękania, Bydgoszcz-Pieczyska 2002, 91-100.
- [5] Cichański A., Światała A.: Przegląd doświadczalnych metod badania dwuosiowego zmęczenia. Zesz. Nauk. ATR w Bydgoszczy, Mechanika 52, 2002, 5-16.