PRACA
DOKTORSKA

Uniwersytet Technologiczno - Przyrodniczy w Bydgoszczy

Katedra Inżynierii Pojazdów i Transportu

Wydział Mechaniczny

Mgr inż. Marcin ŁUKASIEWICZ

BADANIA PRZYDATNOŚCI EKSPLOATACYJNEJ ANALIZY MODALNEJ W DIAGNOZOWANIU SILNIKÓW SPALINOWYCH

ROZPRAWA DOKTORSKA

Promotor: Prof. dr hab. inż. Bogdan ŻÓŁTOWSKI

Bydgoszcz 2008

Biblioteka Główna UTP w Bydgoszczy

000000134130

Serdecznie dziękuję promotorowi

Panu **Prof. dr hab. inż. Bogdanowi ŻÓŁTOWSKIEMU**

za ogromny wkład merytoryczny i życzliwą krytykę
w realizacji rozprawy doktorskiej.
Cenne uwagi przyczyniły się do podniesienia
poziomu naukowego niniejszej pracy.

Dziękuję pracownikom KIPIT za pomoc w realizacji pracy.

Autor

Spis treści

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ 4
1. WPROWADZENIE 7
2. PROBLEM PRACY 10
2.1. Uzasadnienie podjęcia tematu 10
2.2. Teza pracy 12
2.3. Cel główny i cele szczegółowe pracy 12
2.4. Zakres pracy 14
3. ELEMENTY WIBRODIAGNOSTYKI SILNIKÓW SPALINOWYCH 16
3.1. Podstawy wibrodiagnostyki 16
3.2. Badanie wibrodiagnostyczne silników spalinowych 22
3.3. Podsumowanie 37
4. ANALIZA MODALNA W DIAGNOSTYCE MASZYN 39
4.1. Elementy teorii analizy modalnej 39
4.2. Metoda i zakres stosowania Eksploatacyjnej Analizy Modalnej 43
4.3. Metoda LSCE identyfikacji modeli modalnych 51
4.4. MAC, COMAC 54
4.5. Model modalny silnika 56
4.6. Podsumowanie 63
5. NARZĘDZIA OPRACOWYWANIA WYNIKÓW BADAŃ 65
5.1. Matlab – nowoczesne aplikacje inżynierskie 65
5.2. OPTIMUM 66
5.3. Metoda SVD 71
5.4. Metoda regresji 76
5.5. VIOMA – przykładowe zastosowanie programu 80
5.6. Podsumowanie 83
6. METODYKA BADAŃ SILNIKÓW SPALINOWYCH 84
6.1. Obiekt badań 84
6.2. Stanowisko badawcze i aparatura pomiarowa 86
6.3. Wybór punktów odbioru sygnału drganiowego 89
6.4. Warunki badań 94
6.5. Wyniki badań 101
6.6. Redukcja ilości mierzonych parametrów sygnału 108
6.7. Podsumowanie 111
7. OPRACOWANIE WYNIKÓW BADAŃ 112
7.1. Metody statystyczne 112
7.2. Wnioskowanie przyczynowo – skutkowe 120
8. WNIOSKI KOŃCOWE 126
Literatura 129

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

a – amplituda sygnału (ogólnie) [g, mg],
a_n – amplituda sygnału drganiowego [g, mg],
a_0 – stała regresji,
a_1 – współczynnik regresji,
a_{ij} – zespolona amplituda przemieszczenia,
b_0 – stała regresji,
b_1 – współczynnik regresji,
c – współczynnik tłumienia [Ns/m],
c_k – wartość współczynnika tłumienia krytycznego [Ns/m],
$d_{ij}(\omega)$ – element macierzy sztywności dynamicznej,
$f(t)$ – siła zewnętrzna oddziaływująca na układ [N],
f_i – częstotliwość (ogólnie) [Hz],
f_{ij} – zmienność symptomów,
g – operator wielkości składowych modelu,
$h_n(t,\Theta)$ – impulsowa funkcja przejścia,
k – współczynnik sztywności [N/m],
m – masa (ogólnie) [kg],
m_r – masa modalna [kg],
n – liczba obserwacji, liczność próby
$n(t,\Theta)$ – przypadkowe oddziaływanie mikrozjawisk w modelu
q_r – współrzędna główna (modalna),
r_{xy} – współczynnik korelacji liniowej,
s – zmienna zespolona,
t – czas [s],
u_i – składnik resztowy równania regresji Y względem X,
$u_n(t,\Theta)$, – zdarzenie elementarne,
w_j – współczynnik wrażliwości poszczególnych symptomów,
x – wektor przemieszczenia,
$\dot{x}$ – wektor prędkości,
$\ddot{x}$ – wektor przyśpieszenia,
$x(t)$ – funkcja sygnału w jednostce czasu,
$x(t,\theta,r)$ – sygnał elementarny,
$x_{ik}(t)$ – odpowiedź impulsowa po przyłożeniu impulsu w punkcie k, mierzona jako odpowiedź w punkcie i,
x_{ave} – wartość średnia sygnału drganiowego,
x_{peak} – wartość szczytowa sygnału drganiowego,
x_{RMS} – wartość średniokwadratowa sygnału drganiowego,
A – operator cech stanu,
$A_{1,2}$ – reszta modalna,
$A(\omega)$ – macierz podatności dynamicznej,
ADAC – Allgemeiner Deutscher Automobil-Club,
B – wąskie pasmo częstotliwości [Hz],
C – macierz tłumienia,
C_s – współczynnik szczytu sygnału,
$D(\omega)$ – macierz sztywności dynamicznej,
E – wektor zmiennych wejściowych – wymuszenia (ogólnie),
E_o – operator wartości oczekiwanej,
$F(t)$ – wektor sił wymuszających [N],

F_{0i} – amplituda siły wymuszającej przyłożonej w i – tej masie skupionej,
G – operator funkcjonowania obiektu (ogólnie),
G_{ij} – wartość stała
$G_x(f)$ – widmowa gęstość mocy sygnału,
$G_{xy}(\omega)$ – wzajemna gęstość widmowa dwóch sygnałów,
$H_i(f)$ – transmitancja (ogólnie),
$H(s)$ – podatność dynamiczna,
H_u – współczynnik harmoniczności,
I – współczynnik impulsowości,
I_m – część urojona,
K – macierz sztywności,
L_j – odległość danej miary od punktu idealnego,
M – macierz mas,
MAC – Modal Assurance Criterion,
N – wektor zmiennych zakłóceń (ogólnie),
N_d – ilość decybeli [dB],
N_p – liczba wykonanych pomiarów,
O_{pr} – bezwymiarowa macierz obserwacji,
OBD – system diagnostyki pokładowej,
R^2 – współczynnik determinacji równania regresji,
R_e – część rzeczywista,
$R_x(\tau)$ – autokorelacja,
$R_{xy}(\tau)$ – korelacja wzajemna dwóch sygnałów (ogólnie)
S – wektor zmiennych wyjściowych - odpowiedź obiektu (ogólnie),
$\overline{S}_j$ – wartość średnia (ogólnie),
$S(\theta,r)$ – sygnał diagnostyczny,
$S(u)$ – wartość błędu dla regresji Y względem X,
$S(\upsilon)$ – wartość błędu dla regresji X względem Y,
S_x^2 – wariancja sygnału drganiowego,
$S^2(u)$ – wariancja resztowa dla regresji Y względem X,
$S^2(\upsilon)$ – wariancja resztowa dla regresji X względem Y,
SD_t – uogólniony symptom uszkodzenia,
$SD_t(\theta)$ – profil uszkodzenia,
T – okres czasu (ogólnie),
T_i – okresowe transformaty (ogólnie),
U_{pp} – ortogonalna macierz lewostronnych wektorów szczególnych,
V_{rr} – ortogonalna macierz prawostronnych wektorów szczególnych,
W_i – wielkość macierzy (ogólnie),
W_{xy} – wrażliwość symptomów
X – wektor zmiennych cech stanu opisujący strukturę obiektu (ogólnie),
X_i – zmienna funkcji regresji Y_i,
X_{ij} – amplituda przemieszczenia j – tej masy,
Y_i – funkcja regresji,
Z – zbiór zawierający przekształconą energię (ogólnie),
$Z(s)$ – sztywność dynamiczna,
α_k – wartość funkcji korelacji dla szumu białego,
α_i – parametry równań regresji,
β_{kurt} – kurtoza,
β_i – parametry równań regresji,

ϑ – kąt przesunięcia fazowego [^{0}],
Ω – częstość własna nietłumiona dla c = 0 [Hz],
Ψ – macierz modalna, której kolumny są postaciami drgań własnych,
Ψ_{ir} – i-ta składowa r-tej postaci drgań,
Σ_{pr} – diagonalna macierz wartości szczególnych,
σ – wartości szczególne diagonalnej macierzy,
σ_i – odchylenie standardowe,
$\sigma_t(\theta)$ – zaawansowanie uszkodzenia,
$\Delta(\omega)$ – wyznacznik macierzy $D^*(\omega)$,
$\Delta_{ij}(\omega)$ – podwyznacznik macierzy $D^*(\omega)$,
γ^2_{xy} – funkcja koherencji pomiędzy sygnałami,
δ_i – współczynnik tłumienia odniesiony do i – tej częstości drgań własnych nietłumionych,
$\delta(t)$ – delta Diraca,
φ^2 – współczynnik zbieżności równania regresji,
$\varphi_i(t,\theta,r)$ – sygnał pierwotny,
ε_i – składnik losowy równania regresji,
ξ – bezwymiarowy współczynnik tłumienia,
ξ_r – bezwymiarowy współczynnik tłumienia dla r –tej postaci drgań,
τ – chwila czasu t [s],
$\lambda_{1,2}$ – bieguny modalne układu,
ω – prędkość kątowa [rad/s],
ω_i – częstość drgań własnych nietłumionych [Hz],
ω_{nr} – r ta częstość drgań własnych [Hz],
ω_{rd} – częstość drgań własnych tłumionych [Hz],
ϖ_i – składnik losowy równania regresji,
υ_i – składnik resztowy równania regresji X względem Y,

1. WPROWADZENIE

Współczesne trendy rozwojowe nauki i techniki stwarzają zapotrzebowanie na środki diagnostyczne umożliwiające wgląd w przebieg procesów eksploatacyjnych obiektów. Problematyka identyfikacji stanu dynamicznego maszyn z jej opisem modelowym i metodami badawczymi tych modeli jest umocowana w konstruowaniu i eksploatacji współczesnych maszyn i urządzeń technicznych.

Poszukiwania zmierzają w kierunku nieinwazyjnych metod diagnostycznych, obywających się bez ingerencji w strukturę lub normalną pracę badanego obiektu. Do takich metod, z całą pewnością, można zaliczyć diagnostykę wibroakustyczną wykorzystującą jako źródła informacji drgania i hałas. Prace badawcze zmierzają w kierunku udoskonalania istniejących metod diagnozowania stanu silnika spalinowego w oparciu o badanie podatności dynamicznej, doskonalenie wnioskowania diagnostycznego, szczególnie przy wykorzystaniu elementów sztucznej inteligencji. Prowadzone badania rozwijają nowe kierunki i sposoby wyznaczania stanu technicznego silnika tak, by proces diagnostyczny maksymalnie uprościć a jednocześnie stosując go uzyskać wysoką dokładność otrzymanych wyników w oparciu o sygnały drganiowe oraz inne parametry diagnostyczne.

W pracy podjęto próbę wykorzystania eksploatacyjnej analizy modalnej w identyfikacji stanu dynamicznego silnika spalinowego. Coraz częściej metodę eksploatacyjnej analizy modalnej stosuje się dla celów diagnostyki maszyn, wykorzystując oparte na modelu podejście do diagnozowania badanych obiektów, dla których charakterystyczne jest śledzenie zmian parametrów modeli wraz ze zmianami stanu obiektu.

Eksploatacyjna analiza modalna stosowana w diagnozowaniu stanu konstrukcji umożliwia estymację modeli dynamicznych oraz ich analizę w oparciu o dane pomiarowe umożliwiające estymację parametrów modelu modalnego, symulację modyfikacji strukturalnych oraz syntezę odpowiedzi obiektu na zadane wymuszenie. Realizuje się ją w rzeczywistych warunkach (przy wymuszeniach eksploatacyjnych) pracy obiektu. Stosuje się ją w przypadkach, gdy nie ma możliwości zastosowania zewnętrznego sterowanego wymuszenia oraz gdy nie można wyłączyć badanego obiektu z normalnej eksploatacji. Takie rozwiązanie cechuje się krótkim czasem badań i niskimi kosztami, gdyż nie ma potrzeby stosowania aparatury pobudzającej,

pomiary nie zakłócają trybu pracy badanego silnika, a zmierzone sygnały odpowiedzi reprezentują prawdziwe warunki pracy silnika spalinowego.

Głównymi przesłankami do podjęcia tematu pracy są:

- zbadanie przydatności eksploatacyjnej analizy modalnej w diagnostyce technicznej, na przykładzie diagnozowania stanu silnika spalinowego,
- możliwość szybkiej identyfikacji uszkodzenia obiektu złożonego,
- zaproponowanie nowej metody diagnozowania stanu silnika spalinowego przy zastosowaniu eksploatacyjnej analizy modalnej.

Stosowane obecnie w silnikach spalinowych systemy skupiają się na prawidłowym funkcjonowaniu obiektu poprzez diagnozowanie procesów sterowania silników. Wykryte nieprawidłowości w pracy silnika są zazwyczaj wynikiem rozregulowania układów silnika. Stosowane obecnie metody diagnostyczne silników spalinowych w małym zakresie skupiają się na wykrywaniu uszkodzeń w strukturze poszczególnych elementów silnika. Rozwiązaniem tego problemu może być zastosowanie eksploatacyjnej analizy modalnej w diagnozowaniu stanu silników.

W ramach tej pracy zrealizowano badania modalne silnika spalinowego na stanowisku badawczym w Laboratorium Silników Spalinowych Katedry Inżynierii Pojazdów i Transportu UTP w Bydgoszczy. W trakcie badań dokonano pomiaru charakterystyk sygnału drganiowego dla wybranych trzydziestu pięciu stanów zdatności silnika, wyznaczono parametry modalne poszczególnych stanów metodą eksploatacyjnej analizy modalnej, dokonano walidacji wyników metodami OPTIMUM oraz SVD.

Wyniki uzyskane w pracy stanowią o przydatności eksploatacyjnej analizy modalnej w diagnozowaniu silnika spalinowego, gdzie dzięki zastosowanej metodzie uzyskano:

- modele modalne wraz z diagramami stabilizacji wybranych stanów zdatności badanego silnika,
- na podstawie modeli precyzyjne określono stan techniczny silnika, co pozwala na podniesienie jakości wnioskowania diagnostycznego,
- eliminację błędów pomiarowych – w trakcie szczegółowej analizy widma sygnału identyfikujemy wartości częstości własnych, odrzucając częstości powstałe na skutek zakłócenia lub szumu sygnału,
- usystematyzowanie i uszeregowanie estymatorów drganiowych pod względem ich wrażliwości diagnostycznej.

Dokonania tej pracy, wykorzystywane w bezpośrednim diagnozowaniu silników spalinowych dzięki zastosowaniu eksploatacyjnej analizy modalnej, umożliwią szybsze przeprowadzenie analizy stanu technicznego silnika. Dzięki zaproponowanej metodzie badania silników spalinowych wspomagamy dotychczasowy proces diagnozowania silnika systemami OBD poprzez wykrywanie możliwych, rozwijających się uszkodzeń powstałych w strukturze silnika w trakcie jego eksploatacji.

2. PROBLEM PRACY

2.1. Uzasadnienie podjęcia tematu

Eksploatacyjna analiza modalna jest obecnie powszechnie stosowaną w praktyce techniką badania własności dynamicznych obiektów mechanicznych. Jest ona stosowana dla celów modyfikacji konstrukcji, diagnostyki stanu konstrukcji, dla celów syntezy sterowania w układach aktywnej redukcji drgań oraz dla celów weryfikacji i walidacji modeli numerycznych takich jak modele elementów skończonych czy elementów brzegowych [13,22,46,49,65,68,75]. Może być realizowana dla obiektów liniowych o stałych parametrach, dla których spełniona jest zasada wzajemności Maxwella. W większości praktycznych zastosowań analizy modalnej wymagany jest wielokanałowy eksperyment oraz złożone obliczenia związane z przetwarzaniem zmierzonych sygnałów oraz estymacją parametrów modelu. Pomimo tak silnych założeń, co do stosowalności metody oraz złożoności wymaganego eksperymentu jest to obecnie metoda, bez której nie powstaje żaden nowy obiekt, dla którego istotne są odpowiednio ukształtowane własności dynamiczne.

Zastosowania analizy modalnej do diagnozowania obiektów mechanicznych można widzieć w trzech ujęciach, jako:

1. wyznaczenie modelu modalnego obiektu (częstości, postacie drgań, współczynniki tłumienia) i śledzenie ich zmian w czasie eksploatacji;
2. dostrojenie na bazie modelu modalnego modelu elementów skończonych obiektu w stanie zdatności oraz śledzenie zmian tego modelu w czasie;
3. wyznaczenie, w oparciu o model modalny i pomiar odpowiedzi układu, wymuszeń działających na układ i ich widm częstotliwościowych.

Obecnie, w diagnostyce obiektów technicznych coraz częściej stosuje się modele modalne, a diagnostykę maszyn określa się jako diagnostykę z wykorzystaniem modelu. Ideą tej metody jest śledzenie zmian parametrów modelu modalnego, powstających na skutek rozregulowań, zużycia, uszkodzeń lub awarii, na podstawie bieżących obserwacji obiektu. W metodzie tej tworzy się model modalny w postaci zbioru częstości własnych, postaci drgań oraz współczynników tłumienia, dla obiektu bez uszkodzeń, jako wzorzec. Następnie w czasie eksploatacji identyfikuje się model modalny i bada jego korelację z modelem dla obiektu

nieuszkodzonego. W przypadku, gdy korelacja taka występuje można stwierdzić, że obiekt jest w stanie zdatności. W przypadku braku korelacji obiekt jest w stanie niezdatności spowodowanym np.: uszkodzeniem.

W oparciu o przeprowadzone analizy stosowanych metod diagnostycznych we współczesnych konstrukcjach silników spalinowych stwierdzono znikome zastosowanie metod wibroakustycznych a w szczególności analizy modalnej do celów diagnostycznych. Na podstawie tych spostrzeżeń w pracy podjęto próbę zastosowania eksploatacyjnej analizy modalnej w diagnostyce technicznej silników spalinowych, przy wykorzystaniu nowoczesnych technik informatycznych i specjalistycznego oprogramowania inżynierskiego.

Zastosowanie eksploatacyjnej analizy modalnej w badaniach diagnostycznych silników spalinowych jest nowością w określaniu stanu technicznego silników. Tematyka pracy jest wkomponowana w zakres doskonalenia zagadnień diagnostycznego systemu eksploatacji maszyn, gdzie ciągłe poszukiwania nowych miar oceny stanu maszyn stanowią o efektywności strategii eksploatacji. Zadaniem głównym rozprawy jest próba zastosowania eksploatacyjnej analizy modalnej w diagnostyce technicznej maszyn a w szczególności do oceny aktualnego stanu technicznego silnika spalinowego. Rozważania pracy obejmują swym zakresem problematykę oceny stanu dynamicznego, kształtowanie cech użytkowych i eksploatację wybranych zespołów maszynowych dla potrzeb badań rozpoznawczych i badań zasadniczych silników spalinowych. W pracy wyeksponowano czynniki mające największy wpływ na poprawność działania samochodowego silnika spalinowego oraz ich wpływ na uzyskiwane wyniki badań diagnostycznych. W pracy podjęto próbę doskonalenia metodyki badań wibroakustycznych dla potrzeb identyfikacji, w szczególności oceny stanu dynamicznego metodami eksploatacyjnej analizy modalnej, która realizowana jest w rzeczywistych warunkach (przy wymuszeniach eksploatacyjnych) pracy obiektu. Dzięki informacjom pozyskanym z poprawnie przeprowadzonych testów modalnych przeprowadzonych na silnikach spalinowych, prowadzący badania diagnostyczne ma wgląd w aktualny stan techniczny silnika. Na podstawie porównania otrzymanych wyników z danymi odpowiadającymi trzydziestu pięciu wybranym stanom zdatności, może precyzyjnie określić aktualny stan techniczny i podjąć dalsze decyzje odnośnie skierowania badanego obiektu do dalszej pracy lub skierować go do naprawy.

2.2. Teza pracy

Przedstawione wstępnie uzasadnienie rozprawy pozwala sformułować tezę główną, która brzmi następująco:

„Zastosowanie eksploatacyjnej analizy modalnej do diagnozowania silników spalinowych pozwala na ocenę ich stanu dynamicznego z jednoczesną lokalizacją rozwijających się uszkodzeń".

W udowodnieniu hipotezy głównej pomocne będzie zweryfikowanie tez szczegółowych:

- dzięki zastosowaniu nowoczesnych rozwiązań oprogramowania z obszaru badań stanu dynamicznego maszyn możliwy jest rozwój badania metodologii stanu technicznego silników spalinowych,
- skuteczna diagnostyka techniczna silników spalinowych zmniejsza ryzyko nieprzewidzianych uszkodzeń, poprawia ciągłość ich funkcjonowania i ochronę środowiska.

Rozważania tej pracy obejmują swym zakresem problematykę oceny stanu dynamicznego, kształtowanie cech użytkowych i eksploatację silników spalinowych.

2.3. Cel główny i cele szczegółowe pracy

Głównym celem pracy doktorskie jest:

„Ocena przydatności eksploatacyjnej analizy modalnej w badaniach zmiany stanu dynamicznego wybranych zespołów i elementów silnika spalinowego".

Dla osiągnięcia powyższego celu niezbędna jest realizacja następujących zagadnień:

1. Podstawy badań wibroakustycznych w aspekcie możliwości wykorzystania ich w diagnozowaniu stanu silników spalinowych.
2. Możliwości eksploatacyjnej analizy modalnej w diagnozowaniu silników.
3. Walidacja analizy modalnej w diagnostyce technicznej.

4. Modelowanie uszkodzeń silnika spalinowego w ujęciu możliwości modeli diagnostycznych i modeli modalnych.
5. Eksperymenty diagnostyczne silnika spalinowego w badaniach stanowiskowych.

Zważywszy na złożoność i wieloaspektowość przedstawionego projektu badawczego, wiele z wyróżnionych problemów jest ściśle ze sobą powiązanych i ich kompleksowa realizacja jest jedyną drogą poprawnego ich rozwiązania. Część zagadnień wymaga weryfikacji eksperymentalnej, przy znacznym zastosowaniu obliczeniowej techniki komputerowej.

W celu realizacji celu głównego pracy niezbędnym staje się realizacja następujących zagadnień szczegółowych pracy:

1. Określenie możliwości wykorzystania eksploatacyjnej analizy modalnej w diagnozowaniu stanu silników spalinowych.
2. Modelowanie podatności dynamicznej silnika spalinowego.
3. Określenie zakresu badań i opracowanie metodyki badań modalnych silnika spalinowego.
4. Eksploatacyjna analiza modalna w diagnozowaniu silnika spalinowego:
    a. Wybór punktów pomiarowych i referencyjnych.
    b. Wykonanie pomiarów odpowiedzi układu w wybranych punktach na wymuszenie eksploatacyjne.
    c. Weryfikacja optymalnego wyboru punktów pomiarowych do dalszych badań.
    d. Estymacja postaci drgań własnych układu.
    e. Otrzymanie diagramu stabilizacji i wybór punktów stabilnych.
    f. Analiza otrzymanych wyników.

Realizacja celów głównych oraz celów szczegółowych pozwoliła na zweryfikowanie postawionej w rozprawie tezy. Eksploatacyjna analiza modalna umożliwiła doprecyzowanie stawianej diagnozy – określiła rodzaj i miejsce wystąpienia uszkodzenia w silniku.

2.4. Zakres pracy

Praca składa się z ośmiu rozdziałów, w których rozważono podstawy teoretyczne analizy modalnej, dokonano oceny możliwości zastosowania eksploatacyjnej analizy modalnej pod kątem zastosowania tej metody w diagnozowaniu stanu obiektów na przykładzie silnika spalinowego. W pracy omówiono główne problemy diagnozowania silników spalinowych oraz określono miejsce i zakres stosowania eksploatacyjnej analizy modalnej dla tej grupy obiektów.

W rozprawie doktorskiej dokonano syntezy stanu wiedzy z zakresu stosowanych metod diagnozowania silników spalinowych oraz zaproponowano i zweryfikowano nową metodę diagnozowania silników spalinowych w oparciu o zastosowanie eksploatacyjnej analizy modalnej.

We wprowadzeniu pokrótce uzasadniono problem podjęty w pracy, jego genezę oraz skrótowo przedstawiono dokonania rozprawy sygnalizując ogólną metodykę i wyniki badań.

W rozdziale drugim sformułowano i uzasadniono problem badawczy pracy, przedstawiono tezę oraz wynikające z niej zadanie wraz z zakresem i celem głównym rozprawy.

W rozdziale trzecim omówiono podstawy teorii wibrodiagnostyki, ze szczególnym uwzględnieniem drgań, jako nośnika informacji diagnostycznej o obiekcie. Omówiono powstawanie, generację i modelowanie sygnału diagnostycznego do prezentacji wybranych uszkodzeń obiektów technicznych na przykładzie silnika spalinowego. Określono główne i pomocnicze miary sygnału drganiowego pomocne w realizacji pracy. Przedstawiono analizę możliwych uszkodzeń silnika spalinowego na podstawie danych literaturowych.

W rozdziale czwartym omówiono podstawy teorii analizy modalnej, zdefiniowano metody i zakres eksploatacyjnej analizy modalnej za szczególnym omówieniem metody LSCE, którą wykorzystano w pracy do wyznaczenia modelu modalnego wybranych stanów silnika oraz omówiono współczynnik modalny MAC i COMAC. W oparciu o dotychczasowe dokonania z zakresu analizy modalnej oraz wibrodiagnostyki, zaproponowany został model modalny silnika spalinowego.

W rozdziale piątym omówiono szczegółowo narzędzia do opracowania wyników doświadczalnych, uzyskanych w ramach tej pracy. Przybliżone zostały elementy teorii metod OPTIMUM, SVD oraz regresji. Zaprezentowano możliwości

środowiska obliczeniowego Matlab oraz przedstawiono i omówiono program do analizy danych modalnych VIOMA.

W rozdziale szóstym przedstawiono obiekt badań, opisano stanowisko badawcze oraz warunki badań. Omówiono i przedstawiono wyniki stanowiskowych badań modalnych w oparciu o program VIOMA. Zidentyfikowano parametry modeli modalnych wybranych stanów silnika. Dokonano analizy sygnału drganiowego i w połączeniu z danymi modalnymi utworzona została macierz obserwacji.

W rozdziale siódmym dokonano analizy statystycznej otrzymanych wyników. Do opracowania posłużono się metodami OPTIMUM, SVD oraz regresji. Wyznaczone zostały macierze obserwacji dla każdego badanego stanu, a następnie na ich podstawie uszeregowano estymaty pod względem informacyjności opisu danego stanu. Wyznaczone zostało główne równanie regresji.

W rozdziale ósmym przedstawiono wnioski końcowe. Wyróżnione zostały wnioski poznawcze i utylitarne oraz przedstawiono dalsze kierunki badań.

Pracę zakończono spisem literatury wykorzystanej w tej pracy.

3. ELEMENTY WIBRODIAGNOSTYKI SILNIKÓW SPALINOWYCH

3.1. Podstawy wibrodiagnostyki

Współczesne trendy rozwojowe nauki i techniki stwarzają zapotrzebowanie na środki diagnostyczne umożliwiające skuteczny wgląd w przebieg procesów eksploatacyjnych coraz bardziej skomplikowanych pojazdów, maszyn i urządzeń. Problematyka identyfikacji stanu dynamicznego maszyn z jej opisem modelowym i metodami badawczymi tych modeli jest umocowana w konstruowaniu i eksploatacji współczesnych maszyn i urządzeń technicznych [83,86]. Rosnący stopień złożoności nowoczesnych maszyn i pojazdów oraz rosnące wymagania bezpieczeństwa zmuszają konstruktorów i użytkowników tych obiektów do nadzorowania ich bieżącego stanu technicznego. Staje się to możliwe, jeśli już na etapie projektowania konstruktorzy zaimplementują w obiekcie urządzenia i procedury diagnostyczne. Problemy diagnostyki maszyn obejmują następujące zagadnienia:

- akwizycje i przetwarzanie informacji diagnostycznych,
- budowę modeli i relacji diagnostycznych,
- wnioskowanie diagnostyczne i wartości graniczne,
- klasyfikacja stanów maszyny,
- przewidywanie czasu kolejnego diagnozowania,
- obrazowanie informacji decyzyjnych.

We współczesnej inżynierii mechanicznej, w budowie oraz eksploatacji maszyn, czynnikiem stymulującym bezpośrednio rozwój diagnostyki jest odpowiedzialność funkcji realizowanej przez maszynę. Odpowiedzialność ta może zostać zdefiniowana w niewymiernych kategoriach bezpieczeństwa ludzi jak też w wymiernych kategoriach ekonomicznych. Współczesne maszyny opisywane są takimi cechami jak: funkcjonalność, bezpieczeństwo, niezawodność, gotowość, mobilność i podatność eksploatacyjna. Celem stosowania diagnostyki maszyn jest, więc określenie stanu obiektu na podstawie generowanych sygnałów (symptomów) diagnostycznych i porównanie ich z wartościami nominalnymi [83,87].

Jedną z metod opisu stanu maszyny jest *diagnostyka drganiowa* - rozumiana jako zorganizowany zbiór metod i środków do oceny stanu technicznego (jego przyczyn, ewolucji i konsekwencji) systemów technicznych, przy wykorzystaniu

procesów drganiowych lub sygnału hałasu. Patrząc syntetycznie na ogół możliwych zastosowań diagnostyki drganiowej w kolejnych fazach istnienia obiektu, trzeba wyróżnić potrzebę znajomości wiedzy o obiekcie, o sygnałach, syndromach i symptomach oraz elementy teorii decyzji w zakresie wnioskowania diagnostycznego, niezbędnych do prawidłowej oceny stanu technicznego obiektu [48,57,66,70,83].

Wibroakustyka – jest dziedziną wiedzy zajmującą się wszelkimi procesami drganiowymi, akustycznymi i pulsacyjnymi zachodzącymi w przyrodzie, technice, maszynach [17,24,84,92,94]. Procesy wibroakustyczne to nie tylko procesy szkodliwe czy też pasożytnicze. Odpowiednio zastosowane mogą stać się nośnikiem energii, która może zostać wykorzystana do realizacji różnorodnych procesów technologicznych. Do głównych zadań wibroakustyki zaliczyć można:

- *identyfikację źródeł energii wibroakustycznej* - która polega na zlokalizowaniu poszczególnych źródeł w obrębie obiektu, maszyny czy środowiska, określenie charakterystyk i współzależności pomiędzy poszczególnymi źródłami, określenie mocy wibroakustycznej, a także charakteru generacji drgań i dźwięków,
- *opracowanie dróg propagacji energii wibroakustycznej* w rzeczywistych konstrukcjach i środowisku (budowlach, maszynach, obiektach itp.), opracowanie teorii przenoszenia i transformacji energii, opracowanie biernych i czynnych kontroli zjawisk, opracowanie metod analizy i badań, na pograniczu falowego i dyskretnego ujęcia zjawisk,
- *opracowanie metod kontroli energii wibroakustycznej* (emisji, propagacji, imisji) w maszynach i środowisku, a także opracowanie metod sterowania tymi zjawiskami co łączy się z rozwijanymi w cały świecie metodami aktywnymi,
- *wykorzystanie sygnałów wibroakustycznych dla celów diagnostyki technicznej,* gdyż są one dobrym nośnikiem informacji o stanie obiektu o raz realizowanym procesie technologicznym (diagnostyka wibroakustyczna),
- *synteza wibroakustyczna maszyn i obiektów,* prowadzona dla uzyskania optymalnej aktywności wibroakustycznej. Obejmująca:

a) syntezę parametrów opisujących pola akustyczne, względnie syntezę wielkości wibroakustycznych stosowanych w aktywnych metodach redukcji drgań i hałasu oraz syntezę dźwięków w akustyce mowy;

b) syntezę maszyn i obiektów, przez co rozumie się syntezę strukturalną, kinematyczną i dynamiczną prowadzącą do uzyskania optymalnej aktywności wibroakustycznej;

- *czynne zastosowania energii wibroakustycznej* - począwszy od spawania ultradźwiękowego, czyszczenia ultradźwiękowego, poprzez transport materiałów i elementów maszyn na liniach technologicznych, do zagęszczania mas formierskich, wybijania i czyszczenia odlewów aż do zagęszczania gruntów i betonów.

Procesy wibroakustyczne są to zjawiska dynamiczne zachodzące w środowisku lub urządzeniu technicznym z częstotliwością od zera do kilkudziesięciu tysięcy herców. Są one bogate w informacje o zagrożeniach środowiska lub o stanie maszyny, stosunkowo łatwe do obserwacji i rejestracji, przetwarzania i identyfikacji. Procesy wibroakustyczne możemy przedstawić w następującej postaci [20,27,93]:

- generacja sił zmiennych w czasie, działających na strukturę i otaczające środowisko,
- propagacja i transformacja energii w strukturach i płynach oraz elementach środowiska,
- promieniowanie dźwięków i poprzez elementy stref środowiska i struktur mechanicznych.

Badania procesów wibroakustycznych są w wielu przypadkach bardzo skomplikowane a w szczególności wówczas, kiedy procesy wibroakustyczne występują w rzeczywistych układach fizycznych. Badania procesów odbywają się na drodze teoretycznej, przy zastosowaniu różnych metod analizy oraz na drodze empirycznej. W analizie procesów wibroakustycznych bierze się pod uwagę takie aspekty jak:

- czasowy i przestrzenny rozkład energii pochodzącej ze źródła;
- odpowiedź układu oraz przenoszenie przez propagujące media;
- współzależność między źródłami.

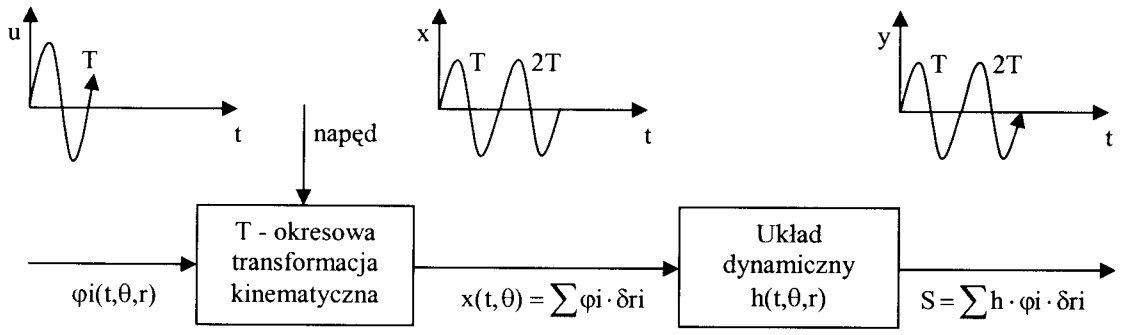
Do badań procesów wibroakustycznych stosuje się metody energetyczne, metody dyskretyzacyjne, a w szczególności metodę elementów skończonych (MES),

metody analizy modalnej, metoda elementów brzegowych oraz metoda analizy przepływu mocy akustycznej [23,42,43,74].

Celem utylitarnym wibroakustyki jest obniżenie poziomu zakłóceń drganiowych i akustycznych maszyn i urządzeń oraz ich otoczenia do minimum, możliwego na danym etapie wiedzy i poziomie technologii. Procesy wibroakustyczne towarzyszące funkcjonowaniu maszyny, z punktu widzenia zastosowań diagnostycznych są dobrymi nośnikami informacji o stanie technicznym danego obiektu [17,24,84,64]. Zastosowanie procesów wibroakustycznych do diagnozowania urządzeń mechanicznych wynika z następujących powodów:

- procesy wibroakustyczne są odzwierciedleniem najistotniejszych zjawisk fizycznych zachodzących w maszynach, od których zależy ich poprawne funkcjonowanie, co wynika z charakteru rozprzestrzeniania się procesu drganiowego generowanego w parach kinematycznych,
- łatwość pomiaru procesów wibroakustycznych w warunkach rzeczywistych pracy obiektu bez konieczności wyłączania go z ruchu oraz specjalnego przygotowania, umożliwia bezdemontażową ocenę stanu; procesy wibroakustyczne cechują się dużą prędkością przekazywania informacji w jednostce czasu,
- procesy wibroakustyczne cechują się złożoną strukturą czasową, amplitudową i częstotliwościową, co zapewnia im dużą informacyjność ora umożliwia ocenę stanu całego urządzenia, jak również pojedynczych jego elementów i zespołów.

W zastosowaniu diagnostycznym, niezależnie od formy, w jakiej został wprowadzony sygnał wibroakustyczny do systemu diagnostycznego, musi zostać przetworzony do postaci zbiorów parametrów, których wartości są podstawą opisu cech stanów obiektów diagnostycznych. Wybór tych parametrów zasadniczo wpływa na efektywność procesów diagnozy, przy czym często brakuje przesłanek dla optymalizacji tego wyboru. Chcąc w pełni skorzystać z informacji o stanie dynamicznym maszyny zawartych w procesach wyjściowych, należy zapoznać się z mechanizmem ich generacji oraz ich charakterem. Sposób interpretacji sygnału diagnostycznego $S(\theta,r)$ jest w ogólnym przypadku maszyny przedstawiony na rysunku 3.1 [47,49,52,55,83,86,89].



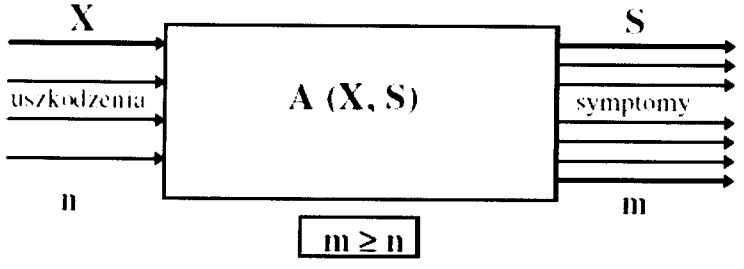
Rys. 3.1. Model generacji sygnału w maszynach o ruchu obrotowym

Sposób interpretacji przedstawionych założeń dla θ = const (przy pominięciu sprzężeń zużyciowych) można przedstawić następująco. Sygnał pierwotny $\varphi i(t,\theta,r)$ jest pierwotnym i-tym zdarzeniem elementarnym, którego postać determinuje konstrukcja i stan eksploatacyjny maszyny. Dzięki T - okresowemu napędowi jest on przekształcony w ciąg zdarzeń elementarnych opisanych jako sygnał $x(t,\theta,r)$. Ten proces dynamiczny przechodząc przez strukturę maszyny daje w efekcie w punkcie odbioru sygnału nowy ciąg zdarzeń, przekształcony na własnościach przestrzennych, który jest nowym sygnałem diagnostycznym $S(\theta,r)$. Stopień uporządkowania tego sygnału jako ciągu zdarzeń, może być podstawą do utworzenia metody diagnostycznej. Miary tego uporządkowania mogą być różne, lecz muszą być one zawsze oparte na badaniu podobieństwa między poszczególnymi zdarzeniami (i = 1, 2,...). Mogą one dotyczyć czasu występowania określonego fragmentu zdarzenia, czasu jego trwania, amplitudy itp.

Odbierany w dowolnym miejscu sygnał jest ważoną sumą odpowiedzi na wszystkie zdarzenia elementarne $u_n(t,\theta,r)$. Funkcje wagi przy tym sumowaniu mogą w najprostszym przypadku mieć charakter współczynników h_n, lecz ogólnie będzie to mnożenie splotowe przez impulsowe funkcje przejścia od punktu generacji sygnału do punktu jego odbioru. Wiele rozpatrywanych przypadków szczegółowych modeli generacji sygnałów może posiadać skomplikowany charakter sygnału a w związku z tym sygnał może nieść ogromną ilość informacji. Maszynom o prostej strukturze kinematycznej i funkcjonalnej odpowiadają proste a zarazem skuteczne modele generacji symptomów uszkodzenia, co umożliwia analityczne lub jakościowe różnicowanie pomiędzy symptomami maszyny zdatnej i narastającymi na jej tle symptomami uszkodzenia. Dla obiektów o bardziej skomplikowanej strukturze

konstrukcyjnej i funkcjonalnej, w których proste modele generacji nie sprawdzają się z racji dużego poziomu zakłóceń, rozwiązanie problemu szuka się na drodze długotrwałych obserwacji maszyny lub poprzez właściwe zaprojektowanie eksperymentów na grupie obiektów. W wyniku takiego rozwiązania otrzymujemy efekt statystyczny próbkowania krzywych życia, z których specjalne procedury statystyczne pozwalają wyróżnić miary i charakterystyki sygnału przydatne w procesie diagnozowania stanu obiektu [9,55,83,86,89].

Ogólna istota diagnostyki wibroakustycznej opiera się na poszukiwaniu związków pomiędzy stanem maszyny X_n, a generowanymi sygnałami wibroakustycznymi S_m, z pominięciem innych oddziaływań zewnętrznych, tak jak to przedstawiono na rysunku 3.2.



Rys. 3.2. Model obserwacji stanu maszyny X na podstawie symptomów S [83,86,89]

Na podstawie tak sformułowanego modelu obserwacji buduje się tablicę obserwacji, w której zestawiono z jednej strony możliwe uszkodzenia (n), reprezentowanych przez cechy stanu odwzorowujące rozwijające się uszkodzenia, a z drugiej strony otrzymujemy zestaw symptomów (m), charakterystycznych dla stanu rozwoju uszkodzeń w chwili pomiaru symptomów. Tablicę obserwacji mierzonych symptomów przedstawiono na rysunku 3.3 [83,86,89].

Symptomy S_m / Cechy stanu obiektu X_n	Wartości mierzonych symptomów									
	C	K	I	P_{sk}	...	F_0	...	H_v	...	m
1. Bicie										
2. Luz										
3. Zacisk										
... ... n. Ilość pracy	Symptomy diagnostyczne w dziedzinie czasu, amplitud, częstotliwości. (wymiarowe, bezwymiarowe)									

Rys. 3.3. Tablica obserwacji symptomów S_m dla wybranych cech stanu obiektu X_n

Na podstawie tak przedstawionej tablicy możemy stwierdzić, iż o jednym uszkodzeniu może informować wiele symptomów, przy czym rozwiązanie problemu diagnostycznego wymaga spełnienia warunku: $m \geq n$. Zastosowany operator A, wiążący cechy stanu obiektu X i jego symptomy S po identyfikacji, pozwala na bazie zmierzonych symptomów S wnioskować o stanie X obiektu [83,86,89].

Głównym problemem w analizie zmieniającego się stanu maszyny jest wyznaczenie sygnału wyjściowego S na podstawie historii sygnału na wejściu X oraz własności maszyny A, co przedstawiono za pomocą zależności:

$$X(t,\theta,r) = A(r,\theta)\, S(\theta) + N(t,\theta,r) \qquad (3.1)$$

W diagnostyce problem ten dotyczy braku jednoznacznych relacji przyczynowo – skutkowych występujących pomiędzy możliwymi przyczynami obserwowanych skutków, które nie mają zwykle charakteru przyczynowo – skutkowego. Zbudowane modele analityczne występujące w postaci równań różniczkowych, dostatecznie dokładnie opisujących działanie diagnozowanych maszyn wymagają rozwiązań prowadzonych na drodze numerycznej, które nie są dostatecznie dobrymi aplikacjami diagnostycznymi.

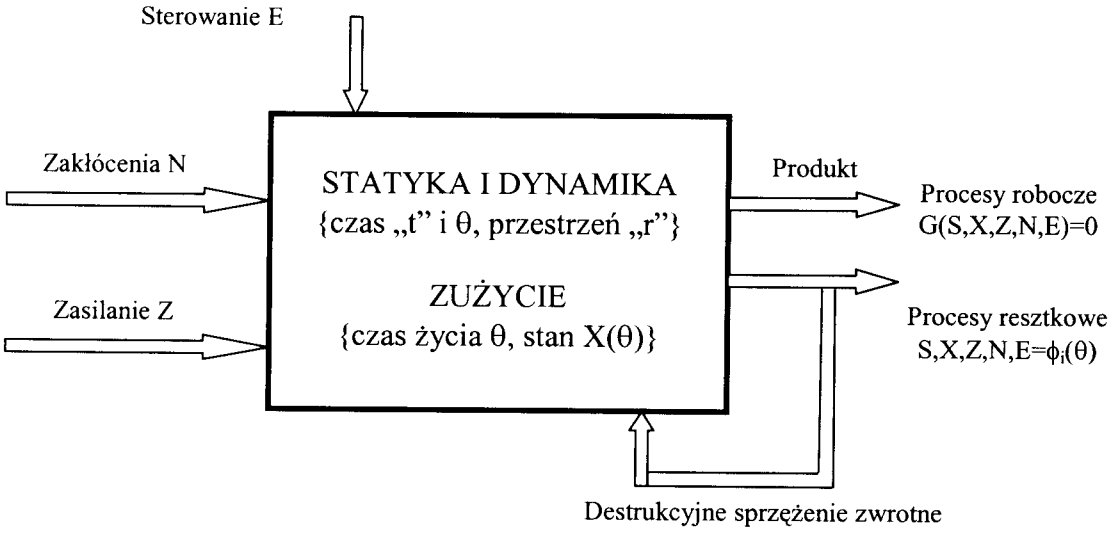
Nowoczesne systemy pomiarowe stosowane do celów diagnostyki wibroakustycznej maszyn składają się z dwóch części: sprzętu z wbudowanymi modułami akwizycji danych oraz oprogramowania z wbudowanymi modułami analizy, archiwizacji i zarządzania danymi pomiarowymi jak i pracą całego systemu. Taka struktura systemu pomiarowego umożliwia łatwą rozbudowę systemu o kolejne specjalistyczne moduły, co umożliwi włączenie takiego systemu do dowolnych struktur systemów diagnostycznych [17,24,47,49,51,55,83,86,89].

3.2. Badania wibrodiagnostyczne silników spalinowych

W diagnostyce maszyn powszechnie znane i stosowane są metody diagnozowania obiektów w oparciu o wykorzystanie procesów wibroakustycznych [5,17,24,56,58,83,86,87,89]. Procesy wibroakustyczne są to zjawiska dynamiczne (mechaniczne, akustyczne, pulsacje przepływów) zachodzące w urządzeniu technicznym z częstotliwością od zera do kilkudziesięciu tysięcy herców. Są one bogate w informacje o zagrożeniach środowiska lub o stanie maszyny, stosunkowo łatwe do obserwacji i rejestracji oraz przetwarzania i interpretacji.

Do podstawowych zadań diagnostyki technicznej obiektów technicznych (pojazdu, silnika) należy ocena stanu technicznego obiektu. Konieczność oceny stanu technicznego jest uwarunkowana potrzebą podejmowania decyzji związanych z eksploatacją danego obiektu oraz sposobem dalszego postępowania z obiektem. Ocena stanu realizowana jest na podstawie przeprowadzonych badań diagnostycznych, polegających na dokonaniu pomiarów i przeprowadzeniu analizy otrzymanych wyników. W celu przeprowadzenia badań diagnostycznych przyjmuje się modele obiektów diagnostyki, na podstawie których generuje się algorytmy diagnostyczne.

Ogólny model obiektu dla oceny stanu w ujęciu symptomowym przedstawiono na rysunku 3.4. Stan techniczny obiektu można określić dokonując obserwacji jego funkcjonowania, tj. jego wyjście główne przekształconej energii (lub produktu) oraz wyjście dysypacyjne, gdzie obserwujemy różne typy procesów resztkowych.



Rys. 3.4. Model obiektu diagnostyki [83,86,89]

Przedstawiony model obiektu dla potrzeb diagnostyki w ujęciu mechanicznym opisuje równanie wektorowe:

$$G(X,S,E,Z,N) = 0 \qquad (3.2)$$

gdzie:

G – operator funkcjonowania obiektu, X – wektor zmiennych cech stanu opisujący strukturę obiektu, S – wektor zmiennych wyjściowych (odpowiedź obiektu), przedstawiający zbiór zawierający przekształconą energię Z, może to być proces roboczy, względnie jakość produktu lub procesy resztkowe, E – wektor zmiennych

wejściowych (wymuszenia), określa sposób sterowania obiektem oraz oddziaływania urządzeń diagnostycznych i warunki pracy, N – wektor zmiennych zakłóceń.

Wektor stanu obiektu dla danego czasu eksploatacji θ określa się zależnością:

$$X = g(S,E,Z,N) \tag{3.3}$$

gdzie:

g – operator wielkości składowych modelu.

Stosując uproszczenie dla potrzeb eksperymentu, zakłada się stałość w sensie wartości średnich wektorów E, Z = 0, w wyniku czego uzyskujemy uproszczony wzór stanu obiektu:

$$X = F(S)_{(E,Z = const)} + N \tag{3.4}$$

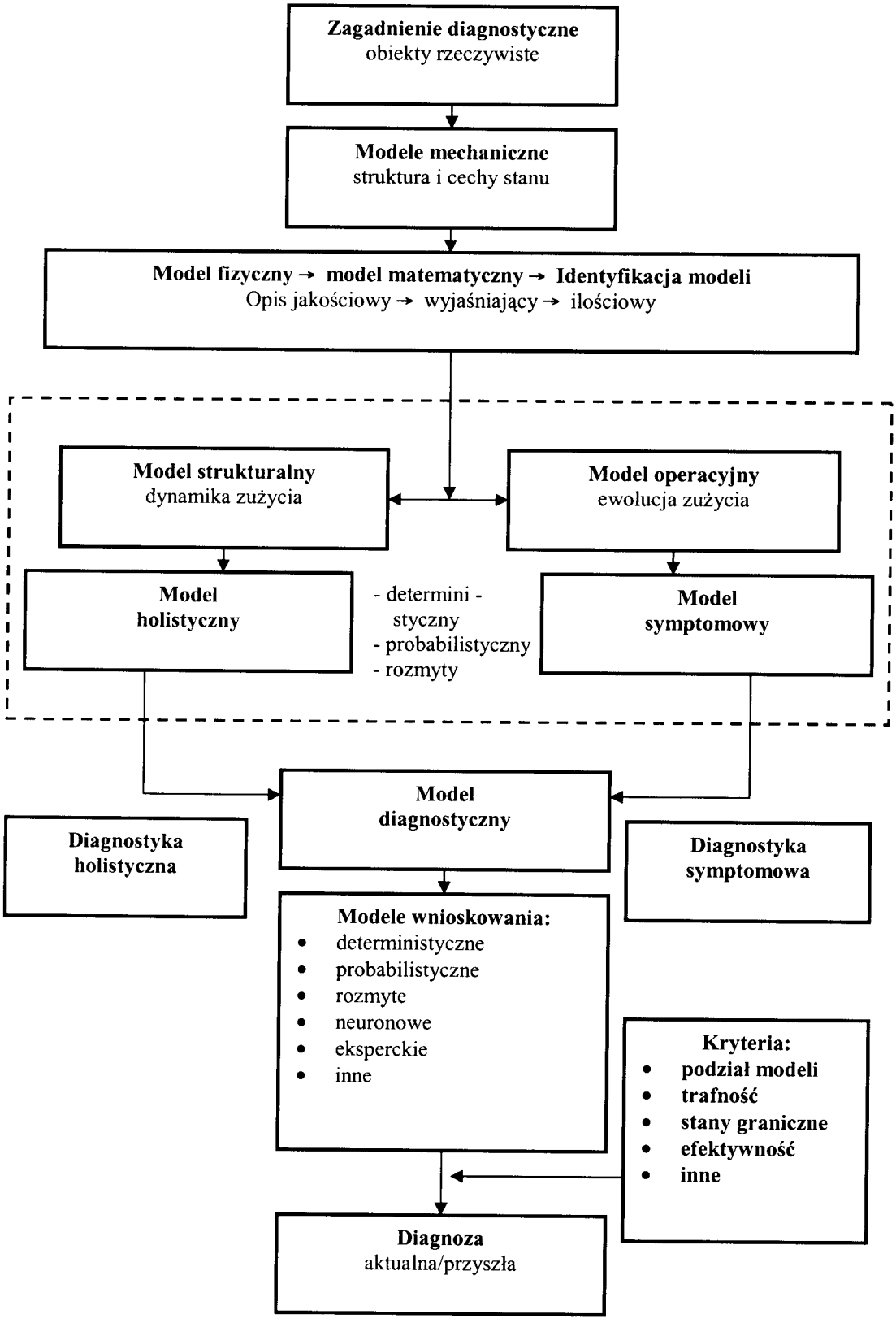
Uwzględniając dziedziny poszczególnych wektorów tej relacji otrzymujemy podstawowe równanie stanu w następującej formule:

$$X(t,\theta,r) = A(r,)\, S(\theta,r) + N\,(\theta,r) \tag{3.5}$$

Wektorowy opis struktury obiektu, jego wejść: zasilania, sterowania i zakłóceń oraz wyjść energetycznych (użytecznych i resztkowych) prowadzi do opisu możliwych relacji diagnostycznych [83,86,89].

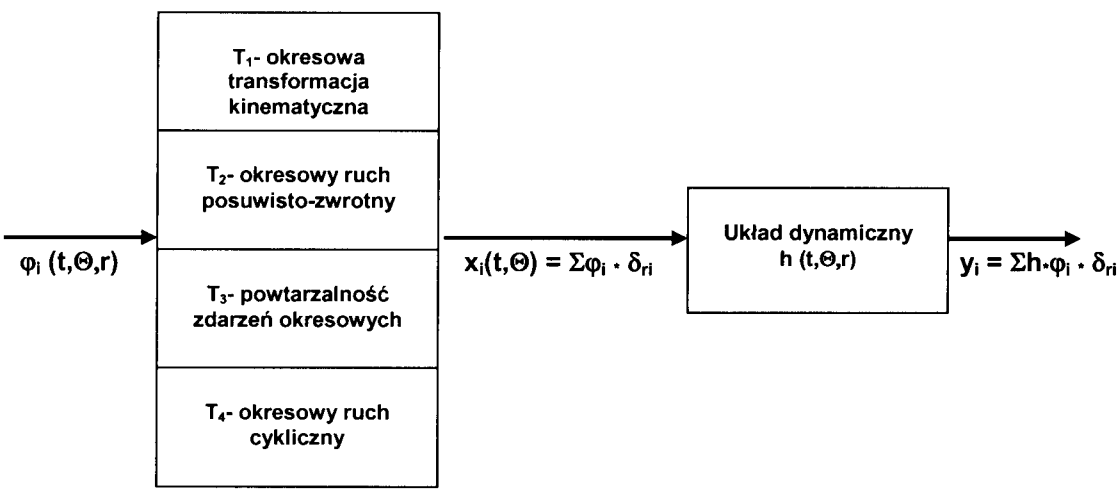
Dla potrzeb badań diagnostycznych opracowano szereg modeli: symptomowe, holistyczne, analityczne, funkcjonalne, typu regresyjnego, typu „obraz", topologiczne, oraz rozmyte. W zależności od rodzaju cech obiektu odzwierciedlonego w modelu, będzie on typu symptomowego lub holistycznego (rysunek 3.5). Modele symptomowe są modelami fizycznymi, natomiast modele strukturalne są modelami matematycznymi. Modelem matematycznym obiektu mechanicznego jest najczęściej układ równań różniczkowych lub algebraicznych, które opierają się na bilansie energetycznym, materiałowym lub równaniach procesów fizyko-chemicznych.

Chcąc w pełni skorzystać z informacji o aktualnym stanie technicznym silnika, zawartych w emitowanych przez silnik procesach wyjściowych, należy zapoznać się w pierwszej kolejności z mechanizmami ich generacji oraz ich charakterem. W trakcie pracy silnika, na skutek zaistnienia szeregu czynników zewnętrznych jak i wewnętrznych następuje zaburzenie stanów równowagi, które rozchodzą się w ośrodku sprężystym – materiale, z którego zbudowano silnik.



Rys. 3.5. Możliwości modelowania diagnostycznego obiektów [55,83]

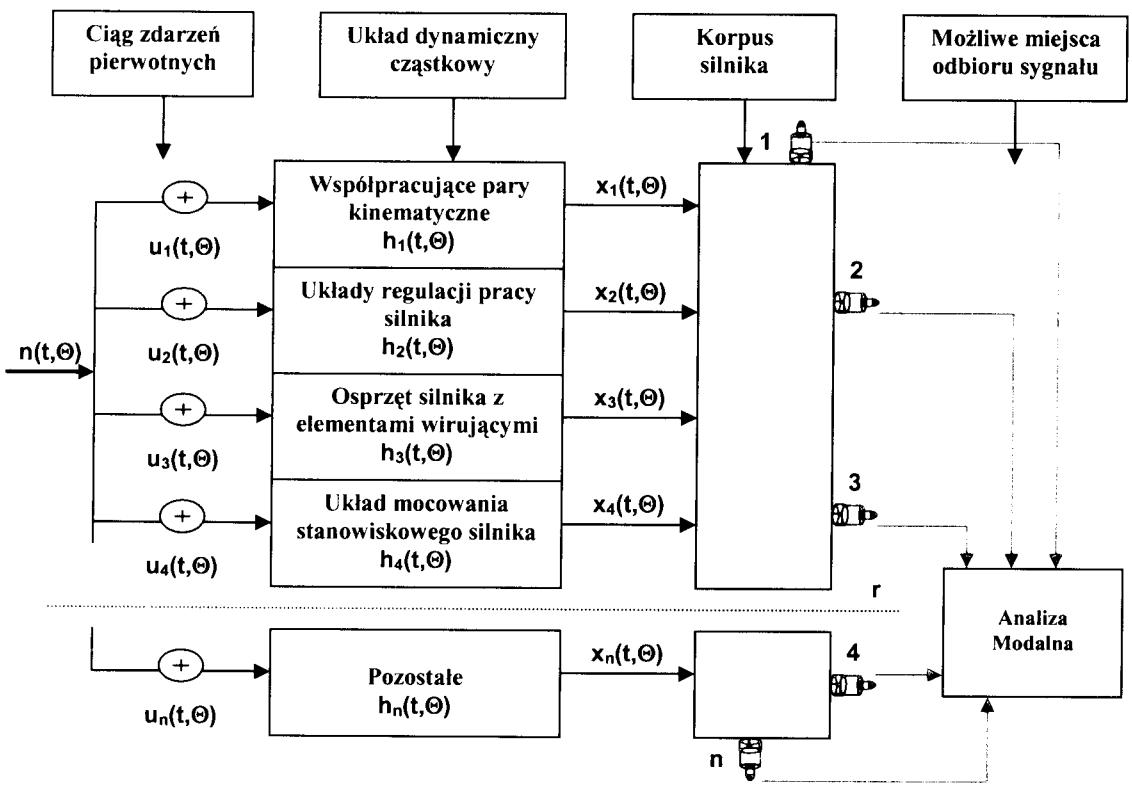
Zaburzenia takie mają charakter dynamiczny i zachowują warunki równowagi pomiędzy stanem bezwładności, sprężystości, tłumienia i wymuszenia i rozchodzą się od źródeł w postaci fal w sposób zależny od własności fizycznych oraz granic konfiguracji, wymiarów i kształtów silnika. W konsekwencji powoduje to rozproszenie energii fal, ich ugięcia, wzajemne nakładanie się i odbicia. Występowanie źródeł i rozprzestrzenianie się zaburzeń powoduje występowanie drgań silnika i otaczającego go środowiska. Zależnie od źródeł i warunków rozprzestrzeniania się zaburzeń wyjściowe procesy dynamiczne odzwierciedlają wiele istotnych własności konstrukcyjnych, wykonawczych i montażowych par kinematycznych i elementów silnika. Wyodrębniając w analizie stanu dynamicznego silnika procesy wejściowe, strukturę oraz procesy wyjściowe, należy zwrócić szczególną uwagę na fakt, iż posiadają one losowy charakter. Bogactwo wystąpienia losowości oraz możliwych zakłóceń stanowi przyczynę do określenia dodatkowych założeń, dotyczących wejść oraz zachodzących transformacji stanów silnika. W wyniku istnienia wejścia i realizacji transformacji stanów odzwierciedlających procesy zachodzące w silniku, powstaje szereg dających się mierzyć objawów charakterystycznych, zawartych w procesach wyjściowych z silnika. Procesy te są podstawą do budowy modelu generacji sygnałów silnika, determinującego sposób budowy, funkcjonowania i zmian stanów diagnozowanego silnika. Opierając się na ogólnym modelu generacji sygnału w maszynach o ruchu obrotowym przedstawionym na rysunku 3.1 został zaproponowany model transformacji sygnału charakterystycznego φ_i w sygnał diagnostyczny y_i dla silników spalinowych, który przedstawiono na rysunku 3.6 [50,55,83,85,89].



Rys. 3.6. Model transformacji sygnału charakterystycznego φ_i w sygnał diagnostyczny y_i w zastosowaniu dla silników spalinowych

Sygnał pierwotny $\varphi_i(t,\Theta,r)$ jest pierwotnym i-tym zdarzeniem elementarnym, którego postać determinuje konstrukcja i stan eksploatacyjny silnika. Dzięki T_1 - okresowej transformacji kinematycznej, T_2 – okresowym ruchom posuwisto zwrotnym, T_3 – powtarzalności zdarzeń okresowych i T_4 – okresowym ruchom cyklicznym, jest on przekształcony w ciąg zdarzeń elementarnych opisanych jako sygnał $x_i(t,\Theta,r)$. Ten proces dynamiczny przechodząc przez strukturę silnika daje w efekcie w punkcie odbioru sygnału nowy ciąg zdarzeń, przekształcony na własnościach przestrzennych, który jest nowym sygnałem diagnostycznym $S(\Theta,r)$.

Na podstawie tak stworzonego modelu transformacji sygnału charakterystycznego φ w sygnał diagnostyczny y w zastosowaniu dla silników spalinowych zaproponowano model generacji sygnału diagnostycznego silnika spalinowego z uwzględnieniem prowadzenia badań wibroakustycznych, w których główną rolę w ocenie zdatności dynamicznej obiektu będzie stanowiła eksploatacyjna analiza modalna. Schemat takiego rozwiązania generacji sygnału diagnostycznego przedstawiono na rysunku 3.7. Ze względu na złożoność procesów zachodzących w silniku mamy dużą ilość ciągów zdarzeń elementarnych, które mają wpływ na wyniki prowadzonych badań [50,55,83,86,89,93].



Rys. 3.7. Model generacji sygnału diagnostycznego silnika spalinowego [93]

Odbierane sygnały wyjściowe w dowolnym miejscu korpusu silnika są sumą odpowiedzi na wszystkie zdarzenia elementarne $u_n(t,\Theta)$, występujące w poszczególnych układach dynamicznych cząstkowych o impulsowej funkcji przejścia $h_n(t, \Theta)$. Oddziaływania te po przejściu przez właściwe układy dynamiczne sumują się na korpusie silnika, na którym w wybranych punktach umieszczono przetworniki drgań tak, by można było w wyniku przeprowadzonych pomiarów sygnałów wyjściowych i zastosowaniu eksploatacyjnej analizy modalnej wyznaczyć model modalny badanego silnika. Przez $n(t,\Theta)$, oznaczono tutaj przypadkowe oddziaływanie występujące w modelu z tytułu obecności mikrozjawisk dynamicznych takich jak tarcie inne tego typu zjawiska [50,55,83,85,89].

Istotnym składnikiem niezawodności maszyn jest poziom drgań, na które narażone jest urządzenie. Naruszenie stanu równowagi w ośrodkach ciągłych, jak ciało stałe, ciecz i gaz jest przyczyną powstawania drgań ich cząstek. Drgania te mogą istnieć i propagować się nawet po wygaśnięciu działania źródła zakłóceń. Fakt ten jest możliwy dzięki własnościom sprężystym i inercyjnym, jakimi charakteryzuje się każdy ośrodek. Własności sprężyste ośrodka są źródłem sił zwrotnych (sprężystych) przeciwstawiających się naruszeniu stanu równowagi. Natomiast własności inercyjne generują siły bezwładności, które umożliwiają kontynuację ruchu cząstek po chwilowym uzyskaniu stanu równowagi. Stąd też, ruch każdej cząstki można przedstawić jako transformację energii kinetycznej (siły bezwładności) w energię potencjalną (siły sprężyste). Zakłócenie równowagi, które powstało w czasie w pewnym punkcie, po odpowiednim czasie dojdzie do każdego punktu ośrodka. Jest to możliwe na skutek wzajemnego przekazywania energii (ruchu) sąsiednim cząstkom. Zjawisko propagacji zaburzenia w ośrodku nosi nazwę ruchu falowego.

Można zatem powiedzieć, że drgania zachodzą w każdym obiekcie mechanicznym, zwłaszcza wypełniającym swą funkcję celu w dynamicznie zmieniającym się otoczeniu (bądź obciążeniu – jak w przypadku silników spalinowych). Drgania te jednak zaczynają być istotne dopiero po przekroczeniu pewnego progu wyznaczanego przez amplitudę i częstotliwość zjawiska. Po przekroczeniu tego progu drgania mogą być szkodliwe dla obiektu, bądź dla jego otoczenia (np.: następuje zmniejszenie trwałości materiału).

Obserwując charakter drgań maszyn w kategoriach czasu ich życia, możemy wykorzystać informacje o maszynie zawarte w jej procesie drganiowym i dokonać

oceny stanu technicznego maszyny [83,86].

Prace badawcze dotyczące diagnostyki pojazdów a w szczególności tłokowych silników spalinowych za pomocą sygnału wibroakustycznego koncentrują się wokół następujących problemów badawczych [83,86,89]:

- kontrola procesu spalania w silniku,
- kontrola stanu elementów mechanicznych silnika,
- badania wpływu zmiennych czynników na wartość parametrów diagnostycznych sygnału wibroakustycznego.

Prace badawcze z zakresu kontroli procesu spalania silników wykazały, iż stosując analizę procesów wibroakustycznych dla wyselekcjonowanych odcinków czasowych związanych z okresem zapłonu, wprowadzając parametry umożliwiające ilościowe ujęcie pojawiających się charakterystycznych przebiegów o postaci zbliżonej do słabo tłumionych drgań swobodnych, jesteśmy w stanie za pomocą tych parametrów określić charakter przebiegu spalania (normalnego lub stukowego) w badanym silniku.

Kolejne prace badawcze z tego zakresu wykazały przydatność stosowania analizy widmowej do badania stanu silnika – wykazano współzależności zachodzące pomiędzy widmem hałasu silnika oraz przebiegiem ciśnienia w cylindrze a oceną jakości regulacji pracy silnika. Udowodniono również zależności pomiędzy widmem ciśnienia w cylindrze do oceny parametrów procesu spalania w silniku. Bazując na procesach wibroakustycznych procesu spalania zaproponowano wykorzystanie prostych bezwymiarowych dyskryminant sygnału drganiowego do oceny charakteru zachodzących procesów spalania w silniku [10,25,84,94].

W pracach badawczych z zakresu kontroli stanu elementów mechanicznych silników wykorzystano selekcję czasową, widmową i przestrzenną sygnału diagnostycznego. Na podstawie tych założeń zostało stworzonych wiele metod diagnostycznych z tego zakresu, do których możemy zaliczyć:

- ocena stanu silnika za pomocą analizy widmowej sygnału,
- metoda oceny stopnia dotarcia silnika,
- metoda „foniczna",
- metodyka badań stanu wałka rozrządu,
- ocena stanu silnika przy wykorzystaniu sygnału wibroakustycznego,

- zastosowanie metod statystycznych do opracowania sygnału diagnostycznego a w szczególności zastosowanie metody z wykorzystaniem analizy korelacyjnej.

Trzecią grupę stanowią zagadnienia związane z czynnikami determinującymi wartości parametrów sygnału wibroakustycznego, do których zaliczymy warunki badań, czynniki eksploatacyjne i konstrukcyjne, pojawiającymi się przy każdym badaniu wibroakustycznym silnika. Na podstawie przeprowadzonych badań w wielu jednostkach badawczych wysunięto następujące stwierdzenia [79,84,91]:

- **zmiana prędkości kątowej silnika** – wpływa na zmianę wartości amplitud przyśpieszenia drgań w całym zakresie częstotliwości z zachowaniem tego samego charakteru przebiegu widma. Najistotniejszy przyrost amplitud występuje podczas zwiększania prędkości kątowej do wartości obrotów maksymalnych. Dalszy wzrost prędkości kątowej powoduje mniejsze zmiany wartości amplitud,
- **obciążenie silnika** – powoduje nieznaczny wzrost wartości amplitud przyśpieszeń drgań w stosunku do pracy silnika bez obciążenia. Moc sygnału zmienia się intensywniej ze wzrostem prędkości kątowej niż ze wzrostem obciążenia. Pasma o częstotliwości środkowej 16 – 40 Hz nie są wrażliwe na zmianę wartości obciążenia, a pasma od 200 do 1600 Hz są najbardziej czułe na zmiany obciążeń,
- **obcy napęd silnika** – w powiązaniu z selekcją czasową i widmową daje korzystne zmniejszenie wpływu zakłóceń od niebadanych par kinematycznych na sygnał użyteczny. Ustalono minimalne prędkości kątowe, dla których obserwuje się intensywny wzrost drgań – dla pierścieni tłokowych wynosi ona od 5 do 19, rad/s, natomiast dla łożysk korbowodowych 17,7 do 18,7 rad/s. Obciążenie poziomu zakłóceń można też uzyskać poprzez wyłączenie z pracy niebadanych cylindrów,
- **temperatura cieczy chłodzącej i oleju** - ze wzrostem temperatury zmniejsza się luz w skojarzeniu tłok-tuleja cylindrowa, czego wynikiem jest zmniejszenie intensywności impulsów uderzeniowych, a zatem obniżenie poziomu drgań w strefie cylindrów. Zmiana temperatury oleju silnikowego powoduje zmianę jego lepkości i właściwości tłumienia drgań. Najkorzystniejszą wartością temperatury, przy której należy

prowadzić pomiary drgań kadłuba silnika, jest temperatura od 343 do 363 K, gdyż wówczas wariancja amplitudy drgań osiąga minimum,

- **zubożenie mieszanki paliwowo - powietrznej** w silnikach o zapłonie iskrowym powoduje wzrost poziomu hałasu o 2-3 dB, wywołany intensyfikacją składowych niskoczęstotliwościowych widma powodowanych zwiększaniem się nierównomierności pracy silnika,
- **wpływ kąta wyprzedzenia zapłonu** na wartość parametrów drgań jest bardzo znaczny. Przy spalaniu detonacyjnym, dla dużego kąta wyprzedzania zapłonu, aktywizują się w widmie składowe wysoko-częstotliwościowe. Dodatkową przyczyną wzrostu drgań jest intensyfikacja impulsów uderzeniowych w skojarzeniach mechanizmu tłokowo – korbowego,
- **rodzaj zawieszenia silnika** nie wywołuje istotnych zmian poziomów jego drgań w paśmie częstotliwości od 50 Hz do 20 kHz. Pozwala to diagnozować pary tłok - tuleja cylindrowa i łożyska wału korbowego bez wymontowania silnika z pojazdu,
- **demontaż silnika** narusza wykształconą w wyniku docierania i utrwaloną w czasie eksploatacji mikrogeometrię strefy tarcia poszczególnych węzłów kinematycznych. Wymusza to konieczność ponownego okresu docierania i jest przyczyną zmian widm amplitud częstotliwościowych po demontażu, w stosunku do widm przed jego demontażem.

Dotychczasowe badania przeprowadzone dla poszczególnych egzemplarzy silników tego samego typu, będących po jednakowym przebiegu wykazały, iż zachodzą znaczne różnice w stanach technicznych silników, wywołane głównie losową realizacją procesu starzenia. Zmusza to osoby prowadzące badania do każdorazowego wiązania symptomów wibroakustycznych z cechami stanu technicznego. Z dostępnych wyników badań eksperymentalnych silników spalinowych wynika, iż badając zjawiska wibroakustyczne zachodzące w silniku można na ich podstawie w dużym stopniu prawdopodobieństwa określić stan eksploatacyjny silnika i aktualną jakość regulacji poszczególnych układów.

Istnieją dwa etapy, oczywiście wzajemnie sprzężone, badania własności dynamicznych obiektów. Pierwszy z nich polega na badaniu rzeczywistych obiektów, drugi natomiast - na badaniu modeli obiektów rzeczywistych, przy czym

w badaniu tym można np. wyróżnić badania analityczne modeli teoretycznych oraz eksperymentalne badania modeli materialnych.

Do opisu sygnałów drganiowych emitowanych przez maszyny lub ich otoczenie, wyodrębnia się ich przebieg w postaci funkcji x(t) przyjmującej wartości rzeczywiste. Rejestracja takiej funkcji podczas badań a następnie jej analiza pozwala dla skończonego przebiegu czasu wyznaczyć cechy sygnału, które są zawsze pewnymi przybliżeniami rzeczywistych wartości. Jeśli funkcja czasowa sygnału x(t) jest określona dla przedziału czasu T, lub jest periodyczna, to funkcję x(t) możemy przedstawić w postaci szeregu Fouriera [5,11,12,17,58,83,84,86,89,94]:

$$x(t) = x_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin\left(\frac{2\Pi n}{T} t + \varphi_n\right) \qquad (3.6)$$

Szereg Fouriera jest sumą przebiegów sinusoidalnych o częstotliwościach równych kolejnym wielokrotnościom częstotliwości podstawowej $f_0 = 1/T$. Amplitudy a_n tworzą dyskretne widmo amplitud sygnału. W praktycznych badaniach maszyn drgania złożone możemy zatem rozpatrywać jako sumę skończonej lub nieskończonej liczby drgań prostych. W przypadku, gdy obserwowane w trakcie badań przebiegi sygnałów nie są dokładnie okresowe i posiadają charakter losowy, wówczas amplitudowe widmo dyskretne traci sens fizyczny i dlatego wprowadza się widmową gęstość mocy sygnału jako moc sygnału zawartą w wąskim paśmie częstotliwości B, o częstotliwości środkowej f, uśrednioną w nieskończenie długim czasie T trwania sygnału w postaci [5,9,11,12,17,58,83,84,94]:

$$G_x(f) = \lim_{B\to 0}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{BT}\int_0^T x^2(t,f,B)dt \qquad (3.7)$$

Widmowa gęstość mocy przedstawia rozkład energii w rozpatrywanym zakresie częstotliwości, przy czym charakter przebiegu widmowej gęstości mocy zależy od szerokości pasma analizy. Zastosowanie węższej szerokości pasma prowadzi do uzyskania w wyniku przeprowadzanej analizy bardziej szczegółowych wyników, jednak w konsekwencji znacznie wydłuża czas takiej analizy.

Częstotliwość i amplitudy widma często podaje się w skali logarytmicznej, uzyskując dzięki temu rozszerzenie zakresu niskich i zagęszczenie wysokich wartości analizowanej częstotliwości. Wykresy amplitud podaje się wiec w skali decybelowej, jako stosunek danego poziomu do poziomu odniesienia zgodnie z zależnością [5,17,58,83,84,86,89,94]:

$$N_d[dB] = 20\log\frac{a}{a_{odn}} \tag{3.8}$$

gdzie:

N_d – ilość decybeli, a – mierzona wartość wielkości, a_{odn}– wartość odniesienia.

Do opisu procesów drganiowych w praktycznych zastosowaniach stosujemy wielkości opisujące sygnał pojęciami teoretycznymi, głównie z powodu definiowania tych pojęć za pomocą granic. Obecnie nowoczesne analizatory wyznaczają te wielkości samoczynnie zaraz po doprowadzeniu analizowanego sygnału. Miary główne i pomocnicze używane do opisu procesu drganiowego to [5,17,58,83,84,86,89,94]:

Wartość średnia sygnału:

$$x_{ave} = \lim_{t\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt \tag{3.9}$$

Wartość szczytowa sygnału:

$$x_{peak} = \max\left(\left|x(t)\right|\right) \tag{3.10}$$

Wariancja sygnału:

$$S_x^2 = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T\left[x(t) - x_{ave}\right]^2 dt \tag{3.11}$$

Autokorelacja:

$$R_x(\tau) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x(t)x(t+\tau)dt \tag{3.12}$$

Korelacja wzajemna dwóch sygnałów:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty}\int_0^T x(t)y(t+\tau)dt \tag{3.13}$$

Wzajemna gęstość widmowa dwóch sygnałów:

$$\begin{aligned} G_{xy}(\omega) &= \int_0^\infty R_{xy}(\tau)e^{-i\omega t}dt, w\rangle 0 \\ p(x) &= \lim_{dx\to 0}\Pr\left[x \le x(t)\langle x + dx\right] \end{aligned} \tag{3.14}$$

Wskaźnik harmoniczności:

$$H_u = \frac{f_u}{f_u^{(-1)}} \tag{3.15}$$

Dla potrzeb realizacji tej pracy jako miary diagnostycznie użyteczne wybrano następujące wielkości charakteryzujące sygnał drganiowy:

Wartość średniokwadratowa sygnału:

$$x_{RMS} = \sqrt{\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t)dt} \tag{3.16}$$

Współczynnik szczytu:

$$C_s = \frac{x_{peak}}{x_{RMS}} \tag{3.17}$$

Współczynnik impulsowości

$$I = \frac{x_{peak}}{x_{ave}} : \tag{3.18}$$

Kurtoza:

$$\beta_{kurt} = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(s_1 - \bar{s})^4}{x_{RMS}^4} \tag{3.19}$$

Funkcja koherencji:

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f)G_{yy}(f)} \tag{3.20}$$

Transmitancja:

$$H(f) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{Ay \cdot e^{j(\omega t+\varphi)}}{Ax \cdot e^{j\omega t}} \tag{3.21}$$

W praktyce badań diagnostycznych, wykorzystanie drgań umożliwia opis stanu dynamicznego maszyn za pomocą uszkodzeniowo zorientowanych różnych symptomów drganiowych. Obraz drganiowy maszyny nowej i po pewnym okresie użytkowania daje podstawę wnioskowania o rodzajach zużyć, dominujących źródłach wymuszeń, co pozwala na modernizację konstrukcji.

Niezależnie od formy, w jakiej został wprowadzony sygnał drganiowy do systemu diagnostycznego, musi być on przetworzony do postaci zbioru parametrów, których wartości są podstawą opisu cech stanów obiektów diagnostycznych. Wybór tych cech sygnału (parametrów) w zasadniczy sposób wpływa na efektywność procesów diagnozy, przy czym często brakuje przesłanek dla optymalizacji tego wyboru. W tej sytuacji konieczne jest podjęcie, w sposób arbitralny, decyzji o

strukturze wybranych parametrów, przy czym jedną z metod racjonalizacji wyboru może być próba oparcia jej na poprzednich doświadczeniach.

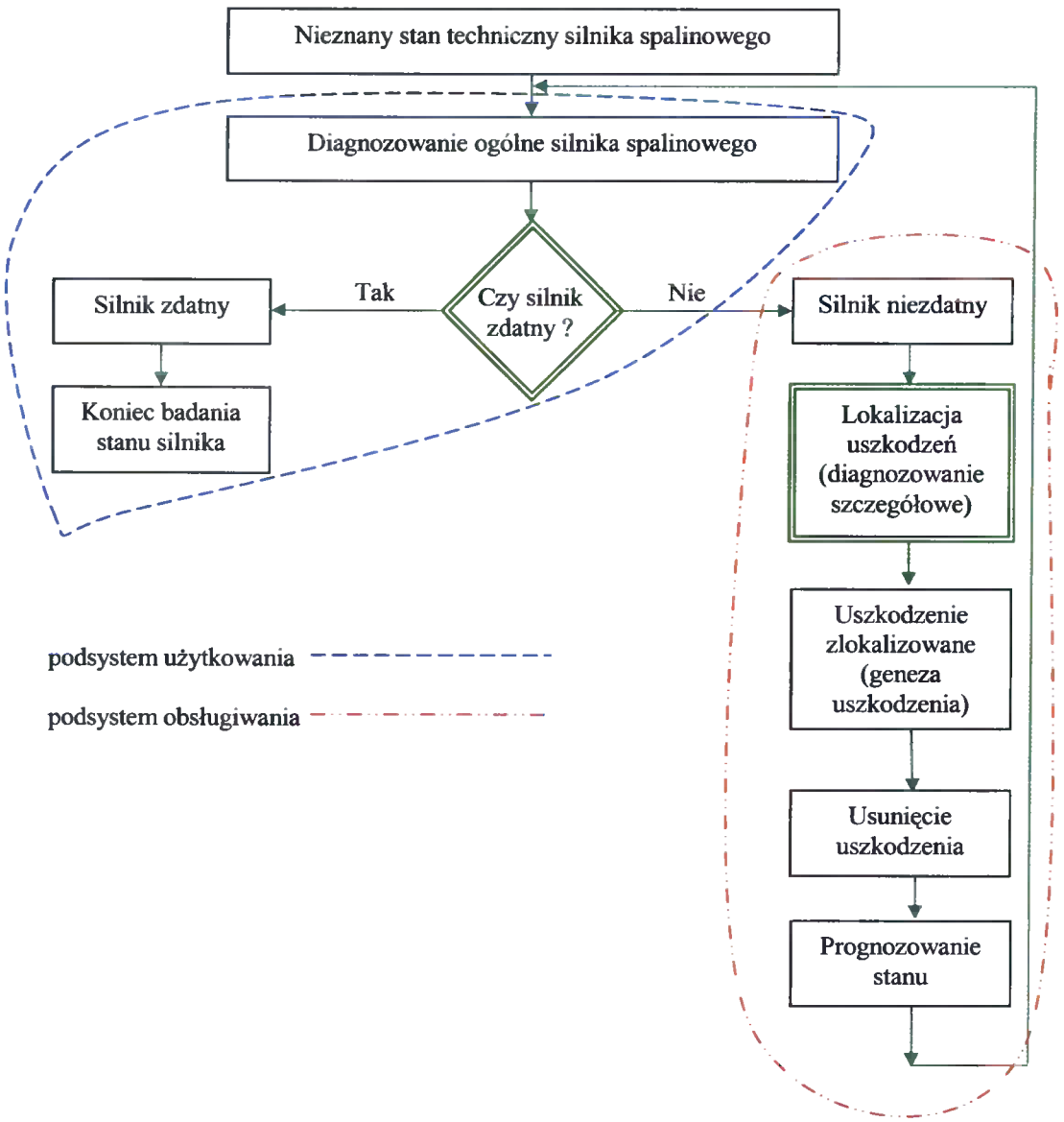
Silniki spalinowe stosowane do napędu pojazdów są eksploatowane z reguły w stanach pracy odmiennych od przewidzianych stanów optymalnych: eksploatacja przy zmiennych warunkach otoczenia, częste uruchamianie oraz praca w szerokim zakresie prędkości obrotowej i obciążeń silnika. W trakcie eksploatacji silnika w stanach odmiennych od optymalnych elementy silnika podlegają zużyciu i zanieczyszczeniom co w efekcie może doprowadzić do uszkodzeń. Wyniki badań prowadzonych przez ADAC (Allgemeiner Deutscher Automobil-Club) [91] podają, że 25,7% uszkodzeń to uszkodzenia przypadające na elementy silnika (pozostałe uszkodzenia przypadają na układy silnika: układ paliwowy, wtryskowy, chłodzenia itp.). Według badań uszkodzenia elementów silnika rozkładają się następująco:

- tłoków i korbowodów – 24,1%,
- wałów korbowych – 18,5%,
- tulei cylindrowych – 16,1%,
- łożysk – 14,9%,
- obudowy (korpusu) – 9,6%,
- głowicy cylindrowej – 7,6%,
- elementów rozrządu – 5,8%,
- pozostałych – 5,4%.

Rys. 3.8. Rozkład procentowy uszkodzeń elementów silnika [91]

Na rysunku 3.8 przedstawiono powyższe wyniki badań uszkodzeń elementów silnika spalinowego, z procentowym uwzględnieniem ilości występujących uszkodzeń. W oparciu o powyższe wyniki badań przeprowadzone przez ADAC oraz dane literaturowe, w pracy szczególnie zwrócono uwagę na te uszkodzenia i modelowanie stanów silnika będzie prowadzone w oparciu o powyższe dokonania.

Diagnozowanie ogólne stosowane jest w podsystemie użytkowania i może być realizowane podczas okresowych przeglądów pojazdów w stacjach diagnostycznych lub za pomocą diagnostyki pokładowej OBD. Diagnozowanie szczegółowe stosowane jest w podsystemie obsługiwania. Na rysunku 3.9 przedstawiono etapy diagnozowania silnika spalinowego.



Rys. 3.9. Etapy diagnozowania silnika spalinowego

O stanie niezdatności silnika możemy mówić wówczas, kiedy spełnione jest co najmniej jedno z kryteriów niezdatności: kryterium efektywności, stanu technicznego, bezpieczeństwa lub jakości. Kryterium efektywności osiągamy wówczas, jeżeli korzyści z dalszego użytkowania silnika są mniejsze od ponoszonych nakładów. Głównymi miarami efektywności silnika są jednostkowe zużycie paliwa i sprawność ogólna.

Kryterium bezpieczeństwa zostanie spełnione w następujących przypadkach:

- silnik emituje spaliny, drgania lub hałas na poziomie toksyczności i natężenia stanowiącym zagrożenie dla zdrowia, życia lub środowiska,
- wystąpiło uszkodzenie takiego elementu silnika (głównie elementy mechanizmu tłokowo-korbowego), którego uszkodzenie powoduje awarię silnika zagrażającą zdrowiu, życiu lub środowisku.

Kryterium jakości zostaje spełnione, jeżeli osiągana charakterystyka pracy silnika uniemożliwia skuteczne działanie systemu, którego częścią jest silnik. W tym przypadku symptomami jakości silnika są następujące parametry: moc i przyspieszenie, zmienność obrotów biegu jałowego, równomierność prędkości obrotowej, trudny rozruch zimnego i ciepłego silnika, zbyt wysoka i zbyt niska prędkość obrotowa biegu jałowego, samoczynne unieruchamianie się silnika natychmiast po uruchomieniu [79,86,89,91].

Na podstawie przeprowadzonej syntezy stosowanych metod diagnozowania silników spalinowych stwierdzono, iż metody wibroakustyczne jak dotąd nie znalazły szerszego zastosowania w praktyce badań. Uzasadnia to zatem próbę sprawdzenia przydatności eksploatacyjnej analizy modalnej w diagnozowaniu silników spalinowych jako nowej metody diagnozowania stanu w oparciu o pomiary sygnału drganiowego.

3.3. Podsumowanie

W rozdziale trzecim dokonano przeglądu wiedzy teoretycznej z zakresu podstaw wibrodiagnostyki. Zdefiniowano i omówiono model generacji sygnału w maszynach o ruchu obrotowym. Przedstawiono i omówiono ogólną istotę diagnostyki wibroakustycznej a następnie przedstawiono model obserwacji stanu maszyny X na podstawie symptomów S. Kolejnym krokiem było przedstawienie i zdefiniowanie modelu obiektu diagnostyki oraz przedstawiono możliwości

modelowania diagnostycznego obiektów. Na podstawie wiadomości teoretycznych sformułowany został model transformacji sygnału charakterystycznego na sygnał diagnostyczny w zastosowaniu do silników spalinowych. Na podstawie tego modelu zaproponowano model generacji sygnału diagnostycznego dla silników spalinowych.

Kolejnym krokiem było zdefiniowanie i opisanie najważniejszych miar procesu drganiowego w aspekcie informacji diagnostycznej o stanie obiektu.

W rozdziale zamieszczono ponadto wyniki badań przeprowadzone przez ADAC, uwzględniające procentowy rozkład uszkodzeń elementów silnika spalinowego oraz przedstawiono etapy diagnozowania silnika za pomocą pokładowych narzędzi diagnostycznych OBD.

4. ANALIZA MODALNA W DIAGNOSTYCE MASZYN

Analiza modalna układów mechanicznych jest metodą badania własności dynamicznych konstrukcji. W wyniku przeprowadzenia analizy modalnej otrzymuje się ***model modalny*** stanowiący ***uporządkowany zbiór częstości własnych, odpowiadających im współczynników tłumienia oraz postaci drgań własnych.***

W diagnostyce obiektów technicznych coraz częściej stosuje się modele modalne, a diagnostykę maszyn określa się jako diagnostykę z wykorzystaniem modelu. Ideą tej metody jest śledzenie zmian parametrów modelu modalnego, powstających na skutek rozregulowań, zużycia, uszkodzeń lub awarii, na podstawie bieżących obserwacji obiektu. W metodzie tej tworzy się model modalny w postaci zbioru częstości własnych, postaci drgań oraz współczynników tłumienia, dla obiektu bez uszkodzeń, jako wzorzec. Następnie w czasie eksploatacji identyfikuje się model modalny i bada jego korelację z modelem dla obiektu nieuszkodzonego. W przypadku, gdy korelacja taka występuje można stwierdzić, że obiekt jest w stanie zdatności. W przypadku braku korelacji obiekt jest w stanie niezdatności, spowodowanym np.: uszkodzeniem [13,21,23,27,31,36,49,50,65,75,84,86].

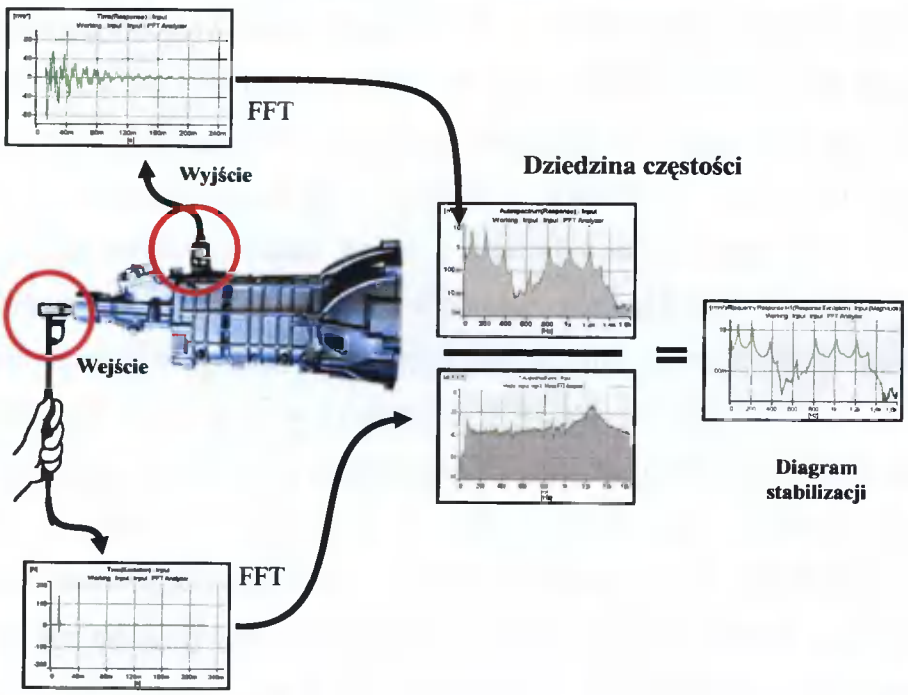
4.1. Elementy teorii analizy modalnej

Analiza modalna służy do utworzenia modelu matematycznego opisującego własności i zachowania stanu badanego obiektu oraz umożliwia weryfikację przyjętego modelu. Na podstawie znajomości modelu modalnego można przewidzieć reakcje obiektu na dowolne zaburzenie, zarówno w dziedzinie czasu, jak i częstotliwości. Jest ona realizowana jako teoretyczna, eksperymentalna lub eksploatacyjna analiza modalna (operacyjna analiza modalna).

Teoretyczną analizę modalną definiuje się jako problem własny macierzy, zależny od macierzy mas, sztywności i tłumienia. Teoretyczna analiza modalna wymaga rozwiązania zagadnienia własnego dla przyjętego modelu strukturalnego badanej konstrukcji [13,21,23,27,34,38,39,65,75,84,86]. Wyznaczone zbiory częstości własnych, współczynników tłumienia dla częstości własnych oraz postacie drgań własnych pozwalają na symulacje zachowania się konstrukcji przy dowolnych wymuszeniach, doborze sterowań, modyfikacji konstrukcji i innych. Ma ona

zastosowanie w procesie projektowania, gdy nie ma możliwości realizacji badań na podobnym obiekcie.

Eksperymentalna analiza modalna stosowana w diagnozowaniu stanu konstrukcji umożliwia estymację modeli dynamicznych oraz ich analizę w oparciu o dane pomiarowe umożliwiające, estymację parametrów modelu modalnego, symulację modyfikacji strukturalnych oraz syntezę odpowiedzi obiektu na zadane wymuszenie. Przeprowadzenie eksperymentalnej analizy modalnej wymaga pomiaru drgań konstrukcji wyłączonej z ruchu w wielu jej punktach przy wymuszeniu działającym w jednym lub wielu punktach wyznaczonej sieci punktów pomiarowych [13,14,21,23,27,31,35,49,50,65,75,82,84,86,90,95]. Jednocześnie musi być mierzony przebieg siły wymuszającej drgania. Estymacja parametrów modelu modalnego polega na aproksymacji zmierzonych charakterystyk konstrukcji za pomocą funkcji, dla której zmiennymi są parametry modelu modalnego. Idea eksperymentalnej analizy modalnej przedstawiona została na rysunku 4.1



$$H(\omega) = \frac{\text{Wyjście}}{\text{Wejście}} = \frac{\text{Drgania}}{\text{Siła}} = \frac{\text{Odpowiedź}}{\text{Wymuszenie}}$$

Rys. 4.1. Idea eksperymentalnej analizy modalnej

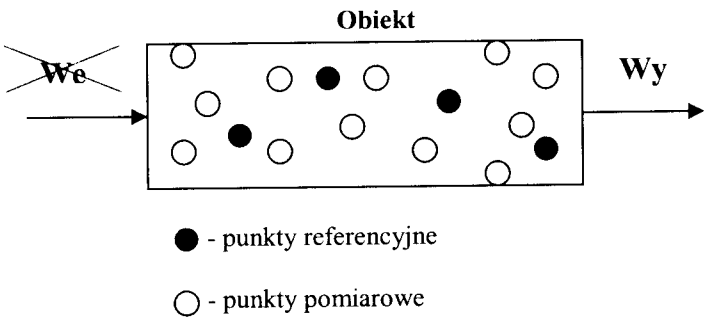
W eksperymentalnej analizy modalnej do wymuszenia drgań konstrukcji stosowane są specjalne młotki modalne (rysunek 4.1. – wejście sygnału). W konstrukcji młotka modalnego należy wyróżnić czujnik siły umożliwiający pomiar siły wymuszającej, dodatkową masę umieszczoną na młotku w celu dostrojenia młotka do wymaganego zakresu częstości oraz specjalną wymienną końcówkę o różnej sztywności. Wybór dodatkowej masy, jak i rodzaju końcówki młotka zależy od własności obiektu oraz koniecznej energii, jaka musi zostać doprowadzona do układu, aby wzbudzić w nim drgania o odpowiedniej amplitudzie [36,37,39,65].

Po wzbudzeniu obiektu do drgań młotkiem modalnym następuje odbiór sygnału drganiowego w wybranych punktach badanej konstrukcji. W oparciu o dane uzyskane z pomiarów estymując sygnały odpowiedzi względem wymuszenia w dziedzinie częstości przy zastosowaniu specjalistycznych narzędzi obliczeniowych uzyskuje się diagramy stabilizacyjne.

Eksploatacyjna (operacyjna) analiza modalna jest stosowana do identyfikacji obiektów mechanicznych o dużych rozmiarach i masach, w przypadku, gdy sztucznie nie wzbudzamy obiektu do wibracji ale pozwalamy by jego naturalne wymuszenia eksploatacyjne wzbudzały strukturę do drgań oraz gdy nie można wyłączyć badanej konstrukcji z normalnej eksploatacji [17]. Takie rozwiązanie cechuje się krótkim czasem badań i niskimi kosztami, gdyż nie ma potrzeby stosowania aparatury pobudzającej, a pomiary nie zakłócają trybu pracy badanego obiektu, zmierzone sygnały odpowiedzi reprezentują zaś rzeczywiste warunki pracy obiektu [8,13,21,23,27,31,34,36,49,50,65,75,84,86].

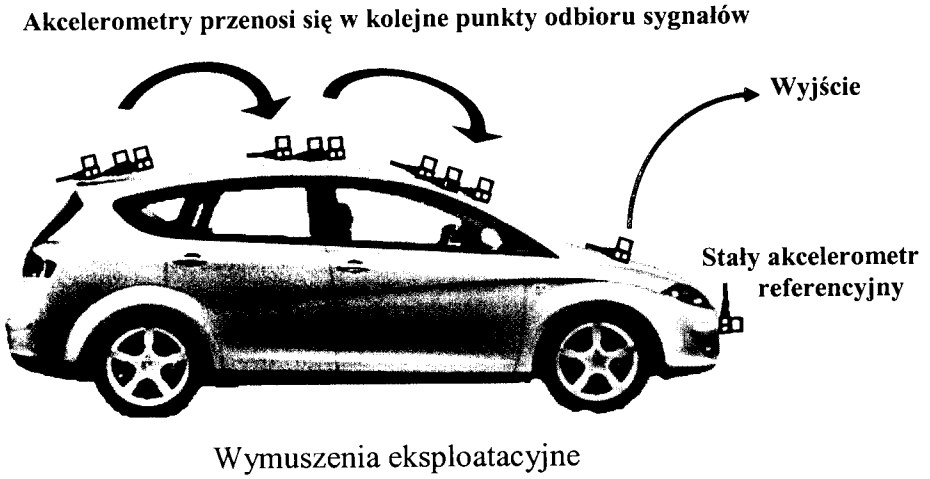
Eksploatacyjna analiza modalna jest techniką bazującą na pomiarze odpowiedzi układu na nieznane wymuszenia eksploatacyjne, będące wynikiem działania sił procesu technologicznego, bądź wymuszeń kinematycznych oraz procesu destrukcji elementów maszyny. W trakcie badań należy określić punkty pomiarowe oraz punkty referencyjne – stałe w trakcie pomiarów. Zaletą metody w zastosowaniu do identyfikacji charakterystyk dynamicznych obiektów jest zachowanie warunków brzegowych oraz wymuszeń, charakterystycznych przy eksploatacji tych obiektów. Istotę stosowania eksploatacyjnej analizy modalnej przedstawiono na rysunku 4.2. W metodzie tej w oparciu o zmierzone sygnały na wyjściu z obiektu, uzyskane w trakcie pomiarów w wybranych punktach referencyjnych i pomiarowych dla nieznanych wymuszeń układu, dokonuje się estymacji parametrów modalnych. W

wyniku estymacji zidentyfikowane zostają bieguny układu, a następnie na ich podstawie estymowane są postacie drgań własnych.



Rys. 4.2. Istota stosowania eksploatacyjnej analizy modalnej

W odniesieniu do stanu metodologii badań diagnostyki technicznej istnieje odniesienie do diagnostyki poprzez identyfikację oraz odpowiednio do diagnostyki symptomowej (eksperymenty) i holistycznej (modele strukturalne). Idea eksploatacyjnej analizy modalnej dla dużych obiektów przedstawiona została na rysunku 4.3.



Rys. 4.3. Idea eksploatacyjnej (operacyjnej) analizy modalnej

W eksploatacyjnej analizie modalnej nie stosuje się dodatkowych wzbudników drgań (młotków modalnych), a pomiarów dokonujemy dla obiektu w trakcie jego eksploatacji. Dzięki takiemu podejściu uzyskujemy dane pomiarowe dla normalnych wymuszeń eksploatacyjnych (rzeczywistej pracy obiektu) w wybranych punktach pomiarowych względem punktu referencyjnego. Istotnym w tej metodzie staje się

wybór liczby i miejsca punktów referencyjnych. Uzyskane dane poddaje się dalszej estymacji różnymi metodami obliczeniowymi.

4.2. Metoda i zakres stosowania Eksploatacyjnej Analizy Modalnej

Analiza modalna znajduje zastosowanie, jeśli badany układ spełnia następujące warunki i założenia [13,21,23,27,31,36,37,49,50,65,75,84,86,89]:

a) Układ jest liniowy i jego dynamika może być opisana za pomocą liniowego układu równań różniczkowych zwyczajnych lub cząstkowych. Z założenia o liniowości układu możemy sformułować zasadę superpozycji układu, mówiącą, że odpowiedź układu na dowolną kombinację wymuszeń musi być równa kombinacji odpowiedzi na poszczególne wymuszenia. Zasada ta dotyczy zarówno częstości jak i amplitud;

b) Układ spełnia zasadę wzajemności Maxwella, a więc odpowiedź w punkcie i – tym konstrukcji spowodowana wymuszeniem w punkcie j – tym jest równa odpowiedzi w punkcie j – tym na to samo wymuszenie działające w punkcie i – tym, to w rezultacie spełnienia tego warunku otrzymujemy symetryczne macierze mas, sztywności, tłumienia oraz charakterystyk częstościowych;

c) Współczynniki równań opisujących dynamikę są stałe w trakcie pomiarów, co oznacza, że w czasie jednej sesji pomiarowej zmiany parametrów nie powinny mieć wpływu na wyniki pomiarów;

d) Tłumienie w układzie jest małe lub proporcjonalne do masy lub sprężystości, co jest istotne wówczas, gdy badane są rzeczywiste postacie drgań lub, gdy stosuje się metody dla jednego stopnia swobody;

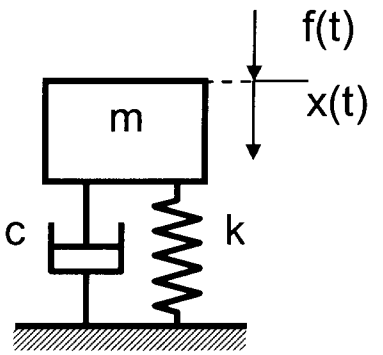
e) Układ jest obserwowalny i istnieje możliwość pomiarów wszystkich charakterystyk, których znajomość jest niezbędna do znajomości modelu.

Ważnym pojęciem ściśle związanym z analizą modalną jest *liczba stopni swobody*. Opisuje ona minimalną liczbę niezależnych współrzędnych, których znajomość jest konieczna do opisania układu w przestrzeni. Dla bryły sztywnej w przestrzeni liczba stopni swobody równa jest trzem stopniom swobody związanymi z przesunięciami wzdłuż poszczególnych osi x, y, z układu współrzędnych, oraz trzema stopniami swobody związanymi z obrotem bryły wokół tych osi φ_x, φ_y, φ_z.

Dowolny układ mechaniczny może być traktowany jako zbiór o nieskończonej liczbie małych brył sztywnych, z tego też względu ma on nieskończoną liczbę stopni swobody.

Istotę zastosowania metody analizy modalnej do badania obiektów prostych i złożonych przedstawiono na przykładzie układu mechanicznego o jednym stopniu swobody [4,6,7,23,27,34,35,36,43,44,65].

Układ mechaniczny, o jednym stopniu swobody jest najprostszym modelem fizycznym reprezentującym całą klasę układów rzeczywistych określonych następującymi parametrami: masą – m, współczynnikiem sztywności – k, współczynnikiem tłumienia – c, i siłą wymuszającą – f(t). Na rysunku 4.4 przedstawiono graficzną interpretację układu o jednym stopniu swobody.



Rys. 4.4. Układ mechaniczny o jednym stopniu swobody

Po wykorzystaniu wprowadzonych parametrów otrzymano równanie różniczkowe ruchu drgającego układu o jednym stopniu swobody, wyrażone zależnością:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \qquad (4.1)$$

gdzie:

$\ddot{x}, \dot{x}, x$ - wektory przyśpieszeń, prędkości i przemieszczeń, $f(t)$ – siła wymuszająca, m – masa, c – współczynnik tłumienia, k – współczynnik sztywności.

Tłumienie w rozważanym układzie jest tłumieniem wiskotycznym. W praktyce większość rodzajów tłumienia występującego w układach mechanicznych można zastąpić równoważnym tłumieniem wiskotycznym. Zakładając zerowe warunki początkowe ($x(0) = 0$), $\dot{x}(0) = 0$) oraz wykorzystując twierdzenie Laplace'a równanie (4.1) przekształcamy do postaci:

$$(ms^2 + cs + k)X(s) = F(s) \qquad (4.2)$$

gdzie:

s – zmienna zespolona, $s = j\omega$.

Równanie (4.2) możemy zapisać w formie uproszczonej:

$$Z(s)\,X(s) = F(s) \tag{4.3}$$

Wielkość Z(s) jest nazywana *sztywnością dynamiczną*:

$$Z(s) = \frac{F(s)}{X(s)} \tag{4.4}$$

W praktycznych zastosowaniach analizy układów mechanicznych stosuje się odwrotność sztywności dynamicznej H(s) zwaną *podatnością dynamiczną*:

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} \tag{4.5}$$

Podatność dynamiczną układu o jednym stopniu swobody w oparciu o równanie (4.2) można zapisać jako funkcję poszczególnych parametrów układu:

$$H(s) = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}} \tag{4.6}$$

Pojęciami ściśle związanymi z analizą modalną są *bieguny układu*; zawierają one w sobie dwa składniki: częstości własne i współczynniki tłumienia. Mianownik z zależności (4.6) nazywany jest *równaniem charakterystycznym*. Bieguny układu są definiowane jako pierwiastki równania charakterystycznego i dla równania (4.6) mają one postać:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \tag{4.7}$$

Na podstawie równania (4.7) jesteśmy w stanie zdefiniować szereg często stosowanych w analizie modalnej pojęć. Wśród nich wyróżniamy pojęcie *częstości własnej nietłumionej* (dla c = 0) opisane zależnością:

$$\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{4.8}$$

W teorii drgań układów mechanicznych rozróżnia się trzy przypadki ruchu układów o jednym stopniu swobody: tłumienie krytyczne, nadkrytyczne i podkrytyczne. Występowanie jednego z tych przypadków zależy od wartości Δ dla równania charakterystycznego. Jeśli $\Delta = 0$, to rozpatrujemy układ z tłumieniem

krytycznym, które objawia się jedną oscylacją w ruchu swobodnym. Z warunku $\Delta = 0$ wyznacza się *współczynnik tłumienia krytycznego* c_k:

$$c_k = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{4.9}$$

W analizie modalnej do oceny wielkości tłumienia w układzie stosuje się bezwymiarowy współczynnik tłumienia ξ wyrażony zależnością (4.10). Bardzo często wartość bezwymiarowego współczynnika tłumienia podaje się w procentach.

$$\xi = \frac{c}{c_k} \tag{4.10}$$

Jeżeli $\Delta > 0$, tłumienie w układzie jest *nadkrytyczne* i ruch swobodny odbywa się bez oscylacji. Współczynnik ξ w tym przypadku posiada wartość większą od 1.

Jeżeli $\Delta < 0$, tłumienie w układzie jest *podkrytyczne* i ruch swobodny ma charakter oscylacyjny. Współczynnik ξ w tym przypadku nie przekracza wartości 0,1.

Rozwiązanie równania ruchu (4.1) dla przypadku ruchu swobodnego przyjmuje postać:

$$x(t) = x_1 e^{\lambda_1 t} + x_2 e^{\lambda_2 t} \tag{4.11}$$

gdzie:

λ_1, λ_2 – pierwiastki równania charakterystycznego.

W przypadku tłumienia podkrytycznego pierwiastki te są zespolone i mają następujące postacie:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \delta_1 + j\omega_1 \\ \lambda_2 &= \delta_2 + j\omega_2 \end{aligned} \tag{4.12}$$

gdzie:

δ_1 – współczynnik tłumienia odniesiony do częstości drgań własnych nietłumionych,

ω_1 – częstość drgań własnych nietłumionych.

Wprowadzając do zależności (4.12) uprzednio zdefiniowane wielkości otrzymamy:

$$\lambda_1 = \left(-\xi_1 + j\sqrt{1-\xi_1^2}\right)\Omega_1 \tag{4.13}$$

Bezwymiarowy współczynnik tłumienia wyraża zależność:

$$\xi_1 = \frac{\delta_1}{\sqrt{\omega_1^2 + \delta_1^2}} \tag{4.14}$$

Związek pomiędzy współczynnikiem tłumienia δ_l a bezwymiarowym współczynnikiem tłumienia ξ_l wyrażony został w poniższej postaci:

$$\delta_l = -\xi_l \Omega_l \tag{4.15}$$

Częstość drgań własnych nietłumionych wyrażamy zależnością:

$$\Omega_l = \sqrt{\omega_l^2 + \delta_l^2} \tag{4.16}$$

Bardzo często w analizie modalnej stosuje się pojęcie reszty modalnej. W celu jej zdefiniowania należy przekształcić równanie (4.6) i zapisać w postaci iloczynowej:

$$H(s) = \frac{\frac{1}{m}}{(s-\lambda_l)(s-\lambda_l^*)} \tag{4.17}$$

Po dokonaniu rozkładu na ułamki proste zależności (4.17) otrzymujemy równanie:

$$H(s) = \frac{A_l}{(s-\lambda_l)} + \frac{A_l^*}{(s-\lambda_l^*)} \tag{4.18}$$

gdzie:

A_l – reszta modalna określona wzorem:

$$A_l = \frac{\frac{1}{m}}{2j\omega_l} \tag{4.19}$$

Analogicznie wyznacza się te wielkości dla układów o wielu stopniach swobody [30,31,36,37,39,46,47,65,69,72,85,86,89].

W trakcie empirycznych badań stanowiskowych silnika opracowano jego model matematyczny jako równanie różniczkowe ruchu drgającego układu o jednym stopniu swobody, przedstawionego zależnością (4.1). Masę m silnika spalinowego potrzebną do równania uzyskano z dokumentacji technicznej dołączonej do silnika. Współczynnik sztywności k wyznaczono z przekształcenia równania (4.9) i zapisano w postaci ogólnej:

$$k = m \cdot \omega_{nr}^2 \tag{4.20}$$

gdzie:

m – masa silnika, ω_{nr} – r ta częstość drgań własnych,

Wartości częstości własnych wyznaczono na podstawie diagramów stabilizacyjnych uzyskanych programem VIOMA przy zastosowaniu metody LSCE.

Wartość współczynnika tłumienia c wyznaczono po przekształceniu równania 4.10 i zapisano w postaci ogólnej:

$$c = 2 \cdot m \cdot \omega_{nr} \tag{4.21}$$

Na podstawie tych zależności w dalszej części pracy wyprowadzono równania różniczkowe ruchu silnika dla częstości własnych uzyskanych dzięki zastosowaniu eksploatacyjnej analizy modalnej.

W zastosowaniu eksperymentalnej analizy modalnej do identyfikacji parametrów modalnych badanego obiektu w trakcie badań wyznacza się parametry modalne na podstawie pomiaru charakterystyk częstościowych zmierzonych na obiekcie w trakcie eksperymentu, polegającego na sterowanym wymuszeniu drgań układu i pomiarze odpowiedzi w postaci widma przyśpieszenia drgań. Na podstawie znajomości wymuszenia i widma dokonuje się identyfikacji przebiegu charakterystyk częstościowych badanego układu. Przy pomocy takich metod realizowanych w dziedzinie częstości, jesteśmy w stanie wyznaczyć parametry modalne układu w otoczeniu pojedynczej częstości własnej lub w wybranym paśmie częstości zawierającym więcej jak jedną częstość własną. Dla wielu konstrukcji w warunkach eksploatacji działają na układ zupełnie inne siły wymuszające, które co do charakteru przebiegu czasowego, rozkładu przestrzennego i amplitudy nie mogą być realizowane w warunkach laboratoryjnych. Podobnie dla warunków brzegowych, które w trakcie eksperymentu zależą od możliwości zamocowania obiektu na stanowisku badawczym, różnią się one od warunków występujących w czasie eksploatacji. W praktycznych zastosowaniach realizacji badań modalnych obiektów, badany układ jest zbyt duży i posiada zbyt dużą masę, aby można było wymusić odpowiednią amplitudę ruchu w warunkach eksperymentu czynnego. Wymienione ograniczenia są minimalizowane poprzez zastosowanie metod eksploatacyjnej analizy modalnej realizowanej na podstawie pomiarów przeprowadzonych w trakcie normalnej pracy obiektu.

Eksploatacyjna analiza modalna opiera się jedynie na pomiarze odpowiedzi układu i może być stosowana w badaniu dynamiki konstrukcji mechanicznych, stanowiąc rozwiązanie dla problemu identyfikacji obiektów, której nie można przeprowadzić klasycznymi metodami analizy modalnej. Do głównych zalet w zastosowaniu eksploatacyjnej analizy modalnej do identyfikacji parametrów modalnych układów należą:

- umożliwia analizę konstrukcji, dla których niemożliwy jest do zastosowania eksperyment laboratoryjny,
- zidentyfikowany model modalny konstrukcji lepiej modeluje rzeczywistą konstrukcję, gdyż wymuszenia są rzeczywistymi wymuszeniami występującymi w trakcie eksploatacji,
- metoda daje dobre przybliżenie dla układów nieliniowych,
- uzyskano znaczne zmniejszenie kosztów przeprowadzenia identyfikacji parametrów modalnych.

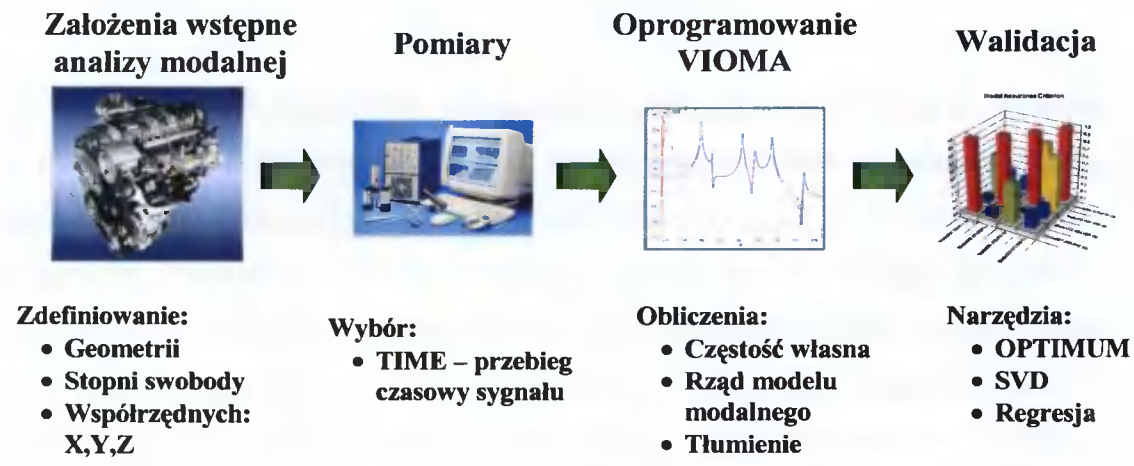
Zachowanie warunków wymuszenia, warunków brzegowych oraz rozkładu obciążeń charakterystycznych dla eksploatacji badanego obiektu jest wielką zaletą w stosowaniu tej metody identyfikacji parametrów modalnych. Metody identyfikacji oparte o pomiar odpowiedzi układu możemy podzielić na trzy podstawowe grupy:

- metody realizowane na bazie korelacji własnej i wzajemnej sygnałów,
- metody realizowane na bazie funkcji autoregresji dla sygnałów odpowiedzi,
- metody realizowane w podprzestrzeni stochastycznej.

W eksploatacyjnej analizie modalnej do identyfikacji obiektów jako najbardziej rozpowszechnione metody stosuje się [65,67,68,71,72,86,89]:

- LSCE (Least Squares Complex Exponential), oparta na pomiarach korelacji własne i korelacji wzajemnej sygnałów odpowiedzi;
- BR (Balanced Realisation), wyznaczane z pomocą funkcji autoregresji sygnałów odpowiedzi;
- CVA (Canonical Variate Analysis), realizowana w podprzestrzeni stochastycznej.

Przedstawione powyżej metody identyfikacji parametrów modalnych stosuje się do identyfikacji obiektów mechanicznych o złożonej dynamice, zostaną szczegółowo przedstawione w kolejnych rozdziałach pracy. Na rysunku 4.5 przedstawiony został schemat ideowy przeprowadzenia testów modalnych dla dowolnego badanego obiektu.



Rys.4.5. Idea przeprowadzenia testów modalnych badanego obiektu

Eksperyment modalny zgodnie z rysunkiem 4.5 składa się z czterech głównych etapów, dzięki którym uzyskane zostają wyniki badań modalnych:

- założenia wstępne eksperymentu, w trakcie których zdefiniowany zostaje układ pomiarowy - ilości stopni swobody, współrzędnych głównych, rozmieszczenie oraz ilość punktów referencyjnych i pomiarowych,
- pomiary,
- analiza otrzymanych wyników – estymacja parametrów modelu modalnego,
- walidacja – działania przy użyciu specjalistycznych narzędzi i procedur, mające potwierdzić i zweryfikować otrzymane wyniki zgodnie z założeniami pracy.

Stosowanie takiej kolejności prowadzenia testu modalnego wyklucza powstawanie niezamierzonych błędów. Do analizy wyników pomiarowych silnika spalinowego metodami eksploatacyjnej analizy modalnej wykorzystana zostanie metoda LSCE estymacji parametrów modelu modalnego. Algorytm LSCE składa się z dwóch kroków: w pierwszym zidentyfikowane zostają bieguny układu, w drugim na ich podstawie estymowane są postacie drgań własnych układu.

4.3. Metoda LSCE identyfikacji modeli modalnych

Metoda LSCE identyfikacji parametrów modalnych stosowana jest dla układów o wielu stopniach swobody, umożliwia estymację parametrów globalnych układu, zarówno bieguny układu jak i postacie drgań własnych [65,67,71,72]. Jest to jedna z najczęściej stosowanych w praktyce analizy modalnej metod estymacji parametrów modalnych. Za pomocą tej metody aproksymuje się przebiegi funkcji korelacji sumą zanikających wykładniczo funkcji harmonicznych. Metoda ta stosowana jest do odpowiedzi impulsowej układu i jest dobrze znaną techniką w klasycznej eksperymentalnej analizie modalnej dającą estymatory globalne biegunów układu.

Można udowodnić, że funkcja korelacji wzajemnej może być wykorzystana w identyfikacji parametrów modelu modalnego w sposób identyczny jak odpowiedź impulsowa układu. W tym celu rozważono równanie dynamiczne ruchu układu w postaci [65,67,71,72]:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F(t) \tag{4.22}$$

gdzie:

M,C,K – macierze: mas, tłumienia i sztywności, $\ddot{x}, \dot{x}, x$ - wektory przyspieszeń, prędkości i przemieszczeń, F(t) - wektor sił wymuszających.

Równanie (4.22) przekształcono do współrzędnych głównych, stosując transformację w postaci:

$$x(t) = \Psi q(t) = \sum_{r=1}^{n} \Psi_r q_r(t) \tag{4.23}$$

gdzie:

Ψ – macierz modalną, której kolumny są postaciami drgań własnych odpowiadających danej częstości własnej, q_r – współrzędna główna (zwana modalną).

Przy założeniu, że tłumienie jest małe lub proporcjonalne po podstawieniu zależności (4.23) do równania (4.22) i pomnożeniu przez Ψ^T otrzymano rozprzężony układ równań w postaci:

$$\ddot{q}_r(t) + 2\xi_r\omega_{nr}\dot{q}(t) + \omega_{nr}^2 q_r(t) = \frac{1}{m_r}\Psi_r^T f(t) \tag{4.24}$$

gdzie:

ω_{nr} – r ta częstość drgań własnych, ξ_r – modalny współczynnikiem tłumienia dla r tej postaci drgań, m_r – masa modalną.

Rozwiązanie równania (4.24) przy założeniu zerowych warunków początkowych dla dowolnego wymuszenia, można zapisać w postaci splotu:

$$q_r(t) = \int_{-\infty}^{t} \psi_r^T f(\tau) g_r(t-\tau) d\tau \qquad (4.25)$$

gdzie:

$$g_r(t) = 0 \quad \text{dla} \quad t < 0; g_r(t) = \frac{1}{m_r \omega_{rd}} \exp(-\xi_r \omega_{nr} t) \sin \omega_{nr} t \quad \text{dla} \quad t \geq 0$$

$\omega_{rd} = \omega_{nr}(1-\xi_r^2)^{\frac{1}{2}}$ - częstość drgań własnych tłumionych.

Wykorzystując rozwiązanie (4.25) dla współrzędnych modalnych do wyznaczenia rozwiązania we współrzędnych uogólnionych x(t) uzyskano zależność:

$$x(t) = \sum_{r=1}^{n} \psi_r \int_{-\infty}^{t} \psi_r^T f(\tau) g_r(t-\tau) d\tau \qquad (4.26)$$

gdzie:

n – liczba postaci drgań uwzględnianych w rozwiązaniu.

Równanie (4.26) dla pojedynczego wyjścia i jednego wymuszenia w punkcie k ma postać:

$$x_{ik}(t) = \sum_{r=1}^{n} \Psi_{ir} \Psi_{kr} \int_{-\infty}^{t} f_k(\tau) g_r(t-\tau) d\tau \qquad (4.27)$$

gdzie:

Ψ_{ir} – i-ta składowa r tej postaci drgań.

Odpowiedź impulsowa wywołana przyłożeniem impulsu Diraca w punkcie k mierzona jako odpowiedź w punkcie i ma postać:

$$x_{ik}(t) = \sum_{r=1}^{n} \frac{\Psi_{ir} \Psi_{kr}}{m_r \omega_{dr}} \exp(-\xi_r \omega_{nr} t) \sin(\omega_{rd} t) \qquad (4.28)$$

Funkcja korelacji wzajemnej wyznaczona dla dwóch sygnałów odpowiedzi w punkcie i i j wywołanych wymuszeniem w postaci białego szumu przyłożonego w punkcie k wyrażono zależnością:

$$R_{ijk}(T) = E_o[x_{ik}(t+T) x_{ik}(t)] \qquad (4.29)$$

gdzie:

E_o – operator wartości oczekiwanej.

Podstawiając rozwiązanie w postaci (4.27) do definicji korelacji wzajemnej danej wzorem (4.29) oraz przyjmując, że wymuszenie jest białym szumem dla którego funkcja korelacji jest stałą α_k pomnożoną przez deltę Diraca $\delta(t)$, otrzymamy funkcję korelacji w postaci:

$$R_{ijk}(T) = \sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}\alpha_k \Psi_{ir}\Psi_{kr}\Psi_{js}\Psi_{ks}\int_0^{\infty} g_r(\lambda+T)g_s(\lambda)d\lambda \qquad (4.30)$$

gdzie:

$\lambda = t - \tau$ oraz zmieniono granice całkowania ze względu na postać funkcji g i przyczynowość układu.

Wykorzystując definicję funkcji g przedstawioną wzorem (4.25) oraz rozróżniając człony zależne od T i λ otrzymano:

$$\begin{aligned} g_r(\lambda+T) &= [\exp(\xi_r\omega_{rn}T)\cos(\omega_{rd}T)]\frac{\exp(\xi_r\omega_{rn}\lambda)\sin(\omega_{rd}\lambda)}{m_r\omega_{rd}} \\ &+ [\exp(\xi_r\omega_{rn}T)\sin(\omega_{rd}T)]\frac{\exp(\xi_r\omega_{rn}\lambda)\cos(\omega_{rd}\lambda)}{m_r\omega_{rd}} \end{aligned} \qquad (4.31)$$

Podstawiając zależność (4.31) oraz analogiczną zależność dla $g_s(\lambda)$ do wzoru na funkcje korelacji wzajemnej (4.30) otrzymano następujące równanie korelacji:

$$R_{ijk}(T) = \sum_{r=1}^{n}[A_{ijkr}\exp(-\xi_r\omega_{nr}T)\cos(\omega_{rd}T) + B_{ijkr}\exp(-\xi_r\omega_{nr}T)\sin(\omega_{rd}T) \qquad (4.32)$$

gdzie:

A_{ijkr}, B_{ijkr} – niezależne od T funkcje parametrów modelu modalnego,

$$\begin{Bmatrix} A_{ijkr} \\ B_{ijkr} \end{Bmatrix} = \sum_{s=1}^{n}\frac{\alpha_k\Psi_{ir}\Psi_{kr}\Psi_{js}\Psi_{ks}}{m_r\omega_{rd}m_s\omega_{sd}}\int_0^{\infty}\exp(-\xi_r\omega_{nr}-\xi_s\omega_{ns})\lambda\sin(\omega_{sd}\lambda)\begin{Bmatrix}\sin(\omega_{sd}\lambda)\\ \cos(\omega_{sd}\lambda)\end{Bmatrix}d\lambda \qquad (4.33)$$

Zależność (4.32) pokazuje występujący związek pomiędzy funkcją korelacji wzajemnej, która ma postać sumy wykładniczo zanikających funkcji harmonicznych, a impulsową funkcją przejścia stosowaną w klasycznej analizie modalnej do identyfikacji parametrów modeli modalnych.

Dla bezpośredniego wykorzystania tak przedstawionej funkcji korelacji do analizy modalnej przekształcono zależność (4.32) do postaci:

$$R_{ij}(T) = \sum_{r=1}^{n}\frac{\Psi_{ir}g_{jr}}{m_r\omega_{rd}}\exp(-\xi_r\omega_{nr}T)\sin(\omega_{rd}T+\vartheta_r) \qquad (4.34)$$

gdzie:

ϑ_r - nowy kąt przesunięcia fazowego, G_{jr} – stała spełniające poniższe wzory:

$$\tan(\vartheta_r) = \frac{I_{rs}}{J_{rs}}$$
$$I_{rs} = 2\omega_{rd}(\xi_r\omega_{nr} + \xi_s\omega_{ns})$$
$$J_{rs} = (\omega_{sd}^2 - \omega_{rd}^2) + (\xi_r\omega_{nr} + \xi_s\omega_{ns})^2 \qquad (4.35)$$
$$\beta_{jkrs} = \frac{\alpha_k \Psi_{kr} \Psi_{js} \Psi_{ks}}{m_s}$$
$$G_{jr} = \frac{\Psi_{ir}}{m_r\omega_{rd}} \sum_{s=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} \beta_{jkrs}(I_{rs}^2 + J_{rs}^2)^{-\frac{1}{2}}$$

Metoda LSCE identyfikacji parametrów modelu modalnego jest metodą realizowaną w dziedzinie czasu, dającą globalne oszacowanie parametrów modelu w postaci częstości własnych i modalnych współczynników tłumienia [1,2,3,15,18,28,54,77]. Metodę LSCE zastosowano w pracy do przeprowadzenia analizy otrzymanych wyników pomiarowych. Metoda LSCE zaimplementowano w programie VIOMA (Virtual In Operational Modal Analysis), który stanowi zestaw funkcji opartych o środowisko obliczeniowe Matlab, służące jako specjalistyczne narzędzie do rozwiązywania zagadnień analizy modalnej.

4.4. MAC, COMAC

Weryfikacja i optymalizacja modeli modalnych zbudowanych na bazie przeprowadzonych badań doświadczalnych zalicza się do podstawowych zagadnień identyfikacji.

Pierwszym podstawowym kryterium weryfikacji modeli powinno być porównywanie modeli obiektów mechanicznych poprzez porównywanie ich częstości własnych. Dobre rezultaty w ocenie zgodności modeli eksperymentalnych z analitycznymi uzyskuje się poprzez porównanie charakterystyk częstościowych zmierzonych z obliczonymi. Obie metody wizualnego porównywania modeli nie wymagają dopasowania liczby stopni swobody [65].

Kolejnym kryterium badania korelacji między modelami jest wizualne porównanie postaci drgań. Celem porównania jest ustalenie par postaci drgań odpowiadających sobie. Matematycznym zapisem tego typu porównania jest współczynnik MAC (Modal Assurance Criterion).

Współczynnik MAC w badaniach modalnych stosujemy do porównywania zbiorów postaci drgań, jak też do badania występujących zależności pomiędzy

zidentyfikowanymi postaciami drgań. Oznacza to eliminowanie tych postaci drgań związanych z tym samym biegunem, a które zostały zidentyfikowane poprzez błąd stosowanej metody. Wartość współczynnika MAC, którego wartość zawiera się w przedziale [0,1], w przypadku badania zgodności modeli modalnych analitycznych i doświadczalnych definiuje się jako:

$$MAC^{e-a}(i,j) = \frac{\left|\left(\Psi_i^{aT}\Psi_j^{e}\right)\right|^2}{\left(\Psi_i^{aT}\Psi_i\right)\left(\Psi_j^{eT}\Psi_j\right)} \tag{4.36}$$

Jeżeli współczynnik MAC dla postaci modalnych analitycznych i = 1,..,N^a_m i doświadczalnych j = 1,..,N^e_m jest równy jeden, to wektory te są estymatorami tej samej postaci drgań – wynika to z warunków ortogonalności postaci drgań. Wartość współczynnika MAC = 0 wskazuje na brak korelacji. W praktyce badań modalnych przy badaniu korelacji modeli obiektów rzeczywistych buduje się macierz MAC(i,j), w której elementy na przekątnej stanowią miarę zgodności modeli.

Uważa się, że występuje dobra zgodność, jeżeli współczynnik MAC osiągnie wartość większą od 0,8 [65,72]. Współczynnik MAC może być również wyznaczony dla poszczególnych stopni swobody, nazywa się on wówczas COMAC (Coordinate Modal Assurance Criterion). Współczynnik COMAC dla k – tego stopnia swobody oblicza się ze wzoru:

$$COMAC(k) = \frac{\left(\sum_{i=1,N_m^e} \Psi_i^a(k)\Psi_i^e(k)\right)^2}{\left(\sum_{i=1,N_m^e} \Psi_i^a(k)^2\right)\left(\sum_{i=1,N_m^e} \Psi_i^e(k)^2\right)} \tag{4.37}$$

gdzie:

Ψ_i^a oraz Ψ_i^e są odpowiadającymi sobie wektorami modalnymi.

Współczynnik COMAC jest miarą zgodności modeli dla danego k – tego stopnia swobody lub czasami obszaru dla rozważanych częstości własnych. Należy zwrócić uwagę, że wartość tego współczynnika jest bardzo czuła na błędy w skalowaniu postaci modalnych.

4.5. Model modalny silnika spalinowego

Do rozwiązania problemu diagnozowania stanu silników spalinowych przy zastosowaniu eksploatacyjnej analizy modalnej niezbędnym staje się określenie modelu modalnego silnika. Rozwiązanie tego problemu wiąże się z zastosowaniem podatności dynamicznej do identyfikacji złożonych wielowymiarowych układów mechanicznych. W celu wyznaczenia tego zagadnienia należy rozpatrzyć układ mechaniczny opisany równaniem ruchu (4.22). Macierz podatności dynamicznej określona została dla układu o ruchu ustalonym. Stosując zapis funkcji harmonicznej wymuszającej ruch układu w postaci liczb zespolonych $F = F_0 e^{j\omega t}$, znajduje swoje uzasadnienie zapis równania (4.22) w postaci [19,30,45,53,54,62,64,65,77] :

$$\overline{X} = \overline{X}_0 e^{j\omega t} \tag{4.38}$$

gdzie:

$\overline{X}_0$ – amplituda ruchu dla rozważanego układu.

Stosując zależność (4.38) do zależności (4.22) uzyskujemy:

$$D(\omega)\overline{X}_0 = P_0 \tag{4.39}$$

a po przekształceniach otrzymamy zależność w następującej postaci odwrotnej:

$$\overline{X}_0 = A(\omega)P_0 \tag{4.40}$$

gdzie:

$D(\omega)$ – macierz sztywności dynamicznej, $A(\omega)$ – macierz podatności dynamicznej.

Pomiędzy macierzami $D(\omega)$ i $A(\omega)$ istnieje prosta zależność w postaci:

$$D(\omega) = A^{-1}(\omega) \tag{4.41}$$

Dla tak wyznaczonej macierzy podatności dynamicznej $A(\omega)$ rozpatrywanego układu mechanicznego opisanego równaniem (4.22) przedstawiono zapis parametryczny układu w postaci:

$$A(\omega) = [K - \omega^2 M + j\omega C]^{-1} \tag{4.42}$$

Każdy element rozpatrywanej macierzy podatności przedstawiony jest wielkością zespoloną zależną od układu mechanicznego i posiada prostą interpretację fizyczną. Element macierzy podatności dynamicznej układu a_{ij} (i – numer wiersza, j – numer kolumny) przedstawia zespolone wartości amplitudy przemieszczenia i – tej masy skupionej układu dyskretnego, wywołanej siłą harmoniczną o amplitudzie jednostkowej i częstości ω, przyłożoną w j – ej masie rozważanego układu.

Znając elementy składowe macierzy podatności można estymować wartości parametrów modeli przy zastosowaniu różnych metod ich estymacji. Jedna z metod wymaga danych z pomiaru w postaci części rzeczywistej i urojonej elementów macierzy sztywności dla dwóch różnych częstości ω_1 , ω_2. Dla takich częstości równanie (4.42) wyrażone będzie w postaci układu równań:

$$K - \omega_1^2 M + j\omega_1 C = D(\omega_1),$$
$$K - \omega_2^2 M + j\omega_2 C = D(\omega_2). \qquad (4.43)$$

Każdą zależność przedstawioną w postaci zależności (4.43) można rozpisać oddzielnie dla części rzeczywistej i urojonej według zależności:

$$K - \omega_1^2 M = \mathrm{Re}\,\{D(\omega_1)\}, \qquad K - \omega_2^2 M = \mathrm{Re}\,\{D(\omega_2)\},$$
$$\omega_1 C = \mathrm{Im}\,\{D(\omega_1)\}, \qquad \omega_2 C = \mathrm{Im}\,\{D(\omega_2)\}, \qquad (4.44)$$

Dla takiego układu równań, dokonujemy wyznaczanie estymat parametrów modelu, za pomocą zależności:

$$K = \mathrm{Re}\,\{D(\omega_1)\} + \omega_1^2 M,$$

lub analogicznie dla ω_2 w postaci:

$$K = \mathrm{Re}\,\{D(\omega_2)\} + \omega_2^2 M,$$

$$M = \frac{\mathrm{Re}\{D(\omega_1)\} - \mathrm{Re}\{D(\omega_2)\}}{\omega_2^2 - \omega_1^2}, \quad C = \frac{\mathrm{Im}\{D(\omega_1)\}}{\omega_1},$$

lub analogicznie dla ω_2 w postaci:

$$C = \frac{\mathrm{Im}\{D(\omega_2)\}}{\omega_2}. \qquad (4.45)$$

Analizując powyższe zależności można stwierdzić, iż do określenia parametrów macierzy mas i sztywności należy zastosować pomiar części rzeczywistej macierzy podatności, a wyznaczając elementy macierzy tłumienia niezbędny jest pomiar części urojonej macierzy podatności.

Inną metodą estymacji parametrów modelu modalnego, jest metoda w której każdy element sztywności dynamicznej można przedstawić w postaci [61,78,80]:

$$d_{ij}(\omega) = k_{ij} - \omega^2 m_{ij} + j\omega\alpha_{ij} \qquad (4.46)$$

gdzie:

d_{ij} – element macierzy sztywności dynamicznej leżący na przecięciu i – tego wiersza i j – tej kolumny, k_{ij}, m_{ij}, α_{ij} – elementy macierzy sztywności, mas, tłumienia w układzie i,j = 1,2,…,n.

Uwzględniając symetryczny układ parametrów macierzy układu mechanicznego, w celu przeprowadzenia identyfikacji należy wyznaczyć $\frac{3n(n+1)}{2}$ parametrów. Do teoretycznego wyznaczenia wielkości k_{ij}, m_{ij}, α_{ij} należy znać elementy macierzy podatności dynamicznej dla trzech częstości $\omega = (\omega_1\ \omega_2\ \omega_3)$. Podstawiając do zależności (4.46) wyniki otrzymane z eksperymentu, otrzymamy układ równań, w których szukanymi wielkościami są współczynniki k_{ij}, m_{ij}, α_{ij}. Należy przyjąć założenie, iż w tej metodzie wyniki nie obarczone są wcale błędami pomiarowymi, ale w praktyce prowadzenia badań nie jesteśmy w stanie ich uniknąć. W związku z tym założeniem w pomiarach stosuje się pomiar większej liczby częstości, a do analizy wyników stosuje się metodę analizy regresji. Dane pomiarowe wykorzystuje się w postaci kwadratu modułu przebiegu sztywności dynamicznej, którego pomiar jest znacznie prostszy od pomiaru sztywności dynamicznej w postaci zespolonej. Dla takiego przypadku rozwiązania zagadnienia wystarczy dokonać pomiaru amplitudy siły wymuszającej przyłożonej do i-tej masy oraz dokonać pomiaru amplitudy przemieszczeń j – tej masy układu. W wyniku tych pomiarów uzyskamy macierz w następującej postaci:

$$D^*(\omega) = \begin{bmatrix} C_{11}(\omega), & C_{12}(\omega), & ..., & C_{1n}(\omega) \\ C_{21}(\omega), & ... & ... & ... \\ \vdots & & & \\ C_{n1}(\omega), & C_{n2}(\omega), & ... & ... \end{bmatrix}, \qquad (4.47)$$

gdzie:

$C_{ij} = \frac{X_{ij}(\omega)}{F_{0i}(\omega)}$, X_{ij} – amplituda przemieszczenia j – tej masy, F_{0i} – amplituda siły wymuszającej przyłożonej w i – tej masie skupionej.

Każdy element macierzy sztywności $d_{ij}(\omega)$ określamy na podstawie zależności:

$$d_{ij}(\omega) = \frac{\Delta_{ij}(\omega)}{\Delta(\omega)} \qquad (4.48)$$

gdzie:

$\Delta(\omega)$ - wyznacznik macierzy $D^*(\omega)$, $\Delta_{ij}(\omega)$ - podwyznacznik macierzy $D^*(\omega)$, który powstaje poprzez odrzucenie i –tego wiersza i j – tej kolumny.

Po zastosowaniu metody analizy regresji przekształcamy równanie (4.46) do postaci:

$$\left|d_{ij}(\omega)\right|^2 = \left|k_{ij} - \omega^2 m_{ij} + j\omega k_{ij}\right|^2 = k_{ij}^2 + (\alpha_{ij} - 2k_{ij}m_{ij})\omega^2 + m_{ij}\omega^4 \qquad (4.49)$$

Dla uproszczenia przyjęto następujące oznaczenia:

$$A^{ij} = \left|d_{ij}(\omega)\right|^2, \quad b_0^{ij} = k_{ij}, \quad b_1^{ij} = \alpha_{ij} - 2k_{ij}m_{ij}, \quad b_2^{ij} = m_{ij}^2 \qquad (4.50)$$

Stosując powyższe uproszczenia uzyskamy równanie (3.49) w następującej postaci równania regresji:

$$A^{ij} = b_0^{ij} + b_1^{ij}\omega^2 + b_2^{ij}\omega^4 \qquad (4.51)$$

W celach ułatwienia wykonania analizy regresji metodami komputerowymi, wprowadzone zostały wzory do wyznaczenia parametrów k_{ij}, m_{ij}, α_{ij}, na podstawie kryterium minimum sumy najmniejszych kwadratów w następujących postaciach:

$$k_{ij} = \sqrt{\frac{\sum A_n^{ij}\sum\omega_n^4\sum\omega_n^8 + \sum\omega_n^2\sum\omega_n^6\sum A_n^{ij}\omega_n^4 + \sum\omega_n^4\sum\omega_n^6\sum A_n^{ij}\omega_n^2 - \sum A_n^{ij}\omega_n^4\left(\sum\omega_n^4\right)^2 - \sum A_n^{ij}\left(\sum\omega_n^6\right)^2\sum\omega_n^8\sum\omega_n^2\sum A_n^{ij}\omega^2}{N\sum\omega_n^4\sum\omega_n^8 + 2\sum\omega_n^2\sum\omega_n^6\sum\omega_n^4 - \left(\sum\omega_n^4\right)^3 - N\left(\sum\omega_n^6\right)^2 - \left(\sum\omega_n^2\right)^2\sum\omega_n^8}} \qquad (4.52)$$

$$m_{ij} = \sqrt{\frac{N_p\sum\omega_n^4\sum A_n^{ij}\omega_n^4 + \sum\omega_n^2\sum A_n^{ij}\omega_n^2\sum\omega_n^4 + \sum A_n^{ij}\sum\omega_n^2\sum\omega_n^6 - \left(\sum\omega_n^4\right)^2\sum A_n^{ij} - N\sum\omega_n^6\sum A_n^{ij}\omega_n^2 - \sum A_n^{ij}\omega_n^4\left(\sum\omega_n^2\right)^2}{N\sum\omega_n^4\sum\omega_n^8 + 2\sum\omega_n^2\sum\omega_n^4\sum\omega_n^6 - \left(\sum\omega_n^4\right)^3 - N\left(\sum\omega_n^6\right)^2 - \left(\sum\omega_n^2\right)^2\sum\omega_n^8}} \qquad (4.53)$$

gdzie:

N_p – liczba wykonanych pomiarów.

Często zdarza się, że elementy masowe m_{ij} dla $i \neq j$ mają wartości równe zeru, stąd macierz mas jest diagonalna – wynika to z faktu, że dla układów mechanicznych budujemy modele dyskretne o szeregowej strukturze.

Współczynnik tłumienia α_{ij} – wyrażony jest zależnością:

$$\alpha_{ij} = \sqrt{\frac{N_p\sum A_n^{ij}\omega_n^2\sum\omega_n^8 + \sum A_n^{ij}\sum\omega_n^6\sum\omega_n^4 + \sum\omega_n^4\sum\omega_n^2\sum A_n^{ij}\omega_n^4 - \left(\sum\omega_n^4\right)^2\sum A_n^{ij}\omega_n^2 - \sum A_n^{ij}\omega_n^4\sum\omega_n^6 N - \sum\omega_n^8\sum\omega_n^2\sum A_n^{ij} + 2k_{ij}m_{ij}}{N\sum\omega_n^4\sum\omega_n^8 + 2\sum\omega_n^2\sum\omega_n^6\sum\omega_n^4 - \left(\sum\omega_n^4\right)^3 - N\left(\sum\omega_n^6\right)^2 - \left(\sum\omega_n^2\right)^2\sum\omega_n^8}} \qquad (4.54)$$

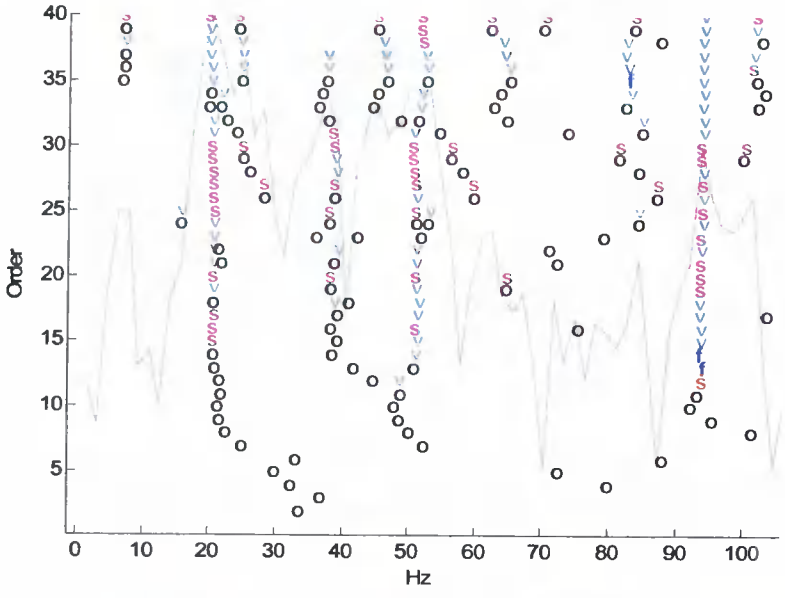
Jak widać z zależności (4.54) współczynnik tłumienia α_{ij} wyznaczymy dopiero po wyznaczeniu współczynników mas i sprężystości.

Przedstawiona metoda jest oparta o znajomość modelu funkcjonalnego i stanowi jedną z podstawowych metod identyfikacji parametrów, ze względu na efektywność i łatwość prowadzonych obliczeń oraz możliwość wyboru struktury modelu. Duży wpływ na dokładność tej metody ma wybór odpowiednich punktów pomiarowych w układzie mechanicznym. Zastosowanie do identyfikacji podatności lub sztywności dynamicznej wskazuje na dużą wrażliwość na zmiany parametrów w zakresie rezonansu, co z punktu widzenia dokładności procesu obliczeń staje się

istotne poprzez uwzględnienie wszystkich rezonansów w badanym zakresie, przy wyborze punktów charakterystyki, na podstawie której dokonujemy estymacji [61,78,80].

W oparciu o dotychczasowe rozważania teoretyczne dla potrzeb tej pracy opracowano model modalny silnika. Praca ma ocenić przydatność analizy modalnej w diagnozowaniu stanu technicznego silnika, zatem za model analityczny silnika w stanie zdatności na potrzeby tej pracy posłuży model modalny uzyskany dzięki eksperymentalnej analizie modalnej. Następnie porównano ten model z wynikami uzyskanymi dla stanu zdatności metodami eksploatacyjnej analizy modalnej stosując współczynnik MAC jako kryterium oceny zgodności modeli (opisana w rozdziale 4.4) [34,36,59,60,61].

Diagram stabilizacyjny oraz wyznaczony model modalny uzyskany w eksperymentalnej analizie modalnej dla silnika w stanie zdatności wyznaczono pakietem VIOMA, który szczegółowo omówiony został w rozdziale 5.5. Diagram stabilizacyjny dla silnika w stanie zdatności przedstawiono na rysunku 4.6.



4.6. Diagram stabilizacyjny dla silnika a stanie zdatności uzyskany eksperymentalną analizą modalną

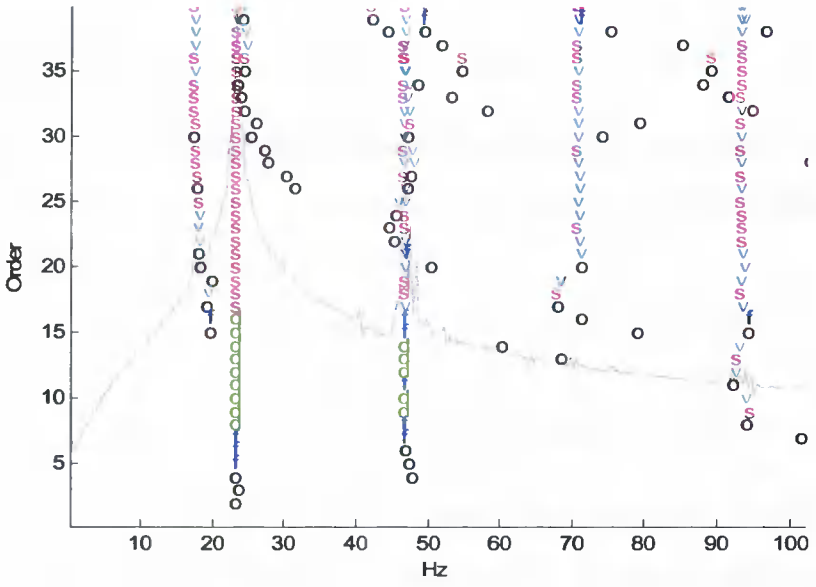
Dzięki diagramom stabilizacyjnym wyznaczone zostają wartości częstości własnych, rząd modelu modalnego oraz wartości współczynników tłumienia modalnego dla danej częstości. Na diagramie stabilizacyjnym dodatkowo naniesiono widmo sygnału, które wspomaga wnioskowanie, gdyż jeśli na diagramie uzyskano pionowe uszeregowanie wielkości opisujących bieguny modalne pokrywające się z

wartością maksymalną widma, to zidentyfikowana częstość dla danej wartości maksymalnej widma jest częstością własną układu. Na podstawie diagramu stabilizacyjnego odczytano wartości parametrów modelu modalnego (rzędu modelu modalnego Order, częstości modalnej ω_i oraz wartości bezwymiarowego współczynnika tłumienia ξ) i przedstawiono je w tabeli 4.1.

Tabela 4.1. Parametry modelu modalnego uzyskanego eksperymentalną analizą modalną

Order	15	20	16	12
ω(Hz)	20,73	38,41	51,17	94,13
ξ %	4,14	9,02	3,75	2,05

Następnym działaniem było uzyskanie analogicznego diagramu wykonanego metodami eksploatacyjnej analizy modalnej oraz odczytanie parametrów modelu modalnego. Diagram stabilizacyjny uzyskany eksploatacyjną analizą modalną przedstawiono na rysunku 4.7, a wartości parametrów modelu modalnego przedstawiono w tabeli 4.2.



4.7. Diagram stabilizacyjny dla silnika w stanie zdatności uzyskany eksploatacyjną analizą modalną

Tabela 4.2. Parametry modelu modalnego uzyskanego eksploatacyjną analizą modalną

Order	18	17
ω(Hz)	23,27	46,96
ξ %	0,67	1,34

Dla tak zdefiniowanych modeli modalnych porównano ich zgodność funkcją MAC, dzięki której otrzymano dla częstości modalnych współczynnik zgodności modeli o wartości MAC = 0,99898. Na podstawie tak przeprowadzonej oceny zgodności modeli do dalszych badań za analityczny model modalny odpowiadający stanowi zdatności silnika spalinowego wybrano model uzyskany eksploatacyjną analizą modalną. Pozwoli to porównywanie i weryfikację modeli wyznaczonych dla zadanych uszkodzeń z modelem w stanie zdatności.

Na podstawie modelu modalnego i wyznaczonych parametrów modalnych dla stanu zdatności silnika wyznaczono równanie różniczkowe ruchu drgającego układu o jednym stopniu swobody. Masa silnika, potrzebna do równania wyznaczona została na podstawie dokumentacji technicznej – dla badanego silnika m = 78 kg. Współczynnik sztywności k wyznaczono zgodnie z zależnością (4.20) i dla pierwszej częstości własnej ω_1 = 23,27 Hz oraz drugiej częstości własnej ω_2 = 46,96 Hz wartości współczynników wynoszą odpowiednio:

$$k_1 = m \cdot \omega_1^2 = 78 \cdot 23{,}27^2 = 42236{,}5 \frac{N}{m} \tag{4.55}$$

$$k_2 = m \cdot \omega_2^2 = 78 \cdot 46{,}96^2 = 172008{,}8 \frac{N}{m} \tag{4.56}$$

Wartość współczynnika tłumienia wyznaczono zgodnie z zależnością (4.21) i dla pierwszej częstości własnej ω_1 oraz drugiej częstości własnej ω_2 wartości współczynników c wynoszą odpowiednio:

$$c_1 = 2 \cdot m \cdot \omega_1 = 2 \cdot 78 \cdot 23{,}27 = 3630{,}1 \frac{Ns}{m} \tag{4.57}$$

$$c_2 = 2 \cdot m \cdot \omega_2 = 2 \cdot 78 \cdot 46{,}96 = 7325{,}8 \frac{Ns}{m} \tag{4.58}$$

Równania różniczkowe ruchu dla stanu zdatności silnika wyznaczone dla pierwszej częstości własnej ω_1 oraz drugiej częstości własnej ω_2 wyrażone są zależnością:

$$\begin{aligned} 78\ddot{x} + 3630{,}1\dot{x} + 42236{,}5x &= f(t) \\ 78\ddot{x} + 7325{,}8\dot{x} + 172008{,}8x &= f(t) \end{aligned} \tag{4.59}$$

Postępując w analogiczny sposób wyznaczone zostały równania różniczkowe ruchu dla silnika w stanie niezdatności, w którym zasymulowano uszkodzenie wtryskiwacza na czwartym cylindrze silnika. W wyniku badań modalnych uzyskano

dwie częstości własne tego stanu $\omega_1 = 21,82$ Hz oraz $\omega_2 = 38,09$ Hz. Dla tych częstości własnych uzyskano odpowiednio:

$$k_1 = m \cdot \omega_1^2 = 78 \cdot 21,82^2 = 37136,77 \frac{N}{m} \tag{4.60}$$

$$k_2 = m \cdot \omega_2^2 = 78 \cdot 38,09^2 = 113166,16 \frac{N}{m} \tag{4.61}$$

$$c_1 = 2 \cdot m \cdot \omega_1 = 2 \cdot 78 \cdot 21,82 = 3403,92 \frac{Ns}{m} \tag{4.62}$$

$$c_2 = 2 \cdot m \cdot \omega_2 = 2 \cdot 78 \cdot 38,09 = 5942,04 \frac{Ns}{m} \tag{4.63}$$

Równania różniczkowe ruchu dla silnika, w którym zasymulowano uszkodzenie wtryskiwacza na czwartym cylindrze wyznaczone dla pierwszej częstości własnej ω_1 oraz drugiej częstości własnej ω_2 wyrażono zależnością:

$$\begin{aligned} 78\ddot{x} + 3403,92\dot{x} + 37136,77x &= f(t) \\ 78\ddot{x} + 5942,04\dot{x} + 113166,16x &= f(t) \end{aligned} \tag{4.64}$$

Analizując kolejne stany zdatności silnika, postępując w powyżej przedstawiony sposób wyznaczono równania różniczkowe ruchu dla założonych stanów zdatności.

4.6. Podsumowanie

W rozdziale czwartym przedstawiono podstawy analizy modalnej oraz szczegółowo omówiono podstawowe pojęcia stosowane w tej metodzie. Zaprezentowano zastosowanie eksploatacyjnej analizy modalnej do badania obiektów prostych i złożonych na przykładzie układu mechanicznego o jednym stopniu swobody.

Omówiono szczegółowo jedną z wybranych metod identyfikacji parametrów modalnych do badania silnika spalinowego - metoda aproksymacji przebiegów czasowych funkcji eksponencjalnych (LSCE – Least Squares Complex Exponencial). Metoda ta realizowana jest w dziedzinie czasu, pomimo że wymaga większego nakładu obliczeniowego, to jest stosowana dla układów o wielu stopniach swobody. Otrzymane wyniki tą metodą obarczone są minimalnym błędem, co pozwala na dokładne rozpoznanie aktualnych wybranych stanów dynamicznych badanego silnika, przez co zwiększy się dokładność wnioskowania o danym obiekcie. Do

estymacji parametrów modalnych zastosowano program VIOMA oparty o środowisko obliczeniowe Matlab, jako specjalistyczne narzędzie do analizy modalnej, w którym została zaimplementowana metoda LSCE.

Kolejnym krokiem było przedstawienie i omówienie współczynników MAC i COMAC stosowanych do weryfikacji modeli modalnych zbudowanych na bazie przeprowadzonych badań doświadczalnych. W oparciu o dotychczasowe rozważania teoretyczne dla potrzeb tej pracy opracowano następnie i zweryfikowano model modalny silnika, wyznaczono równania różniczkowe ruchu wybranych założonych stanów zdatności, które posłużą do porównywania i weryfikacji stanów zdatności silnika.

5. NARZĘDZIA OPRACOWYWANIA WYNIKÓW BADAŃ

Obecny rozwój nauki wymaga od inżynierów stosowania nowoczesnych aplikacji komputerowych, dzięki którym możliwe staje się dokonanie złożonych obliczeń oraz przeprowadzenie analizy otrzymanych wyników w bardzo krótkim czasie. Przedstawione w poprzednich rozdziałach wyprowadzenia zależności analizy modalnej wymagają od inżyniera szeregu skomplikowanych obliczeń, które w przypadku obliczeń wykonywanych klasycznymi metodami mogą przysporzyć dużo problemów i są czasochłonne. Celowym staje się zatem zastosowanie aplikacji komputerowej, która w znaczny sposób skróci czas estymacji wyników oraz zapewni wysoką dokładność otrzymanych wyników.

5.1. Matlab – nowoczesne aplikacje inżynierskie

Do podstawowych aplikacji inżynierskich stosowanych w analizie wyników jest program Matlab opracowany przez firmę MathWorks, Inc. Matlab, jest programem do obliczeń komputerowych, łączący w sobie obliczenia, wizualizację oraz łatwe do zastosowania środowisko programowania, w którym problemy i ich rozwiązania przedstawione są w przyjaznym dla inżyniera środowisku matematycznym. Program zawiera w sobie następujące aplikacje [52,63,76,81]:

- algorytmy matematyczne i ich obliczanie,
- aplikację kreowania własnych algorytmów obliczeniowych,
- algorytmy modelowania i symulacji,
- analiza danych oraz aplikację do ich wizualizacji,
- aplikacje grafiki inżynierskiej,
- aplikację kreowania własnych programów obliczeniowych, tworzenie ich interfejsu i graficznej analizy danych.

Matlab jest środowiskiem interaktywnym, którego dane bazowe są zestawione w tablicach danych, których wartości są wielkościami bezwymiarowymi. Pozwala to na rozwiązanie wielu obliczeń matematycznych, a w szczególności macierzy i wektorów w dziedzinie czasu, do których obliczeń niezbędne były odrębne programy pisane w języku C lub Fortainie. Program znalazł szerokie zastosowanie w nauce a w szczególności w matematyce, obliczeniach inżynierskich oraz pozostałych działach

nauki. Znalazł również szerokie zastosowania w przemyśle jako specjalizowane narzędzie do badań, rozwoju i analizy. W zależności od zastosowania do programu dołączane są specjalistyczne pakiety procedur obliczeniowych z dowolnych dziedzin wiedzy zwane toolboxami, np: Simulink, Signal Processing Toolbox i inne. Pakiety takie umożliwiają uzyskanie podstawowej wiedzy z danego zakresu oraz zastosowanie tej wiedzy w celu rozwiązania problemów [52,63,76,81].

W oparciu o środowisko Matlab opracowano dla potrzeb tej pracy programy do przetwarzania i analizy danych doświadczalnych, pozwalające na dokonanie estymacji wyników oraz przeprowadzenie szczegółowej analizy danych.

5.2. OPTIMUM

Metoda OPTIMUM realizowana w środowisku Matlab i jest stosowana w celu selekcji informacji, które otrzymano w trakcie badań. Dzięki zastosowaniu tej metody uzyskano systematykę symptomów opisujących dany obiekt pod względem wrażliwości informacji otrzymanej z poszczególnych symptomów. W metodzie OPTIMUM dokonujemy oceny poszczególnych symptomów i spośród nich wybieramy najlepsze do opisu danego stanu silnika spalinowego. Korzystając z tej metody jesteśmy w stanie scharakteryzować w oparciu o odległość od punktu idealnego wrażliwość poszczególnych miar na zmiany stanu technicznego silnika spalinowego [91].

Zakładamy, że jest dany zbiór n danych $S = \{ S_1, S_2, \ldots, S_j, \ldots, S_{n-1}, S_n \}$, dla którego $S_j \in R^n$ przestrzeni wielowymiarowej i posiada m stanów w danej chwili τ, życia systemu. Dla tak przyjętych założeń w metodzie OPTIMUM, wyniki badań silnika spalinowego podlegają ocenie statystycznej za pomocą różnych kryteriów, do których zaliczamy jako pierwsze współczynnik zmienności f_{1j} przedstawiony w postaci:

$$f_{1j} = \frac{\sigma_j}{\overline{S_j}} \tag{5.1}$$

gdzie:
σ_j – odchylenie standardowe, $\overline{S_j}$ – wartość średnia.

Kolejnym krokiem jest skorelowanie miar ze stanem silnika f_{2j}, co może zostać zrealizowane w tej metodzie trzema różnymi drogami postępowania. Do tych miar zaliczymy:

- wartość współczynnika korelacji,
- wrażliwość symptomów,
- MAC.

Współczynnik korelacji r_{xy} definiowany jest jako:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}} \tag{5.2}$$

gdzie:

x_i, y_i – wartości prób losowych zmiennych x i y

Wrażliwość symptomów W_{xy} definiowana jest jako:

$$W_{xy} = \left| \frac{S_{j\max} - S_{j\min}}{\bar{S}_j} \right| \tag{5.3}$$

Procedura MAC zastosowana w obliczeniach wyprowadzona została zgodnie z zależnością (4.33) i definiowana jest jako:

$$MAC(\Psi_r / \Psi_s) = \frac{\left|\left(\Psi_r^{*T}\Psi_s\right)\right|^2}{\left(\Psi_r^{*T}\Psi_r\right)\left(\Psi_s^{*T}\Psi_s\right)} \tag{5.4}$$

Dokonując maksymalizacji przyjętych kryteriów i normalizacji do wartości maksymalnej otrzymuje się charakterystyki statystyczne ich wrażliwości (f_1^*, f_2^*) wykonane według zależności 5.5, co dalej pozwala wyznaczyć współrzędne punktu idealnego.

$$fi_j^* = \frac{fi_j}{\max(fi_j)} \tag{5.5}$$

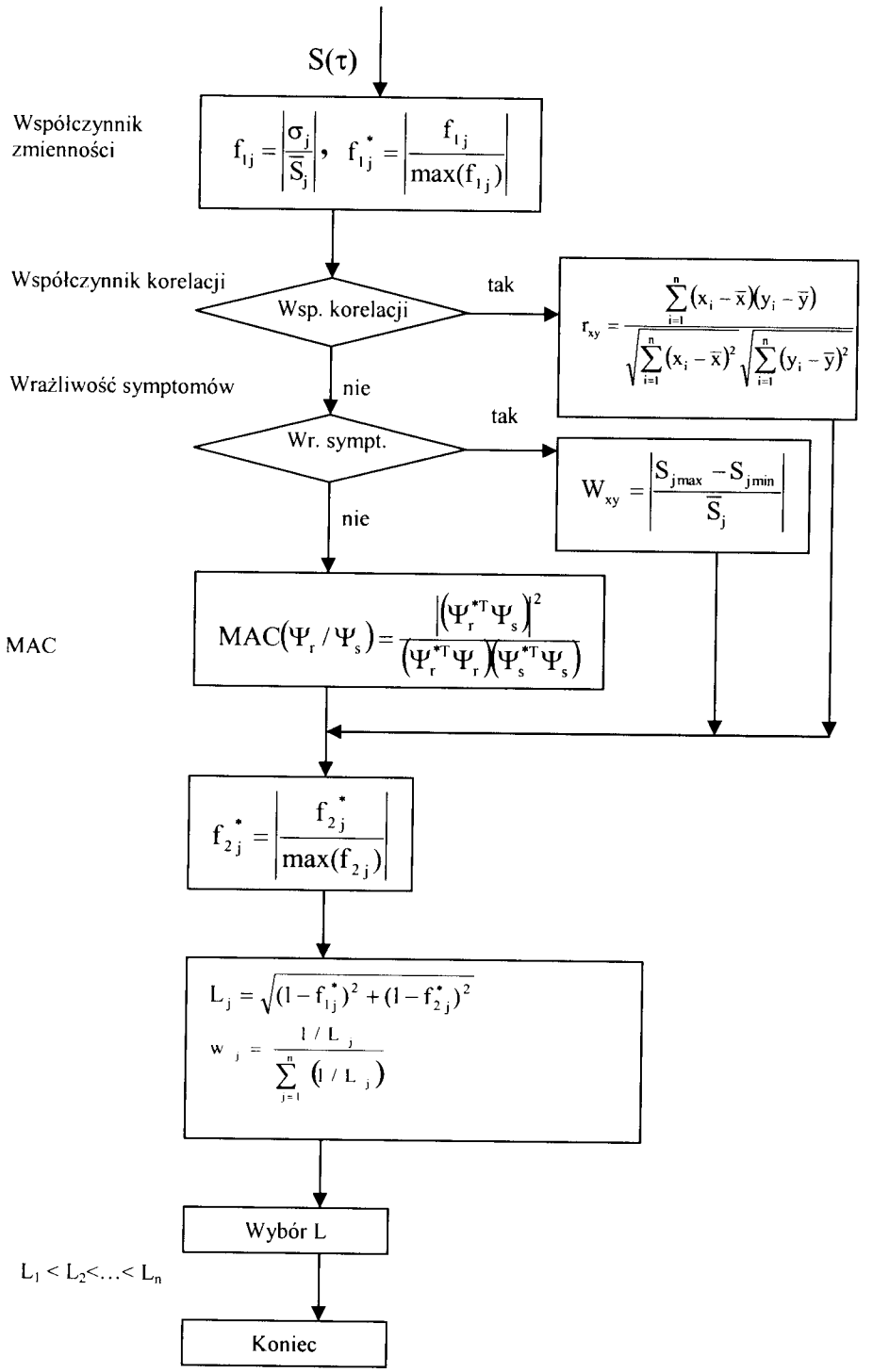
Wyznaczanie odległości poszczególnych miar od punktu idealnego jest możliwe przy założeniu ($x = f_1^*$, $y = f_2^*$) a wartość punktu idealnego uzyskamy dla współrzędnych ($x = 1$, $y = 1$), to odległość danej miary od punktu idealnego określimy zależnością:

$$L_j = \sqrt{(1 - f_{1j}^*)^2 + (1 - f_{2j}^*)^2} \tag{5.6}$$

Wyznaczenie współczynnika wrażliwości (wagi) w_j dla poszczególnych symptomów określamy zależnością:

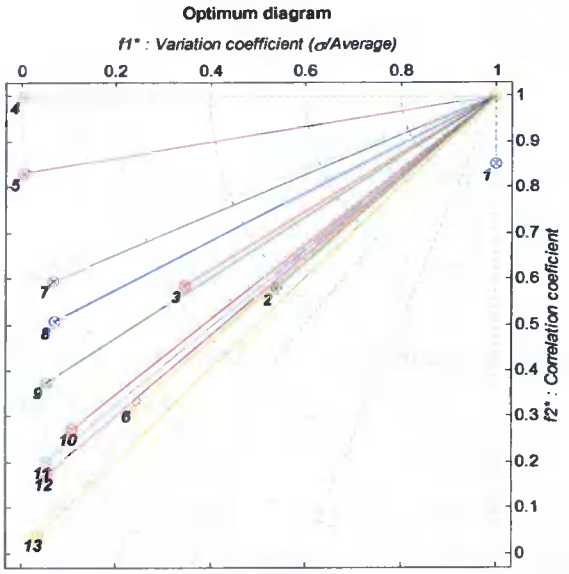
$$w_j = \frac{1/L_j}{\sum_{j=1}^{n}(1/L_j)} \tag{5.7}$$

Na rysunku 5.1. przedstawiono algorytm postępowania w metodzie OPTIMUM w trakcie analizy danych. Dla tak przedstawionego toku postępowania uzyskano diagramy, na których odczytano położenie poszczególnych symptomów względem punktu idealnego.

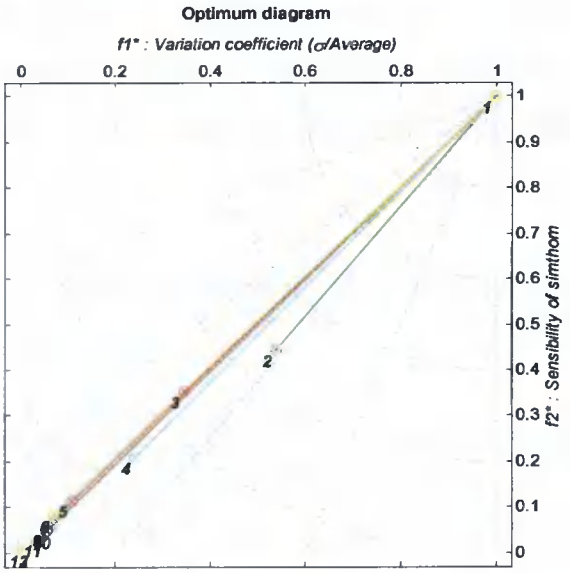


Rys. 5.1. Algorytm postępowania w metodzie OPTIMUM

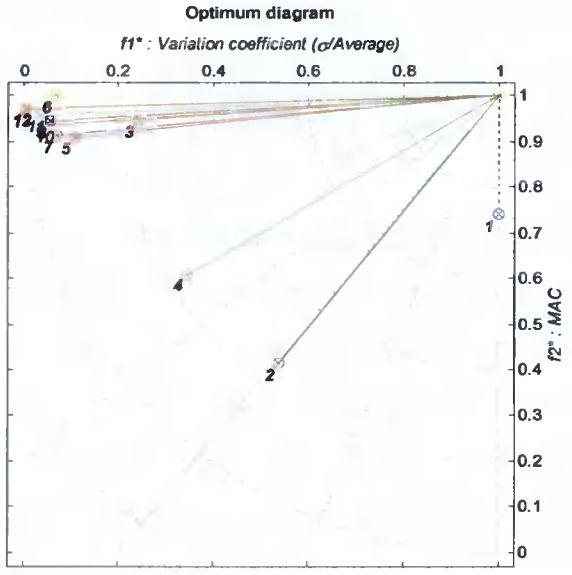
Na rysunku 5.2 przedstawiono przykładowy graficzny wynik zastosowania metody OPTIMUM, w której zastosowano optymalizację dwukryterialną, dla której jako f_2 zastosowano wartość współczynnika korelacji. Analogicznie na rysunkach 5.3 oraz 5.4 przedstawione zostały diagramy optymalizacji dwukryterialnej, w których jako f_2 zastosowano wrażliwość symptomów oraz MAC.



Rys. 5.2. Metoda OPTIMUM z zastosowaniem optymalizacji dwukryterialnej, jako f_2^* zastosowano współczynnika korelacji



Rys. 5.3. Metoda OPTIMUM z zastosowaniem optymalizacji dwukryterialnej, jako f_2^* zastosowano wrażliwość symptomu



Rys. 5.4. Metoda OPTIMUM z zastosowaniem optymalizacji dwukryterialnej, jako f_2^* zastosowano MAC

Jak można zauważyć na rysunkach system automatycznie uszeregował symptomy od najbliżej do najdalej oddalonego punktu idealnego. Analizując otrzymane diagramy wybrano do dalszej analizy wyników te symptomy, które dzięki metodzie OPTIMUM uznane zostały za najbardziej wrażliwe i niosące ze sobą najwięcej wrażliwości symptomów na dany stan obiektu. Przykładowe wyniki przedstawione zostały w tabeli 5.1, w której zestawiono 13 wybranych symptomów ocenionych według czterech opisanych kryteriów oceny metody OPTIMUM. Symptomy uszeregowano od symptomu najbliższego punktu idealnego do najdalej oddalonego.

Tabela 5.1. Tabela wyników metody OPTIMUM dla czterech wskaźników

Kryterium oceny	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
f1*	$H(f)_L$	ξ_1	H(f)	ξ_2	$A_{RMS(t)}$	rząd 2	I	β_{kurt}	C_s	rząd 1	γ^2_{xy}	ω_2	ω_1
r_{xy}	$H(f)_L$	ξ_1	ξ_2	ω_2	ω_1	H(f)	$A_{RMS(t)}$	rząd 2	γ^2_{xy}	rząd 1	C_s	I	β_{kurt}
W_{xy}	$H(f)_L$	ξ_1	ξ_2	H(f)	rząd 1	rząd 2	$A_{RMS(t)}$	I	γ^2_{xy}	C_s	β_{kurt}	ω_2	ω_1
MAC	$H(f)_L$	ξ_1	H(f)	ξ_2	rząd 1	$A_{RMS(t)}$	rząd 2	I	C_s	γ^2_{xy}	β_{kurt}	ω_2	ω_1

Na podstawie przykładowych wyników z tabeli 5.1, stwierdzono iż najbardziej optymalnymi pięcioma symptomami do opisu stanu danego obiektu są w tym

przypadku: $H(f)_L$ – transmitancja – część urojona, ξ_1 - wartość współczynnika tłumienia modalnego pierwszej częstości, ξ_2 - wartość współczynnika tłumienia modalnego drugiej częstości, H(f) – transmitancja – część rzeczywista, $rząd_1$ – rząd modelu modalnego pierwszej częstości.

Dzięki metodzie OPTIMUM dokonano optymalizacji czterech kryteriów, które uszeregowały symptomy od najbardziej do najmniej wrażliwego na dany stan silnika spalinowego. Wyniki przedstawione w formie graficznej prezentują optymalizację dwukryterialną wybranych kryteriów oceny. W metodzie OPTIMUM nie uzyskano informacji o udziale poszczególnych symptomów w uszkodzeniu głównym. Niezbędnym zatem do dalszej analizy wyników jest zastosowanie wielowymiarowej metody SVD uzupełniającej metodę OPTIMUM.

5.3. Metoda SVD – Singular Value Decomposition

Jedną z najnowszych metod diagnostycznych jest metoda SVD. Zasadniczym celem zastosowania SVD jest wykorzystanie wszystkich mierzonych symptomów do oceny stanu obiektu jako wielowymiarowe spojrzenie na obiekt [16,17].

Podstawy matematyczne SVD

Dla opisu życia systemu mamy bezwymiarową macierz obserwacji O_{pr} o r - kolumnach wynikających z liczby obserwowanych symptomów i p wierszach wynikających z łącznej liczby kolejnych obserwacji. Do wyznaczenia bezwymiarowej macierzy obserwacji stosuje się procedurę rozkładu względem wartości szczególnych SVD według zależności 5.8, przedstawionej poniżej:

$$O_{pr} = U_{pp} \cdot \sum_{pr} \cdot V_{rr}^{T} \qquad (5.8)$$

gdzie:

U_{pp} – to p wymiarowa ortogonalna macierz lewostronnych wektorów szczególnych, V_{rr} – r wymiarowa ortogonalna macierz prawostronnych wektorów szczególnych oraz Σ_{pr} diagonalna macierz wartości szczególnych o następujących własnościach:

$$\Sigma_{pr} = \mathrm{diag}\,(\sigma_1, \ldots, \sigma_l), \text{ przy: } \sigma_1 > \sigma_2 > \ldots > \sigma_u > 0$$

$$\text{oraz:} \quad \sigma_{u+1} = \ldots \sigma_l = 0, \quad l = \max(p, r), \quad u = \min(p, r). \qquad (5.9)$$

Oznacza to, że z pośród r mierzonych symptomów możemy uzyskać tylko $u \leq r$ niezależnych informacji o rozwijających się zmianach, które jak zakładamy tu, będziemy utożsamiać z narastającymi uszkodzeniami w systemie F_t. Taki rozkład

SVD macierzy obserwacji możemy prowadzić po wykonaniu każdej obserwacji i w ten sposób śledzić ewolucję uszkodzeń $F_t(\theta_n)$ w obiekcie. Z dotychczasowych badań wynika, że jedno uszkodzenie F_t może opisywać para nowych wielkości; SD_t oraz σ_t.

SD_t to uogólniony symptom uszkodzenia „t", który można nazwać dyskryminantą tego uszkodzenia i otrzymany jako iloczyn prawostronny macierzy obserwacji i wektora v_t :

$$SD_t = O_{pr} * v_t = \sigma_t \cdot u_t \tag{5.10}$$

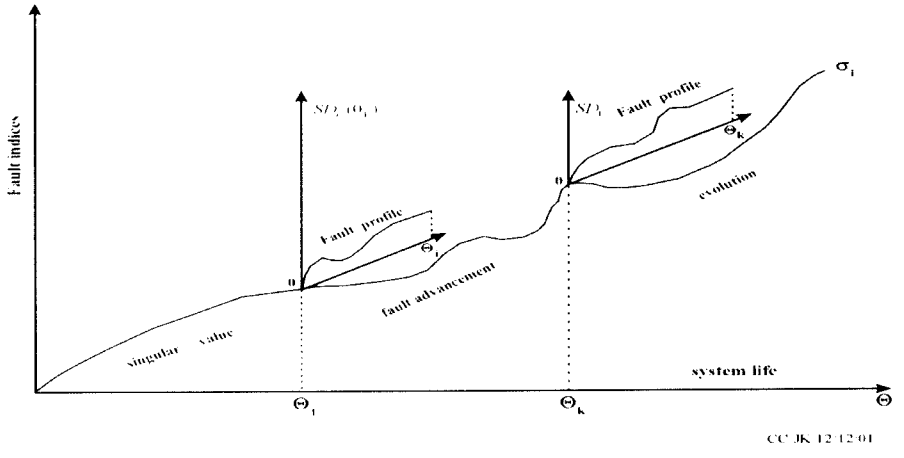
Ponieważ wektory v_t i u_t unormowane są do jedności, to długość wektora SD_t równa jest jego normie energetycznej i wyrażona jest zależnością:

$$\text{Norm}(SD_t) \equiv \|SD_t\| = \sigma_t \tag{5.11}$$

Oznacza to, iż dla zadanego czasu życia θ zaawansowanie zużyciowe uszkodzenia F_t może być odzwierciedlone przez wartość szczególną $\sigma_t(\theta)$, natomiast chwilowa jego ewolucja przez dyskryminantę $SD_t(\theta)$. Postuluje się zatem równoważność nowych miar uzyskanych z SVD do charakterystyk przestrzeni uszkodzeń, w całym czasie życia θ obiektu:

$$SD_t(\theta) \sim F_t(\theta), \text{ z normą energetyczną; } \|F_t(\theta)\| \sim \|SD_t(\theta)\| = \sigma_t(\theta) \tag{5.12}$$

Podsumowując możemy powiedzieć, że $SD_t(\theta)$ jest profilem uszkodzenia, natomiast $\sigma_t(\theta)$ jego zaawansowaniem. Na rysunku 5.5 przedstawiono graficzną interpretację wielkości uzyskanych z rozkładu SVD symptomowej macierzy obserwacji dla i – tego uogólnionego uszkodzenia.



Rys.5.5. Postulowana interpretacja nowych wielkości uzyskanych z rozkładu SVD symptomowej macierzy obserwacji dla i – tego uogólnionego uszkodzenia [16]

Podobne rozumowanie można zastosować do ewolucji wielkości sumarycznych; a więc do sumy wszystkich dyskryminant SD_t i sumy wszystkich wartości szczególnych σ_t, co może obrazować całościowe zaawansowanie zużycia w obiekcie i jego przebieg, a opisany według zależności jak niżej:

$$SD(\theta) = \sum_{i=1}^{z} SD_i(\theta) = \sum_{i=1}^{z} \sigma_i(\theta) \cdot u_i(\theta) = P(\theta)$$

$$DS(\theta) = \sum_{i=1}^{z} \sigma_i(\theta) \sim \sum_{i=1}^{z} F(\theta)_i = F(\theta) \qquad (5.13)$$

Oczywiście czas życia jest tu wartościowany dyskretnie, z odczytami monitorowania dla kolejnych (możliwie) równoodległych θ_n.

Rozkład wektora obserwacji wg wartości szczególnych na wektor prawostronny, lewostronny i diagonalię – daje możliwość badania dynamiki zmian składowych wektora obserwacji.

1. SVD dla uporządkowanych danych – szereg czasowy obserwacji.
2. SVD dla danych nieuporządkowanych – dane partii badanych obiektów w różnych stanach technicznych, w określonym czasie badania (dla populacji).
3. SVD w selekcji sygnałów i wrażliwości symptomów.

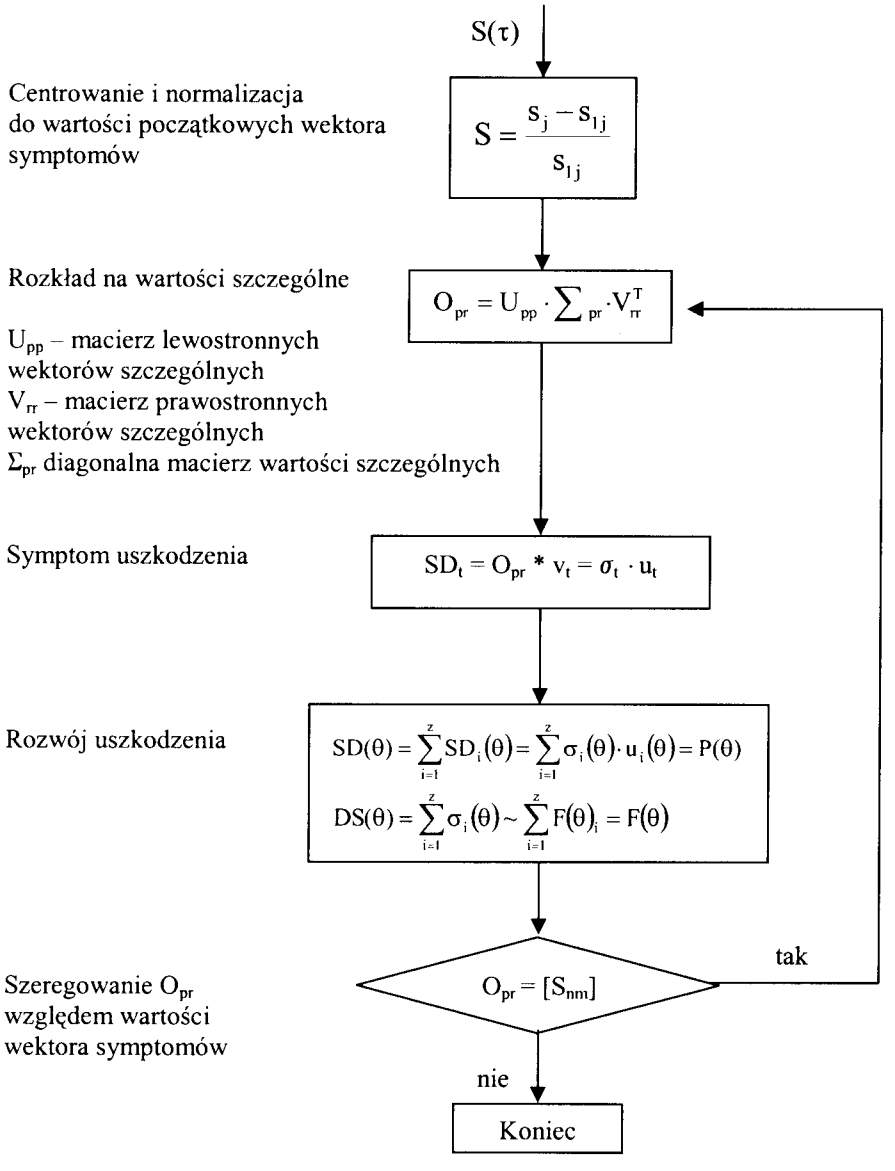
W metodzie SVD maksimum informacji diagnostycznej z symptomowej macierzy obserwacji O_{pr} można uzyskać, jeśli wszystkie odczyty wstępnie wycentrujemy (należy odjąć) i znormalizujemy (należy podzielić) względem wartości początkowej $\mathbf{S_m\ (0)} = \mathbf{S_{0m}}$ danego symptomu. Otrzymano w ten sposób bezwymiarową symptomową macierz obserwacji [16,17]:

$$O_{pr} = [S_{nm}], \qquad S_{nm} = \frac{\mathbf{S}_{nm}}{\mathbf{S}_{0m}} - 1, \qquad (5.14)$$

gdzie:

pogrubienie oznaczenia symbolizuje pierwotne wymiarowe wartości symptomów.

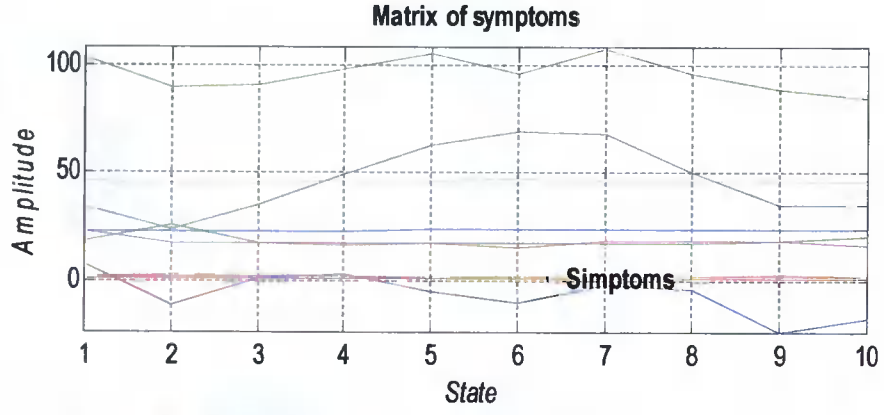
Algorytm postępowania w metodzie SVD przedstawiono na rysunku 5.6.



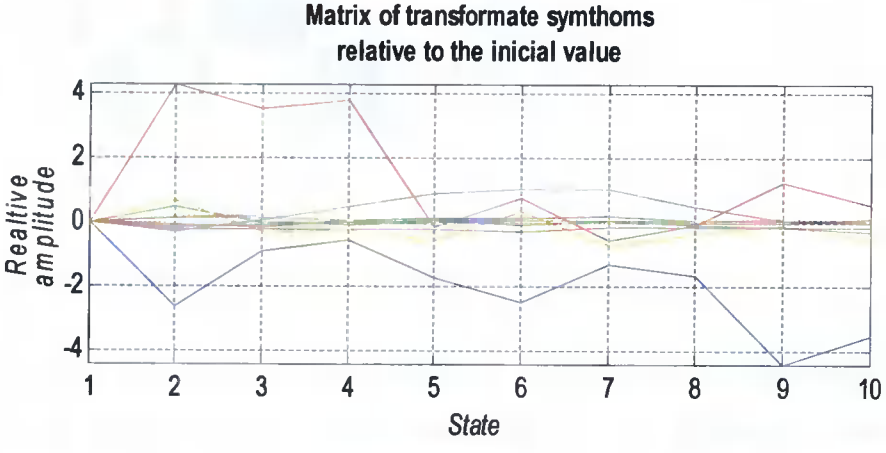
Rys.5.6. Algorytm postępowania w metodzie SVD

W wyniku zastosowania tej metody jako wynik uzyskano na rysunku 5.7 macierz rozkładu symptomów, na rysunku 5.8 uzyskano udział poszczególnych symptomów w opisie badanego stanu.

a)

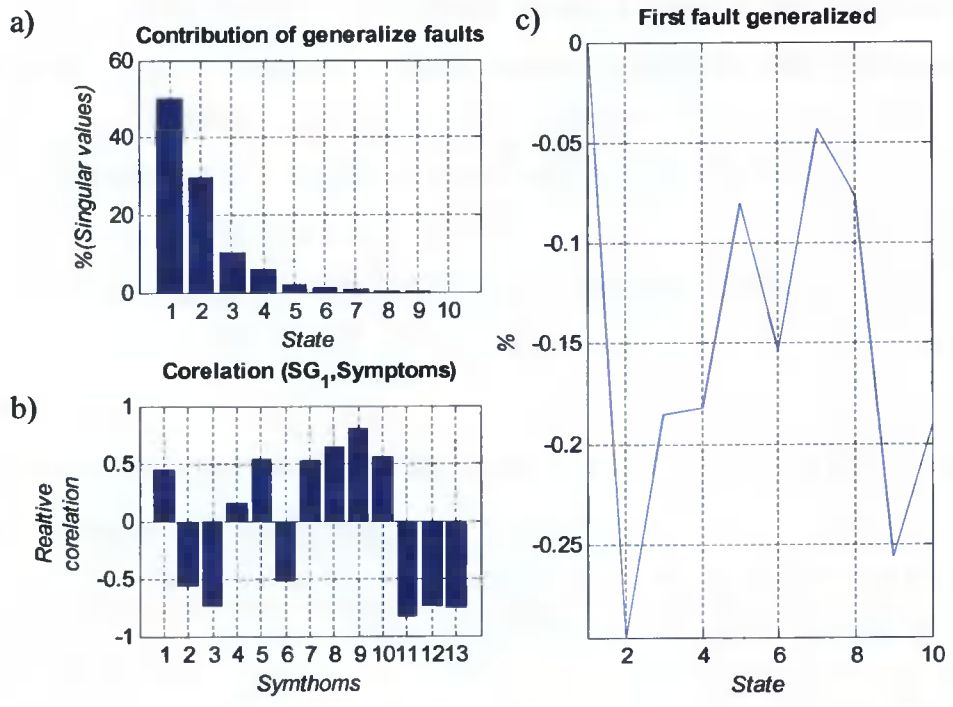


b)



Rys. 5.7. Macierz symptomów uzyskanych metodą SVD. Na rysunku 5.7a przedstawiono graficzną interpretacja macierzy wartości symptomów, na rysunku 5.7b przedstawiono macierz wartości symptomów po normalizacji i centrowaniu [16]

Na rysunku 5.7a przedstawiono graficzną interpretację macierzy wartości symptomów. Poszczególne wartości symptomów nie są ze sobą skorelowane ze względu na wartości i miana danych symptomów, co utrudnia dalszą ich interpretację. Na rysunku 5.7b przedstawiono macierz wartości symptomów po normalizacji i centrowaniu. Po dokonaniu tych przekształceń uzyskano uszeregowanie poszczególnych symptomów względem wartości początkowej co pozwala na analizę korelacji sygnałów bez względu na miano danego symptomu.



Rys.5.8. Udział poszczególnych symptomów w opisie stanu obiektu

Na rysunku 5.8a przedstawiono graficzną interpretację procentowego udziału symptomów w tworzeniu SD1. Dzięki metodzie SVD na kolejnym rysunku 5.8b uzyskano analizę korelacji poszczególnych symptomów względem uszkodzenia głównego a nadzorowanie zmiany stanu wyznaczone z SD1 i udział poszczególnych symptomów w uszkodzeniu głównym przedstawia rysunek 5.8c.

W metodzie SVD dokonując analizy danych jako wynik uzyskano uszeregowanie symptomów wraz z procentowym opisem udziału poszczególnego symptomu w opisie stanu danego obiektu. Metoda SVD jest zatem uzupełnieniem metody OPTIMUM, w której to uzyskano uszeregowanie symptomów pod względem ich wrażliwości i istotności, a dzięki SVD stwierdzono procentowy udział wybranych symptomów w tworzeniu SD1 co następnie pozwoliło w nadzorowaniu zmiany stanów wyznaczonych na podstawie SD1 co pozwala na precyzyjną analizę stanu badanego obiektu.

5.4. Metoda regresji

Często w badaniach empirycznych do analizy otrzymanych wyników stosuje się metody statystyczne. Podstawową metodą stosowaną w statystyce jest metoda regresji, pozwalająca na badanie powiązań między różnymi zjawiskami.

Rozważania teoretyczne dotyczące metody regresji w tej pracy sprowadzono do analizy regresji liniowej z jedną zmienną niezależną jako wprowadzenie do przedstawienia modelu regresji z wieloma zmiennymi niezależnymi [33].

Funkcja regresji Y względem zmiennej X przybiera postać :

$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_i + \varpi_i \quad i=1,.....n \tag{5.15}$$

Funkcja regresji X względem zmiennej Y przybiera postać :

$$X_i = \beta_0 + \beta_1 y_i + \varepsilon_i \quad i=1,.....n \tag{5.16}$$

gdzie :

n – liczba obserwacji - liczebność próby, α_0, α_1, β_0, β_1 – parametry równań regresji , ϖ_i, ε_i – składniki losowe równań

W celu oszacowania wartości parametrów: α_0, α_1, β_0, β_1 korzysta się z metody najmniejszych kwadratów. Metoda najmniejszych kwadratów umożliwia uzyskanie na podstawie n - elementowej próby takiej wartości estymatorów: a_0,a_1,b_0,b_1 dla których wyrażenia 5.18 oraz 5.19 osiągają wartości minimalne:

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - a_0 - a_1 x_i)^2 \tag{5.17}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{x}_i)^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - b_0 - b_1 y_i)^2 \tag{5.18}$$

Oszacowane równania regresji zapisuje się:

$$\begin{aligned} \hat{x}_i &= b_0 + b_1 y_i \\ \hat{y}_i &= a_0 + a_1 x_i \end{aligned} \tag{5.19}$$

We wzorze 5.19 estymatory a_1,oraz ,b_1 nazywane współczynnikami regresji, zaś estymatory a_0 i b_0 to stałe regresji, które opisano zależnościami 5.20 oraz 5.21

$$\begin{cases} a_1 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})\ (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \dfrac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\,\bar{y}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}^2} \\ a_o = \bar{y} - a_1 \bar{x} \end{cases} \tag{5.20}$$

$$\begin{cases} b_1 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})\ (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \dfrac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\,\bar{y}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i^{\,2} - \bar{y}^2} \\ b_o = \bar{x} - b_1\,\bar{y} \end{cases} \qquad (5.21)$$

Po wyznaczeniu wartości a_1 i b_1 można obliczyć współczynnik korelacji liniowej r_{xy} według zależności 5.22

$$r_{xy} = \sqrt{a_1 b_1} \qquad (5.22)$$

Rezultat funkcji regresji, opisanej na podstawie danych empirycznych zawsze należy porównać z rzeczywistą wartością zmiennej zależnej (opisywanej). Podstawą tych porównań jest tzw. składnik resztowy – reszta . Dla regresji Y względem X resztę zdefiniowano zgodnie z zależnością 5.23. [33]:

$$u_i = y_i - \hat{y}_i \quad i = 1,....,n \qquad (5.23)$$

W sposób analogiczny wyznaczono resztę dla regresji X względem Y:

$$\upsilon_i = x_i - \hat{x}_i \qquad i = 1,...,n \qquad (5.24)$$

Funkcja regresji jest poprawnie oszacowana, jeżeli wartości reszt są niewielkie i mają charakter losowy. Wariancje resztowe wyznaczono z zależności:

$$\begin{aligned} S^2(\upsilon) &= \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{x}_i)^2 \\ S^2(u) &= \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 \end{aligned} \qquad (5.25)$$

Wartość błędu wyznaczono jako odchylenie standardowe:

$$\begin{aligned} S(u) &= \sqrt{S^2(u)} \\ S(\upsilon) &= \sqrt{S^2(\upsilon)} \end{aligned} \qquad (5.26)$$

Odchylenie standardowe reszt zwane jest również średnim błędem szacunku. Wraz ze wzrostem odchylenia standardowego reszt maleje „dobroć" oszacowania funkcji regresji. W analizie regresji do oceny dopasowania funkcji regresji miarą najczęściej stosowaną jest współczynnik zbieżności φ^2, opisany zależnością 5.27, który przyjmuje wartości (0,1), przy czym im mniejszą wartość przyjmuje współczynnik zbieżności, tym lepsze jest dopasowanie funkcji regresji do punktów empirycznych.

$$\varphi_{yx}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(y - \bar{y}_i)^2} \quad \text{oraz} \quad \varphi_{xy}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(x - \bar{x}_i)^2} \tag{5.27}$$

Współczynnikiem determinacji R^2 nazywa się wyrażenie:

$$R^2 = 1 - \varphi^2 \tag{5.28}$$

W przypadku zależności liniowej współczynnik determinacji równy jest współczynnikowi korelacji liniowej, a zatem:

$$R^2 = r_{yx}^2 = r_{xy}^2 = 1 - \varphi^2 \tag{5.29}$$

Tak więc im wartość R^2 jest bliższa jedności, tym mniejszy jest średni błąd szacunku co powoduje lepsze dopasowanie funkcji regresji do danych empirycznych.

Przedstawione powyżej rozważania dotyczące regresji liniowej z jedną zmienną niezależną ma charakter uniwersalny w tym sensie, że odpowiednie wzory zapisane za pomocą symboli oznaczających macierze i wektory są słuszne dla większej liczby zmiennych niezależnych występujących w modelu, a więc mówimy w takim przypadku o regresji wielokrotnej. W miarę wzrostu liczby zmiennych niezależnych wzrastają odpowiednie wymiary macierzy i wektorów, a wiec zwiększa się pracochłonność obliczeń kryjących się za tym zapisem jako problem numeryczny rozwiązywany w praktyce za pomocą komputerów.

Model regresji liniowej z wieloma zmiennymi niezależnymi można zapisać poprzez analogię do równania 5.15 w następujący sposób [33]:

$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_{i1} + \alpha_2 x_{i2} + ... + \alpha_k x_{ik} + \varpi_i \qquad i = 1.....n \tag{5.30}$$

gdzie :

n – liczba obserwacji - liczebność próby, $\alpha_0, \alpha_1, \ldots \alpha_k$ – parametry równań regresji , ϖ_i – składnik losowe równań.

Procedura estymacji parametrów modelu regresji wielokrotnej metodą najmniejszych kwadratów przyjmuje taką samą postać jak dla rozważań modelu o jednej zmiennej niezależnej.

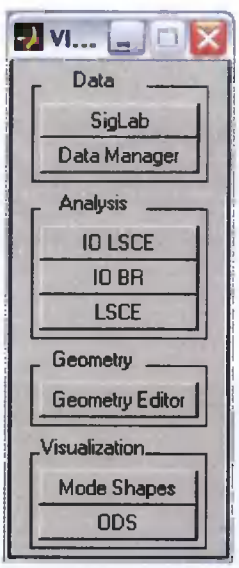
5.5. VIOMA – przykładowe zastosowanie programu

Do obliczeń modalnych w pracy zastosowano program VIOMA (Virtual In Operational Modal Analysis). VIOMA jest to zestaw funkcji opartych o środowisko obliczeniowe Matlab, służące jako specjalistyczne narzędzie do rozwiązywania zagadnień eksperymentalnej oraz eksploatacyjnej analizy modalnej.

Program VIOMA składa się z następujących modułów [65,67,68,71,73,75]:

- „Data" – pozwala na wczytywanie, przeglądanie, zarządzanie i proste przetwarzanie danych,
- „Analysis" – moduły operacyjnej analizy danych w tym LSCE,
- „Geometry" – budowa i wizualizacja geometrii badanego obiektu.
- „Visualization" – wizualizacja otrzymanych wyników

Przedstawione moduły zestawiono w oknie narzędziowym programu przedstawionego na rysunku 5.10.



Rys. 5.10. Okno narzędziowe programu VIOMA [71]

Uruchamiając moduł Data uzyskujemy dostęp do narzędzia Dana Manager – przedstawionego na rysunku 5.11, które umożliwia przetwarzanie danych pomiarowych w kilku blokach:

- import danych – blok umożliwia wczytanie danych typu amdata – podstawowego typu danych przetwarzanych w programie, dane pomiarowe uzyskane z zestawu pomiarowego Siglab oraz pliki uniwersalne wraz z plikami środowiska Matlab tzw. Mat – file,
- wizualizacja danych – realizowana jest funkcją Plot Data,

- wstępna obróbka danych w dziedzinie czasu, realizowana poprzez następujące funkcje:

  Resampling – zmiana próbkowania częstości sygnału,

  Filtering – filtrowanie danych,

  Cross Corelation – estymacja funkcji korelacji na podstawie zmierzonych przebiegów czasowych,

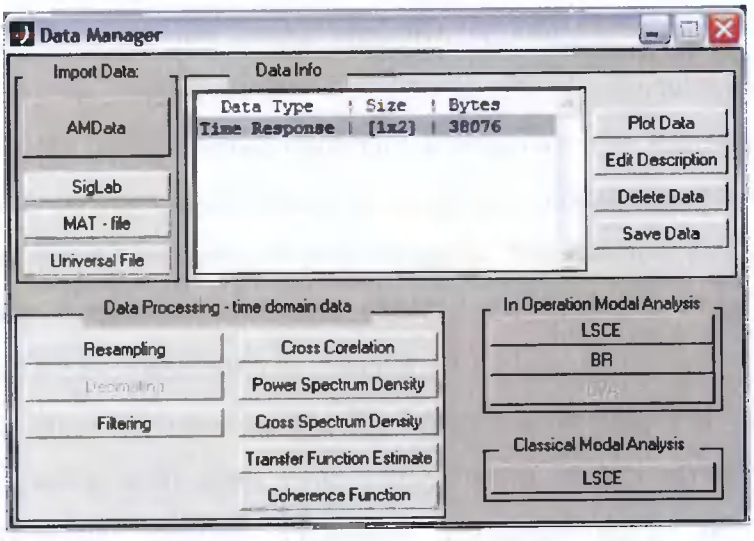
  Power Spectrum Density – estymacja gęstości widmowej mocy na podstawie zmierzonych przebiegów czasowych,

  Cross Spectrum Density – estymacja gęstości widma na podstawie zmierzonych przebiegów czasowych,

  Transfer Function Estimate – estymacja funkcji przejścia sygnału na podstawie zmierzonych przebiegów czasowych,

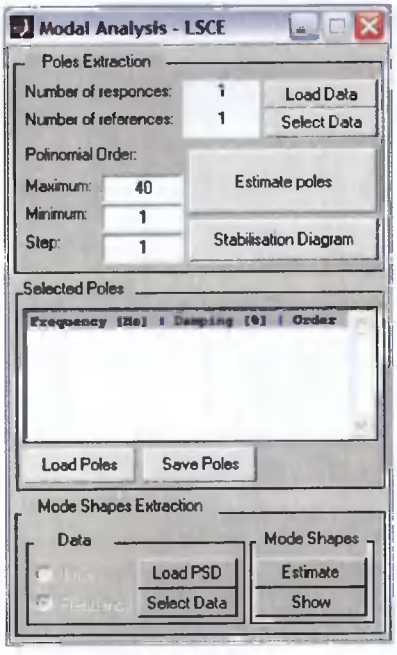
  Coherence Function – funkcja koherencji otrzymana na podstawie zmierzonych przebiegów czasowych,

- analiza danych.



Rys. 5.11. Okno narzędzia analizy danych Data Manager [71]

Analizę danych za pomocą eksploatacyjnej analizy modalnej przeprowadzono poprzez wybranie okna LSCE w module In Operational Modal Analysis. Po uruchomieniu modułu uzyskano dostęp do okna narzędziowego analizy modalnej, który przedstawiono na rysunku 5.12

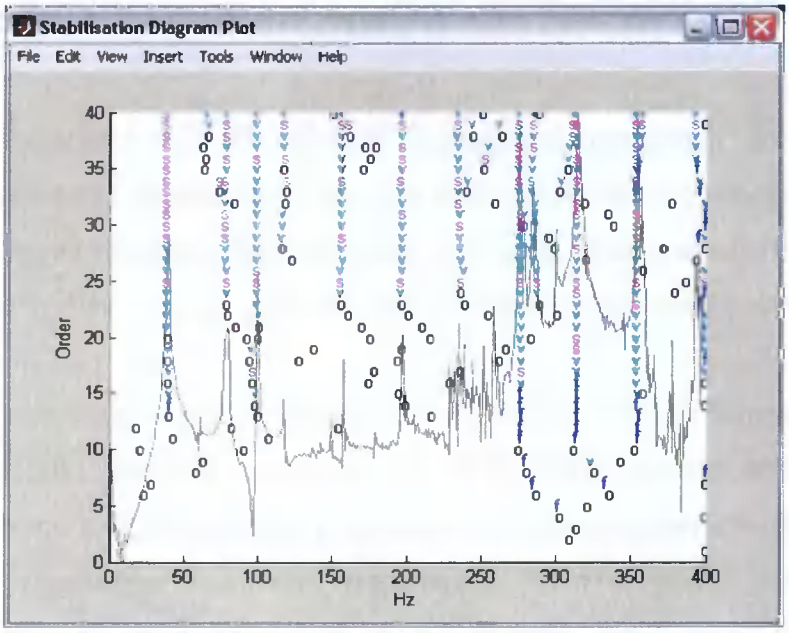


Rys. 5.12. Narzędzie analizy modalnej – moduł LSCE [71]

Dane wejściowe do procesu analizy danych w narzędziu analizy muszą być formatu amdata typu PSD lub Cross Corelation. Po wczytaniu danych do modułu następuje ich automatyczne testowanie w celu ustalenia poprawności danych doświadczalnych, określana jest liczba punktów, w których nastąpiła akwizycja danych oraz określone zostają punkty odniesienia. Przed rozpoczęciem procesu analizy danych należy podać wartość minimum, maksimum oraz wartości kolejnego kroku, dla których estymowanych będzie rząd modelu modalnego. Po wykonaniu obliczeń automatycznie uruchamiane jest narzędzie Stabilisation Diagram, które umożliwia wybór biegunów badanego układu. Przykładowe okno narzędzia Stabilisation Diagram przedstawiono na rysunku 5.13.

Diagram stabilizacyjny zawiera w sobie linię przedstawiającą charakterystykę częstościową rysowaną w tle okna wraz z pionowymi liniami wyestymowanych biegunów. Oznaczenia symboli biegunów przedstawionych na diagramie stabilizacyjnym są następujące:

- o – bieguny niestabilne,
- f – biegun ma stałą częstość,
- v – biegun ma stałą częstość i wektor modalny,
- d – biegun ma stabilną częstość wibracji oraz tłumienie,
- s – biegun stabilny.



Rys. 5.13. Przykładowy diagram stabilizacyjny programu VIOMA [71]

Zaznaczenie dowolnego bieguna na diagramie stabilizacyjnym powoduje uruchomienie narzędzia Info Poles podającego szczegółowe informacje dotyczące zaznaczonego bieguna a w szczególności jego wartości częstości, rzędu modelu modalnego oraz wartości współczynnika tłumienia.

Oprócz przedstawionych bloków program, które znalazły zastosowanie w pracy program VIOMA zawiera w sobie szereg innych funkcji przydatnych w dalszej analizie danych [65,67,68,71,73].

5.6. Podsumowanie

W rozdziale szóstym przedstawiono i omówiono komputerowe narzędzia opracowania wyników, jakie zostały zastosowane w tej pracy do analizy danych doświadczalnych. Omówiono i przedstawiono podstawy teoretyczne metody SVD, OPTIMUM i regresji.

Ponadto przybliżono istotę wykorzystania narzędzia do analizy wyników modalnych jakim jest VIOMA. Na uwagę zasługuje fakt, iż wszystkie te narzędzia zostały połączone w jedną całość i stanowią kompleksowy zestaw narzędzi analizy danych pracujące w systemie Matlab.

6. METODYKA BADAŃ SILNIKÓW SPALINOWYCH

Wraz z rozwojem techniki cyfrowej i sztucznej inteligencji do silników samochodów wkroczyły nowoczesne i zarazem skomplikowane w obsłudze systemy diagnozowania stanu silników. Systemy takie wymagają wysokospecjalizowanego sprzętu diagnostycznego, dając zarazem dokładniejsze wyznaczenie parametrów diagnostycznych.

Zastosowanie eksploatacyjnej analizy modalnej jako jednej z nowych metod badania stanu silnika spalinowego bazujących na pomiarze sygnału drganiowego wpisuje się w grono specjalistycznych i nowoczesnych metod diagnozowania stanu. Eksperymenty diagnostyczne silnika spalinowego na stanowisku badawczym pozwalają poddać ocenie i zweryfikować przydatność eksploatacyjnej analizy modalnej w diagnozowaniu stanu silnika.

W trakcie realizacji badań dokonano pomiarów sygnału drganiowego w wybranych punktach silnika na wymuszenia eksploatacyjne. Zarejestrowane sygnały przetworzono i uzyskano szereg estymat sygnału drganiowego. Przeprowadzona eksploatacyjna analiza modalna sygnału drganiowego pozwoliła na uzyskanie diagramów stabilizacyjnych i wyznaczenie wielkości modeli modalnych dla wybranych założonych stanów zdatności silnika. Otrzymane wyniki pozwoliły na utworzenie macierzy obserwacji wielkości charakterystycznych wybrany stanów zdatności silnika.

6.1. Obiekt badań

Obiektem badań modalnych jest silnik spalinowy nr 138C.2.048 powszechnie stosowany w modelu Fiat Uno 75i.e. Silnik znajduje się na stanowisku badawczym Laboratorium Silników Spalinowych w Katedrze Inżynierii Pojazdów i Transportu na Uniwersytecie Technologiczno – Przyrodniczym w Bydgoszczy. Obiekt badań przedstawiono na rysunku 6.1.

Przed przystąpieniem do badań, silnik poddano okresowemu przeglądowi technicznemu; wymienione zostały filtry okładu olejenia, wymieniono i uzupełniono olej do wielkości wymaganej przez producenta oraz sprawdzono poprawność działania instalacji elektrycznej silnika.

Rys. 6.1. Obiekt badań

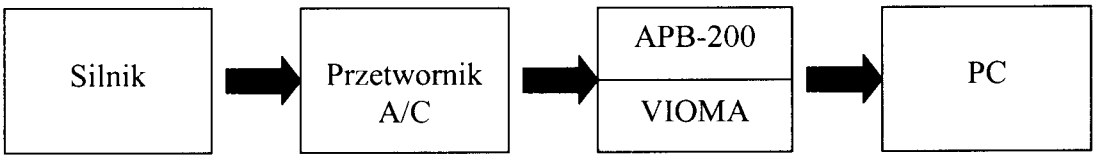
Podstawowe parametry techniczne charakteryzujące silnik zgodnie z dokumentacją techniczną zawarto w tabeli 6.1. Obiekt badań jest silnikiem, który z powodzeniem sprawdza się w codziennym użytkowaniu – jest oszczędny i niezawodny. Pomimo upływu czasu i wprowadzania nowszych rozwiązań konstrukcyjnych ten typ silnika uznano jako jeden z najlepszych produkowanych w koncernie Fiata silników o pojemności skokowej do 1500 cm^3.

Tabela 6.1. Podstawowe dane techniczne silnika

Wyszczególnienie	**Jednostka miary**	**Wartości liczbowe**
Liczba cylindrów	szt.	4
Pojemność skokowa	cm^3	1498
Kolejność zapłonów	-	1-3-4-2
Typ silnika - OHC	-	-
Moc znamionowa silnika	kW(KM)	55(75)
Prędkość obrotowa znamionowa	obr/min	5500
Moment obrotowy	Nm	108
Prędkość obrotowa przy maksymalnym momencie	obr/min	3000
Prędkość obrotowa biegu jałowego	obr/min	800 ± 50
Stopień sprężania	-	8,5:1
Wytwarzanie mieszanki – L-Jetronic,	-	-
Ciśnienie wtrysku	MPa	0,23 – 0,27
Kąt wyprzedzenia zapłonu	^{0}OWK	10 ± 2

6.2. Stanowisko badawcze i aparatura pomiarowa

Pomiarów charakterystyk sygnału drganiowego na stanowisku badawczym dokonano przy pomocy karty pomiarowej APB 200 firmy Difa Measuring Systems, a następnie otrzymane wyniki poddano obróbce cyfrowej oprogramowaniem VIOMA, będące narzędziem komputerowej analizy modalnej, bazującej na środowisku obliczeniowym Matlab (szczegóły omówiono w rozdziale 5.5) Schemat toru pomiarowego procesu badawczego przedstawiono na rysunku 6.2.



Rys.6.2. Schemat blokowy toru pomiarowego procesu badawczego

Tor pomiarowy składał się z:

- dwóch czujników przyśpieszeń ICP model HTM 352C68,
- dwóch kabli standardowych serii 002 pomiędzy czujnikami w wejściem karty In 4, In 1,
- karty pomiarowej APB 200.

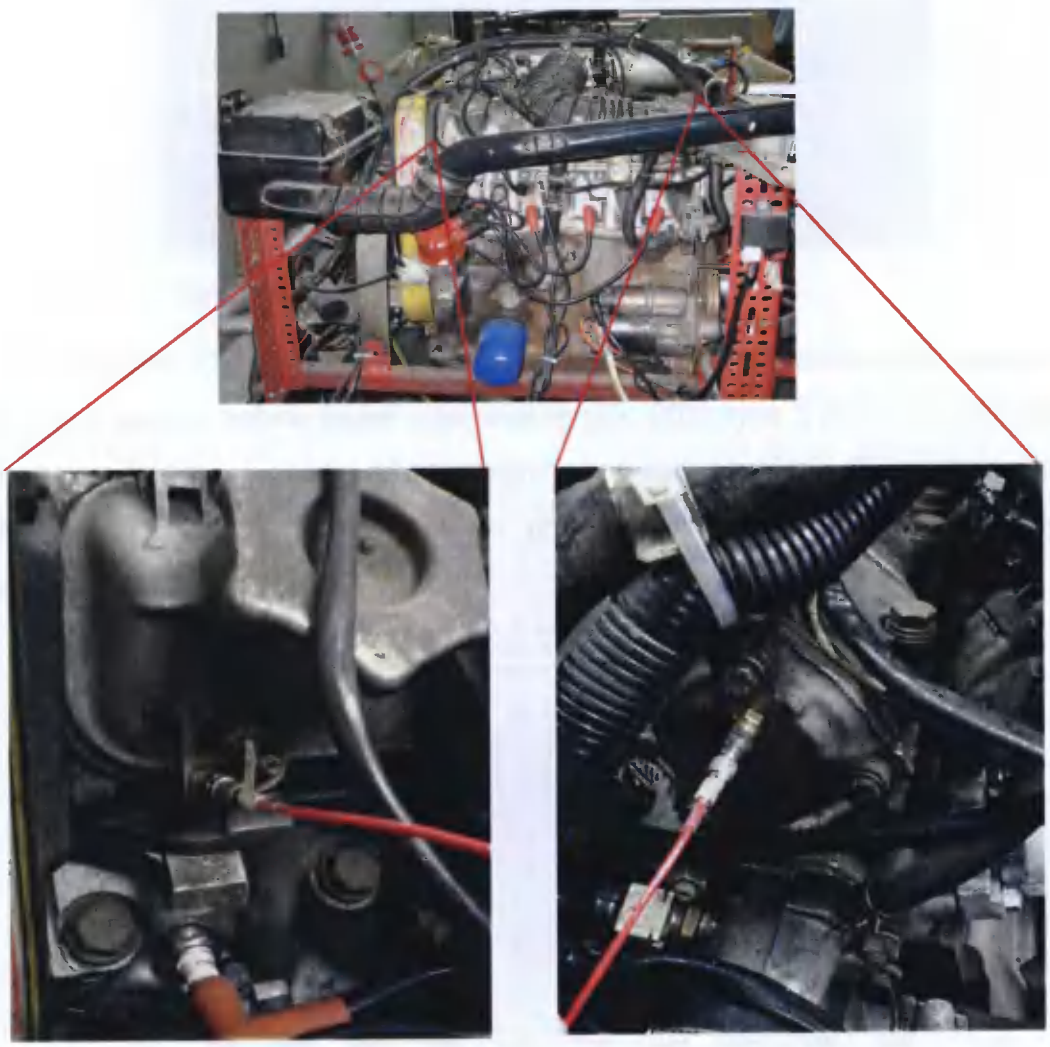
Zastosowane czujniki przyśpieszeń drgań firmy PCB Piezotronice typu ICP model 352C68 charakteryzują się następującymi parametrami technicznymi:

- czułość 100 mV/g (± 10%),
- zakres pomiarowy: ± 50 g pk (± 491 m/s^2 pk),
- szerokość pasma: (od 1 do 10000 Hz) 0.00016 g rms (0.0015 m/s^2 rms),
- zakres częstotliwości: (± 5%) 0,5 do 10000 Hz,
- waga: 2,0 gm.

Na rysunku 6.3 przedstawiono zdjęcie jednego z czujników drgań zastosowanych w trakcie badań doświadczalnych.

Rys. 6.3. Czujniki przyśpieszeń drgań PCB Piezotronice typu ICP model 352C68

Na rysunku 6.4 przedstawiono badany silnik wraz z mocowaniem czujników ICP model HTM 352C68 rejestrujących drgania w punktach odbioru sygnału wraz z przewodami sygnałowymi.

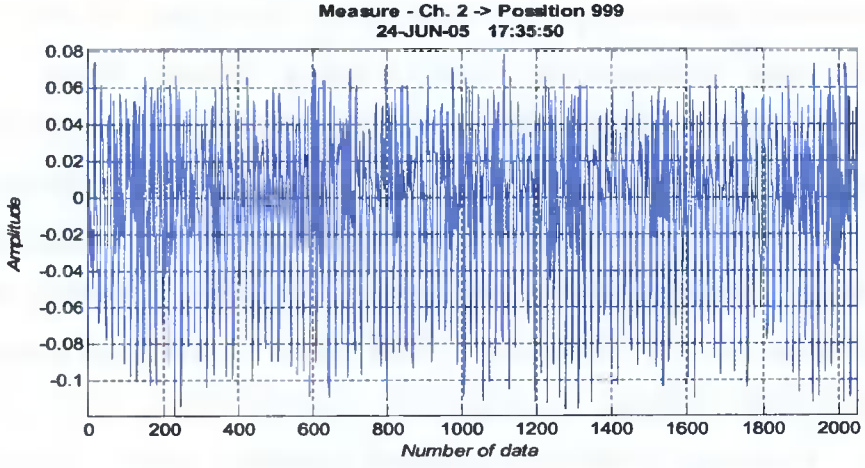


Rys. 6.4. Silnik wraz z mocowaniem czujników ICP model HTM 352C68 rejestrujących drgania w punktach odbioru sygnału wraz z przewodami sygnałowymi

Karta pomiarowa APB 200 firmy Difa Measuring Systems, jest wyspecjalizowanym narzędziem do akwizycji danych, szczególnie z wykorzystaniem metod eksperymentalnej i eksploatacyjnej analizy modalnej. Karta pomiarowa APB 200 została zainstalowana w komputerze pomiarowym, który przedstawiono na rysunku 6.5 w trakcie badań eksperymentalnych na stanowisku badawczym.

Rys. 6.5. Komputer pomiarowy na stanowisku badawczym

Na rysunku 6.6 przedstawiono przykładowy przebieg zmian amplitudy drgań w czasie uzyskany w trakcie badań stanowiskowych. Pliki typu TIME posłużyły do wykonania analizy sygnału drganiowego na podstawie których wyznaczono podstawowe estymaty sygnału oraz po przekształceniu do wykonania analizy modalnej w programie VIOMA.



Rys. 6.6. Przykładowy przebieg zmian amplitudy drgań w czasie

6.3. Wybór punktów odbioru sygnału drganiowego

W trakcie badań dowolnego obiektu technicznego istotnym problemem jaki musi zostać rozwiązany przez prowadzącego badania to optymalny wybór punktów odbioru sygnału z obiektu do analizy. Rozwiązanie tego zagadnienia jest bardzo ważne, gdyż niewłaściwy wybór punktów odbioru sygnału może zniweczyć dokonania całej pracy. Każdy obiekt możemy przedstawić w postaci modelu geometrycznego, który opisuje układ przestrzenny punktów pomiarowych na powierzchniach ścian danego obiektu.

Do prowadzenia badań modalnych wielkość sieci punktów pomiarowych zależy głównie od własności dynamiki strukturalnej obiektu i zakresu częstości, dla którego prowadzone są badania parametrów modelu modalnego. Należy uwzględnić w trakcie badań zależność, która mówi, że im większy stopień złożoności kształtu przestrzennego deformacji sprężystej badanego obiektu w identyfikowanych wybranym zakresie częstości postaci drgań własnych, tym większa jest wymagana gęstość sieci punktów pomiarowych. W każdym eksperymencie w zależności od założonego celu, dążymy do otrzymania optymalnego modelu geometrycznego. Z braku możliwości przewidzenia wyników badań eksperymentalnych oraz trudność ilościowego sformułowania kryteriów takiej optymalizacji, model geometryczny obiektu zwykle powstaje na podstawie subiektywnych doświadczeń eksperymentatora.

W obiektach rzeczywistych – np.: silnikach spalinowych – przestrzenny rozkład masy i sztywności jest często bardzo nierównomierny, to optymalny dla danego planu eksperymentu rozkład sieci pomiarowych nie może być równomierny. W badaniach dla małej liczby punktów pomiarowych dodanie kolejnych punktów odbioru sygnału znacznie polepsza jakość odwzorowania drgań własnych w wynikach eksperymentu, to zbyt duże zwiększenie rozmiaru sieci i ilości punktów pomiarowych znacznie zwiększa koszty oraz wydłuża czas trwania eksperymentu bez polepszenia jakości uzyskanego eksperymentalnie zbioru danych.

W badaniach silnika spalinowego do wyboru punktów odbioru sygnału drganiowego posłużono się analizą funkcji koherencji – a w szczególności poddano analizie wartości współczynników koherencji dla częstości charakterystycznych pracy silnika. Funkcja koherencji pomiędzy sygnałami wymuszenia i odpowiedzi układu, definiowana jest jako [5,17,58,65,94]:

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f)G_{yy}(f)} \tag{6.1}$$

Obliczając gęstości widmowe dla podanego wyżej wzoru, w funkcji gęstości procesu źródłowego u(t) i znanych transmitancji $H_1(f)$, $H_2(f)$, uzyskano:

$$G_{xy}(f) = H_1(f)H_2^*(f)G_{uu}(f)$$

$$G_{xx}(f) = [H_1(f)]^2 G_{uu}(f)$$

$$G_{yy}(f) = [H_2(f)]^2 G_{uu}(f) \tag{6.2}$$

Stąd po podstawieniu zależności 6.2 do zależności 6.1 otrzymano wzór:

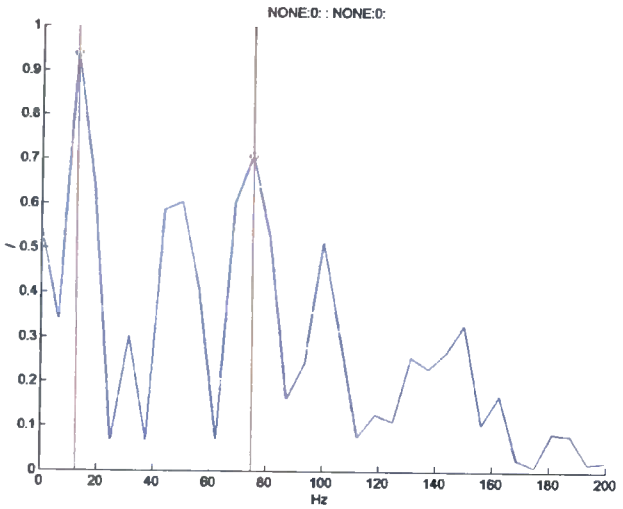
$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|H_1(f)H_2^*(f)|^2 G_{uu}^2(f)}{|H_1(f)|^2 G_{uu}(f)H_2(f)^2 G_{uu}(f)} = 1 \tag{6.3}$$

Niezależnie od charakteru transmitancji dróg przejścia, funkcja koherencji przyjmuje zawsze wartość jeden jeżeli tylko sygnały x(t) i y(t) pochodzą z tego samego źródła. Dla większej liczby źródeł niż jedno funkcja koherencji będąca nieujemną jest zawsze mniejsza od jedności.

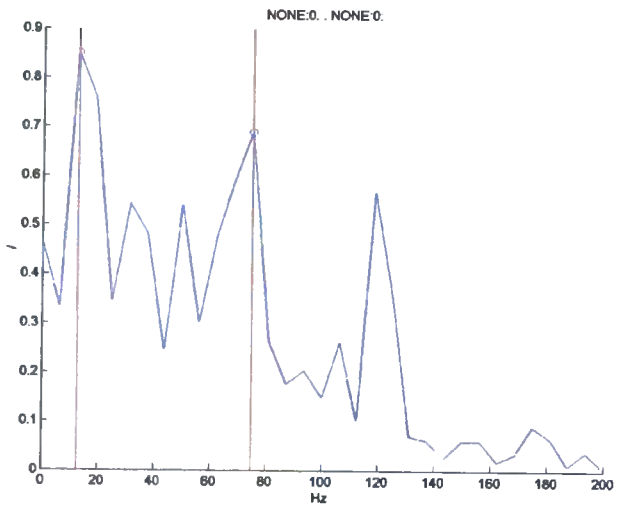
W celu wyznaczenia częstości charakterystycznych dla silnika spalinowego zasymulowano następujące stany zdatności obiektu:

- stan (A) - odpowiadał stanowi zdatności silnika,
- stan (B) - odpowiadał stanowi silnika, w którym założono, że w trakcie pracy silnika na jednym z cylindrów jest uszkodzona świeca zapłonowa,
- stan (C) - odpowiadał stanowi silnika, w którym założono, że w trakcie pracy silnika na jednym z cylindrów jest uszkodzony wtryskiwacz.

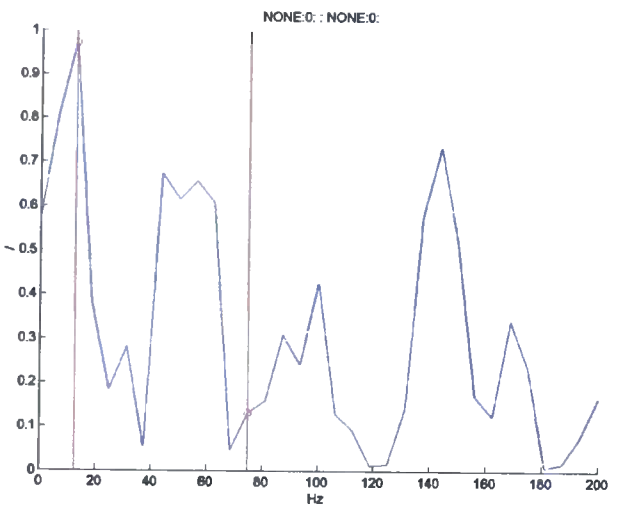
Na podstawie otrzymanych wyników i analizie danych dla trzech założonych stanów zdatności silnika spalinowego wyznaczone zostały dwie częstości charakterystyczne oraz określone zostały dla tych częstości wartości współczynników koherencji. Na rysunkach 6.7, 6.8 oraz 6.9 przedstawiono graficznie wyniki badań doświadczalnych współczynnika koherencji dla założonych stanów silnika.



Rys. 6.7. Funkcja koherencji dla stanu A



Rys. 6.8. Funkcja koherencji dla stanu B



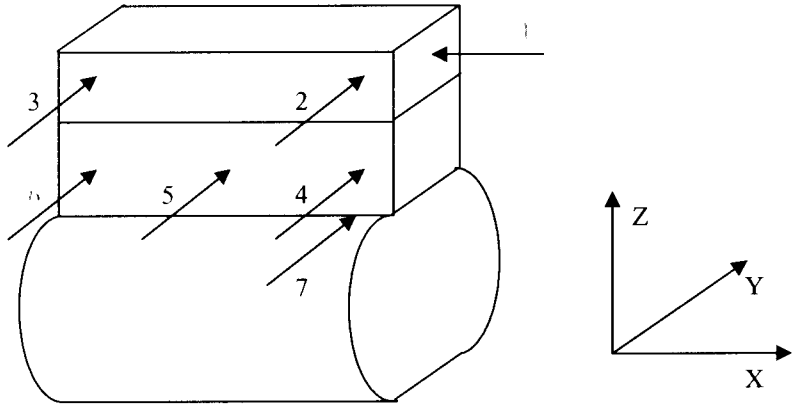
Rys. 6.9. Funkcja koherencji dla stanu C

Na rysunku przedstawiono funkcję koherencji dla zakresu pomiarowego od 0 do 200 Hz. Na osi pionowej oznaczona została wartość współczynnika koherencji, zawierająca się w przedziale od 0 do 1. Wartość współczynnika koherencji została wyznaczona dla wartości częstości 12,5 Hz oraz 75 Hz, dających najlepsze zróżnicowanie wartości współczynnika koherencji dla założonych stanów silnika – na rysunku przedstawione w postaci pionowych linii. Dla tych częstości określona została wartość współczynnika koherencji dla założonego stanu A i kolejnych założonych stanów. W tabeli 6.2 przedstawiono zestawienie otrzymanych wartości liczbowych współczynnika koherencji dla wybranych częstości.

Tabela 6.2. Wartości częstości charakterystycznych i odpowiadających im wartości współczynnika koherencji

	Stan A		Stan B		Stan C	
Parametry sygnału	Linia1	Linia 2	Linia1	Linia 2	Linia1	Linia 2
Wartość częstości	12,5 Hz	75 Hz	12,5 Hz	75 Hz	12,5 Hz	75 Hz
Wartość współczynnika koherencji	0,95	0,7	0,87	0,68	0,98	0,15

Po wyznaczeniu częstości charakterystycznych wytypowano 7 punktów pomiarowych, które poddane zostały analizie pod względem ich trafności wyboru do dalszych badań modalnych. Schemat rozmieszczenia punktów pomiarowych przedstawiono na rysunku 6.10. W trakcie planowania rozmieszczenia punktów odbioru sygnału uwzględniona została specyfika rozkładu sił w mechanizmie korbowo – tłokowym pracującego silnika, oraz łatwość dostępu do tych punktów w przypadku , gdy silnik posadowiony jest w komorze silnika samochodu [31,34].



Rys. 6.10. Schemat rozmieszczenia punktów pomiarowych

Do badań optymalizujących wybór punktów odbioru sygnału wybrano stan zdatności silnika, pomiarów dokonano gdy silnik pracował z prędkością obrotową biegu jałowego. Dla tak przygotowanego silnika dokonano pomiarów i określono wartości współczynników koherencji pomiędzy wszystkimi wytypowanymi punktami pomiarowymi dla wyznaczonych częstości charakterystycznych. Wyniki pomiarów przedstawiono w tabeli 6.3.

Tabela 6.3. Wartości współczynnika koherencji otrzymane dla stanu zdatności silnika pomiędzy punktami odbioru sygnału oznaczonymi zgodnie ze schematem dla pierwszej oraz drugiej częstości charakterystycznej

Punkt	1		2		3		4		5		6		7	
stały 1	-		**0,65**	0,25	**0,45**	0,5	**0,35**	0,7	**0,35**	0,6	**0,2**	0,3	**0,1**	0,55
stały 2	**0,65**	0,25	-		**0,98**	0.99	**0,99**	0,8	**0,98**	0,98	**0,88**	0,13	**0,98**	0,2
stały 3	**0,45**	0,5	**0,95**	0,18	-		**0,93**	0,15	**0,92**	0,53	**0,85**	0,78	**0,89**	0,77
stały 4	**0,35**	0,7	**0,98**	0,97	**0,94**	0,94	-		**0,95**	0,93	**0,74**	0,45	**0,97**	0,86
stały 5	**0,35**	0,6	**0,96**	0,95	**0,92**	0,94	**0,96**	0,97	-		**0,94**	0,55	**0,94**	0,15
stały 6	**0,2**	0,3	**0,77**	0,42	**0,89**	0,6	**0,82**	0,2	**0,82**	0,18	-		**0,45**	0,34
stały 7	**0,1**	0,55	**0,96**	0,25	**0,91**	0,6	**0,98**	0,56	**0,98**	0,72	**0,85**	0,52	-	

Na podstawie analizy tabeli wyników 6.3, z przeprowadzonych badań stanowiskowych dla wszystkich punktów odbioru sygnału uzyskano wartości współczynnika koherencji pomiędzy poszczególnymi punktami odbioru sygnału. Podczas analizy stwierdzono, że najmniejsza wartość współczynnika koherencji dla obu częstości charakterystycznych wyznaczona została pomiędzy punktami 1 oraz 6. Oznacza to że w tych dwóch punktach odbioru sygnału istnieje najlepsze zróżnicowanie rejestrowanych sygnałów drganiowych a niska wartość współczynnika koherencji daje gwarancje, że mierzone sygnały nie pochodzą z tego samego źródła. Do dalszych badań modalnych jako najlepsze wybrane zostały zatem punkty odbioru sygnału 1 oraz 6 (oznaczone zgodnie z rysunkiem 6.10 kolorem czerwonym).

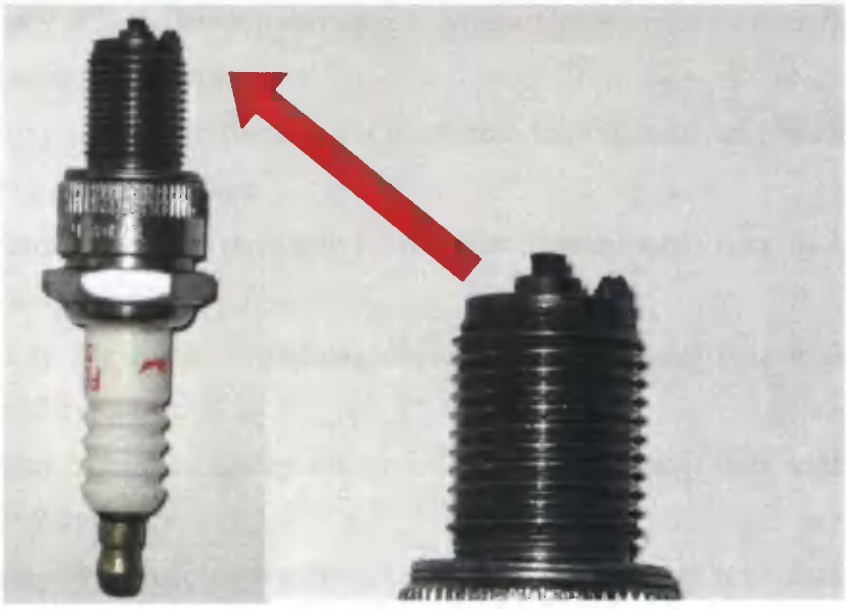
6.4. Warunki badań

W trakcie badań doświadczalnych w celu uzyskania jednolitych w czasie warunków eksploatacji silnika kierowano się następującymi wytycznymi [50,82]:

- pomiarów dokonano dla prędkości obrotowej silnika 850 obr/min (bieg jałowy),
- silnik znajdował się w stanie równowagi cieplnej dla biegu jałowego – temperatura korpusu silnika w pobliżu czujnika pomiarowego w punkcie 6 (zgodnie z rysunkiem 6.10) wynosiła 71^0C,
- kolejność zapłonów 1-3-4-2 determinowała możliwość wystąpienia symulowanych stanów – niemożliwym w trakcie pomiarów stało się uzyskanie stanu dynamicznego, w którym wyłączone byłby z pracy kolejne cylindry np.: 1 i 3,
- analizę modalną przeprowadzono dla zakresu częstości szerokości pasma od 0 – 200 Hz i liczbie danych w ilości 2048,
- dany stan dynamiczny silnika opisywany jest 30 plikami pomiarowymi.

Dla potrzeb eksperymentu modalnego w celu uzyskania dobrze odwzorowanych w sygnale drganiowym wybranych stanów zdatności silnika posłużono się wprowadzeniem uszkodzenia świecy zapłonowej i wtryskiwacza w różnych kombinacjach. Uszkodzenia tych elementów, pomimo iż nie należą do najczęstszych uszkodzeń silnika w gwałtowny sposób wpływają na proces poprawnej pracy silnika dzięki czemu na etapie analizy wyników zwiększono trafności stawianej diagnozy eliminując wpływ ewentualnych błędów pomiarowych .

Uszkodzenie świecy zapłonowej polegało na usunięciu elektrody – w wyniku czego niemożliwym stał się zapłon mieszaniny paliwowo – powietrznej w danym cylindrze. W trakcie badań początkowo symulowano uszkodzenie świecy zapłonowej poprzez odłączenie od świecy przewodu wysokiego napięcia, jednak ze względu na czułość aparatury pomiarowej takie symulowanie uszkodzenia stało się niemożliwe, gdyż dochodziło do resetowania się systemu pomiarowego na skutek niekontrolowanego przeskoku iskry. Na rysunku 6.11 przedstawiono sposób uszkodzenia świecy zapłonowej, która była następnie zakładana na wybrany cylinder.



Rys. 6.11. Uszkodzenie świecy zapłonowej

Uszkodzenie wtryskiwacza symulowano poprzez wypięcie przewodu sygnałowego z wtryskiwacza, skutkiem tego był brak wtrysku paliwa w cylindrze.

Kierując się znajomością budowy oraz zasadą działania silnika spalinowego w trakcie badań zasymulowano następujące stany silnika:

1. Silnik w stanie zdatności,
2. Uszkodzony wtryskiwacz na 4 cylindrze,
3. Uszkodzony wtryskiwacz na 3 cylindrze,
4. Uszkodzony wtryskiwacz na 2 cylindrze,
5. Uszkodzony wtryskiwacz na 1 cylindrze,
6. Uszkodzona świeca na 4 cylindrze,
7. Uszkodzona świeca na 3 cylindrze,
8. Uszkodzona świeca na 2 cylindrze,
9. Uszkodzona świeca na 1 cylindrze,
10. Wyłączony 4 cylinder (wtryskiwacz i świeca uszkodzona),
11. Wyłączony 3 cylinder (wtryskiwacz i świeca uszkodzona),
12. Wyłączony 2 cylinder (wtryskiwacz i świeca uszkodzona),
13. Wyłączony 1 cylinder (wtryskiwacz i świeca uszkodzona),
14. Wyłączony 1 cylinder (wtryskiwacz i świeca uszkodzona) oraz uszkodzony wtryskiwacz w 4 cylindrze,
15. Wyłączony 2 cylinder (wtryskiwacz i świeca uszkodzona) oraz uszkodzony wtryskiwacz w 3 cylindrze,

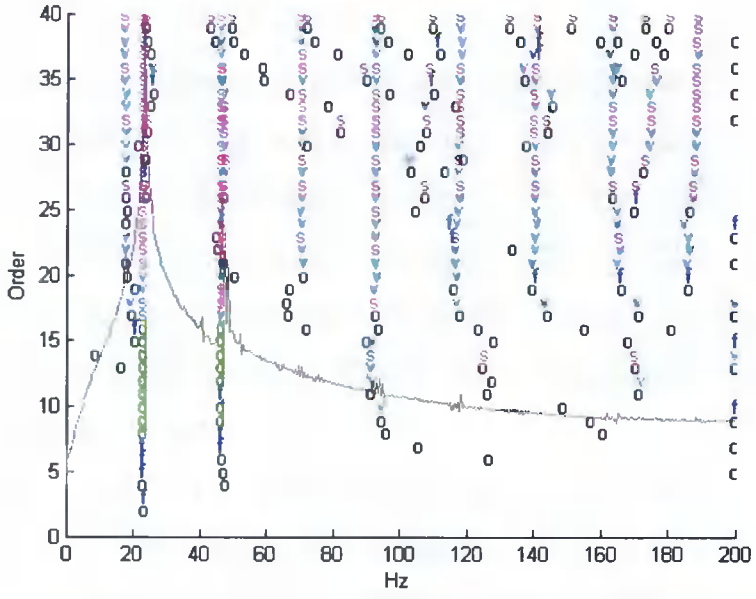
16. Wyłączony 3 cylinder (wtryskiwacz i świeca uszkodzona) oraz uszkodzony wtryskiwacz w 2 cylindrze,
17. Wyłączony 4 cylinder (wtryskiwacz i świeca uszkodzona) oraz uszkodzony wtryskiwacz w 1 cylindrze,
18. Wyłączony 1 cylinder (wtryskiwacz i świeca uszkodzona) oraz uszkodzona świeca w 4 cylindrze,
19. Wyłączony 2 cylinder (wtryskiwacz i świeca uszkodzona) oraz uszkodzona świeca w 3 cylindrze,
20. Wyłączony 3 cylinder (wtryskiwacz i świeca uszkodzona) oraz uszkodzona świeca w 2 cylindrze,
21. Wyłączony 4 cylinder (wtryskiwacz i świeca uszkodzona) oraz uszkodzona świeca w 1 cylindrze,
22. Uszkodzony wtryskiwacz w 1 cylindrze oraz uszkodzony wtryskiwacz w 4 cylindrze,
23. Uszkodzony wtryskiwacz w 2 cylindrze oraz uszkodzony wtryskiwacz w 3 cylindrze,
24. Uszkodzony wtryskiwacz w 1 cylindrze oraz uszkodzona świeca w 4 cylindrze,
25. Uszkodzony wtryskiwacz w 2 cylindrze oraz uszkodzona świeca w 3 cylindrze,
26. Uszkodzony wtryskiwacz w 3 cylindrze oraz uszkodzona świeca w 2 cylindrze,
27. Uszkodzony wtryskiwacz w 4 cylindrze oraz uszkodzona świeca w 1 cylindrze,
28. Uszkodzona świeca w 1 cylindrze oraz uszkodzona świeca w 4 cylindrze,
29. Uszkodzona świeca w 2 cylindrze oraz uszkodzona świeca w 3 cylindrze,
30. Uszkodzona świeca w 1 cylindrze oraz uszkodzony wtryskiwacz w 4 cylindrze,
31. Uszkodzona świeca w 2 cylindrze oraz uszkodzony wtryskiwacz w 3 cylindrze,
32. Uszkodzona świeca w 3 cylindrze oraz uszkodzony wtryskiwacz w 2 cylindrze,
33. Uszkodzona świeca w 4 cylindrze oraz uszkodzony wtryskiwacz w 1 cylindrze,
34. Wyłączony 1 cylinder oraz wyłączony 4 cylinder,
35. Wyłączony 2 cylinder oraz wyłączony 3 cylinder,

Eksploatacyjna analiza modalna zaimplementowana w programie VIOMA może być realizowana poprzez funkcje typu „korelacji wzajemnej" oraz „gęstości widmowej mocy" uzyskane po przekształceniu odpowiedzi czasowej sygnału „odpowiedź czasowa" [29]. W programie VIOMA można uzyskać jeden plik typu

korelacji wzajemnej (do jego utworzenia potrzebne są dane z dwóch czujników pomiarowych) oraz dwa pliki typu gęstości widmowych: plik gęstość widmowa mocy (do jego utworzenia potrzeby sygnał z jednego czujnika) oraz kolejny plik typu cross gęstości widmowej (do jego utworzenia potrzebne są dane z dwóch czujników pomiarowych). Na podstawie wybranego pliku pomiarowego opisującego stan zdatności badanego silnika spalinowego, przeprowadzono analizy otrzymanych diagramów stabilizacyjnych dla metody LSCE, poprzez utworzenie kolejno trzech opisanych powyżej funkcji a następnie z każdej z nich utworzony został diagram stabilizacyjny. Model modalny danego stanu charakteryzuje się następującymi wielkościami:

- rzędem modelu modalnego „Order",
- częstościami własnymi „ω_i",
- bezwymiarowym współczynnikiem tłumienia „ξ"

Na rysunku 6.12 przedstawiono diagram stabilizacyjny uzyskany poprzez funkcję korelacji wzajemnej.



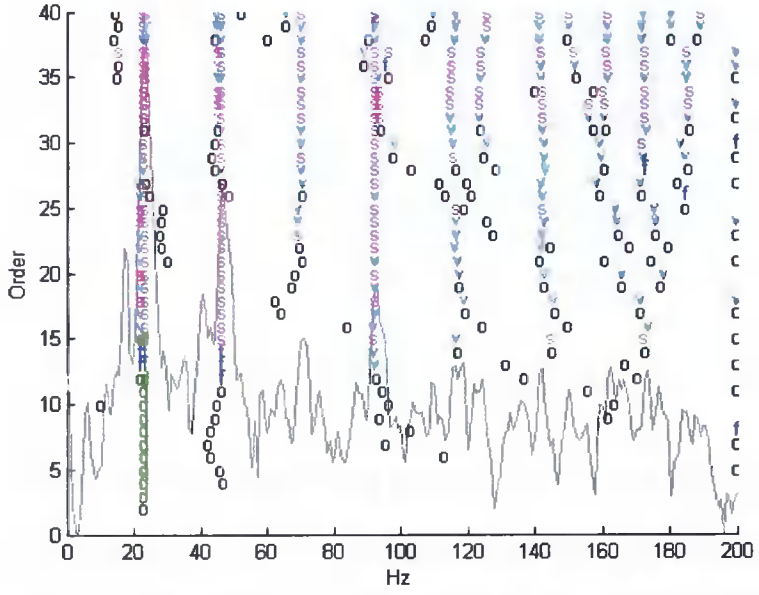
Rys.6.12. Diagram stabilizacyjny uzyskany poprzez funkcję korelacji wzajemnej

Na podstawie diagramu wyznaczono 2 częstości charakterystyczne ω_i:

a) $\omega = 23{,}33$ Hz, rząd modelu modalnego = 17, $\xi = 0{,}11$ %,

b) $\omega = 46{,}72$ Hz, rząd modelu modalnego = 18, $\xi = 0{,}35$ %.

Następnie utworzono diagram stabilizacyjny z funkcji Power Spectrum Density. Na rysunku 6.13 przedstawiony został diagram stabilizacyjny uzyskany poprzez funkcję Power Spectrum Density.



Rys.6.13. Diagram stabilizacyjny uzyskany poprzez funkcję gęstości widmowej mocy (Power Spectrum Density)

Na podstawie diagramu wyznaczono 3 częstości charakterystyczne ω_i:

a) $\omega = 23{,}47$ Hz, rząd modelu modalnego = 16, $\xi = 1{,}29$ %,

b) $\omega = 46{,}70$ Hz, rząd modelu modalnego = 15, $\xi = 1{,}61$ %,

c) $\omega = 92{,}05$ Hz, rząd modelu modalnego = 15, $\xi = 1{,}7$ %.

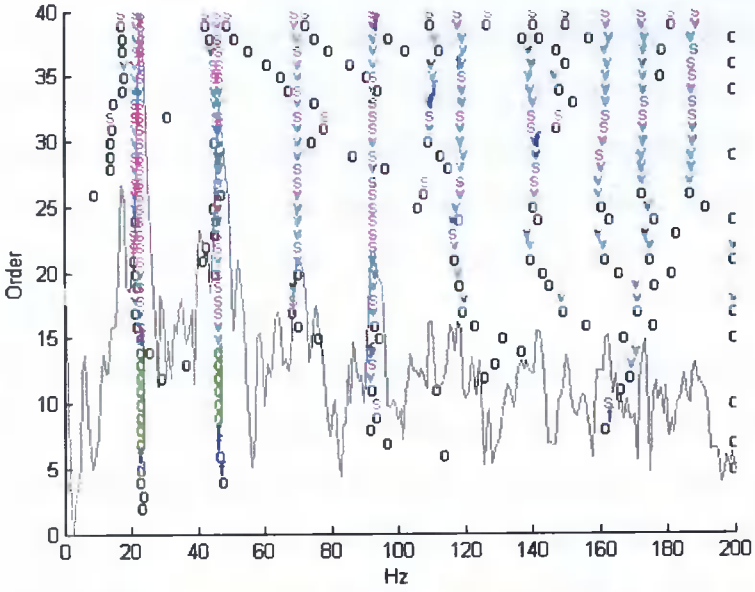
Na rysunku 6.14 przedstawiony został diagram stabilizacyjny uzyskany poprzez funkcję Cross Spectrum Density. Na podstawie diagramu wyznaczono 4 częstości charakterystyczne ω_i:

a) $\omega = 23{,}40$ Hz, rząd modelu modalnego = 16, $\xi = 1{,}49$ %,

b) $\omega = 46{,}80$ Hz, rząd modelu modalnego = 17, $\xi = 1{,}25$ %,

c) $\omega = 70$ Hz, rząd modelu modalnego = 22, $\xi = 1{,}86$ %,

d) $\omega = 93{,}27$ Hz, rząd modelu modalnego = 18, $\xi = 1{,}59$ %.



Rys.6.14. Diagram stabilizacyjny uzyskany poprzez funkcję Cross Spectrum Density

Wyniki przeprowadzonej analizy nie dają jednoznacznej odpowiedzi, która z zastosowanych funkcji jest optymalną do wyznaczenia właściwych częstości własnych. Różnice wyników w otrzymanych diagramach stabilizacyjnych wynikają z samej natury zastosowanych funkcji (funkcje z fazą równą 0 lub różną od 0). Istotny wpływ na wyniki analizy ma fakt występujących zakłóceń sygnału, które występują w trakcie pracy obiektu, a są pomijane przez systemy pomiarowe. W trakcie procesu estymacji w programie VIOMA mogą wystąpić błędy wynikające z następujących przyczyn:

a) błąd obliczeń wynikający ze sposobu obliczania transformacji pomiędzy estymowanymi funkcjami,

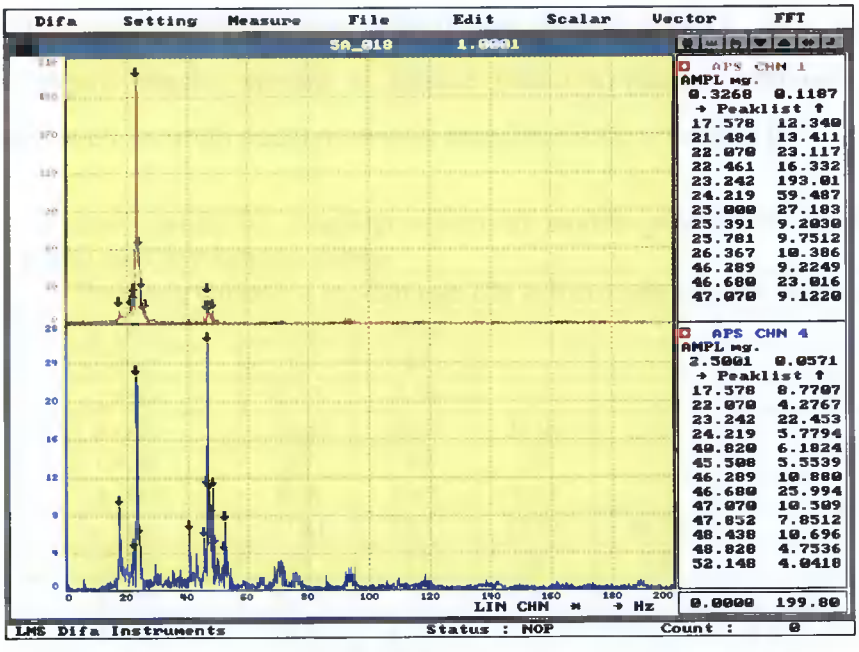
b) błąd wynikający ze sposobu przekształceń danych funkcji,

c) błąd wynikający z jakości algorytmów zastosowanych do obliczeń.

Jednym ze sposobów weryfikacji otrzymanych diagramów stabilizacyjnych jest zastosowanie innej metody estymacji parametrów modalnych – np. metoda BR (Balanced Realisation). Zastosowanie tej metody pozwoli na weryfikację rzędu modelu modalnego oraz weryfikacje otrzymanych biegunów modalnych poprzez badanie zmienności przebiegu linii stabilizacyjnej oraz wartości rzędu bieguna modalnego. Właściwa identyfikacja biegunów modalnych jest trudna do zrealizowania ze względu na swą naturę ich wyznaczania. Bieguny estymowane dla bardzo niskich rzędów mogą być obarczone bardzo dużym błędem obliczeniowym

tak że wartości tłumienia mogą osiągać błąd obliczeniowy rzędu 200%. Estymacja biegunów wysokich rzędów pociąga za sobą niebezpieczeństwo podziału jednego bieguna rzeczywistego na dwa lub kilka bieguny, które staja się biegunami urojonymi. Dlatego stosowane są metody badania rozrzutu parametrów modalnych w zależności od stopnia wielomianu dla danej szerokości pasma sygnału. Dobrze wybrany biegun modalny powinien być silnym biegunem tak by energia bieguna podczas jego redukcji była wysoka.

Dla potrzeb weryfikacji przedstawionych diagramów stabilizacyjnych w tej pracy porównano je z widmem sygnału uzyskanym dla tej próbki pomiarowej. Widmo sygnału dla rozpatrywanego stanu zdatności silnika zostało przedstawione na rysunku 6.15. Porównanie częstości modalnych z częstościami uzyskanymi na widmie pozwoli jednoznacznie określić, która z estymowanej funkcji, na podstawie której uzyskano diagram stabilizacyjny jest najlepszą do zastosowania w opisie danego stanu badanego obiektu.



Rys.6.15. Widmo sygnału dla stanu zdatności silnika spalinowego

Na podstawie widma sygnału przedstawionego na rysunku 6.15 stwierdzono jednoznacznie, iż częstościami istotnymi i dobrze odwzorowanymi są częstości ω_i:

a) 23,24 Hz,

b) 46,68 Hz.

Pozostałe częstości własne uzyskane z diagramów stabilizacyjnych są częstościami powstałymi na skutek szumu sygnału oraz błędów estymacji i nie znajdują swojego potwierdzenia w przebiegu widma sygnału. Na podstawie takiego porównania stwierdzono jednoznacznie, że do dalszej analizy danych należy stosować diagramy stabilizacyjne wygenerowane poprzez funkcję Cross Corelation.

Dla tak założonych stanów zdatności, na podstawie przeprowadzonych badań stanowiskowych otrzymano metodą eksploatacyjnej analizy modalnej diagramy stabilizacyjne wygenerowane poprzez funkcję Cross Corelation. Na ich podstawie opracowano model modalny dla poszczególnych założonych stanów silnika. Do wyników badań dołączone zostały widma poszczególnych sygnałów. Ze względu na dużą ilość otrzymanych danych, przedstawione zostaną wybrane przykładowe wyniki założonych stanów zdatności silnika.

6.5. Wyniki badań

Zgodnie z przedstawionymi warunkami badań silnika, dla założonych trzydziestu pięciu stanów silnika w trakcie badań uzyskano wielkości wartości modeli modalnych, których podsumowanie przedstawiono w tablicy 6.4.

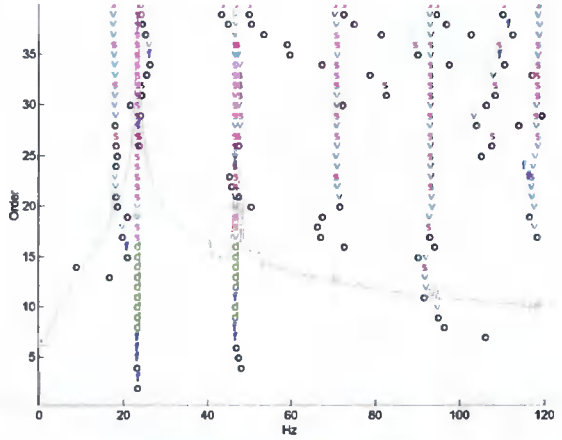
Tabela 6.4. Wartości wielkości charakterystycznych modelu modalnego dla trzydziestu pięciu stanów zdatności silnika

Stan	Parametry modelu modalnego dla założonych stanów zdatności						
1	ω (Hz)	23,27	46,96				
	Order	18	17				
	ξ (%)	0,67	1,34				
2	ω (Hz)	16,62	21,82	38,09			
	Order	20	19	20			
	ξ (%)	4,08	0,68	4,33			
3	ω (Hz)	17,81	22,57	27,94	39,74		
	Order	19	17	28	18		
	ξ (%)	4,81	1,47	4,82	2,00		
4	ω (Hz)	16,33	22,13	27,99	38,59	49,13	
	Order	29	18	31	17	23	
	ξ (%)	7,05	3,11	7,13	4,09	5,51	
5	ω (Hz)	17,36	22,82	29,24	40,03	50,87	91,64
	Order	23	19	34	27	25	16
	ξ (%)	6,69	1,18	6,17	3,21	2,90	2,24
6	ω (Hz)	20,13	22,05	39,08	49,60		
	Order	18	24	23	23		
	ξ (%)	1,93	7,93	6,98	4,80		
7	ω (Hz)	16,52	20,70	25,51	41,43	47,43	
	Order	19	17	29	27	26	
	ξ (%)	10,11	2,48	6,73	4,61	4,07	

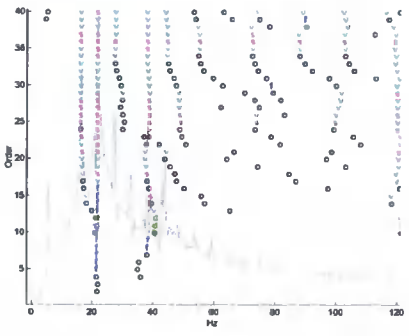
8	ω (Hz)	16,50	21,89	37,74	46,34		
	Order	23	18	24	20		
	ξ (%)	11,47	1,21	6,33	1,78		
9	ω (Hz)	17,59	23,58	45,93			
	Order	25	17	18			
	ξ (%)	3,83	0,71	1,27			
10	ω (Hz)	16,81	22,13	27,86	38,91		
	Order	21	20	34	20		
	ξ (%)	2,91	0,59	5,49	2,10		
11	ω (Hz)	18,28	24,42	42,97	48,31	73,89	
	Order	19	17	25	19	21	
	ξ (%)	1,20	0,96	5,04	1,25	2,53	
12	ω (Hz)	16,63	21,76	37,60	48,56		
	Order	26	19	21	21		
	ξ (%)	11,41	0,65	4,48	5,13		
13	ω (Hz)	17,21	22,78	39,22	46,58	92,11	
	Order	21	18	22	19	20	
	ξ (%)	4,36	1,56	7,23	3,43	3,09	
14	ω (Hz)	10,95	20,46	30,37	38,97	48,06	
	Order	32	18	30	24	20	
	ξ (%)	0,52	0,14	1,68	1,98	0,97	
15	ω (Hz)	10,89	20,72	30,88	41,68		
	Order	29	17	27	16		
	ξ (%)	8,17	0,60	4,28	3,08		
16	ω (Hz)	10,84	19,85	29,43	39,71	46,39	
	Order	30	17	26	19	21	
	ξ (%)	8,34	0,49	3,17	3,28	1,46	
17	ω (Hz)	9,82	19,05	28,52	38,23	47,16	56,01
	Order	37	17	27	24	19	29
	ξ (%)	0,31	0,17	2,81	2,97	1,85	4,03
18	ω (Hz)	19,20	25,77	39,70	53,03	77,69	105,41
	Order	25	17	24	23	20	22
	ξ (%)	7,13	1,65	5,23	5,98	2,97	2,43
19	ω (Hz)	10,67	20,97	31,23	42,28	52,71	
	Order	31	17	27	20	28	
	ξ (%)	1,94	0,64	3,90	2,92	2,23	
20	ω (Hz)	10,73	20,60	30,34	41,40		
	Order	30	17	29	16		
	ξ (%)	5,12	0,55	3,26	2,19		
21	ω (Hz)	11,29	21,84	33,03	44,11		
	Order	29	17	22	26		
	ξ (%)	3,18	0,78	4,90	3,10		
22	ω (Hz)	9,63	19,19	28,74	37,87	48,10	58,41
	Order	37	18	36	20	22	23
	ξ (%)	0,51	0,07	0,31	2,59	3,10	2,77
23	ω (Hz)	9,50	18,91	28,43	37,85	47,15	56,86
	Order	37	18	33	23	32	29
	ξ (%)	0,32	0,14	4,56	4,40	1,90	2,24
24	ω (Hz)	17,36	23,17	39,09	46,53		
	Order	22	18	18	26		
	ξ (%)	4,23	1,03	2,49	4,28		
25	ω (Hz)	10,96	21,08	31,28	42,43		
	Order	30	17	27	19		
	ξ (%)	7,17	0,58	4,06	3,88		

26	ω (Hz)	11,98	23,12	34,88	46,59	58,09	
	Order	28	1	24	18	28	
	ξ (%)	3,11	0,73	1,89	2,15	2,53	
27	ω (Hz)	11,22	21,96	32,76	44,35	55,44	
	Order	32	17	29	19	24	
	ξ (%)	2,30	0,59	1,64	3,90	3,87	
28	ω (Hz)	26,09	50,89	78,35	105,63		
	Order	18	20	20	20		
	ξ (%)	1,09	1,41	1,53	1,84		
29	ω (Hz)	20,16	40,78				
	Order	16	17				
	ξ (%)	1,27	3,07				
30	ω (Hz)	16,54	21,60	43,52			
	Order	20	18	17			
	ξ (%)	6,72	0,68	3,69			
31	ω (Hz)	10,90	20,70	31,21	42,15		
	Order	30	17	28	16		
	ξ (%)	3,53	0,58	3,14	2,26		
32	ω (Hz)	10,60	20,70	31,21	42,15		
	Order	30	17	28	16		
	ξ (%)	3,49	2,91	3,32	3,63		
33	ω (Hz)	11,46	21,77	32,48	44,02	55,38	
	Order	29	17	26	26	27	
	ξ (%)	5,11	0,82	2,94	2,94	3,55	
34	ω (Hz)	21,61	32,55	44,06	55,46		
	Order	17	18	25	25		
	ξ (%)	0,97	4,95	4,34	4,64		
35	ω (Hz)	10,93	21,15	31,40	42,59	53,37	
	Order	31	17	27	19	25	
	ξ (%)	3,04	0,38	3,47	3,58	3,47	

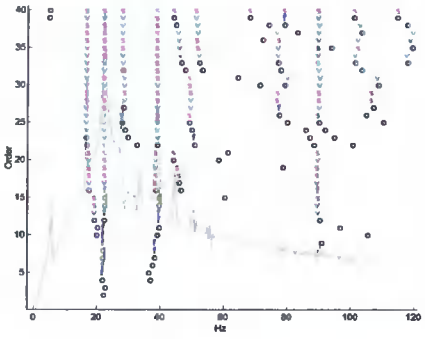
Jako uzupełnienie tabeli 6.4 na rysunku 6.16 przedstawiono diagram stabilizacyjny dla stanu pierwszego silnika – stan zdatności silnika. Na rysunkach od 6.17 do 6.50 przedstawiono diagramy stabilizacyjne kolejnych założonych stanów zdatności silnika.



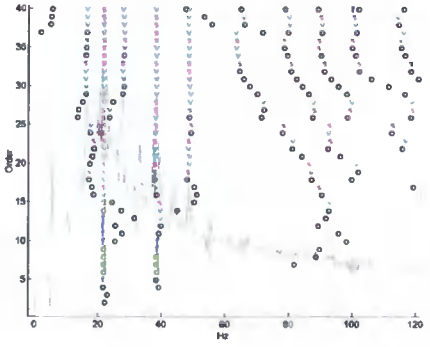
Rys. 6.16. Diagram stabilizacyjny silnika dla pierwszego stanu



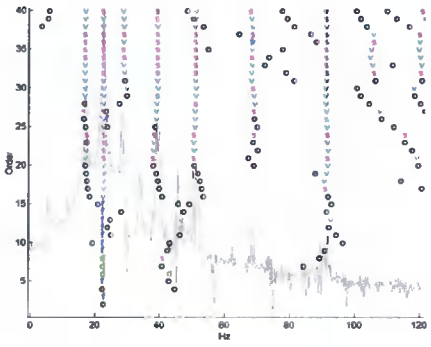
Rys. 6.17. Diagram stanu 2



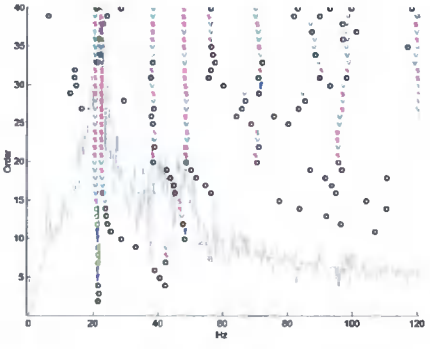
Rys. 6.18. Diagram stanu 3



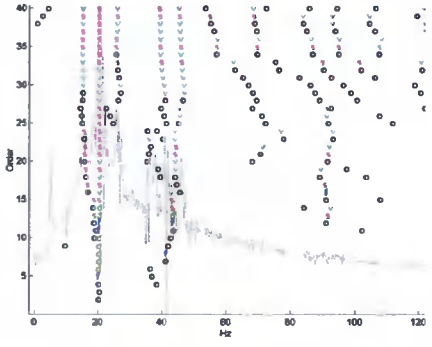
Rys. 6.19. Diagram stanu 4



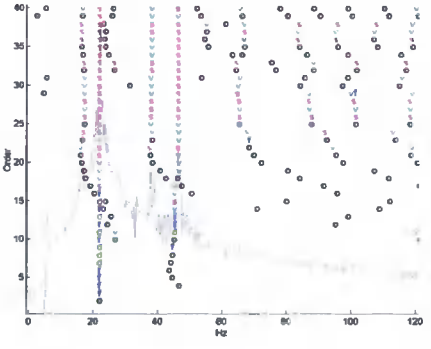
Rys. 6.20. Diagram stanu 5



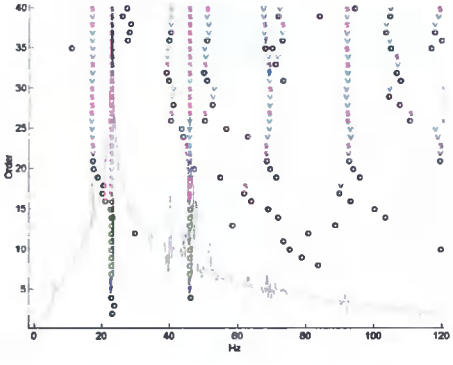
Rys. 6.21. Diagram stanu 6



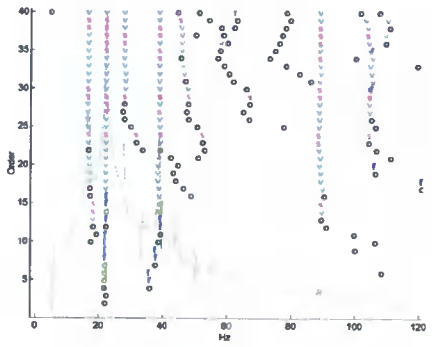
Rys. 6.22. Diagram stanu 7



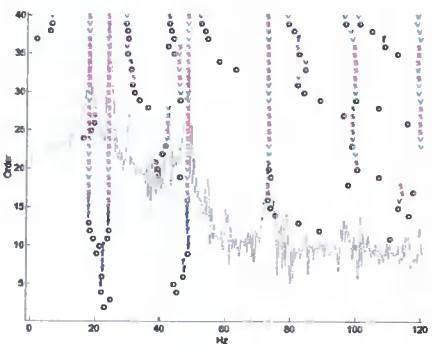
Rys. 6.23. Diagram stanu 8



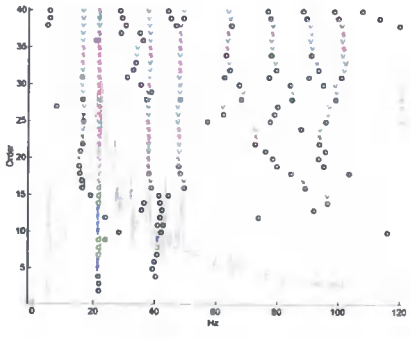
Rys. 6.24. Diagram stanu 9



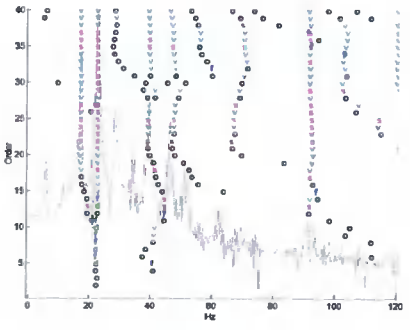
Rys. 6.25. Diagram stanu 10



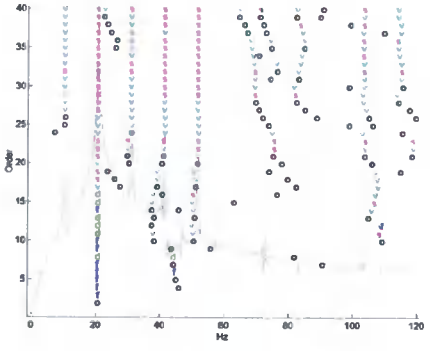
Rys. 6.26. Diagram stanu 11



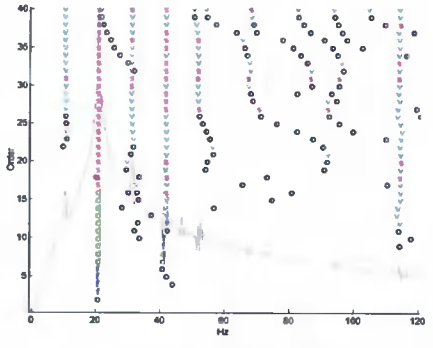
Rys. 6.27. Diagram stanu 12



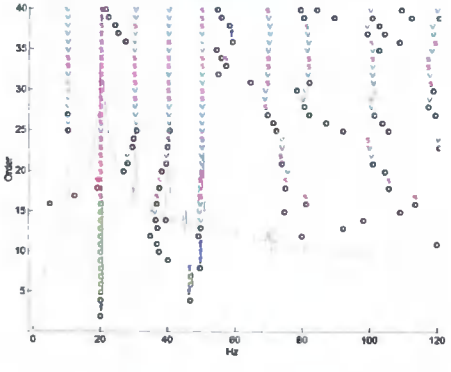
Rys. 6.28. Diagram stanu 13



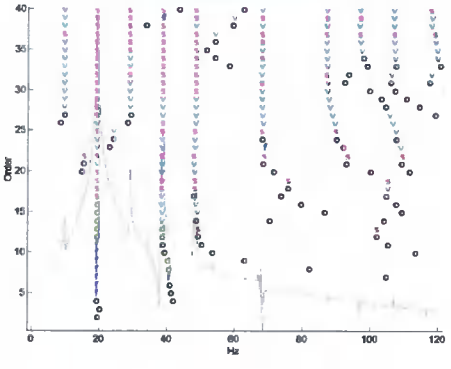
Rys. 6.29. Diagram stanu 14



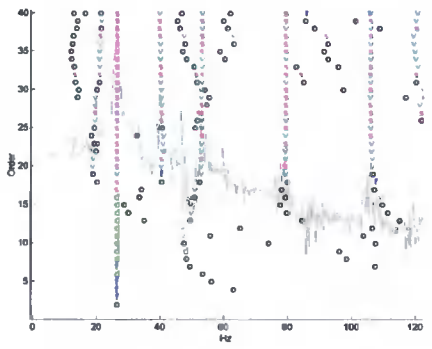
Rys. 6.30. Diagram stanu 15



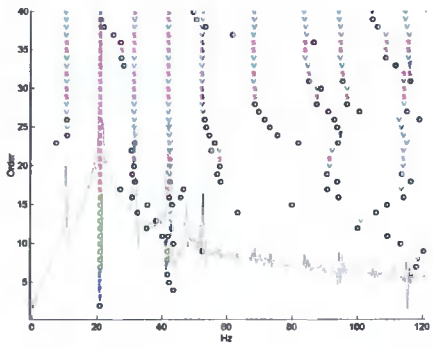
Rys. 6.31. Diagram stanu 16



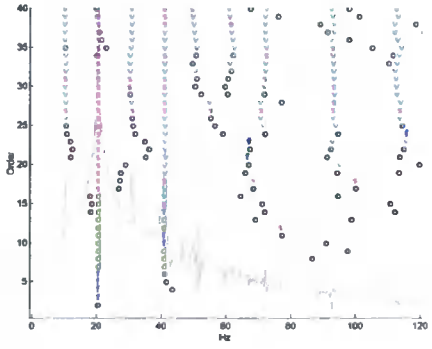
Rys. 6.32. Diagram stanu 17



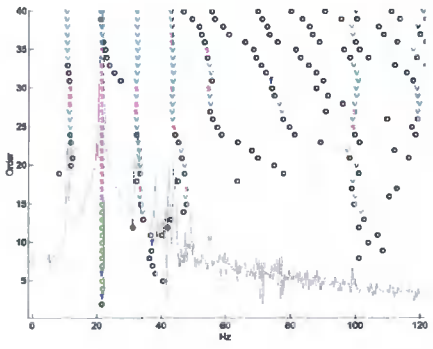
Rys. 6.33. Diagram stanu 18



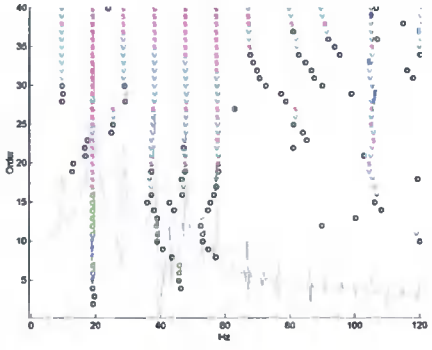
Rys. 6.34. Diagram stanu 19



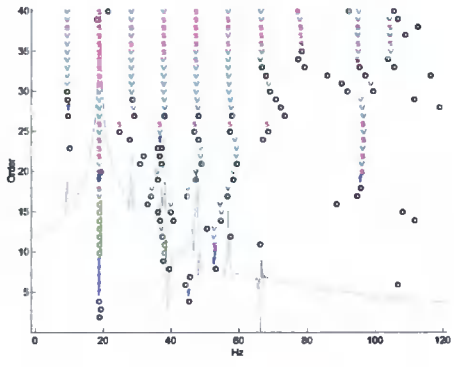
Rys. 6.35. Diagram stanu 20



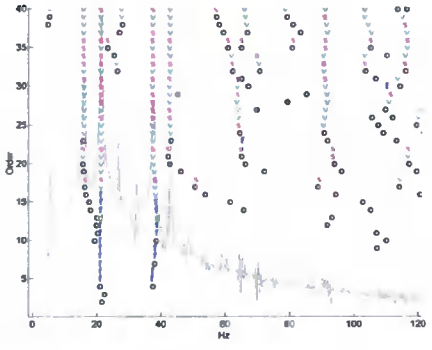
Rys. 6.36. Diagram stanu 21



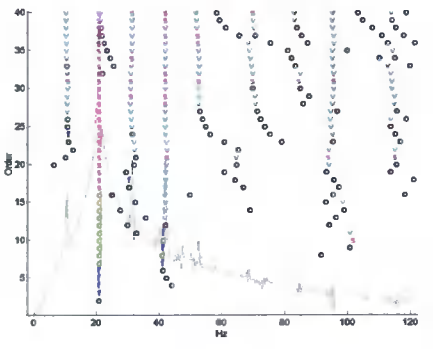
Rys. 6.37. Diagram stanu 22



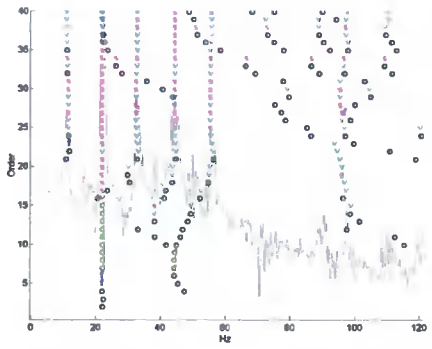
Rys. 6.38. Diagram stanu 23



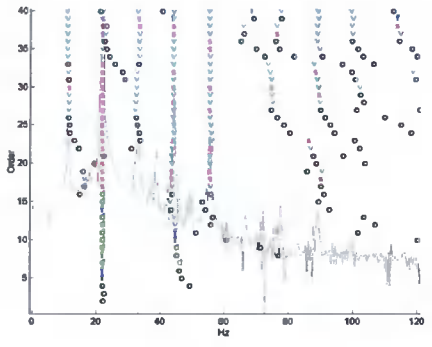
Rys. 6.39. Diagram stanu 24



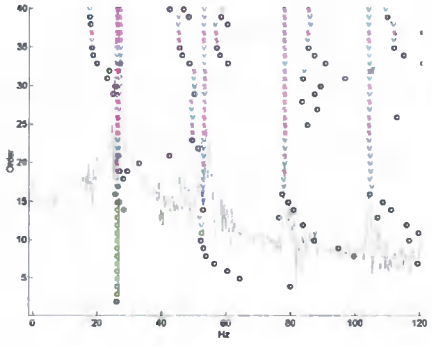
Rys. 6.40. Diagram stanu 25



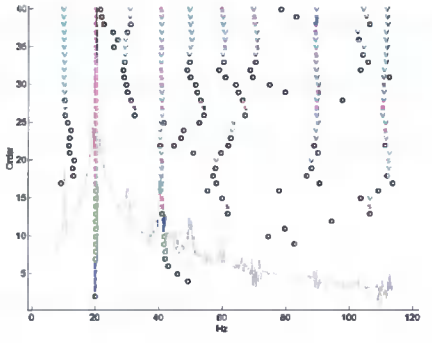
Rys. 6.41. Diagram stanu 26



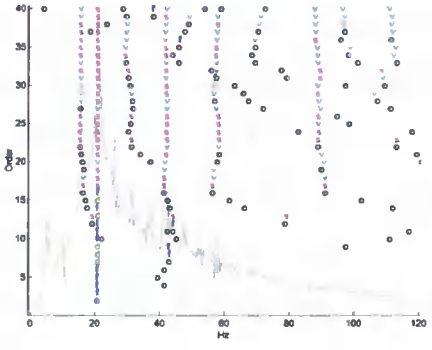
Rys. 6.42. Diagram stanu 27



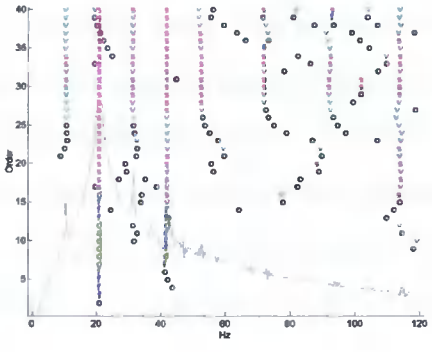
Rys. 6.43. Diagram stanu 28



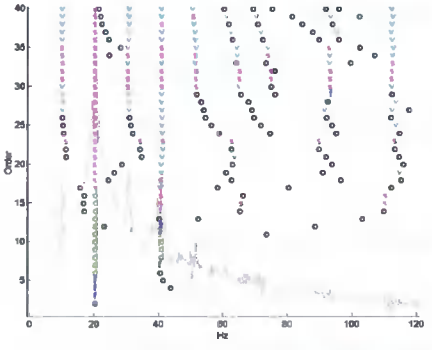
Rys. 6.44. Diagram stanu 29



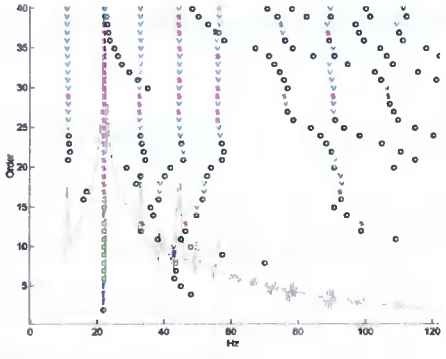
Rys. 6.45. Diagram stanu 30



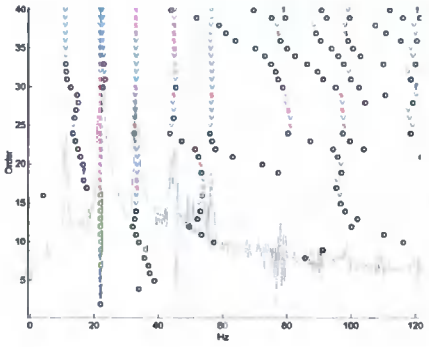
Rys. 6.46. Diagram stanu 31



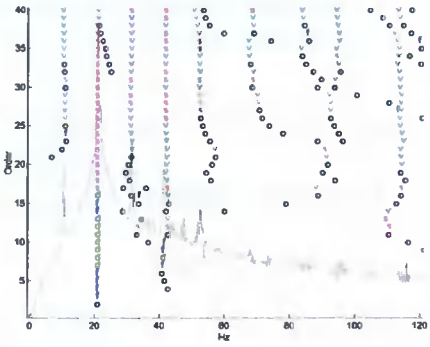
Rys. 6.47. Diagram stanu 32



Rys. 6.48. Diagram stanu 33



Rys. 6.49. Diagram stanu 34



Rys. 6.50. Diagram stanu 35

Analizując otrzymane w eksperymencie wyniki badań modalnych, jednoznacznie stwierdzono, że dla przyjętych założonych trzydziestu pięciu stanów silnika uzyskano i rozróżniono trzydzieści pięć charakterystycznych modeli modalnych.

6.6. Redukcja ilości mierzonych parametrów sygnału

W celu zwiększenia ilości parametrów charakterystycznych opisujących dany stan techniczny i jakości wnioskowania, uzyskane dane sygnału pomiarowego z badań modalnych, poddano dodatkowo klasycznej analizie sygnału drganiowego.

Wyznaczono 35 estymat procesu drganiowego, które następnie poddano redukcji metodą OPTIMUM. Dzięki zastosowaniu tej metody zredukowano ilość estymat sygnału drganiowego do siedmiu najlepiej opisujących zmiany założonych stanów swoimi wartościami. W wyniku redukcji jako najlepsze wybrano następujące estymaty:

a) przebieg funkcji transmitancji – przedstawiono na rysunku 6.51;
   - H(f) - część rzeczywista funkcji wraz z obliczoną wartością pola pod krzywą funkcji,
   - H(f)L - część urojona funkcji wraz z obliczoną wartością pola pod krzywą funkcji,

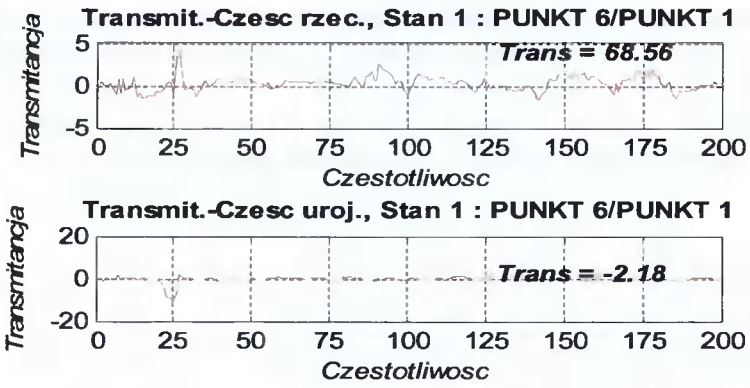
b) γ^2_{xy} - przebieg funkcji koherencji – przedstawiono na rysunku 6.52;

c) C_s - współczynnik szczytu sygnału drganiowego,

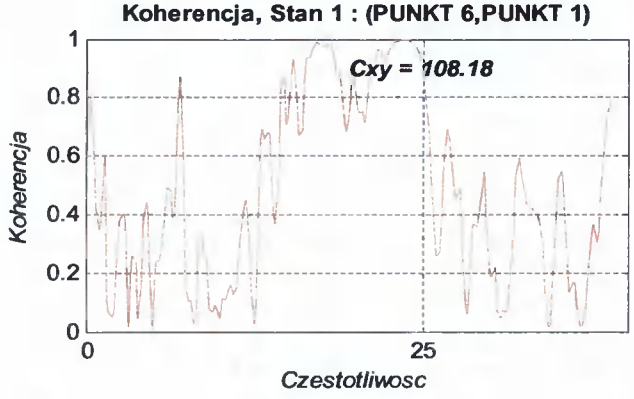
d) I - współczynnik impulsowości sygnału drganiowego,

e) β_{kurt} - kurtoza,

f) $A_{RMS(t)}$ - wartość średniokwadratowa sygnału.



Rys.6.51. Funkcja transmitancji dla części rzeczywistej i urojonej wraz z obliczonymi wartościami pola pod krzywą



Rys.6.52. Funkcja koherencji wraz z obliczoną wartością pola pod krzywą

Analizując wyniki modalne, do dalszej analizy danych wybrano dwie charakterystyczne częstości własne, które występowały w każdym z badanych stanów, wraz z ich opisem parametrami modelu modalnego. Dla tak przyjętych założeń, po przeprowadzeniu analizy wyników uzyskano macierz obserwacji dla trzydziestu pięciu wybranych stanów złożoną z parametrów modelu modalnego i siedmiu wybranych estyma sygnału drganiowego.

W tabeli 6.5 przedstawiono wyniki badań zarówno dwóch charakterystycznych częstości modalnych oraz wybranych estymat procesu drganiowego, stanowiące końcową macierz obserwacji.

Tabela 6.5. Macierz obserwacji uzyskana w trakcie badań: ω_i - częstości modalne, rząd – rząd modelu modalnego danej częstości, ξ - wartość współczynnika tłumienia modalnego danej częstości, H(f) – transmitancja – część rzeczywista, H(f)L – transmitancja – część urojona, γ^2_{xy} – wartość współczynnika koherencji, $A_{RMS(t)}$ – wartość średniokwadratowa sygnału, β_{kurt} – wartość współczynnika kurtozy, C_s – wartość współczynnika szczytu, I – wartość współczynnika impulsu

Stan	ω_1	rząd 1	ξ_1	ω_2	rząd 2	ξ_2	H(f)	H(f)L	γ^2_{xy}	$A_{RMS(t)}$	β_{kurt}	C_s	I
1	23,27	18	0,67	46,96	17	1,34	68,56	-2,18	108,18	0,2177	1,5567	1,7239	1,9268
2	21,82	19	0,68	38,09	20	4,33	47,08	30,59	100,22	0,1392	1,8989	2,1204	2,4456
3	22,57	17	1,47	39,74	18	2,00	36,42	8,84	104,40	0,2040	1,7532	1,8656	2,1198
4	22,13	18	3,11	38,59	17	4,09	31,34	-15,28	91,11	0,1769	1,9245	2,0762	2,3992
5	22,82	19	1,18	40,03	27	3,21	46,16	-75,94	101,15	0,2312	1,7148	2,0982	2,3673
6	20,13	18	1,93	39,08	23	6,98	42,24	-8,50	83,73	0,1702	2,5205	2,8157	3,3986
7	20,70	17	2,48	41,43	27	4,61	38,76	22,77	82,34	0,1363	2,2943	2,2926	2,7564
8	21,89	18	1,28	46,34	20	1,78	40,51	-19,29	83,29	0,1726	1,7401	2,0176	2,2929
9	23,58	17	0,71	45,93	18	1,27	19,45	-23,34	99,63	0,1904	1,6144	1,8260	2,0527
10	22,13	20	0,59	38,91	20	2,10	63,23	1,53	98,62	0,2102	1,7096	1,8155	2,0549
11	24,42	17	0,96	42,97	25	5,04	49,50	17,22	110,45	0,1612	1,8583	2,1784	2,5053
12	21,76	19	0,65	37,60	21	4,48	24,62	12,30	92,69	0,1677	1,9735	2,3503	2,7162
13	22,78	18	1,56	39,22	22	7,23	19,85	-19,31	115,62	0,2148	1,8285	2,0563	2,3483
14	20,46	18	0,14	38,97	24	1,98	44,74	-28,20	106,09	0,1437	1,6844	1,9142	2,1606
15	20,72	17	0,60	41,68	16	3,08	11,65	-5,22	105,11	0,1279	1,8055	2,3301	2,6591
16	19,85	17	0,49	39,71	19	3,28	7,48	-11,49	100,41	0,1444	1,8205	1,9686	2,2402
17	19,05	17	0,17	38,32	24	2,97	55,07	-24,60	106,10	0,1138	1,9436	2,1574	2,4989
18	19,20	25	7,13	39,70	24	5,23	122,20	46,35	113,41	0,2419	1,5790	1,9105	2,1235
19	20,97	17	0,64	42,28	20	2,92	17,86	-21,08	94,50	0,1256	1,7792	2,1786	2,4786
20	20,60	17	0,55	41,40	16	2,19	-10,99	-1,10	95,02	0,1124	1,8640	2,3530	2,7096
21	21,84	17	0,87	44,11	26	3,10	6,18	-80,78	93,71	0,1566	1,6609	2,0910	2,3535
22	19,19	18	0,07	37,87	20	2,59	6,27	17,50	116,13	0,1030	1,9809	2,1412	2,5011
23	18,91	18	0,14	37,85	23	4,40	14,72	24,07	104,40	0,1067	2,0223	2,3153	2,7065
24	23,17	18	1,03	46,53	26	4,28	13,37	-46,23	110,45	0,1822	1,8212	2,1903	2,4954
25	21,08	17	0,58	42,43	19	3,88	1,49	-8,17	100,31	0,1258	1,7409	2,2250	2,5331
26	23,12	17	0,73	46,59	18	2,15	3,83	-13,05	102,86	0,1680	1,6257	1,8785	2,1075
27	21,60	17	0,68	44,35	19	3,90	71,58	-61,71	100,49	0,1619	1,6236	2,0069	2,2524
28	26,09	18	1,09	50,89	20	1,41	93,67	11,87	102,01	0,2447	1,5707	1,7868	1,9946
29	20,16	16	1,27	40,78	17	3,07	-18,68	1,46	99,71	0,0955	1,7592	2,1870	2,4948
30	21,60	18	0,68	43,52	17	3,69	0,13	28,99	103,40	0,1309	1,9161	2,1086	2,4309
31	20,70	17	0,58	42,15	16	2,26	-24,02	-8,08	99,27	0,1282	1,7044	2,0693	2,3411
32	20,73	17	2,91	41,61	16	3,63	-18,36	4,55	94,29	0,1084	1,8410	2,3597	2,7118
33	21,77	17	0,82	44,08	26	2,94	63,31	-59,01	91,23	0,1641	1,6095	1,9871	2,2241
34	21,61	17	0,97	44,06	25	4,34	60,70	-54,19	92,53	0,1533	1,6644	2,0769	2,3264
35	21,15	17	0,38	42,59	19	3,58	17,60	-11,19	101,25	0,1353	1,7322	2,2133	2,5046

Wynikami zawartymi w tabeli 6.5 posłużono się następnie do przeprowadzenia statystycznej analizy wyników oraz wnioskowania przyczynowo – skutkowego.

6.7. Podsumowanie

W rozdziale szóstym przedstawiono i omówiono obiekt badań oraz zaproponowano metodykę przeprowadzenia badań stanowiskowych. Przedstawione zostały parametry modelu modalnego oraz wybrane estymaty sygnału drganiowego w celu uzyskania macierzy obserwacji.

Kolejnym krokiem było przedstawienie metodyki przeprowadzenia badań modalnych na stanowisku badawczym. Określono i wyznaczono punkty odbioru sygnału drganiowego oraz opisano typ uszkodzeń silnika, które wprowadzane do badanego obiektu pozwoliły na uzyskanie trzydziestu pięciu różnych stanów zdatności silnika.

W wyniku przeprowadzonych badań przy zastosowaniu oprogramowania VIOMA do analizy wyników otrzymano diagramy stabilizacyjne założonych trzydziestu pięciu stanów silnika. Na podstawie tych diagramów uzyskano wartości wielkości modelu modalnego, które następnie zestawiono i porównano ze sobą w tabeli 6.5.

Bazując na informacjach uzyskanych z analizy sygnału drganiowego wraz z danymi wielkościami modalnymi zaproponowano macierz obserwacji uzyskaną w badaniach stanowiskowych. Podsumowując dotychczasowe rozważania, dany stan techniczny silnika spalinowego zostaje zidentyfikowany na podstawie parametrów modelu modalnego oraz kolejnych wybranych parametrów uzyskanych z analizy sygnału drganiowego.

Potrzeba szczegółowej analizy zmian zjawisk destrukcji wybranych stanów zdatności badanego silnika, przy dużej liczbie danych pomiarowych wymaga stosowania specjalizowanych metod wnioskowania statystycznego – OPTIMUM, SVD oraz metod regresji.

7. OPRACOWANIE WYNIKÓW

7.1. Metody statystyczne

Metody statystyczne wykorzystujące opis liczbowy umożliwiają dokonywanie niezbędnych uogólnień dużej ilości szczegółowych informacji. Dokonując za pomocą metod statystycznych niezbędnych uogólnień w opisie statystycznym, wprowadza się porządek w pozornym chaosie przypadkowych zdarzeń. To umożliwia wykrywanie prawidłowości w postaci relacji przyczynowo – skutkowych występujących w badanych zjawiskach.

W celu analizy wyników założonych stanów zdatności silnika, dla każdego stanu wyznaczono macierz obserwacji, analogicznie do głównej macierzy obserwacji przedstawionej w tabeli 6.5. Dzięki takiemu podejściu możliwa stała się analiza poszczególnych wybranych stanów metodami OPTIMUM i SVD.

OPTIMUM

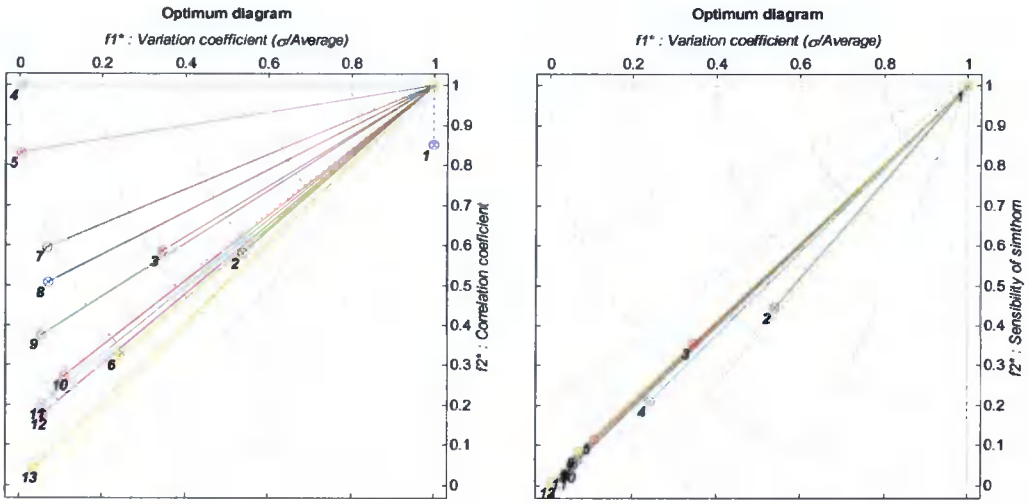
Na podstawie otrzymanych wyników metodą OPTIMUM wykonano zestawienie parametrów znajdujących się najbliżej punktu idealnego, dla każdego założonego stanu silnika. Analizując dane stwierdzono, iż pierwsze pięć parametrów położonych najbliżej punktu OPTIMUM powtarza się, pozostałe mają przypadkowy rozkład dla wszystkich czterech kryteriów oceny. W tabeli 7.1 przedstawiono zestawienie najbliżej położonych punktu OPTIMUM wielkości opisujących wybrane stany zdatności silnika.

Ze względu na dużą ilość wyników przedstawione zostaną jedynie wybrane diagramy uzyskane metodą OPTIMUM, zaś całość wyników zestawiono w tabeli wyników.

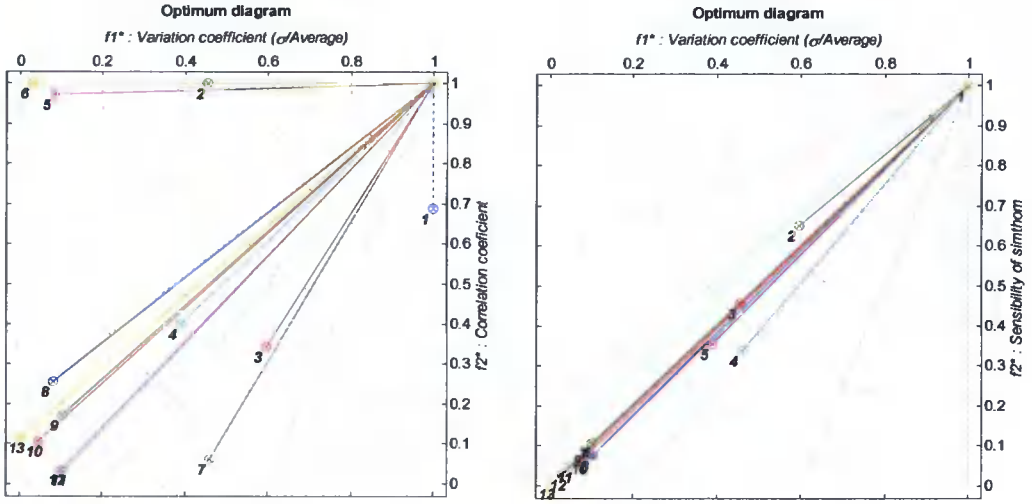
Na rysunkach 7.1 do 7.5 przedstawiono niektóre diagramy OPTIMUM dla wybranych założonych stanów silnika. Przedstawione diagramy reprezentują kombinację uszkodzeń jakie założono dla czwartego cylindra badanego silnika.

Tabela 7.1. Zestawienie wielkości położonych najbliżej punktu OPTIMUM: ω - częstości modalne, rząd – rząd modelu modalnego, ξ - wartość współczynnika tłumienia modalnego, H(f) – transmitancja – część rzeczywista, H(f)L – transmitancja – część urojona, γ^2_{xy} – wartość współczynnika koherencji, ARMS(t) – wartość średniokwadratowa sygnału, C_s – wartość współczynnika szczytu, I – wartość współczynnika impulsu

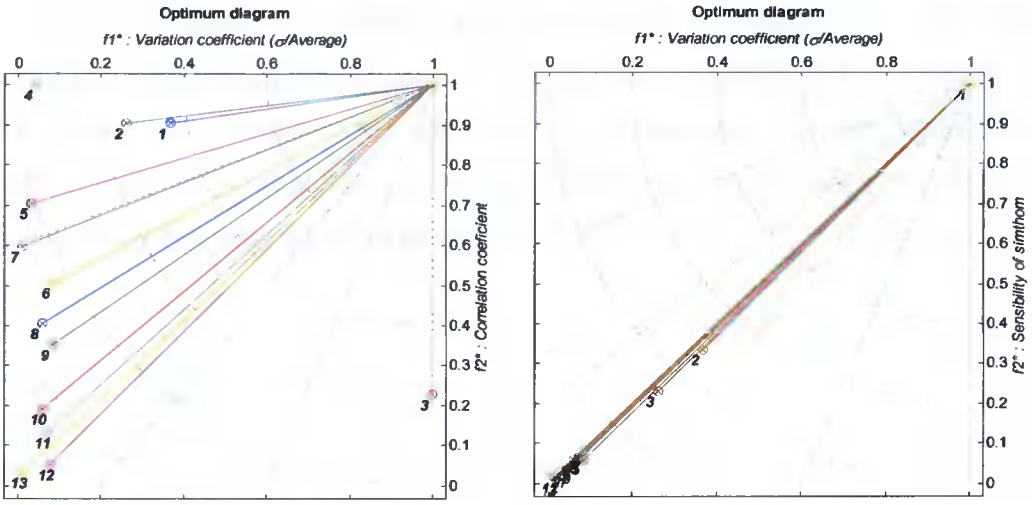
Stan	1 parametr	2 parametr	3 parametr	4 parametr	5 parametr
1	H(f)L	ξ_1	ξ_2	H(f)	rząd 1
2	H(f)L	ξ_2	ξ_1	rząd 2	H(f)
3	H(f)L	ξ_1	ξ_2	H(f)	rząd 2
4	H(f)L	H(f)	ξ_2	rząd 2	ξ_1
5	ξ_1	ξ_2	Rząd 2	rząd 1	H(f)L
6	H(f)L	ξ_1	ξ_2	rząd 2	$A_{RMS(t)}$
7	ξ_2	ξ_1	Rząd 2	H(f)L	H(f)
8	H(f)L	ξ_1	ξ_2	H(f)	rząd 2
9	H(f)L	ξ_1	ξ_2	H(f)	rząd 2
10	H(f)L	ξ_2	ξ_1	rząd 2	H(f)
11	ξ_2	H(f)L	ξ_1	H(f)	rząd 2
12	H(f)L	ξ_1	H(f)	ξ_2	rząd 2
13	ξ_1	ξ_2	H(f)	H(f)L	rząd 1
14	ξ_1	H(f)L	H(f)	ξ_2	$A_{RMS(t)}$
15	H(f)	γ^2_{xy}	ξ_1	ω_2	rząd 2
16	H(f)	H(f)L	ξ_1	ξ_2	$A_{RMS(t)}$
17	H(f)L	ξ_2	ξ_1	$A_{RMS(t)}$	H(f)
18	H(f)L	ξ_2	ξ_1	H(f)	rząd 1
19	H(f)	ξ_1	H(f)L	ξ_2	rząd 2
20	H(f)L	ξ_2	H(f)	ξ_1	$A_{RMS(t)}$
21	ξ_2	ξ_1	H(f)	H(f)L	γ^2_{xy}
22	H(f)L	H(f)	ξ_1	ξ_2	rząd 2
23	H(f)	ξ_2	ξ_1	rząd 2	H(f)L
24	ξ_1	ξ_2	H(f)	H(f)L	rząd 2
25	H(f)L	H(f)	ξ_2	ξ_1	rząd 2
26	H(f)L	H(f)	ξ_1	I	C_s
27	ξ_2	ξ_1	rząd 2	H(f)	H(f)L
28	H(f)L	ξ_1	ξ_2	rząd 1	rząd 2
29	H(f)L	H(f)	ξ_2	ξ_1	rząd 2
30	H(f)	H(f)L	ξ_2	ξ_1	$A_{RMS(t)}$
31	H(f)L	ξ_1	ξ_2	H(f)	γ^2_{xy}
32	H(f)	H(f)L	ξ_1	ξ_2	rząd 2
33	ξ_2	ξ_1	H(f)	H(f)L	rząd 2
34	ξ_2	ξ_1	H(f)	H(f)L	rząd 2
35	ξ_1	H(f)L	H(f)	ξ_2	rząd 2



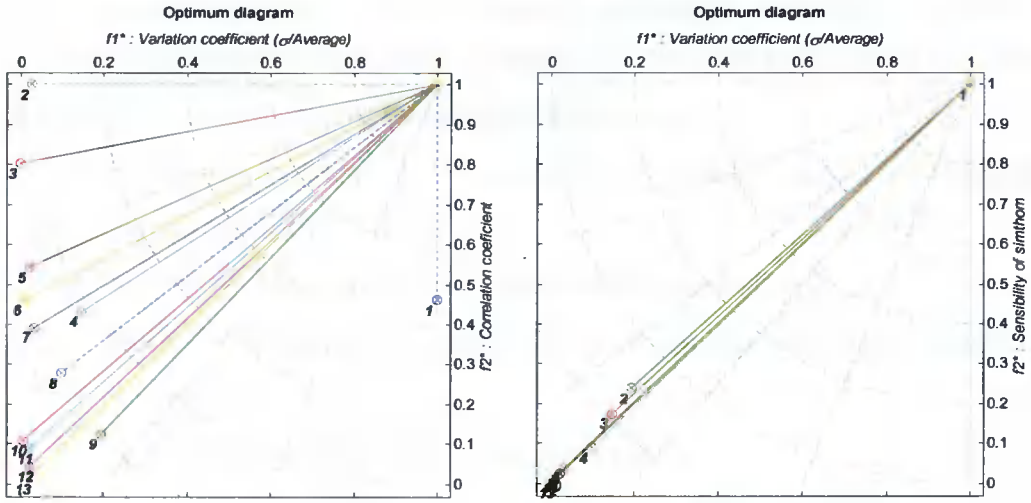
Rys. 7.1. Diagramy OPTIMUM dla pierwszego stanu silnika – silnik zdatny



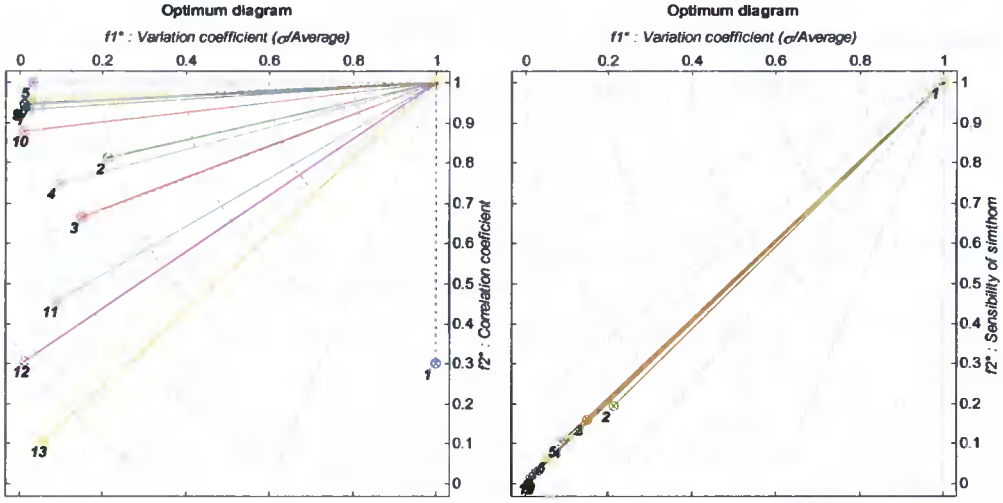
Rys. 7.2. Diagramy OPTIMUM dla drugiego stanu silnika



Rys. 7.3. Diagramy OPTIMUM dla szóstego stanu silnika



Rys. 7.4. Diagramy OPTIMUM dla dziesiątego stanu silnika



Rys. 7.5. Diagramy OPTIMUM dla siedemnastego stanu silnika

Na powyższych przykładowych diagramach przedstawiono optymalizację dwukryterialną, w której na osi x zastosowano wartość f_1* - współczynnik zmienności, dla którego jako pierwsze f_2^* zestawiono wartość współczynnika korelacji oraz jako drugie f_2^* zestawiono wrażliwość symptomów. Kolory linii na rysunkach oznaczono zgodnie z rysunkiem 7.6

Rys. 7.6. Oznaczenie kolorów linii na diagramach OPTIMUM.

Na podstawie tabeli 7.1 stwierdzono, iż najbardziej istotnymi estymatami dla poszczególnych wybranych stanów wyznaczonymi metodą OPTIMUM w oparciu o cztery kryteria oceny poszczególnych symptomów są:

1. 35 razy wyznaczono ξ_1 - wartość współczynnika tłumienia modalnego 1 częstości modalnej,
2. 34 razy wyznaczono H(f)L – część urojona transmitancji,
3. 33 razy wyznaczono ξ_2 - wartość współczynnika tłumienia modalnego 2 częstości modalnej,
4. 32 razy wyznaczono H(f) – część rzeczywista,
5. 23 razy wyznaczono rząd 2 – wartość rzędu modalnego 2 częstości modalnej.

Podsumowując metodę OPTIMUM w tabeli 7.2 przedstawiono zestawienie wyników dla głównej macierzy obserwacji wszystkich stanów silnika, przedstawionej w tabeli 6.5.

Tabela 7.2. Tabela wyników metody OPTIMUM dla czterech wskaźników dla głównej macierzy obserwacji przedstawionej w tabeli 6.5

Kryterium oceny	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
fl*	$H(f)_L$	ξ_1	H(f)	ξ_2	$A_{RMS(t)}$	rząd 2	I	β_{kurt}	C_s	rząd 1	γ^2_{xy}	ω_2	ω_1
r_{xy}	$H(f)_L$	H(f)	$A_{RMS(t)}$	ξ_1	ω_2	β_{kurt}	rząd 1	ω_1	rząd 2	ξ_2	γ^2_{xy}	C	I
W_{xy}	$H(f)_L$	ξ_1	H(f)	ξ_2	$A_{RMS(t)}$	rząd 2	I	β_{kurt}	C_s	rząd 1	γ^2_{xy}	ω_2	ω_1
MAC	$H(f)_L$	ξ_1	ξ_2	H(f)	$A_{RMS(t)}$	rząd 2	I	β_{kurt}	C_s	γ^2_{xy}	rząd 1	ω_2	ω_1

Na podstawie wyników z tabeli 7.2, stwierdzono iż najbardziej optymalnymi pięcioma symptomami do opisu stanu silnika spalinowego są w tym przypadku: $H(f)_L$ – transmitancja – część urojona, ξ_1 - wartość współczynnika tłumienia modalnego pierwszej częstości, H(f) – transmitancja – część rzeczywista, ξ_2 - wartość współczynnika tłumienia modalnego drugiej częstości, ARMS(t) – wartość średniokwadratowa sygnału.

SVD

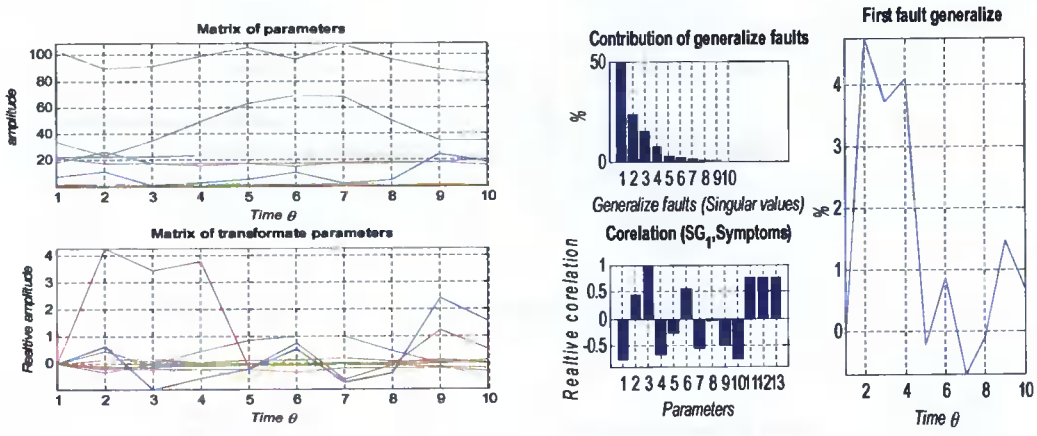
Analogicznie jak dla metody OPTIMUM postąpiono w przypadku analizy danych metodą SVD. W tabeli 7.3 przedstawiono zestawienie estymat najbardziej istotnych w opisie danego stanu silnika uzyskanych metodą SVD.

Tabela 7.3. Zestawienie wyników uzyskanych metodą SVD: ω_i - częstości modalne, rząd – rząd modelu modalnego danej częstości, ξ - wartość współczynnika tłumienia modalnego danej częstości, H(f) – transmitancja – część rzeczywista, H(f)L – transmitancja – część urojona, γ^2_{xy} – wartość współczynnika koherencji, ARMS(t) – wartość średniokwadratowa sygnału, β_{kurt} – wartość współczynnika kurtozy, Cc – wartość współczynnika szczytu, I – wartość współczynnika impulsu

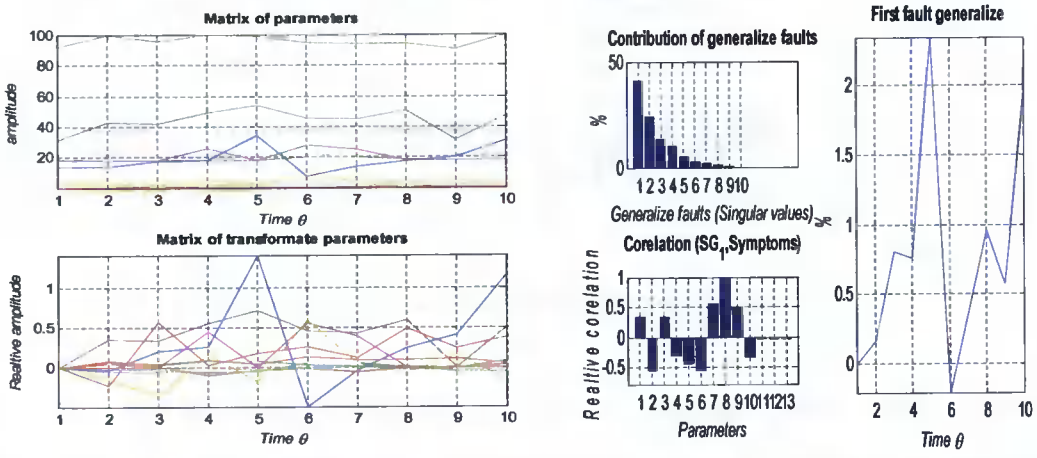
Stan	1 parametr	2 parametr	3 parametr	4 parametr	5 parametr
1	ξ_1	ω_1	$A_{RMS(t)}$	β_{kurt}	C_s
2	H(f)L	rząd 1	ξ_2	H(f)	γ^2_{xy}
3	ξ_1	H(f)L	rząd 1	ω_1	H(f)
4	rząd 2	H(f)L	ω_2	ξ_2	ξ_1
5	ξ_1	rząd 1	β_{kurt}	$A_{RMS(t)}$	γ^2_{xy}
6	H(f)L	ξ_1	$A_{RMS(t)}$	H(f)	rząd 2
7	ξ_1	C_s	I	rząd 1	γ^2_{xy}
8	H(f)L	ξ_1	ξ_2	γ^2_{xy}	ω_1
9	H(f)L	ξ_1	β_{kurt}	C_s	I
10	ξ_1	H(f)L	C_s	I	ξ_2
11	ξ_2	$A_{RMS(t)}$	ω_1	H(f)L	γ^2_{xy}
12	H(f)L	C_s	I	β_{kurt}	$A_{RMS(t)}$
13	ξ_1	rząd 1	ω_1	rząd 2	ξ_2
14	ξ_1	rząd 1	β_{kurt}	$A_{RMS(t)}$	ω_1
15	ξ_1	rząd 1	β_{kurt}	$A_{RMS(t)}$	γ^2_{xy}
16	rząd 2	ξ_2	ξ_1	$A_{RMS(t)}$	ω_1
17	ξ_1	γ^2_{xy}	ω_1	ω_2	β_{kurt}
18	H(f)L	γ^2_{xy}	H(f)	ξ_2	β_{kurt}
19	H(f)L	H(f)	ξ_1	$A_{RMS(t)}$	ω_1
20	rząd 2	ξ_2	C_s	I	H(f)
21	γ^2_{xy}	ξ_1	ξ_2	rząd 1	β_{kurt}
22	H(f)L	H(f)	γ^2_{xy}	ω_1	ξ_1
23	H(f)L	H(f)	γ^2_{xy}	ω_1	ξ_1
24	ξ_2	β_{kurt}	ω_1	$A_{RMS(t)}$	H(f)L
25	rząd 2	ω_2	β_{kurt}	C_s	γ^2_{xy}
26	ξ_1	rząd 1	rząd 2	ξ_2	γ^2_{xy}
27	ω_2	rząd 2	ω_1	ξ_1	$A_{RMS(t)}$
28	H(f)L	ω_2	ω_1	γ^2_{xy}	ξ_1
29	γ^2_{xy}	ξ_2	ω_1	H(f)	ω_2
30	ξ_2	ω_1	$A_{RMS(t)}$	β_{kurt}	γ^2_{xy}
31	γ^2_{xy}	ξ_1	H(f)L	ξ_2	rząd 1
32	H(f)	$A_{RMS(t)}$	ξ_1	rząd 1	γ^2_{xy}
33	ξ_2	rząd 2	$A_{RMS(t)}$	H(f)L	β_{kurt}
34	ξ_2	rząd 2	ω_1	$A_{RMS(t)}$	I
35	rząd 1	H(f)L	β_{kurt}	C_s	H(f)

Wybrane wyniki badań, uzyskane metodą SVD w formie graficznej przedstawione zostały na rysunkach od 7.7 do 7.11. Przedstawione diagramy

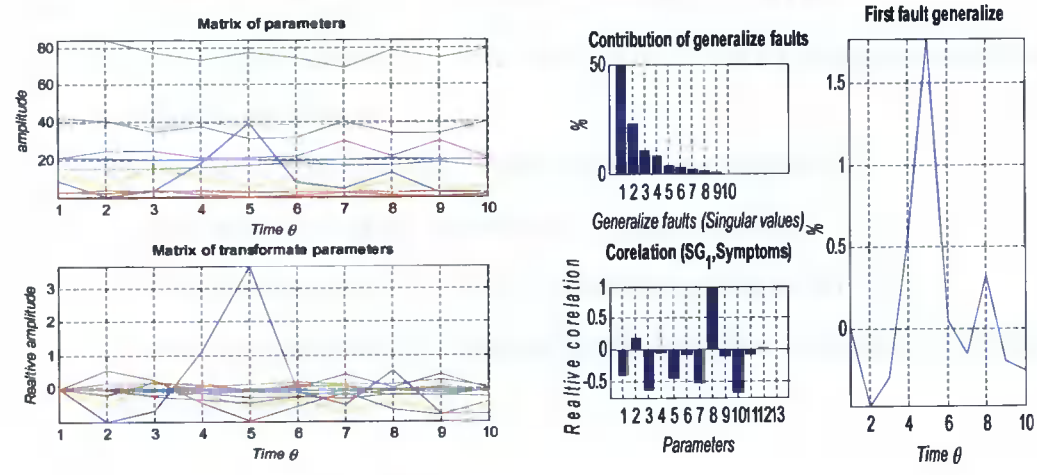
reprezentują kombinację wybranych uszkodzeń jakie założono dla czwartego cylindra badanego silnika, analogicznie do wyników zaprezentowanych w metodzie OPTIMUM.



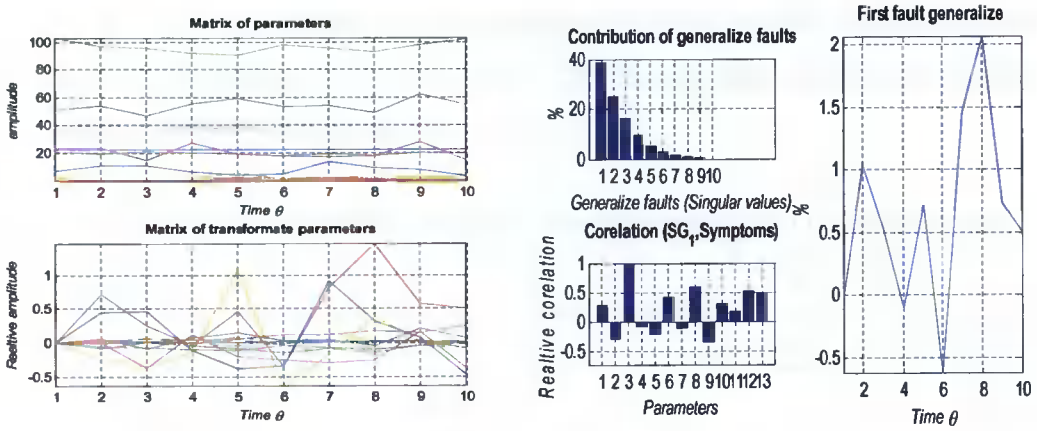
Rys. 7.7. Wyniki dla pierwszego stanu uzyskane metodą SVD



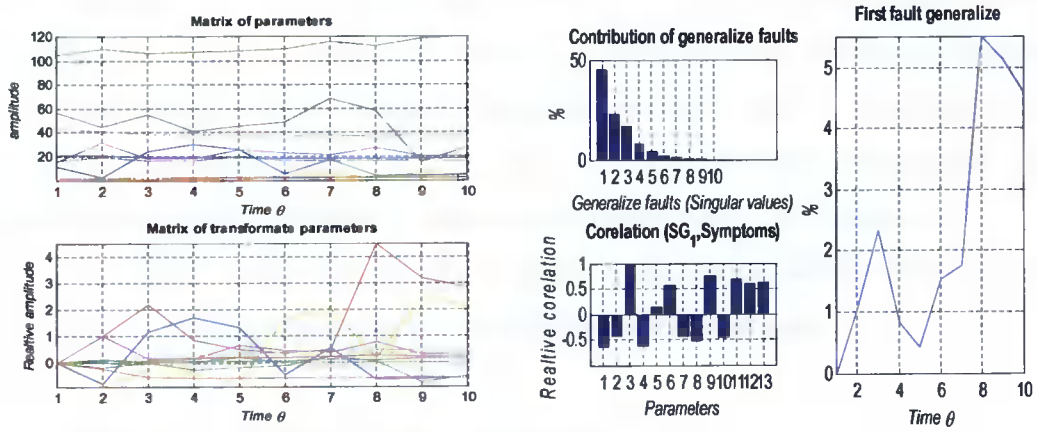
Rys.7.8. Stan drugi w opracowaniu statystycznym



Rys.7.9. Stan szósty w opracowaniu statystycznym



Rys.7.10. Stan dziesiąty w opracowaniu statystycznym



Rys.7.11. Stan siedemnasty w opracowaniu statystycznym

W metodzie SVD dokonując analizy danych jako wynik uzyskano uszeregowanie symptomów wraz z procentowym opisem udziału poszczególnego symptomu w opisie stanu danego obiektu. Na podstawie tabeli 7.3 stwierdzono, iż najbardziej istotnymi estymatami wyznaczonymi metodą SVD są:

1. 23 razy wyznaczono ξ_1 - wartość współczynnika tłumienia modalnego 1 częstości modalnej,
2. 18 razy wyznaczono H(f)L – część urojona transmitancji,
3. 17 razy wyznaczono ω_1 – pierwsza częstość modalna,
4. 17 razy wyznaczono γ^2_{xy} - wartość współczynnika koherencji,
5. 16 razy wyznaczono ξ_2 - wartość współczynnika tłumienia modalnego 2 częstości modalnej,

W tabeli 7.4 przedstawiono zestawienie wyników analizy pięciu optymalnych symptomów uzyskanych metodami SVD i OPTIMUM jako najbardziej istotnych w opisie stanu silnika spalinowego.

Tabela 7.4. Zestawienie wyników analizy symptomów w metodach OPTIMUM i SVD

Metoda	1	2	3	4	5
OPTIMUM	H(f)L	H(f)	ξ_1	ξ_2	ARMS(t)
SVD	ξ_1	H(f)L	ω_1	γ^2_{xy}	ξ_2

Analizując otrzymane wyniki metodami SVD i OPTIMUM stwierdzamy jednoznacznie, iż obie metody potwierdziły, że do najważniejszych estymat opisujących dany stan zaliczymy wartość współczynników tłumienia modalnego oraz transmitancję – część urojona. Na uwagę zasługuje fakt, iż w każdej z metod wśród pięciu estymatorów trzy z nich są estymatorami uzyskanymi dzięki zastosowaniu analizy modalnej – stanowią elementy modelu modalnego.

W dalszej części opracowania wyników określono związki przyczynowo – skutkowe, występujące pomiędzy poszczególnymi wielkościami.

7.2. Wnioskowanie przyczynowo - skutkowe

Związki przyczynowo – skutkowe wyrażające ilościowe relacje między badanymi zmiennymi wyników badań tej pracy określono przy wykorzystaniu funkcji regresji wielokrotnej. Badanie przeprowadzono dla głównej macierzy obserwacji, i na jej podstawie przygotowano równanie regresji. Obliczenia przeprowadzone zostały arkuszem kalkulacyjnym Excel i programem Matlab. Wyniki obliczeń dla głównej macierzy obserwacji przedstawiono w tabeli 7.5.

Na podstawie danych z tabeli 7.5 utworzono równanie regresji głównej macierzy obserwacji w postaci:

$$\mathbf{y = -2{,}68061\,\omega_1 - 0{,}54083\ rząd1 - 0{,}49318\,\xi_1 + 2{,}01273\,\omega_2 + 0{,}35480\ rząd2 + 2{,}26940\,\xi_2 - 0{,}02717\ H(f) + 0{,}06833\ H(f)L + 0{,}01696\,\gamma^2_{xy} - 92{,}00391\,A_{RMS(t)} + 12{,}99146\,\beta_{kurt} + 239{,}69713\,C_s - 200{,}58670\ I - 44{,}37385} \qquad (7.1)$$

Tabela 7.5. Parametry równania regresji dla głównej macierzy obserwacji

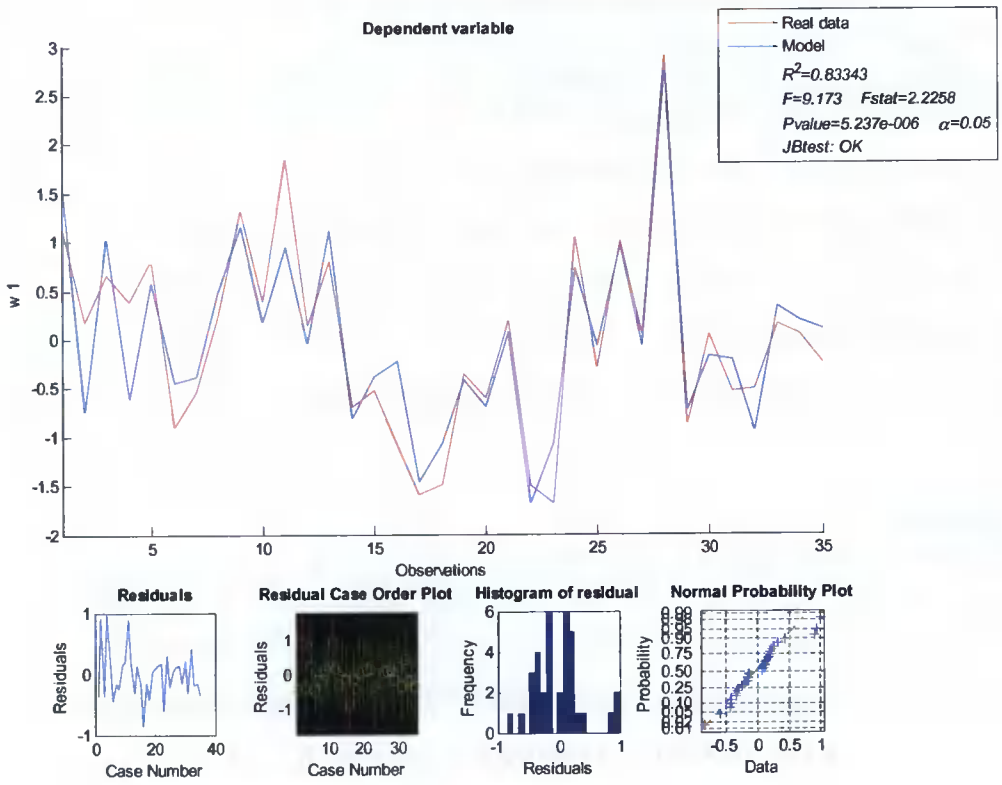
	Spółczyn -niki	Błąd standardowy	t Stat	Wartość-p	Dolne 95%	Górne 95%	Dolne 95,0%	Górne 95,0%
Przecięcie	-44,37385	132,74263	-0,33428	0,74148	-320,42725	231,67956	-320,42725	231,67956
Zmienna X 1	-2,68061	2,10294	-1,27470	0,21634	-7,05392	1,69270	-7,05392	1,69270
Zmienna X 2	-0,54083	2,32193	-0,23292	0,81808	-5,36956	4,28790	-5,36956	4,28790
Zmienna X 3	-0,49318	1,88955	-0,26100	0,79663	-4,42272	3,43636	-4,42272	3,43636
Zmienna X 4	2,01273	0,70959	2,83649	0,00989	0,53707	3,48840	0,53707	3,48840
Zmienna X 5	0,35480	0,61171	0,58001	0,56808	-0,91731	1,62691	-0,91731	1,62691
Zmienna X 6	2,26940	1,89536	1,19735	0,24451	-1,67221	6,21101	-1,67221	6,21101
Zmienna X 7	-0,02717	0,07285	-0,37300	0,71289	-0,17867	0,12432	-0,17867	0,12432
Zmienna X 8	0,06833	0,09544	0,71600	0,48188	-0,13014	0,26681	-0,13014	0,26681
Zmienna X 9	0,01696	0,22628	0,07495	0,94097	-0,45361	0,48753	-0,45361	0,48753
Zmienna X 10	-92,00391	103,34426	-0,89027	0,38341	-306,92006	122,91224	-306,92006	122,91224
Zmienna X 11	12,99146	63,62935	0,20417	0,84018	-119,33302	145,31594	-119,33302	145,31594
Zmienna X 12	239,69713	262,21624	0,91412	0,37103	-305,61138	785,00565	-305,61138	785,00565
Zmienna X 13	-200,58670	229,46742	-0,87414	0,39193	-677,79032	276,61693	-677,79032	276,61693

Dla tak wyznaczonych parametrów określono statystykę regresji, dla której wyznaczono wielkość R^2 = 0,83343. W tabeli 7.6 przedstawiono wyniki analizy wariancji.

Tabela 7.6. Analiza wariancji

	df	SS	MS	F	Istotność F
Regresja	13	2286,33791	175,8721469	2,877170801	0,015188981
Resztkowy	21	1283,66209	61,12676621		
Razem	34	3570			

Na podstawie uzyskanych wyników przeprowadzono analizę graficzną funkcji regresji dla macierzy obserwacji. Wyniki uzyskane dzięki zastosowaniu programu Matlab przedstawione zostały na rysunku 7.12. Na rysunku 7.12 linią koloru czerwonego zaznaczone zostały dane rzeczywiste uzyskane z pomiarów względem modelu – na rysunku linia niebieska, dla trzydziestu pięciu stanów zdatności silnika spalinowego.



Rys. 7.12. Graficzna interpretacja regresji dla głównej macierzy obserwacji

Kolejnym krokiem było wyrażenie związków przyczynowo - skutkowych dla pięciu estymat, najlepiej opisujących zmiany stanu technicznego silnika, wyznaczonych metodą SVD. Do najlepiej opisujących zmiany stanu technicznego silnika wielkości dzięki metodzie SVD wybrano:

- ω_1 – pierwsza częstość modalna,
- ξ_1 - wartość współczynnika tłumienia modalnego 1 częstości modalnej,
- ξ_2 - wartość współczynnika tłumienia modalnego 2 częstości modalnej,
- H(f)L – część urojona transmitancji,
- γ^2_{xy} - wartość współczynnika koherencji.

Wyniki obliczeń wartości współczynników regresji dla powyższych estymat przedstawiono w tabeli 7.7. Dla tak wyznaczonych parametrów określono statystykę regresji, dla której wyznaczono wielkość R^2 = 0,8572. W tabeli 7.8 przedstawiono wyniki analizy wariancji.

Tabela 7.7. Parametry równania regresji dla estymat wyznaczonych metodą SVD

	Współczynniki	Błąd standardowy	t Stat	Wartość-p	Dolne 95%	Górne 95%	Dolne 95,0%	Górne 95,0%
Przecięcie	35,99939	33,80464	1,064924	0,295696	-33,13886	105,1377	-33,1389	105,1377
Zmienna X 1	-1,449233	1,212985	-1,194765	0,241859	-3,930067	1,031601	-3,93007	1,031601
Zmienna X 2	-0,615589	1,621269	-0,379696	0,706937	-3,931457	2,700278	-3,93146	2,700278
Zmienna X	-0,359893	1,415276	-0,254292	0,801064	-3,254460	2,534672	-3,25446	2,534672
Zmienna X 4	-0,065201	0,065755	-0,991572	0,329607	-0,199686	0,069284	-0,19969	0,069284
Zmienna X 5	0,144242	0,223661	0,644915	0,524051	-0,3131963	0,601682	-0,3132	0,601682

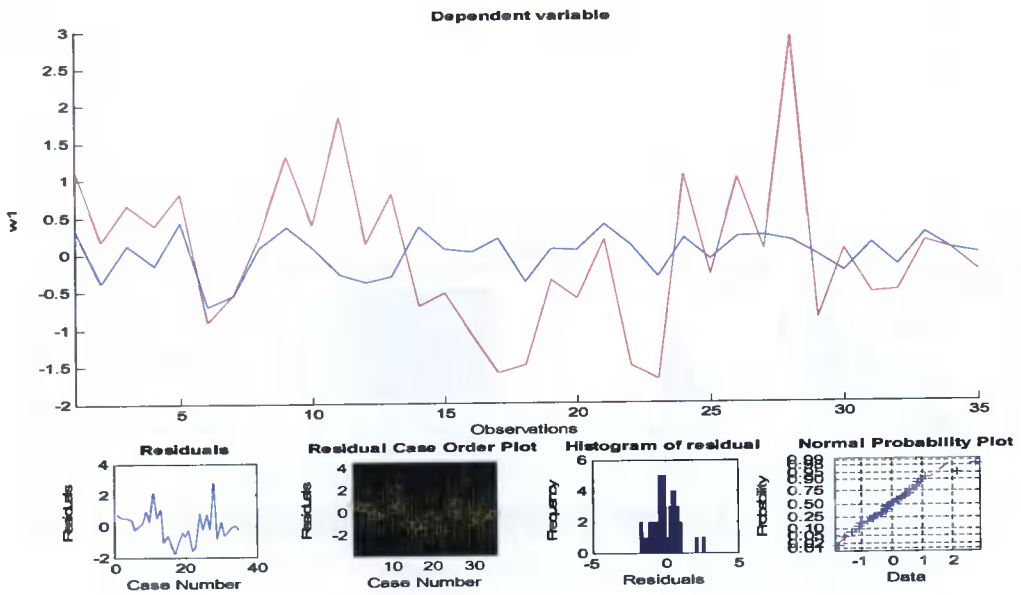
Tabela 7.8. Analiza wariancji

	df	SS	MS	F	Istotność F
Regresja	5	306,0010708	61,20021415	0,543752081	0,741586948
Resztkowy	29	3263,998929	112,5516872		
Razem	34	3570			

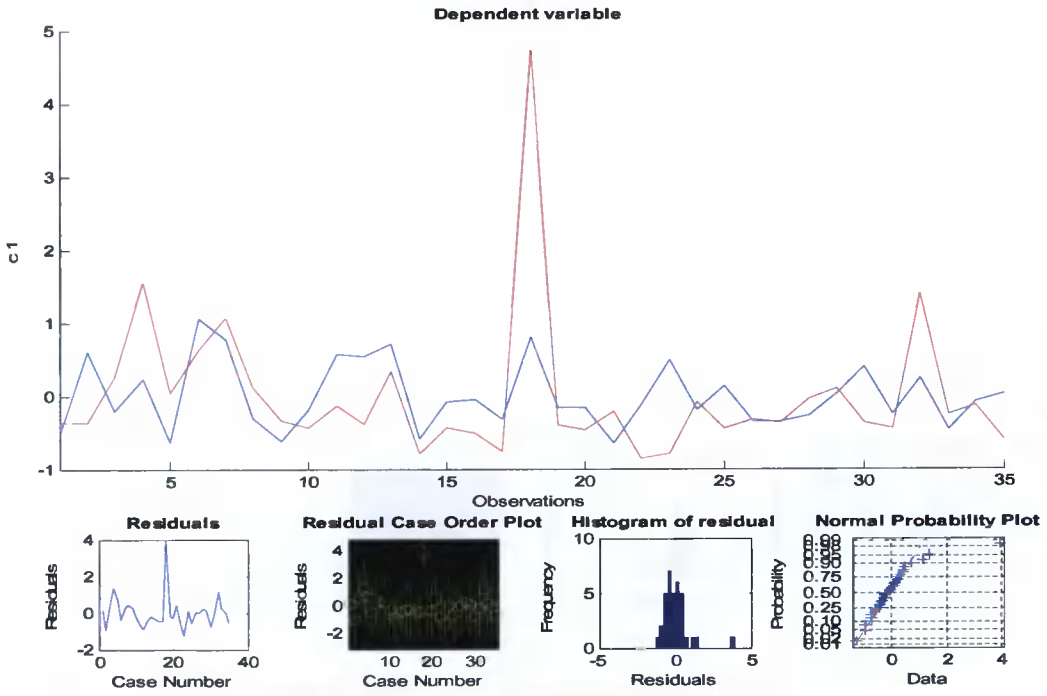
Na podstawie danych z tabeli 7.7 utworzono równanie regresji w postaci:

$$y = -1{,}449233\omega_1 - 0{,}615589\xi_1 - 0{,}359893\xi_2 - 0{,}065201H(f)L + \\ + 0{,}144242\gamma^2_{xy} + 35{,}99939 \qquad (7.2)$$

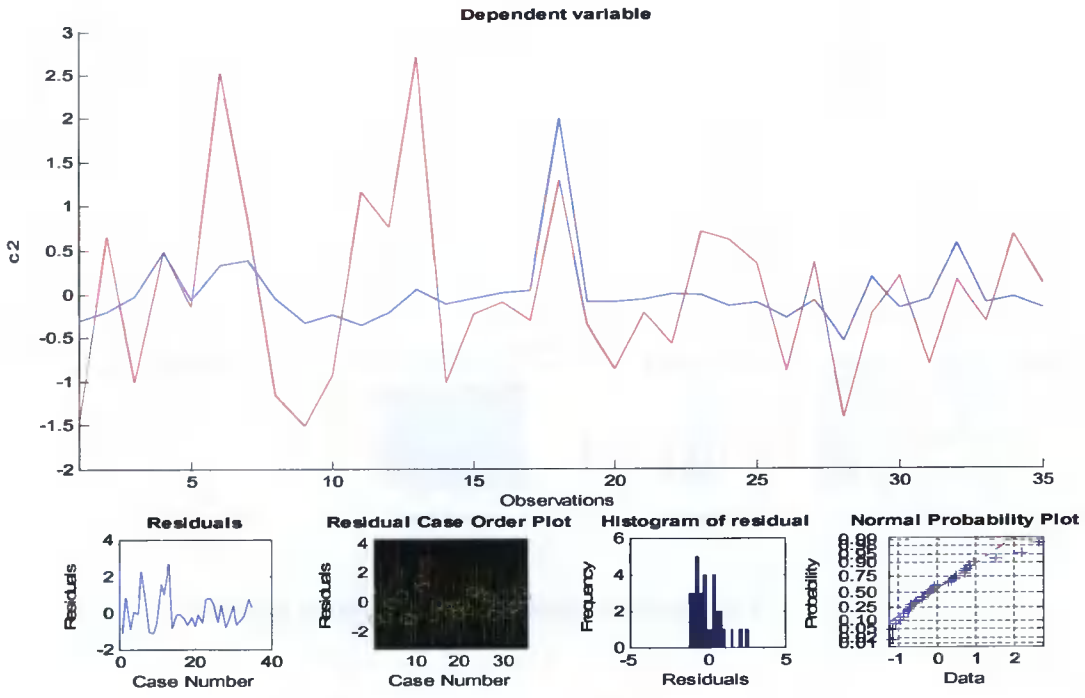
Na rysunkach od 7.16 do 7.20 przedstawiono graficzną interpretację poszczególnych zmiennych regresji wielokrotnej dla estymat wyznaczonych metodą SVD. Linią koloru czerwonego zaznaczone zostały dane rzeczywiste zmiennej niezależnej uzyskane z pomiarów względem modelu – na rysunku linia niebieska, dla trzydziestu pięciu stanów zdatności silnika spalinowego.



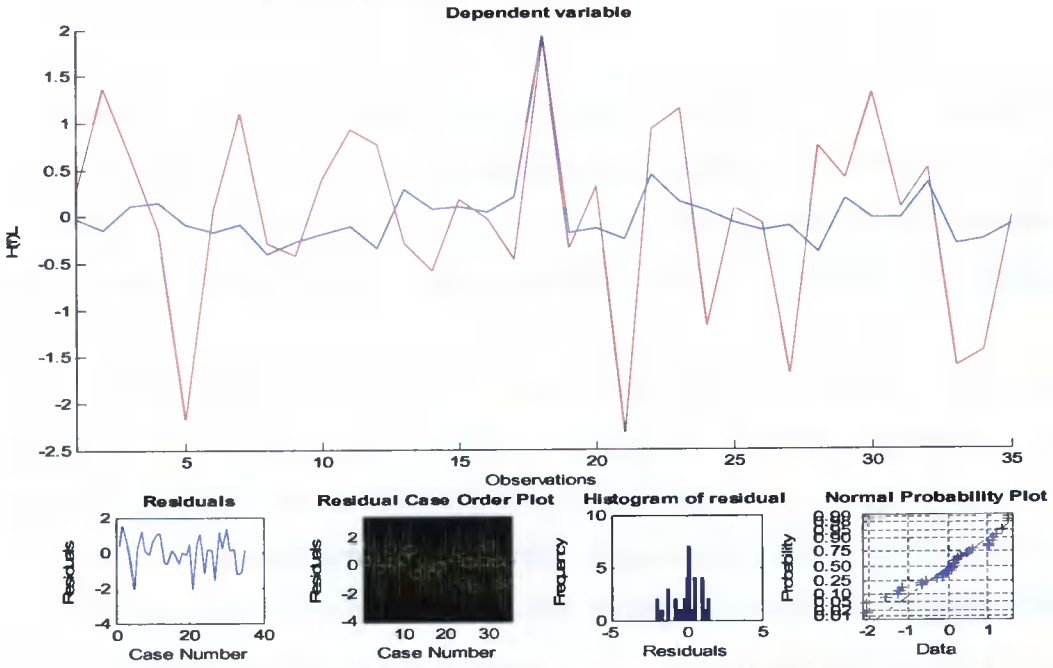
Rys.7.16. Przebieg funkcji regresji dla zmiennej zależnej ω_1



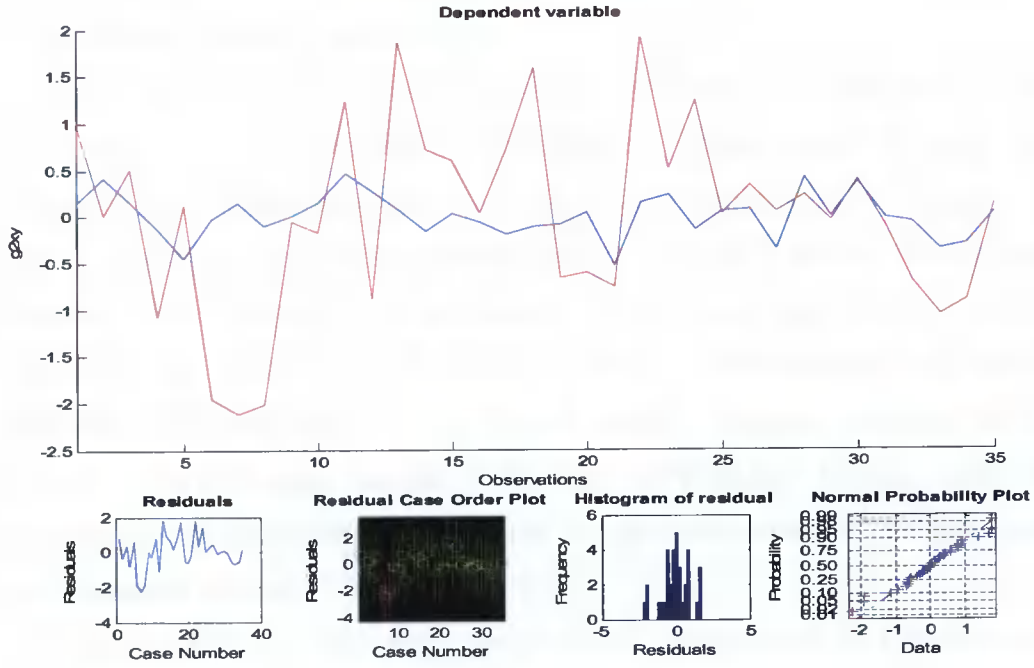
Rys.7.17. Przebieg funkcji regresji dla zmiennej zależnej ξ_1



Rys.7.18. Przebieg funkcji regresji dla zmiennej zależnej ξ_2



Rys.7.19. Przebieg funkcji regresji dla zmiennej zależnej H(f)L



Rys.7.20. Przebieg funkcji regresji dla zmiennej zależnej γ^2_{xy}

Wyniki uzyskane metodami OPTIMUM, SVD oraz regresji wielokrotnej doprowadziły do wskazania estymat najlepiej opisujących wybrane stany silnika spalinowego oraz określiły związki przyczynowo – skutkowe pomiędzy tymi zmiennymi.

8. WNIOSKI KOŃCOWE

Analiza dotychczasowego stanu wiedzy wykazuje brak dostatecznie dokładnego opisu zastosowania eksploatacyjnej analizy modalnej do celów diagnostycznych silników spalinowych. W tym celu przedstawiono metodykę postępowania, wykorzystującą eksploatacyjną analizę modalną w aspekcie diagnostycznym.

W pracy przeprowadzono badania stanowiskowe silnika 138C.2.048 (zdatnego), podczas których określono parametry modelu modalnego oraz wyznaczono podstawowe estymaty sygnału drganiowego.

W trakcie realizacji pracy zastosowano eksperyment czynny, podczas którego zmieniono parametry stanu technicznego bez demontażu silnika lub z demontażem wybranych elementów silnika nie ingerując w główną strukturę silnika. Dla potrzeb eksperymentu zasymulowano uszkodzenie świecy zapłonowej oraz uszkodzenie wtryskiwacza. Zastosowanie kombinacji tych uszkodzeń pozwoliło na uzyskanie trzydziestu pięciu różnych stanów silnika.

Otrzymane w eksperymencie parametry modalne oraz estymaty sygnału drganiowego wskazują jednoznacznie, że założone w eksperymencie wybrane stany zdatności silnika spalinowego dają się odwzorować w parametrach modalnych oraz innych wielkościach charakteryzujących drgania i są możliwe do identyfikacji. Otrzymany model modalny dla wybranych stanów badanego układu wyznacza charakterystyczne częstości własne, co znajduje swoje potwierdzenie przy analizie charakterystyk amplitudowych. Na podstawie analizy wyników uzyskano macierz obserwacji zweryfikowaną metodą SVD oraz OPTIMUM. Istnieje możliwość jakościowego oraz ilościowego porównania wyników otrzymanych dla założonych stanów zdatności silnika.

Przyjęte założenia i metodyka postępowania upoważniają do sformułowania wniosku ogólnego:

Zweryfikowane eksperymentalnie wyniki badań modelu modalnego silnika spalinowego, jako odpowiedzi układu na zadawane niesprawności, jednoznacznie potwierdzają słuszność jego zastosowania. Oznacza to że opracowano diagnostycznie użyteczny model postępowania badań modalnych dla silników spalinowych, a tym samym osiągnięto cel pracy i wykazano słuszność przyjętej tezy.

Na podstawie przeprowadzonych badań oraz analizy uzyskanych wyników w pracy sformułowano następujące wnioski poznawcze:

1. Zaproponowana i zweryfikowana eksperymentalnie nowa metoda badań stanu technicznego silników spalinowych z zastosowaniem eksploatacyjnej analizy modalnej jednoznacznie potwierdziła słuszność jej stosowania.
2. Dla potrzeb pracy opracowano analityczny model modalny silnika w stanie zdatności na podstawie eksperymentalnej analizy modalnej. Model ten porównano z analogicznym uzyskanym eksploatacyjną analizą modalną. Na podstawie procedury MAC badania zgodności modeli stwierdzono współczynnik zgodności modeli o wartości MAC = 0,99898. Pozwala to na zastosowanie modelu z eksploatacyjnej analizy modalnej silnika w stanie zdatności jako modelu analitycznego, względem którego będą porównywane i weryfikowane inne modele układu z zadanymi uszkodzeniami.
3. Realizując badania modalne metodą LSCE praktycznie zweryfikowano przydatność stosowania funkcji korelacji wzajemnej, funkcji gęstości widmowej mocy oraz funkcji Cross Spectrum Density dla wyznaczania diagramów stabilizacyjnych. Na podstawie wyników doświadczalnych stwierdzono, że optymalną funkcją do wyznaczania częstości własnych w metodzie LSCE jest funkcja korelacji wzajemnej. Pozostałe funkcje wyznaczały częstości własne, które nie znalazły swojego potwierdzenia w trakcie analizy widma sygnału drganiowego.
4. W wyniku szczegółowej analizy diagramów stabilizacyjnych i otrzymanych modeli modalnych, stwierdzono istotny wpływ symulowanych niesprawności silnika na zmiany estymowanego modelu modalnego i jego parametrów, które tym samym mogą być traktowane jako miary użyteczne diagnostycznie.
5. Przeprowadzenie analizy metodami statystycznymi, przy zastosowaniu metody OPTIMUM i SVD doprowadziło do wyboru pięciu najbardziej istotnych w opisie stanu silnika spalinowego symptomów. Zarówno w metodzie OPTIMUM jak i w SVD wśród pięciu najlepszych symptomów trzy z nich były wielkościami modelu modalnego uzyskane dzięki zastosowaniu eksploatacyjnej analizy modalnej.

6. Zastosowanie eksploatacyjnej analizy modalnej w badaniach stanu silników spalinowych umożliwia skuteczny wgląd w miejsce i rodzaj rozwijającego się uszkodzenia w trakcie eksploatacji silnika.
7. Zastosowanie eksploatacyjnej analizy modalnej w diagnozowaniu stanu silników spalinowych stanowi uzupełnienie stosowanych obecnie metod OBD diagnozowania silników.

Do wniosków utylitarnych wynikających z pracy zaliczono:

1. Na podstawie analizy właściwości funkcji koherencji stosując w praktyce eksploatacyjną analizę modalną należy wybrać jako miejsca odbioru sygnału punkt 1 i 6 zgodnie ze schematem zamieszczonym na rysunku 6.10.
2. W celu redukcji ilości mierzonych parametrów sygnałów należy stosować metodę OPTIMUM i na jej podstawie dokonać optymalizacji ilości sygnałów opisujących wybrany stan techniczny silnika
3. Zastosowanie eksploatacyjnej analizy modalnej do diagnozowania stanu silnika zmniejsza ryzyko nieprzewidzianych uszkodzeń a tym samym wpływa na ciągłość jego funkcjonowania oraz ochronę środowiska.

Na podstawie dokonań w pracy przedstawiono następujące propozycje dalszych badań:

1. Rozszerzenie badań silnika spalinowego metodami eksploatacyjnej analizy modalnej poprzez zastosowanie kolejnych innych uszkodzeń elementów silnika.
2. Zastosowanie większej liczby czujników pomiarowych w wybranych punktach odbioru sygnału w celu zwiększenia dokładności otrzymywanych wyników i eliminacji błędów pomiarowych.
3. Przeprowadzenie weryfikacji otrzymanych modeli modalnych innymi metodami estymacji diagramów stabilizacyjnych np.: metodą BR (Balanced Realisation) lub CVA (Canonical Variate Analysis).
4. Weryfikację modeli modalnych silnika spalinowego w oparciu o modelowanie MES.
5. Rozszerzenie badań stanowiskowych o inne typy silników spalinowych, zarówno o zapłonie iskrowych (ZI) jak i o zapłonie samoczynnym (ZS).

Literatura

1. Allemang R.J., Brown D.L.: A correlation coefficient for Modal Vector Analysis, I International Modal Analysis Conference, Orlando 1982.
2. Alwin K.F., Peterson L.D., Park K.C.: Method for Determining Minimum Order Mass and Stiffness Matrices for Modal Test Data, AIAA Journal, vol. 33, 1995.
3. Alwin K.F., Peterson L.D., Park K.C.: Consistent Model Reduction of Measured Modal Parameters for Reduced – Order Active Control, Journal of Guidance, Control and Dynamic, vol. 18, 1995.
4. Alwin K.F., Peterson L.D., Park K.C.: Experimental Identification of Normal Modes and Damping in an Actively Controlled Structure, AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Hilton Head 1994.
5. Bartelmus W., Zastosowanie niektórych estymatorów statystycznych sygnału drganiowego jako kryterium oceny stanu zazębienia, Politechnika Śląska Gliwice 1979.
6. Bendat J.S.: Nonlinear System Analysis and Identification from Random Data, Wiley&Sons, 1992.
7. Berman A.: System Identyfication of Structural Dynamic Models – Theoretical and Practical Bounds, AIAA Conference Paper 84-0769, 1984.
8. Berman A, Nagy E.J.: Improvement of a Large Analytical Model using Test Data, AIAA Journal 21(8), 1982.
9. Bochat A.: Modelowanie procesu wybierania kiszonki z silosu wieżowego za pomocą wybieraka dolnego, Politechnika Poznańska; Wydział Maszyn Roboczych i Pojazdów, 1999.
10. Bochat A.: Dynamika procesu odspajania materiału włóknistego pochodzenia roślinnego – model matematyczny. IX Międzynarodowe sympozjum im. Prof. C. Kanafojskiego, Problemy budowy oraz eksploatacji maszyn i urządzeń rolniczych, Płock 2003.
11. Bochat A., Grzonkowski R.: Problematyka modelowania cięcia materiału aniizotropowego. Inżynieria i Aparatura Chemiczna 1-2, s. 29-30,2005..
12. Bochat A., Zastempowski M.: Analiza rozwiązań konstrukcyjnych bębnowych zespołów tnących w aspekcie efektywności ich funkcjonowania. X

Międzynarodowe sympozjum im. Prof. C. Kanafojskiego, Problemy budowy oraz eksploatacji maszyn i urządzeń rolniczych, 2006.

13. Brincker A.: Operational Modal Analysis - a New Technique to Explore, Sound and Vibration, Bay Village, USA, Jun 2006.
14. Breitfeld T.: A Method for Identification of a Set of Optimal Measurement Points for Experimental Modal Analysis, University of Stuttgart, 1995.
15. Brown D.L., Allemang R.J., Zimmerman R., Mergay M.: Parameter estimation Techniques for modal analysis, SAE Technicak Paper Series, No. 790221, 1979.
16. Cempel Cz.: SVD Decomposition Of Symptom Observation Matrix As The Help In A Quality Assessment Of A Group Of Applications. Diagnostyka v.35. PTDT Warszawa.
17. Cempel Cz.: Podstawy wibroakustycznej diagnostyki maszyn, WNT Warszawa 1982.
18. Cesar B.: Updating system matrices using Modal Test Data, V International Model Analysis Conference, London, England 1987.
19. Chen Z., Mechefske C.K.: Model order selection: A practical approach. Mechanical Systems and Signal Processing 15(2), 2001.
20. Demkowicz L.: Wybrane zagadnienia matematycznych podstaw MES, Mechanika Techniczna tom 11, Komputerowe metody mechaniki ciał stałych, PWN Warszawa 1995.
21. Dossing O.: Structural Testing – Mechanical Mobility Measurement, Bruel&Kjaer 1988.
22. Dossing O.: Structural Testing – Modal Analysis and Simulation, Bruel&Kjaer 1988.
23. Evins D.J.: Modal Analysis; Theory and Practise, Research Studies Press Ltd, Taunton, England 1988.
24. Giergiel J.: Drgania Mechaniczne, Wydawnictwa Naukowo – Dydaktyczne Kraków 2000.
25. Giergiel J., Uhl T.: Identyfikacja układów mechanicznych, PWN Warszawa 1990.
26. Góral G., Kurowski P., Zastosowanie sieci neuronowych w analizie modalnej i ich implementacja w oprogramowaniu VIOMA, VII Szkoła Analizy Modalnej, Akademia Górniczo - Hutnicza Kraków 2002.

27. Hermans L., Van der Auweraer H.: Modal Testing and Analysis of Structures under operational conditions: Industrial Applications, Mechanical Systems and Signal Processing vol. 13, no.2, 1999.
28. Hermans L., Van der Auweraer H., Abdelghani M.: A critical evaluation of modal parameter extraction schemes for output-only data. JMAC Tokyo, 1997.
29. Hermans L., Van der Auweraer H.: On the use of auto – and cross correlation functions to extract modal parameters from output data, ISVR, Southampton, 1997.
30. Hermans L., Van der Auweraer H., Coppens P., Mathieu L., Modal parameter extraction from in-operation data, XV International Modal Analysis Conference, Orlando, 1996.
31. Heylen W., Lammens S., Sas P.: Modal analysis Theory and Testing, KU Leuven, PMA, 1997.
32. Hinkle J., Bullock S.: The sensitivity of identified modal parameters to sensor placement errors and construction tolerances, AIAA 1993.
33. Jóźwiak J., Podgórski J.: Statystyka od podstaw, Polskie Wydawnictwa Ekonomiczne, Warszawa 1997.
34. Kaźmierczak H.: Analiza rozkładu mocy obciążeń dynamicznych w systemach mechanicznych. Politechnika Poznańska. Wydział Budowy Maszyn i Zarządzania, 2002r.
35. Kaźmierczak H.: Zastosowanie metody analizy modalnej do oceny trwałości konstrukcji. Nowoczesne metody analizy modalnej, AGH Kraków 2001,
36. Kaźmierczak H.: Zadawanie wymuszenia w eksperymentalnej analizie modalnej w aspekcie minimalizacji błędów modelowania, Szkoła Analizy Modalnej, Szczyrk, 1999.
37. Kaźmierczak H.: Energetyczny model dynamiczności konstrukcji. Współczesne zagadnienia analizy modalnej konstrukcji mechanicznych, AGH Kraków 2002,
38. Kaźmierczak H.: Rola eksperymentu modalnego w badaniach trwałości struktur mechanicznych, Zagadnienia Analizy Modalnej Konstrukcji Mechanicznych, AGH, Kraków 2003,
39. Kaźmierczak H.: Charakterystyki modalne i chrakterystyki obciążeń maszyn wirnikowych, Zagadnienia Analizy Modalnej Konstrukcji Mechanicznych, AGH Kraków 2004,

40. Kleiber M.: Wprowadzenie do metody elementów skończonych, PAN Warszawa-Poznań, 1986
41. Kromulski J., Hojan E.: An application of two experimental modal analysis methods for the determination of operational deflection shapes, Journal of Sound and Vibration 196(4), 1996.
42. Kruszewski J.: Metoda elementów skończonych w dynamice konstrukcji, Arkady, Warszawa 1984.
43. Link M.: Updating of Analytical Models – Procedures and Experience, Conference on Modern Practice in Stress And Vibration Analysis, Sheffield, England 1993.
44. Link M., Hanke G.: Model quality assessment and model updating, Modal Analysis and Testing, NATO Science Series, Series E: Applied Sciences vol.363, 1998.
45. Lisowski W., Uhl T.: Komputerowe wspomaganie analizy korelacji eksperymentalnych modeli modalnych i modeli elementów skończonych, II Konferencja Metody i systemy komputerowe w badaniach naukowych i projektowaniu inżynierskim, Akademia Górniczo - Hutnicza Kraków 1999.
46. Łukasiewicz M.: Zastosowanie analizy modalnej w badaniu stanu przekładni zębatych, Sesja Naukowa Mechanika Stosowana, Mechanika 53 – Zeszyty Naukowe nr 241, Bydgoszcz 2002r.
47. Łukasiewicz M.: Budowa modelu przekładni zębatych – testowanie modalne. Problemy Inżynierii Rolniczej nr 4 (42)/2003.
48. Łukasiewicz M.: Testowanie modalne przekładni zębatych – budowa modelu modalnego. Materiały IX Międzynarodowego Sympozjum im. Prof. Cz. Kanafojskiego, Płock 2003.
49. Łukasiewicz M.: Identyfikacja stanów przekładni zębatych eksploatacyjną analizą modalną. Diagnostyka nr 32. PTDT Warszawa 2004.
50. Łukasiewicz M.; Próba odwzorowania modelu modalnego stanu technicznego silnika spalinowego w zastosowaniu do badań diagnostycznych. Diagnostyka nr.33. PTDT, Warszawa 2005.
51. Łukasiewicz M.: Badania diagnostyczne stanu technicznego silnika spalinowego metodą eksploatacyjnej analizy modalnej. Diagnostyka nr 37. PTDT Warszawa 2006.
52. Matlab – The language of Technical Computing, The Math Works, 2000.

53. McKelvey T.: Identification of State-Space Models from Time and Frequency Data, Linkoping University, Sweden 1995.
54. Minten W., De Moor B., Vandewalle J.: State equations of nonlinear dynamic systems, ICBGM, Nevada, USA 1995.
55. Morrison F.: Sztuka modelowania układów dynamicznych, WNT, Warszawa 1996.
56. Natke G., Cempel C.: Model – Aided diagnosis of Mechanical Systems, Springer, 1997.
57. Niziński S., Michalski R.: Diagnostyka obiektów technicznych, ITE Radom 2002r.
58. Nizioł J.: Podstawy drgań w maszynach, Politechnika Krakowska, Kraków 1996.
59. Otte D., Van de Ponseele P., Lauridian J.: Operational deflection shapes in multisource environment, VIII International Modal Analysis Conference, Keesmee, FL, 1990.
60. Richardson M.H.: Is it a modal shape or an operating deflection shape?, Sound & Vibration Magazine, March, 1997.
61. Seth S., Kessler S.: Structural Health Monitoring in composite materials using Frequency Response Methods, Massachusetts Institute of Technology, 2001.
62. Setio S., Setio H.D., Jezequel L.: Modal Analysis of Nonlinear Multi-Degree of Freedom Structures, The International Journal of Analytical and Ezperimental Modal Analysis, 1992.
63. Signal Processing Tolbox for use with Matlab, Match Works, 2000
64. Tomlinson G.R., Kirk N.E.: Modal Analysis and Identification of structural Non-linearity, University of Manchester.
65. Uhl T.: Komputerowo wspomagana identyfikacja modeli konstrukcji mechanicznych, WNT 1997.
66. Uhl T.: Zastosowanie modeli dynamicznych układów mechanicznych w systemach monitorowania i diagnozowania stanu maszyn, V Conference on Dynamical Systems Theory and Applications, Łódź 1999.
67. Uhl T.: Diagnostyka przez identyfikacje, Konferencja Diagnostyka Pojazdów, Bydgoszcz 1996.
68. Uhl T.: Zastosowanie analizy modalnej w diagnostyce konstrukcji, Diagnostyka vol.23, 2000.

69. Uhl T.: Komputerowe wspomaganie analizy dynamiki układów mechanicznych, Przegląd Mechaniczny nr 5, 1994.
70. Uhl T., Batko W.: Wybrane problemy diagnostyki maszyn, CCATIE 4, Kraków 1996.
71. Uhl T., Kurowski P.: VIOMA – instrukcja użytkownika, AGH Kraków 2002.
72. Uhl T., Lisowski W.: Eksploatacyjna analiza modalna i jej zastosowania, Akademia Górniczo - Hutnicza Kraków 1999.
73. Uhl T., Lisowski W.: Praktyczne problemy analizy modalnej konstrukcji, CCATIE, Kraków 1996.
74. Uhl T., Lisowski W., Bochniak W.: Problemy dostrajania modeli elementów skończonych, Akademia Górniczo - Hutnicza Kraków 2000.
75. Uhl T., Bochniak W.: Analiza Modalna w pakiecie MATLAB, I Konferencja Użytkowników MATLAB-a, Kraków 1995.
76. Uhl T., Bochniak W.: Matlab jako środowisko do eksperymentalnej analizy modalnej, Analiza modalna i jej zastosowania, AGO Kraków.
77. Uhl T., Miękina L.: Identyfikacja nieliniowych modeli układów mechanicznych, II Szkoła Analizy Modalnej, AGH Kraków, 1996.
78. Vanlanduit S., Schoukens J., Verboven P., Guillaume P.,: An automatic frequency domain modal parameter estimation algorithm. Vrije Universiteit Brussel, Belgium.
79. Wajand J.A., Wajand J.T.: Tłokowe silniki spalinowe średnio i szybkoobrotowe, WNT Warszawa 2000.
80. Worden K.: Experimental Identification of Multi Degree – of – Freedom Nonlinear System using Restoring Forcr Methods. The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, vol.9, 1994.
81. Zalewski A., Cegieła R.: Matlab – obliczenia numeryczne i ich zastosowanie, Poznań 2000.
82. Zaveri K., Phil K.: Modal Analysis of Large Structures – Multiple Exciter Systems, Bruel&Kjaer, 1985.
83. Żółtowski B.: Podstawy diagnostyki maszyn, Bydgoszcz 1996.
84. Żółtowski B.: „Badania wibroakustyczne w pojazdach mechanicznych", Mechanika 33 ATR Bydgoszcz.
85. Żółtowski B.: Analiza modalna jako narzędzie oceny stanu dynamicznego, XXVII Ogólnopolska Konferencja Diagnostyka Maszyn, Węgierska Górka 2001.

86. Żółtowski B.: Elementy dynamiki maszyn, Bydgoszcz 2002.
87. Żółtowski B.: Identyfikacja diagnostyczna obiektów technicznych, Zagadnienia eksploatacji maszyn, Z.1.(105) PAN, 1996.
88. Żółtowski B.: Computer testing of combustion engine using the method of acceleration, Acoustical and Vibratory Surveillance Methods and Diagnostic Techniques, Paryż 1995.
89. Żółtowski B.: Badania dynamiki maszyn, Bydgoszcz 2002.
90. Żółtowski B.: Applications of modal analysis to diagnosis of machines, ISPE Trynidad and Tobago, 2000.
91. Żółtowski B., Cempel Cz.: Inżynieriia diagnostyki maszyn, Polskie Towarzystwo Diagnostyki Technicznej, Warszawa, Bydgoszcz, Radom 2004.
92. Żółtowski B., Ćwik Z.: Leksykon diagnostyki technicznej, Bydgoszcz 1996.
93. Żółtowski B., Łukasiewicz M., Bas W.: „Próba odwzorowania modelu modalnego w miarach procesu drganiowego w zastosowaniu do badań diagnostycznych" Materiały konferencyjne Węgierska Górka 2005.
94. Żółtowski B., Łukasiewicz M.: Wibroakustyka maszyn w laboratorium, Bydgoszcz 2005.
95. Żółtowski B., Tylicki H., Kupraszewicz W., Kwiatkowski K.: Badania zmian stanu obiektu metodą analizy modalnej, materiały konferencyjne - V szkoła analizy modalnej AGH Kraków, grudzień 2000.

Biblioteka Główna UTP w Bydgoszczy
D 323