UNIWERSYTET TECHNOLOGICZNO-PRZYRODNICZY
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
W BYDGOSZCZY

ROZPRAWY NR 168

Klaudiusz Migawa

STEROWANIE GOTOWOŚCIĄ W SYSTEMACH EKSPLOATACJI ŚRODKÓW TRANSPORTU

BYDGOSZCZ – 2013

REDAKTOR NACZELNY
prof. dr hab. inż. Józef Flizikowski

REDAKTOR DZIAŁOWY
dr hab. inż. Tomasz Piątkowski, prof. nadzw. UTP

OPINIODAWCY
dr hab. inż. Sylwester Kłysz, prof. nadzw. ITWL
dr hab. inż. Leszek Knopik, prof. nadzw. UTP

OPRACOWANIE REDAKCYJNE I TECHNICZNE
mgr Aleksandra Górska, mgr Patrycja Fereni-Morzyńska

© Copyright
Wydawnictwa Uczelniane Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego
Bydgoszcz 2013

Utwór w całości ani we fragmentach nie może być powielany
ani rozpowszechniany za pomocą urządzeń elektronicznych, mechanicznych,
kopiujących, nagrywających i innych bez pisemnej zgody
posiadacza praw autorskich.

ISBN 978-83-61314-83-7
ISSN 0209-0597

Wydawnictwa Uczelniane Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego
ul. Ks. A. Kordeckiego 20, 85-225 Bydgoszcz, tel. 52 3749482, 3749426
e-mail: wydawucz@utp.edu.pl http://www.wu.utp.edu.pl

Wyd. I. Nakład 84 egz. Ark. aut. 10,0. Ark. druk. 9,5. Zamówienie nr 12/2013
Oddano do druku i druk ukończono w lipcu 2013
Uczelniany Zakład Małej Poligrafii UTP Bydgoszcz, ul. Ks. A. Kordeckiego 20

Spis treści

1. Wprowadzenie ... 5
2. Analiza zagadnienia gotowości obiektów technicznych ... 19
3. Identyfikacja obiektu badań ... 26
   3.1. Opis obiektu badań ... 26
   3.2. Badania eksploatacyjne ... 27
   3.3. Zdarzeniowy model procesu eksploatacji środków transportu realizowanego w obiekcie badań ... 29
4. Matematyczny model procesu eksploatacji środków transportu realizowanego w obiekcie badań ... 34
   4.1. Zastosowanie procesów Markowa i semi-Markowa w modelowaniu procesu eksploatacji obiektów technicznych ... 35
      4.1.1. Definicja procesu stochastycznego ... 35
      4.1.2. Proces markowski ... 36
      4.1.3. Proces semi-markowski ... 39
   4.2. Semi-markowski model procesu eksploatacji środków transportu ... 43
5. Model oceny i kształtowania gotowości podsystemu procesowego w systemie eksploatacji środków transportu ... 53
   5.1. Założenia do budowy modelu oceny i kształtowania gotowości podsystemu procesowego ... 54
   5.2. Gotowość środków transportu ... 54
      5.2.1. Semi-markowski model procesu eksploatacji środków transportu realizowany w podsystemie procesowym ... 56
      5.2.2. Gotowość pojedynczego obiektu technicznego (środka transportu) w podsystemie procesowym ... 62
   5.3. Gotowość podsystemu procesowego o strukturze progowej do realizacji przydzielonego zadania przewozowego ... 65
      5.3.1. Oszacowanie statystyczne wymaganej gotowości podsystemu procesowego do realizacji przydzielonego zadania przewozowego ... 71
      5.3.2. Ocena gotowości podsystemu procesowego do realizacji przydzielonego zadania przewozowego ... 73
6. Model oceny i kształtowania gotowości podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego w systemie eksploatacji środków transportu ... 79
   6.1. Założenia do budowy modelu oceny i kształtowania gotowości podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego ... 81
   6.2. Gotowość stanowisk podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego ... 81
      6.2.1. Gotowość pojedynczego stanowiska podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego ... 82

6.2.2. Gotowość pojedynczego zespołu stanowisk podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego ... 83
6.2.3. Gotowość zespołów stanowisk podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego ... 85
6.3. Metoda oceny wydajności stanowisk podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego ... 89
6.4. Gotowość podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego – rozkład wykładniczy ... 92
6.5. Wydajność stanowisk PUR i PI – rozkład wykładniczy ... 93
6.6. Gotowość podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego – rozkład Erlanga ... 94
6.7. Wydajność stanowisk PUR i PI – rozkład Erlanga ... 96
6.8. Gotowość operacyjna podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego do realizacji przydzielonego zadania obsługowo-naprawczego ... 97
6.8.1. Oszacowanie statystyczne wymaganej gotowości podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego do realizacji przydzielonego zadania obsługowo-naprawczego ... 106
6.8.2. Ocena gotowości operacyjnej podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego do realizacji przydzielonego zadania obsługowo-naprawczego ... 107
7. Decyzyjny model sterowania gotowością w systemie eksploatacji środków transportu ... 112
7.1. Zastosowanie decyzyjnych procesów semi-Markowa do sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych ... 112
7.2. Algorytm genetyczny wyznaczania optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych ... 115
7.3. Model wyznaczania optymalnej strategii sterowania gotowością środków transportu ... 121
7.3.1. Badanie poprawności działania algorytmu wyznaczania optymalnej strategii sterowania ... 128
7.4. Wyznaczenie optymalnej strategii sterowania gotowością środków transportu eksploatowanych w obiekcie badań ... 129
7.5. Program symulacji modelu procesu eksploatacji środków transportu ... 131
7.5.1. Analiza statystyczna wyników badań symulacyjnych modelu procesu eksploatacji środków transportu ... 136
8. Podsumowanie i wnioski ... 138
Literatura ... 141
Streszczenie ... 152

1. WPROWADZENIE

Praca dotyczy wybranych problemów związanych ze sterowaniem gotowością pewnej klasy złożonych systemów socjotechnicznych, w których realizowany jest proces eksploatacji obiektów technicznych.

Obiektem badań, na podstawie którego zilustrowano rozważania przedstawione w pracy, są systemy eksploatacji środków transportu. Implementacja opracowanych modeli została zrealizowana na przykładzie systemu eksploatacji autobusów komunikacji miejskiej.

Intensywny rozwój gospodarczy, zwłaszcza obszarów wysoce zurbanizowanych, a także rozbudowa sieci dróg determinują ciągłe zwiększanie zapotrzebowania na działalność transportową. Jednocześnie działalność transportowa wpływa w znaczący sposób na funkcjonowanie i wzrost poszczególnych działów gospodarki narodowej. Poza obsługą działów produkcji materialnej transport obejmuje obsługę działów nieprodukcyjnych, takich jak ochrona zdrowia, oświata, administracja państwowa, wymiar sprawiedliwości, usługi dla ludności w celu zaspokajania indywidualnych potrzeb transportowych, aktywizując życie społeczno-kulturalne, sprzyjając rozwojowi turystyki. Można wyodrębnić trzy podstawowe rodzaje funkcji spełnianych przez transport [135, 136, 160]:

- funkcja produkcyjna – tworzenie warunków do działalności gospodarczej oraz stymulowanie tej działalności,
- funkcja konsumpcyjna – zaspokajanie potrzeb przewozowych w wyniku świadczonych usług transportowych,
- funkcja integracyjna – scalanie państwa i społeczeństwa poprzez usługi transportowe.

Wymienione funkcje wskazują na komplementarny, w odniesieniu do pozostałych działów gospodarki, charakter działalności transportowej. Wynika to przede wszystkim z braku możliwości zastąpienia działalności transportowej jakąkolwiek inną działalnością [58].

Głównym celem systemów eksploatacji środków transportu jest realizacja przewozów na danym obszarze i po określonych trasach. Zadania przewozowe przydzielone systemowi eksploatacji środków transportu realizowane są przez podsystem procesowy, złożony z podsystemów elementarnych typu człowiek-obiekt techniczny (operator-środek transportu). Jedną z istotnych cech opisujących działanie systemu eksploatacji środków transportu jest jego gotowość do realizacji przydzielonych zadań przewozowych.

Pojęcie gotowości technicznej jako cechy systemu wykorzystywane jest do analizy systemów przystępujących do działania w losowych chwilach t, $t \in (t_o, t_k)$, np. wojskowe systemy lotnicze, systemy ratownictwa, systemy eksploatacji środków transportu itp. W systemach tych, w przypadku pojawienia się zadania w chwili t_o człowiek lub zespół ludzi wraz z przydzielonymi obiektami technicznymi przystępują do realizacji wyznaczonego zadania w ustalonym przedziale czasu (t_o, t_k). Możliwość terminowego przystąpienia do realizacji i zrealizowania przydzielonego zadania w wymaganym przedziale czasu jest jedną z najistotniejszych cech opisujących działanie tego typu złożonych systemów eksploatacji obiektów technicznych.

Potrzeby transportowe mogą dotyczyć przewozu towarów, jak również przemieszczania ludzi. Ważnym elementem zaspokojenia potrzeb transportowych są przewozy ludzi na terenach dużych aglomeracji miejskich i przyległych obszarach, na których zlokalizowane są przedsiębiorstwa produkcyjne i usługowe. Zadania te realizowane są przez wyspecjalizowane systemy transportu miejskiego.

Często pojęcie „transport miejski" stosowane jest zamiennie z pojęciem „komunikacja miejska" i rozumiane jest jako regularne przewozy pasażerskie po określonych trasach zbiorowymi środkami transportu. Zakres terytorialny przewozów jest zwykle ograniczony do obszaru miasta i terenów podmiejskich, położonych poza granicami administracyjnymi miasta, lecz spełniających analogiczne funkcje jak dzielnice miasta. Podstawowym powodem wyodrębnienia zagadnień dotyczących transportu miejskiego jest specyfika eksploatacyjno-ekonomiczna wynikająca zarówno z charakteru pasażerskich potrzeb przewozowych, jak i sposobu ich zaspokajania. Rola i znaczenie transportu miejskiego wynikają głównie ze sprzężenia między jego niezawodnym i skutecznym funkcjonowaniem a rozwojem gospodarczo-kulturalnym na obszarach zurbanizowanych. Jest to powodem ciągłego wzrostu wymagań jakościowych w stosunku do systemów eksploatacji środków transportu miejskiego, którym systemy te powinny sprostać.

Zadania transportowe realizowane przez systemy komunikacji miejskiej, ze względu na swoją szczególną specyfikę, charakteryzowane są odpowiednim pakietem wymagań jakościowych i ilościowych. Do głównych wymagań stawianych nowoczesnym systemom komunikacji miejskiej, w szczególności systemom eksploatacji autobusów miejskich, zaliczyć należy [125, 136]:

- konieczność realizacji zadań transportowych (przewozów pasażerskich) w bliskim otoczeniu systemu eksploatacji (na teranie miasta i okolic),
- zapewnienie dostępności do sieci transportowej oraz bezpośredniości realizowanych przewozów (brak przesiadek),
- przystosowanie pojazdów do przewozu dużej liczby pasażerów (szerokie drzwi, szerokie i wygodne przejścia miedzy siedzeniami, znaczna liczba miejsc stojących),
- przystosowanie pojazdów do warunków ruchu miejskiego (duża zwrotność, możliwość osiągania znacznych przyspieszeń),
- zapewnienie odpowiednich poziomów niezawodności i gotowości eksploatowanych pojazdów,
- zapewnienie bezpieczeństwa przewożonych pasażerów,
- zapewnienie odpowiedniej częstotliwości, punktualności i szybkości przewozów.

Jednym z podstawowych wymagań stawianych systemom eksploatacji autobusów miejskich jest realizacja zadań transportowych w sposób terminowy, zgodnie z przyjętym harmonogramem. W praktyce oznacza to konieczność przystąpienia do realizacji przydzielonych zadań przewozowych w wyznaczonych chwilach, zgodnie z przyjętą tolerancją czasową, bez możliwości zmiany chwil rozpoczęcia ich realizacji, a następnie zrealizowanie przydzielonych zadań przewozowych w ustalonych przedziałach czasu. Terminowa realizacja zadań przewozowych w systemach tego typu jest możliwa jedynie wówczas, gdy zostanie zapewniony wymagany poziom gotowości i niezawodności eksploatowanych środków transportu.

W systemach eksploatacji autobusów miejskich bezpośrednią realizacją zadań przewozowych zajmuje się podsystem procesowy złożony z podsystemów elementarnych typu kierowca-autobus. Na możliwość prawidłowej realizacji zadań przewozowych w systemach tego typu znacząco wpływa gotowość i niezawodność eksploatowanych środków transportu (autobusów miejskich), które w sposób istotny zależą od jakości wykonywanych napraw [186]. Zwiększenie jakości wykonywanych napraw powoduje wzrost przebiegów między uszkodzeniami, a w konsekwencji wzrost poziomów gotowości i niezawodności eksploatowanych autobusów. Podobnie skrócenie czasu trwania naprawy wpływa na zwiększenie poziomu gotowości systemu eksploatacji środków transportu. W każdym przypadku priorytetem jest osiągnięcie jak największej wartości wskaźnika wykorzystania zdolności przewozowej, bowiem od niego w istotny

sposób zależą wyniki eksploatacyjne i ekonomiczne osiągane przez systemy eksploatacji środków transportu [90].

Systemy eksploatacji autobusów miejskich są systemami specyficznymi, w których uszkodzenie autobusu powoduje natychmiastową konieczność zastąpienia go innym, zdatnym autobusem. Realizowane jest to przez zastosowanie autobusów rezerwowych, co powoduje konieczność ponoszenia przez system eksploatacji dodatkowych kosztów na ich zakup i utrzymanie. Autobusy rezerwowe ze względu na niski współczynnik ich wydajności wpływają na obniżenie efektywności systemu komunikacji miejskiej. Liczba autobusów rezerwowych zależy zarówno od szybkości wykonywanych napraw pojazdów uszkodzonych, jak i od poziomu niezawodności pojazdów realizujących zadanie. Krótszy czas realizacji napraw oraz wyższy poziom niezawodności pojazdów eksploatowanych w systemie transportu miejskiego umożliwiają zmniejszenie liczby pojazdów rezerwowych. Jednocześnie, aby skrócić czas przebywania autobusów w naprawie oraz zwiększyć niezawodność eksploatowanych pojazdów, konieczne jest zapewnienie odpowiedniego poziomu gotowości i wydajności stanowisk obsługowo-naprawczych oraz skuteczności realizowanych na nich procesów [115, 203]. Dlatego też sterując systemem eksploatacji środków transportu, należy planować i podejmować działania w celu uzyskania wymaganej jakości realizowanych procesów obsługowo-naprawczych [112, 125, 126, 138, 197].

Z powyższego wynika, że możliwość prawidłowej i efektywnej realizacji zadań przewozowych systemu eksploatacji środków transportu (np. autobusów miejskich) w istotny sposób zależy od poziomu jego gotowości. Gotowość systemu eksploatacji autobusów miejskich zależy przede wszystkim od gotowości podsystemu procesowego, złożonego z podsystemów elementarnych typu kierowca-autobus. Gotowość i niezawodność eksploatowanych środków transportu (autobusów) utrzymywane są na wymaganych poziomach w wyniku realizacji procesów zaopatrywania, zapewniania zdatności oraz diagnozowania. Procesy te realizowane są w podsystemach utrzymania ruchu (na stanowiskach obsługowo-naprawczych zajezdni autobusowej) i interwencyjnym (przez jednostki pogotowia technicznego), a możliwość ich odpowiedniej realizacji zależy w głównej mierze od gotowości i wydajności stanowisk tych podsystemów.

Sterowanie gotowością systemu eksploatacji środków transportu związane jest z koniecznością rozwiązywania wielu problemów decyzyjnych. Wybór odpowiednich decyzji sterowania dotyczy zarówno poziomu gotowości eksploatowanych środków transportu, jak również efektywności realizowanego procesu eksploatacji, mających decydujący wpływ na stopień realizacji celów systemu. Z tego powodu w systemach eksploatacji środków transportu należy podejmować racjonalne decyzje sterowania procesem eksploatacji i prawidłowo oceniać efektywność jego realizacji. Rozpatrując problemy modelowania i sterowania procesem eksploatacji realizowanym w złożonym systemie eksploatacji środków transportu, system ten oraz proces należy analizować na takim poziomie szczegółowości (dekompozycji), który zapewnia dokładną identyfikację jego podsystemów oraz procesów w nich zachodzących. Ułatwia to uzyskiwanie wiarygodnych informacji eksploatacyjnych, w szczególności o stanach i przebiegach procesów eksploatacji, oraz podejmowanie trafnych decyzji sterowania tymi procesami.

Zapewnienie wysokiej efektywności działania złożonych systemów eksploatacji obiektów technicznych jest możliwe jedynie wówczas, gdy decyzje sterowania, podejmowane przez decydentów systemu, są racjonalne. W systemach, w których realizowany jest złożony proces eksploatacji obiektów technicznych, wybór racjonalnych decyzji sterowania spośród możliwych wariantów decyzyjnych jest zagadnieniem trudnym i skomplikowanym. W rzeczywistych, złożonych systemach eksploatacji obiektów

technicznych proces podejmowania decyzji sterowania powinien być realizowany z zastosowaniem odpowiednich metod i narzędzi matematycznych, a nie w sposób „intuicyjny", oparty wyłącznie na wiedzy i doświadczeniu decydentów systemu. Zastosowanie odpowiednich metod matematycznych do sterowania procesem eksploatacji ułatwia wybór racjonalnych decyzji sterowania w sposób zapewniający prawidłową i efektywną realizację zadań przydzielonych systemowi.

Rzeczywiste systemy eksploatacji obiektów technicznych (w tym również systemy eksploatacji środków transportu) oraz realizowane w nich procesy ze względu na znaczną złożoność mogą być rozpatrywane w sposób rzetelny i efektywny jedynie wówczas, gdy do ich opisu zostaną zastosowane odpowiednio opracowane (w sposób naukowy) metody modelowania. Modele stosowane do opisu rzeczywistych systemów i procesów eksploatacji obiektów technicznych powinny umożliwiać poznanie oraz analizę badanych systemów i procesów na takim poziomie szczegółowości, aby możliwe było opracowanie racjonalnych i efektywnych metod sterowania działaniami realizowanymi w tych systemach. Efektywne metody sterowania procesami eksploatacji obiektów technicznych muszą być opracowane na tyle precyzyjnie, aby ich zastosowanie nie powodowało zwiększenia ryzyka podejmowania błędnych decyzji sterowania [1, 29, 95, 99].

Metody modelowania, oceny i sterowania systemów i procesów eksploatacji obiektów technicznych są przedmiotem zainteresowania wielu dziedzin wiedzy, w tym przede wszystkim: podstaw eksploatacji technicznej, teorii systemów i analizy systemowej, teorii odnowy, teorii efektywności systemów, sterowania i regulacji, badań operacyjnych, teorii masowej obsługi, teorii podejmowania decyzji, teorii niezawodności i bezpieczeństwa systemów, modelowania matematycznego i symulacyjnego oraz metod analizy statystycznej. W literaturze można znaleźć wiele opracowań dotyczących przykładów modelowania systemów i procesów eksploatacji obiektów technicznych, w tym systemów eksploatacji środków transportu, np. [12, 15, 46, 54, 51, 56, 156, 158]. Omawiane w literaturze modele systemów i procesów eksploatacji przedstawiają zachowanie się obiektów technicznych w określonych warunkach użytkowania oraz zapewniania zdatności. Wśród istotnych czynników determinujących możliwość oraz zakres stosowania tych modeli, do opisu i badania procesów eksploatacji realizowanych w rzeczywistych systemach, należy wymienić: stopień adekwatności modelu do rzeczywistego systemu lub procesu, przyjęty stopień szczegółowości opisu modelu, zastosowany aparat matematyczny, możliwość akceptacji przyjętych założeń, uproszczeń i ograniczeń modelu (z uwzględnieniem celu badań).

Często do oceny prawidłowości i efektywności działania systemów eksploatacji obiektów technicznych budowane są modele z zastosowaniem teorii masowej obsługi, teorii niezawodności oraz teorii odnowy.

Teoria masowej obsługi zajmuje się matematyczną analizą systemów, w których w losowych chwilach występują zgłoszenia wymagające obsługi. W wyniku stosowania modeli teorii masowej obsługi możliwe jest wyznaczenie rozkładów zmiennych losowych charakteryzujących badany system, takich jak: liczba zgłoszeń, liczba obsług, czas oczekiwania na obsługę, czas obsługi. W literaturze dotyczącej teorii masowej obsługi przedstawiono szereg metod i gotowych modeli przydatnych do oceny działania systemów eksploatacji obiektów technicznych (zarówno w sposób czysto teoretyczny, jak i ze wskazaniem praktycznych przykładów ich zastosowania) [24, 27, 49, 79, 80, 88, 120, 122, 124, 163, 166, 185, 186]. Wyniki badań modeli teorii masowej obsługi mogą stanowić podstawę wyboru lub modyfikacji struktury systemu. Na podstawie teorii masowej obsługi oraz teorii podejmowania decyzji opracowano naukowe metody dotyczące metod racjonalnego

i efektywnego planowania, oceniania i sterowania procesami eksploatacji obiektów technicznych z uwzględnieniem procesów zapewniania zdatności (strategie eksploatacyjne oraz modele polityki obsługowej i naprawczej) [128, 156].

Teoria odnowy i teoria niezawodności są często stosowane do rozwiązywania wielu wspólnych problemów dotyczących zarówno procesów użytkowania, jak i procesów zapewniania zdatności obiektów technicznych. Obie teorie znalazły szerokie zastosowania praktyczne [11, 12, 15, 22, 25, 55, 83, 84, 88, 127, 131, 133, 161], korzystając jednocześnie z tych samych lub podobnych metod matematycznych (np. stanowią istotny element projektowania cykli eksploatacyjnych w systemach transportowych).

Efektywność działania systemów eksploatacji obiektów technicznych zależy od wielu czynników charakteryzujących realizowany proces eksploatacji. Do grupy podstawowych czynników należy zaliczyć czynniki ekonomiczne oraz czynniki techniczne (trwałość, niezawodność, gotowość, bezpieczeństwo, ryzyko działania) [54, 76, 82, 132, 153, 161]. Zatem do oceny systemu (procesu) eksploatacji obiektów technicznych należy stosować metody analizy systemowej z uwzględnieniem metod analizy ekonometrycznej [29, 72, 89, 95, 126, 137, 200].

W wielu przypadkach systemy eksploatacji obiektów technicznych można rozpatrywać jako systemy, w których zmiany stanów realizowanego procesu następują w dyskretnych chwilach czasu. Oznacza to, że są to systemy dynamiczne, w których zbiór stanów procesu jest zbiorem dyskretnym i skończonym. Zmiany stanów procesu mają charakter stochastyczny i realizowane są w sposób losowy, zgodnie z określonymi rozkładami prawdopodobieństwa. Przy założeniu, że rozpatrywane systemy eksploatacji obiektów technicznych są systemami, w których realizowane są procesy sterowalne, podjęcie odpowiednich decyzji sterowania wpływa na dynamiczny i stochastyczny proces zmian stanów systemu (procesu). Dotyczy to na przykład systemów (modeli) obsługi masowej, odnowy i wymiany obiektów technicznych oraz sterowania zapasami. Jako teoretyczne podstawy modelowania procesów realizowanych w wyżej wymienionych systemach może być zastosowana teoria procesów stochastycznych, a w szczególności teoria procesów Markowa i semi-Markowa [57, 77, 169, 170, 185].

W przypadku modelowania złożonych systemów i procesów eksploatacji obiektów technicznych punktem wyjścia do rozwiązania problemu badawczego jest dokonanie prawidłowej identyfikacji rzeczywistego obiektu badań i realizowanego w nim procesu eksploatacji wraz z analizą istotności poszczególnych składowych i ich wzajemnych powiązań. Konieczność właściwej identyfikacji wynika zarówno ze znacznej złożoności rozpatrywanych systemów lub procesów (dużej liczby podsystemów oraz składowych procesu), jak i dynamiki zmian realizowanych czynności i procesów, którym podlegają eksploatowane w systemie obiekty techniczne. Często ze względu na cel badań identyfikację systemów i procesów eksploatacji obiektów technicznych realizuje się na podstawie wyników obserwacji i analizy zdarzeń eksploatacyjnych oraz procesów towarzyszących tym zdarzeniom. W wyniku tego możliwe jest wyznaczenie zbioru istotnych stanów eksploatacyjnych oraz wartości parametrów opisujących realizowany proces eksploatacji obiektów technicznych. Stanowi to podstawę opracowania modelu rozpatrywanego procesu eksploatacji (np. modelu zdarzeniowego, matematycznego, symulacyjnego, decyzyjnego). Zagadnienia dotyczące problemów oraz metod identyfikacji złożonych systemów i procesów eksploatacji obiektów technicznych zostały szeroko opisane w literaturze, między innymi w pracach [16, 29, 88, 124, 127, 128, 154, 212].

W praktyce jako modele rzeczywistych procesów eksploatacji obiektów technicznych szeroko stosowane są modele zdarzeniowe (grafy eksploatacyjne), modele matematyczne budowane na podstawie procesów stochastycznych oraz modele symulacyjne. Przyjmuje

się wówczas, że obiekty techniczne mogą przebywać w skończonym zbiorze stanów eksploatacyjnych lub niezawodnościowych modelowanego procesu, a model procesu eksploatacji opisuje zmiany stanów obiektów technicznych, zachodzące w rozpatrywanym przedziale czasu. Liczba i rodzaj analizowanych stanów zależą od przyjętego celu badań i ustalonej w badaniach szczegółowości. Zazwyczaj modelowany proces eksploatacji obiektów technicznych opisywany jest cechami mierzalnymi, takimi jak: liczby zmian stanów procesu, czasy trwania stanów procesu, cykle pracy, energochłonność obiektu technicznego, charakterystyki jakości i efektywności użytkowania lub obsługiwania itd.

W wielu przypadkach na podstawie analizy rzeczywistego procesu eksploatacji obiektów technicznych można stwierdzić, że badany proces jest wielostanowym procesem stochastycznym. Losowość czynników wpływających na przebieg i efektywność procesu eksploatacji realizowanego w rzeczywistym systemie determinuje wybór typu matematycznego modelu i uzasadnia celowość rozpatrywania stochastycznych modeli procesu eksploatacji. W celu zbudowania matematycznego modelu procesu eksploatacji obiektów technicznych (np. środków transportu) należy wyznaczyć istotne stany eksploatacyjne tego procesu oraz zbudować zdarzeniowy model procesu eksploatacji, którego graficznym odwzorowaniem są grafy eksploatacyjne, a wśród nich grafy skierowane, w których wierzchołkami są stany eksploatacyjne, a łukami możliwe przejścia między stanami. Następnie, na podstawie danych uzyskanych z badań eksploatacyjnych przeprowadzonych w rzeczywistym systemie eksploatacji, należy wyznaczyć wartości podstawowych parametrów opisujących modelowany proces eksploatacji obiektów technicznych, tzn.:

- liczby zmian stanów procesu,
- prawdopodobieństwa zmian stanów procesu,
- warunkowe i bezwarunkowe czasy przebywania w stanach procesu,
- typy rozkładów czasów (warunkowych i bezwarunkowych) przebywania w stanach procesu oraz parametry tych rozkładów.

Wyniki analizy wyznaczonych wartości parametrów oraz typów rozkładów czasów przebywania w stanach procesu eksploatacji stanowią podstawę do budowy matematycznego modelu procesu eksploatacji. Najczęściej do matematycznego modelowania procesu eksploatacji obiektów technicznych za pomocą procesów losowych stosuje się procesy Markowa oraz semi-Markowa. Realizacja badań modelowych przy wykorzystaniu wymienionych modeli procesu eksploatacji umożliwia analizę wartości parametrów opisujących proces eksploatacji obiektów technicznych oraz analizę relacji zachodzących między wyznaczonymi parametrami modelu [179]. Wynika to z teoretycznych podstaw modelowania procesów dynamicznych, dla których zmiany stanów zachodzą w dyskretnych chwilach. Dotyczy to na przykład procesów stochastycznych będących ciągami zmiennych losowych zależnych – łańcuchów Markowa. Łańcuchy Markowa są procesami stochastycznymi, w których zmiany stanów następują w jednakowo odległych chwilach. Procesy stochastyczne, w których czasy pozostawania w stanach procesu nie mają stałej wartości, zmieniają stan w dowolnej chwili. Dodatkowo jeśli czasy pozostawania w stanach procesu stochastycznego mają rozkład wykładniczy, to proces taki określany jest jako proces Markowa. Podstawową zaletą stosowania markowskich metod analizy (gdy możliwe jest przyjęcie jej ograniczeń) jest łatwość modelowania procesów eksploatacji obiektów technicznych, a także strategii eksploatacji oraz zdarzeń typu odnowa-naprawa. Rozszerzeniem procesów Markowa są jednorodne procesy semi-Markowa, w których włożony w proces łańcuch Markowa jest jednorodny w czasie, lecz czasy pozostawania w stanach nie muszą mieć rozkładu wykładniczego. Zastosowanie procesów semi-Markowa umożliwia budowę i analizę ma-

tematycznego modelu procesu eksploatacji, w przypadku gdy zmienne charakteryzujące czasy przebywania w poszczególnych stanach modelowanego procesu mają dowolne rozkłady prawdopodobieństwa. Cecha ta powoduje, że procesy semi-markowskie jako modele rzeczywistych procesów eksploatacji obiektów technicznych mają szerszy zakres zastosowania niż procesy Markowa. Procesy Markowa i semi-Markowa są stosowane nie tylko do modelowania rzeczywistych procesów eksploatacji, ale także różnego rodzaju problemów dotyczących eksploatacji obiektów technicznych, np. niezawodności, gotowości, bezpieczeństwa działania. Podstawy teoretyczne dotyczące procesów losowych (w tym procesów Markowa i semi-Markowa) oraz praktyczne przykłady ich zastosowania zostały szeroko opisane w literaturze, np. [11, 15, 28, 39, 40, 44, 46, 47, 48, 51, 52, 53, 56, 73, 74, 85, 97, 98, 107, 108, 113, 118, 127, 148, 155, 158, 159, 161, 182, 191, 192, 193, 201, 202, 205].

Działanie każdego systemu eksploatacji obiektów technicznych powinno być efektywne. Po to, aby to osiągnąć, wszelkie działania podejmowane w systemie eksploatacji w celu sterowania (zarządzania) procesami realizowanymi w systemie powinny być racjonalne. Podejmowanie racjonalnych decyzji sterowania ma na celu zwiększenie efektywności działania systemu, rozumianej jako maksymalizacja osiąganego zysku przy jednoczesnym zapewnieniu wymaganych poziomów jakości wytwarzanych produktów lub świadczonych usług, niezawodności użytkowanych obiektów technicznych, gotowości systemu do realizacji przydzielonych zadań oraz bezpieczeństwa działania. W przypadku złożonych systemów eksploatacji obiektów technicznych (np. w systemach eksploatacji środków transportu) racjonalna i efektywna realizacja procesu podejmowania decyzji (sterowania procesem eksploatacji) jest niekiedy trudna lub nawet niemożliwa. Spowodowane jest to głównie stosowaniem uproszczeń przy odwzorowywaniu rozpatrywanych fragmentów rzeczywistości, a tym samym budowie znacznie uproszczonych modeli procesu eksploatacji oraz modeli decyzyjnych. W pracy [154] zostały przedstawione główne przyczyny ograniczające w sposób istotny możliwość racjonalnego sterowania procesem realizowanym w rzeczywistych, złożonych systemach eksploatacji obiektów technicznych. Są to:

- występowanie nieznanych czynników (elementów) zadania oraz czynników opisanych jedynie w sposób werbalny bądź tylko częściowo przedstawionych w sposób ilościowy,
- brak ściśle określonych metod poszukiwania czynników nieznanych oraz dochodzenia do rozwiązania zadania ze względu na brak metod i algorytmów formułowania np.: celów działania lub wariantów rozwiązania zadania,
- brak możliwości opisania zadania decyzyjnego w sposób obiektywny (charakterystykami liczbowymi) ze względu na priorytety celów, preferencje decydentów itp.,
- konieczność podejmowania decyzji w warunkach niepewności ze względu na brak pełnego opisu sytuacji i możliwości prawidłowej oceny przyszłych wyników – powoduje to podejmowanie decyzji na podstawie intuicji i doświadczenia decydentów,
- nieprawidłowa ocena sytuacji oraz nieracjonalny wybór wariantu decyzyjnego, spowodowane skłonnością decydentów lub ekspertów do ochrony własnych interesów.

W celu zwiększenia efektywności działania systemów eksploatacji obiektów technicznych wykorzystuje się w procesie sterowania (podejmowania decyzji) decyzyjne modele zbudowane na podstawie modeli procesu eksploatacji obiektów technicznych (środków transportu) użytkowanych w badanym systemie. Wynika z tego, że do zapewnienia wysokiego poziomu efektywności działania systemu konieczna jest właściwa identyfikacja badanego procesu eksploatacji oraz jego analiza i ocena. Analizę i ocenę

procesów sterowanych przeprowadza się na podstawie badania ich modeli. Opracowane na podstawie identyfikacji rzeczywistego procesu eksploatacji obiektów technicznych modele matematyczne oraz symulacyjne tego procesu mogą stanowić podstawę do budowy decyzyjnych modeli sterowania efektywnością działania złożonych systemów eksploatacji. Zastosowanie w procesie sterowania modeli decyzyjnych ułatwia, a niekiedy umożliwia (ze względu na znaczną złożoność analizowanego procesu) podejmowanie racjonalnych decyzji sterowania w systemach tego typu.

Różnorodność prezentowanych w literaturze definicji pojęcia decyzji oraz sposobów opisu procesu podejmowania decyzji wynika zarówno ze złożoności i wielowymiarowości tych procesów, jak i z faktu, że problematyka dotycząca modelowania procesów decyzyjnych jest przedmiotem zainteresowania wielu dyscyplin naukowych. Z tego względu badania dotyczące procesów decyzyjnych prowadzone są z uwzględnieniem różnych punktów widzenia. Problematyka podejmowania decyzji jest przedmiotem zainteresowania nie tylko tzw. klasycznej teorii podejmowania decyzji, ale również teorii badań operacyjnych, teorii optymalizacji, teorii sterowania, teorii gier, teorii sztucznej inteligencji, teorii organizacji i zarządzania, ekonometrii oraz teorii eksploatacji. Zazwyczaj pojęcie decyzji jest interpretowane pośrednio przez definiowanie procesu podejmowania decyzji. Z kolei proces podejmowania decyzji rozumiany jest jako wybór takiego sposobu działania, którego zastosowanie zapewnia osiągnięcie określonego celu [1, 95]. W klasycznych modelach decyzyjnych funkcja celu wraz z ograniczeniami stanowi model problemu decyzyjnego. Wówczas wybór decyzji (strategii) optymalnej oznacza wyznaczenie takich wartości zmiennych decyzyjnych, aby funkcja celu osiągnęła wartość optymalną (minimalną lub maksymalną) przy spełnieniu określonych ograniczeń.

W literaturze dotyczącej zagadnień wyznaczania optymalnych decyzji (strategii) sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych przedstawiony jest w sposób teoretyczny szereg metod oraz możliwych przykładów ich zastosowania, np. [1, 2, 4, 5, 10, 19, 37, 44, 54, 68, 82, 94, 95, 99, 180, 183]. Dobór odpowiedniej metody optymalizacji jest zagadnieniem złożonym i trudnym. Właściwy wybór metody optymalizacji powinien bazować na rzetelnej identyfikacji badanego systemu i realizowanego w nim procesu eksploatacji obiektów technicznych oraz na prawidłowych wyborze i opisie istotnych zmiennych decyzyjnych w danym zadaniu optymalizacyjnym. Wśród wielu metod optymalizacji zagadnień dotyczących złożonych procesów eksploatacji obiektów technicznych szerokie zastosowanie znajdują metody niedeterministyczne, w założeniach których wykorzystuje się czynnik losowy. Do grupy tych metod należą między innymi: metoda Monte Carlo, algorytmy genetyczne oraz algorytmy ewolucyjne. Metody te umożliwiają rozpatrywanie (optymalizację) rzeczywistych problemów, w których funkcje celu mają liczne minima lokalne, a znalezienie minimum globalnego w przypadku stosowania metod deterministycznych jest bardzo trudne, a często niemożliwe [94].

Efektem znacznego zainteresowania problematyką dotyczącą procesów podejmowania racjonalnych decyzji sterowania jest wiele opracowań na temat metod, algorytmów i modeli decyzyjnych, przydatnych do rozwiązywania różnorodnych problemów eksploatacji obiektów technicznych, np. [4, 5, 6, 17, 18, 20, 34, 37, 41, 54, 60, 62, 63, 64, 67, 70, 72, 73, 82, 95, 99, 118, 124, 129, 137, 138, 139, 150, 162, 168, 180, 213]. Wśród wielu metod stosowanych w zagadnieniach sterowania procesami dynamicznymi należy wyróżnić teorię decyzyjnych procesów Markowa i semi-Markowa.

W celu zapewnienia prawidłowego przebiegu procesu decyzyjnego stosowane są narzędzia wspomagające, w tym różnego rodzaju modele decyzyjne, których ważnym elementem składowym jest matematyczny model procesu eksploatacji obiektów technicznych. Opracowanie matematycznego modelu procesu eksploatacji obiektów technicznych ułatwia analizę procesu, co z kolei stanowi podstawę oceny i racjonalnego sterowania tym procesem [56, 74, 87, 92]. Ze względu na losowy charakter czynników wpływających na przebieg i efektywność procesów realizowanych w złożonych systemach eksploatacji środków transportu najczęściej do matematycznego modelowania procesu eksploatacji stosowane są modele z probabilistycznym sposobem opisu ich działania oraz z możliwością sterowania [19, 37, 38, 88, 93]. Modele takie znajdują zastosowanie między innymi w teorii niezawodności, sterowaniu zapasami oraz w teorii systemów masowej obsługi. Spośród procesów stochastycznych szerokie zastosowanie w modelowaniu procesu eksploatacji obiektów technicznych (w tym również środków transportu) znalazły procesy Markowa oraz semi-Markowa. Wówczas, w przypadku opisu rzeczywistego procesu eksploatacji obiektów technicznych za pomocą modeli tego typu, istnieje możliwość modelowania procesów podejmowania decyzji z zastosowaniem teorii dotyczącej sterowanych procesów stochastycznych, w tym decyzyjnych łańcuchów Markowa [19, 20, 21, 34, 129, 179, 213] oraz decyzyjnych procesów Markowa [2, 37, 63, 64, 118, 173, 180, 181] i semi-Markowa [41, 54, 68, 110, 111, 188].

Na początku lat sześćdziesiątych dwudziestego wieku na podstawie teorii Markowa powstały prace dotyczące problematyki sterowania procesami stochastycznymi z wykładniczymi rozkładami czasów trwania stanów procesu. Do pionierskich opracowań należy zaliczyć prace [5, 6, 60, 67, 69, 182]. Teorię powstałą na podstawie przeprowadzonych badań nazwano teorią decyzyjnych procesów Markowa. Zagadnienia dotyczące podstawowej i zaawansowanej teorii decyzyjnych procesów Markowa zostały szeroko przedstawione w literaturze, np. [4, 7, 36, 37, 38, 65, 93, 118, 138, 140, 182, 183, 184], natomiast analizę szczególnych przypadków oraz przykłady zastosowań przedstawiono między innymi w pracach [2, 101, 151, 152, 171, 173, 179, 180, 181].

Teoria decyzyjnych procesów Markowa dotyczy matematycznego modelowania procesów podejmowania decyzji, w których decydent kontroluje (steruje) zachowanie badanego procesu (systemu) eksploatacji. W tym przypadku realizacja badań modelowych ma na celu wybór optymalnych decyzji (strategii) sterowania realizowanym procesem eksploatacji, w taki sposób, aby dochody uzyskane w długim czasie, mierzone odpowiednią funkcją kryterialną, osiągały wartość maksymalną. Przeważnie jako funkcje kryterialne rozważane są funkcje określające wartość oczekiwaną zdyskontowanych dochodów globalnych (zadanie z dyskontem) lub wartość oczekiwaną dochodów uzyskanych w jednostce czasu (zadanie bez dyskonta) [10, 19, 20, 21, 37, 41, 60, 62, 63, 130, 139, 149, 150, 162, 168]. W teorii decyzyjnych procesów Markowa wynik (efekt) zależy od zastosowanej strategii sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych, rozumianej jako ciąg decyzji stosowanych (podejmowanych) w chwilach zmian stanów procesu. Strategia sterowania umożliwiająca osiągnięcie lepszych wyników może być określona przez analizę zachowania się procesu stochastycznego pod wpływem strategii aktualnej. Oznacza to, że zgodnie z przyjętym kryterium optymalną strategię sterowania można wyznaczyć metodą iteracji w przestrzeni strategii lub w przestrzeni wartości [7, 34, 35, 62, 63, 64, 67, 68, 138, 139, 167, 179].

Zastosowanie do probabilistycznego opisu teorii procesów semi-Markowa umożliwia analizę zdarzeń eksploatacyjnych oraz modelowanie procesów eksploatacji obiektów technicznych, dla których czasy trwania stanów procesu opisane są rozkładami

innymi niż wykładniczy (w rzeczywistych systemach eksploatacji obiektów technicznych dotyczy to przeważającej większości przypadków). Decyzyjne (sterowane) procesy semi-Markowa stanowią dogodne narzędzie matematyczne, którego zastosowanie ułatwia skomplikowany proces podejmowania racjonalnych decyzji sterowania w złożonych rzeczywistych systemach eksploatacji obiektów technicznych. Literatura dotycząca zagadnień sterowania procesami eksploatacji obiektów technicznych obejmuje wiele opracowań zawierających zarówno teoretyczne opisy, jak i przykłady praktycznych zastosowań decyzyjnych procesów Markowa i semi-Markowa [54, 70, 118, 123, 138, 175, 188]. W pracach [37, 42, 70, 73] zaprezentowano rozważania dotyczące modeli decyzyjnych z zastosowaniem procesów semi-Markowa, w których włożony w proces łańcuch Markowa jest niejednorodny, natomiast w pracach [41, 43, 102, 118, 138, 187] przedstawiono problemy dotyczące optymalizacji decyzyjnych procesów Markowa i semi-Markowa wraz z opracowanymi modelami i algorytmami wyznaczania optymalnych strategii sterowania.

Rozwiązanie wielu problemów dotyczących sterowania i oceny działania złożonych systemów eksploatacji obiektów technicznych metodami analitycznymi często jest niemożliwe lub nieopłacalne. Znaczący postęp techniczny dotyczący elektronicznych maszyn numerycznych przyczynił się do szerokiego zastosowania metod i technik symulacyjnych do rozwiązywania problemów z zakresu eksploatacji maszyn. Metody symulacyjne umożliwiają testowanie i ocenę działania systemów w warunkach imitacji procesu eksploatacji. Podstawą budowy symulacyjnych modeli działania systemu lub realizowanego w nim procesu eksploatacji, podobnie jak dla modeli matematycznych, jest wyznaczenie na podstawie danych eksploatacyjnych rozkładów istotnych zmiennych losowych charakteryzujących badany system (proces), np. liczb zdarzeń (zmian stanów procesu), czasów przebywania w stanach procesu. Wyniki uzyskane na podstawie badań symulacyjnych modelu procesu eksploatacji stanowią podstawę podejmowania (wyznaczania) racjonalnych strategii (decyzji) sterowania działaniem systemów eksploatacji obiektów technicznych [13, 75, 102, 143, 187, 188].

Jedną z podstawowych cech opisujących działanie systemów eksploatacji obiektów technicznych, a zwłaszcza systemów eksploatacji środków transportu, jest gotowość systemu (obiektu) technicznego do realizacji przydzielonych zadań. W złożonych systemach eksploatacji środków transportu dotyczy to zarówno gotowości środków transportu do realizacji przydzielonych zadań przewozowych (podsystem procesowy), jak i gotowości stanowisk specjalistycznych przeznaczonych do realizacji przydzielonych zadań obsługowo-naprawczych (podsystem utrzymania ruchu i podsystem interwencyjny). Osiągnięcie wymaganego poziomu gotowości w systemach eksploatacji obiektów technicznych uwarunkowane jest wieloma czynnikami. W szczególności dotyczy to: jakości zastosowanych w systemie obiektów technicznych (zwłaszcza niezawodności, wydajności, podatności obsługowej, naprawczej i diagnostycznej), liczby i struktury, jaką sprzężone są obiekty techniczne (stosowanie tzw. obiektów rezerwowych), realizowanej strategii eksploatacyjnej uwzględniającej wymagania stawiane rozpatrywanemu systemowi technicznemu. Jednocześnie w każdym przypadku, należy pamiętać, że ocena możliwości uzyskania wymaganego poziomu gotowości rozpatrywanego systemu (obiektu) technicznego, powinna uwzględniać kryteria ekonomiczne.

Opisy i przykłady zastosowań metod badań oraz modeli oceny gotowości obiektów technicznych zostały przedstawione w pracach [71, 81, 215, 217, 218, 219], natomiast prace [74, 78, 82, 105, 106, 107, 189, 190, 216, 220, 221, 222] dotyczą modelowania gotowości w systemach eksploatacji środków transportu. W pracach [157, 159]

przedstawiono zagadnienia dotyczące modelowania procesu eksploatacji środków transportu oraz kształtowania strategii utrzymania wymaganej gotowości pojazdów eksploatowanych w systemach transportowych. W pracy [158] opisano natomiast problematykę projektowania i modelowania systemu eksploatacji pojazdów z uwzględnieniem wpływu gotowości użytkowanych pojazdów na wydajność systemu transportowego. Przedstawione modele wraz z opracowanym programem komputerowym umożliwiają wybór strategii (polityki) utrzymania środków transportu w wymaganym stanie technicznym zarówno w przypadku gdy modelowane systemy eksploatacji działają bez zakłóceń, jak i w sytuacji wystąpienia zakłóceń spowodowanych niezdatnością pojazdów oraz nierównomiernością zgłoszeń pojazdów do podsystemu uzdatniania.

Prace [8, 145, 146] dotyczą modelowania gotowości obiektów (systemów) technicznych w długich przedziałach czasu (gotowość asymptotyczna, gdy $t \to \infty$), natomiast w pracach [3, 59, 96, 100, 199] przedstawiono metody wyznaczania i oceny gotowości w skończonym przedziale czasu. Modele opisujące gotowość systemów technicznych, gdy czasy zdatności i odnowy mają różne rozkłady prawdopodobieństwa (wykładniczy, gamma, logarytmiczno-normalny i Weibulla), przedstawiono w pracach [9, 144], natomiast w pracach [103, 172, 174] zaprezentowano metody analizy gotowości z uwzględnieniem kryterium kosztów.

Opis metod wyznaczania oraz oceny niezawodności i gotowości obiektów technicznych z wykorzystaniem markowskich i semi-markowskich modeli procesu eksploatacji wraz z przykładami zastosowań przedstawiono między innymi w pracach [11, 48, 51, 73, 74, 78, 85, 98, 109, 127, 141, 142, 155, 161, 194, 195, 196, 198, 204, 206, 207]. W pracy [214] omówiono założenia dotyczące budowy modelu optymalizacji procesu eksploatacji obiektów technicznych z zastosowaniem procesów Markowa w przypadku gdy funkcję kryterialną stanowią funkcja gotowości lub funkcja kosztów (zysków) eksploatowanego w danym systemie obiektu technicznego. Przykład zastosowania teorii procesów semi-markowskich do modelowania rzeczywistego procesu eksploatacji środków transportu (autobusów miejskich) przedstawiono w pracy [82]. Opracowany model procesu eksploatacji autobusów miejskich stanowi punkt wyjścia do budowy matematycznego modelu oceny strategii wymian profilaktycznych, w którym efektywność działania systemu eksploatacji wyrażana jest przez zysk przypadający na jednostkę czasu i współczynnik gotowości. Modele ekonometryczne, które mogą stanowić podstawę opracowania modeli utrzymania wymaganej gotowości środków transportu z uwzględnieniem kryteriów minimalizacji kosztów eksploatacji, przedstawiono natomiast w pracach [72, 89, 126, 211].

Podsumowując, można stwierdzić, że zapewnienie wymaganego poziomu gotowości systemu eksploatacji środków transportu możliwe jest w wyniku sterowania procesem eksploatacji, w taki sposób, że podejmowane decyzje są optymalne ze względu na przyjęte kryteria oceny. Ze względu na specyfikę rozpatrywanych systemów i procesów eksploatacji w opracowanych modelach oceny i sterowania gotowością należy uwzględnić wpływ istotnych składowych procesu eksploatacji, realizowanych zarówno w podsystemie procesowym, jak i w podsystemach utrzymania ruchu i interwencyjnym. W przypadku gdy modelem analizowanego procesu eksploatacji jest proces losowy, do sterowania gotowością systemu eksploatacji środków transportu mogą być zastosowane modele matematyczne opracowane z wykorzystaniem teorii decyzyjnych procesów stochastycznych.

Na podstawie analizy dostępnej literatury można stwierdzić, że istnieje wiele opracowań stanowiących cząstkowe rozwiązania problemu modelowania i sterowania goto-

wością złożonych systemów eksploatacji obiektów technicznych. Brak jest jednak opisu metod i modeli, które można by bezpośrednio zastosować do kompleksowego sterowania gotowością w złożonych systemach eksploatacji środków transportu, zwłaszcza w systemach eksploatacji autobusów miejskich. Podejmowanie racjonalnych i jeśli to możliwe optymalnych decyzji zapewniających wysoki poziom gotowości systemu eksploatacji środków transportu stanowi istotny problem badawczy i praktyczny.

Mając na uwadze powyższe, podjęto próbę opracowania kompleksowej metody sterowania gotowością w systemach eksploatacji środków transportu z zastosowaniem modelu matematycznego procesu eksploatacji, w którym obiekt techniczny w kolejnych chwilach może znajdować się w różnych stanach eksploatacyjnych i w każdym ze stanów może być zastosowana jedna z możliwych decyzji sterowania procesem eksploatacji. Wybór i zastosowanie poszczególnych decyzji sterowania ma bezpośredni wpływ na dalszy przebieg procesu eksploatacji, a tym samym – na poziomy gotowości obiektów technicznych eksploatowanych w analizowanym systemie oraz systemu jako całości. Przedstawione w pracy modele i metody powstały w efekcie realizacji długoletnich badań rzeczywistych systemów eksploatacji środków transportu, których cząstkowe wyniki przedstawiono między innymi w pracach [108, 109, 110, 111, 112, 114, 116, 190, 192, 194, 197, 209].

Celem pracy jest zbudowanie i zbadanie modeli matematycznych, umożliwiających wyznaczenie wartości parametrów i charakterystyk systemów eksploatacji środków transportu, przydatnych do racjonalnego sterowania poziomem ich gotowości. Cel ten został osiągnięty w wyniku realizacji celów cząstkowych, stanowiących kolejne etapy opracowania kompleksowej metody sterowania gotowością w systemach eksploatacji środków transportu, tzn.:

- analizy literatury,
- wyboru i identyfikacji obiektu badań,
- zbudowania modeli zdarzeniowych i matematycznych procesu eksploatacji realizowanego w badanym systemie,
- zbudowania modelu oceny i kształtowania gotowości podsystemu procesowego w badanym systemie,
- zbudowania modelu oceny i kształtowania gotowości podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego w badanym systemie,
- zbudowania decyzyjnego modelu sterowania gotowością w systemie eksploatacji środków transportu,
- badania i weryfikacji zbudowanych modeli,
- analizy wyników i sformułowania wniosków.

Praca podzielona jest na osiem rozdziałów, w tym wprowadzenie oraz podsumowanie i wnioski. W rozdziale drugim przedstawiono podstawowe zagadnienia dotyczące gotowości obiektów technicznych, w tym określono miary oraz stany gotowości, a także zdefiniowano rodzaje gotowości obiektów technicznych. W rozdziale trzecim został określony obiekt badań – system eksploatacji środków transportu. Następnie przedstawiono ogólny opis badanego obiektu, zrealizowanych badań eksploatacyjnych oraz wyznaczonych podstawowych charakterystyk badanego procesu eksploatacji środków transportu. Na podstawie identyfikacji badanego rzeczywistego systemu eksploatacji został zbudowany zdarzeniowy model procesu eksploatacji środków transportu, w którym wyróżniono szesnaście istotnych stanów eksploatacyjnych obiektu technicznego (autobusu miejskiego).

Rozdział czwarty dotyczy matematycznego modelowania procesu eksploatacji realizowanego w badanym systemie technicznym. W celu ujednolicenia stosowanych pojęć, zostały przedstawione podstawowe zagadnienia dotyczące procesów stochastycznych, w szczególności procesów Markowa i semi-Markowa, zastosowanych w dalszej części pracy. Następnie przedstawiono matematyczny model procesu eksploatacji środków transportu (autobusów miejskich) zbudowany na podstawie modelu zdarzeniowego tego procesu. Model matematyczny procesu eksploatacji został zbudowany zgodnie z założeniem, że modelem tego procesu jest jednorodny proces semi-Markowa. Zastosowanie probabilistycznego opisu modelowanego procesu eksploatacji środków transportu z wykorzystaniem teorii procesów semi-Markowa umożliwia analizę zdarzeń odnoszących się do przypadków, gdy czasy pozostawania obiektów technicznych w poszczególnych stanach procesu mogą być opisane rozkładami innymi niż wykładniczy. Dla danych uzyskanych z badań eksploatacyjnych zrealizowanych w rzeczywistym systemie eksploatacji środków transportu zostały wyznaczone wartości podstawowych charakterystyk matematycznego modelu procesu, a następnie przeprowadzono analizę realizowanego procesu eksploatacji. Wyniki badań przedstawione w tym rozdziale są oryginalnymi wynikami autora rozprawy.

W rozdziale piątym na podstawie przyjętych założeń został zbudowany model oceny i kształtowania gotowości podsystemu procesowego w systemie eksploatacji środków transportu. Zaprezentowane w rozdziale zagadnienia stanowią oryginalne wyniki autora rozprawy. W przedstawionym modelu gotowość podsystemu procesowego wyznaczana jest w zależności od gotowości pojedynczego obiektu technicznego (środka transportu) oraz struktury, jaką sprzężone są poszczególne obiekty techniczne. W odniesieniu do systemów eksploatacji środków transportu, w ogólnym przypadku, dotyczy to struktury progowej. Przedstawiony model został zbudowany w sposób, który umożliwia wyznaczenie i ocenę gotowości podsystemu procesowego w zależności od parametrów matematycznego modelu procesu eksploatacji środków transportu. W pracy zaproponowano ocenę gotowości środków transportu dla trzech wyróżnionych poziomów: bez uwzględnienia oraz z uwzględnieniem rezerw czasowych przeznaczonych na zaopatrzenie i uzdatnienie obiektów technicznych. Zaproponowana metoda umożliwia kształtowanie gotowości podsystemu procesowego poprzez wyznaczenie wymaganej liczby obiektów technicznych oraz wymaganej gotowości pojedynczego obiektu technicznego w taki sposób, aby przydzielone zadanie przewozowe zostało zrealizowane prawidłowo. Do wyznaczenia wymaganej liczby obiektów technicznych oraz wymaganej gotowości pojedynczego obiektu technicznego wprowadzono kryteria oceny gotowości podsystemu procesowego z uwzględnieniem wielkości przydzielonego zadania przewozowego oraz struktury podsystemu procesowego. W tym celu opracowano zależności umożliwiające statystyczne oszacowanie wymaganej gotowości podsystemu procesowego do realizacji przydzielonego zadania przewozowego. Przedstawione rozważania poparto przykładami obliczeniowymi.

W rozdziale szóstym przedstawiono model oceny i kształtowania gotowości podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego w systemie eksploatacji środków transportu. W zbudowanym modelu gotowość rozpatrywanych podsystemów wyznaczana jest w zależności od gotowości oraz wydajności poszczególnych stanowisk tych podsystemów z uwzględnieniem ich struktur oraz liczby i rodzajów poszczególnych stanowisk. Przedstawione modele opracowano dla wybranych struktur analizowanych podsystemów, a także wybranych rozkładów rozpatrywanych zmiennych losowych – rozkładu wykładniczego oraz Erlanga. Zaproponowana metoda umożliwia kształtowanie gotowości podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego poprzez wyznaczenie wymaganej

liczby stanowisk obsługowo-naprawczych oraz wymaganej gotowości tych stanowisk w taki sposób, aby umożliwić prawidłową realizację przydzielonych zadań obsługowo-naprawczych. W tym celu wprowadzono kryteria oceny gotowości podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego oraz opracowano metodę statystycznego oszacowania wymaganej gotowości tych podsystemów do realizacji przydzielonych zadań obsługowo-naprawczych, dla dwóch wariantów: z uwzględnieniem i bez uwzględnienia wielkości przydzielonego zadania przewozowego. Zaprezentowane w rozdziale zagadnienia wraz z przykładami obliczeniowymi są oryginalnymi wynikami autora rozprawy.

W rozdziale siódmym przedstawiono decyzyjny model sterowania gotowością w systemie eksploatacji środków transportu, który został zbudowany z zastosowaniem teorii semi-markowskich procesów decyzyjnych. Model decyzyjny zbudowano w celu zapewnienia możliwości racjonalnego sterowania procesem eksploatacji realizowanym w systemie eksploatacji środków transportu. W opracowanym modelu wybór optymalnej strategii sterowania gotowością w systemie eksploatacji środków transportu został zrealizowany za pomocą algorytmu genetycznego, w taki sposób, aby zapewnić wymaganą gotowość eksploatowanym obiektom technicznym (środkom transportu). Integralną część zbudowanego modelu stanowi program komputerowy umożliwiający, na podstawie zmodyfikowanego algorytmu genetycznego, wyznaczenie optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji (gotowością środków transportu). W opracowanym algorytmie genetycznym wprowadzono modyfikację polegającą na zastosowaniu oprócz funkcji przystosowania dodatkowego kryterium wyboru optymalnej strategii sterowania, określonego przez funkcję kwalifikacyjną. W pracy jako funkcję przystosowania przyjęto średni jednostkowy dochód, którego wartość generowana jest w wyniku realizacji analizowanego semi-markowskiego procesu w przypadku zastosowania danej strategii sterowania. Funkcję kwalifikacyjną stanowi natomiast funkcja określająca gotowość pojedynczego obiektu technicznego (środka transportu), wyznaczoną dla danej strategii sterowania. Wprowadzenie pojęcia funkcji kwalifikacyjnej umożliwia wyznaczenie strategii sterowania gotowością środków transportu, dla której funkcja przystosowania osiąga wartość maksymalną i dotyczy jedynie tych strategii sterowania, dla których wartość funkcji kwalifikacyjnej jest nie mniejsza niż poziom wymaganej gotowości obiektów technicznych. Ze względu na znaczną złożoność modelowanych procesów eksploatacji środków transportu w celu zapewnienia szybszej i łatwiejszej analizy oraz możliwości rozpatrywania różnych wariantów modelowanych procesów eksploatacji opracowano program symulacji modelu procesu eksploatacji. Program ten został zbudowany w taki sposób, że dla danych wejściowych eksperymentu symulacyjnego, opracowanych na podstawie danych eksploatacyjnych, możliwe jest wyznaczenie wartości odpowiednio zdefiniowanych funkcji opisujących realizację badanego procesu. Funkcję taką może stanowić, np. gotowość obiektów technicznych eksploatowanych w badanym systemie, średni jednostkowy dochód generowany w wyniku realizacji analizowanego procesu. Opracowany stochastyczny model symulacyjny rozpatrywanego procesu eksploatacji środków transportu został wykorzystany do weryfikacji wyników otrzymanych za pomocą algorytmu genetycznego (wyznaczonych charakterystyk oraz optymalnych strategii sterowania gotowością). Przedstawiony w rozdziale siódmym decyzyjny model sterowania gotowością w systemie eksploatacji środków transportu oraz programy komputerowe zostały opracowane przez autora rozprawy.

2. ANALIZA ZAGADNIENIA GOTOWOŚCI OBIEKTÓW TECHNICZNYCH

Pojęcie gotowości jako cechy systemu wykorzystywane jest do analizy systemów o konieczności szybkiego reagowania w losowych chwilach, np.: wojskowych systemów lotniczych, systemów ratownictwa, systemów transportu miejskiego [74, 117, 157, 208, 209, 218, 220, 221, 222]. W systemach tych w przypadku pojawienia się zadania w losowej chwili człowiek lub zespół ludzi wraz z przydzielonymi obiektami technicznymi przystępują „natychmiast" do realizacji wyznaczonego zadania.

Na podstawie analizy literatury dotyczącej zagadnień gotowości obiektów technicznych można stwierdzić, że poszczególni autorzy w różny sposób, w zależności od celu i obiektu badań, definiują pojęcie gotowości. Najogólniej przez gotowość należy rozumieć właściwość obiektu technicznego (systemu lub elementu), która charakteryzuje go pod względem możliwości terminowego osiągania lub utrzymania stanu zdatności (umożliwiającego realizację zadania) w chwili t lub w przedziale czasu $(t,t+\tau)$ [11, 14, 117, 216, 218, 219, 220, 221, 222, 223].

Gotowość obiektu technicznego (systemu lub elementu) zależy od wielu cech, wśród których jako najbardziej istotne wymienić należy: nieuszkadzalność, trwałość oraz podatność naprawczą i obsługową. W sensie ilościowym gotowość obiektu technicznego wyznaczana jest za pomocą odpowiednich miar, umożliwiających ocenę gotowości obiektu technicznego do realizacji danego zadania (zbioru zadań). W praktyce eksploatacyjnej stosowane są różne kryteria oceny gotowości obiektu technicznego do spełniania wymagań oraz różne wskaźniki ilościowej oceny tej gotowości. Miary gotowości obiektu technicznego charakteryzują wpływ jego uszkodzeń, napraw, obsług profilaktycznych oraz kontroli stanu technicznego na terminową i bezawaryjną realizację zadań zleconych obiektowi technicznemu [14, 221].

Miary gotowości obiektu technicznego są charakterystykami liczbowymi lub funkcyjnymi procesów realizowanych podczas eksploatacji tych obiektów i wyrażane są przez miary probabilistyczne wyznaczane względem stawianych wymagań [221]. Na podstawie literatury przedmiotowej do najczęściej stosowanych miar oceny gotowości obiektu technicznego zalicza się:

- prawdopodobieństwa chwilowe przebywania w poszczególnych stanach gotowości,
- prawdopodobieństwa asymptotyczne (stacjonarne) przebywania w poszczególnych stanach gotowości,
- wartości średnie oraz wariancje czasów przebywania w poszczególnych stanach,
- statystyczne szeregi rozdzielcze lub rozkłady prawdopodobieństwa czasów przejść między poszczególnymi stanami eksploatacyjnymi a wyróżnionymi stanami gotowości,
- częstości lub intensywności przejść między poszczególnymi stanami eksploatacyjnymi a wyróżnionymi stanami gotowości.

W trakcie realizacji procesu eksploatacji obiekt techniczny (system lub element) może znajdować się w różnych stanach eksploatacyjnych. Przykładowymi stanami eksploatacyjnymi obiektu technicznego na wybranym poziomie złożoności analizy mogą być stany [14, 158, 208, 209, 221, 222]:

- użytkowania (realizacji zadania),
- dyżurowania (oczekiwania na realizację zadania),
- zaopatrywania (alimentowania),

– diagnozowania (kontroli stanu),
– obsługi profilaktycznej,
– naprawy.

Obiekt techniczny może terminowo i prawidłowo zrealizować przydzielone zadanie jedynie wówczas, gdy przebywa w pewnym, wyróżnionym względem danego zadania, zbiorze stanów eksploatacyjnych oraz jeśli nie wystąpią wewnętrzne lub zewnętrzne zakłócenia uniemożliwiające wykonanie tego zadania. Zbiór tych stanów nazywa się zbiorem stanów gotowości. Należy zauważyć, że stan gotowości obiektu technicznego do danego zadania może być jednocześnie stanem niegotowości do innego zadania. Miary gotowości obiektu technicznego do realizacji danego zadania (zbioru zadań) wyznacza się po wyodrębnieniu stanów eksploatacyjnych i pogrupowaniu ich w odpowiednie stany gotowości względem danego zadania.

Ze względu na kryterium gotowości do realizacji danego zadania stany eksploatacyjne obiektu technicznego można zdefiniować następująco [76, 209, 215, 216, 217, 221, 222, 223]:

- **stany gotowości:**
  - funkcjonalnej do realizacji danego zadania – jest to zbiór stanów eksploatacyjnych obiektu technicznego, umożliwiających poprawne działanie w przedmiocie zadania (rozpoczęcie realizacji zadania) w dowolnej chwili t,
  - początkowej do realizacji danego zadania – jest to zbiór stanów eksploatacyjnych obiektu technicznego, umożliwiających poprawne działanie w przedmiocie zadania (rozpoczęcie realizacji zadania) przed upływem ustalonego czasu τ_g rezerwy czasowej potrzebnej na uruchomienie obiektów technicznych i mobilizację ludzi,
  - zadaniowej do realizacji danego zadania – jest to zbiór stanów eksploatacyjnych obiektu technicznego, umożliwiających wykonanie zadania lub działanie w zadanym przedziale czasu o długości τ,
  - operacyjnej do realizacji danego zadania – jest to zbiór stanów eksploatacyjnych obiektu technicznego, umożliwiających poprawne działanie w przedmiocie zadania (rozpoczęcie realizacji zadania) w dowolnej chwili t oraz wykonanie zadania lub działanie w zadanym przedziale czasu o długości τ,
  - potencjalnej do realizacji danego zadania – jest to zbiór stanów eksploatacyjnych obiektu technicznego, umożliwiających poprawne działanie w przedmiocie zadania (rozpoczęcie realizacji zadania) przed upływem ustalonego czasu τ_g rezerwy czasowej potrzebnej na uruchomienie obiektów technicznych i mobilizację ludzi oraz wykonanie zadania lub działanie w zadanym przedziale czasu o długości τ,
- **stany niegotowości** do realizacji danego zadania – jest to zbiór stanów eksploatacyjnych obiektu technicznego, niedających możliwości rozpoczęcia realizacji zadania przed upływem ustalonego limitu czasowego.

Poniżej, na podstawie literatury przedmiotowej, zostały przedstawione i zdefiniowane poszczególne rodzaje gotowości obiektu technicznego, a także najczęściej stosowane wskaźniki ilościowe ich oceny.

GOTOWOŚĆ FUNKCJONALNA

Gotowość funkcjonalna obiektu technicznego do realizacji danego zadania dotyczy zbioru stanów eksploatacyjnych, w których obiekt jest zdatny, zaopatrzony i może

funkcjonować w przedmiocie zadania, jednak bez prognozy dotyczącej wystarczalności zasobów i możliwości zachowania zdatności do chwili zakończenia zadania. Gotowość funkcjonalna jest charakterystyką obiektu technicznego (systemu lub elementu), mierzoną prawdopodobieństwem chwilowym zdarzenia polegającego na tym, że obiekt techniczny w dowolnej chwili t jest gotowy do podjęcia zadania, tzn. że w dowolnej chwili t obiekt będzie znajdować się w stanie zdatności funkcjonalnej [11, 221, 222]. Tak zdefiniowaną gotowość funkcjonalną opisuje wzór:

$$K_g(t) = P(X(t) = 1) \tag{2.1}$$

gdzie $X(t)$ oznacza proces stochastyczny o zbiorze stanów S = {0, 1}, przy czym 1 oznacza stan zdatności funkcjonalnej obiektu technicznego, natomiast 0 – stan przeciwny.

W przypadku gdy czas eksploatacji obiektu technicznego $t \to \infty$, wartość funkcji $K_g(t)$ może dążyć do wartości granicznej zwanej wartością stacjonarną, wówczas:

$$K_g = \lim_{t \to \infty} K_g(t) = \frac{ET}{ET + EU} \tag{2.2}$$

gdzie:

ET – wartość oczekiwana zmiennej losowej czasu zdatności funkcjonalnej obiektu technicznego,

EU – wartość oczekiwana zmiennej losowej czasu niezdatności obiektu technicznego.

Wielkość ta nazywana współczynnikiem gotowości K_g jest podstawową i najczęściej stosowaną charakterystyką systemów z niezerowym czasem odnowy [84, 117, 221, 222]. Gotowość funkcjonalna obiektu technicznego może być wyrażana za pomocą współczynnika gotowości wewnętrznej lub współczynnika gotowości technicznej.

Gotowość wewnętrzna

W przypadku gdy czas zdatności obiektu technicznego utożsamiany jest z czasem poprawnej pracy, a czas niezdatności obiektu technicznego z czasem odnowy, wartość współczynnika gotowości K_g wyznaczana jest jako iloraz czasu pracy obiektu i sumy czasu pracy oraz czasu odnowy (uzdatniania) obiektu, bez uwzględniania czasów przestojów organizacyjnych. Wówczas współczynnik gotowości K_g jest nazywany współczynnikiem gotowości wewnętrznej K_{gw} i można go wyznaczyć na podstawie zależności przedstawionych w pracach [14, 221, 223]:

$$K_{gw} = \frac{ET_P}{ET_P + ET_U} \tag{2.3}$$

gdzie:

ET_P – wartość oczekiwana czasu poprawnej pracy obiektu technicznego,

ET_U – wartość oczekiwana czasu odnowy (uzdatniania) obiektu technicznego.

Gotowość techniczna

W przypadku gdy czas zdatności (gotowości) obiektu technicznego traktowany jest jako suma czasu poprawnej pracy (realizacji zadania) i czasu, gdy zdatny zadaniowo (gotowy) obiekt techniczny oczekuje na realizację zadania oraz gdy czas niezdatno-

ści (niegotowości) obiektu technicznego traktowany jest jako suma czasów zaopatrywania, obsługiwania, naprawy oraz przestoju organizacyjnego, spowodowanego np. oczekiwaniem na naprawę (obsługę), wówczas współczynnik gotowości K_g jest nazywany współczynnikiem gotowości technicznej K_{gt} i można go wyznaczyć na podstawie zależności przedstawionych poniżej.

Wartość współczynnika gotowości technicznej K_{gt} wyznaczana jest jako iloraz sumarycznego czasu przebywania obiektu technicznego w stanach gotowości do realizacji danego zadania i sumarycznego czasu przebywania obiektu technicznego w stanach gotowości i stanach niegotowości do realizacji danego zadania. Wartość współczynnika gotowości technicznej można wyznaczyć na podstawie wartości średnich czasów przebywania obiektu w stanach gotowości do realizacji danego zadania oraz przebywania obiektu w stanach niegotowości do realizacji danego zadania według zależności [14, 178, 221]:

$$K_{gt} = \frac{ET_G}{ET_G + ET_{NG}} \tag{2.4}$$

gdzie:

ET_G – wartość oczekiwana czasu przebywania obiektu w stanach gotowości do realizacji danego zadania,

ET_{NG} – wartość oczekiwana czasu przebywania obiektu w stanach niegotowości do realizacji danego zadania.

GOTOWOŚĆ POCZĄTKOWA

W przypadku gdy w analizowanym systemie procesy dotyczące uzdatniania obiektu technicznego mogą być zrealizowane w przeznaczonym na ten cel przedziale czasu o długości τ_g, gotowość początkowa obiektu technicznego do realizacji danego zadania określa prawdopodobieństwo tego, że w wymaganym przedziale czasu uzdatniania o długości $\tau_u \le \tau_g$ stan obiektu technicznego zmieni się z dowolnego *i*-tego stanu eksploatacyjnego na stan gotowości do funkcjonowania [215, 216, 221, 222]. Zmiana stanu eksploatacyjnego obiektu technicznego z dowolnego na stan gotowości do funkcjonowania możliwa jest jedynie po zrealizowaniu procesu uzdatniania obiektu (naprawie, obsłudze, zaopatrzeniu, rozruchu, mobilizacji itp.). Długość przedziału czasu τ_u trwania procesu uzdatniania zależy od stanu eksploatacyjnego, w jakim obiekt się znajduje w danej chwili, oraz od planowanego wariantu użycia (rodzaju zadania). Maksymalna wartość czasu uzdatniania τ_u ograniczona jest wartością czasu τ_g rezerwy czasowej, założonej i przeznaczonej na uzdatnienie obiektu technicznego od chwili przydzielenia zadania do chwili rozpoczęcia jego realizacji przez obiekt techniczny. Dlatego do analizy gotowości początkowej należy spośród stanów eksploatacyjnych obiektu technicznego wybrać te stany, zwane stanami gotowości początkowej, z których możliwe jest terminowe uzdatnienie obiektu w przedziale czasu o długości τ_g [117, 215, 216, 221, 223].

Miarą gotowości początkowej obiektu technicznego jest prawdopodobieństwo zmiany stanu obiektu technicznego z dowolnego na wymagany stan gotowości do realizacji danego zadania w przedziale czasu nie dłuższym niż czas rezerwy czasowej τ_g (ustalony maksymalny czas uzdatniania), tzn. że jest to prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia polegającego na tym, że obiekt techniczny będzie gotowy do podjęcia realizacji zadania po czasie uzdatniania $\tau_u \le \tau_g$.

Prawdopodobieństwo to zostało określone wzorem:

$$K_p(t,\tau_g) = P\left(X(t+T_u)=1,\ T_u \le \tau_g \middle| X(t)=0\right) \tag{2.5}$$

gdzie $X(t)$ oznacza proces stochastyczny o zbiorze stanów S = {0, 1}, przy czym 1 oznacza stan zdatności początkowej obiektu technicznego, natomiast 0 – stan przeciwny.

W przypadku gdy czas eksploatacji obiektu technicznego $t\to\infty$, wartość funkcji $K_p(t,\tau_g)$ może dążyć do wartości granicznej, zwanej wartością stacjonarną, czyli:

$$K_p(\tau_g) = \lim_{t\to\infty} K_p(t,\tau_g) \tag{2.6}$$

Obiekty techniczne przeznaczone do realizacji takich samych zadań mogą mieć różną gotowość początkową. Obiekt ma tym wyższą gotowość początkową, w im krótszym czasie może przystąpić do realizacji określonego zadania, tzn. im krótszy jest czas τ_g rezerwy czasowej. Dla rezerwy czasowej $\tau_g = 0$ gotowość początkowa obiektu technicznego równa jest jego gotowości funkcjonalnej:

$$K_p(t,\tau_g=0) = K_g(t) \tag{2.7}$$

lub dla wartości stacjonarnej, gdy czas eksploatacji obiektu technicznego $t\to\infty$:

$$K_p(\tau_g=0) = K_g \tag{2.8}$$

GOTOWOŚĆ ZADANIOWA

Gotowość zadaniowa obiektu technicznego do realizacji danego zadania dotyczy zbioru stanów eksploatacyjnych, w których obiekt jest zdatny, zaopatrzony i prognozuje się, że zachowa możliwość funkcjonowania w przedmiocie zadania do chwili zakończenia zadania. Tak zdefiniowana gotowość zadaniowa obiektu technicznego określa możliwość zrealizowania zadania przez obiekt lub pozostawania obiektu w stanie zdatności umożliwiającym realizację zadania w wymaganym przedziale czasu o długości τ pod warunkiem, że obiekt w chwili rozpoczęcia zadania był zdatny i w przedziale czasu o długości τ funkcjonował z założoną efektywnością.

Miarą gotowości zadaniowej obiektu technicznego jest prawdopodobieństwo pozostania obiektu w stanie zdatności zadaniowej w przedziale czasu o długości τ nie krótszym niż czas potrzebny na realizację zadania. Czas potrzebny na realizację zadania może być zdeterminowany (o ustalonej wartości) lub losowy. Wówczas gotowość zadaniowa obiektu technicznego opisana jest [14, 221, 223]:

– w przypadku gdy czas trwania zadania jest zdeterminowany (o ustalonej wartości τ_z), zależnością:

$$G_Z(\tau_Z) = P(T \ge \tau_Z) \tag{2.9}$$

– w przypadku gdy czas trwania zadania jest losowy (opisany zmienną losową T_z), zależnością:

$$G_Z(T_Z) = P(T \ge T_Z) \tag{2.10}$$

Uwzględniając powyższe oraz rozważania autorów prac [14, 178, 221, 222, 223], można przyjąć, że gotowość zadaniowa oraz niezawodność obiektu technicznego, rozumiana jako prawdopodobieństwo zrealizowania zadania przez obiekt w ustalonym przedziale czasu o długości τ i przy ustalonych poziomach oddziaływania czynników

wymuszających, stanowią identyczne charakterystyki badanego obiektu technicznego. Należy przy tym przyjąć warunek, że obiekt techniczny w chwili rozpoczęcia realizacji zadania był w stanie zdatności zadaniowej, tzn. że wartości jego istotnych cech, opisujących stan zdatności, zawierały się w ustalonych przedziałach tolerancji. Wówczas gotowość zadaniowa obiektu technicznego może być wyznaczana według zależności:

$$G_Z(\tau) = R(\tau) \tag{2.11}$$

gdzie

$R(\tau)$ – funkcja niezawodności obiektu technicznego, określona jako prawdopodobieństwo zrealizowania zadania przez obiekt w przedziale czasu o długości τ.

Gotowością zadaniową charakteryzuje się obiekty realizujące tzw. zadania niepodzielne w czasie, np. statki powietrzne, statki morskie, maszyny pracujące w ciągłym (odcinkami) procesie technologicznym, systemy transportowe.

GOTOWOŚĆ OPERACYJNA

Gotowość operacyjna obiektu technicznego do realizacji danego zadania określa prawdopodobieństwo tego, że obiekt techniczny w dowolnej chwili t jest gotowy do podjęcia realizacji zadania i ma zasób funkcjonowania niezbędny do jego ukończenia w wymaganym przedziale czasu o długości τ [14, 178, 217, 221, 222].

Miarą gotowości operacyjnej obiektu technicznego do realizacji danego zadania jest zatem prawdopodobieństwo wystąpienia dwóch zdarzeń:

– polegającego na tym, że obiekt techniczny w dowolnej chwili t będzie znajdował się w stanie zdatności funkcjonalnej,
– polegającego na tym, że obiekt techniczny, który rozpoczął realizację zadania, nie uszkodzi się przed jego zakończeniem. Prawdopodobieństwo wystąpienia tego zdarzenia jest miarą niezawodności obiektu technicznego, tzn. prawdopodobieństwem zrealizowania zadania w wyznaczonym przedziale czasu o długości τ przy ustalonych poziomach oddziaływania czynników wymuszających.

Mając na uwadze powyższe, gotowość operacyjną $G_o(t, \tau)$ obiektu technicznego do realizacji danego zadania można wyznaczyć jako iloczyn gotowości funkcjonalnej $K_g(t)$ oraz gotowości zadaniowej $G_z(\tau)$ [14, 133, 178, 221, 222]:

$$G_o(t,\tau) = K_g(t) \cdot G_z(\tau) \tag{2.12}$$

lub uwzględniając zależność (2.11) wzór opisujący gotowość operacyjną obiektu technicznego przyjmuje postać:

$$G_o(t,\tau) = K_g(t) \cdot R(\tau) \tag{2.13}$$

Funkcja $G_o(t, \tau)$ dla czasu eksploatacji obiektu technicznego $t \to \infty$ może dążyć do wartości granicznej, zwanej wartością stacjonarną, wówczas:

$$G_o(\tau) = \lim_{t\to\infty} G_o(t,\tau) = \lim_{t\to\infty}\left[K_g(t) \cdot R(\tau)\right] = K_g \cdot R(\tau) \tag{2.14}$$

GOTOWOŚĆ POTENCJALNA

W przypadku gdy w analizowanym systemie procesy dotyczące uzdatniania obiektu technicznego mogą być zrealizowane w przeznaczonym na ten cel przedziale czasu o długości τ_g, gotowość potencjalna obiektu technicznego do realizacji danego zadania

określa prawdopodobieństwo tego, że w wymaganym przedziale czasu uzdatniania o długości $\tau_u \le \tau_g$ stan obiektu technicznego zmieni się z dowolnego *i*-tego stanu eksploatacyjnego na stan gotowości do funkcjonowania (będzie gotowy do podjęcia realizacji zadania) i obiekt techniczny ma zasób funkcjonowania niezbędny do jego ukończenia w wymaganym przedziale czasu o długości τ.

Miarą gotowości potencjalnej obiektu technicznego do realizacji danego zadania jest zatem prawdopodobieństwo wystąpienia dwóch zdarzeń:

- polegającego na tym, że stan obiektu technicznego zmieni się z dowolnego na wymagany stan gotowości do realizacji danego zadania w przedziale czasu nie dłuższym niż czas rezerwy czasowej τ_g, tzn. zdarzenia polegającego na tym, że obiekt techniczny będzie gotowy do podjęcia realizacji zadania po czasie uzdatniania $\tau_u \le \tau_g$ rezerwy czasowej,
- polegającego na tym, że obiekt techniczny, który rozpoczął realizację zadania, nie uszkodzi się przed jego zakończeniem. Prawdopodobieństwo wystąpienia tego zdarzenia jest miarą niezawodności obiektu technicznego, tzn. prawdopodobieństwem zrealizowania zadania w wyznaczonym przedziale czasu o długości τ przy ustalonych poziomach oddziaływania czynników wymuszających.

Mając na uwadze powyższe, gotowość potencjalną $G_p(t, \tau_g, \tau)$ obiektu technicznego do realizacji danego zadania można wyznaczyć jako iloczyn gotowości początkowej $K_p(t,\tau_g)$ oraz gotowości zadaniowej $G_z(\tau)$, zgodnie z zależnością:

$$G_p\left(t, \tau_g, \tau\right) = K_p\left(t, \tau_g\right) \cdot G_z\left(\tau\right) \tag{2.15}$$

Funkcja $G_p(t, \tau_g, \tau)$ dla czasu eksploatacji obiektu technicznego $t \to \infty$ może dążyć do wartości granicznej, zwanej wartością stacjonarną, wówczas:

$$G_p\left(\tau_g, \tau\right) = \lim_{t\to\infty} G_p\left(t, \tau_g, \tau\right) = \lim_{t\to\infty}\left[K_p\left(t, \tau_g\right) \cdot R\left(\tau\right)\right] = K_p\left(\tau_g\right) \cdot R\left(\tau\right) \tag{2.16}$$

Obiekty techniczne przeznaczone do realizacji takich samych zadań mogą mieć różną gotowość potencjalną. Obiekt ma tym wyższą gotowość potencjalną, w im krótszym czasie może przystąpić do realizacji określonego zadania, tzn. im krótszy jest czas τ_g rezerwy czasowej. Dla rezerwy czasowej $\tau_g = 0$ gotowość potencjalna obiektu technicznego równa jest jego gotowości operacyjnej:

$$G_p\left(t, \tau_g = 0, \tau\right) = G_o\left(t, \tau\right) \tag{2.17}$$

lub dla wartości stacjonarnej, gdy czas eksploatacji obiektu technicznego $t \to \infty$:

$$G_p\left(\tau_g = 0, \tau\right) = G_o\left(\tau\right) \tag{2.18}$$

3. IDENTYFIKACJA OBIEKTU BADAŃ

3.1. Opis obiektu badań

Obiektem badań jest ogólnie pojęty system eksploatacji środków transportu, należący do pewnej klasy złożonych systemów socjotechnicznych, których zadaniem jest przemieszczanie ludzi, zwierząt lub ładunków rzeczowych oraz realizowany w nim proces eksploatacji obiektów technicznych. W systemach tego typu na poszczególnych poziomach dekompozycji można wyróżnić następujące podsystemy:

- **PODSYSTEM WYKONAWCZY:**
  - **podsystem procesowy, złożony z podsystemów elementarnych typu operator-środek transportu, których celem jest realizacja przydzielonych zadań przewozowych:**
    - **podsystem roboczy (obiekty podstawowe, przeznaczone do realizacji zadań przewozowych),**
    - **podsystem rezerwowy (obiekty rezerwowe, które realizują zadania przewozowe, zastępując niezdatne obiekty podstawowe),**
  - **podsystem interwencyjny, złożony ze specjalistycznych jednostek, których celem jest naprawa środków transportu w trakcie realizacji zadania przewozowego (na trasach przewozowych),**
- PODSYSTEM LOGISTYCZNY:
  - podsystem sterujący:
    - podsystem zarządzania eksploatacją,
    - podsystem informacyjny,
    - podsystem użytkowania,
  - **podsystem utrzymania ruchu:**
    - **podsystem zaopatrzenia w paliwo,**
    - **podsystem zapewniania zdatności,**
    - **podsystem diagnostyczny,**
  - podsystem zasilający.

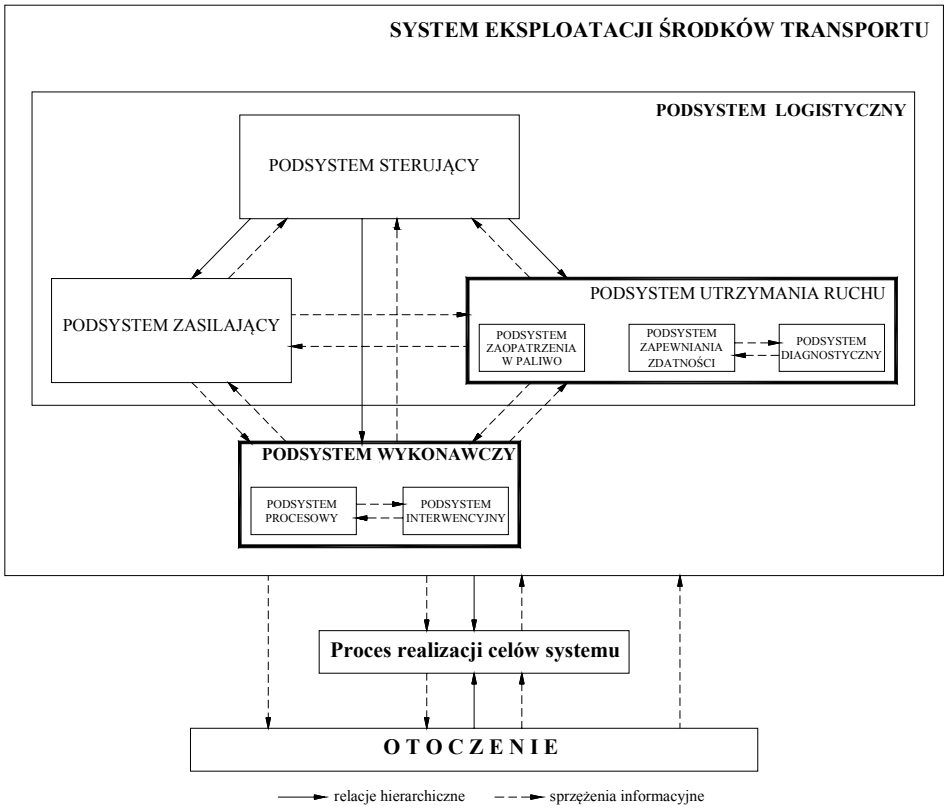
W pracy jako przykład obiektu badań został wybrany rzeczywisty system eksploatacji autobusów miejskich – Zakład Komunikacji Autobusowej – będący jednym z podsystemów systemu transportu miejskiego – Miejskich Zakładów Komunikacyjnych – w wybranej aglomeracji miejskiej. Głównym celem działalności Miejskich Zakładów Komunikacyjnych jest odpłatne świadczenie usług transportowych w zakresie przewozu osób na terenie miasta i w strefie podmiejskiej, zgodnie z przyjętym harmonogramem i po określonych trasach.

W podsystemie procesowym zarówno podsystem roboczy, jak i podsystem rezerwowy złożone są z podsystemów elementarnych typu człowiek - obiekt techniczny (kierowca-autobus). Zadania przewozowe przydzielone podsystemowi procesowemu realizowane są przez poszczególne podsystemy elementarne, zgodnie z planem i harmonogramem realizacji zadań przewozowych.

Podsystem interwencyjny złożony jest z jednostek pogotowia technicznego. Na podstawie identyfikacji rzeczywistego systemu eksploatacji środków transportu jednostki pogotowia technicznego zostały zakwalifikowane jako składowe podsystemu wykonawczego. Wynika to z faktu, że jednostki te podlegają bezpośrednio decydentowi

tego podsystemu (dyspozytorowi ruchu). Zadaniem jednostek pogotowia technicznego jest uzdatnienie środka transportu na trasie, w możliwie krótkim przedziale czasu, po którym możliwa jest dalsza realizacja zadania przewozowego. W przypadku gdy naprawa na trasie przez jednostki pogotowia technicznego nie może zostać zrealizowana, uszkodzony środek transportu kierowany jest na stanowiska podsystemu utrzymania ruchu (zjeżdża samodzielnie lub jest transportowany przez holownik).

Zadaniem podsystemu sterującego jest pełnienie funkcji kierującej i nadzorującej działanie systemu eksploatacji środków transportu. W podsystemie utrzymania ruchu realizowane są czynności dotyczące zaopatrywania pojazdów w paliwo, kontrole diagnostyczne stanu pojazdów, czynności profilaktyczne (obsługi w dniu użytkowania, okresowe obsługi techniczne) oraz odnowy pojazdów uszkodzonych. Model systemu eksploatacji środków transportu przedstawiono na rysunku 3.1.



Rys. 3.1. Model systemu eksploatacji środków transportu

3.2. Badania eksploatacyjne

Dane niezbędne do wyznaczenia wartości analizowanych charakterystyk liczbowych i funkcyjnych oraz estymacji parametrów opracowanych modeli procesu eksploatacji środków transportu, a także oceny i sterowania gotowością badanego systemu

zostały uzyskane na podstawie zrealizowanych badań eksploatacyjnych oraz informacji zawartych w bazie danych i dokumentach źródłowych stosowanych w badanym systemie eksploatacji środków transportu.

Badania eksploatacyjne przeprowadzono metodą eksperymentu biernego w naturalnych warunkach eksploatacji środków transportu (autobusów miejskich) użytkowanych w analizowanym systemie autobusowego transportu miejskiego. Uzyskane dane dotyczyły 182 autobusów miejskich eksploatowanych w badanym systemie, jednostek pogotowia technicznego (w podsystemie interwencyjnym PI) i stanowisk zajezdni autobusowej (w podsystemie utrzymania ruchu PUR) w przedziale czasu od 11.2006 do 01.2009.

Uzyskane na podstawie badań eksploatacyjnych dane dotyczą:

- eksploatowanych środków transportu (numer ewidencyjny pojazdu, marka i typ pojazdu, rok produkcji, data przyjęcia do eksploatacji, numer i typ silnika),
- realizacji zadania na trasie (numer dobowego zadania, numer ewidencyjny pojazdu, data i godzina rozpoczęcia zadania, stan kilometrowy licznika, data i godzina zakończenia zadania, przychody generowane w wyniku realizacji zadań przewozowych),
- napraw (numer zlecenia, numer ewidencyjny pojazdu, data i godzina rozpoczęcia naprawy, rodzaj zjazdu, stan kilometrowy licznika, data i godzina zakończenia naprawy, rodzaj naprawy, liczbę napraw, liczbę roboczogodzin, koszty realizowanych napraw),
- wymian (numer zlecenia, numer ewidencyjny pojazdu, data i godzina rozpoczęcia wymiany, rodzaj zjazdu, stan kilometrowy licznika, data i godzina zakończenia wymiany, rodzaj elementu lub elementów wymienianych, liczbę elementów wymienianych, liczbę roboczogodzin, koszty realizowanych wymian),
- obsług profilaktycznych (numer zlecenia, numer ewidencyjny pojazdu, data i godzina rozpoczęcia obsługi, stan kilometrowy licznika, data i godzina zakończenia obsługi, liczbę obsług, liczbę roboczogodzin, koszty realizowanych obsług),
- diagnozowania stanu środków transportu (numer zlecenia, numer ewidencyjny pojazdu, data i godzina rozpoczęcia diagnozowania, stan kilometrowy licznika, data i godzina zakończenia diagnozowania, liczbę diagnozowań, liczbę roboczogodzin, koszty realizowanych diagnozowań),
- jednostek pogotowia technicznego PT (liczby i rodzaje oraz średnie czasy zdatności i niezdatności eksploatowanych w systemie jednostek PT),
- stanowisk podsystemu utrzymania ruchu PUR (liczby i rodzaje oraz średnie czasy zdatności i niezdatności stanowisk podsystemu utrzymania ruchu).

Głównymi źródłami informacji, na podstawie których uzyskano niezbędne dane eksploatacyjne, są dokumenty ewidencyjno-rozliczeniowe oraz elektroniczna baza danych, stosowane w Zakładzie Komunikacji Autobusowej. Podstawowe dokumenty ewidencyjno-rozliczeniowe poddane analizie to:

- karta drogowa,
- zlecenie naprawy,
- karta obsługi technicznej,
- karta przestojów,
- karta zjazdów awaryjnych,
- karta stanu gotowości.

Po odpowiednim przetworzeniu informacji źródłowych uzyskanych z badanego systemu eksploatacji środków transportu dokonano analizy statystycznej zbioru danych źródłowych i wyznaczono wartości podstawowych parametrów charakteryzujących realizowany proces eksploatacji obiektów technicznych (środków transportu), tzn.:

- liczby wejść do stanów procesu eksploatacji,

- wartości średnie czasów pozostawania w stanach procesu eksploatacji,
- typy i parametry rozkładów czasów pozostawania w stanach procesu eksploatacji (weryfikację hipotez o zgodności rozkładów empirycznych z rozkładami teoretycznymi czasów pozostawania w stanach analizowanego procesu eksploatacji środków transportu przeprowadzono dla rozkładów wykładniczego, gamma, normalnego, logarytmiczno-normalnego i Weibulla za pomocą testu Kołmogorowa-Smirnowa dla poziomu istotności $\alpha = 0{,}05$),
- wartości średnie jednostkowych dochodów (dodatnich lub ujemnych) generowanych w stanach procesu eksploatacji.

3.3. Zdarzeniowy model procesu eksploatacji środków transportu realizowanego w obiekcie badań

W celu zapewnienia możliwości prawidłowego sterowania (podejmowania racjonalnych decyzji sterujących) procesami realizowanymi w złożonych systemach eksploatacji obiektów technicznych, w tym również w systemach eksploatacji środków transportu, konieczna jest właściwa identyfikacja procesu realizowanego w badanym systemie oraz jego analiza i ocena. Analizę i ocenę procesów sterowanych przeprowadza się na podstawie badania ich modeli. Najczęściej przyjmuje się, że model procesu eksploatacji opisuje kolejne zmiany stanów obiektów (eksploatacyjnych lub niezawodnościowych), zachodzące w przyjętym przydziale czasu, a obiekty w procesie eksploatacji mogą przebywać w skończonym zbiorze stanów S. Liczba i rodzaj analizowanych stanów zależą od przyjętego celu badań i ustalonej w badaniach dokładności z jaką analizowany jest badany proces. Najczęściej stosowanymi modelami procesu eksploatacji obiektów technicznych są modele zdarzeniowe oraz matematyczne. Modele zdarzeniowe przedstawiają analizowany proces eksploatacji w sposób graficzny, za pomocą grafów skierowanych odwzorowania procesu eksploatacji, w których wierzchołkami są stany eksploatacyjne, a łukami możliwe przejścia między stanami.

W pracy przedstawiono zdarzeniowy model procesu eksploatacji, zbudowany na podstawie analizy przestrzeni stanów oraz zdarzeń eksploatacyjnych dotyczących obiektów technicznych (środków transportu) eksploatowanych w analizowanym, rzeczywistym systemie transportowym. Poszczególne obiekty techniczne (środki transportu) eksploatowane w systemie transportowym mogą znajdować się w różnych stanach eksploatacyjnych. Każdy z eksploatowanych obiektów technicznych (środków transportu) może w danej chwili t znajdować się tylko w jednym z wyróżnionych stanów $i \in S$, tworzących skończony zbiór S stanów eksploatacyjnych obiektu technicznego.

W wyniku identyfikacji analizowanego systemu transportowego i realizowanego w nim wielostanowego procesu eksploatacji obiektów technicznych wyznaczono istotne stany eksploatacyjne tego procesu oraz możliwe przejścia między wyróżnionymi stanami eksploatacyjnymi. Na tej podstawie zbudowano graf skierowany odwzorowania procesu eksploatacji obiektów technicznych (środków transportu) realizowanego w badanym systemie transportowym – systemie autobusowej komunikacji miejskiej, przedstawiony na rysunku 3.2.

Poszczególne stany eksploatacyjne obiektów technicznych (środków transportu), przedstawione na rysunku 3.2, zostały zdefiniowane poniżej:

1 – postój na placu zajezdni autobusowej

W badanym systemie stan postoju na placu zajezdni autobusowej dotyczy obiektów technicznych (autobusów):

- oczekujących na kontynuację zadania przewozowego w danym dniu:
  - uszkodzonych w trakcie realizacji zadania przewozowego i uzdatnionych na stanowiskach podsystemu utrzymania ruchu (znajdujących się na terenie zajezdni autobusowej) w okresie realizacji dobowego zadania przewozowego – po naprawie autobusy wracają na trasę i kontynuują realizację zadania przewozowego w danym dniu,
  - w trakcie przerwy w realizacji dobowego zadania przewozowego, zgodnie z rozkładem jazdy danego obiektu technicznego (dotyczy obiektów technicznych realizujących zadanie jedynie podczas szczytów komunikacyjnych),
- oczekujących na rozpoczęcie zadania przewozowego w dniu następnym, po zakończeniu dobowego zadania przewozowego i po uzdatnieniu na stanowiskach podsystemu utrzymania ruchu.

2 – uzdatnianie na placu zajezdni autobusowej

W badanym systemie stan uzdatniania na placu zajezdni autobusowej dotyczy obiektów technicznych (autobusów) oczekujących na rozpoczęcie realizacji zadania na placu postojowym zajezdni autobusowej, których nie można było uruchomić, ale zostały uzdatnione (na placu postojowym) w czasie rezerwy czasowej i rozpoczęły realizację przydzielonego zadania przewozowego (wyjechały na trasę) bez utraty kursu.

3 – realizacja zadania przewozowego na trasie

Stan realizacji zadania przewozowego na trasie jest to stan, gdy obiekt techniczny (autobus) wraz z operatorem (kierowcą) realizują przydzielone im zadanie przewozowe, w szczególności stan ten dotyczy:

- przydzielenia numeru trasy oraz numerów kursów, zgodnie z obowiązującym rozkładem jazdy,
- przejazdu z placu zajezdni autobusowej do miejsca postojowego na początku trasy,
- przejazdów przydzieloną trasą, zgodnie z obowiązującym rozkładem jazdy,
- postojów w trakcie przerw między kursami, wynikających z obowiązującego rozkładu jazdy,
- zjazdu do zajezdni autobusowej po zrealizowaniu przydzielonego zadania przewozowego w celu przygotowania obiektu technicznego do realizacji kolejnego zadania (uzdatnienia na stanowiskach podsystemu utrzymania ruchu).

4 – oczekiwanie uszkodzonego obiektu technicznego na trasie

Stan oczekiwania uszkodzonego obiektu technicznego na trasie dotyczy sekwencji następujących zdarzeń:

- przekazania przez kierowcę (drogą radiową) dyspozytorowi ruchu informacji o zaistniałym uszkodzeniu,
- wstępnej oceny sytuacji i podjęcia odpowiedniej decyzji przez dyspozytora ruchu (skierowanie jednostki pogotowia technicznego w celu oceny uszkodzenia i wykonania naprawy, holowania lub decyzji o zjeździe samodzielnym uszkodzonego autobusu oraz ewentualnego zastąpienia uszkodzonego autobusu obiektem rezerwowym),
- oczekiwania uszkodzonego obiektu technicznego wraz z operatorem na przybycie jednostki pogotowia technicznego lub rozpoczęcie samodzielnego zjazdu awaryjnego.

5 – diagnozowanie przez jednostkę pogotowia technicznego

Stan diagnozowania przez jednostkę pogotowia technicznego jest to stan, gdy uszkodzony na trasie obiekt techniczny podlega procesowi diagnozowania przez pracownika pogotowia technicznego w celu ustalenia rodzaju i zakresu zaistniałego uszkodzenia. Wynikiem diagnozowania przez jednostkę pogotowia technicznego jest decyzja, podjęta w porozumieniu z dyspozytorem ruchu, dotycząca realizacji naprawy przez jednostkę pogotowia technicznego lub zjazdu awaryjnego uszkodzonego autobusu oraz ewentualnego zastąpienia uszkodzonego autobusu obiektem rezerwowym.

6 – naprawa przez jednostkę pogotowia technicznego bez utraty kursu

Stan naprawy obiektu technicznego przez jednostkę pogotowia technicznego bez utraty kursu dotyczy zdarzenia, gdy uszkodzonemu obiektowi technicznemu, znajdującemu się w otoczeniu systemu eksploatacji, został przywrócony stan zdatności zadaniowej w czasie krótszym niż czas przeznaczony na przerwę między kolejnymi kursami obiektu technicznego, wynikającymi z przyjętego rozkładu jazdy.

7 – naprawa przez jednostkę pogotowia technicznego z utratą kursu

Stan naprawy obiektu technicznego przez jednostkę pogotowia technicznego z utratą kursu dotyczy zdarzenia, gdy uszkodzonemu obiektowi technicznemu, znajdującemu się w otoczeniu systemu eksploatacji, został przywrócony stan zdatności zadaniowej w czasie dłuższym niż czas przeznaczony na przerwę między kolejnymi kursami obiektu technicznego, wynikającymi z przyjętego rozkładu jazdy. Przypadek ten powoduje konieczność zastąpienia w czasie uzdatniania przez pogotowie techniczne uszkodzonego obiektu technicznego obiektem rezerwowym.

8 – oczekiwanie na realizację zadania przewozowego po naprawie przez pogotowie techniczne

Stan oczekiwania na realizację zadania przewozowego po naprawie przez pogotowie techniczne dotyczy zdarzenia, gdy uzdatniony obiekt techniczny oczekuje w otoczeniu systemu eksploatacji (na tzw. przystanku końcowym danej trasy) na kontynuację zadania przewozowego, zgodnie z obowiązującym rozkładem jazdy. Stan ten jest następstwem stanu 7 dotyczącego realizacji naprawy przez pogotowie techniczne z utratą kursu.

9 – zjazd awaryjny

W badanym systemie eksploatacji zjazd awaryjny dotyczy obiektów technicznych (autobusów) uszkodzonych na trasie podczas realizacji przydzielonego zadania przewozowego, których naprawa przez jednostki pogotowia technicznego była niemożliwa do zrealizowania. Jako zjazd awaryjny w szczególności rozumie się:

- holowanie uszkodzonego obiektu technicznego przez wyspecjalizowane jednostki pogotowia technicznego do zajezdni autobusowej (należącej do systemu eksploatacji),
- zjazd samodzielny uszkodzonego obiektu technicznego do zajezdni autobusowej.

10 – oczekiwanie na wjazd na stanowiska podsystemu utrzymania ruchu

Stan oczekiwania na wjazd na stanowiska podsystemu utrzymania ruchu dotyczy obiektów technicznych niezdatnych zadaniowo, które oczekują na terenie zajezdni autobusowej na realizację procesów mających na celu ich uzdatnienie (procesów dotyczących zaopatrzenia, obsługi, naprawy i diagnozowania). Dotyczy to obiektów technicznych, które zjechały do zajezdni autobusowej, zarówno po zakończeniu dobowego zadania przewozowego, jak i uszkodzonych na trasie w trakcie realizacji zadania przewozowego, których naprawa była niemożliwa do zrealizowania przez jednostki pogotowia technicznego.

11 – uzupełnianie paliwa

Stan uzupełniania paliwa jest to stan, w którym realizowane są czynności dotyczące napełniania zbiorników paliwa w obiektach technicznych (autobusach). W analizowanym systemie transportu miejskiego uzupełnianie paliwa w autobusach wykonywane jest na wyspecjalizowanych stanowiskach podsystemu utrzymania ruchu (stanowiskach stacji paliw):

- w autobusach zdatnych (zjazd planowy) – bezpośrednio po zakończeniu realizacji dobowego zadania przewozowego,
- w autobusach zdatnych, realizujących dobowe zadanie przewozowe tylko podczas szczytów komunikacyjnych (porannego i popołudniowego) – uzupełnianie paliwa wykonywane jest między szczytami komunikacyjnymi, zgodnie z harmonogramem realizacji zadań przewozowych poszczególnych autobusów,
- w autobusach, w których wystąpiło uszkodzenie (nie dotyczy autobusów z uszkodzonym układem zasilania w paliwo) – przed naprawą,
- w autobusach uzdatnionych na stanowiskach podsystemu utrzymania ruchu – po ich naprawie.

12 – realizacja obsługi w dniu użytkowania

Stan realizacji obsługi w dniu użytkowania jest to stan, w którym realizowane są czynności obsługowo-kontrolne, dotyczące obiektów technicznych, zgodnie z instrukcją obsługi w dniu użytkowania obiektu technicznego, wynikające ze stosowanej strategii eksploatacji. W badanym systemie transportu miejskiego obsługa w dniu użytkowania autobusu wykonywana jest na przeznaczonych do tego celu stanowiskach podsystemu utrzymania ruchu:

- w autobusach zdatnych – po uzupełnieniu paliwa,
- w autobusach, w których wystąpiło uszkodzenie – po przywróceniu stanu zdatności.

13 – realizacja okresowej obsługi technicznej

Stan realizacji okresowej obsługi technicznej jest to stan, w którym realizowane są czynności obsługowo-kontrolne, dotyczące obiektów technicznych, zgodnie z instrukcją okresowych obsług technicznych obiektu technicznego, wynikające ze stosowanej strategii eksploatacji. W badanym systemie transportu miejskiego obsługa techniczna autobusu wykonywana jest na wyspecjalizowanych stanowiskach podsystemu utrzymania ruchu według harmonogramu obsług technicznych.

14 – diagnozowanie przed naprawą w podsystemie utrzymania ruchu

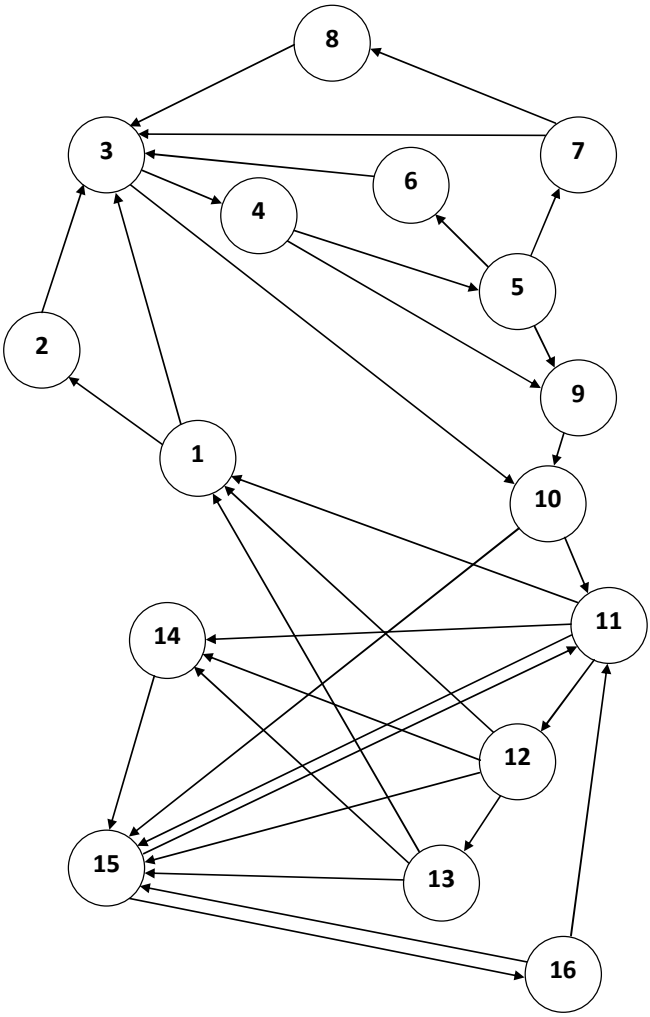
Stan diagnozowania przed naprawą w podsystemie utrzymania ruchu jest to stan, w którym uszkodzony obiekt techniczny znajduje się na stanowisku diagnostycznym podsystemu utrzymania ruchu i podlega procesowi diagnozowania, realizowanemu w celu ustalenia przyczyny, rodzaju i zakresu uszkodzenia (ustalenia uszkodzonego układu, zespołu, elementu).

15 – naprawa w podsystemie utrzymania ruchu

Stan naprawy w podsystemie utrzymania ruchu jest to stan, w którym uszkodzony obiekt techniczny przebywa na odpowiednio wyposażonych stanowiskach naprawczych podsystemu utrzymania ruchu i podlega działaniom zmierzającym do przywrócenia mu stanu zdatności zadaniowej.

16 – diagnozowanie po naprawie w podsystemie utrzymania ruchu

Stan diagnozowania po naprawie w podsystemie utrzymania ruchu jest to stan, w którym uzdatniony obiekt techniczny znajduje się na stanowisku diagnostycznym podsystemu utrzymania ruchu i podlega procesowi diagnozowania, realizowanemu w celu oceny poprawności wykonanej naprawy w podsystemie utrzymania ruchu.



Rys. 3.2. Graf skierowany odwzorowania procesu eksploatacji środków transportu, realizowanego w systemie transportowym (systemie autobusowej komunikacji miejskiej), gdzie: **1** – postój na placu zajezdni autobusowej, **2** – uzdatnianie na placu zajezdni autobusowej, **3** – realizacja zadania przewozowego na trasie, **4** – oczekiwanie uszkodzonego obiektu technicznego na trasie, **5** – diagnozowanie przez jednostkę pogotowia technicznego, **6** – naprawa przez jednostkę pogotowia technicznego bez utraty kursu, **7** – naprawa przez jednostkę pogotowia technicznego z utratą kursu, **8** – oczekiwanie na realizację zadania przewozowego po naprawie przez pogotowie techniczne, **9** – zjazd awaryjny, **10** – oczekiwanie na wjazd na stanowiska podsystemu utrzymania ruchu, **11** – uzupełnianie paliwa, **12** – realizacja obsługi w dniu użytkowania, **13** – realizacja okresowej obsługi technicznej, **14** – diagnozowanie przed naprawą w podsystemie utrzymania ruchu, **15** – naprawa w podsystemie utrzymania ruchu, **16** – diagnozowanie po naprawie w podsystemie utrzymania ruchu

4. MATEMATYCZNY MODEL PROCESU EKSPLOATACJI ŚRODKÓW TRANSPORTU REALIZOWANEGO W OBIEKCIE BADAŃ

Ze względu na losowy charakter czynników wpływających na przebieg i efektywność procesu eksploatacji realizowanego w złożonym systemie eksploatacji do matematycznego modelowania procesu eksploatacji najczęściej wykorzystywane są procesy stochastyczne. Na ogół modelowany proces eksploatacji jest opisywany za pomocą rozkładów czasów trwania wyróżnionych stanów eksploatacyjnych lub innych cech mierzalnych, np. charakteryzujących cykle pracy, efektywność, stopień wykorzystania, energochłonność obiektu technicznego, jakość użytkowania lub obsługiwania itd.

Spośród procesów losowych szerokie zastosowanie w modelowaniu procesu eksploatacji znalazły procesy Markowa oraz semi-Markowa, np. [19, 23, 42, 44, 51, 56, 73, 74, 85, 98, 118, 188, 214]. Realizacja badań modelowych przy wykorzystaniu opisywanych modeli procesu eksploatacji umożliwia z jednej strony analizę szczegółowych problemów związanych z eksploatacją obiektów technicznych, a z drugiej – analizę relacji zachodzących między parametrami modelu. Procesy Markowa oraz semi-Markowa są w literaturze szeroko opisane przez wielu autorów w sposób teoretyczny, brak jest jednak praktycznych przykładów zastosowań tych modeli do opisu procesów eksploatacji realizowanych w rzeczywistych systemach transportowych, zwłaszcza systemach komunikacji miejskiej.

W pracy zbudowano modele procesu eksploatacji środków transportu, realizowanego w wybranym rzeczywistym systemie transportowym. W pierwszym etapie zbudowano model zdarzeniowy procesu eksploatacji środków transportu (przedstawiony w rozdziale 3.3), a następnie model matematyczny, zakładając, że modelem analizowanego procesu eksploatacji jest jednorodny proces semi-Markowa $X(t)$.

Przyjęto, że modelem matematycznym procesu eksploatacji środków transportu jest proces losowy $X(t)$ o skończonym zbiorze stanów S. Wyboru aparatu matematycznego do opisu badanego procesu eksploatacji realizowanego w rzeczywistym systemie transportowym dokonano na podstawie następujących przesłanek:

- celu opracowania,
- dokładności odwzorowania rzeczywistego procesu eksploatacji przez model,
- stopnia złożoności stosowanego aparatu matematycznego,
- możliwości pozyskania danych, dotyczących procesu eksploatacji realizowanego w obiekcie badań.

Rozpatrywany jako model proces semi-Markowa jest procesem stochastycznym $X(t)$, o skończonym zbiorze stanów S. Jeżeli $X(t) = i$, oznacza to, że proces w chwili t znajduje się w i-tym stanie ($i \in S$). Realizacja procesu to ciąg następujących po sobie wyróżnionych stanów oraz czasów trwania tych stanów. Kolejność następstw stanów, czasy trwania poszczególnych stanów i częstości ich występowania zależą przede wszystkim od cech obiektów technicznych, cech procesów, jakim te obiekty podlegają oraz od cech i struktury podsystemów współdziałających w realizacji procesu eksploatacji.

W literaturze przedmiotu (np. [11, 19, 23, 26, 51, 56, 61, 74, 118, 140]) różni autorzy w różny sposób definiują pojęcia dotyczące procesów stochastycznych. W celu ujednolicenia stosowanych pojęć poniżej zdefiniowano i przedstawiono wybrane pojęcia i twierdzenia dotyczące procesów stochastycznych, w szczególności procesów Markowa i semi-Markowa, które będą wykorzystywane w dalszej części pracy.

4.1. Zastosowanie procesów Markowa i semi-Markowa w modelowaniu procesu eksploatacji obiektów technicznych

Zastosowanie metod matematycznych w modelowaniu procesów eksploatacji obiektów technicznych polega na opracowaniu założeń oraz zbudowaniu modelu matematycznego, opisującego zmiany stanów modelowanego procesu. Model ten powinien możliwie dokładnie odwzorowywać modelowany rzeczywisty proces i opisywać wpływ istotnych, ze względu na rozpatrywany problem, czynników na parametry procesu. Często do modelowania rzeczywistych procesów eksploatacji obiektów technicznych o dużej liczbie stanów eksploatacyjnych stosowane są procesy stochastyczne, w tym procesy Markowa oraz semi-Markowa. Obydwa procesy są procesami stochastycznymi o szczególnych właściwościach. Procesy Markowa stosowane są w przypadkach gdy z wystarczającą dokładnością (wymaganą w odniesieniu do rozpatrywanego problemu) można przyjąć założenie, że czasy pozostawania w stanach procesu mają rozkłady wykładnicze. Procesy semi-Markowa stosowane są wówczas, gdy takie założenie, ze względu na ograniczenia, nie może być przyjęte. Modele oparte na procesach semi-Markowa umożliwiają modelowanie rzeczywistych procesów, w których czasy pozostawania w stanach procesu mogą być opisane zmiennymi losowymi o rozkładzie innym niż rozkład wykładniczy. Pozwala to budować matematyczne modele procesu eksploatacji obiektów technicznych, dla których czasy pozostawania w poszczególnych stanach modelowanego procesu różnią się typem rozkładu [3, 19, 56].

Poniżej przedstawiono opracowane na podstawie literatury przedmiotu podstawowe definicje i twierdzenia dotyczące teorii procesów Markowa i semi-Markowa, na podstawie których opracowano założenia i zbudowano matematyczny model procesu eksploatacji realizowanego w rzeczywistym systemie eksploatacji środków transportu. Przedstawione w rozdziałach 4.1.1, 4.1.2 oraz 4.1.3 definicje i twierdzenia zostały opracowane głównie na podstawie prac [51] oraz [56].

4.1.1. Definicja procesu stochastycznego

Teoria dotycząca procesów stochastycznych stanowi matematyczne narzędzie, umożliwiające opis zmieniających się w czasie (dynamicznych) wielkości losowych, np. temperatury powietrza, prędkości pojazdu, niezawodności lub gotowości obiektu technicznego, a także często jest wykorzystywana do modelowania rzeczywistych procesów eksploatacji obiektów technicznych.

Definicja 4.1

Procesem stochastycznym lub procesem losowym nazywa się rodzinę zmiennych losowych $\{X(t): t \in T\}$ określonych na tej samej przestrzeni probabilistycznej (Ω, F, P) o wartościach określonych na zbiorze $S \subset R$, który stanowi przestrzeń stanów procesu losowego. Zbiór T, będący podzbiorem zbioru liczb rzeczywistych R, nazywany jest zbiorem parametrów i zazwyczaj interpretowany jest jako czas. W przypadku gdy zbiór parametrów T jest zbiorem dyskretnym, tzn. zawiera przeliczalną liczbę elementów, analizowany proces stochastyczny $\{X(t): t \in T\}$ jest procesem z czasem dyskretnym. W szczególności, jeśli $T = N_0 = \{0,1,2,...\}$, to rozpatrywany proces nazywany jest ciągiem losowym lub łańcuchem losowym i oznaczany jest symbolem $\{X(n): n \in N_0\}$ lub

$\{X_n : n \in N_0\}$, gdzie $N_0 = N \cup \{0\}$. Jeżeli natomiast T jest przedziałem liczbowym, tzn. zawiera nieprzeliczalną liczbę elementów, wówczas jest to proces z czasem ciągłym i oznaczany jest symbolem $\{X(t): t \in R_+\}$ lub $\{X_t : t \in R_+\}$.

Z definicji procesu losowego wynika, że dla ustalonej chwili $t \in T$ proces $X(t)$ jest zmienną losową, tzn. mierzalną funkcją określoną na przestrzeni zdarzeń elementarnych Ω, przyjmującą wartości ze zbioru S. Zmienna losowa $X(t)$ może mieć rozkład dyskretny, rozkład typu ciągłego, rozkład osobliwy lub być mieszanką tych trzech rodzajów rozkładów. W praktyce, ze względu na złożoność modelowanych rzeczywistych procesów, najczęściej do ich modelowania stosuje się modele procesów losowych z rozkładami dyskretnymi lub rozkładami typu ciągłego.

4.1.2. Proces markowski

Definicja 4.2

Proces losowy $\{X(t): t \in T\}$ o skończonym lub przeliczalnym zbiorze stanów S nazywany jest **procesem Markowa**, jeżeli dla dowolnych $t_0, t_1, ..., t_n, t_{n+1} \in T$ takich, że $t_0 < t_1 < ... < t_n < t_{n+1}$ oraz dowolnych $i, j, i_0, i_1, ..., i_{n-1} \in S$ zachodzi związek:

$$P\{X(t_{n+1}) = j \mid X(t_n) = i, X(t_{n-1}) = i_{n-1}, ..., X(t_0) = i_0\} = P\{X(t_{n+1}) = j \mid X(t_n) = i\} \quad (4.1)$$

Proces Markowa jest procesem „bez pamięci", tzn. jego rozkład warunkowy „przyszłych" stanów nie zależy od „przeszłości", gdy znany jest aktualny stan procesu. Jeżeli $T = N_0 = \{0,1,2,...\}$, to proces Markowa nazywany jest **łańcuchem Markowa**, jeżeli natomiast $T = R_+ = \langle 0, \infty)$, to nazywany jest **procesem Markowa z czasem ciągłym**.

Definicja 4.3

Proces Markowa z czasem ciągłym jest **procesem jednorodnym**, jeżeli dla dowolnych $i, j \in S$ oraz dowolnych $t_n, t_{n+1} \in R_+$ takich, że $t_n < t_{n+1}$, zachodzi związek:

$$P\{X(t_{n+1}) = j \mid X(t_n) = i\} = P\{X(t_{n+1} - t_n) = j \mid X(0) = i\} = p_{ij}(t_{n+1} - t_n) \quad (4.2)$$

W przypadku gdy $t = t_{n+1} - t_n$, otrzymuje się wielkość opisującą prawdopodobieństwo przejścia ze stanu i do stanu j po czasie t:

$$p_{ij}(t) = P\{X(t) = j \mid X(0) = i\}, \; i, j \in S, \; t \geq 0 \quad (4.3)$$

o następujących własnościach:

- dla każdych $i, j \in S$, $p_{ij}(t) \geq 0, \; t \geq 0$,
- dla każdego $i \in S$, $\sum_{j \in S} p_{ij}(t) = 1, \; t \geq 0$,
- dla każdych $i, j \in S$, $p_{ij}(t+s) = \sum_{k \in S} p_{ik}(t) p_{kj}(s), \; t \geq 0, \; s \geq 0$,
- dla każdych $i, j \in S$, $\lim_{t \to 0} p_{ij}(t) = p_{ij}(0) = \delta_{ij}$,

gdzie:

- δ_{ij} – delta (symbol) Kroneckera, to dwuargumentowa funkcja, która przyjmuje wartości 1 dla $i = j$ i 0 dla $i \neq j$.

Twierdzenie 4.1

Dla dowolnego jednorodnego procesu Markowa z czasem ciągłym o prawdopodobieństwach przejścia $p_{ij}(t),\ i,j \in S$ istnieją granice:

$$\lambda_i = \lim_{h \to 0^+} \frac{1 - p_{ii}(h)}{h} \leq \infty,\ i \in S \tag{4.4}$$

$$\lambda_{ij} = \lim_{h \to 0^+} \frac{p_{ii}(h)}{h} < \infty,\ i,j \in S,\ i \neq j \tag{4.5}$$

W przypadku gdy $\lambda_{ii} = -\lambda_i$, wielkości $\lambda_{ij},\ i,j \in S$ tworzą macierz funkcyjną, nazywaną macierzą intensywności zmian stanów jednorodnego procesu Markowa:

$$\Lambda = \left[\lambda_{ij} :\ i,j \in S\right] \tag{4.6}$$

o następujących własnościach:

- dla każdych $i,j \in S$, $\lambda_{ij} \geq 0,\ i \neq j$,
- dla każdego $i \in S$, $\lambda_{ii} \leq 0$,
- dla każdych $i,j \in S$, $\sum_{j \in S} \lambda_{ij} = 0$,
- dla każdych $i,j \in S$, $\lambda_{ii} = -\sum_{j \in S} \lambda_{ij},\ i \neq j$.

Twierdzenie 4.2

Dla dowolnego jednorodnego procesu Markowa o skończonym zbiorze stanów *S* i macierzy intensywności $\Lambda = \left[\lambda_{ij} :\ i,j \in S\right]$, w przypadku gdy istnieje liczba $t_m \in R_+$, taka, że macierz $P = \left[p_{ij}(t_m) :\ i,j \in S\right]$ zawiera co najmniej jedną kolumnę złożoną z elementów dodatnich, istnieją prawdopodobieństwa graniczne, stanowiące rozkład graniczny prawdopodobieństw stanów jednorodnego procesu Markowa:

$$p_j^* = P_j = \lim_{t \to \infty} P_j(t) = \lim_{t \to \infty} P_{ij}(t),\ i,j \in S \tag{4.7}$$

spełniające układ równań liniowych postaci:

$$\sum_{i \in S} p_i^* \cdot \lambda_{ij} = 0,\ j \in S \text{ oraz } \sum_{j \in S} p_j^* = 1 \tag{4.8}$$

Szczególnym przypadkiem procesu Markowa jest ciąg losowy nazywany jednorodnym łańcuchem Markowa. Z ogólnej definicji procesu Markowa wynika, że ciąg taki stanowi jednorodny proces Markowa o dyskretnych (skończonych lub przeliczalnych) zbiorach stanów *S* oraz parametrów $T = N_0 = \{0,1,2,...\}$ i rozkładzie początkowym:

$$P\{X(0) = i\} = p_i,\ i \in S \tag{4.9}$$

w przypadku gdy dla dowolnych $n \in N_0$ oraz dowolnych $i,j,i_0,i_1,...,i_{n-1} \in S$ spełnione jest:

$$P\{X(n+1) = j \mid X(n) = i, X(n-1) = i_{n-1},..., X(1) = i_1, X(0) = i_0\} = \\ = P\{X(n+1) = j \mid X(n) = i\} \tag{4.10}$$

oraz:

$$P\{X(n)=i, X(n-1)=i_{n-1},..., X(1)=i_1, X(0)=i_0\}>0 \tag{4.11}$$

Oznacza to, że dla łańcucha Markowa stan w chwili $n + 1$ zależy wyłącznie od stanu w chwili n, a nie zależy od stanów w chwilach wcześniejszych.

Prawdopodobieństwo warunkowe:

$$p_{ij} = P\{X(n+1)= j \mid X(n)= i\} \tag{4.12}$$

jest prawdopodobieństwem przejścia ze stanu $i \in S$ w chwili n do stanu $j \in S$ w chwili $n + 1$.

Kwadratowa macierz liczbowa:

$$P=\left[p_{ij}:\ i,j\in S\right] \tag{4.13}$$

nazywana jest macierzą prawdopodobieństwa przejść jednorodnego łańcucha Markowa $\{X(n): n \in N_0\}$. Macierz ta jest macierzą stochastyczną, co oznacza, że spełnia ona warunki:

$$p_{ij} \geq 0:\ i,j\in S \text{ oraz } \sum_{j\in S} p_{ij}=1,\ i\in S \tag{4.14}$$

Jednowierszowa macierz liczbowa:

$$p=\left[p_i:\ i\in S\right] \tag{4.15}$$

stanowi rozkład początkowy jednorodnego łańcucha Markowa $\{X(n): n \in N_0\}$. Rozkład ten spełnia warunki:

$$p_i \geq 0:\ i\in S \text{ oraz } \sum_{i\in S} p_i=1 \tag{4.16}$$

Macierz prawdopodobieństw przejść $P=\left[p_{ij}:\ i,j\in S\right]$ oraz rozkład początkowy $p=\left[p_i:\ i\in S\right]$ jednoznacznie definiują jednorodny łańcuch Markowa.

W przypadku badania łańcuchów Markowa istotną rolę pełnią charakterystyki graniczne, zwłaszcza granice prawdopodobieństw $p_i(n)$ oraz $p_{ij}(n)$ przy $n\to\infty$, które opisują przebieg procesu po długim czasie obserwacji.

Definicja 4.4

Rozkład prawdopodobieństwa $\pi=\left[\pi_i:\ i\in S\right]$ spełniający układ równań liniowych:

$$\sum_{i\in S}\pi_i \cdot p_{ij}=\pi_j,\ \ j\in S \text{ oraz } \sum_{i\in S}\pi_i=1 \tag{4.17}$$

jest nazywany **rozkładem stacjonarnym** jednorodnego łańcucha Markowa $\{X(n): n \in N_0\}$ o macierzy prawdopodobieństwa przejścia $P=\left[p_{ij}:\ i,j\in S\right]$.

Twierdzenie 4.3

W przypadku gdy jednorodny łańcuch Markowa $\{X(n): n \in N_0\}$ o dyskretnym zbiorze stanów S zawiera dokładnie jedną klasę C stanów powracających i dodatnich,

istnieje **rozkład graniczny** łańcucha Markowa $p=\left[p_i:\ i\in S\right]$, gdzie $p_i=\lim_{n\to\infty} p_i(n),\ i\in S$. Oznacza to, że rozkład graniczny równy jest rozkładowi stacjonarnemu:

$$\pi_i = p_i = \lim_{n\to\infty} p_i(n) = \lim_{n\to\infty} p_{ij}(n),\ i,j\in S \tag{4.18}$$

4.1.3. Proces semi-markowski

Proces semi-markowski jest najczęściej konstruowany za pomocą markowskiego procesu odnowy, który jest dwuwymiarowym łańcuchem Markowa. W celu zdefiniowania markowskiego procesu odnowy określono:

Przestrzeń probabilistyczną (Ω,F,P), na której określony jest dwuwymiarowy ciąg zmiennych losowych $\{(Y_n,Z_n): n\in N_0\}$, gdzie $N_0=N\cup\{0\}$, taki, że:

$$Y_n:\Omega\to S$$

oraz

$$Z_n:\Omega\to R_+$$

gdzie

S – skończony lub przeliczalny zbiór stanów.

Pierwsza składowa tego dwuwymiarowego łańcucha określa następstwo stanów w realizacji procesu semi-markowskiego, natomiast druga składowa oznacza czasy pozostawania w stanach. Zmienne losowe determinujące czasy pozostawania w stanach procesu semi-markowskiego mogą mieć dowolne rozkłady prawdopodobieństwa.

Rozkład początkowy markowskiego procesu odnowy, określony przez wektor $p=\left[p_i(0):\ i\in S\right]$, będący rozkładem prawdopodobieństwa na zbiorze stanów S, gdzie $p_i(0)=P(Y_0=i)\geq 0$ dla każdego $i\in S$ oraz $\sum_{i\in S} p_i(0)=1$.

Jądrem odnowy nazywana jest macierz funkcyjna $Q(t)=\left[Q_{ij}(t):\ i,j\in S\right]$, taka, że poszczególne elementy macierzy $Q_{ij}(t)=P\{Y_{n+1}=j, Z_{n+1}\leq t \mid Y_n=i\}$ dla dowolnych $i,j\in S$ oraz $t\geq 0$ oznaczają prawdopodobieństwa tego, że proces będzie przebywał w stanie $i\in S$ przez czas nie dłuższy niż t oraz że po tym czasie stan procesu zmieni się ze stanu $i\in S$ na stan $j\in S$. Funkcje $Q_{ij}(t)$ dla $i,j\in S$ mają następujące własności:

- dla każdych $i,j\in S$ funkcje $Q_{ij}(t),\ t\geq 0$ są funkcjami niemalejącymi i prawostronnie ciągłymi,
- dla każdych $i,j\in S$, $Q_{ij}(0)=0$ oraz $Q_{ij}(t)\leq 1,\ t\geq 0$,
- dla każdego $i\in S$, $\lim_{t\to\infty}\sum_{j\in S} Q_{ij}(t)=1$.

Dla tak określonego jądra odnowy $Q(t)$ wynika, że dla każdego $i\in S$ funkcja $G_i(t)=\sum_{j\in S} Q_{ij}(t)$ stanowi dystrybuantę rozkładu prawdopodobieństwa skoncentrowanego w zbiorze R_+.

Macierz liczbowa $P = \left[p_{ij} : \ i, j \in S\right]$, której elementy określone są jako prawdopodobieństwa $p_{ij} = P\{Y_{n+1} = j \mid Y_n = i\} = \lim_{t\to\infty} Q_{ij}(t)$ (prawdopodobieństwa zmian stanu procesu z $i \in S$ na stan $j \in S$), jest macierzą stochastyczną. Oznacza to, że dla każdych $i, j \in S$, $p_{ij} \geq 0$ oraz dla każdego $i \in S$, $\sum_{j\in S} p_{ij} = 1$. Macierz P nosi nazwę **macierzy prawdopodobieństw zmian stanów procesu** (macierzy prawdopodobieństw przejść między stanami procesu).

MARKOWSKI PROCES ODNOWY

Na podstawie powyższego markowski proces odnowy można zdefiniować w sposób następujący:

Definicja 4.5

Markowskim procesem odnowy nazywany jest dwuwymiarowy ciąg zmiennych losowych $\{(Y_n, Z_n): n \in N_0\}$ określony przez rozkład początkowy p oraz jądro odnowy $Q(t)$, $t \geq 0$, jeśli spełnione są następujące warunki:

– dla każdych $n \in N_0;\ j \in S;\ t \geq 0$:

$$P\{Y_{n+1} = j, Z_{n+1} \leq t \mid Y_n, Z_n, ..., Y_0, Z_0\} = P\{Y_{n+1} = j, Z_{n+1} \leq t \mid Y_n\} \tag{4.19}$$

– dla każdych $n \in N_0;\ i, j \in S;\ t \geq 0$:

$$P\{Y_{n+1} = j, Z_{n+1} \leq t \mid Y_n = i\} = Q_{ij}(t) \tag{4.20}$$

– dla każdych $i, j \in S$:

$$P\{Y_0 = i, Z_0 = 0\} = P\{Y_0 = i\} = p_i(0) \tag{4.21}$$

Markowski proces odnowy jest szczególnym przypadkiem dwuwymiarowego łańcucha Markowa, którego prawdopodobieństwa zmian stanów są zależne jedynie od dyskretnej współrzędnej.

DEFINICJA I WYBRANE WŁASNOŚCI PROCESU SEMI-MARKOWA

W literaturze przedmiotu różni autorzy w publikacjach dotyczących procesów stochastycznych w różny sposób definiują pojęcie procesu semi-Markowa. Na podstawie analizy literatury w pracy przyjęto następującą definicję procesu semi-Markowa [22, 51, 56, 74, 85, 98]:

Definicja 4.6

Proces losowy $\{X(t): t \geq 0\}$ określony wzorem:

$$X(t) = Y_n, \text{ dla } t_n \leq t < t_{n+1} \tag{4.22}$$

gdzie: $t_n = Z_1 + Z_2 + ... + Z_n$, $n = 1,2,...$ oraz $t_0 = Z_0 = 0$, nazywany jest **procesem semi-Markowa** generowanym przez markowski proces odnowy $\{(Y_n, Z_n): n \in N_0\}$ o rozkładzie początkowym p i jądrze odnowy $Q(t)$, $t \geq 0$.

Proces semi-Markowa jest zatem procesem stochastycznym o dyskretnej przestrzeni stanów S, z ciągłym czasem $t \in R_+$. Jest on określony wtedy, gdy znane jest jego jądro oraz rozkład początkowy. Z definicji procesu semi-markowskiego wynika, że poszczególne realizacje procesu są funkcjami stałymi, prawostronnie ciągłymi w przedziałach $\langle t_n, t_{n+1}\rangle$.

Na podstawie definicji 4.5 oraz 4.6 można stwierdzić, że aktualny stan procesu semi-markowskiego oraz czas jego trwania zależy wyłącznie od stanu poprzedniego procesu, a nie zależy od stanów wcześniejszych procesu i czasów ich trwania. Zmiany stanów procesu semi-markowskiego następują w chwilach odnów markowskiego procesu odnowy. Długości poszczególnych przedziałów $\langle t_n, t_{n+1}\rangle$ są nieujemnymi zmiennymi losowymi o dowolnym rozkładzie prawdopodobieństwa.

Z definicji procesu semi-Markowa wynika, że $X(t_n) = Y_n$ dla $n \in N_0$. Oznacza to, że ciąg losowy $X(t_n): n \in N_0$ jest jednorodnym łańcuchem Markowa o zbiorze stanów S, określonym przez rozkład początkowy $p = [p_i(0): i \in S]$ oraz macierz prawdopodobieństw przejść $P = [p_{ij}: i, j \in S]$, gdzie:

$$p_{ij} = P\{Y_{n+1} = j \mid Y_n = i\} = P\{X(t_{n+1}) = j \mid X(t_n) = i\} = \lim_{t\to\infty} Q_{ij}(t) \tag{4.23}$$

Ciąg ten nazywany jest **włożonym w proces semi-markowski łańcuchem Markowa**. Określa on następstwo stanów procesu semi-markowskiego $X(t): t \geq 0$.

Wówczas funkcja:

$$F_{ij}(t) = P\{t_{n+1} - t_n \leq t \mid X(t_n) = i, X(t_{n+1}) = j\} = \frac{Q_{ij}(t)}{p_{ij}} \tag{4.24}$$

jest dystrybuantą warunkową rozkładu zmiennej losowej Θ_{ij} oznaczającej warunkowy czas trwania stanu $i \in S$, pod warunkiem, że następnym stanem będzie stan $j \in S$. Przekształcając zależność (4.24), dla każdego $i, j \in S$ prawdziwa jest równość:

$$Q_{ij}(t) = p_{ij} \cdot F_{ij}(t): \; i, j \in S \tag{4.25}$$

Związek ten determinuje możliwość określenia procesu semi-markowskiego przez:

- rozkład początkowy $p = [p_i(0): i \in S]$,
- macierz prawdopodobieństw przejść włożonego łańcucha Markowa $P = [p_{ij}: i, j \in S]$,
- macierz dystrybuant warunkowych czasów trwania stanów $F(t) = [F_{ij}(t): i, j \in S]$.

Funkcja:

$$F_i(t) = P\{t_{n+1} - t_n \leq t \mid X(t_n) = i\} = \sum_{j\in S} Q_{ij}(t) \tag{4.26}$$

jest natomiast dystrybuantą bezwarunkową rozkładu zmiennej losowej Θ_i oznaczającej bezwarunkowy czas trwania stanu $i \in S$.

Między procesem semi-Markowa a jednorodnym procesem Markowa o dyskretnym zbiorze stanów S i zbiorze parametrów $t \geq 0$ istnieje związek, tzn. każdy proces Markowa $\{X(t): t \geq 0\}$ o dyskretnym zbiorze stanów S, przedziałami stałych i prawostronnie ciągłych realizacjach oraz macierzy intensywności zmian stanów $\Lambda = [\lambda_{ij}: i, j \in S]$, takiej, że $0 < -\lambda_{ii} = \lambda_i < \infty$, jest procesem semi-Markowa o jądrze $Q(t) = [Q_{ij}(t): i, j \in S]$, gdzie:

$$Q_{ij}(t) = p_{ij}(1 - e^{-\lambda_{ij} t}), \; t \geq 0 \tag{4.27}$$

oraz $p_{ij} = \dfrac{\lambda_{ij}}{\lambda_i}$ dla $i \neq j$ oraz $p_{ii} = 0$. Wynika z tego, że procesy semi-markowskie stanowią szerszą klasę procesów stochastycznych, zawierającą w sobie procesy Markowa.

W modelach opisujących niezawodność rzeczywistych obiektów technicznych charakterystyki procesu semi-Markowa przekładają się na charakterystyki niezawodności modelowanych obiektów. Ważnymi charakterystykami procesu semi-markowskiego są **prawdopodobieństwa przejścia** między stanami procesu, zdefiniowane jako prawdopodobieństwa warunkowe:

$$P_{ij}(t) = P\{X(t) = j \mid X(0) = i\}, \;\; i, j \in S \tag{4.28}$$

Spełniają one równania Fellera [42]:

$$P_{ij}(t) = \delta_{ij}[1 - F_i(t)] + \sum_{k \in S} \int_0^t P_{kj}(t - x) dQ_{ik}(x), \;\; i, j \in S \tag{4.29}$$

Układ ten można rozwiązać, stosując przekształcenie Laplace'a-Stieltjesa. Wówczas układ (4.29), poddany transformacji, przyjmuje następującą postać:

$$\widetilde{p}_{ij}(s) = \delta_{ij}[1 - \widetilde{f}_i(s)] + \sum_{k \in S} \widetilde{q}_{ik}(s) \widetilde{p}_{kj}(s), \;\; i, j \in S \tag{4.30}$$

gdzie:

$$\widetilde{p}_{ij}(s) = \int_0^\infty e^{-st} dP_{ij}(t) \tag{4.31}$$

$$\widetilde{q}_{ik}(s) = \int_0^\infty e^{-st} dQ_{ik}(t) \tag{4.32}$$

$$\widetilde{f}_i(s) = \int_0^\infty e^{-st} dF_i(t) \tag{4.33}$$

Często w przypadku gdy $t \to \infty$, rozkład jednowymiarowy procesu stabilizuje się i prawdopodobieństwa warunkowe $P_{ij}(t)$ oraz prawdopodobieństwa przebywania w stanach procesu $X(t)$ przedstawione zależnością:

$$P_j(t) = P\{X(t) = j\}, \;\; j \in S \tag{4.34}$$

stabilizują się wokół pewnych stałych wartości. Wówczas można je zastąpić prawdopodobieństwami granicznymi:

$$P_{ij} = \lim_{t \to \infty} P_{ij}(t), \;\; i, j \in S \tag{4.35}$$

$$P_j = \lim_{t \to \infty} P_j(t), \;\; i \in S \tag{4.36}$$

W literaturze przedmiotu, np. w pracach [51, 56, 85], przedstawione są twierdzenia i dowody zawierające wystarczające warunki istnienia dla $t \to \infty$, prawdopodobieństw granicznych. Na tej podstawie sformułowano następujące twierdzenie:

Twierdzenie 4.4

Jeżeli włożony łańcuch Markowa $\{X(t_n):\ n \in N_0\}$ w proces semi-markowski $\{X(t):\ t \in R_+\}$ o skończonym zbiorze stanów S i jądrze typu ciągłego zawiera jedną klasę C stanów powracających dodatnich, takich, że dla każdego stanu $i \in S,\ j \in C,\ f_{ij} = 1$ oraz wartości oczekiwane $E(\Theta_i) = \int_0^\infty [1 - F_i(t)]dt,\ i \in S$ bezwarunkowych czasów przebywania w stanach procesu $X(t)$, są dodatnie i skończone, to przy $t \to \infty$ istnieją prawdopodobieństwa graniczne $P_{ij}(t)$ oraz $P_j(t)$, zgodnie ze wzorem [51, 56, 70]:

$$p_j^* = P_{ij} = \lim_{t\to\infty} P_{ij}(t) = P_j = \lim_{t\to\infty} P_j(t) = \frac{\pi_j E(\Theta_j)}{\sum_{j\in S} \pi_j E(\Theta_j)} \tag{4.37}$$

gdzie prawdopodobieństwa $\pi_j,\ j \in S$ stanowią rozkład stacjonarny włożonego łańcucha Markowa, spełniający układ równań liniowych:

$$\sum_{i\in S} \pi_i p_{ij} = \pi_j,\ \ j \in S,\ \ \sum_{i\in S} \pi_i = 1 \tag{4.38}$$

Z powyższego wynika, że przy pewnych założeniach graniczny rozkład procesu semi-Markowa można wyznaczyć na podstawie rozkładu stacjonarnego włożonego łańcucha Markowa oraz wartości oczekiwanych czasów trwania stanów procesu.

4.2. Semi-markowski model procesu eksploatacji środków transportu

Na podstawie przeprowadzonej analizy założeń i ograniczeń uznano proces semi-Markowa oraz teorię dotyczącą modelowania tego procesu jako najlepsze narzędzie – ze względu na cel badań – do matematycznego modelowania rzeczywistego procesu eksploatacji realizowanego w obiekcie badań.

Z definicji proces semi-markowski jest procesem stochastycznym $X(t)$, o dyskretnej przestrzeni stanów S, z „ciągłym czasem" ($t \in R_+$), a aktualny stan procesu i czas jego trwania zależą wyłącznie od stanu poprzedniego, a nie od stanów wcześniejszych i czasów ich trwania. Zasadnicza cecha procesu semi-Markowa, która odróżnia go od procesu Markowa i jednocześnie umożliwia jego szersze zastosowanie do modelowania rzeczywistych procesów eksploatacji obiektów technicznych, polega na tym, że czasy między zmianami kolejnych stanów procesu mogą być opisane dowolnymi rozkładami prawdopodobieństwa.

Stosując do matematycznego modelowania procesu eksploatacji środków transportu teorię dotyczącą procesów semi-Markowa, przyjęto następujące założenia:

- modelowany proces eksploatacji jest procesem losowym $X(t)$ i ma skończoną liczbę stanów $i \in S = \{1,2,...,16\}$,
- jeśli obiekt techniczny w chwili t znajduje się w i-tym stanie, to $X(t) = i$,
- proces losowy $X(t)$ będący matematycznym modelem procesu eksploatacji jest procesem jednorodnym,
- w chwili początkowej $t = 0$ proces losowy $X(t)$ znajduje się w stanie $i = 1$ (stanem początkowym procesu jest stan 1), tzn. $P\{X(0) = 1\} = 1$.

Zakładając, że modelem procesu eksploatacji środków transportu, realizowanego w badanym systemie transportowym, jest jednorodny proces semi-Markowa $X(t)$ o skończonym zbiorze stanów $S = \{1,2,...,16\}$ oraz jeśli:

$X(t)=1$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie postoju na placu zajezdni autobusowej,
$X(t)=2$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie uzdatniania na placu zajezdni autobusowej,
$X(t)=3$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie realizacji zadania przewozowego na trasie,
$X(t)=4$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie oczekiwania po uszkodzeniu na trasie,
$X(t)=5$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie diagnozowania przez jednostkę pogotowia technicznego,
$X(t)=6$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie naprawy przez jednostkę pogotowia technicznego bez utraty kursu,
$X(t)=7$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie naprawy przez jednostkę pogotowia technicznego z utratą kursu,
$X(t)=8$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie oczekiwania na rozpoczęcie realizacji zadania po naprawie przez pogotowie techniczne,
$X(t)=9$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie zjazdu awaryjnego,
$X(t)=10$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie oczekiwania na wjazd na stanowiska podsystemu utrzymania ruchu,
$X(t)=11$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie uzupełniania paliwa,
$X(t)=12$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie realizacji obsługi w dniu użytkowania,
$X(t)=13$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie realizacji okresowej obsługi technicznej,
$X(t)=14$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie diagnozowania przed naprawą w podsystemie utrzymania ruchu,
$X(t)=15$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie naprawy w podsystemie utrzymania ruchu,
$X(t)=16$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie diagnozowania po naprawie w podsystemie utrzymania ruchu.

Proces stochastyczny $X(t)$ będący procesem semi-Markowa o skończonym zbiorze stanów S można w pełni określić za pomocą:
- rozkładu początkowego $p_i(0)$ procesu $X(t)$,
- macierzy P prawdopodobieństw zmian stanów włożonego w proces $X(t)$ łańcucha Markowa,
- macierzy $Q(t)$ jądra procesu semi-Markowa $X(t)$.

Rozkład początkowy procesu semi-Markowa *X(t)*

Z przyjętych założeń rozkład początkowy $p_i(0)$, $i \in S = \{1,2,...,16\}$ ma postać:

$$p_i(0) = \begin{cases} 1, & \text{gdy } i = 1 \\ 0, & \text{gdy } i \neq 1 \end{cases} \tag{4.39}$$

gdzie:

$$p_i(0) = P\{X(0) = i\}, \quad i = 1,2,...,16 \tag{4.40}$$

Rozkład stacjonarny włożonego w proces *X*(*t*) łańcucha Markowa

Na podstawie identyfikacji procesu eksploatacji wyznaczono możliwe zmiany wyróżnionych stanów eksploatacyjnych (w jednym kroku). Założono, że łańcuch utworzony z kodów kolejnych stanów eksploatacyjnych jest jednorodnym łańcuchem Markowa. Prawdopodobieństwa zmiany stanów eksploatacyjnych wyznaczono, zakładając, że każdemu łukowi grafu odwzorowania procesu eksploatacji (rys. 3.2), łączącemu dwa stany procesu, odpowiada wartość prawdopodobieństwa p_{ij} zmiany stanu procesu $X(t)$ ze stanu $i \in S$ do stanu $j \in S$ w czasie obserwacji τ według wzorów:

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_i}, \quad i, j = 1,2,...,m, \quad i \neq j \tag{4.41}$$

$$p_{ii} = 0, \quad i = 1,2,...,m \tag{4.42}$$

gdzie:

n_{ij} – liczba zmian stanu procesu $X(t)$ ze stanu $i \in S$ do stanu $j \in S$ w czasie obserwacji τ,

n_i – sumaryczna liczba wyjść ze stanu $i \in S$ w czasie obserwacji τ.

Liczby te są wartościami estymatorów:

$$N_{ij}(\tau), \quad i, j = 1,2,...,m, \quad i \neq j \tag{4.43}$$

$$N_i(\tau) = \sum_{j \neq i}^{m} N_{ij}(\tau), \quad i = 1,2,...,m \tag{4.44}$$

gdzie:

$N_{ij}(\tau)$ – estymator liczby zmian stanu procesu $X(t)$ ze stanu $i \in S$ do stanu $j \in S$ w czasie obserwacji τ,

$N_i(\tau)$ – estymator sumarycznej liczby wyjść ze stanu $i \in S$ w czasie obserwacji τ.

W celu wyznaczenia prawdopodobieństw granicznych π_i łańcucha Markowa na podstawie grafu skierowanego odwzorowania procesu eksploatacji środków transportu realizowanego w systemie transportowym, przedstawionego na rysunku 3.2, zbudowano macierz prawdopodobieństw zmian stanów włożonego w proces łańcucha Markowa:

$$P = \left[p_{ij}\right], \quad i, j = 1,2,...,16, \quad i \neq j \tag{4.45}$$

gdzie:

p_{ij} – prawdopodobieństwo zmiany stanu procesu $X(t)$ ze stanu $i \in S$ na stan $j \in S$.

Wykonanie obliczeń polegających na wyznaczeniu kolejnych potęg macierzy P (4.45) umożliwiło sformułowanie następującego wniosku:

Wniosek 4.1

W przypadku analizowanego łańcucha Markowa zachodzi twierdzenie ergodyczne, tzn. istnieją granice:

$$\lim_{n\to\infty} p_{ij}(n) = \pi_j, \quad i, j = 1,2,...,16, \quad i \neq j \tag{4.46}$$

gdzie:

$p_{ij}(n)$ – prawdopodobieństwo przejścia ze stanu $i \in S$ do stanu $j \in S$ w n krokach.

Na podstawie macierzy P prawdopodobieństw zmian stanów procesu $X(t)$ (4.45), został zbudowany układu równań liniowych:

$$\sum_{i=1}^{16} p_{ij} \cdot \pi_i = \pi_j, \quad j = 1,2,...,16, \quad i \neq j \tag{4.47}$$

W celu rozwiązania układu równań (4.47) jedno z równań układu zastąpiono warunkiem:

$$\sum_{i=1}^{16} \pi_i = 1 \tag{4.48}$$

Następnie z wykorzystaniem programu opracowanego w systemie MATHEMATICA w wyniku rozwiązania układu równań (4.47) wyznaczono rozkład stacjonarny $\pi = [\pi_1, \pi_2, ..., \pi_{16}]$ włożonego w proces łańcucha Markowa. Ze względu na znaczny stopień złożoności zależności opisujące prawdopodobieństwa graniczne π_i łańcucha Markowa nie zostały przedstawione w pracy.

Na podstawie danych źródłowych, uzyskanych z badań eksploatacyjnych przeprowadzonych w rzeczywistym systemie autobusowego transportu miejskiego, oszacowano wartości elementów macierzy P (4.45), przedstawione w tabeli 4.1.

Tabela 4.1. Wartości macierzy *P* włożonego w proces łańcucha Markowa

Stan procesu	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
1		0,0283	0,9717													
2			1													
3				0,1609						0,8391						
4					0,9758				0,0242							
5						0,5616	0,2242		0,2142							
6			1													
7			0,1022					0,8978								
8			1													
9										1						
10											0,9979				0,0021	
11	0,2095											0,6598		0,0491	0,0816	
12	0,9324												0,0171	0,0152	0,0354	
13	0,7658													0,0570	0,1772	
14															1	
15											0,7041					0,2959
16											0,9681				0,0319	

Następnie dla danych przedstawionych w tabeli 4.1 wyznaczono wartości prawdopodobieństw granicznych π_i włożonego w proces łańcucha Markowa. Wyniki przedstawiono w tabeli 4.2.

Tabela 4.2. Wartości prawdopodobieństw granicznych π_i włożonego w proces łańcucha Markowa

$\pi_1 = 0{,}16413$	$\pi_2 = 0{,}00465$	$\pi_3 = 0{,}18723$	$\pi_4 = 0{,}03013$
$\pi_5 = 0{,}02939$	$\pi_6 = 0{,}01651$	$\pi_7 = 0{,}00659$	$\pi_8 = 0{,}00592$
$\pi_9 = 0{,}00703$	$\pi_{10} = 0{,}16413$	$\pi_{11} = 0{,}19696$	$\pi_{12} = 0{,}12995$
$\pi_{13} = 0{,}00222$	$\pi_{14} = 0{,}01176$	$\pi_{15} = 0{,}03349$	$\pi_{16} = 0{,}00991$

Rozkład graniczny procesu semi-Markowa *X(t)*

W celu wyznaczenia prawdopodobieństw granicznych p_i^* przebywania w stanach procesu semi-Markowa na podstawie grafu skierowanego odwzorowania procesu eksploatacji środków transportu realizowanego w systemie transportowym, przedstawionego na rysunku 3.2, zbudowano macierz jądra procesu:

$$Q(t) = \left[Q_{ij}(t)\right], \quad i, j = 1,2,...,16, \quad i \neq j \tag{4.49}$$

gdzie:

$$Q_{ij}(t) = P\left\{X(t_{n+1}) = j, t_{n+1} - t_n \leq t \middle| X(t_n) = i\right\}, \quad i, j = 1,2,...,16 \tag{4.50}$$

oraz:

$$Q_{ij}(t) = p_{ij} \cdot F_{ij}(t) \tag{4.51}$$

gdzie:

$$p_{ij} = \lim_{t \to \infty} Q_{ij}(t) \tag{4.52}$$

jest prawdopodobieństwem przejścia ze stanu i do stanu j włożonego w proces łańcucha Markowa:

$$F_{ij}(t) = P\left\{t_{n+1} - t_n \leq t \middle| X(t_n) = i, X(t_{n+1}) = j\right\}, \quad i, j = 1,2,...,16 \tag{4.53}$$

jest dystrybuantą rozkładu zmiennej losowej Θ_{ij} oznaczającej czas trwania stanu $i \in S$ pod warunkiem, że następnym stanem będzie stan $j \in S$.

Prawdopodobieństwa graniczne p_i^* przebywania w stanach procesu semi-Markowa zostały natomiast wyznaczone na podstawie twierdzenia granicznego dla procesów semi-markowskich (twierdzenie 4.4) [51, 56, 70] zgodnie ze wzorem:

$$p_i^* = \lim_{t \to \infty} p_i(t) = \frac{\pi_i \cdot E(\Theta_i)}{\sum_{i \in S} \pi_i \cdot E(\Theta_i)} \tag{4.54}$$

gdzie:
prawdopodobieństwa $\pi_i, i \in S$ stanowią rozkład stacjonarny włożonego łańcucha Markowa, który spełnia układ równań liniowych:

$$\sum_{i \in S} \pi_i \cdot p_{ij} = \pi_j, \quad j \in S, \quad \sum_{i \in S} \pi_i = 1 \tag{4.55}$$

oraz wartości oczekiwane $E(\Theta_i)$ czasów trwania stanów procesu opisane są następująco:

$$E(\Theta_i) = \int_0^{\infty} td\left[\sum_{i=1}^{16} Q_{ij}(t)\right], \quad j = 1,2,...,16 \tag{4.56}$$

W celu wyznaczenia zależności opisujących bezwarunkowe czasy trwania stanów procesu Θ_i, $i = 1,2,...,16$ oraz rozkład graniczny procesu semi-Markowa $p^* = [p_1^*, p_2^*,..., p_{16}^*]$ na podstawie grafu skierowanego, przedstawionego na rysunku 3.2, zbudowano macierz wartości oczekiwanych warunkowych czasów trwania stanów procesu $X(t)$:

$$\Theta = [\overline{\Theta}_{ij}], \quad i, j = 1,2,...,16, \quad i \neq j \tag{4.57}$$

Na podstawie macierzy prawdopodobieństw przejść $P = [p_{ij}]$ (4.45) oraz macierzy wartości średnich warunkowych czasów trwania stanów procesu $\Theta = [\overline{\Theta}_{ij}]$ (4.57) zmiennych losowych Θ_{ij} wyznaczono zależności opisujące wartości średnie $\overline{\Theta}_i$ bezwarunkowych czasów trwania stanów procesu według wzoru:

$$\overline{\Theta}_i = \sum_{i=1}^{16} p_{ij} \cdot \overline{\Theta}_{ij}, \quad i, j = 1,2,...,16 \tag{4.58}$$

Następnie z wykorzystaniem programu opracowanego w systemie MATHEMATICA wyznaczono rozkład graniczny procesu semi-Markowa. Ze względu na znaczny stopień złożoności zależności opisujące rozkład graniczny procesu semi-Markowa nie zostały przedstawione w pracy.

Na podstawie danych źródłowych, uzyskanych z badań eksploatacyjnych przeprowadzonych w rzeczywistym systemie autobusowego transportu miejskiego, oszacowano wartości elementów macierzy Θ (4.57) przedstawione w tabeli 4.3.

Tabela 4.3. Wartości macierzy Θ (wartości średnich warunkowych czasów $\overline{\Theta}_{ij}$ [h] trwania stanów procesu semi-Markowa)

Stan procesu	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
1		8,0806	5,5886													
2			0,2797													
3				6,2840						9,3442						
4					0,0522				0,0852							
5						0,0208	0,4010		0,5200							
6			0,0701													
7			0,5322					0,5468								
8			0,4422													
9										0,7118						
10											1,7990				0,8445	
11	0,1080											0,0921		0,0870	0,1020	
12	0,1245												0,1140	0,0680	0,0820	
13	4,5965													1,7430	1,4980	
14															0,3885	
15											3,1687					3,8120
16											0,4265				0,3260	

Dla danych przedstawionych w tabelach 4.1 i 4.3 zostały wyznaczone wartości bezwarunkowych czasów $\overline{\Theta}_i$ trwania poszczególnych stanów procesu oraz wartości rozkładu granicznego procesu semi-Markowa (wartości prawdopodobieństw granicznych przebywania obiektu technicznego w stanach procesu). Wyniki przedstawiono w tabelach 4.4 i 4.5.

Tabela 4.4. Wartości bezwarunkowych czasów $\overline{\Theta}_i$ [h] przebywania w stanach procesu $X(t)$

$\overline{\Theta}_1 = 5{,}659$	$\overline{\Theta}_2 = 0{,}280$	$\overline{\Theta}_3 = 8{,}852$	$\overline{\Theta}_4 = 0{,}053$
$\overline{\Theta}_5 = 0{,}213$	$\overline{\Theta}_6 = 0{,}070$	$\overline{\Theta}_7 = 0{,}545$	$\overline{\Theta}_8 = 0{,}442$
$\overline{\Theta}_9 = 0{,}712$	$\overline{\Theta}_{10} = 1{,}797$	$\overline{\Theta}_{11} = 0{,}096$	$\overline{\Theta}_{12} = 0{,}122$
$\overline{\Theta}_{13} = 3{,}885$	$\overline{\Theta}_{14} = 0{,}389$	$\overline{\Theta}_{15} = 3{,}359$	$\overline{\Theta}_{16} = 0{,}424$

Tabela 4.5. Wartości prawdopodobieństw p_i^* rozkładu granicznego procesu semi-Markowa $X(t)$

$p_1^* = 0{,}30282$	$p_2^* = 0{,}00042$	$p_3^* = 0{,}54035$	$p_4^* = 0{,}00052$
$p_5^* = 0{,}00204$	$p_6^* = 0{,}00039$	$p_7^* = 0{,}00117$	$p_8^* = 0{,}00085$
$p_9^* = 0{,}00163$	$p_{10}^* = 0{,}09614$	$p_{11}^* = 0{,}00614$	$p_{12}^* = 0{,}00518$
$p_{13}^* = 0{,}00281$	$p_{14}^* = 0{,}00149$	$p_{15}^* = 0{,}03668$	$p_{16}^* = 0{,}00137$

Na podstawie analizy wyznaczonych wartości prawdopodobieństw π_i włożonego łańcucha Markowa można stwierdzić, że największe prawdopodobieństwo wejścia do stanów procesu dotyczy stanów:
- **11** – uzupełnianie paliwa,
- **3** – realizacja zadania przewozowego na trasie,
- **10** – oczekiwanie na wjazd na stanowiska podsystemu utrzymania ruchu,
- **1** – postój na placu zajezdni autobusowej,
- **12** – realizacja obsługi w dniu użytkowania.

Z otrzymanych wartości prawdopodobieństwa π_i wynika, że prawdopodobieństwo uszkodzenia obiektu technicznego, realizującego zadanie przewozowe, wynosi ponad 16%. Jednocześnie można zauważyć, że prawdopodobieństwo uzdatniania uszkodzonego obiektu technicznego na trasie przez jednostki pogotowia technicznego wynosi prawie 76,7%. Prawdopodobieństwo skierowania uszkodzonego obiektu technicznego do zajezdni autobusowej (zjazd awaryjny samodzielny lub holowanie) wynosi natomiast ponad 23%. Spośród napraw realizowanych przez jednostki pogotowia technicznego prawie 71,5% stanowią naprawy tzw. drobne, polegające głównie na regulacji lub wymianie niewielkich elementów, wykonywane bez utraty kursu. Pozostałe naprawy (28,5%) realizowane są w czasie dłuższym niż przerwy pomiędzy kursami, co powoduje konieczność zastąpienia uszkodzonego podczas realizacji zadania przewozowego obiektu technicznego obiektem rezerwowym. Prawdopodobieństwo uzdatniania obiektu technicznego na placu zajezdni autobusowej przed przystąpieniem do realizacji zadania przewozowego wynosi prawie 3%. Uzdatnianie obiektu technicznego na placu zajezdni autobusowej realizowane jest w trakcie rezerwy czasowej, przeznaczonej na sprawdzenie i przygotowanie środka transportu przez kierowcę bezpośrednio przed realizacją zadania przewozowego.

Na podstawie wartości bezwarunkowych czasów $\overline{\Theta_i}$ oraz prawdopodobieństw granicznych p_i^* można stwierdzić, że stanami procesu, w których statystyczny obiekt techniczny przebywa najdłużej, są stany:

- **3** (realizacja zadania przewozowego na trasie) – ponad 54% czasu eksploatacji,
- **1** (postój na placu zajezdni autobusowej) – ponad 30% czasu eksploatacji,
- **10** (oczekiwanie na wjazd na stanowiska podsystemu utrzymania ruchu) – prawie 10% czasu eksploatacji,
- **15** (naprawa w podsystemie utrzymania ruchu) – około 3,7% czasu eksploatacji.

Pozostały czas eksploatacji statystycznego obiektu technicznego (środka transportu) dotyczy procesów uzdatniania na stanowiskach podsystemu utrzymania ruchu lub przez jednostki pogotowia technicznego. Sumaryczny udział czasu uzdatniania obiektu technicznego na stanowiskach podsystemu utrzymania ruchu (stany od **11** do **16**) wynosi około 5,5% czasu eksploatacji. Łączny udział czasu uzdatniania obiektu technicznego przez jednostki pogotowia technicznego (stany od **5** do **7** oraz **9**) w całkowitym czasie eksploatacji wynosi natomiast jedynie nieco ponad 0,5%. Jednak jest on istotny ze względu na możliwość prawidłowej realizacji zadania przewozowego.

Z uwagi na znaczną złożoność rozpatrywanych rzeczywistych procesów eksploatacji środków transportu nie jest możliwe przeprowadzenie w sposób łatwy i szybki analizy różnych wariantów realizacji modelowanych procesów. Z tego względu, a także w celu zapewnienia możliwości szerszej analizy badanych modeli procesów eksploatacji, zbudowano symulacyjny model procesu eksploatacji obiektów technicznych. Opracowany model umożliwia realizację eksperymentów symulacyjnych dla różnych liczb zdarzeń eksploatacyjnych (zmian stanów modelu procesu), wartości rozpatrywanych przedziałów czasu, zarówno dla pojedynczego obiektu technicznego, jak i dla określonej liczby obiektów technicznych eksploatowanych w badanym systemie. Program symulacji modelu procesu eksploatacji został zbudowany w taki sposób, że dla danych wejściowych eksperymentu symulacyjnego, opracowanych na podstawie danych eksploatacyjnych, możliwe jest wyznaczenie wartości odpowiednio zdefiniowanych funkcji opisujących realizację badanego procesu. Na podstawie ich wartości możliwa jest ocena poprawności realizowanego procesu eksploatacji obiektów technicznych. Funkcję taką może stanowić np. gotowość obiektów technicznych eksploatowanych w badanym systemie, średni jednostkowy dochód generowany w wyniku realizacji analizowanego procesu.

W celu zapewnienia przejrzystości prezentowanych zagadnień zarówno opis opracowanego programu symulacji procesu eksploatacji środków transportu, jak i wyniki zrealizowanych eksperymentów symulacyjnych przedstawiono w rozdziale 7.5.

5. MODEL OCENY I KSZTAŁTOWANIA GOTOWOŚCI PODSYSTEMU PROCESOWEGO W SYSTEMIE EKSPLOATACJI ŚRODKÓW TRANSPORTU

W analizowanym systemie eksploatacji środków transportu podsystem procesowy PP (wchodzący w skład podsystemu wykonawczego PW) złożony jest z N jednakowych podsystemów elementarnych (środków transportu), sprzężonych odpowiednią strukturą. Celem działania podsystemu procesowego PP jest realizacja przydzielonych zadań przewozowych w kolejnych dobach, zgodnie z przyjętym harmonogramem. Przydzielone zadanie przewozowe określone jest na podstawie informacji zawartej w opisie zadania (zgodnie z przyjętym planem i harmonogramem realizowanych przewozów), dotyczącej:

- wielkości zadania, która określona jest wymaganą liczbą k^{PP} obiektów technicznych (środków transportu), które powinny realizować przydzielone zadanie przewozowe,
- długości przedziału czasu τ^{PP}, w którym przydzielone zadanie przewozowe ma zostać zrealizowane,
- liczby i częstotliwości realizowanych kursów,
- obszaru realizacji zadania przewozowego, wyznaczonego trasami przewozowymi.

W analizowanym systemie autobusowego transportu miejskiego gotowość podsystemu procesowego PP rozumiana jest jako jego zdolność do zrealizowania przydzielonego zadania przewozowego. Miarą gotowości podsystemu procesowego PP jest prawdopodobieństwo określające możliwość przystąpienia do realizacji przydzielonego zadania przewozowego wymaganej liczby obiektów technicznych (środków transportu).

Model oceny i kształtowania gotowości podsystemu procesowego PP do realizacji przydzielonego zadania przewozowego został opracowany na podstawie matematycznego modelu procesu eksploatacji środków transportu, realizowanego w badanym systemie transportowym. Matematyczny model procesu eksploatacji środków transportu został zbudowany z wykorzystaniem teorii procesów semi-Markowa.

Kolejnymi etapami budowy modelu oceny i kształtowania gotowości podsystemu procesowego są:

- identyfikacja procesu eksploatacji środków transportu realizowanego w systemie transportowym (ze szczególnym uwzględnieniem stanów eksploatacyjnych dotyczących podsystemu wykonawczego),
- opracowanie założeń do budowy modelu oceny i kształtowania gotowości podsystemu procesowego PP,
- zbudowanie modelu zdarzeniowego procesu eksploatacji środków transportu realizowanego w systemie transportowym,
- zbudowanie modelu matematycznego procesu eksploatacji środków transportu realizowanego w systemie transportowym (model semi-Markowa),
- zbudowanie modelu gotowości pojedynczego środka transportu na podstawie matematycznego modelu procesu eksploatacji środków transportu,
- wyróżnienie i opis analizowanych poziomów gotowości podsystemu procesowego,
- opracowanie modelu oceny i kształtowania gotowości podsystemu procesowego, złożonego z N obiektów technicznych (środków transportu), umożliwiającego wyznaczenie:

- wymaganej gotowości pojedynczego środka transportu do realizacji przydzielonego zadania przewozowego,
- wymaganej liczby środków transportu eksploatowanych w systemie do realizacji przydzielonego zadania przewozowego,

z uwzględnieniem poziomów gotowości oraz struktury, jaką sprzężone są środki transportu.

5.1. Założenia do budowy modelu oceny i kształtowania gotowości podsystemu procesowego

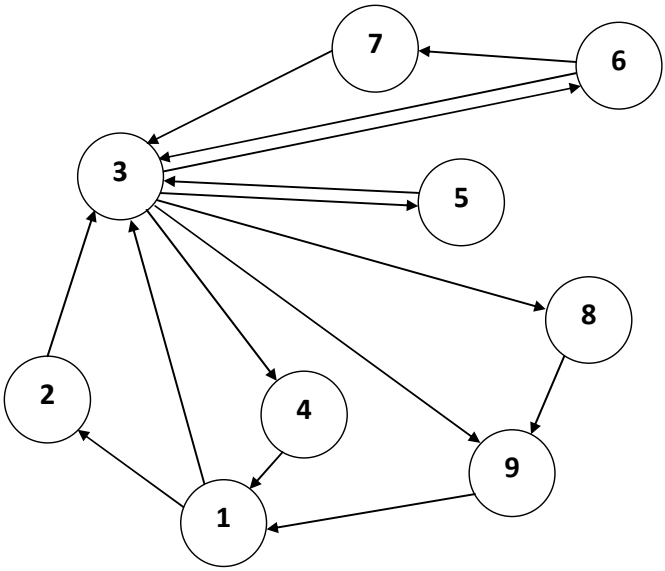
W celu zbudowania matematycznego modelu oceny i kształtowania gotowości podsystemu procesowego PP przyjęto następujące założenia:

- w analizowanym systemie eksploatacji środków transportu zadania przewozowe przydzielone podsystemowi procesowemu PP (w podsystemie wykonawczym PW) realizowane są cyklicznie w kolejnych dobach, zgodnie z przyjętym harmonogramem,
- podsystem procesowy PP złożony jest z N jednakowych podsystemów elementarnych typu <C-OT> (<operator-środek transportu>), sprzężonych strukturą progową typu „k z N”,
- prawidłowa realizacja zadania przewozowego przez podsystem procesowy możliwa jest jedynie wtedy, gdy co najmniej k^{PP} spośród N podsystemów elementarnych jest gotowych do realizacji przydzielonego zadania przewozowego (zdatnych i zaopatrzonych), gdzie: k^{PP} oznacza wymaganą liczbę obiektów technicznych (środków transportu) niezbędnych do prawidłowej realizacji przydzielonego zadania przewozowego,
- w trakcie realizacji procesu eksploatacji poszczególne środki transportu w losowych chwilach t przechodzą ze zbioru stanów gotowości $S_G \in S$ do zbioru stanów niegotowości $S_{NG} \in S$ do realizacji przydzielonego zadania przewozowego (uszkadzają się lub/i konieczne jest ich zaopatrzenie),
- niegotowe środki transportu naprawiane są przez podsystem interwencyjny PI (jednostki pogotowia technicznego) lub kierowane są do poszczególnych stanowisk podsystemu utrzymania ruchu PUR w celu zaopatrzenia oraz przeprowadzenia koniecznych procesów dotyczących zapewnienia zdatności,
- środki transportu uzdatnione lub/i zaopatrzone na stanowiskach PUR i PI kierowane są na określone trasy lub oczekują na przystąpienie do realizacji przydzielonych zadań przewozowych, zgodnie z przyjętym planem i harmonogramem zadań transportowych.

5.2. Gotowość środków transportu

Model oceny i kształtowania gotowości podsystemu procesowego PP został opracowany na podstawie matematycznego modelu procesu eksploatacji środków transportu realizowanego w analizowanym systemie transportowym. Matematyczny model procesu eksploatacji środków transportu został zbudowany na podstawie zmodyfikowanego (uproszczonego) modelu zdarzeniowego procesu eksploatacji. Modyfikacja modelu procesu eksploatacji polegała na zredukowaniu liczby stanów i możliwych przejść między stanami modelu przedstawionego w rozdziale 3.3 (rys. 3.2). W celu ograniczenia

liczby stanów i możliwych przejść między stanami modelu procesu eksploatacji dokonano podziału stanów ze względu na kryterium przynależności do zbioru stanów gotowości $S_G \subset S$ i zbioru stanów niegotowości $S_{NG} \subset S$, gdzie S oznacza zbiór wszystkich stanów modelu procesu eksploatacji oraz $S_G \cup S_{NG} = S$. W wyniku redukcji liczby stanów i przejść między stanami otrzymano uproszczony zdarzeniowy model procesu eksploatacji, przedstawiony na rysunku 5.1.



Rys. 5.1. Graf skierowany odwzorowania procesu eksploatacji środków transportu, realizowanego w systemie transportowym (po redukcji liczby stanów i przejść między stanami); **1** – postój na placu zajezdni autobusowej, **2** – uzdatnianie na placu zajezdni autobusowej, **3** – realizacja zadania przewozowego na trasie, **4** – uzupełnianie paliwa w trakcie realizacji dobowego zadania przewozowego, **5** – uzdatnianie (diagnozowanie i naprawa) przez jednostkę pogotowia technicznego bez utraty kursu, **6** – uzdatnianie (diagnozowanie i naprawa) przez jednostkę pogotowia technicznego z utratą kursu, **7** – oczekiwanie na realizację zadania przewozowego po uzdatnianiu przez pogotowie techniczne, **8** – zjazd awaryjny, **9** – uzdatnianie obiektu technicznego na stanowiskach podsystemu utrzymania ruchu PUR

W przedstawionym zdarzeniowym modelu procesu eksploatacji dokładnej analizie poddano stany eksploatacyjne procesu dotyczące przebywania środków transportu w podsystemie wykonawczym PW (ze względu na przyjęte poziomy gotowości). Stany eksploatacyjne dotyczące podsystemu utrzymania ruchu PUR (w podsystemie logistycznym PL) ze względu na to, że są to stany niegotowości, zostały natomiast zastąpione stanem **9** (zagregowanym ze stanów od **10** do **16** modelu procesu eksploatacji przedstawionego w rozdziale 3.3). Dodatkowo, ze względu na cel badań, został wydzielony stan **4** – uzupełnianie paliwa w trakcie realizacji dobowego zadania przewozowego. Stan ten dotyczy zdatnych obiektów technicznych (środków transportu), w których konieczne jest uzupełnienie paliwa w trakcie realizacji dobowego zadania przewozowego, np. ze względu na wielkość zadania przewozowego (przebieg kilometrowy) lub konieczność użytkowania obiektu technicznego dłużej niż podczas trwania jednej zmiany roboczej (wymiana kierowcy).

Na podstawie zdarzeniowego modelu procesu eksploatacji, przedstawionego na rysunku 5.1, został zbudowany matematyczny model procesu eksploatacji środków transportu przy przyjęciu założenia, że modelem procesu eksploatacji jest model semi-Markowa. Oznacza to, że zmienne losowe opisujące czasy przebywania w stanach modelu procesu mogą mieć dowolne rozkłady prawdopodobieństwa.

Następnie na podstawie opracowanego matematycznego modelu procesu eksploatacji środków transportu zbudowano model oceny gotowości pojedynczego obiektu technicznego (środka transportu) oraz podsystemu procesowego złożonego z N jednorodnych obiektów technicznych (środków transportu), sprzężonych strukturą progową typu „k z N".

5.2.1. Semi-markowski model procesu eksploatacji środków transportu realizowany w podsystemie procesowym

Stosując do matematycznego modelowania procesu eksploatacji procesy semi-Markowa, przyjęto następujące założenia:

- modelowany proces eksploatacji jest procesem losowym $X(t)$ i posiada skończoną liczbę stanów $i \in S = \{1,2,...,9\}$,
- jeśli obiekt techniczny w chwili t znajduje się w i-tym stanie, to $X(t) = i$,
- proces losowy $X(t)$ będący matematycznym modelem procesu eksploatacji jest procesem jednorodnym,
- w chwili początkowej $t = 0$ proces losowy $X(t)$ znajduje się w stanie $i = 1$ (stanem początkowym procesu jest stan 1), tzn. $P\{X(0) = 1\} = 1$.

Założono, że modelem matematycznym analizowanego procesu eksploatacji środków transportu jest jednorodny proces semi-Markowa $X(t)$. Proces $X(t)$ ma skończoną przestrzeń fazową $S = \{1,2,\ldots,9\}$, w szczególności, jeśli:

$X(t)=1$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie postoju na placu zajezdni autobusowej,
$X(t)=2$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie uzdatniania na placu zajezdni autobusowej,
$X(t)=3$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie realizacji zadania przewozowego na trasie,
$X(t)=4$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie uzupełniania paliwa w trakcie realizacji dobowego zadania przewozowego,
$X(t)=5$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie uzdatniania przez jednostkę pogotowia technicznego bez utraty kursu,
$X(t)=6$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie uzdatniania przez jednostkę pogotowia technicznego z utratą kursu,
$X(t)=7$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie oczekiwania na realizację zadania przewozowego po uzdatnianiu przez pogotowie techniczne,
$X(t)=8$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie zjazdu awaryjnego,
$X(t)=9$, to w chwili t obiekt techniczny znajduje się w stanie uzdatniania na stanowiskach podsystemu utrzymania ruchu PUR.

Jednorodny proces semi-markowski jest jednoznacznie określony, gdy dany jest rozkład początkowy oraz jądro procesu. Z przyjętych założeń oraz na podstawie grafu skierowanego przedstawionego na rysunku 5.1 rozkład początkowy $p_i(0)$, $i \in S = \{1,2,...,9\}$, ma postać:

$$p_i(0)=\begin{cases}1, & \text{gdy } i=1\\ 0, & \text{gdy } i\neq 1\end{cases} \tag{5.1}$$

gdzie:

$$p_i(0)=P\{X(0)=i\},\quad i=1,2,...,9 \tag{5.2}$$

natomiast jądro procesu $Q(t)$ ma postać:

$$Q(t)=\begin{bmatrix} 0 & Q_{1,2}(t) & Q_{1,3}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & Q_{2,3}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & Q_{3,4}(t) & Q_{3,5}(t) & Q_{3,6}(t) & 0 & Q_{3,8}(t) & Q_{3,9}(t)\\ Q_{4,1}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & Q_{5,3}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & Q_{6,3}(t) & 0 & 0 & 0 & Q_{6,7}(t) & 0 & 0\\ 0 & 0 & Q_{7,3}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{8,9}(t)\\ Q_{9,1}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.3}$$

gdzie:

$$Q_{ij}(t)=P\{X(t_{n+1})=j, t_{n+1}-t_n\le t \,|\, X(t_n)=i\},\quad i,j=1,2,...,9 \tag{5.4}$$

oraz:

$$Q_{ij}(t)=p_{ij}\cdot F_{ij}(t) \tag{5.5}$$

gdzie:

$$p_{ij}=\lim_{t\to\infty} Q_{ij}(t) \tag{5.6}$$

jest prawdopodobieństwem przejścia ze stanu i do stanu j włożonego w proces łańcucha Markowa:

$$F_{ij}(t)=P\{t_{n+1}-t_n\le t \,|\, X(t_n)=i, X(t_{n+1})=j\},\quad i,j=1,2,...,9 \tag{5.7}$$

jest dystrybuantą rozkładu zmiennej losowej Θ_{ij}, oznaczającej czas trwania stanu $i\in S$, pod warunkiem, że następnym stanem będzie stan $j\in S$.

Wzory opisujące wartości oczekiwane czasów trwania stanów procesu przedstawione są następującymi zależnościami:

$$E(\Theta_1)=\int_0^\infty td\left[Q_{1,2}(t)+Q_{1,3}(t)\right] \tag{5.8}$$

$$E(\Theta_2)=\int_0^\infty td\left[Q_{2,3}(t)\right] \tag{5.9}$$

$$E(\Theta_3)=\int_0^\infty td\left[Q_{3,4}(t)+Q_{3,5}(t)+Q_{3,6}(t)+Q_{3,8}(t)+Q_{3,9}(t)\right] \tag{5.10}$$

$$E(\Theta_4)=\int_0^\infty td\left[Q_{4,1}(t)\right] \tag{5.11}$$

$$E(\Theta_5) = \int_0^\infty td\left[Q_{5,3}(t)\right] \tag{5.12}$$

$$E(\Theta_6) = \int_0^\infty td\left[Q_{6,3}(t) + Q_{6,7}(t)\right] \tag{5.13}$$

$$E(\Theta_7) = \int_0^\infty td\left[Q_{7,3}(t)\right] \tag{5.14}$$

$$E(\Theta_8) = \int_0^\infty td\left[Q_{8,9}(t)\right] \tag{5.15}$$

$$E(\Theta_9) = \int_0^\infty td\left[Q_{9,1}(t)\right] \tag{5.16}$$

Prawdopodobieństwa graniczne p_i^* przebywania w stanach procesu semi-Markowa zostały wyznaczone na podstawie twierdzenia granicznego dla procesów semi--markowskich (twierdzenie 4.4). W celu wyznaczenia zależności opisujących: bezwarunkowe czasy trwania stanów procesu Θ_i, $i = 1,2,...,9$, rozkład stacjonarny $\pi = [\pi_1, \pi_2, ..., \pi_9]$ włożonego łańcucha Markowa oraz rozkład graniczny procesu semi--markowskiego $p^* = [p_1^*, p_2^*, ..., p_9^*]$, na podstawie grafu skierowanego przedstawionego na rysunku 5.1, zostały zbudowane: macierz *P* prawdopodobieństw zmian stanów włożonego w proces łańcucha Markowa oraz macierz Θ wartości oczekiwanych warunkowych czasów trwania stanów procesu *X*(*t*):

$$P = [p_{ij}], \quad i, j = 1,2,...,9, \quad i \neq j \tag{5.17}$$

$$\Theta = [\overline{\Theta}_{ij}], \quad i, j = 1,2,...,9, \quad i \neq j \tag{5.18}$$

Na podstawie macierzy prawdopodobieństw przejść włożonego łańcucha Markowa $P = [p_{i,j}]$ oraz macierzy wartości oczekiwanych warunkowych czasów trwania stanów procesu $\Theta = [\overline{\Theta}_{i,j}]$ zmiennych losowych $\Theta_{i,j}$ wyznaczono wzory opisujące wartości oczekiwane (średnie) $\overline{\Theta}_i$ bezwarunkowych czasów trwania stanów procesu, zgodnie z zależnością:

$$\overline{\Theta}_i = \sum_{i=1}^{9} p_{i,j} \cdot \overline{\Theta}_{i,j}, \quad i, j = 1,2,...,9 \tag{5.19}$$

Wartości oczekiwane bezwarunkowych czasów trwania stanów procesu opisane są następującymi zależnościami:

$$\overline{\Theta}_1 = p_{1,2} \cdot \overline{\Theta}_{1,2} + p_{1,3} \cdot \overline{\Theta}_{1,3} \tag{5.20}$$

$$\overline{\Theta}_2 = p_{2,3} \cdot \overline{\Theta}_{2,3} = \overline{\Theta}_{2,3} \tag{5.21}$$

$$\overline{\Theta}_3 = p_{3,4} \cdot \overline{\Theta}_{3,4} + p_{3,5} \cdot \overline{\Theta}_{3,5} + p_{3,6} \cdot \overline{\Theta}_{3,6} + p_{3,8} \cdot \overline{\Theta}_{3,8} + p_{3,9} \cdot \overline{\Theta}_{3,9} \tag{5.22}$$

$$\overline{\Theta_4} = p_{4,1} \cdot \overline{\Theta}_{4,1} = \overline{\Theta}_{4,1} \tag{5.23}$$

$$\overline{\Theta_5} = p_{5,3} \cdot \overline{\Theta}_{5,3} = \overline{\Theta}_{5,3} \tag{5.24}$$

$$\overline{\Theta_6} = p_{6,3} \cdot \overline{\Theta}_{6,3} + p_{6,7} \cdot \overline{\Theta}_{6,7} \tag{5.25}$$

$$\overline{\Theta_7} = p_{7,3} \cdot \overline{\Theta}_{7,3} = \overline{\Theta}_{7,3} \tag{5.26}$$

$$\overline{\Theta_8} = p_{8,9} \cdot \overline{\Theta}_{8,9} = \overline{\Theta}_{8,9} \tag{5.27}$$

$$\overline{\Theta_9} = p_{9,1} \cdot \overline{\Theta}_{9,1} = \overline{\Theta}_{9,1} \tag{5.28}$$

Następnie z wykorzystaniem programu opracowanego w systemie MATHEMATICA wyznaczono rozkład stacjonarny włożonego w proces łańcucha Markowa oraz rozkład graniczny procesu semi-Markowa:

– rozkład stacjonarny włożonego w proces łańcucha Markowa:

$$\pi_1 = \frac{p_{3,4} + p_{3,8} + p_{3,9}}{1 + \left[\left(2 + p_{1,2}\right) \cdot \left(p_{3,4} + p_{3,8} + p_{3,9}\right)\right] + p_{3,5} + \left[p_{3,6} \cdot \left(1 + p_{6,7}\right)\right] + p_{3,8}} \tag{5.29}$$

$$\pi_2 = \frac{p_{1,2}\left(p_{3,4} + p_{3,8} + p_{3,9}\right)}{1 + \left[\left(2 + p_{1,2}\right) \cdot \left(p_{3,4} + p_{3,8} + p_{3,9}\right)\right] + p_{3,5} + \left[p_{3,6} \cdot \left(1 + p_{6,7}\right)\right] + p_{3,8}} \tag{5.30}$$

$$\pi_3 = \frac{1}{1 + \left[\left(2 + p_{1,2}\right) \cdot \left(p_{3,4} + p_{3,8} + p_{3,9}\right)\right] + p_{3,5} + \left[p_{3,6} \cdot \left(1 + p_{6,7}\right)\right] + p_{3,8}} \tag{5.31}$$

$$\pi_4 = \frac{p_{3,4}}{1 + \left[\left(2 + p_{1,2}\right) \cdot \left(p_{3,4} + p_{3,8} + p_{3,9}\right)\right] + p_{3,5} + \left[p_{3,6} \cdot \left(1 + p_{6,7}\right)\right] + p_{3,8}} \tag{5.32}$$

$$\pi_5 = \frac{p_{3,5}}{1 + \left[\left(2 + p_{1,2}\right) \cdot \left(p_{3,4} + p_{3,8} + p_{3,9}\right)\right] + p_{3,5} + \left[p_{3,6} \cdot \left(1 + p_{6,7}\right)\right] + p_{3,8}} \tag{5.33}$$

$$\pi_6 = \frac{p_{3,6}}{1 + \left[\left(2 + p_{1,2}\right) \cdot \left(p_{3,4} + p_{3,8} + p_{3,9}\right)\right] + p_{3,5} + \left[p_{3,6} \cdot \left(1 + p_{6,7}\right)\right] + p_{3,8}} \tag{5.34}$$

$$\pi_7 = \frac{p_{3,6} \cdot p_{6,7}}{1 + \left[\left(2 + p_{1,2}\right) \cdot \left(p_{3,4} + p_{3,8} + p_{3,9}\right)\right] + p_{3,5} + \left[p_{3,6} \cdot \left(1 + p_{6,7}\right)\right] + p_{3,8}} \tag{5.35}$$

$$\pi_8 = \frac{p_{3,8}}{1 + \left[\left(2 + p_{1,2}\right) \cdot \left(p_{3,4} + p_{3,8} + p_{3,9}\right)\right] + p_{3,5} + \left[p_{3,6} \cdot \left(1 + p_{6,7}\right)\right] + p_{3,8}} \tag{5.36}$$

$$\pi_9 = \frac{p_{3,8} + p_{3,9}}{1 + \left[\left(2 + p_{1,2}\right) \cdot \left(p_{3,4} + p_{3,8} + p_{3,9}\right)\right] + p_{3,5} + \left[p_{3,6} \cdot \left(1 + p_{6,7}\right)\right] + p_{3,8}} \tag{5.37}$$

– rozkład graniczny procesu semi-markowskiego:

$$p_1^* = \frac{\left(p_{3,4}+p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\overline{\Theta_1}}{\left[\left(p_{3,4}+p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\left(\overline{\Theta_1}+p_{1,2}\cdot\overline{\Theta_2}\right)\right]+\overline{\Theta_3}+p_{3,4}\cdot\overline{\Theta_4}+p_{3,5}\cdot\overline{\Theta_5}+\left[p_{3,6}\cdot\left(\overline{\Theta_6}+p_{6,7}\cdot\overline{\Theta_7}\right)\right]+p_{3,8}\cdot\overline{\Theta_8}+\left(p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\overline{\Theta_9}} \tag{5.38}$$

$$p_2^* = \frac{p_{1,2}\cdot\left(p_{3,4}+p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\overline{\Theta_2}}{\left[\left(p_{3,4}+p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\left(\overline{\Theta_1}+p_{1,2}\cdot\overline{\Theta_2}\right)\right]+\overline{\Theta_3}+p_{3,4}\cdot\overline{\Theta_4}+p_{3,5}\cdot\overline{\Theta_5}+\left[p_{3,6}\cdot\left(\overline{\Theta_6}+p_{6,7}\cdot\overline{\Theta_7}\right)\right]+p_{3,8}\cdot\overline{\Theta_8}+\left(p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\overline{\Theta_9}} \tag{5.39}$$

$$p_3^* = \frac{\overline{\Theta_3}}{\left[\left(p_{3,4}+p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\left(\overline{\Theta_1}+p_{1,2}\cdot\overline{\Theta_2}\right)\right]+\overline{\Theta_3}+p_{3,4}\cdot\overline{\Theta_4}+p_{3,5}\cdot\overline{\Theta_5}+\left[p_{3,6}\cdot\left(\overline{\Theta_6}+p_{6,7}\cdot\overline{\Theta_7}\right)\right]+p_{3,8}\cdot\overline{\Theta_8}+\left(p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\overline{\Theta_9}} \tag{5.40}$$

$$p_4^* = \frac{p_{3,4}\cdot\overline{\Theta_4}}{\left[\left(p_{3,4}+p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\left(\overline{\Theta_1}+p_{1,2}\cdot\overline{\Theta_2}\right)\right]+\overline{\Theta_3}+p_{3,4}\cdot\overline{\Theta_4}+p_{3,5}\cdot\overline{\Theta_5}+\left[p_{3,6}\cdot\left(\overline{\Theta_6}+p_{6,7}\cdot\overline{\Theta_7}\right)\right]+p_{3,8}\cdot\overline{\Theta_8}+\left(p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\overline{\Theta_9}} \tag{5.41}$$

$$p_5^* = \frac{p_{3,5}\cdot\overline{\Theta_5}}{\left[\left(p_{3,4}+p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\left(\overline{\Theta_1}+p_{1,2}\cdot\overline{\Theta_2}\right)\right]+\overline{\Theta_3}+p_{3,4}\cdot\overline{\Theta_4}+p_{3,5}\cdot\overline{\Theta_5}+\left[p_{3,6}\cdot\left(\overline{\Theta_6}+p_{6,7}\cdot\overline{\Theta_7}\right)\right]+p_{3,8}\cdot\overline{\Theta_8}+\left(p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\overline{\Theta_9}} \tag{5.42}$$

$$p_6^* = \frac{p_{3,6}\cdot\overline{\Theta_6}}{\left[\left(p_{3,4}+p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\left(\overline{\Theta_1}+p_{1,2}\cdot\overline{\Theta_2}\right)\right]+\overline{\Theta_3}+p_{3,4}\cdot\overline{\Theta_4}+p_{3,5}\cdot\overline{\Theta_5}+\left[p_{3,6}\cdot\left(\overline{\Theta_6}+p_{6,7}\cdot\overline{\Theta_7}\right)\right]+p_{3,8}\cdot\overline{\Theta_8}+\left(p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\overline{\Theta_9}} \tag{5.43}$$

$$p_7^* = \frac{p_{3,6}\cdot p_{6,7}\cdot\overline{\Theta_7}}{\left[\left(p_{3,4}+p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\left(\overline{\Theta_1}+p_{1,2}\cdot\overline{\Theta_2}\right)\right]+\overline{\Theta_3}+p_{3,4}\cdot\overline{\Theta_4}+p_{3,5}\cdot\overline{\Theta_5}+\left[p_{3,6}\cdot\left(\overline{\Theta_6}+p_{6,7}\cdot\overline{\Theta_7}\right)\right]+p_{3,8}\cdot\overline{\Theta_8}+\left(p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\overline{\Theta_9}} \tag{5.44}$$

$$p_8^* = \frac{p_{3,8}\cdot\overline{\Theta_8}}{\left[\left(p_{3,4}+p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\left(\overline{\Theta_1}+p_{1,2}\cdot\overline{\Theta_2}\right)\right]+\overline{\Theta_3}+p_{3,4}\cdot\overline{\Theta_4}+p_{3,5}\cdot\overline{\Theta_5}+\left[p_{3,6}\cdot\left(\overline{\Theta_6}+p_{6,7}\cdot\overline{\Theta_7}\right)\right]+p_{3,8}\cdot\overline{\Theta_8}+\left(p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\overline{\Theta_9}} \tag{5.45}$$

$$p_9^* = \frac{\left(p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\overline{\Theta_9}}{\left[\left(p_{3,4}+p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\left(\overline{\Theta_1}+p_{1,2}\cdot\overline{\Theta_2}\right)\right]+\overline{\Theta_3}+p_{3,4}\cdot\overline{\Theta_4}+p_{3,5}\cdot\overline{\Theta_5}+\left[p_{3,6}\cdot\left(\overline{\Theta_6}+p_{6,7}\cdot\overline{\Theta_7}\right)\right]+p_{3,8}\cdot\overline{\Theta_8}+\left(p_{3,8}+p_{3,9}\right)\cdot\overline{\Theta_9}} \tag{5.46}$$

Na podstawie danych źródłowych, uzyskanych z badań eksploatacyjnych przeprowadzonych w rzeczywistym systemie autobusowego transportu miejskiego, oszacowano wartości elementów macierzy P (5.17) oraz macierzy Θ (5.18). Wówczas macierze P oraz Θ, określone są następująco:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}02831 & 0{,}97169 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}14377 & 0{,}08818 & 0{,}03520 & 0 & 0{,}03753 & 0{,}69532 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}10224 & 0 & 0 & 0 & 0{,}89776 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} 0 & 8{,}081 & 5{,}589 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}280 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 6{,}394 & 6{,}122 & 0 & 6{,}178 & 10{,}656 \\ 0{,}743 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}091 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}975 & 0 & 0 & 0 & 1{,}002 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}442 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}188 \\ 3{,}203 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

W macierzy Θ wartości oczekiwane warunkowych czasów $\overline{\Theta}_{i,j}$ trwania stanów procesu wyrażone są w [h]. Następnie dla danych przedstawionych w macierzach P i Θ zostały wyznaczone wartości oczekiwane bezwarunkowych czasów trwania poszczególnych stanów procesu, rozkład stacjonarny włożonego w proces łańcucha Markowa oraz rozkład graniczny procesu semi-Markowa (wartości prawdopodobieństw granicznych przebywania w stanach procesu). Wyniki przedstawiono w tabelach 5.1-5.3.

Tabela 5.1. Wartości bezwarunkowych czasów $\overline{\Theta}_i$ [h] przebywania w stanach procesu semi-Markowa

$\overline{\Theta}_1 = 5{,}659$	$\overline{\Theta}_2 = 0{,}280$	$\overline{\Theta}_3 = 8{,}852$
$\overline{\Theta}_4 = 0{,}743$	$\overline{\Theta}_5 = 0{,}091$	$\overline{\Theta}_6 = 0{,}999$
$\overline{\Theta}_7 = 0{,}442$	$\overline{\Theta}_8 = 1{,}188$	$\overline{\Theta}_9 = 3{,}203$

Tabela 5.2. Wartości prawdopodobieństw π_i rozkładu stacjonarnego włożonego w proces łańcucha Markowa

$\pi_1 = 0{,}29510$	$\pi_2 = 0{,}00836$	$\pi_3 = 0{,}33664$
$\pi_4 = 0{,}04840$	$\pi_5 = 0{,}02968$	$\pi_6 = 0{,}01185$
$\pi_7 = 0{,}01064$	$\pi_8 = 0{,}01263$	$\pi_9 = 0{,}24670$

Tabela 5.3. Wartości prawdopodobieństw p_i^* rozkładu granicznego procesu semi-Markowa

$p_1^* = 0{,}30296$	$p_2^* = 0{,}00042$	$p_3^* = 0{,}54055$
$p_4^* = 0{,}00652$	$p_5^* = 0{,}00049$	$p_6^* = 0{,}00215$
$p_7^* = 0{,}00085$	$p_8^* = 0{,}00272$	$p_9^* = 0{,}14334$

5.2.2. Gotowość pojedynczego obiektu technicznego (środka transportu) w podsystemie procesowym

Ogólnie gotowość obiektu technicznego określa się jako cechę obiektu technicznego, która charakteryzuje go pod względem możliwości terminowego osiągania lub utrzymania stanu gotowości (obiekt zdatny i zaopatrzony) do realizacji przydzielonego zadania w chwili t lub w przedziale czasu τ_g rezerwy czasowej przeznaczonej na zaopatrzenie i/lub uzdatnienie obiektu.

Gotowość pojedynczego obiektu technicznego (środka transportu) G^{OT} może być wyznaczana na podstawie matematycznego modelu procesu eksploatacji realizowanego w badanym systemie transportowym (np. modelu Markowa lub semi-Markowa). Wówczas gotowość pojedynczego obiektu technicznego określona jest jako suma prawdopodobieństw granicznych p_i^* przebywania procesu w stanach należących do zbioru stanów gotowości S_G, zgodnie z zależnością:

$$G^{OT} = \sum_i p_i^*, \quad i \in S_G, \quad i = 1,2,...,9 \tag{5.47}$$

W celu wyznaczenia gotowości obiektów technicznych (środków transportu) na podstawie semi-markowskiego modelu procesu eksploatacji stany eksploatacyjne obiektu technicznego należy podzielić na stany należące do zbioru stanów gotowości S_G oraz stany należące do zbioru stanów niegotowości S_{NG} obiektu technicznego do realizacji przydzielonego zadania. Do zbioru stanów gotowości S_G obiektu technicznego należą stany, w których obiekt wraz z operatorem przebywa w systemie eksploatacji, jest zdatny i zaopatrzony lub zostanie uzdatniony i/lub zaopatrzony w czasie krótszym niż czas przeznaczonej na ten cel rezerwy czasowej. Zbiór stanów niegotowości S_{NG} obiektu technicznego zawiera stany, w których obiekt lub operator przebywa poza systemem eksploatacji (zdatny lub niezdatny), a także, gdy niezdatny i/lub niezaopatrzony obiekt znajduje się w systemie eksploatacji.

Dla modelu procesu eksploatacji środków transportu, przedstawionego na rysunku 5.1, wartość gotowości obiektów technicznych wyznaczana jest dla trzech wyróżnionych poziomów:

- gotowość pierwszego poziomu $G_{(1)}^{OT}$ wyznaczana jest dla obiektów, które są zdatne i zaopatrzone; w przypadku badanego systemu dotyczy obiektów technicznych, które realizują przydzielone zadanie lub oczekują na przystąpienie do realizacji zadania na placu zajezdni autobusowej lub po naprawie zrealizowanej przez pogotowie techniczne,
- gotowość drugiego poziomu $G_{(2)}^{OT}$ wyznaczana jest dodatkowo dla obiektów technicznych zdatnych, które należy zaopatrzyć np. w paliwo, jednak proces zaopatrywania zostanie zrealizowany w czasie $T_z \leq \tau_{gz}$ krótszym niż czas rezerwy czasowej przeznaczonej na zaopatrzenie obiektów technicznych bez utraty kursu, tzn. w czasie przerw między kursami, określonych harmonogramem realizacji zadań przewozowych (rozkładem jazdy),

– gotowość trzeciego poziomu $G_{(3)}^{OT}$ wyznaczana jest dodatkowo dla obiektów technicznych niezdatnych, które uszkodziły się na placu postojowym zajezdni autobusowej w trakcie oczekiwania na realizację zadania przewozowego lub na trasie w trakcie realizacji zadania przewozowego, jednak zostały uzdatnione przez specjalistów stacji obsług zajezdni autobusowej lub jednostek pogotowia technicznego w czasie $T_u \leq \tau_{gu}$ krótszym niż czas rezerwy czasowej przeznaczonej na uzdatnienie obiektów technicznych bez utraty kursu, tzn. w czasie przerw między kursami, zgodnie z harmonogramem realizacji zadań przewozowych (rozkładem jazdy).

W rozpatrywanym modelu zakłada się, że zarówno zaopatrzenie obiektu technicznego w czasie rezerwy czasowej τ_{gz}, jak i uzdatnienie w czasie rezerwy czasowej τ_{gu} nie powodują zakłócenia w realizacji zadania, a tym samym konieczności zastąpienia obiektu zaopatrywanego lub uzdatnianego innym obiektem (obiektem rezerwowym).

W modelu procesu eksploatacji, przedstawionym na rysunku 5.1, dla poszczególnych poziomów gotowości wyróżniono następujące stany gotowości obiektu technicznego:

- dla poziomu pierwszego:
  - stan **1** – postój na placu zajezdni autobusowej,
  - stan **3** – realizacja zadania przewozowego na trasie,
  - stan **7** – oczekiwanie na realizację zadania przewozowego po uzdatnianiu przez pogotowie techniczne,
- dla poziomu drugiego:
  - stan **1** – postój na placu zajezdni autobusowej,
  - stan **3** – realizacja zadania przewozowego na trasie,
  - stan **7** – oczekiwanie na realizację zadania przewozowego po uzdatnianiu przez pogotowie techniczne,
  - stan **4** – uzupełnianie paliwa w trakcie realizacji dobowego zadania przewozowego,
- dla poziomu trzeciego:
  - stan **1** – postój na placu zajezdni autobusowej,
  - stan **3** – realizacja zadania przewozowego na trasie,
  - stan **7** – oczekiwanie na realizację zadania przewozowego po uzdatnianiu przez pogotowie techniczne,
  - stan **4** – uzupełnianie paliwa w trakcie realizacji dobowego zadania przewozowego,
  - stan **2** – uzdatnianie na placu zajezdni autobusowej,
  - stan **5** – uzdatnianie przez jednostkę pogotowia technicznego bez utraty kursu.

Gotowość obiektów technicznych systemu transportowego opisana jest wówczas następującymi zależnościami:

$$G_{(1)}^{OT} = p_1^* + p_3^* + p_7^* \tag{5.48}$$

$$G_{(2)}^{OT} = p_1^* + p_3^* + p_7^* + p_4^* \tag{5.49}$$

$$G_{(3)}^{OT} = p_1^* + p_3^* + p_7^* + p_4^* + p_2^* + p_5^* \tag{5.50}$$

Z uwzględnieniem powyższego oraz zależności opisujących graniczne prawdopodobieństwa p_i^* przebywania w stanach analizowanego procesu $X(t)$ (opisane zależnościami 5.38-5.46) gotowość środków transportu w badanym systemie dla poszczególnych poziomów opisana jest następującymi zależnościami:

$$G_{(1)}^{OT} = \frac{(p_{34}+p_{38}+p_{39})\cdot\overline{\Theta_1}+\overline{\Theta_3}+p_{36}\cdot p_{67}\cdot\overline{\Theta_7}}{\left[(p_{34}+p_{38}+p_{39})\cdot(\overline{\Theta_1}+p_{12}\cdot\overline{\Theta_2})\right]+\overline{\Theta_3}+p_{34}\cdot\overline{\Theta_4}+p_{35}\cdot\overline{\Theta_5}+\left[p_{36}\cdot(\overline{\Theta_6}+p_{67}\cdot\overline{\Theta_7})\right]+p_{38}\cdot\overline{\Theta_8}+(p_{38}+p_{39})\cdot\overline{\Theta_9}} \tag{5.51}$$

$$G_{(2)}^{OT} = \frac{(p_{34}+p_{38}+p_{39})\cdot\overline{\Theta_1}+\overline{\Theta_3}+p_{34}\cdot\overline{\Theta_4}+p_{36}\cdot p_{67}\cdot\overline{\Theta_7}}{\left[(p_{34}+p_{38}+p_{39})\cdot(\overline{\Theta_1}+p_{12}\cdot\overline{\Theta_2})\right]+\overline{\Theta_3}+p_{34}\cdot\overline{\Theta_4}+p_{35}\cdot\overline{\Theta_5}+\left[p_{36}\cdot(\overline{\Theta_6}+p_{67}\cdot\overline{\Theta_7})\right]+p_{38}\cdot\overline{\Theta_8}+(p_{38}+p_{39})\cdot\overline{\Theta_9}} \tag{5.52}$$

$$G_{(3)}^{OT} = \frac{(p_{34}+p_{38}+p_{39})\cdot(\overline{\Theta_1}+p_{12}\cdot\overline{\Theta_2})+\overline{\Theta_3}+p_{34}\cdot\overline{\Theta_4}+p_{35}\cdot\overline{\Theta_5}+p_{36}\cdot p_{67}\cdot\overline{\Theta_7}}{\left[(p_{34}+p_{38}+p_{39})\cdot(\overline{\Theta_1}+p_{12}\cdot\overline{\Theta_2})\right]+\overline{\Theta_3}+p_{34}\cdot\overline{\Theta_4}+p_{35}\cdot\overline{\Theta_5}+\left[p_{36}\cdot(\overline{\Theta_6}+p_{67}\cdot\overline{\Theta_7})\right]+p_{38}\cdot\overline{\Theta_8}+(p_{38}+p_{39})\cdot\overline{\Theta_9}} \tag{5.53}$$

Następnie z wykorzystaniem powyższych wzorów na podstawie wartości prawdopodobieństw granicznych p_i^* przebywania w stanach procesu semi-Markowa, przedstawionych w tabeli 5.3, wyznaczono wartości gotowości pojedynczego obiektu technicznego eksploatowanego w badanym systemie transportowym. Otrzymane wyniki przedstawiono w tabeli 5.4.

Gotowość obiektów technicznych (środków transportu) G^{OT}, eksploatowanych w systemie autobusowej komunikacji miejskiej, wyznaczana na podstawie semi-markowskiego modelu procesu eksploatacji, zależy od wartości prawdopodobieństw przejść między stanami procesu $p_{i,j}$ (wartości elementów macierzy P) oraz wartości oczekiwanych warunkowych czasów trwania stanów procesu $\overline{\Theta}_{i,j}$ (wartości elementów macierzy Θ). Zwiększenie wartości prawdopodobieństw przejść między stanami procesu oraz warunkowych czasów trwania stanów procesu zaliczanych do stanów gotowości powoduje zwiększenie wartości gotowości obiektów technicznych.

Tabela 5.4. Wartości gotowości środków transportu eksploatowanych w systemie autobusowej komunikacji miejskiej (wyznaczone dla poszczególnych poziomów gotowości)

$G_{(1)}^{OT}$	$G_{(2)}^{OT}$	$G_{(3)}^{OT}$
0,8443	0,8509	0,8518

Na wartość gotowości obiektów technicznych (środków transportu) G^{OT} systemu transportowego wpływa wiele czynników. W szczególności są to:

- w przypadku pierwszego poziomu:
  - niezawodność eksploatowanych obiektów technicznych,
  - skuteczność procesów uzdatniania realizowanych na stanowiskach podsystemu utrzymania ruchu oraz przez jednostki pogotowia technicznego,
  - odpowiednia liczba obiektów rezerwowych,
- w przypadku drugiego poziomu:
  - liczba stanowisk podsystemu zaopatrywania w paliwo,
  - wydajność stanowisk podsystemu zaopatrywania w paliwo,
  - wartość rezerwy czasowej przeznaczonej na zaopatrzenie obiektów technicznych bez utraty kursu,

- w przypadku trzeciego poziomu:
  - liczba jednostek pogotowia technicznego,
  - wyposażenie jednostek pogotowia technicznego w narzędzia i urządzenia pośredniczące w uzdatnianiu obiektów technicznych, które zapewniają wysoką wydajność realizowanych napraw,
  - podatność obsługowa i naprawcza obiektów technicznych (środków transportu),
  - wartość rezerwy czasowej przeznaczonej na uzdatnienie obiektów technicznych bez utraty kursu.

Otrzymane na podstawie danych eksploatacyjnych wartości gotowości środków transportu, przedstawione w tabeli 5.4, nie są wysokie. Należy jednak mieć na uwadze fakt, że wysoką gotowość podsystemu procesowego PP, złożonego z liczby N środków transportu, można uzyskać w wyniku zastosowania odpowiedniej struktury, którą sprzężone są obiekty techniczne oraz liczby obiektów rezerwowych. Poniżej przedstawiono sposób wyznaczania i oceny gotowości podsystemu procesowego do realizacji przydzielonego zadania przewozowego, złożonego z liczby N środków transportu sprzężonych strukturą progową.

5.3. Gotowość podsystemu procesowego o strukturze progowej do realizacji przydzielonego zadania przewozowego

W złożonych systemach eksploatacji środków transportu, do których należą systemy autobusowej komunikacji miejskiej, oprócz obiektów technicznych podstawowych przeznaczonych do realizacji zadania przewozowego, eksploatowane są dodatkowe obiekty techniczne, tzw. obiekty rezerwowe. Zadaniem obiektu rezerwowego jest zastąpienie obiektu podstawowego (kontynuowanie zadania przydzielonego obiektowi podstawowemu) w przypadku gdy realizacja zadania przez obiekt podstawowy nie jest możliwa, np. z powodu jego uszkodzenia. W przypadku stosowania obiektów rezerwowych struktura, jaką sprzężone są obiekty techniczne, jest strukturą progową. Cechą systemów o strukturze progowej jest możliwość prawidłowej realizacji przydzielonego zadania (np. przez podsystem procesowy PP), nawet wówczas, gdy pewna liczba obiektów technicznych (środków transportu), eksploatowanych w systemie, jest niegotowa do realizacji zadania (obiekty niezdatne i/lub niezaopatrzone). Dopuszczalna liczba niegotowych obiektów technicznych w systemie dla danego przydzielonego zadania przewozowego nie może być większa niż $M_{wym} \le N - k^{PP}$, gdzie: N oznacza liczbę wszystkich obiektów technicznych eksploatowanych w systemie, a k^{PP} – wymaganą minimalną liczbę obiektów gotowych, niezbędnych do prawidłowej realizacji przydzielonego zadania przewozowego.

Gotowość podsystemu procesowego, złożonego z N obiektów technicznych o strukturze progowej, dla którego wymagana minimalna liczba obiektów gotowych do realizacji przydzielonego zadania przewozowego wynosi k^{PP}, opisana jest zależnością:

$$G^{PP} = \sum_{i=k^{PP}}^{N} \binom{N}{i} \cdot \left[G^{OT}\right]^{i} \cdot \left[1 - G^{OT}\right]^{N-i} \tag{5.54}$$

gdzie:

G^{OT} – gotowość pojedynczego obiektu technicznego (środka transportu), wyznaczana na podstawie matematycznego modelu procesu eksploatacji realizowanego w badanym systemie transportowym według zależności (5.47).

Na podstawie zależności przedstawionej za pomocą wzoru (5.54) gotowość podsystemu procesowego G^{PP} jest wielkością zależną od wartości trzech parametrów:

k^{PP} – wymaganej liczby obiektów technicznych (środków transportu) gotowych do realizacji przydzielonego zadania przewozowego,

G^{OT} – gotowości pojedynczego obiektu technicznego (środka transportu),

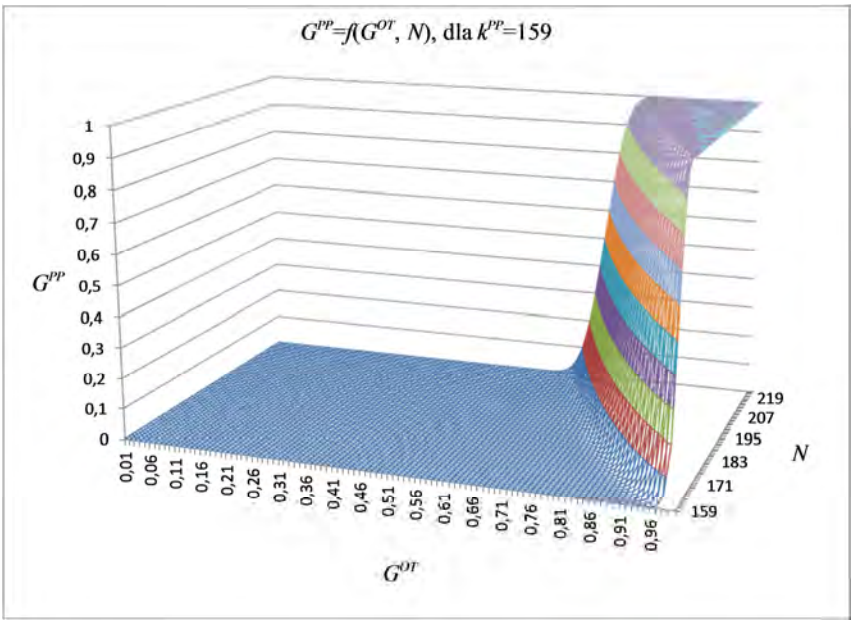
N – liczby obiektów technicznych eksploatowanych w systemie.

Wynika z tego, że w przypadku podsystemu procesowego o strukturze progowej, dla danego zadania przewozowego, określonego wymaganą liczbą k^{PP} środków transportu gotowych w systemie do realizacji zadania przewozowego, możliwe jest kształtowanie gotowości podsystemu procesowego G^{PP} przez dobór odpowiedniej liczby N obiektów technicznych eksploatowanych w systemie oraz ich gotowości G^{OT}.

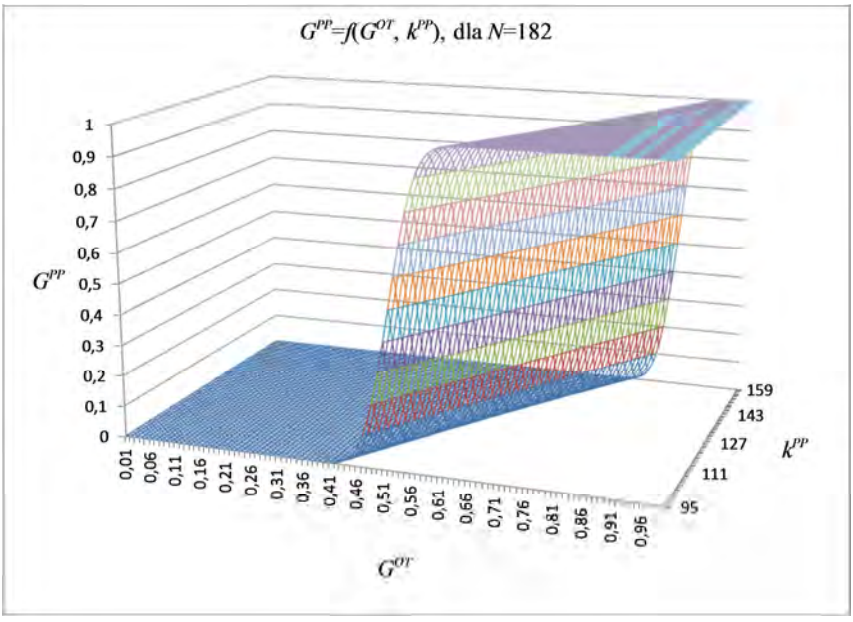
Poniżej przedstawiono przykładowe wykresy przebiegów funkcji gotowości podsystemu procesowego G^{PP} w zależności od gotowości pojedynczego obiektu technicznego (środka transportu) G^{OT}, liczby obiektów technicznych eksploatowanych w systemie N oraz liczby obiektów technicznych wymaganych do prawidłowej realizacji zadania przewozowego k^{PP} (wyznaczone na podstawie danych uzyskanych z badań rzeczywistego systemu eksploatacji środków transportu).

Na rysunkach 5.2-5.4 przedstawiono wykresy gotowości podsystemu procesowego G^{PP}, wyznaczone w funkcji dwóch zmiennych dla danej (stałej) wartości:

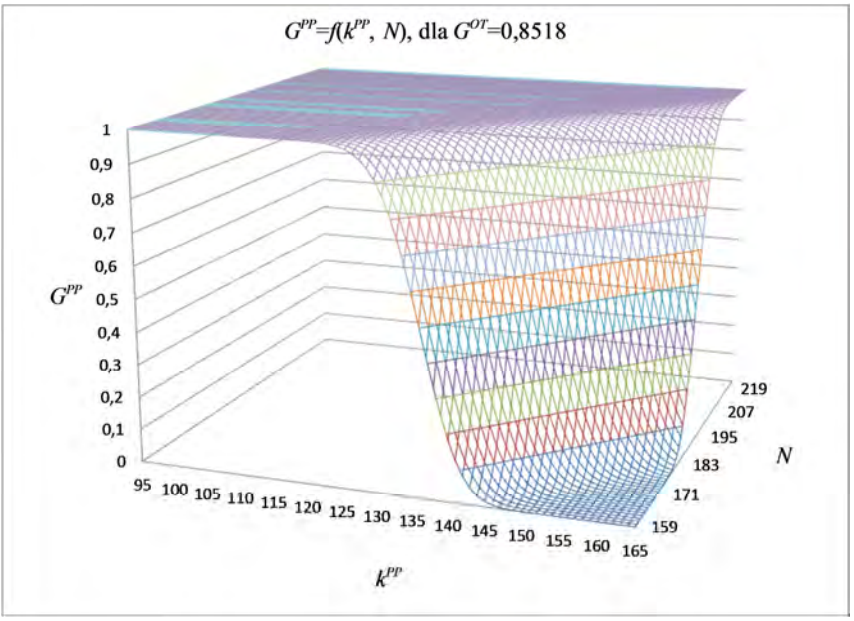
- liczby obiektów technicznych wymaganych do realizacji zadania przewozowego $k^{PP} = 159$ (rys. 5.2),
- liczby wszystkich obiektów technicznych eksploatowanych w systemie N = 182 (rys. 5.3),
- gotowości pojedynczego obiektu technicznego $G^{OT} = 0{,}8518$ (rys. 5.4).



Rys. 5.2. Gotowość podsystemu procesowego G^{PP} w funkcji gotowości pojedynczego obiektu G^{OT} oraz liczby obiektów eksploatowanych w systemie N dla $k^{PP}=159$



Rys. 5.3. Gotowość podsystemu procesowego G^{PP} w funkcji gotowości pojedynczego obiektu G^{OT} oraz liczby obiektów realizujących zadanie przewozowe k^{PP} dla $N=182$



Rys. 5.4. Gotowość podsystemu procesowego G^{PP} w funkcji liczby obiektów realizujących zadanie przewozowe k^{PP} oraz liczby obiektów eksploatowanych w systemie N dla $G^{OT} = 0{,}8518$

Na rysunkach 5.5-5.8 przedstawiono wykresy gotowości podsystemu procesowego G^{PP}, wyznaczone w funkcji jednej zmiennej.

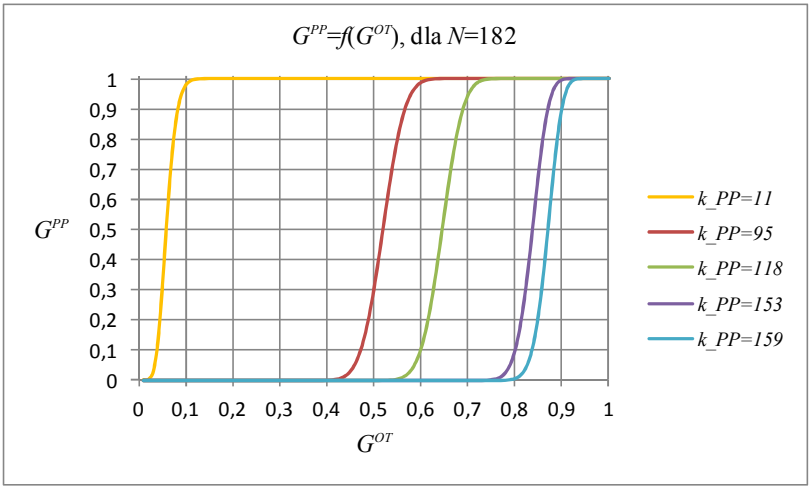
Na rysunkach 5.5 i 5.6 zaprezentowano wyznaczone krzywe gotowości podsystemu procesowego G^{PP} w funkcji gotowości pojedynczego obiektu technicznego G^{OT} dla:

– stałej liczby obiektów technicznych eksploatowanych w systemie N = 182 oraz wymaganych liczb obiektów technicznych do realizacji zadań przewozowych $k^{PP} = 11,\ 95,\ 118,\ 153,\ 159$ (rys. 5.5),
– stałej wymaganej liczby obiektów technicznych do realizacji zadania przewozowego $k^{PP} = 159$ oraz liczb obiektów technicznych eksploatowanych w systemie N = 59, 170, 182, 190, 200 (rys. 5.6).

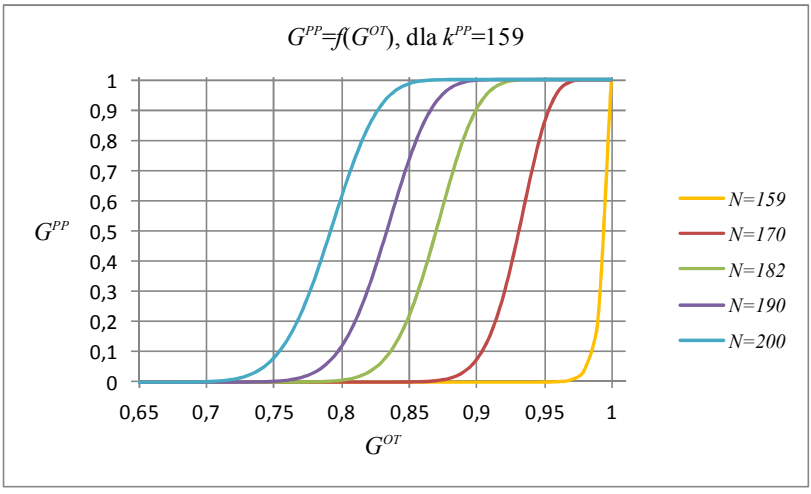
Na rysunkach 5.7 i 5.8 przedstawiono gotowość podsystemu procesowego G^{PP} wyznaczoną w funkcji liczby obiektów wymaganych do realizacji zadania przewozowego k^{PP} dla:

– stałej liczby obiektów technicznych eksploatowanych w systemie N = 182 oraz danych wartości gotowości pojedynczego obiektu technicznego $G^{OT} = 0{,}75;\ 0{,}8;\ 0{,}8518;\ 0{,}9;\ 0{,}95$ (rys. 5.7),

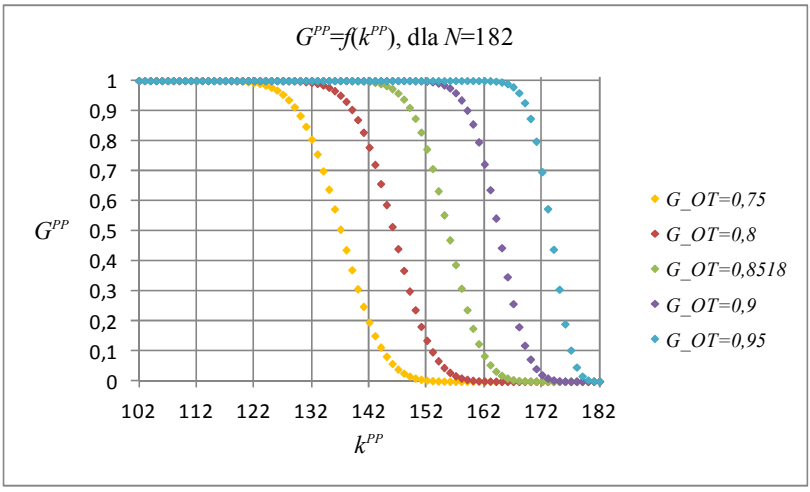
– stałej wartości gotowości pojedynczego obiektu technicznego $G^{OT} = 0{,}8518$ oraz liczb obiektów technicznych eksploatowanych w systemie N = 159, 170, 182, 190, 200 (rys. 5.8).



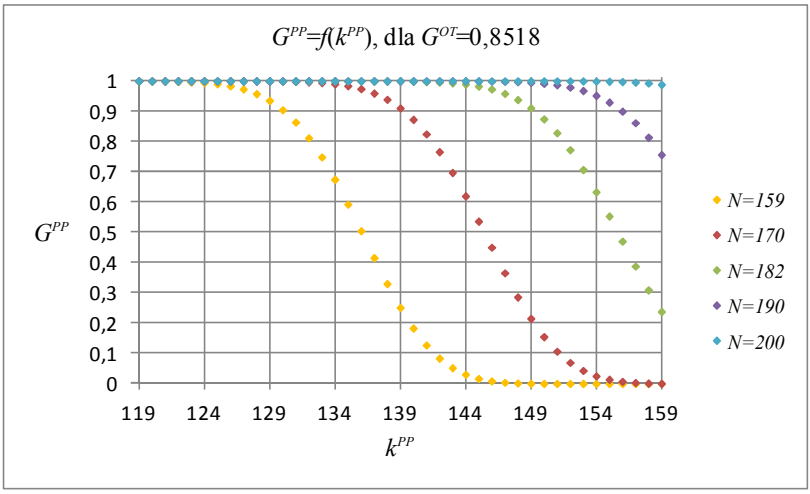
Rys. 5.5. Gotowość podsystemu procesowego G^{PP} w funkcji gotowości pojedynczego obiektu technicznego (środka transportu) G^{OT} dla danych wartości N i k^{PP}



Rys. 5.6. Gotowość podsystemu procesowego G^{PP} w funkcji gotowości pojedynczego obiektu technicznego (środka transportu) G^{OT} dla danych wartości N i k^{PP}



Rys. 5.7. Gotowość podsystemu procesowego G^{PP} w funkcji liczby obiektów technicznych (środków transportu) realizujących zadanie przewozowe k^{PP} dla danych wartości N i G^{OT}



Rys. 5.8. Gotowość podsystemu procesowego G^{PP} w funkcji liczby obiektów technicznych (środków transportu) realizujących zadanie przewozowe k^{PP} dla danych wartości N i G^{OT}

Na podstawie przedstawionych wykresów możliwa jest analiza i ocena gotowości podsystemu procesowego do realizacji przydzielonych zadań przewozowych. Poniżej przedstawiono metodę oceny gotowości podsystemu procesowego, która polega na wyznaczeniu i porównaniu wartości gotowości rzeczywistej G^{PP} podsystemu procesowego z wartością gotowości wymaganej G^{PP}_{wym}, jaką powinien mieć podsystem procesowy, aby przydzielone zadanie przewozowe mogło być prawidłowo zrealizowane. Następnie przedstawiono sposób wyznaczania wymaganej gotowości G^{OT}_{wym} pojedyncze-

go obiektu technicznego (środka transportu) oraz wymaganej liczby N_{wym} obiektów technicznych eksploatowanych w systemie w taki sposób, aby uzyskana wartość gotowości podsystemu procesowego była wyższa od wartości gotowości wymaganej, uwarunkowanej parametrami zadania przewozowego, tzn. $G^{PP} \geq G^{PP}_{wym}$.

5.3.1. Oszacowanie statystyczne wymaganej gotowości podsystemu procesowego do realizacji przydzielonego zadania przewozowego

Wymagana gotowość podsystemu procesowego do realizacji przydzielonego zadania przewozowego wyznaczana jest na podstawie informacji zawartych w opisie przydzielonego zadania, sformułowanych zgodnie z przyjętym planem i harmonogramem realizacji zadań przewozowych w konkretnym systemie transportowym. W opisie przydzielonego zadania przewozowego zawarte są dane dotyczące wartości podstawowych zmiennych (parametrów) charakteryzujących przydzielone zadanie przewozowe, tzn. wymagana minimalna liczba k^{PP} gotowych obiektów technicznych (środków transportu) niezbędnych do prawidłowej realizacji przydzielonego zadania przewozowego oraz długość przedziału czasu τ^{PP}, w którym zadanie ma zostać zrealizowane.

Jeżeli $\overline{T^{OT}_{wym}}$ oznacza średni wymagany czas gotowości oraz $\overline{U^{OT}_{wym}}$ oznacza średni wymagany czas niegotowości pojedynczego obiektu technicznego (środka transportu), eksploatowanego w systemie transportowym, wyznaczane w przedziale czasu τ^{PP} przeznaczonym na realizację przydzielonego zadania przewozowego według następujących zależności:

$$\overline{T^{OT}_{wym}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} T^{OT(i)}_{wym}}{N} \tag{5.55}$$

$$\overline{U^{OT}_{wym}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} U^{OT(i)}_{wym}}{N} \tag{5.56}$$

gdzie:

$T^{OT(i)}_{wym}$ – wymagany czas gotowości *i*-tego obiektu technicznego (środka transportu),

$U^{OT(i)}_{wym}$ – wymagany czas niegotowości *i*-tego obiektu technicznego (środka transportu).

Sumaryczny wymagany czas gotowości oraz sumaryczny wymagany czas niegotowości wszystkich środków transportu eksploatowanych w systemie transportowym (użytkowanych w podsystemie procesowym), wyznaczane w przedziale czasu τ^{PP} przeznaczonym na realizację przydzielonego zadania przewozowego, przedstawione są wówczas odpowiednio wzorami:

$$T^{PP(N)}_{wym} = \sum_{i=1}^{N} T^{OT(i)}_{wym} = N \cdot \overline{T^{OT}_{wym}} \tag{5.57}$$

oraz:

$$U^{PP(N)}_{wym} = \sum_{i=1}^{N} U^{OT(i)}_{wym} = N \cdot \overline{U^{OT}_{wym}} \tag{5.58}$$

Z uwzględnieniem powyższego gotowość wymagana podsystemu procesowego do realizacji przydzielonego zadania przewozowego, określona jako iloraz sumarycznego wymaganego czasu gotowości oraz sumy sumarycznego wymaganego czasu gotowości i sumarycznego wymaganego czasu niegotowości wszystkich obiektów technicznych eksploatowanych w systemie transportowym, w przedziale czasu τ^{PP} przeznaczonym na realizację przydzielonego zadania przewozowego opisana jest następująco:

$$G_{wym}^{PP} = \frac{T_{wym}^{PP(N)}}{T_{wym}^{PP(N)} + U_{wym}^{PP(N)}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} T_{wym}^{OT(i)}}{\sum_{i=1}^{N} T_{wym}^{OT(i)} + \sum_{i=1}^{N} U_{wym}^{OT(i)}} = \\ = \frac{N \cdot \overline{T_{wym}^{OT}}}{N \cdot \overline{T_{wym}^{OT}} + N \cdot \overline{U_{wym}^{OT}}} = \frac{\overline{T_{wym}^{OT}}}{\overline{T_{wym}^{OT}} + \overline{U_{wym}^{OT}}} \tag{5.59}$$

Zgodnie z założeniem, że dla dowolnego zadania przewozowego realizowanego w przedziale czasu τ^{PP} suma średnich wymaganych czasów gotowości i niegotowości pojedynczego obiektu technicznego jest równa przedziałowi czasu τ^{PP} przeznaczonego na jego realizację, tzn.:

$$\overline{T_{wym}^{OT}} + \overline{U_{wym}^{OT}} = \tau^{PP} \tag{5.60}$$

wzór (5.59) można zapisać następująco:

$$G_{wym}^{PP} = \frac{\overline{T_{wym}^{OT}}}{\tau^{PP}} \tag{5.61}$$

W przypadku gdy wymagana (minimalna) liczba obiektów gotowych do prawidłowej realizacji przydzielonego zadania przewozowego wynosi k^{PP} oraz wymagana (maksymalna) liczba obiektów niegotowych wynosi $M_{wym} = N - k^{PP}$, sumaryczny wymagany czas gotowości $T_{wym}^{PP(N)}$ oraz sumaryczny wymagany czas niegotowości $U_{wym}^{PP(N)}$ wszystkich środków transportu eksploatowanych w systemie transportowym w przedziale czasu τ^{PP} przeznaczonym na realizację przydzielonego zadania przewozowego mogą być wyznaczane na podstawie przedstawionych poniżej wzorów:

$$T_{wym}^{PP(N)} = k^{PP} \cdot \tau^{PP} \tag{5.62}$$

$$U_{wym}^{PP(N)} = M_{wym} \cdot \tau^{PP} \tag{5.63}$$

Z uwzględnieniem powyższego gotowość wymagana podsystemu procesowego do realizacji przydzielonego zadania przewozowego opisana jest zależnością:

$$G_{wym}^{PP} = \frac{T_{wym}^{PP(N)}}{T_{wym}^{PP(N)} + U_{wym}^{PP(N)}} = \frac{k^{PP} \cdot \tau^{PP}}{k^{PP} \cdot \tau^{PP} + M_{wym} \cdot \tau^{PP}} = \frac{k^{PP} \cdot \tau^{PP}}{\left[k^{PP} + M_{wym}\right] \cdot \tau^{PP}} \tag{5.64}$$

Jeżeli w dowolnej chwili oraz dla dowolnego zadania przewozowego spełniona jest równość:

$$k^{PP} + M_{wym} = N \tag{5.65}$$

zależność (5.64) przyjmuje następującą postać:

$$G_{wym}^{PP} = \frac{k^{PP} \cdot \tau^{PP}}{N \cdot \tau^{PP}} = \frac{k^{PP}}{N} \tag{5.66}$$

W przypadku danego zadania przewozowego dla ustalonych wartości k^{PP} oraz N na podstawie zależności (5.61) oraz (5.66) możliwe jest wyznaczenie średniego wymaganego czasu gotowości pojedynczego obiektu technicznego $\overline{T_{wym}^{OT}}$. Otrzymano wówczas:

$$\frac{k^{PP}}{N} = \frac{\overline{T_{wym}^{OT}}}{\tau^{PP}} \tag{5.67}$$

$$\overline{T_{wym}^{OT}} = \frac{k^{PP} \cdot \tau^{PP}}{N} = G_{wym}^{PP} \cdot \tau^{PP} \tag{5.68}$$

oraz z uwzględnieniem wzoru (5.60) wyznaczono średni wymagany czas niegotowości pojedynczego obiektu technicznego $\overline{U_{wym}^{OT}}$, czyli:

$$\begin{aligned} \overline{U_{wym}^{OT}} = \tau^{PP} - \overline{T_{wym}^{OT}} = \tau^{PP} - \frac{k^{PP} \cdot \tau^{PP}}{N} = \\ = \left(1 - \frac{k^{PP}}{N}\right) \cdot \tau^{PP} = \left(1 - G_{wym}^{PP}\right) \cdot \tau^{PP} \end{aligned} \tag{5.69}$$

5.3.2. Ocena gotowości podsystemu procesowego do realizacji przydzielonego zadania przewozowego

W pracy przedstawiono sposób oceny gotowości podsystemu procesowego, w którym obiekty techniczne sprzężone są strukturą progową, oraz metodę wyznaczania wymaganej liczby N_{wym} obiektów eksploatowanych w systemie transportowym oraz wymaganej gotowości pojedynczego obiektu technicznego G_{wym}^{OT} w taki sposób, aby przydzielone zadanie przewozowe mogło być prawidłowo zrealizowane.

W celu zapewnienia prawidłowej realizacji przydzielonego zadania przewozowego konieczne jest, aby wartość gotowości podsystemu procesowego G^{PP} była przynajmniej równa wartości gotowości wymaganej podsystemu procesowego G_{wym}^{PP} do realizacji tego zadania.

Z uwzględnieniem faktu, że wymagana minimalna liczba obiektów gotowych dla określonego zadania przewozowego jest stała $k^{PP} = const$, gotowość podsystemu procesowego zależy od liczby N obiektów technicznych eksploatowanych w systemie oraz

gotowości pojedynczego obiektu technicznego G_{wym}^{OT}. Do oceny gotowości podsystemu procesowego do realizacji przydzielonego zadania przyjęto wówczas następujące kryteria:

- umożliwiające wyznaczenie wymaganej liczby obiektów technicznych eksploatowanych w systemie transportowym N_{wym} dla danej wartości gotowości pojedynczego obiektu technicznego G^{OT}:

$$N = N_{wym} \Leftrightarrow G^{PP} \geq G_{wym}^{PP} \tag{5.70}$$

czyli po uwzględnieniu zależności (5.54) oraz (5.66) otrzymano:

$$N = N_{wym} \Leftrightarrow \sum_{i=k^{PP}}^{N} \binom{N}{i} \cdot \left[G^{OT}\right]^{i} \cdot \left[1 - G^{OT}\right]^{N-i} \geq \frac{k^{PP}}{N} \tag{5.71}$$

- umożliwiające wyznaczenie wymaganej wartości gotowości pojedynczego obiektu technicznego G_{wym}^{OT} dla danej liczby obiektów technicznych eksploatowanych w systemie transportowym *N*:

$$G^{OT} = G_{wym}^{OT} \Leftrightarrow G^{PP} \geq G_{wym}^{PP} \tag{5.72}$$

czyli po uwzględnieniu zależności (5.54) oraz (5.66) otrzymano:

$$G^{OT} = G_{wym}^{OT} \Leftrightarrow \sum_{i=k^{PP}}^{N} \binom{N}{i} \cdot \left[G^{OT}\right]^{i} \cdot \left[1 - G^{OT}\right]^{N-i} \geq \frac{k^{PP}}{N} \tag{5.73}$$

Przedstawiona metoda umożliwia ocenę prawidłowości realizacji przydzielonego zadania przewozowego w wyniku porównania wartości gotowości podsystemu procesowego z wartością gotowości wymaganej. Na podstawie otrzymanej oceny gotowości podsystemu procesowego oraz wartości parametrów charakteryzujących wielkość zadania przewozowego możliwy jest dobór wartości gotowości obiektów technicznych oraz liczby obiektów eksploatowanych w systemie transportowym. Minimalne wymagane wartości gotowości obiektów technicznych oraz liczby obiektów eksploatowanych w systemie transportowym wyznaczane są w taki sposób, żeby wartość gotowości podsystemu procesowego G^{PP} była równa lub większa od wartości gotowości wymaganej G_{wym}^{PP}, jaką powinien mieć podsystem procesowy, aby prawidłowo zrealizować przydzielone zadanie przewozowe w danych warunkach.

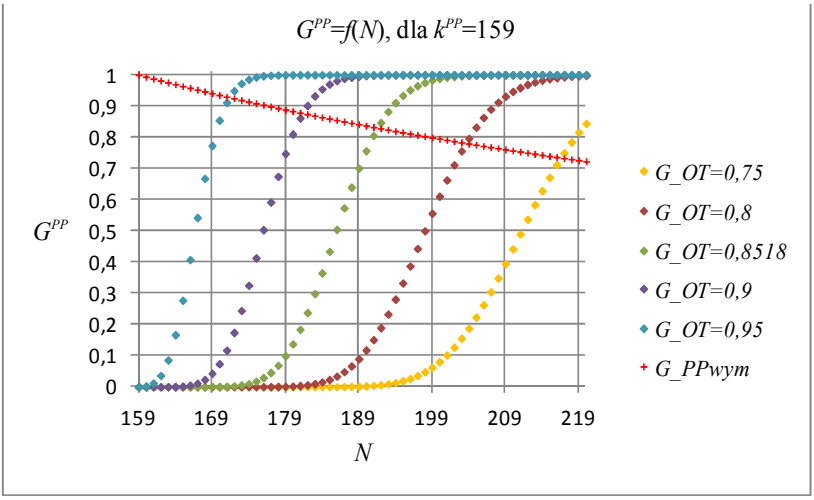
Poniżej na rysunkach 5.9 i 5.10 przedstawiono wykresy gotowości rzeczywistej G^{PP} oraz gotowości wymaganej G_{wym}^{PP} podsystemu procesowego w funkcji liczby obiektów eksploatowanych w systemie *N* dla dwóch przykładowych zadań przewozowych, określonych liczbą wymaganych obiektów technicznych do ich realizacji $k^{PP} = 118$ oraz $k^{PP} = 159$, wyznaczone dla różnych wartości gotowości obiektu technicznego G^{OT}.

W celu zapewnienia prawidłowej realizacji przydzielonych zadań przewozowych, na podstawie wykresów przedstawionych na rysunkach 5.11 i 5.12, możliwy jest natomiast dobór (wyznaczenie):

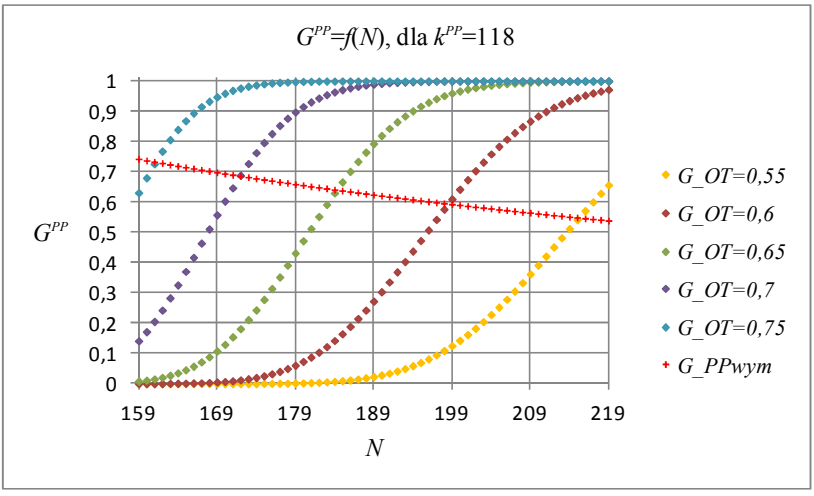
– minimalnej wymaganej liczby obiektów technicznych eksploatowanych w systemie N_{wym} w funkcji wymaganej gotowości podsystemu procesowego G_{wym}^{PP}, wymaganej

liczby obiektów realizujących zadanie przewozowe k^{PP} lub gotowości pojedynczego obiektu technicznego G^{OT},

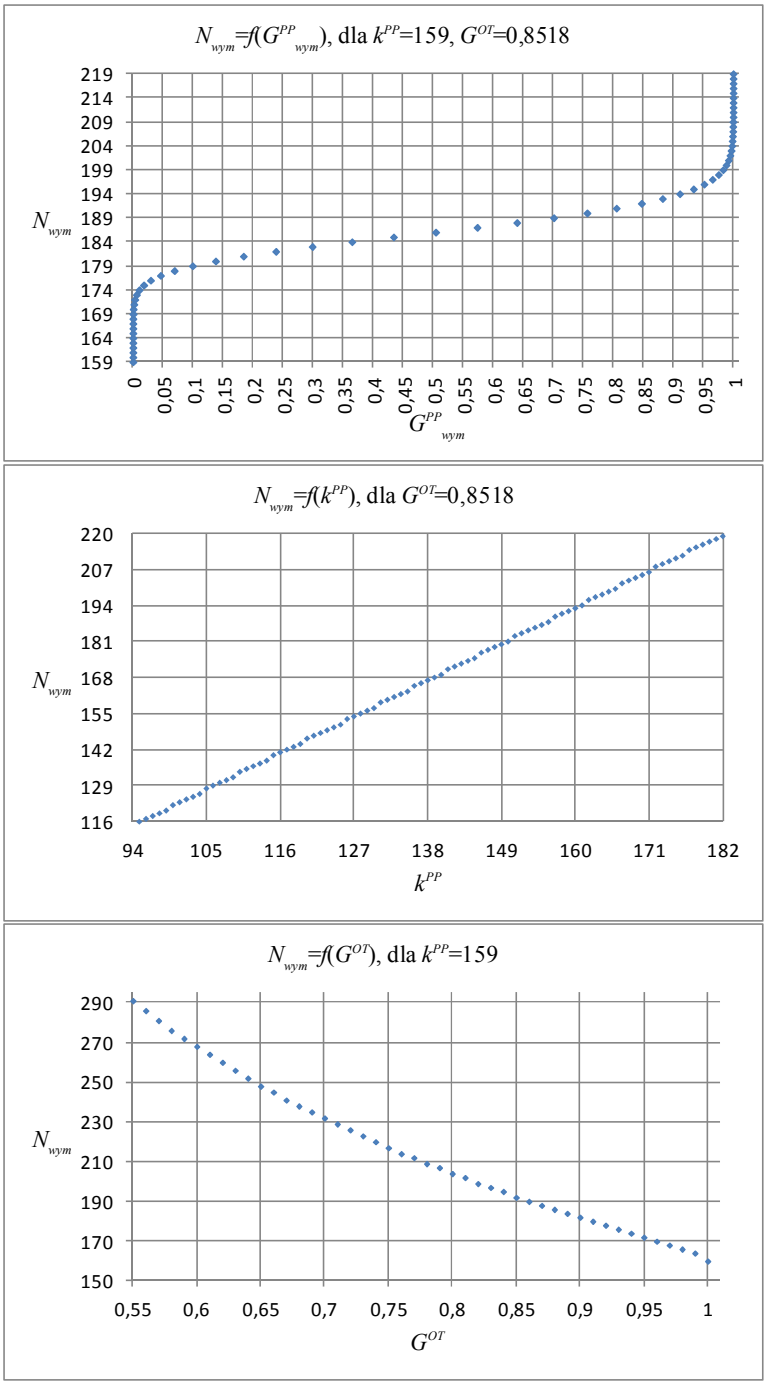
– minimalnej wymaganej wartości gotowości pojedynczego obiektu technicznego G^{OT}_{wym} w funkcji wymaganej gotowości podsystemu procesowego G^{PP}_{wym}, wymaganej liczby obiektów realizujących zadanie przewozowe k^{PP} lub liczby obiektów eksploatowanych w systemie *N*.



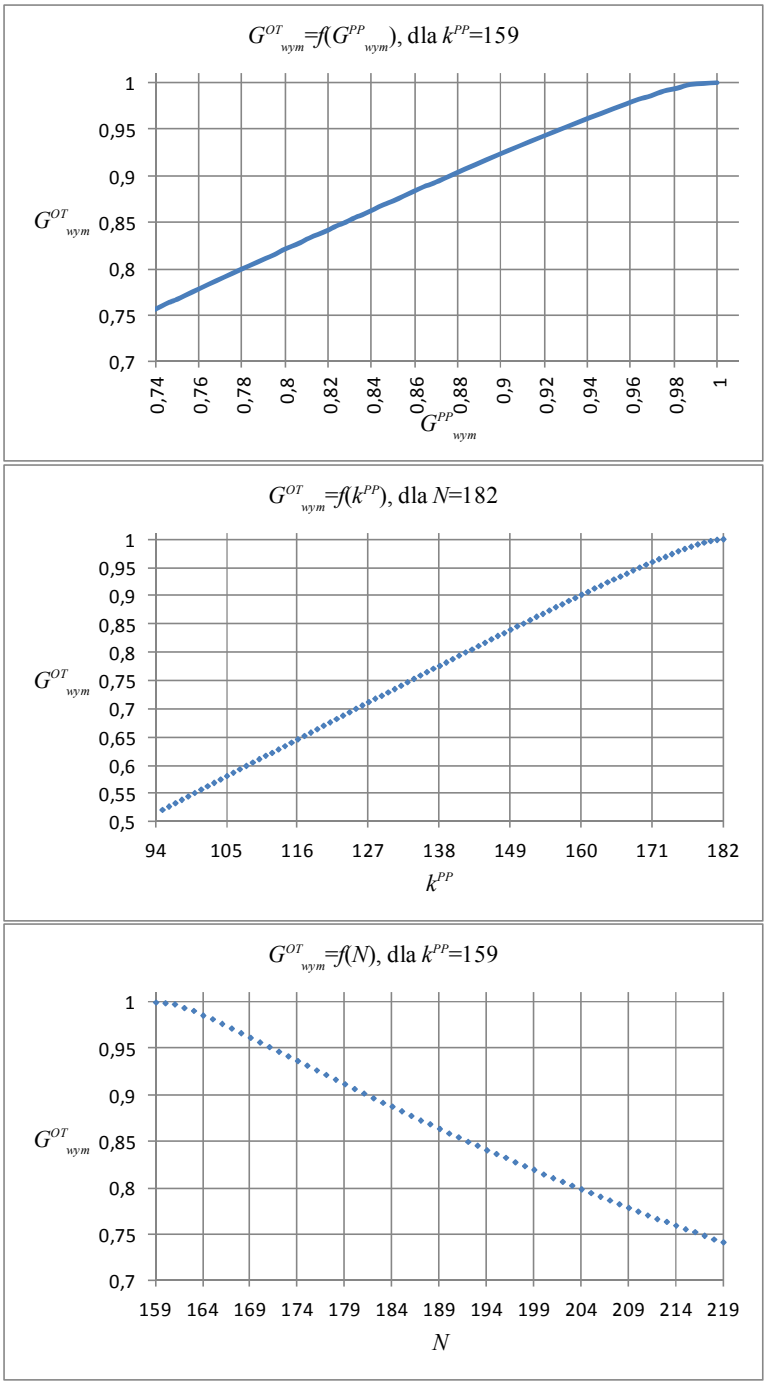
Rys. 5.9. Gotowość podsystemu procesowego G^{PP} w funkcji liczby obiektów technicznych (środków transportu) eksploatowanych w systemie *N* dla $k^{PP} = 159$ i danych wartości G^{OT}



Rys. 5.10. Gotowość podsystemu procesowego G^{PP} w funkcji liczby obiektów technicznych (środków transportu) eksploatowanych w systemie *N* dla $k^{PP} = 118$ i danych wartości G^{OT}



Rys. 5.11. Wymagana liczba obiektów technicznych N_{wym} eksploatowanych w systemie transportowym w funkcji G^{PP}_{wym}, k^{PP} i G^{OT}



Rys. 5.12. Wymagana gotowość pojedynczego obiektu technicznego G^{OT}_{wym}, w funkcji G^{PP}_{wym}, k^{PP} i N

Na podstawie sporządzonych wykresów możliwe jest wyznaczenie wymaganej liczby obiektów technicznych eksploatowanych w systemie N_{wym} oraz wymaganej gotowości pojedynczego obiektu technicznego G_{wym}^{OT} w taki sposób, aby zapewnić prawidłową realizację przydzielonych zadań transportowych (dla $G^{PP} \geq G_{wym}^{PP}$), np.

– dla $k^{PP} = 159$ i $G^{OT} = 0{,}8518$ minimalna wymagana liczba obiektów eksploatowanych w systemie wynosi $N_{wym} = 192$, wówczas $G^{PP} = 0{,}8472 \geq G_{wym}^{PP} = 0{,}8281$ (rys. 5.9 i 5.11),
– dla $k^{PP} = 118$ i $N = 182$ minimalna wymagana gotowość pojedynczego obiektu technicznego eksploatowanego w systemie wynosi $G_{wym}^{OT} = 0{,}6590$, wówczas $G^{PP} = 0{,}6510 \geq G_{wym}^{PP} = 0{,}6483$ (rys. 5.10 i 5.12).

6. MODEL OCENY I KSZTAŁTOWANIA GOTOWOŚCI PODSYSTEMU UTRZYMANIA RUCHU I PODSYSTEMU INTERWENCYJNEGO W SYSTEMIE EKSPLOATACJI ŚRODKÓW TRANSPORTU

W systemach eksploatacji środków transportu do prawidłowej realizacji przydzielonych zadań przewozowych konieczne jest utrzymywanie wymaganej liczby obiektów technicznych (środków transportu) w stanie gotowości do realizacji zadania przewozowego (zdatnych i zaopatrzonych). W trakcie realizacji zadań przewozowych w wyniku oddziaływania różnego rodzaju czynników wymuszających następuje wyczerpanie potencjału użytkowego środków transportu (ulegają uszkodzeniom lub/i konieczne jest ich zaopatrzenie). Ze względu na efektywność działania systemu transportowego niegotowe obiekty techniczne powinny zostać uzdatnione w możliwie najkrótszym czasie. Z tego powodu większość systemów transportowych dysponuje własnym zapleczem technicznym wyposażonym w odpowiednią liczbę stacjonarnych stanowisk obsługowo-naprawczych oraz jednostek pogotowia technicznego. W ogólnym przypadku zadaniem stanowisk obsługowo-naprawczych oraz jednostek pogotowia technicznego jest uzdatnienie wymaganych liczb niezdatnych zadaniowo (niegotowych) środków transportu w przeznaczonych na ten cel przedziałach czasu, określonych harmonogramem realizowanych zadań przewozowych.

W badanym rzeczywistym systemie transportowym procesy dotyczące przygotowania eksploatowanych środków transportu do realizacji przydzielonych zadań przewozowych realizowane są przez odpowiednio przygotowane ekipy specjalistów na poszczególnych stanowiskach, wyposażonych w specjalistyczne urządzenia i narzędzia pośredniczące. W ogólności procesy te dotyczą zaopatrywania w paliwo i materiały eksploatacyjne, realizację obsług i napraw, diagnozowanie stanu oraz transportowanie uszkodzonych obiektów technicznych. W analizowanym systemie eksploatacji środków transportu procesy te realizowane są w dwóch wydzielonych podsystemach: w podsystemie utrzymania ruchu PUR (są to stanowiska stacjonarne znajdujące się na terenie zajezdni autobusowej) i w podsystemie interwencyjnym PI (są to stanowiska mobilne – jednostki pogotowia technicznego). W pracy wymienione podsystemy traktowane i analizowane są jako odrębne na podstawie następujących kryteriów:

- miejsca realizacji procesów zapewniania zdatności (w szczególności realizowanych napraw),
- przynależności do podsystemu nadrzędnego, a tym samym decydenta, któremu podlegają (w przypadku podsystemu utrzymania ruchu PUR podsystemem nadrzędnym jest podsystem logistyczny PL, a bezpośrednim decydentem – kierownik stacji obsług w zajezdni autobusowej, w przypadku podsystemu interwencyjnego PI podsystemem nadrzędnym jest podsystem wykonawczy PW, a bezpośrednim decydentem – dyspozytor ruchu).

Gotowość podsystemu utrzymania ruchu PUR oraz podsystemu interwencyjnego PI rozumiana jest jako zdolność do zrealizowania przydzielonego zadania obsługowo-naprawczego. Zadanie to opisane jest przez wartości dwóch podstawowych parametrów charakteryzujących:

- wielkość zadania, określoną wymaganą liczbą obiektów technicznych (środków transportu), które należy uzdatnić,
- czas realizacji zadania, w trakcie którego należy uzdatnić wymaganą liczbę obiektów technicznych.

Wartość gotowości wymienionych podsystemów wyznaczana jest:

- w przypadku podsystemu utrzymania ruchu PUR – jako iloczyn gotowości stanowisk zajezdni autobusowej – określonej jako prawdopodobieństwo przystąpienia do realizacji przydzielonych zadań obsługowo-naprawczych i pozostania w stanie zdatności zadaniowej w przedziale czasu przeznaczonym na ich realizację oraz wskaźnika wydajności stanowisk zajezdni autobusowej – określonego jako prawdopodobieństwo uzdatnienia wymaganej liczby obiektów technicznych (środków transportu) w przeznaczonym na ten cel przedziale czasu;
- w przypadku podsystemu interwencyjnego PI – jako iloczyn gotowości jednostek pogotowia technicznego – określonej jako prawdopodobieństwo przystąpienia do realizacji przydzielonych zadań naprawczych lub przewozowych (dotyczy holowników) i pozostania w stanie zdatności zadaniowej w przedziale czasu przeznaczonym na ich realizację oraz wskaźnika wydajności jednostek pogotowia technicznego – określonego jako prawdopodobieństwo uzdatnienia lub odholowania wymaganej liczby obiektów technicznych (środków transportu) w przeznaczonym na ten cel przedziale czasu.

Model oceny i kształtowania gotowości podsystemów: utrzymania ruchu oraz interwencyjnego został opracowany na podstawie identyfikacji analizowanych podsystemów oraz procesu eksploatacji środków transportu, realizowanego w badanym systemie transportowym. Do budowy modelu oceny i kształtowania gotowości podsystemów: utrzymania ruchu oraz interwencyjnego wykorzystano elementy teorii odnowy i niezawodności. Opracowano model ogólny, w którym czasy zdatności i niezdatności stanowisk podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego mogą być opisane dowolnymi typami rozkładów, a także modele dla rozkładów wykładniczego i Erlanga.

Kolejnymi etapami budowy modelu oceny i kształtowania gotowości podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego są:

- identyfikacja podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego w analizowanym systemie transportowym,
- opracowanie założeń do budowy modelu oceny i kształtowania gotowości podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego,
- zbudowanie matematycznego modelu oceny i kształtowania gotowości:
  - pojedynczego stanowiska podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego,
  - zespołu stanowisk danego rodzaju w podsystemie utrzymania ruchu oraz podsystemie interwencyjnym, sprzężonych określoną strukturą,
  - stanowisk podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego, sprzężonych określoną strukturą,
  - podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego do realizacji przydzielonego zadania, określonej:
    - wymaganą liczbą uzdatnionych obiektów technicznych (środków transportu) w wyznaczonym przedziale czasu – w przypadku podsystemu utrzymania ruchu oraz
    - wymaganą liczbą uzdatnionych lub odholowanych obiektów technicznych (środków transportu) w wyznaczonym przedziale czasu – w przypadku podsystemu interwencyjnego,
    - opracowanie modelu oceny i kształtowania gotowości podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego dla rozkładu wykładniczego oraz rozkładu Erlanga.

6.1. Założenia do budowy modelu oceny i kształtowania gotowości podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego

W celu zbudowania matematycznego modelu oceny i kształtowania gotowości podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego przyjęto następujące założenia:

- podsystem utrzymania ruchu i podsystem interwencyjny są dwoma niezależnymi podsystemami,
- podsystem utrzymania ruchu oraz podsystem interwencyjny złożone są z $i = 1,2,\ldots,p$ podsystemów niższego rzędu s_i (zespołów stanowisk specjalistycznych przeznaczonych do realizacji zadań danego typu), natomiast poszczególne podsystemy s_i złożone są z $j = 1,2,\ldots,q_i$ pojedynczych stanowisk s_{ij} (w prezentowanym modelu jako stanowisko rozumie się zarówno specjalistyczne stanowiska stacjonarne w podsystemie utrzymania ruchu – stanowiska zajezdni autobusowej, jak i stanowiska mobilne w podsystemie interwencyjnym – jednostki pogotowia technicznego),
- w analizowanym systemie transportowym zadania przewozowe realizowane są zgodnie z przyjętym harmonogramem przez podsystem procesowy PP, złożony z N jednakowych podsystemów elementarnych (środków transportu), sprzężonych strukturą progową typu „k z N", gdzie k oznacza wymaganą liczbę środków transportu do realizacji przydzielonego zadania przewozowego,
- w trakcie realizacji procesu eksploatacji każdy ze środków transportu w dowolnej chwili t może przebywać w podsystemie procesowym (podsystemie wykonawczym) lub w podsystemie utrzymania ruchu (podsystemie logistycznym),
- środki transportu uszkodzone w trakcie realizacji zadania przewozowego naprawiane są przez podsystem interwencyjny (jednostki pogotowia technicznego) lub kierowane są do poszczególnych stanowisk podsystemu utrzymania ruchu,
- środki transportu, które zrealizowały dobowe zadanie przewozowe, kierowane są do poszczególnych stanowisk podsystemu utrzymania ruchu w celu zaopatrzenia oraz przeprowadzenia koniecznych procesów dotyczących zapewnienia zdatności,
- w przedziale czasu τ do stanowisk podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego kierowana jest następująca liczba obiektów technicznych (środków transportu):

$$L(\tau) = L^{PUR}(\tau) + L^{PI}(\tau) \tag{6.1}$$

gdzie:

$L^{PUR}(\tau)$ – liczba obiektów technicznych kierowanych w przedziale czasu τ do stanowisk podsystemu utrzymania ruchu,

$L^{PI}(\tau)$ – liczba obiektów technicznych kierowanych w przedziale czasu τ do stanowisk podsystemu interwencyjnego.

6.2. Gotowość stanowisk podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego

W rozdziale przedstawiono model matematyczny oceny gotowości stanowisk obsługowo-naprawczych w systemie eksploatacji środków transportu. Opracowane zależności mogą być wykorzystane do oceny gotowości zarówno stanowisk stacjonarnych podsystemu utrzymania ruchu PUR – stanowisk zajezdni autobusowej, jak i stanowisk mobilnych podsystemu interwencyjnego PI – jednostek pogotowia technicznego.

6.2.1. Gotowość pojedynczego stanowiska podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego

Poniżej przedstawiono wzory opisujące gotowość pojedynczego stanowiska podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego w systemie eksploatacji środków transportu. Podsystemy utrzymania ruchu oraz interwencyjny złożone są z $i = 1,2,\ldots,p$ podsystemów niższego rzędu s_i (zespołów stanowisk specjalistycznych przeznaczonych do realizacji zadań danego typu), natomiast poszczególne podsystemy s_i złożone są z $j = 1,2,\ldots,q_i$ pojedynczych stanowisk s_{ij}. Wówczas s_{ij} oznacza j-te stanowisko w i-tym podsystemie niższego rzędu (zespole stanowisk specjalistycznych).

Jeżeli X_{ij}, Y_{ij}, $i=1,2,...,p$, $j=1,2,\ldots,q_i$ oznaczają odpowiednio czas zdatności i czas odnowy pojedynczego stanowiska s_{ij}, $i=1,2,...,p$, $j=1,2,\ldots,q_i$ w podsystemie utrzymania ruchu i w podsystemie interwencyjnym oraz:

$$V_{ij}(t) = P(X_{ij}<t),\ i=1,2,...,p,\ j=1,2,\ldots,q_i$$
$$W_{ij}(t) = P(Y_{ij}<t),\ i=1,2,...,p,\ j=1,2,\ldots,q_i$$

są odpowiednio dystrybuantami czasu zdatności i czasu odnowy pojedynczego stanowiska s_{ij}, $i=1,2,...,p$, $j=1,2,\ldots,q_i$ w podsystemie utrzymania ruchu i w podsystemie interwencyjnym, to wówczas gotowość $G_{ij}(t)$ pojedynczego stanowiska s_{ij} podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego, określona jako prawdopodobieństwo tego, że w dowolnej chwili t stanowisko s_{ij} jest zdatne i zaopatrzone, opisana jest wzorem [48, 49, 84, 88, 133, 161]:

$$G_{ij}(t) = R_{ij}(t) + \int_0^t R_{ij}(t-x)\, dH_{\Phi_{ij}}(x) \tag{6.2}$$

gdzie:

$R_{ij}(t)$ – funkcja niezawodności pojedynczego stanowiska s_{ij} podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego, opisana zależnością:

$$R_{ij}(t) = 1 - V_{ij}(t),\quad t \in (0,\infty) \tag{6.3}$$

$H_{\Phi_{ij}}(t)$ – funkcja odnowy pojedynczego stanowiska s_{ij} podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego, opisana zależnością:

$$H_{\Phi_{ij}}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{ij}^{(n)}(t) \tag{6.4}$$

gdzie:

$$\Phi_{ij}^{(n)}(t) = \int_0^t V_{ij}^{(n)}(t-x)\, dW_{ij}^{(n)}(x),\quad n = 1,2,... \tag{6.5}$$

oraz:

$$V_{ij}^{(1)}(t) = V_{ij}(t) \tag{6.6}$$

$$V_{ij}^{(n)}(t) = \int_0^t V_{ij}^{(n-1)}(t-x)\, dV_{ij}(x),\quad n = 2,3,... \tag{6.7}$$

$$W_{ij}^{(1)}(t) = W_{ij}(t) \tag{6.8}$$

$$W_{ij}^{(n)}(t) = \int_0^t W_{ij}^{(n-1)}(t-x)\, dW_{ij}(x),\quad n = 2,3,... \tag{6.9}$$

Gotowość operacyjna $G_{O_{ij}}(t,\tau)$ pojedynczego stanowiska s_{ij} podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego, wyznaczana w przedziale czasu $<t,t+\tau)$, rozumiana jako prawdopodobieństwo tego, że w przedziale czasu $<t,t+\tau)$ stanowisko s_{ij} jest zdatne i zaopatrzone, określona jest wówczas zależnością:

$$G_{O_{ij}}(t,\tau) = R_{ij}(t+\tau) + \int_0^t R_{ij}(t+\tau-x)\, dH_{\Phi_{ij}}(x) \tag{6.10}$$

W przypadku gdy czas $t\to\infty$, a funkcje opisane zależnościami (6.2) oraz (6.10) osiągają wartości graniczne nazywane granicznymi współczynnikami gotowości [48, 49, 84, 161], otrzymuje się:

$$G_{ij} = \lim_{t\to\infty} G_{ij}(t) = \frac{E(X_{ij})}{E(X_{ij}) + E(Y_{ij})} \tag{6.11}$$

oraz:

$$G_{O_{ij}}(\tau) = \lim_{t\to\infty} G_{O_{ij}}(t,\tau) = \frac{1}{E(X_{ij}) + E(Y_{ij})} \cdot \int_\tau^\infty R_{ij}(x)\, dx \tag{6.12}$$

gdzie:

$E(X_{ij})$ – wartość oczekiwana czasu zdatności pojedynczego stanowiska s_{ij} podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego,

$E(Y_{ij})$ – wartość oczekiwana czasu odnowy pojedynczego stanowiska s_{ij} podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego.

6.2.2. Gotowość pojedynczego zespołu stanowisk podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego

Gotowość poszczególnych zespołów stanowisk s_i, $i=1,2,...,p$ podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego zależy od struktury, jaką sprzężone są poszczególne stanowiska tych zespołów. Poniżej przedstawiono zależności opisujące gotowość zespołu stanowisk s_i podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego dla trzech przypadków: gdy stanowiska analizowanego zespołu sprzężone są strukturą szeregową, równoległą lub progową.

GOTOWOŚĆ ZESPOŁU STANOWISK PODSYSTEMÓW UTRZYMANIA RUCHU I INTERWENCYJNEGO SPRZĘŻONYCH STRUKTURĄ SZEREGOWĄ

Gotowość zespołu s_i, $i=1,2,...,p$ złożonego z $j=1,2,...,q_i$ stanowisk podsystemu utrzymania ruchu lub podsystemu interwencyjnego, sprzężonych strukturą szeregową:

– wyznaczana w chwili t określona jest wzorem:

$$G_i(t) = \prod_{j=1}^{q_i} G_{ij}(t), \quad i = 1,2,..., p \tag{6.13}$$

– wyznaczana w przedziale czasu $<t,t+\tau)$ określona jest wzorem:

$$G_{O_{ij}}(t,\tau) = \prod_{j=1}^{q_i} G_{O_{ij}}(t,\tau), \quad i = 1,2,..., p \tag{6.14}$$

Dla czasu $t \to \infty$ funkcje opisane zależnościami (6.13) oraz (6.14) osiągają wartości graniczne:

$$G_i = \prod_{j=1}^{q_i} \left[\frac{E(X_{ij})}{E(X_{ij}) + E(Y_{ij})} \right] \tag{6.15}$$

$$G_{O_i}(\tau) = \prod_{j=1}^{q_i} \left[\frac{1}{\left[E(X_{ij}) + E(Y_{ij}) \right]} \cdot \int_{\tau}^{\infty} R_{ij}(x)\, dx \right] \tag{6.16}$$

GOTOWOŚĆ ZESPOŁU STANOWISK PODSYSTEMÓW UTRZYMANIA RUCHU I INTERWENCYJNEGO SPRZĘŻONYCH STRUKTURĄ RÓWNOLEGŁĄ

Gotowość zespołu s_i, $i=1,2,...,p$ złożonego z $j=1,2,...,q_i$ stanowisk podsystemu utrzymania ruchu lub podsystemu interwencyjnego, sprzężonych strukturą równoległą:

– wyznaczana w chwili t określona jest wzorem:

$$G_i(t) = 1 - \prod_{j=1}^{q_i} \left[1 - G_{ij}(t) \right], \quad i = 1,2,..., p \tag{6.17}$$

– wyznaczana w przedziale czasu $<t,t+\tau)$ określona jest wzorem:

$$G_{O_i}(t,\tau) = 1 - \prod_{j=1}^{q_i} \left[1 - G_{O_{ij}}(t,\tau) \right], \quad i = 1,2,..., p \tag{6.18}$$

Dla czasu $t \to \infty$ funkcje opisane zależnościami (6.17) oraz (6.18) osiągają wartości graniczne:

$$G_i = 1 - \prod_{j=1}^{q_i} \left[\frac{E(Y_{ij})}{E(X_{ij}) + E(Y_{ij})} \right] \tag{6.19}$$

$$G_{O_i}(\tau) = 1 - \prod_{j=1}^{q_i} \left[1 - \frac{1}{\left[E(X_{ij}) + E(Y_{ij}) \right]} \cdot \int_{\tau}^{\infty} R_{ij}(x)\, dx \right] \tag{6.20}$$

GOTOWOŚĆ ZESPOŁU STANOWISK PODSYSTEMÓW UTRZYMANIA RUCHU I INTERWENCYJNEGO SPRZĘŻONYCH STRUKTURĄ PROGOWĄ

Gotowość zespołu s_i, $i=1,2,...,p$ złożonego z $j=1,2,...,q_i$ jednorodnych stanowisk podsystemu utrzymania ruchu lub podsystemu interwencyjnego, sprzężonych strukturą progową „k_i z q_i”:

– wyznaczana w chwili t określona jest wzorem:

$$G_i(t) = G_{i(k_i/q_i)}(t) = \sum_{c=k_i}^{q_i} \binom{q_i}{c} \cdot \left[G_{ij}(t) \right]^c \cdot \left[1 - G_{ij}(t) \right]^{q_i - c} \tag{6.21}$$

– wyznaczana w przedziale czasu $<t,t+\tau)$ określona jest wzorem:

$$G_{O_i}(t,\tau) = G_{O_i(k_i/q_i)}(t,\tau) = \sum_{c=k_i}^{q_i} \binom{q_i}{c} \cdot \left[G_{O_{ij}}(t,\tau) \right]^c \cdot \left[1 - G_{O_{ij}}(t,\tau) \right]^{q_i - c} \tag{6.22}$$

W przypadku gdy czas $t \to \infty$, funkcje opisane zależnościami (6.21) oraz (6.22) osiągają wartości graniczne, wówczas:

$$G_i = \sum_{c=k_i}^{q_i} \binom{q_i}{c} \cdot \left[\frac{E\left(X_{ij}\right)}{E\left(X_{ij}\right) + E\left(Y_{ij}\right)} \right]^c \cdot \left[\frac{E\left(Y_{ij}\right)}{E\left(X_{ij}\right) + E\left(Y_{ij}\right)} \right]^{q_i - c} \tag{6.23}$$

$$G_{O_i}(\tau) = \sum_{c=k_i}^{q_i} \binom{q_i}{c} \cdot \left[\frac{1}{\left[E\left(X_{ij}\right) + E\left(Y_{ij}\right)\right]} \cdot \int_{\tau}^{\infty} R_{ij}(x)\, dx \right]^c \cdot \left[1 - \frac{1}{\left[E\left(X_{ij}\right) + E\left(Y_{ij}\right)\right]} \cdot \int_{\tau}^{\infty} R_{ij}(x)\, dx \right]^{q_i - c} \tag{6.24}$$

Przedstawione powyżej wzory opisują gotowość zespołu s_i, i=1,2,...,p w podsystemie utrzymania ruchu i podsystemie interwencyjnym, złożonego z j=1,2,...,q_i stanowisk sprzężonych podstawowymi rodzajami struktur (strukturą szeregową, równoległą, progową). W przypadku gdy poszczególne stanowiska sprzężone są innymi strukturami, wzory opisujące gotowość i-tego zespołu przyjmują bardziej złożoną postać i można je wyprowadzić na podstawie zależności dotyczących gotowości i niezawodności złożonych systemów, przedstawionych w literaturze przedmiotu.

Prezentowane powyżej zależności zostały przedstawione w sposób ogólny, bez określania rodzaju podsystemu, do którego należy analizowane stanowisko lub zespół stanowisk. W przypadku gdy wzór opisujący gotowość dotyczy stanowiska lub zespołu stanowisk w konkretnym podsystemie (PUR lub PI), wówczas we wzorze pojawiają się dodatkowe oznaczenia, określające rodzaj podsystemu, np.:

– w przypadku gotowości pojedynczego stanowiska w podsystemie utrzymania ruchu, wyznaczanej w przedziale czasu τ, wzór (6.12) przyjmuje postać:

$$G_{O_{ij}}^{PUR}(\tau) = \lim_{t \to \infty} G_{O_{ij}}^{PUR}(t, \tau) = \frac{1}{E\left(X_{ij}^{PUR}\right) + E\left(Y_{ij}^{PUR}\right)} \cdot \int_{\tau}^{\infty} R_{ij}^{PUR}(x)\, dx \tag{6.25}$$

– w przypadku gotowości zespołu stanowisk w podsystemie interwencyjnym, sprzężonych strukturą szeregową, wyznaczanej w przedziale czasu τ, wzór (6.16) przyjmuje postać:

$$G_{O_i}^{PI}(\tau) = \frac{1}{\prod_{j=1}^{q_i^{PI}} \left[E\left(X_{ij}^{PI}\right) + E\left(Y_{ij}^{PI}\right)\right]} \cdot \prod_{j=1}^{q_i^{PI}} \int_{\tau}^{\infty} R_{ij}^{PI}(x)\, dx \tag{6.26}$$

6.2.3. Gotowość zespołów stanowisk podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego

W danym rzeczywistym systemie transportowym poszczególne zespoły stanowisk podsystemów utrzymania ruchu oraz interwencyjnego mogą być sprzężone różnego rodzaju strukturami. Rodzaj i złożoność rzeczywistej struktury, jaką sprzężone są poszczególne zespoły stanowisk, zależą od wyposażenia stanowisk i kwalifikacji pracowników oraz od rodzaju zadań przydzielonych poszczególnym zespołom stanowisk. Wyposażenie stanowisk różnych zespołów w podobne urządzenia i narzędzia oraz zatrudnianie pracowników o podobnych kwalifikacjach umożliwiają w razie konieczności realizację zadań jednego zespołu przez inny.

Gotowość podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego zależy również od struktury, jaką sprzężone są poszczególne zespoły stanowisk tych podsystemów. Ogólny przypadek dotyczy sytuacji, gdy poszczególne zespoły stanowisk podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego, ze względu na specjalistyczne wyposażenie oraz kwalifikacje pracowników, nie mogą się zastępować i przeznaczone są do realizacji zadań różnego typu i o różnym zakresie. Oznacza to, że zespoły stanowisk zarówno podsystemu utrzymania ruchu s_i^{PUR}, $i = 1,2,..., p^{PUR}$, jak i podsystemu interwencyjnego s_i^{PI}, $i = 1,2,..., p^{PI}$, sprzężone są strukturą szeregową. Gotowość podsystemów utrzymania ruchu oraz interwencyjnego wyznaczana jest wówczas jako iloczyn gotowości jego poszczególnych zespołów według następujących zależności:

– w chwili t:

$$G(t) = G^{PUR}(t) \cdot G^{PI}(t) = \prod_{i=1}^{p^{PUR}} G_i^{PUR}(t) \cdot \prod_{i=1}^{p^{PI}} G_i^{PI}(t) \tag{6.27}$$

– w przedziale czasu τ:

$$G_O(t,\tau) = G_O^{PUR}(t,\tau) \cdot G_O^{PI}(t,\tau) = \prod_{i=1}^{p^{PUR}} G_{O_i}^{PUR}(t,\tau) \cdot \prod_{i=1}^{p^{PI}} G_{O_i}^{PI}(t,\tau) \tag{6.28}$$

Zwiększenie gotowości PUR oraz PI jest możliwe w wyniku modyfikacji struktury zespołów stanowisk tych podsystemów. Modyfikację struktury zespołów stanowisk można stosować w dwóch przypadkach:

– gdy zapewniona jest realizacja tych samych procesów (przydzielonych zadań) na stanowiskach różnych zespołów, możliwe jest to jedynie wówczas, gdy odpowiednie stanowiska wyposażone są w podobne urządzenia i narzędzia, a pracujący na nich specjaliści mają kwalifikacje, które umożliwiają prawidłową realizację przydzielonych zadań,
– gdy gotowość PUR i PI wyznaczana i oceniana jest dla konkretnego przydzielonego zadania, np. oceniana jest gotowość PUR do realizacji obsługi w dniu użytkowania.

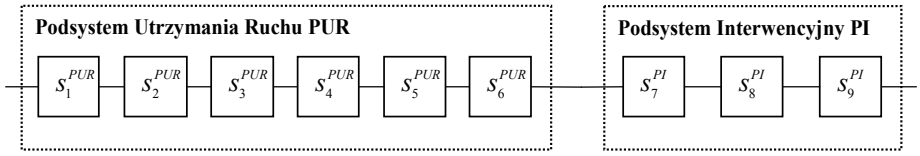
W dalszej części pracy przedstawiono rozważania dotyczące struktur podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego dla wybranego badanego systemu transportowego. W tym celu na podstawie identyfikacji rzeczywistego systemu autobusowego transportu miejskiego wyodrębniono następujące jakościowo różne (ze względu na rodzaj i zakres realizowanych zadań) zespoły stanowisk:

- w podsystemie utrzymania ruchu PUR (zespoły stanowisk stacji obsług):
  - zespół stanowisk uzupełniania paliwa s_1^{PUR},
  - zespół stanowisk obsług w dniu użytkowania s_2^{PUR},
  - zespół stanowisk okresowych obsług technicznych s_3^{PUR},
  - zespół stanowisk diagnostycznych s_4^{PUR},
  - zespół stanowisk napraw bieżących s_5^{PUR},
  - zespół stanowisk napraw specjalistycznych s_6^{PUR};
- w podsystemie interwencyjnym PI (zespoły jednostek pogotowia technicznego):
  - zespół jednostek pogotowia technicznego PT1 napraw bieżących s_7^{PI},

– zespół jednostek pogotowia technicznego PT2 napraw bieżących oraz wymian i napraw kół jezdnych s_8^{PI},
– zespół jednostek pogotowia technicznego PT3 holowania uszkodzonych obiektów technicznych (środków transportu) s_9^{PI}.

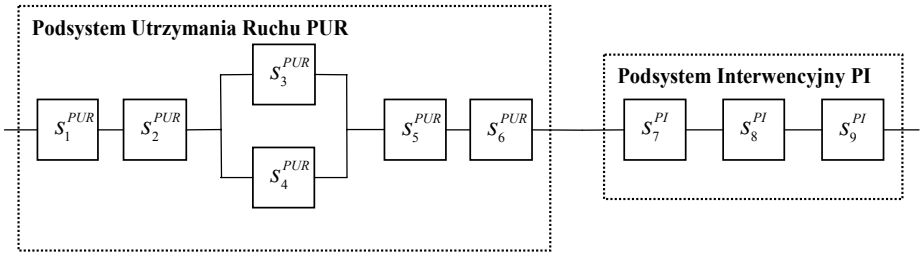
Poniżej przedstawiono przykłady struktur, jakimi mogą być sprzężone zespoły stanowisk podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego w rzeczywistym systemie transportowym.

Struktura 1 – stanowiska poszczególnych zespołów podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego nie mogą się zastępować (przeznaczone są do realizacji zadań różnego typu i o różnym zakresie). Struktura, jaką sprzężone są wówczas poszczególne zespoły stanowisk PUR i PI, przedstawiona jest na rysunku 6.1 (struktura szeregowa).



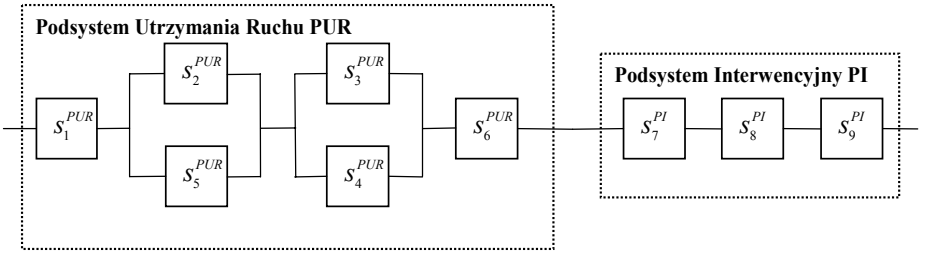
Rys. 6.1. **Struktura 1** zespołów stanowisk podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego

Struktura 2 – stanowiska zespołu okresowych obsług technicznych s_3^{PUR} oraz zespołu diagnostycznego s_4^{PUR} mogą się zastępować (jest to możliwe jedynie wówczas, gdy wyposażenie i kwalifikacje pracowników obu zespołów umożliwiają realizację zadań przydzielonych tym zespołom stanowisk). Stanowiska zespołów s_3^{PUR} i s_4^{PUR} mogą być wówczas sprzężone strukturą równoległą lub progową, natomiast struktura, jaką sprzężone są poszczególne zespoły stanowisk PUR i PI, przedstawiona jest na rysunku 6.2.



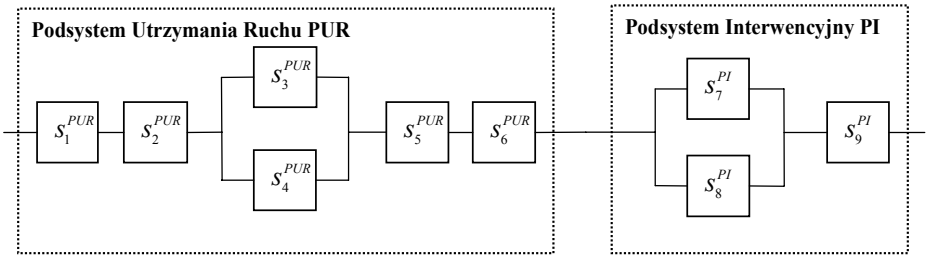
Rys. 6.2. **Struktura 2** zespołów stanowisk podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego

Struktura 3 – tak samo jak w przypadku **Struktury 2** oraz wtedy, gdy na stanowiskach zespołu napraw bieżących s_5^{PUR} możliwa jest realizacja obsług w dniu użytkowania. Stanowiska zespołów s_3^{PUR} i s_4^{PUR} oraz stanowiska zespołów s_2^{PUR} i s_5^{PUR} mogą być wówczas sprzężone strukturą równoległą lub progową, natomiast struktura, jaką sprzężone są poszczególne zespoły stanowisk PUR i PI, przedstawiona jest na rysunku 6.3.



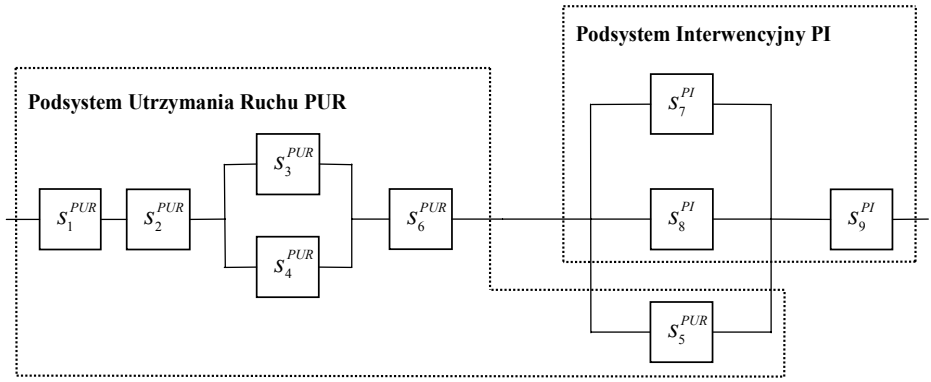
Rys. 6.3. **Struktura 3** zespołów stanowisk podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego

Struktura 4 – tak samo jak w przypadku **Struktury 2** oraz wtedy, gdy naprawy bieżące przydzielone podsystemowi interwencyjnemu PI (jednostkom pogotowia technicznego) mogą być realizowane zarówno przez jednostki PT1 (s_7^{PI}), jak i PT2 (s_8^{PI}). Stanowiska zespołów s_3^{PUR} i s_4^{PUR} oraz stanowiska zespołów s_7^{PI} i s_8^{PI} mogą być wówczas sprzężone strukturą równoległą lub progową, natomiast struktura, jaką sprzężone są poszczególne zespoły stanowisk PUR i PI, przedstawiona jest na rysunku 6.4.



Rys. 6.4. **Struktura 4** zespołów stanowisk podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego

Struktura 5 – tak samo jak w przypadku **Struktury 2** oraz wtedy, gdy naprawy bieżące przydzielone podsystemowi interwencyjnemu PI (jednostkom pogotowia technicznego) mogą być realizowane przez jednostki PT1 (s_7^{PI}), PT2 (s_8^{PI}) oraz na stanowiskach zespołu napraw bieżących s_5^{PUR} stacji obsług (dotyczy napraw realizowanych z utratą kursu). Stanowiska zespołów s_3^{PUR} i s_4^{PUR} oraz stanowiska zespołów s_5^{PUR}, s_7^{PI} i s_8^{PI} mogą być wówczas sprzężone strukturą równoległą lub progową, natomiast struktura, jaką sprzężone są poszczególne zespoły stanowisk PUR i PI, przedstawiona jest na rysunku 6.5.



Rys. 6.5. **Struktura 5** zespołów stanowisk podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego

6.3. Metoda oceny wydajności stanowisk podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego

Stopień realizacji zadań obsługowo-naprawczych, przydzielonych stanowiskom podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego, można określić na podstawie oceny wydajności tych stanowisk, mierzonej liczbą uzdatnionych obiektów technicznych w danym przedziale czasu lub w przeliczeniu na jednostkę czasu. Jednym ze sposobów oceny wydajności stanowisk PUR i PI jest wyznaczenie wartości wskaźnika wydajności, wyrażonego prawdopodobieństwem uzdatnienia wymaganej liczby obiektów technicznych w zadanym przedziale czasu.

Poniżej przedstawiono metodę oceny wydajności stanowisk podsystemów utrzymania ruchu oraz interwencyjnego w systemie transportowym. W prezentowanej metodzie wydajność stanowisk PUR oraz PI mierzona jest wartością wskaźnika wydajności $Z^{(k)}(\tau)$, określonego jako prawdopodobieństwo uzdatnienia wymaganej liczby k obiektów technicznych w przeznaczonym na ten cel przedziale czasu τ. Wartość wskaźnika wydajności stanowisk PUR oraz PI może stanowić podstawę podjęcia decyzji o zmianie liczby, typu stosowanych stanowisk w badanym systemie transportowym oraz struktury, jaką są sprzężone. Zaproponowana metoda może być zastosowana dla pojedynczego stanowiska, zespołu stanowisk danego typu, np. stanowisk diagnostycznych w podsystemie utrzymania ruchu, oraz podsystemu utrzymania ruchu lub podsystemu interwencyjnego jako całości.

Podobnie jak w rozdziale 6.2 oraz w celu zachowania przejrzystości zapisu poniżej przedstawiono zależności ogólne, które mogą dotyczyć zarówno stanowisk podsystemu utrzymania ruchu PUR, jak i podsystemu interwencyjnego PI i mogą być wykorzystane do wyznaczania wskaźnika wydajności stanowisk obu podsystemów łącznie lub oddzielnie.

Niech zmienna losowa T^{OT} oznacza czas przebywania obiektu technicznego poza podsystemem utrzymania ruchu oraz podsystemem interwencyjnym, z dystrybuantą:

$$A(t) = P(T^{OT} < t) \tag{6.29}$$

Jeżeli $L(\tau)$ oznacza liczbę obiektów technicznych kierowanych w przedziale czasu τ do podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego, to rozkład liczby $L(\tau)$ obiektów technicznych kierowanych w przedziale czasu τ do podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego określony jest zależnością:

$$P\left(L(\tau)=n\right)=A^{(n)}(\tau)-A^{(n+1)}(\tau), \quad n=0,1,2,... \tag{6.30}$$

gdzie:

$$A^{(0)}(\tau)=1 \tag{6.31}$$

$$A^{(1)}(\tau)=A(\tau) \tag{6.32}$$

$$A^{(n)}(\tau)=\int_0^t A^{(n-1)}(\tau-x)dA(x), \quad n=2,3,... \tag{6.33}$$

lub:

$$A^{(n)}(\tau)=\int_0^t A^{(n-1)}(\tau-x)a(x)dx, \quad n=2,3,... \tag{6.34}$$

gdzie:

$$a(t)=\frac{dA(t)}{dt} \tag{6.35}$$

Prawdopodobieństwo tego, że liczba $L(\tau)$ obiektów technicznych kierowanych do podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego w przedziale czasu τ jest mniejsza od n, określone jest wówczas zależnością:

$$I(\tau,n)=P\left(L(\tau)<n\right)=1-A^{(n)}(\tau), \quad n=1,2,... \tag{6.36}$$

Niech zmienna losowa U^{OT} oznacza czas przebywania obiektu technicznego w podsystemie utrzymania ruchu oraz podsystemie interwencyjnym, z dystrybuantą:

$$B(t)=P\left(U^{OT}<t\right) \tag{6.37}$$

Jeżeli $N_U(\tau)$ oznacza liczbę obiektów technicznych uzdatnionych w podsystemie utrzymania ruchu oraz podsystemie interwencyjnym w przedziale czasu τ, to rozkład liczby $N_U(\tau)$ obiektów technicznych uzdatnionych w podsystemie utrzymania ruchu oraz podsystemie interwencyjnym w przedziale czasu τ określony jest zależnością:

$$P\left(N_U(\tau)=n\right)=B^{(n)}(\tau)-B^{(n+1)}(\tau), \quad n=0,1,2,... \tag{6.38}$$

gdzie:

$$B^{(0)}(\tau)=1 \tag{6.39}$$

$$B^{(1)}(\tau)=B(\tau) \tag{6.40}$$

$$B^{(n)}(\tau)=\int_0^t B^{(n-1)}(\tau-x)dB(x), \quad n=2,3,... \tag{6.41}$$

lub:

$$B^{(n)}(\tau)=\int_0^t B^{(n-1)}(\tau-x)b(x)dx, \quad n=2,3,... \tag{6.42}$$

gdzie:

$$b(t) = \frac{dB(t)}{dt} \tag{6.43}$$

Prawdopodobieństwo tego, że liczba $N_U(\tau)$ obiektów technicznych uzdatnionych w podsystemie utrzymania ruchu oraz podsystemie interwencyjnym w przedziale czasu τ jest mniejsza od n, określone jest wówczas zależnością:

$$J(\tau, n) = P(N_U(\tau) < n) = 1 - B^{(n)}(\tau), \quad n = 1,2,... \tag{6.44}$$

Z uwzględnieniem powyższego liczba $M(\tau)$ obiektów technicznych nieuzdatnionych w podsystemie utrzymania ruchu oraz podsystemie interwencyjnym w przedziale czasu τ określona jest wzorem:

$$M(\tau) = L(\tau) - N_U(\tau) \tag{6.45}$$

Jej dystrybuanta ma wówczas postać:

$$\begin{aligned} Z(\tau, n) = P(M(\tau) < n) &= P(L(\tau) - N_U(\tau) < n) = \\ &= \sum_{c=0}^{\infty} P(N_U(\tau) = c,\ L(\tau) < n + c) = \\ &= \sum_{c=0}^{\infty} P(N_U(\tau) = c) \cdot P(L(\tau) < n + c) = \\ &= \sum_{c=0}^{\infty} \left[B^{(c)}(\tau) - B^{(c+1)}(\tau)\right] \cdot I(\tau, n + c) = \\ &= \sum_{c=0}^{\infty} \left[B^{(c)}(\tau) - B^{(c+1)}(\tau)\right] \cdot \left[1 - A^{(n+c)}(\tau)\right] \end{aligned} \tag{6.46}$$

Zależność (6.46) wyraża prawdopodobieństwo tego, że liczba obiektów technicznych nieuzdatnionych w podsystemie utrzymania ruchu oraz podsystemie interwencyjnym, w przedziale czasu τ jest mniejsza niż $n = L(\tau) - k$, gdzie k oznacza wymaganą liczbę środków transportu do realizacji przydzielonego zadania przewozowego.

Po uwzględnieniu powyższego zależność (6.46) można przedstawić w następujący sposób:

$$\begin{aligned} Z(\tau, n) = Z(\tau, L(\tau) - k) &= P(M(\tau) < n) = \\ &= P(L(\tau) - N_U(\tau) < L(\tau) - k) = P(N_U(\tau) > k) \end{aligned} \tag{6.47}$$

$Z(\tau, n) = Z(\tau, L(\tau) - k)$ jest charakterystyką opisującą wydajność stanowisk podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego i nosi nazwę wskaźnika wydajności stanowisk PUR i PI. Wielkość ta określona jest jako prawdopodobieństwo tego, że liczba obiektów technicznych uzdatnionych na stanowiskach PUR i PI w przedziale czasu τ jest większa od k. W dalszej części pracy w celu zwiększenia przejrzystości zapisu wskaźnik wydajności stanowisk podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego przyjęto oznaczać w sposób przedstawiony poniżej:

$$Z(\tau, n) = Z(\tau, L(\tau) - k) = Z^{(k)}(\tau) \tag{6.48}$$

6.4. Gotowość podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego – rozkład wykładniczy

W przypadku analizy działania systemów obsługi obiektów technicznych dogodnym sposobem opisu strumienia zgłoszeń jest określenie rozkładu prawdopodobieństwa długości przedziałów czasu między kolejnymi zgłoszeniami. W praktyce, często stosowanym rozkładem długości przedziałów czasu między kolejnymi zgłoszeniami jest prosty strumień zgłoszeń. W przypadku stosowania prostego strumienia zgłoszeń przyjmuje się następujące założenia:
- długości przedziałów czasu między kolejnymi zgłoszeniami są niezależne i mają jednakowe rozkłady prawdopodobieństwa opisane za pomocą ciągłej funkcji gęstości,
- prawdopodobieństwo wystąpienia zgłoszenia w dowolnym przedziale czasu (t_0, t_1) zależy tylko od długości tego przedziału, a nie od chwili początkowej przedziału t_0 ani od liczby zgłoszeń, które wystąpiły do chwili t_0,
- w dowolnym przedziale czasu prawdopodobieństwo zgłoszenia jest dodatnie,
- w dowolnym przedziale czasu może wystąpić co najwyżej jedno zgłoszenie.

Tak określony strumień zgłoszeń, będący przykładem procesu odnowy, nazywany jest strumieniem stacjonarnym lub pojedynczym z brakiem pamięci. Długość przedziałów czasu między kolejnymi zgłoszeniami ma wówczas rozkład wykładniczy, a strumień zgłoszeń ma rozkład Poissona [84].

W przypadku analizy rozkładu prawdopodobieństwa czasu obsługi należy przyjąć dwa podstawowe założenia:
- w danej chwili na danym stanowisku obsługi przebywa tylko jeden obiekt techniczny,
- dla danego stanowiska obsługi kolejne czasy obsługi są niezależne i mają jednakowe rozkłady prawdopodobieństwa, opisane za pomocą ciągłej funkcji gęstości.

Podobnie jak w przypadku rozkładu czasu między kolejnymi zgłoszeniami często przyjmuje się założenie, że rozkład czasu obsługi jest rozkładem wykładniczym. Przyjęcie takiego założenia jest po pierwsze wygodne pod względem matematycznym, po drugie wynika z faktu, że zastosowanie rozkładu wykładniczego umożliwia wystarczająco dokładną analizę działania dowolnego systemu obsługi, gdy rozpatrywany jest graniczny przypadek czasu obsługi, tzn. przypadek analizy systemu bez pamięci. Prawdopodobieństwo zakończenia obsługi dowolnego obiektu technicznego w każdym kolejnym przedziale czasu jest wówczas niezależne od długości przedziału czasu, jaki został już przeznaczony na jego obsługę [16, 66, 84, 91].

Poniżej przedstawiono wzory opisujące gotowość stanowisk podsystemu utrzymania ruchu PUR i podsystemu interwencyjnego PI, opracowane dla charakterystyk modelu ogólnego (przedstawionego w rozdz. 6.2), w przypadku gdy czasy zdatności X_{ij} oraz odnowy Y_{ij} stanowisk tych podsystemów opisane są rozkładem wykładniczym.

Jeżeli zmienne losowe opisujące czasy zdatności X_{ij} oraz odnowy Y_{ij} pojedynczego stanowiska s_{ij}, $i = 1,2,...,p$, $j = 1,2,...,q_i$ w podsystemie utrzymania ruchu i w podsystemie interwencyjnym mają rozkłady wykładnicze, wówczas dystrybuanta czasu zdatności pojedynczego stanowiska s_{ij} opisana jest zależnością:

$$V_{ij}(t) = 1 - e^{-\lambda_{ij} \cdot t}, \quad t \geq 0 \tag{6.49}$$

natomiast dystrybuanta czasu odnowy pojedynczego stanowiska s_{ij} – zależnością:

$$W_{ij}(t) = 1 - e^{-\mu_{ij} \cdot t}, \quad t \geq 0 \tag{6.50}$$

gdzie:

λ_{ij} – intensywność uszkodzeń pojedynczego stanowiska s_{ij} w podsystemie utrzymania ruchu i w podsystemie interwencyjnym,

μ_{ij} – intensywność odnów pojedynczego stanowiska s_{ij} w podsystemie utrzymania ruchu i w podsystemie interwencyjnym.

Po uwzględnieniu powyższych rozważań wzory (6.11) i (6.12) opisujące graniczne współczynniki gotowości (dla $t \to \infty$) pojedynczego stanowiska s_{ij} podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego, wyznaczone dla rozkładu wykładniczego, przedstawione są następująco:

$$G_{ij} = \lim_{t \to \infty} G_{ij}(t) = \frac{\dfrac{1}{\lambda_{ij}}}{\dfrac{1}{\lambda_{ij}} + \dfrac{1}{\mu_{ij}}} = \frac{\mu_{ij}}{\lambda_{ij} + \mu_{ij}} \tag{6.51}$$

$$G_{O_{ij}}(\tau) = \lim_{t \to \infty} G_{O_{ij}}(t, \tau) = \frac{\mu_{ij}}{\lambda_{ij} + \mu_{ij}} \cdot \lambda_{ij} \cdot \int_{\tau}^{\infty} e^{-\lambda_{ij} \cdot x} dx = \frac{\mu_{ij}}{\lambda_{ij} + \mu_{ij}} \cdot \left[-e^{-\lambda_{ij} \cdot x} \right]_{\tau}^{\infty} = \frac{\mu_{ij}}{\lambda_{ij} + \mu_{ij}} \cdot e^{-\lambda_{ij} \cdot \tau} \tag{6.52}$$

6.5. Wydajność stanowisk PUR i PI – rozkład wykładniczy

Przedstawione w rozdziale 6.3 w modelu ogólnym zależności dotyczące oceny wydajności stanowisk podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego mogą być wykorzystane zarówno do wyznaczenia wskaźnika wydajności pojedynczego stanowiska, jak i zespołu stanowisk danego typu lub stanowisk konkretnego podsystemu (np. podsystemu interwencyjnego). Poniżej przedstawiono wzory opisujące wydajność pojedynczego stanowiska s_{ij}, $i = 1,2,...,p$, $j = 1,2,...,q_i$ w PUR lub PI w przypadku gdy zmienne losowe U_{ij}^{OT} (czas przebywania środków transportu na stanowisku s_{ij}) oraz T_{ij}^{OT} (czas przebywania środków transportu poza stanowiskiem s_{ij}) mają rozkłady wykładnicze.

Jeśli zmienna losowa T_{ij}^{OT} oznaczająca czas przebywania obiektu technicznego poza stanowiskiem s_{ij} w PUR lub PI ma rozkład wykładniczy, z dystrybuantą:

$$A_{ij}(t) = P\left(T_{ij}^{OT} < t\right) = 1 - e^{-\beta_{ij} \cdot t}, \quad t \geq 0 \tag{6.53}$$

to rozkład liczby $L_{ij}(\tau)$ obiektów technicznych kierowanych do stanowiska s_{ij} w PUR lub PI w przedziale czasu τ wyraża się wzorem:

$$P\left(L_{ij}(\tau) = n\right) = A_{ij}^{(n)}(\tau) - A_{ij}^{(n+1)}(\tau), \quad n = 0,1,2,... \tag{6.54}$$

Ponieważ:

$$A_{ij}^{(n)}(\tau)=1-\sum_{c=1}^{n-1}\frac{(\beta_{ij}\cdot\tau)^{c}}{c!}e^{-\beta_{ij}\cdot\tau},\quad n=1,2,... \tag{6.55}$$

wówczas:

$$P(L_{ij}(\tau)=n)=\frac{(\beta_{ij}\cdot\tau)^{n}}{n!}e^{-\beta_{ij}\cdot\tau},\quad n=0,1,2,... \tag{6.56}$$

co oznacza, że $L_{ij}(\tau)$ ma rozkład Poissona z parametrem $\beta_{ij}\cdot\tau$.

Jeśli zmienna losowa U_{ij}^{OT} oznaczająca czas przebywania obiektu technicznego na stanowisku s_{ij} w PUR lub PI ma rozkład wykładniczy, z dystrybuantą:

$$B_{ij}(t)=P(U_{ij}^{OT}<t)=1-e^{-\gamma_{ij}\cdot t},\quad t\geq 0 \tag{6.57}$$

to rozkład liczby $N_{U_{ij}}(\tau)$ obiektów technicznych uzdatnionych na stanowisku s_{ij} w PUR lub PI w przedziale czasu τ wyraża się wzorem:

$$P(N_{U_{ij}}(\tau)=n)=B_{ij}^{(n)}(\tau)-B_{ij}^{(n+1)}(\tau),\quad n=0,1,2,... \tag{6.58}$$

Ponieważ:

$$B_{ij}^{(n)}(\tau)=1-\sum_{c=1}^{n-1}\frac{(\gamma_{ij}\cdot\tau)^{c}}{c!}e^{-\gamma_{ij}\cdot\tau},\quad n=1,2,... \tag{6.59}$$

wówczas:

$$P(N_{U_{ij}}(\tau)=n)=\frac{(\gamma_{ij}\cdot\tau)^{n}}{n!}e^{-\gamma_{ij}\cdot\tau},\quad n=0,1,2,... \tag{6.60}$$

co oznacza, że $N_{U_{ij}}(\tau)$ ma rozkład Poissona z parametrem $\gamma_{ij}\cdot\tau$.

Prawdopodobieństwo tego, że liczba obiektów technicznych nieuzdatnionych w przedziale czasu τ na stanowisku s_{ij} w PUR lub PI jest mniejsza niż $n=L_{ij}(\tau)-k$, tzn., że liczba obiektów technicznych uzdatnionych w przedziale czasu τ jest większa od k, zgodnie z zależnościami od (6.46) do (6.48), przyjmuje wówczas postać:

$$\begin{aligned}Z_{ij}^{(k)}(\tau)=Z_{ij}(\tau,n)&=P(M_{ij}(\tau)<n)=P(N_{U_{ij}}(\tau)>k)=\\&=\sum_{c=0}^{\infty}\left[\frac{(\gamma_{ij}\cdot\tau)^{c}}{c!}e^{-\gamma_{ij}\cdot\tau}\cdot\sum_{d=0}^{n+c-1}\frac{(\beta_{ij}\cdot\tau)^{d}}{d!}e^{-\beta_{ij}\cdot\tau}\right]\end{aligned} \tag{6.61}$$

6.6. Gotowość podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego – rozkład Erlanga

Innym typem rozkładu czasu między kolejnymi zgłoszeniami oraz czasu obsługi, często stosowanym w analizie systemów obsługi obiektów technicznych, jest rozkład Erlanga. Zastosowanie rozkładu Erlanga do opisu czasów przebywania w stanach umożliwia rozpatrywanie szerszej klasy systemów obsługi obiektów technicznych niż w przypadku rozkładu wykładniczego [16, 26, 66, 84, 86, 91, 147].

W przypadku gdy zmienne losowe X_{ij} (czasy zdatności) oraz Y_{ij} (czasy odnowy) stanowisk podsystemów utrzymania ruchu PUR i interwencyjnego PI opisane są rozkładami innymi niż wykładniczy, do badania charakterystyk rozpatrywanego procesu należy stosować bardziej ogólne metody analizy niż przedstawione w rozdziale 6.4. Jedną z nich jest metoda polegająca na rozbudowie przestrzeni stanów badanego procesu w taki sposób, że rozpatrywana zmienna losowa o rozkładzie Erlanga jest sumą niezależnych zmiennych losowych o tym samym rozkładzie wykładniczym. Czas zdatności stanowiska podsystemu utrzymania ruchu i interwencyjnego o rozkładzie Erlanga rzędu r_{ij} można wówczas rozłożyć na r_{ij} kolejno następujących po sobie faz zdatności o wykładniczym rozkładzie czasu trwania każdej fazy. Analogicznie czas odnowy stanowiska podsystemu utrzymania ruchu i interwencyjnego o rozkładzie Erlanga rzędu z_{ij} można rozłożyć na z_{ij} kolejno następujących po sobie faz odnowy o wykładniczym rozkładzie czasu trwania każdej fazy. Z uwzględnieniem powyższego zmienne losowe X_{ij} oraz Y_{ij} o rozkładzie Erlanga można przedstawić w następującej postaci:

$$X_{ij} = X_{ij}^{(1)} + X_{ij}^{(2)} + ... + X_{ij}^{(r_{ij})} \tag{6.62}$$

$$Y_{ij} = Y_{ij}^{(1)} + Y_{ij}^{(2)} + ... + Y_{ij}^{(z_{ij})} \tag{6.63}$$

gdzie:

$X_{ij}^{(1)}, X_{ij}^{(2)}, ..., X_{ij}^{(r_{ij})}$ – niezależne zmienne losowe czasu zdatności stanowisk PUR i PI o rozkładzie wykładniczym z parametrem λ_{ij},

$Y_{ij}^{(1)}, Y_{ij}^{(2)}, ..., Y_{ij}^{(z_{ij})}$ – niezależne zmienne losowe czasu odnowy stanowisk PUR i PI o rozkładzie wykładniczym z parametrem μ_{ij}.

Poniżej przedstawiono wzory opisujące gotowość stanowisk podsystemu utrzymania ruchu PUR i podsystemu interwencyjnego PI, opracowane dla charakterystyk modelu ogólnego (przedstawionego w rozdziale 6.2), w przypadku gdy zmienne losowe X_{ij} oraz Y_{ij} opisane są rozkładem Erlanga.

Zakłada się, że czasy zdatności X_{ij} oraz odnowy Y_{ij} pojedynczego stanowiska s_{ij}, $i = 1,2,..., p$, $j = 1,2,..., q_i$ podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego mają rozkład Erlanga, odpowiednio z parametrami (r_{ij}, θ_{ij}) oraz (z_{ij}, υ_{ij}). Z uwagi na to, że rozkład Erlanga jest szczególnym przypadkiem rozkładu gamma, można wówczas symbolicznie zapisać:

$$X_{ij} \sim \Gamma(r_{ij}, \theta_{ij}) \tag{6.64}$$

$$Y_{ij} \sim \Gamma(z_{ij}, \upsilon_{ij}) \tag{6.65}$$

gdzie:

r_{ij} – parametr kształtu rozkładu Erlanga zmiennej losowej X_{ij} (liczba dodatnia całkowita),

θ_{ij} – parametr skali rozkładu Erlanga zmiennej losowej X_{ij} (liczba dodatnia rzeczywista),

z_{ij} – parametr kształtu rozkładu Erlanga zmiennej losowej Y_{ij} (liczba dodatnia całkowita),

υ_{ij} – parametr skali rozkładu Erlanga zmiennej losowej Y_{ij} (liczba dodatnia rzeczywista).

Po uwzględnieniu powyższego wartości średnie czasu zdatności X_{ij} i czasu odnowy Y_{ij} pojedynczego stanowiska s_{ij}, $i=1,2,...,p$, $j=1,2,...,q_i$ podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego przedstawione są zależnościami:

$$EX_{ij} = r_{ij} \cdot \theta_{ij} = \frac{r_{ij}}{\lambda_{ij}} \tag{6.66}$$

$$EY_{ij} = z_{ij} \cdot \upsilon_{ij} = \frac{z_{ij}}{\mu_{ij}} \tag{6.67}$$

Wzory (6.11) i (6.12) opisujące graniczne współczynniki gotowości (dla $t\to\infty$) pojedynczego stanowiska s_{ij} podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego, wyznaczone dla rozkładu Erlanga, przyjmują wówczas postać:

$$G_{ij} = \lim_{t\to\infty} G_{ij}(t) = \frac{\dfrac{r_{ij}}{\lambda_{ij}}}{\dfrac{r_{ij}}{\lambda_{ij}} + \dfrac{z_{ij}}{\mu_{ij}}} = \frac{r_{ij} \cdot \mu_{ij}}{r_{ij} \cdot \mu_{ij} + z_{ij} \cdot \lambda_{ij}} \tag{6.68}$$

$$G_{Oij}(\tau) = \lim_{t\to\infty} G_{Oij}(t,\tau) = \frac{1}{EX_{ij} + EY_{ij}} \cdot \int_{\tau}^{\infty} R_{ij}(x)dx \tag{6.69}$$

gdzie funkcja niezawodności $R_{ij}(x)$ pojedynczego stanowiska s_{ij} ma postać:

$$R_{ij}(x) = \int_{\lambda_{ij}x}^{\infty} \frac{u^{r_{ij}-1}}{(r_{ij}-1)!} e^{-u} du \tag{6.70}$$

Po uwzględnieniu zależności (6.66), (6.67) i (6.70) wzór (6.69) przyjmuje następującą postać:

$$G_{Oij}(\tau) = \frac{1}{\dfrac{r_{ij}}{\lambda_{ij}} + \dfrac{z_{ij}}{\mu_{ij}}} \cdot \int_{\tau}^{\infty} \int_{\lambda_{ij}x}^{\infty} \frac{u^{r_{ij}-1}}{(r_{ij}-1)!} e^{-u} du dx \tag{6.71}$$

6.7. Wydajność stanowisk PUR i PI – rozkład Erlanga

Stosowanie do oceny wydajności stanowisk podsystemu utrzymania ruchu PUR i podsystemu interwencyjnego PI wzorów przedstawionych w rozdziale 6.5 ograniczone jest jedynie dla przypadków, gdy zmienne losowe U_{ij}^{OT} (czasy przebywania środków transportu na stanowiskach PUR i PI) oraz zmienne losowe T_{ij}^{OT} (czasy przebywania środków transportu poza stanowiskami PUR i PI) mają rozkłady wykładnicze. Gdy zmienne losowe U_{ij}^{OT} oraz T_{ij}^{OT} opisane są rozkładami innymi niż wykładniczy, podobnie jak w przypadku oceny gotowości stanowisk PUR i PI, możliwe jest rozbudowanie przestrzeni stanów rozpatrywanego procesu, w taki sposób, aby zmienne losowe U_{ij}^{OT} oraz T_{ij}^{OT} o rozkładzie Erlanga można przedstawić w postaci sum niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie wykładniczym.

Poniżej przedstawiono wzory opisujące wydajność *i*-tego zespołu stanowisk s_i, $i=1,2,...,p$ w PUR lub PI w przypadku gdy zmienne losowe U_i^{OT} oraz T_i^{OT} mają rozkłady Erlanga.

Jeśli zmienna losowa T_i^{OT} oznaczająca czas przebywania obiektu technicznego poza zespołem stanowisk s_i w PUR lub PI ma rozkład Erlanga rzędu r_i, z dystrybuantą:

$$A_i(t)=P\left(T_i^{OT}<t\right)=\int_0^{\beta_i\cdot t}\frac{u^{r_i-1}}{(r_i-1)!}e^{-u}du,\quad t\geq 0,\quad \beta_i>0 \tag{6.72}$$

to liczba $L_i(\tau)$ oznaczająca liczbę obiektów technicznych kierowanych do zespołu stanowisk s_i w PUR lub PI w przedziale czasu τ ma rozkład:

$$P\left(L_i(\tau)=n\right)=\sum_{l=n\cdot r_i}^{n\cdot r_i+r_i-1}\frac{\left(\beta_i\cdot\tau\right)^l}{l!}e^{-\beta_i\cdot\tau},\quad n=0,1,2,... \tag{6.73}$$

Jeśli zmienna losowa U_i^{OT} oznaczająca czas przebywania obiektu technicznego na stanowiskach zespołu s_i w PUR lub PI ma rozkład Erlanga rzędu z_i, z dystrybuantą:

$$B_i(t)=P\left(U_i^{OT}<t\right)=\int_0^{\gamma_i\cdot t}\frac{u^{z_i-1}}{(z_i-1)!}e^{-u}du,\quad t\geq 0,\quad \gamma_i>0 \tag{6.74}$$

to liczba $N_{U_i}(\tau)$ oznaczająca liczbę obiektów technicznych uzdatnionych na stanowiskach zespołu s_i w PUR lub PI w przedziale czasu τ ma rozkład:

$$P\left(N_{U_i}(\tau)=n\right)=\sum_{l=n\cdot z_i}^{n\cdot z_i+z_i-1}\frac{\left(\gamma_i\cdot\tau\right)^l}{l!}e^{-\gamma_i\cdot\tau},\quad n=0,1,2,... \tag{6.75}$$

Prawdopodobieństwo tego, że liczba obiektów technicznych nieuzdatnionych w przedziale czasu τ na stanowiskach zespołu s_i w PUR lub PI jest mniejsza niż $n=L_i(\tau)-k$, tzn., że liczba obiektów technicznych uzdatnionych w przedziale czasu τ jest większa od *k*, zgodnie z zależnościami od (6.46) do (6.48), przyjmuje wówczas postać:

$$\begin{aligned}Z_i^{(k)}(\tau)=Z_i(\tau,n)&=P\left(M_i(\tau)<n\right)=P\left(N_{U_i}(\tau)>k\right)=\\&=\sum_{c=0}^{\infty}\left[\sum_{l=c\cdot z_i}^{c\cdot z_i+z_i-1}\frac{\left(\gamma_i\cdot\tau\right)^l}{l!}e^{-\gamma_i\cdot\tau}\cdot\sum_{m=(n+c)(r_i-1)}^{(n+c)r_i-1}\frac{\left(\beta_i\cdot\tau\right)^m}{m!}e^{-\beta_i\cdot\tau}\right]\end{aligned} \tag{6.76}$$

6.8. Gotowość operacyjna podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego do realizacji przydzielonego zadania obsługowo-naprawczego

W przypadku podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego gotowość operacyjna do realizacji przydzielonego zadania określa prawdopodobieństwo tego, że w przedziale czasu τ stanowiska tych podsystemów są gotowe (zdatne i zaopatrzone) do realizacji zadania oraz przydzielone zadanie zostanie zrealizowane w przeznaczonym na

ten cel przedziale czasu τ. Miarą gotowości operacyjnej stanowisk PUR oraz PI do realizacji przydzielonego zadania jest iloczyn prawdopodobieństw zajścia dwóch zdarzeń:

– zdarzenia polegającego na tym, że stanowiska PUR oraz PI w dowolnej chwili są gotowe (zdatne i zaopatrzone) do podjęcia przydzielonego zadania i pozostaną w tym stanie na czas τ trwania zadania; prawdopodobieństwo to wyrażone jest wartością gotowości operacyjnej stanowisk analizowanych podsystemów $G_O(\tau)$ (wzory opisujące gotowość stanowisk PUR i PI przedstawiono w rozdziale 6.2),
– zdarzenia polegającego na tym, że zadanie przydzielone stanowiskom rozpatrywanych podsystemów zostanie zrealizowane, tzn. w przedziale czasu τ liczba uzdatnionych obiektów technicznych będzie większa od k; prawdopodobieństwo to wyrażone jest wartością wskaźnika wydajności $Z^{(k)}(\tau)$ stanowisk PUR oraz PI (sposób wyznaczania $Z^{(k)}(\tau)$ przedstawiono w rozdziale 6.3).

Po uwzględnieniu powyższych rozważań gotowość operacyjna podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego do realizacji przydzielonego zadania obsługowo-naprawczego w przedziale czasu τ określona jest następująco:

$$G_{OZ}^{(k)}(\tau) = G_O(\tau) \cdot Z^{(k)}(\tau) \tag{6.77}$$

gdzie:

$G_O(\tau)$ – gotowość operacyjna stanowisk podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego, wyznaczana jako prawdopodobieństwo tego, że w dowolnej chwili t stanowiska tych podsystemów będą w stanie zdatności i przetrwają w tym stanie przez wymagany przedział czasu τ, określona wzorami przedstawionymi w rozdziale 6.2,

$Z^{(k)}(\tau)$ – prawdopodobieństwo tego, że liczba obiektów technicznych nieuzdatnionych na stanowiskach podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego w przedziale czasu τ jest mniejsza niż $n = L(\tau) - k$, tzn. że liczba obiektów technicznych uzdatnionych w przedziale czasu τ jest większa od k, określone wzorami przedstawionymi w rozdziale 6.3.

Poniżej dla danych eksploatacyjnych uzyskanych z badań rzeczywistego systemu eksploatacji środków transportu przedstawiono przykładowe wyniki oceny gotowości operacyjnej podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego do realizacji przydzielonych zadań obsługowo-naprawczych. Podczas analizy przedstawionego przykładu przyjęto, że podsystemy utrzymania ruchu i interwencyjny złożone są z następujących zespołów stanowisk:

- w podsystemie utrzymania ruchu PUR (zespoły stanowisk stacji obsług):
  – zespół stanowisk uzupełniania paliwa s_1, złożony z 4 stanowisk sprzężonych strukturą progową (2 z 4 stanowisk),
  – zespół stanowisk obsług w dniu użytkowania s_2, złożony z 2 stanowisk sprzężonych strukturą szeregową,
  – zespół stanowisk okresowych obsług technicznych s_3 (1 stanowisko),
  – zespół stanowisk diagnostycznych s_4 (1 stanowisko),
  – zespół stanowisk napraw bieżących s_5, złożony z 16 stanowisk sprzężonych strukturą progową (10 z 16 stanowisk),

- w podsystemie interwencyjnym PI (zespoły jednostek pogotowia technicznego):
  - zespół jednostek przeznaczonych do realizacji napraw na trasie s_6, złożony z 4 stanowisk sprzężonych strukturą progową (2 z 4 stanowisk),
  - zespół jednostek przeznaczonych do holowania uszkodzonych obiektów technicznych (środków transportu) s_7 (1 stanowisko).

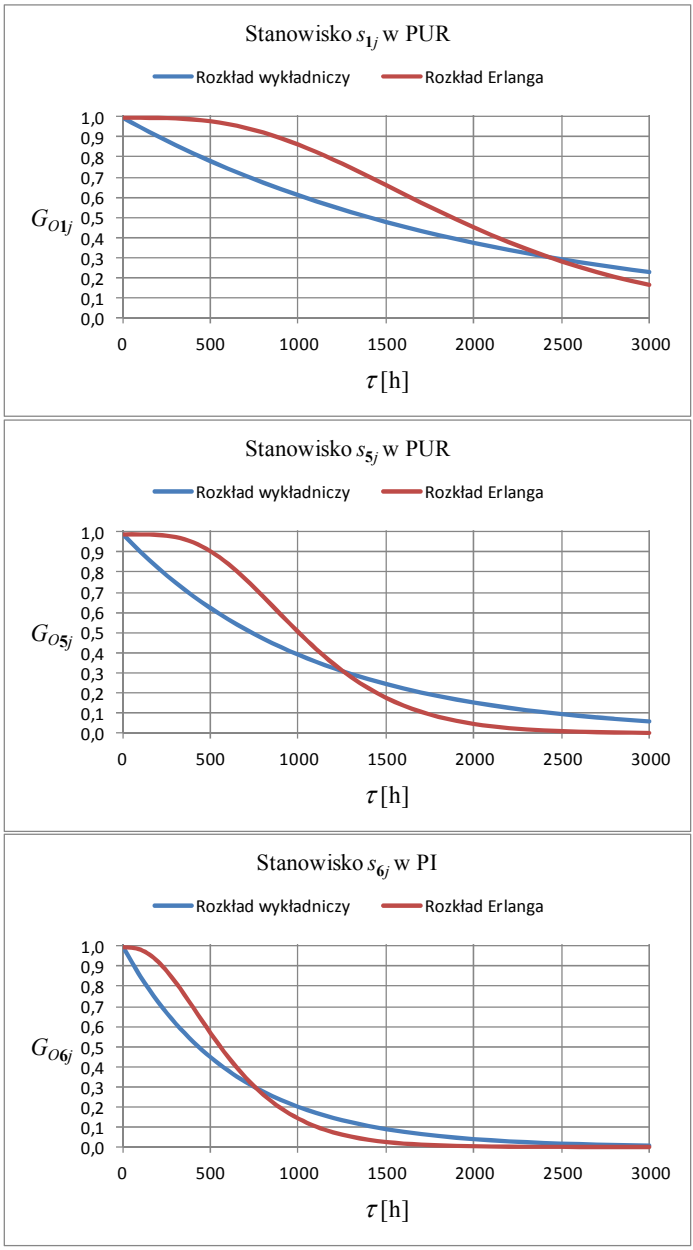
Dodatkowo w przedstawionym przykładzie założono, że poszczególne zespoły stanowisk podsystemów utrzymania ruchu oraz interwencyjnego sprzężone są strukturą szeregową.

W tabeli 6.1 przedstawiono wartości wybranych charakterystyk opisujących czasy zdatności i czasy odnowy stanowisk podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego oraz procesy realizowane na stanowiskach poszczególnych zespołów tych podsystemów.

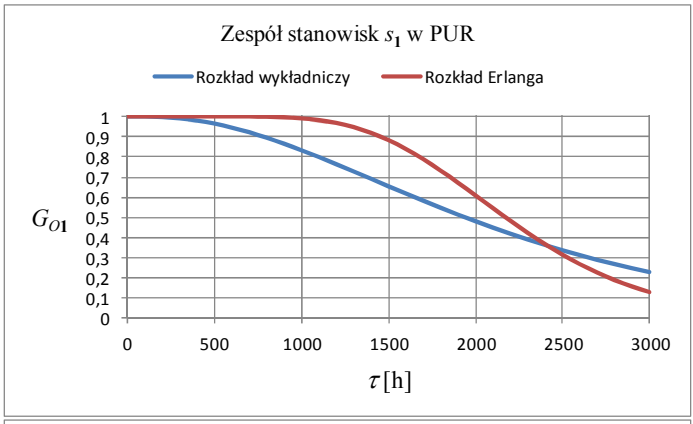
Tabela 6.1. Wartości wybranych charakterystyk stanowisk podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego

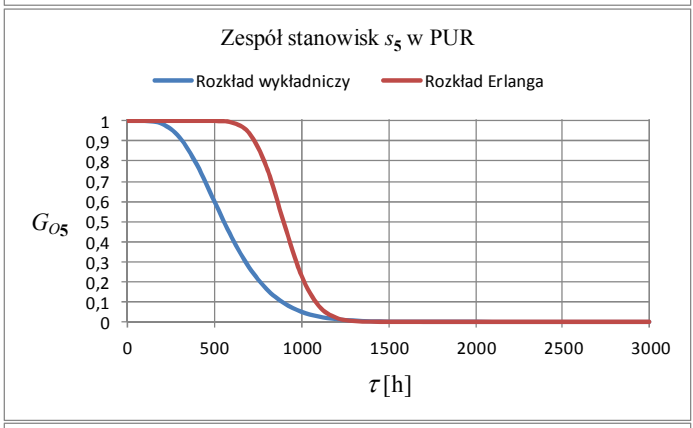
Oznaczenie *i*-tego zespołu stanowisk	Średni czas zdatności pojedynczego stanowiska *i*-tego zespołu	Średni czas odnowy pojedynczego stanowiska *i*-tego zespołu	Średni czas przebywania obiektu technicznego w *i*-tym zespole stanowisk	Średni czas przebywania obiektu technicznego poza *i*-tym zespołem stanowisk	Średnia dobowa liczba realizacji zadań w *i*- tym zespole stanowisk
	X_{ij} [h]	Y_{ij} [h]	U_i^{OT} [h]	T_i^{OT} [h]	
s_1	2048	11,5	0,106	15,6	280,61
s_2	1224	7	0,123	23,6	185,14
s_3	1512	9,5	3,885	1 382,3	3,16
s_4	1272	8	0,419	141,4	30,88
s_5	1080	12,5	3,242	91,5	47,72
s_6	768	3,5	0,436	104,3	32,91
s_7	1152	6,5	0,902	3 259,7	1,34

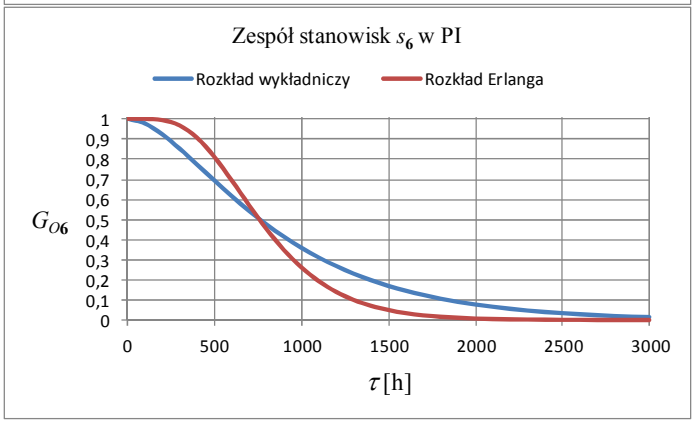
Na rysunkach 6.6-6.15 przedstawiono przykładowe wyniki dotyczące gotowości oraz wydajności stanowisk podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego. Wykresy przedstawione na rysunkach 6.6 i 6.7 dotyczą gotowości operacyjnej wybranych stanowisk oraz zespołów stanowisk podsystemów PUR i PI, natomiast na rysunkach 6.8-6.11 przedstawiono wartości wskaźnika wydajności i gotowości operacyjnej do realizacji przydzielonych zadań pojedynczego stanowiska napraw bieżących w PUR. Następnie, uwzględniając strukturę analizowanych podsystemów oraz zespołów stanowisk, na podstawie wartości wyznaczonych dla poszczególnych zespołów stanowisk wyznaczono wartości wskaźnika wydajności i gotowości operacyjnej do realizacji przydzielonych zadań obsługowo-naprawczych dla podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego jako całości (rys. 6.12-6.15).



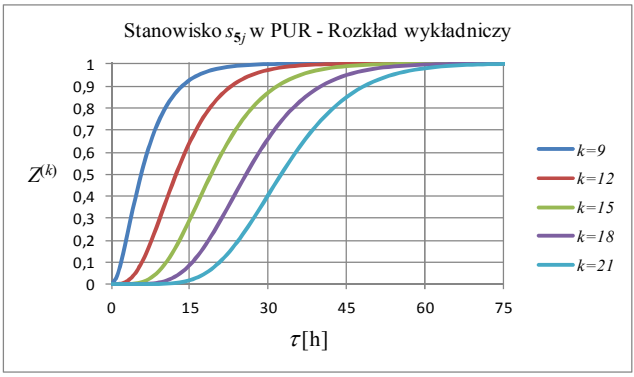
Rys. 6.6. Gotowość operacyjna stanowiska uzupełniania paliwa s_{1j}, stanowiska napraw bieżących s_{5j} (stacja obsług) oraz stanowiska napraw na trasie s_{6j} (jednostki pogotowia technicznego)



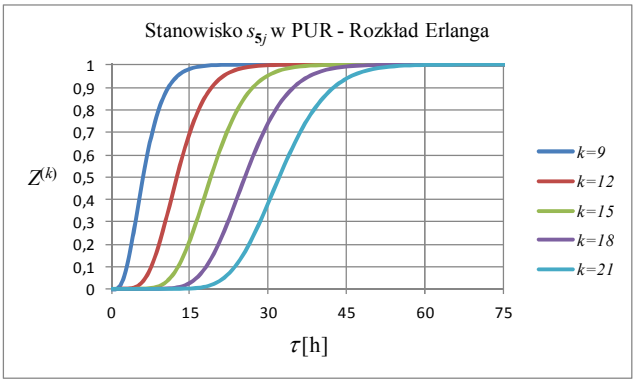




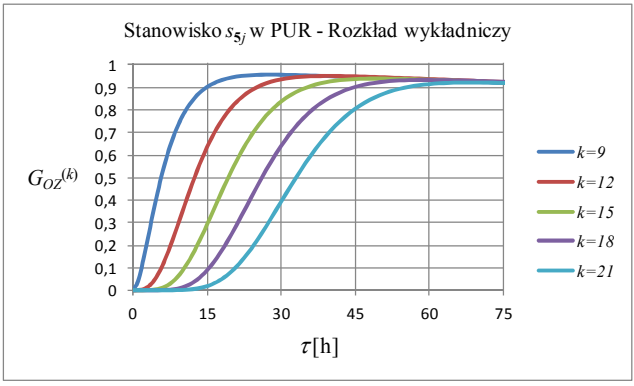
Rys. 6.7. Gotowość operacyjna zespołów stanowisk uzupełniania paliwa s_1, napraw bieżących s_5 (stacja obsług) oraz napraw na trasie s_6 (jednostki pogotowia technicznego)



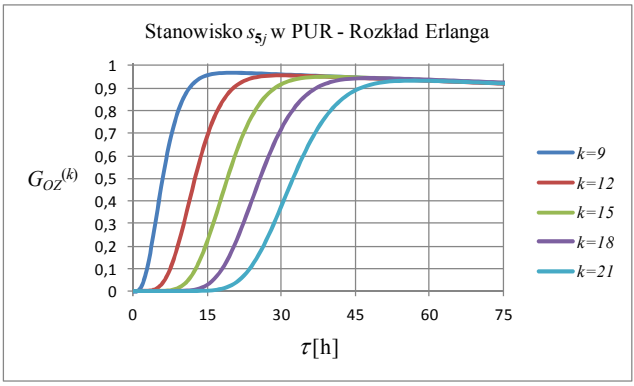
Rys. 6.8. Wartości wskaźnika wydajności pojedynczego stanowiska napraw bieżących w podsystemie utrzymania ruchu dla danych liczb naprawianych obiektów technicznych k = 9, 12, 15, 18, 21 (rozkład wykładniczy)



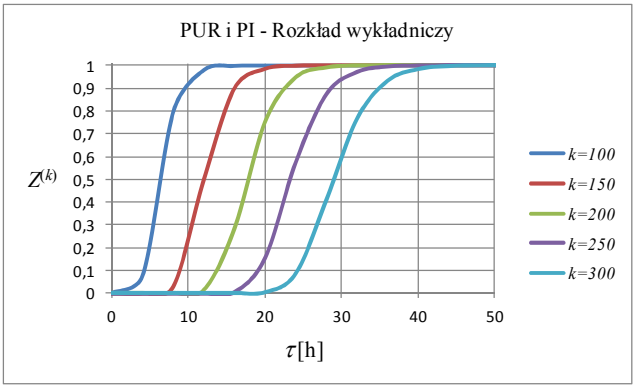
Rys. 6.9. Wartości wskaźnika wydajności pojedynczego stanowiska napraw bieżących w podsystemie utrzymania ruchu dla danych liczb naprawianych obiektów technicznych k = 9, 12, 15, 18, 21 (rozkład Erlanga)



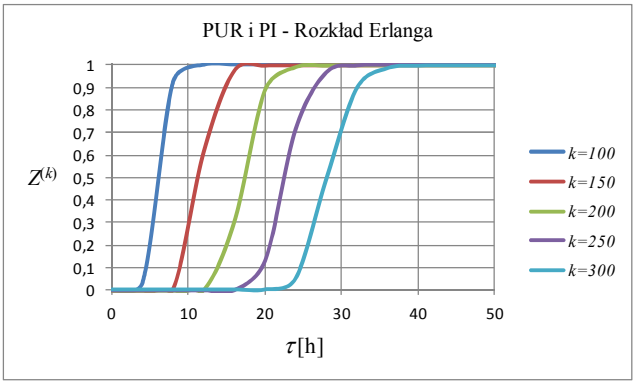
Rys. 6.10. Gotowość operacyjna pojedynczego stanowiska napraw bieżących w podsystemie utrzymania ruchu do realizacji przydzielonego zadania (naprawy k obiektów technicznych) dla danych liczb naprawianych obiektów technicznych k = 9, 12, 15, 18, 21 (rozkład wykładniczy)



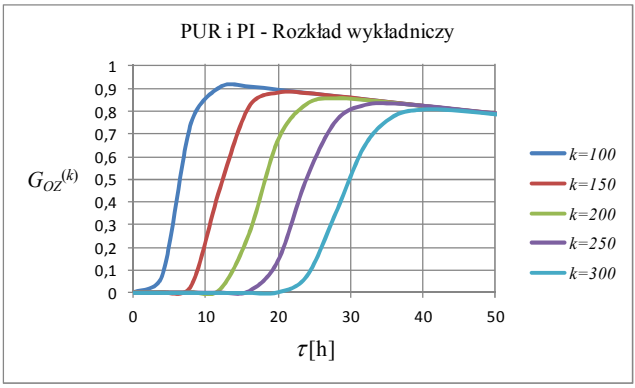
Rys. 6.11. Gotowość operacyjna pojedynczego stanowiska napraw bieżących w podsystemie utrzymania ruchu do realizacji przydzielonego zadania (naprawy k obiektów technicznych) dla danych liczb naprawianych obiektów technicznych k = 9, 12, 15, 18, 21 (rozkład Erlanga)



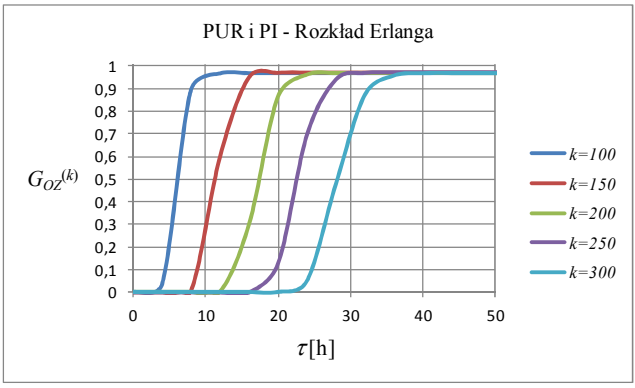
Rys. 6.12. Wartości wskaźnika wydajności stanowisk podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego dla danych liczb uzdatnianych obiektów technicznych k = 100, 150, 200, 250, 300 (rozkład wykładniczy)



Rys. 6.13. Wartości wskaźnika wydajności stanowisk podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego dla danych liczb uzdatnianych obiektów technicznych k = 100, 150, 200, 250, 300 (rozkład Erlanga)



Rys. 6.14. Gotowość operacyjna stanowisk podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego do realizacji przydzielonego zadania (uzdatnienia k obiektów technicznych) dla danych liczb uzdatnianych obiektów technicznych k = 100, 150, 200, 250, 300 (rozkład wykładniczy)



Rys. 6.15. Gotowość operacyjna stanowisk podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego do realizacji przydzielonego zadania (uzdatnienia k obiektów technicznych) dla danych liczb uzdatnianych obiektów technicznych k = 100, 150, 200, 250, 300 (rozkład Erlanga)

Na podstawie przedstawionych wykresów można zauważyć, że wartości wyznaczonych charakterystyk są większe w przypadku gdy zmienne losowe opisane są rozkładem Erlanga niż w przypadku rozkładu wykładniczego. Dotyczy to przede wszystkim gotowości operacyjnej stanowisk obsługowo-naprawczych $G_O(\tau)$, gdzie gotowość pojedynczego stanowiska może różnić się nawet o około 0,3 dla rozpatrywanych rozkładów (rys. 6.6), a dla zespołów stanowisk różnice te są jeszcze większe (rys. 6.7). W przypadku wskaźnika wydajności $Z^{(k)}(\tau)$ (rys. 6.8, 6.9, 6.12 i 6.13) różnice są mniejsze i wynoszą około 0,1. Na rysunkach 6.10, 6.11, 6.14 i 6.15 przedstawiono wykresy gotowości operacyjnej stanowisk obsługowo-naprawczych do realizacji przydzielonego zadania $G_{OZ}^{(k)}(\tau)$, wyznaczanej jako iloczyn gotowości operacyjnej i wskaźnika wydajności stanowisk. W przypadku rozpatrywania podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego jako całości (rys. 6.14 i 6.15) widoczna jest nie tylko różnica warto-

ści, ale również zauważyć można większe zmiany w czasie wartości $G_{OZ}^{(k)}(\tau)$ dla rozkładu wykładniczego niż dla rozkładu Erlanga.

Na podstawie przedstawionych wykresów możliwe są analiza i ocena gotowości operacyjnej stanowisk podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego do realizacji przydzielonych zadań obsługowo-naprawczych. W dalszej części pracy przedstawiono metodę oceny gotowości podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego oraz sposób wyznaczania wymaganej gotowości $G_{ij_{wym}}(\tau)$ pojedynczego stanowiska oraz wymaganej liczby $q_{i_{wym}}$ stanowisk w *i*-tym zespole w taki sposób, aby przydzielone zadania obsługowo-naprawcze mogły być prawidłowo zrealizowane.

Wymagana gotowość operacyjna podsystemu utrzymania ruchu lub podsystemu interwencyjnego do realizacji przydzielonego zadania obsługowo-naprawczego (uzdatnienia liczby *k* obiektów technicznych w przedziale czasu o długości τ) określona jest jako iloczyn wymaganej gotowości $G_{O_{wym}}^{(k)}(\tau)$ oraz wymaganej wartości wskaźnika wydajności $Z_{wym}^{(k)}(\tau)$ stanowisk analizowanych podsystemów w przedziale czasu o długości τ:

$$G_{OZ_{wym}}^{(k)}(\tau) = G_{O_{wym}}^{(k)}(\tau) \cdot Z_{wym}^{(k)}(\tau) \tag{6.78}$$

W uogólnieniu ocenę gotowości podsystemu utrzymania ruchu PUR oraz podsystemu interwencyjnego PI do realizacji przydzielonych zadań obsługowo-naprawczych w przedziale czasu τ dokonuje się przez porównanie wartości gotowości rzeczywistych tych podsystemów (wyznaczonych na podstawie danych z badań eksploatacyjnych) z wartościami wymaganymi gotowości, jakie PUR oraz PI powinny mieć, aby przydzielone zadania zostały prawidłowo zrealizowane. Każde zadanie przydzielone PUR i PI określone jest długością przedziału czasu τ przeznaczonego na realizację zadania, wielkością zadania (ile obiektów technicznych powinno zostać uzdatnionych lub/i zaopatrzonych) oraz zakresem zadania (co należy zrobić). Zadania przydzielone PUR i PI mogą być prawidłowo zrealizowane jedynie wówczas, gdy spełnione zostaną jednocześnie dwa kryteria:

- gdy stan, w którym znajdują się stanowiska PUR i PI, należy do zbioru stanów gotowości, umożliwiających przystąpienie do realizacji zadania, i możliwe jest zachowanie stanu gotowości przez wymagany przedział czasu τ, potrzebny do jego ukończenia, tzn. $G_O(\tau) \geq G_{O_{wym}}^{(k)}(\tau)$,
- gdy w danym przedziale czasu τ zostanie uzdatniona lub/i zaopatrzona wymagana liczba *k* obiektów technicznych (środków transportu), tzn. $Z^{(k)}(\tau) = Z_{wym}^{(k)}(\tau) = 1$.

Wówczas, z uwzględnieniem zależności (6.77) i (6.78), musi zostać spełniony warunek:

$$G_{OZ}^{(k)}(\tau) \geq G_{OZ_{wym}}^{(k)}(\tau) \tag{6.79}$$

czyli:

$$G_O(\tau) \cdot Z^{(k)}(\tau) \geq G_{O_{wym}}^{(k)}(\tau) \cdot Z_{wym}^{(k)}(\tau) \tag{6.80}$$

6.8.1. Oszacowanie statystyczne wymaganej gotowości podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego do realizacji przydzielonego zadania obsługowo-naprawczego

Wymagana gotowość $G_{O_{wym}}^{(k)}(\tau)$ stanowisk podsystemu utrzymania ruchu lub podsystemu interwencyjnego, wyznaczana dla liczby k uzdatnionych obiektów technicznych w przedziale czasu o długości τ, opisana jest następująco:

$$G_{O_{wym}}^{(k)}(\tau) = \frac{T_{wym}^{(k)}(\tau)}{T_{wym}^{(k)}(\tau) + U_{wym}^{(k)}(\tau)} \tag{6.81}$$

gdzie:

$T_{wym}^{(k)}(\tau)$ – wymagany czas gotowości stanowisk PUR i PI dla danych k i τ,

$U_{wym}^{(k)}(\tau)$ – wymagany czas niegotowości stanowisk PUR i PI dla danych k i τ.

Przy założeniu, że dla dowolnego przedziału czasu o długości τ suma wymaganych czasów gotowości i niegotowości stanowisk podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego jest równa przedziałowi czasu o długości τ, tzn. $T_{wym}^{(k)}(\tau) + U_{wym}^{(k)}(\tau) = \tau$, wzór (6.81) można zapisać następująco:

$$G_{O_{wym}}^{(k)}(\tau) = \frac{T_{wym}^{(k)}(\tau)}{\tau} \tag{6.82}$$

Wymagany czas gotowości $T_{wym}^{(k)}(\tau)$ stanowisk PUR i PI zależy od przewidywanego sumarycznego czasu uzdatniania liczby k obiektów technicznych (środków transportu) w przedziale czasu o długości τ oraz od liczby q jednorodnych stanowisk analizowanego podsystemu (równoległych kanałów uzdatniania) i opisany jest warunkiem:

$$T_{wym}^{(k)}(\tau) = \frac{k \cdot \overline{U^{OT}}(\tau)}{q} \le \tau \tag{6.83}$$

gdzie:

$\overline{U^{OT}}(\tau)$ – średni czas przebywania obiektu technicznego w podsystemie utrzymania ruchu oraz podsystemie interwencyjnym (średni czas uzdatniania obiektu technicznego).

W przypadku gdy $T_{wym}^{(k)}(\tau) > \tau$, w przedziale czasu o długości τ na stanowiskach analizowanego podsystemu (PUR lub PI) nie jest możliwe uzdatnienie wymaganej liczby k obiektów technicznych.

Zadanie obsługowo-naprawcze przydzielone podsystemom utrzymania ruchu i interwencyjnemu określone jest wymaganą liczbą $k = N_{U_{wym}}(\tau) = N_{U_{wym}}^{PUR}(\tau) + N_{U_{wym}}^{PI}(\tau)$ obiektów technicznych, które powinny być uzdatnione lub/i zaopatrzone w danym przedziale czasu o długości τ. Liczba $N_{U_{wym}}(\tau)$ może być wyznaczana w dwóch wariantach:

1) w przypadku gdy wymagana liczba obiektów technicznych, które należy uzdatnić na stanowiskach podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego w przedziale czasu

o długości τ, równa jest liczbie obiektów kierowanych na stanowiska tych podsystemów w przedziale czasu o długości τ, wówczas:

$$N_{U_{wym}}(\tau) = L(\tau) = L^{PUR}(\tau) + L^{PI}(\tau) = \\ = \sum_{i=1}^{p^{PUR}} L_i^{PUR}(\tau) + \sum_{i=1}^{p^{PI}} L_i^{PI}(\tau) = \\ = \sum_{i=1}^{p^{PUR}} \sum_{j=1}^{q_i^{PUR}} L_{ij}^{PUR}(\tau) + \sum_{i=1}^{p^{PI}} \sum_{j=1}^{q_i^{PI}} L_{ij}^{PI}(\tau) \tag{6.84}$$

gdzie:

p^{PUR} – liczba zespołów stanowisk w podsystemie utrzymania ruchu PUR,

p^{PI} – liczba zespołów stanowisk w podsystemie interwencyjnym PI,

q_i^{PUR} – liczba stanowisk w *i*-tym zespole podsystemu utrzymania ruchu PUR,

q_i^{PI} – liczba stanowisk w *i*-tym zespole podsystemu interwencyjnego PI;

2) w przypadku gdy wymagana liczba obiektów technicznych, które należy uzdatnić na stanowiskach podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego w przedziale czasu o długości τ, równa jest różnicy pomiędzy wymaganą liczbą k^{PP} obiektów technicznych (środków transportu) niezbędnych do realizacji zadania przewozowego przez podsystem procesowy PP a liczbą $N - L(\tau)$ obiektów technicznych zdatnych i zaopatrzonych w systemie transportowym (N – liczba wszystkich obiektów technicznych eksploatowanych w systemie transportowym), przedstawiona następującą zależnością:

$$N_{U\,wym}(\tau) = k^{PP} - [N - L(\tau)] = \\ = k^{PP} - [N - (L^{PUR}(\tau) + L^{PI}(\tau))] = \\ = k^{PP} - \left[N - \left(\sum_{i=1}^{p^{PUR}} L_i^{PUR}(\tau) + \sum_{i=1}^{p^{PI}} L_i^{PI}(\tau) \right) \right] = \\ = k^{PP} - \left[N - \left(\sum_{i=1}^{p^{PUR}} \sum_{j=1}^{q_i^{PUR}} L_{ij}^{PUR}(\tau) + \sum_{i=1}^{p^{PI}} \sum_{j=1}^{q_i^{PI}} L_{ij}^{PI}(\tau) \right) \right] \tag{6.85}$$

6.8.2. Ocena gotowości operacyjnej podsystemu utrzymania ruchu i podsystemu interwencyjnego do realizacji przydzielonego zadania obsługowo-naprawczego

Z uwzględnieniem powyższego stwierdza się, że ocena gotowości operacyjnej PUR i PI do realizacji przydzielonego zadania polega na wyznaczeniu wartości gotowości operacyjnej tych podsystemów dla wymaganego przedziału czasu o długości τ oraz wymaganej liczby $k = N_{U_{wym}}(\tau)$ obiektów technicznych, które należy uzdatnić lub/i zaopatrzyć, a następnie porównaniu z wartością wymaganej gotowości operacyjnej PUR i PI, zgodnie z zależnością:

$$G_{OZ}^{(k)}(\tau) = G_O(\tau) \cdot Z^{(k)}(\tau) \geq G_{OZ_{wym}}^{(k)}(\tau), \text{ dla } k = N_{U_{wym}}(\tau) \tag{6.86}$$

gdzie:

$$Z^{(k)}(\tau) = P\left(k \geq N_{U_{wym}}(\tau)\right) \tag{6.87}$$

oznacza prawdopodobieństwo tego, że liczba obiektów technicznych uzdatnionych na stanowiskach podsystemu utrzymania ruchu oraz podsystemu interwencyjnego w przedziale czasu o długości τ jest nie mniejsza niż wymagana liczba $N_{U_{wym}}(\tau)$ obiektów technicznych, które należy uzdatnić w przedziale czasu o długości τ, zgodnie z wymaganiami zawartymi w opisie przydzielonego zadania.

Jeśli wartość gotowości operacyjnej stanowisk PUR i PI do realizacji przydzielonego zadania jest mniejsza od wymaganej, tzn. $G_{OZ}^{(k)}(\tau) < G_{OZ_{wym}}^{(k)}(\tau)$, to wartość gotowości operacyjnej stanowisk jest mniejsza od wymaganej, czyli $G_O(\tau) < G_{O_{wym}}^{(k)}(\tau)$ lub wartość wskaźnika wydajności stanowisk $Z^{(k)}(\tau) < 1$. Przydzielone zadanie stanowiskom PUR i PI nie może wówczas zostać prawidłowo zrealizowane (w przedziale czasu o długości τ nie jest możliwe uzdatnienie wymaganej liczby $N_{U_{wym}}(\tau)$ obiektów technicznych). Zapewnienie wymaganej gotowości podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego $G_{OZ}^{(k)}(\tau) \geq G_{OZ_{wym}}^{(k)}(\tau)$ w przypadku gdy:

- $G_O(\tau) < G_{O_{wym}}^{(k)}(\tau)$ możliwe jest w wyniku zwiększenia niezawodności tych podsystemów przez:
  - zastosowanie (wymianę) stanowisk (urządzeń i narzędzi) o wyższej niezawodności i trwałości,
  - dostosowanie liczby i struktury stanowisk PUR i PI;
- $Z^{(k)}(\tau) < 1$ możliwe jest w wyniku zmniejszenia średniego czasu przebywania (uzdatniania lub/i zaopatrywania) obiektu technicznego (środka transportu) na stanowiskach PUR i PI przez:
  - zwiększenie liczby stanowisk poszczególnych zespołów s_i w PUR i PI,
  - dostosowanie wyposażenia stanowisk w taki sposób, aby w razie konieczności możliwa była realizacja określonych zadań na stanowiskach różnych zespołów,
  - zastosowanie (wymianę) stanowisk (urządzeń i narzędzi) o wyższej wydajności.

Wyznaczenie wartości gotowości operacyjnej $G_{OZ}^{(k)}(\tau)$ dla podsystemu utrzymania ruchu lub/i podsystemu interwencyjnego umożliwia jedynie ocenę realizacji sumarycznych zadań przydzielonych tym podsystemom. Przedstawiona metoda umożliwia wyznaczenie i ocenę gotowości operacyjnej do realizacji przydzielonego zadania obsługowo-naprawczego zarówno dla podsystemu złożonego z wybranych zespołów stanowisk, danego zespołu stanowisk lub pojedynczego stanowiska w podsystemie utrzymania ruchu, jak i podsystemie interwencyjnym.

W przypadku zespołów stanowisk złożonych z jednorodnych stanowisk sprzężonych daną strukturą możliwe jest wyznaczenie wymaganej liczby stanowisk $q_{i_{wym}}$ w poszczególnych zespołach s_i oraz wymaganej gotowości operacyjnej $\overline{G_{O_{ij_{wym}}}(\tau)}$ pojedynczego stanowiska s_{ij} w danym zespole. Przy założeniu, że i-ty zespół stanowisk

złożony jest z jednorodnych stanowisk, wymagana liczba stanowisk $q_{i_{wym}}$ oraz wymagana gotowość $\overline{G_{O_{ij_{wym}}}}(\tau)$ pojedynczego stanowiska w danym zespole wyznaczane są na podstawie następujących warunków:

1) warunku umożliwiającego wyznaczenie wymaganej liczby stanowisk $q_{i_{wym}}$ dla danej gotowości pojedynczego stanowiska $\overline{G_{O_{ij}}}(\tau)$ w *i*-tym zespole:
   – gdy stanowiska sprzężone są strukturą równoległą:

$$q_i = q_{i_{wym}} \Leftrightarrow G_{O_i}(\tau) = 1 - \prod_{j=1}^{q_i}\left[1 - \overline{G_{O_{ij}}}(\tau)\right] \geq G_{O_{i_{wym}}}(\tau) \tag{6.88}$$

   – gdy stanowiska sprzężone są strukturą progową:

$$q_i = q_{i_{wym}} \Leftrightarrow G_{O_i}(\tau) = \sum_{c=k_i}^{q_i}\binom{q_i}{c}\cdot\left[\overline{G_{O_{ij}}}(\tau)\right]^{c}\cdot\left[1 - \overline{G_{O_{ij}}}(\tau)\right]^{q_i - c} \geq G_{O_{i_{wym}}}(\tau) \tag{6.89}$$

2) warunku umożliwiającego wyznaczenie wymaganej gotowości pojedynczego stanowiska $\overline{G_{O_{ij_{wym}}}}(\tau)$ dla danej liczby stanowisk q_i w *i*-tym zespole:
   – gdy stanowiska sprzężone są strukturą równoległą:

$$\overline{G_{O_{ij}}}(\tau) = \overline{G_{O_{ij_{wym}}}}(\tau) \Leftrightarrow G_{O_i}(\tau) = 1 - \prod_{j=1}^{q_i}\left[1 - \overline{G_{O_{ij}}}(\tau)\right] \geq G_{O_{i_{wym}}}(\tau) \tag{6.90}$$

   – gdy stanowiska sprzężone są strukturą progową:

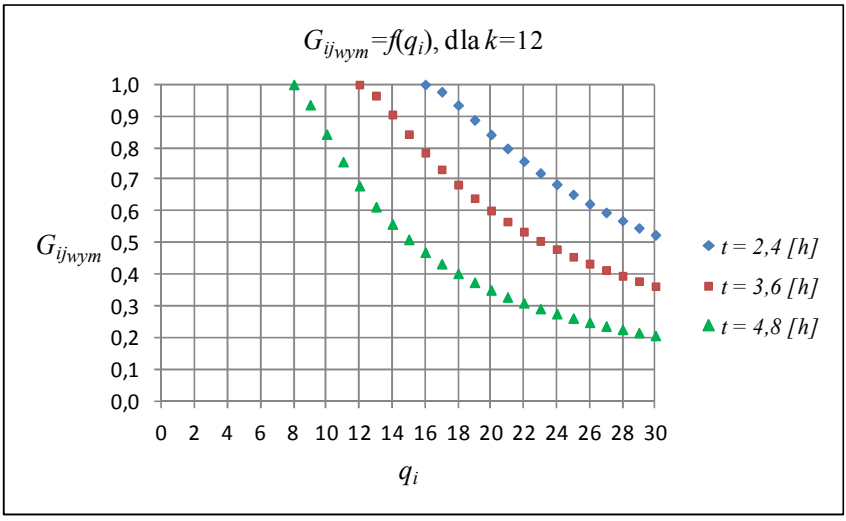
$$\overline{G_{O_{ij}}}(\tau) = \overline{G_{O_{ij_{wym}}}}(\tau) \Leftrightarrow G_{O_i}(\tau) = \sum_{c=k_i}^{q_i}\binom{q_i}{c}\cdot\left[\overline{G_{O_{ij}}}(\tau)\right]^{c}\cdot\left[1 - \overline{G_{O_{ij}}}(\tau)\right]^{q_i - c} \geq G_{O_{i_{wym}}}(\tau) \tag{6.91}$$

Poniżej na rysunkach 6.16-6.19 przedstawiono przykładowe wykresy wartości gotowości wymaganej $G_{ij_{wym}}$ pojedynczego stanowiska oraz wymaganej liczby $q_{i_{wym}}$ stanowisk *i*-tego zespołu podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego w zależności od parametrów opisujących zadanie obsługowo-naprawcze (liczby obiektów uzdatnianych oraz czasu uzdatniania).

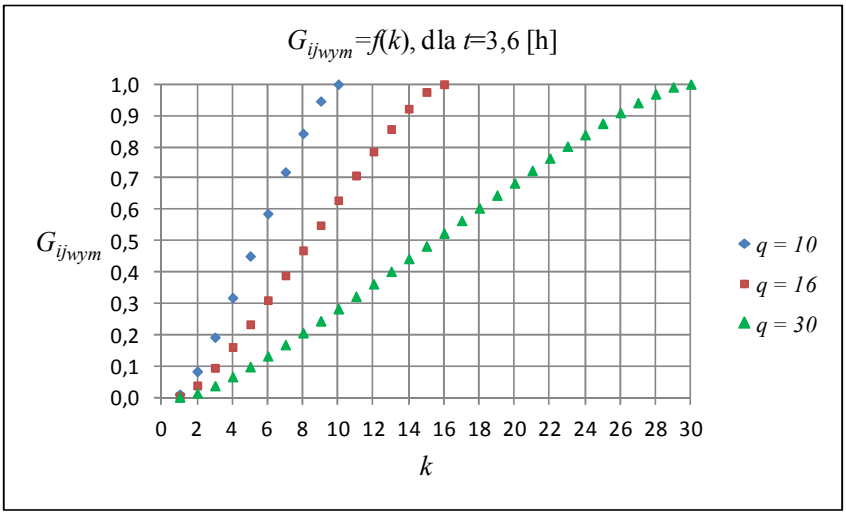
Na podstawie przedstawionych wykresów możliwy jest dobór (wyznaczenie): minimalnej wymaganej liczby stanowisk *i*-tego zespołu $q_{i_{wym}}$ oraz minimalnej wymaganej wartości gotowości pojedynczego stanowiska *i*-tego zespołu $G_{ij_{wym}}$ w taki sposób, aby zapewnić prawidłową realizację przydzielonych zadań obsługowo-naprawczych, gdy gotowość rzeczywista *i*-tego zespołu stanowisk w podsystemie utrzymania ruchu jest równa lub większa od gotowości wymaganej (dla $G_i^{PUR} \geq G_{i_{wym}}^{PUR}$), np.:

– dla liczby obiektów uzdatnianych $k = 12$, czasu uzdatniania $\tau = 2{,}4$ [h] i liczby stanowisk $q_i = 18$ gotowość wymagana pojedynczego stanowiska wynosi $G_{ij_{wym}} = 0{,}935$, wówczas $G_i^{PUR} = 0{,}892 \geq G_{i_{wym}}^{PUR} = 0{,}889$ (rys. 6.16),

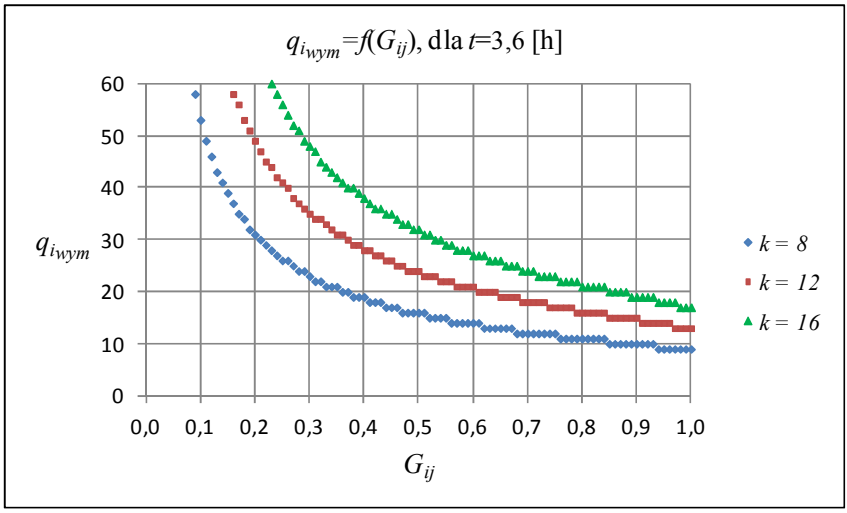
– dla liczby obiektów uzdatnianych $k = 8$, czasu uzdatniania $\tau = 3{,}6$ [h] i gotowości pojedynczego stanowiska $G_{ij} = 0{,}8$ wymagana liczba stanowisk *i*-tego zespołu wynosi $q_{i_{wym}} = 11$, wówczas $G_i^{PUR} = 0{,}795 \geq G_{i_{wym}}^{PUR} = 0{,}762$ (rys. 6.19).



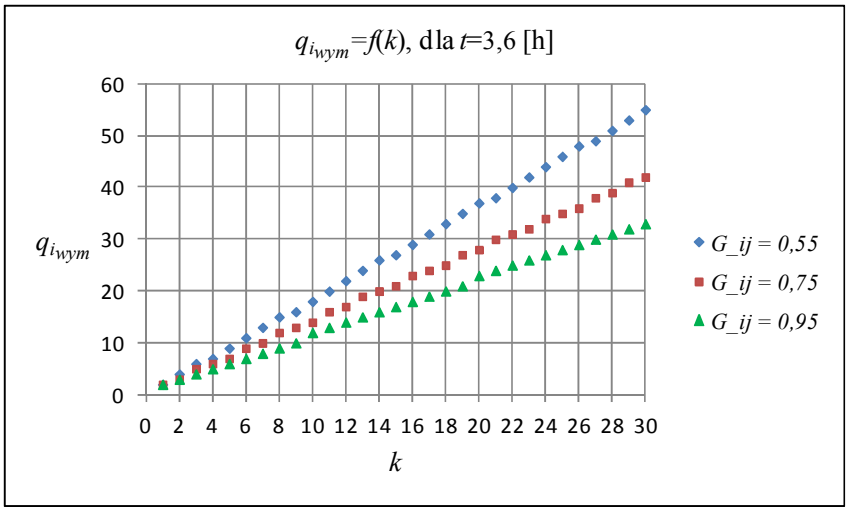
Rys. 6.16. Wymagana gotowość $G_{ij_{wym}}$ pojedynczego stanowiska w funkcji liczby stanowisk q_i *i*-tego zespołu dla danych wartości czasu uzdatniania i liczby obiektów uzdatnianych *k*



Rys. 6.17. Wymagana gotowość $G_{ij_{wym}}$ pojedynczego stanowiska w funkcji liczby obiektów uzdatnianych *k* dla danych liczb stanowisk *i*-tego zespołu oraz czasu uzdatniania



Rys. 6.18. Wymagana liczba $q_{i_{wym}}$ stanowisk *i*-tego zespołu w funkcji gotowości G_{ij} pojedynczego stanowiska dla danych liczb obiektów uzdatnianych *k* oraz czasu uzdatniania



Rys. 6.19. Wymagana liczba $q_{i_{wym}}$ stanowisk *i*-tego zespołu w funkcji liczby obiektów uzdatnianych *k* dla danych wartości gotowości G_{ij} pojedynczego stanowiska oraz czasu uzdatniania

7. DECYZYJNY MODEL STEROWANIA GOTOWOŚCIĄ W SYSTEMIE EKSPLOATACJI ŚRODKÓW TRANSPORTU

W rozdziale przedstawiono matematyczny model sterowania gotowością w wybranym systemie eksploatacji środków transportu, opracowany z zastosowaniem zagadnień dotyczących decyzyjnych procesów semi-Markowa. Zastosowanie decyzyjnych procesów semi-Markowa w sterowaniu gotowością obiektów technicznych możliwe jest jedynie wówczas, gdy modelowany proces eksploatacji obiektów technicznych jest procesem stochastycznym, spełniającym teoretyczne wymogi dotyczące procesów semi-Markowa. Sterowanie gotowością obiektów technicznych (np. środków transportu) możliwe jest wówczas w wyniku sterowania procesem eksploatacji realizowanym w badanym systemie i polega na wyznaczeniu odpowiedniej strategii, tzw. strategii optymalnej (ciągu decyzji sterujących w poszczególnych stanach modelowanego procesu), w taki sposób, aby funkcja stanowiąca kryterium oceny osiągała wartość minimalną lub maksymalną.

Poniżej przedstawiono zagadnienia dotyczące decyzyjnych procesów semi-Markowa oraz wybranej metody wyznaczania optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych. W pracy do wyznaczenia strategii optymalnej zastosowano algorytm genetyczny, zaliczany do grupy metod niedeterministycznych. Na podstawie opracowanego semi-markowskiego modelu procesu eksploatacji środków transportu (przedstawionego w rozdziale 4) zaproponowano metodę wyznaczania optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji z zastosowaniem algorytmu genetycznego w taki sposób, aby zapewnić wymaganą gotowość eksploatowanym obiektom technicznym. Dla danych eksploatacyjnych, uzyskanych z badań rzeczywistego systemu eksploatacji środków transportu, przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń dotyczących wyznaczenia strategii optymalnych, których zastosowanie umożliwia uzyskanie wymaganej gotowości obiektów technicznych.

7.1. Zastosowanie decyzyjnych procesów semi-Markowa do sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych

Decyzyjne (sterowane) procesy semi-Markowa stanowią dogodne narzędzie matematyczne, którego zastosowanie ułatwia skomplikowany proces podejmowania racjonalnych decyzji sterujących w złożonych systemach eksploatacji obiektów technicznych. W literaturze przedmiotu, dotyczącej zagadnień sterowania procesami eksploatacji obiektów technicznych, można znaleźć wiele opracowań zawierających zarówno teoretyczny opis, jak i przykłady praktycznych zastosowań decyzyjnych procesów semi-Markowa, np. [45, 54, 70, 118].

Decyzyjny proces semi-markowski jest to proces stochastyczny $\{X(t): t \geq 0\}$, którego realizacja zależy od podejmowanych decyzji w chwili początkowej procesu t_0 oraz w chwilach zmian stanów procesu t_1, t_2, …, t_n. W pracy założono, że analizowany proces semi-Markowa ma skończoną liczbę stanów $i \in S = \{1,2,...,m\}$.

Niech $d_i^{(k)}(t_n)$ oznacza k-tą decyzję sterującą (decyzję o numerze k) podejmowaną w przypadku gdy badany proces semi-markowski w chwili t_n znajduje się w i-tym stanie ($X(t_n) = i$, dla $i = 1,2,\ldots,m$; $n = 0,1,2,\ldots$) oraz niech:

$$D_i = \left\{ d_i^{(1)}(t_n), d_i^{(2)}(t_n), ..., d_i^{(k)}(t_n) \right\} \tag{7.1}$$

będzie zbiorem wszystkich możliwych decyzji sterujących, które można zastosować w *i*-tym stanie procesu w chwili t_n. Zbiory D_i dla $i = 1,2,\ldots,m$; $n = 0,1,2,\ldots$ są zbiorami skończonymi.

Podjęcie w chwili t_n decyzji sterującej $d_i^{(k)}(t_n)$ w *i*-tym stanie procesu oznacza wówczas wybór *i*-tego wiersza macierzy jądra procesu ze zbioru:

$$\left\{ Q_{ij}^{(k)}(t) : t \geq 0, \;\; d_i^{(k)}(t_n) \in D_i, \;\; i, j \in S \right\} \tag{7.2}$$

gdzie:

$$Q_{ij}^{(k)}(t) = p_{ij}^{(k)} \cdot F_{ij}^{(k)}(t) \tag{7.3}$$

Wybór *i*-tego wiersza macierzy jądra procesu wyznacza probabilistyczny mechanizm ewolucji procesu w przedziale czasu $\langle t_n, t_{n+1} \rangle$. Oznacza to, że dla procesu semi-markowskiego w przypadku zmiany stanu procesu z dowolnego na *i*-ty (wejścia do *i*-tego stanu procesu) w chwili t_n podejmowana jest decyzja $d_i^{(k)}(t_n) \in D_i$ oraz zgodnie z rozkładem $\left(p_{ij}^{(k)} : j \in S \right)$ zostaje wygenerowany *j*-ty stan procesu, do którego następuje przejście w chwili t_{n+1}. Jednocześnie zgodnie z rozkładem określonym przez dystrybuantę $F_{ij}^{(k)}(t)$ zostaje wygenerowana długość przedziału czasu $\langle t_n, t_{n+1} \rangle$ pozostawania w *i*-tym stanie procesu, gdy następnym stanem jest stan *j*-ty.

Jako strategię sterującą δ rozumie się ciąg, którego wyrazami są wektory, złożone z decyzji $d_i^{(k)}(t_n)$ podejmowanych w poszczególnych stanach procesu $X(t)$ w kolejnych chwilach t_n zmian tych stanów:

$$\delta = \left\{ \left[d_1^{(k)}(t_n), d_2^{(k)}(t_n), ..., d_m^{(k)}(t_n) \right] : \;\; n = 0,1,2,... \right\} \tag{7.4}$$

Jeżeli dla każdego stanu $i \in S$ analizowanego procesu $X(t)$ oraz każdej chwili zmiany stanu t_n, $n = 0,1,2,\ldots$, decyzja $d_i^{(k)}(t_n) \in D_i$ nie zależy od realizacji procesu do chwili t_n (nie zależy od stanów poprzednich procesu), to strategię δ nazywa się strategią markowską.

W przypadku gdy decyzje podejmowane w kolejnych stanach procesu nie zależą od chwili t_n, w której są podejmowane, czyli $d_i^{(k)}(t_n) = d_i^{(k)}$, to tak zdefiniowany proces semi-markowski jest procesem jednorodnym, a strategię δ nazywa się strategią stacjonarną. Wówczas wzór (7.4) przyjmuje postać:

$$\delta = \left[d_1^{(k)}, d_2^{(k)}, ..., d_m^{(k)} \right] \tag{7.5}$$

Wybór właściwej strategii sterującej, zwanej strategią optymalną δ^*, polega na wyznaczeniu takiej strategii δ, dla której funkcja celu $f_C(\delta)$, stanowiąca kryterium oceny (wyboru), przyjmuje wartość ekstremalną (maksymalną lub minimalną). Strategia optymalna δ^* wyznaczana jest wówczas na podstawie następujących warunków:

– w przypadku maksymalizacji wartości funkcji celu, gdy:

$$f_C(\delta^*) = \max_{\delta} \left[f_C(\delta) \right] \tag{7.6}$$

czyli dla każdej możliwej strategii δ zachodzi warunek:

$$f_C(\delta^*) \geq f_C(\delta) \tag{7.7}$$

– w przypadku minimalizacji wartości funkcji celu, gdy:

$$f_C(\delta^*) = \min_{\delta}[f_C(\delta)] \tag{7.8}$$

czyli dla każdej możliwej strategii δ zachodzi warunek:

$$f_C(\delta^*) \leq f_C(\delta) \tag{7.9}$$

gdzie:

$f_C(\delta)$ oznacza wartość funkcji celu uzyskaną w wyniku realizacji procesu $X(t)$ przy zastosowaniu strategii:

$$\delta = \left\{ \left[d_1^{(k)}(t_n), d_2^{(k)}(t_n), ..., d_m^{(k)}(t_n) \right] : \ n = 0,1,2,... \right\} \tag{7.10}$$

lub w przypadku gdy proces $X(t)$ jest procesem jednorodnym przy zastosowaniu strategii:

$$\delta = \left[d_1^{(k)}, d_2^{(k)}, ..., d_m^{(k)} \right] \tag{7.11}$$

$f_C(\delta^*)$ oznacza wartość (maksymalną lub minimalną) funkcji celu uzyskaną w wyniku realizacji procesu $X(t)$ przy zastosowaniu strategii optymalnej:

$$\delta^* = \left\{ \left[d_1^*(t_n), d_2^*(t_n), ..., d_m^*(t_n) \right] : \ n = 0,1,2,... \right\} \tag{7.12}$$

lub w przypadku gdy proces $X(t)$ jest procesem jednorodnym przy zastosowaniu strategii optymalnej:

$$\delta^* = \left[d_1^*, d_2^*, ..., d_m^* \right] \tag{7.13}$$

W zależności od potrzeb decyzyjne procesy semi-markowskie mogą być zastosowane do matematycznego formułowania i poszukiwania optymalnych rozwiązań szerokiej gamy zagadnień, dotyczących problematyki sterowania procesem eksploatacji realizowanym w złożonych systemach technicznych, takich jak: sterowanie gotowością i niezawodnością obiektów technicznych, analiza kosztów lub zysków, zarządzanie ryzykiem i bezpieczeństwem działania itd. (np. [51, 54, 68, 85]). W każdym przypadku istnieje konieczność odpowiedniego zdefiniowania funkcji kryterialnej, określenia możliwych decyzji sterujących, podejmowanych w stanach analizowanego procesu eksploatacji obiektów technicznych, a także oszacowania danych wejściowych matematycznego modelu tego procesu, tzn.: wartości elementów macierzy jądra procesu *Q(t)*, macierzy prawdopodobieństw przejść *P* oraz macierzy średnich warunkowych czasów trwania stanów procesu Θ .

7.2. Algorytm genetyczny wyznaczania optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych

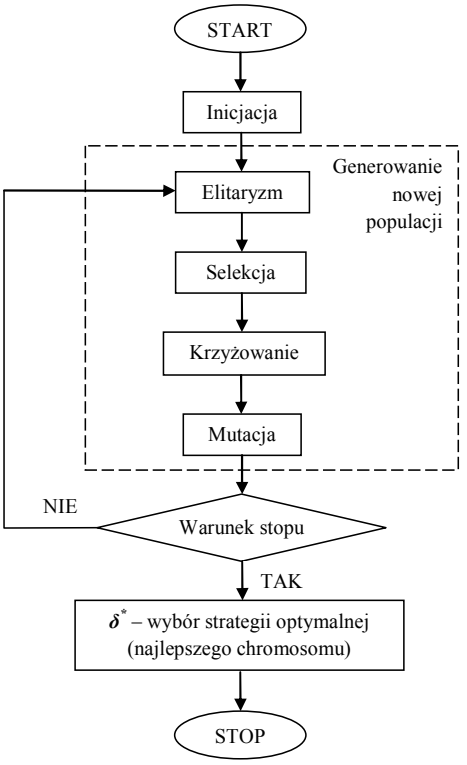
W pracy do wyznaczania optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych (środków transportu) na podstawie opracowanego semi-markowskiego modelu tego procesu zastosowano algorytm genetyczny. W literaturze przedmiotu można znaleźć wiele opracowań zawierających zarówno teoretyczny opis, jak i przykłady praktycznych zastosowań algorytmu genetycznego do poszukiwania rozwiązania optymalnego (np. [30, 31, 32, 33, 50, 94, 104, 119, 121, 164, 165, 176, 177, 210]).

W rozdziale przedstawiono podstawowe pojęcia oraz ogólny opis działania algorytmu genetycznego. Do opisu działania algorytmu genetycznego wykorzystano ogólnie stosowaną terminologię (zaczerpniętą bezpośrednio z genetyki) z jednoczesnym odniesieniem do nazw i pojęć dotyczących wyznaczania optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji z zastosowaniem decyzyjnych procesów semi-Markowa. Algorytm genetyczny należy do grupy metod niedeterministycznych, w których kolejno wyznaczane rozwiązania (wyniki) są losowymi modyfikacjami rozwiązań (wyników) poprzednich i w sposób istotny od nich zależą. Podstawowym założeniem stosowania algorytmu genetycznego do poszukiwania rozwiązania optymalnego jest fakt (zaczerpnięty z teorii ewolucji), że największe prawdopodobieństwo modyfikacji (przetrwania) dotyczy rozwiązań (wyników) o najwyższym stopniu przystosowania, określanym wartością funkcji przystosowania (funkcji celu). Funkcją celu może być każda funkcja, która każdemu rozwiązaniu x ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych X_d przyporządkowuje wartość liczbową, na podstawie której możliwy jest wybór rozwiązania optymalnego (rozwiązania dopuszczalnego, któremu odpowiada minimalna lub maksymalna wartość funkcji celu).

Poniżej zdefiniowano podstawowe pojęcia wykorzystane do opisu działania algorytmu genetycznego:

- gen – pojedynczy element chromosomu – w przypadku poszukiwania strategii optymalnej określony przez konkretną decyzję podejmowaną w danym stanie decyzyjnym rozpatrywanego procesu eksploatacji. Wszystkie możliwe decyzje podejmowane w stanach analizowanego procesu eksploatacji kodowane są w postaci określonych wartości. Najczęściej stosowane jest kodowanie binarne, wówczas geny przyjmują tylko dwie wartości: 0 i 1;
- chromosom (strategia) – obiekt reprezentujący istotne zmienne w procesie poszukiwania rozwiązania optymalnego (strategii optymalnej). Składa się z uporządkowanego ciągu genów o ustalonej długości (liczbie genów) i stanowi zakodowaną postać możliwych rozwiązań (strategii dopuszczalnych);
- populacja – zbiór chromosomów (zbiór strategii). Liczebność populacji jest z góry ustalona i pozostaje stała podczas całej procedury obliczeń. W trakcie działania algorytmu genetycznego elementy populacji (chromosomy) podlegają modyfikacji zgodnie z przyjętym z góry schematem w taki sposób, że po modyfikacji zachowują pewne cechy elementów (chromosomów) z wcześniejszej populacji oraz w wyniku działania czynnika losowego nabywają nowych cech;
- funkcja przystosowania – funkcja celu lub funkcja powiązana z funkcją celu w procesie poszukiwania rozwiązania optymalnego (strategii optymalnej). Umożliwia liczbową ocenę przystosowania poszczególnych chromosomów (strategii) ze względu na przyjęte kryterium (kryteria).

Na rysunku 7.1 przedstawiono ogólny schemat działania algorytmu genetycznego w przypadku wyznaczania optymalnej strategii δ^* sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych.



Rys. 7.1. Ogólny schemat działania algorytmu genetycznego – wyznaczania optymalnej strategii δ^*

Poniżej opisano kolejne etapy realizacji algorytmu genetycznego:

I. INICJACJA

Inicjacja jest etapem wstępnym realizacji algorytmu genetycznego. W trakcie realizacji tego etapu dokonywane jest ustalenie podstawowych parametrów algorytmu, zasad kodowania zmiennych optymalizacji, wyznaczenie populacji początkowej, określenie funkcji przystosowania oraz wyznaczenie wartości funkcji przystosowania dla poszczególnych chromosomów (strategii δ) populacji początkowej.

Ia. Ustalenie podstawowych parametrów algorytmu genetycznego

Podstawowymi parametrami algorytmu genetycznego są:

- długość m chromosomu, wyznaczona przez liczbę genów w chromosomie – liczba genów w chromosomie jest równa liczbie rozpatrywanych, istotnych zmiennych w danym zadaniu optymalizacji;
- liczebność n populacji, czyli liczba chromosomów w populacji – ze względu na dokładność i wiarygodność wyników bardzo istotnym problemem jest odpowiedni dobór liczby chromosomów w populacji. Liczba chromosomów w populacji nie powinna być zbyt mała, gdyż ogranicza to możliwość ewolucji populacji, a w wyniku tego zostaje zawężony rozpatrywany (przeszukiwany) podzbiór rozwiązań w kolej-

nych iteracjach (dla kolejnych populacji). Z drugiej strony bardzo liczna populacja może powodować znaczące wydłużenie czasu obliczeń w kolejnych iteracjach. Liczba chromosomów w populacji zależy zarówno od długości chromosomu, jak i zastosowanej metody kodowania;
- współczynnik η – określający prawdopodobieństwo doboru chromosomów na zasadzie elitaryzmu. Zasada elitaryzmu dotyczy wyboru najlepiej przystosowanych chromosomów należących do populacji poprzedniej i skopiowaniu ich do nowej populacji. W zależności od wielkości tworzonej nowej populacji kopiowany jest jeden lub kilka najlepiej przystosowanych chromosomów z populacji poprzedniej;
- współczynnik κ – określający prawdopodobieństwo zajścia krzyżowania. Krzyżowanie polega na wymianie genów pomiędzy chromosomami pochodzącymi od poszczególnych par rodzicielskich. W efekcie realizacji operacji krzyżowania zostają utworzone chromosomy potomków, będące pewnymi kombinacjami genów odpowiednich par chromosomów rodzicielskich;
- współczynnik μ – określający prawdopodobieństwo zajścia mutacji. Mutacja jest ostatnim etapem generowania chromosomów nowej populacji i dotyczy zmiany w sposób całkowicie losowy poszczególnych genów chromosomu potomka utworzonego na etapie krzyżowania.

Ib. Ustalenie zasad kodowania zmiennych optymalizacji

W przypadku wyboru metody kodowania należy mieć na uwadze kilka podstawowych zasad:
- stosując wybraną metodę kodowania, należy uwzględnić fakt, że umożliwia ona jedynie kodowanie skończonej liczby elementów ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych. Oznacza to, że należy tak dobrać metodę kodowania, aby w danym zadaniu optymalizacji zapewnić możliwość zakodowania rozpatrywanego zbioru rozwiązań dopuszczalnych (chromosomów), określonego przez liczbę możliwych chromosomów oraz ich długość (liczbę genów w chromosomie);
- wybrana metoda musi w sposób jednoznaczny umożliwiać identyfikację poszczególnych elementów zbioru rozwiązań dopuszczalnych (chromosomów);
- wybrana metoda powinna eliminować możliwość utworzenia w wyniku działania algorytmu genetycznego chromosomu niemającego odpowiednika w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych.

Spośród wielu metod kodowania zmiennych optymalizacji w przypadku stosowania algorytmu genetycznego najczęściej stosowane jest kodowanie binarne. Zastosowanie w przypadku algorytmu genetycznego kodowania binarnego ma zaletę, która umożliwia łatwe przeprowadzenie etapu krzyżowania chromosomów. Metoda kodowania binarnego polega na tym, że poszczególne elementy zbioru rozwiązań dopuszczalnych (chromosomy) reprezentowane są za pomocą ciągów zer i jedynek, np.

$$\delta = [1,0,0,1,1,0,1,0]$$

Liczba zer i jedynek pojedynczego chromosomu jest równa liczbie genów w chromosomie i wynika z liczby rozpatrywanych, istotnych zmiennych optymalizacji. W przypadku zastosowania metody kodowania binarnego ustalenie liczby m genów chromosomu w sposób jednoznaczny określa maksymalną liczbę chromosomów w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych, która wynosi 2^m.

Ic. Wyznaczenie populacji początkowej (startowej)

Po ustaleniu podstawowych parametrów optymalizacji oraz zasad kodowania za pomocą metody losowej generowana jest populacja początkowa $\Delta^{(0)}$ o liczności n elementów (chromosomów) w postaci następującego ciągu:

$$\Delta^{(0)} = \left\{\delta_1^{(0)}, \delta_2^{(0)}, ..., \delta_{n-1}^{(0)}, \delta_n^{(0)}\right\} \tag{7.14}$$

Kolejność wylosowanych elementów (chromosomów) w populacji jest dowolna oraz istnieje możliwość wielokrotnego pojawienia się w danej populacji tych samych elementów (chromosomów).

Id. Wyznaczenie wartości funkcji przystosowania dla populacji początkowej

Optymalizacja danego zadania z zastosowaniem algorytmu genetycznego jest możliwa jedynie wówczas, gdy dysponuje się tzw. funkcją przystosowania, dla której możliwe jest znalezienie wartości maksymalnej lub minimalnej (w zależności od rozpatrywanego zadania optymalizacji). Funkcją przystosowania może być zarówno funkcja celu, jak i każda funkcja ściśle powiązana z funkcją celu rozważanego zadania optymalizacji. Wyznaczenie wartości funkcji przystosowania umożliwia liczbową ocenę przystosowania poszczególnych chromosomów w analizowanej populacji.

Jeżeli w danym zadaniu optymalizacji:

- funkcja celu f_C określona jest na zbiorze X, czyli $f_C : X \to R$,
- $\delta(x)$ oznacza chromosom identyfikujący w sposób jednoznaczny element $x \in X$,
- określony jest zbiór rozwiązań dopuszczalnych Y będący podzbiorem zbioru X,

wówczas funkcja $f_P : \Delta \to R$ jest funkcją przystosowania rozpatrywanego zadania optymalizacji, gdzie Δ oznacza zbiór chromosomów o długości m, złożonych z binarnych genów $d_j \in \{0,1\},\ j = 1,2,...,m$, określony następująco:

$$\Delta = \{\delta(x) : x \in Y\} \tag{7.15}$$

gdzie:

$$\delta(x) = [d_1, d_2, ..., d_m] : d_j \in \{0,1\},\ j = 1,2,...,m \tag{7.16}$$

Tak określona funkcja przystosowania $f_P : \Delta \to R$ może być odpowiednikiem funkcji celu $f_C : X \to R$ w następującej formie:

- w przypadku maksymalizacji funkcji celu:

$$f_P(\delta(x)) = f_C(x) \tag{7.17}$$

- w przypadku minimalizacji funkcji celu:

$$f_P(\delta(x)) = -f_C(x) \tag{7.18}$$

Wartość funkcji przystosowania $f_P(\delta(x))$ można wyznaczyć wówczas, gdy znana jest relacja pomiędzy zbiorem chromosomów Δ a zbiorem rozwiązań dopuszczalnych Y oraz związek funkcji przystosowania $f_P(\delta(x))$ i funkcji celu $f_C(x)$.

II. GENEROWANIE POPULACJI W KOLEJNYCH ITERACJACH

Podstawowym założeniem w metodzie optymalizacji z zastosowaniem algorytmu genetycznego jest to, aby populacje chromosomów wygenerowane w kolejnych iteracjach były lepiej przystosowane niż populacje chromosomów wygenerowane w iteracjach po-

przednich. Oznacza to, że wyznaczone wartości funkcji przystosowania $f_P(\delta(x))$ dla kolejno wygenerowanych populacji chromosomów są coraz większe w przypadku poszukiwania maksimum lub coraz mniejsze w przypadku poszukiwania minimum.

Wynikiem realizacji tego etapu jest generowanie elementów (chromosomów) nowych populacji $\Delta^{(l)}$ (powstałych w kolejnych iteracjach l) z elementów (chromosomów) poprzednich populacji $\Delta^{(l-1)}$. Sposób generowania elementów nowej populacji polega na n-krotnym wylosowaniu n par chromosomów, tzw. par rodzicielskich, a następnie utworzeniu n potomków nowej populacji w wyniku n-krotnego zastosowania kolejno operacji: selekcji, krzyżowania i mutacji. W wyniku operacji krzyżowania i mutacji wyselekcjonowane chromosomy poddawane są losowym modyfikacjom, co może powodować ryzyko utracenia najlepiej przystosowanego chromosomu z populacji poprzedniej. Z tego powodu w praktyce stosowana jest często tzw. zasada elitaryzmu.

IIa. Elitaryzm

Zgodnie z zasadą elitaryzmu przynajmniej jeden spośród najlepiej przystosowanych chromosomów jest kopiowany do nowej populacji. W przypadku stosowania algorytmu genetycznego w celu zapewnienia coraz lepszego przystosowania kolejnych populacji zakłada się, że największy wpływ na nową populację powinny mieć elementy (chromosomy) należące do populacji poprzedniej, dla których funkcja przystosowania przyjmowała największe wartości. Zgodnie z tym założeniem chromosomy słabo przystosowane nie powinny trafić do nowo tworzonej populacji.

Zasada elitaryzmu dotyczy wyboru najlepszych (najlepiej przystosowanych) elementów (chromosomów) spośród elementów (chromosomów) populacji poprzedniej i skopiowaniu ich do nowej populacji. Liczba kopiowanych chromosomów może być różna. Najczęściej przyjmuje się, że kopiowany jest jeden lub kilka najlepiej przystosowanych chromosomów z populacji poprzedniej. Zasada elitaryzmu umożliwia lepsze funkcjonowanie algorytmu genetycznego i polega na tym, że najlepszy wynik (najlepiej przystosowany chromosom) jest pamiętany (kopiowany do kolejnych populacji) tak długo, aż nastąpi znalezienie lepszego rozwiązania – chromosomu, dla którego wartość funkcji przystosowania jest wyższa.

Często do wyboru elementów, które będą kopiowane do nowej populacji, stosuje się metody losowe. Wyznacza się wówczas wartość współczynnika η określającego prawdopodobieństwo doboru chromosomów na zasadzie elitaryzmu. Oznacza to, że chromosomy mające trafić do nowej populacji dobierane są na zasadzie elitaryzmu z prawdopodobieństwem η, a dobierane na zasadzie selekcji, krzyżowania i mutacji z prawdopodobieństwem $1 - \eta$.

IIb. Selekcja

Celem etapu selekcji jest wybór spośród chromosomów populacji poprzedniej tych chromosomów, które na etapie krzyżowania będą tworzyć tzw. pary chromosomów rodzicielskich. Selekcja chromosomów jest procesem losowym, w którym na wybór do pary rodzicielskiej istotny wpływ powinno mieć posiadanie przez dany chromosom pożądanych cech (wartości funkcji przystosowania). Oznacza to, że jeżeli danemu chromosomowi przypisana jest lepsza (odpowiednio większa lub mniejsza) wartość funkcji przystosowania, tym większe powinno być prawdopodobieństwo wylosowania tego chromosomu do pary rodzicielskiej. Jedną z najprostszych i najczęściej stosowanych na etapie selekcji metod losowania jest tzw. metoda koła ruletki, w której spełniony jest warunek proporcjonalności szansy wylosowania danego chromosomu do wyznaczonej dla niego wartości funkcji przystosowania.

IIc. Krzyżowanie

Celem operacji krzyżowania jest przekazanie cech poszczególnych par chromosomów rodzicielskich (dobranych na etapie selekcji) nowo utworzonym na etapie krzyżowania chromosomom potomstwa. Operacja krzyżowania polega na wymianie za pomocą określonego operatora krzyżowania genów pomiędzy chromosomami pochodzącymi od poszczególnych par rodzicielskich. W efekcie realizacji operacji krzyżowania zostają utworzone chromosomy potomków, będące pewnymi kombinacjami genów odpowiednich par chromosomów rodzicielskich.

W celu stwierdzenia, czy operacja krzyżowania będzie zastosowana, przyjmuje się wartość współczynnika $\kappa \in \langle 0,1 \rangle$, określającego prawdopodobieństwo zajścia krzyżowania. Następnie dla każdej z par chromosomów rodzicielskich (z populacji wcześniejszej) losuje się liczbę $x \in \langle 0,1 \rangle$. Operacja krzyżowania dla danej pary chromosomów rodzicielskich jest realizowana wówczas, gdy wartość wylosowanej liczby $x < \kappa$. W przypadku gdy $x \geq \kappa$, krzyżowanie nie jest realizowane i do populacji następnej kopiowany jest jeden z chromosomów rodzicielskich (wybrany w wyniku losowania). Należy zauważyć, że dla $\kappa = 0$ krzyżowanie nigdy nie jest realizowane, a dla $\kappa = 1$ jest realizowane bardzo często (krzyżowanie zostanie zrealizowane dla większości par chromosomów rodzicielskich).

Właściwy dobór metody krzyżowania wpływa na poprawność działania algorytmu genetycznego. Niestety nie istnieje jeden najlepszy sposób krzyżowania chromosomów, a skuteczność jego doboru zależy od analizowanej funkcji celu danego zadania optymalizacji. Opracowano wiele metod krzyżowania stosowanych w optymalizacji z wykorzystaniem algorytmu genetycznego. Wśród wielu dostępnych operatorów krzyżowania najczęściej stosowanymi w praktyce są:

- operator krzyżowania jednopunktowego,
- operator krzyżowania dwupunktowego,
- operator krzyżowania jednorodnego,
- operator krzyżowania AND,
- operator krzyżowania XOR,
- operator krzyżowania BLX-α,
- operator krzyżowania MIN-MAX,
- operator krzyżowania FCB.

IId. Mutacja

Mutacja jest ostatnim etapem generowania elementów (chromosomów) nowej populacji i dotyczy zmiany poszczególnych genów chromosomu potomka uprzednio utworzonego na etapie krzyżowania. Zastosowanie mutacji umożliwia zaliczenie do elementów nowej populacji także tych chromosomów, które z założenia są praktycznie niemożliwe do uzyskania w wyniku samego krzyżowania (z elementów populacji poprzedniej).

Na etapie mutacji zmiany poszczególnych genów realizowane są w sposób całkowicie losowy. Wartości prawdopodobieństwa zajścia mutacji dla poszczególnych genów chromosomu ustalane są na etapie inicjacji algorytmu genetycznego. W celu stwierdzenia, czy operacja mutacji będzie zastosowana, przyjmuje się wartość współczynnika $\mu \in \langle 0,1 \rangle$, określającego prawdopodobieństwo zajścia mutacji. Następnie dla każdego genu d_j analizowanego chromosomu (utworzonego na etapie krzyżowania) losuje się liczbę $x_j \in \langle 0,1 \rangle$.

Mutacja genu d_j jest realizowana wówczas, gdy wartość wylosowanej liczby $x_j < \mu$. W przypadku gdy $x_j \geq \mu$, mutacja genu d_j nie jest realizowana. Należy zauważyć, że dla $\mu = 0$ krzyżowanie nigdy nie jest realizowane, a dla $\mu = 1$ jest realizowane bardzo często (mutacja zostanie zrealizowana dla większości genów).

III. WARUNEK STOPU

W przypadku wyboru strategii optymalnej (najlepszego chromosomu) na podstawie algorytmu genetycznego możliwe jest zastosowanie dwóch warunków stopu:
- osiągnięcia założonej liczby iteracji,
- niewielkich zmian wartości funkcji celu (funkcji przystosowania) wyznaczonych dla strategii (chromosomu) najlepiej przystosowanej spośród elementów badanych populacji podczas kilku kolejnych iteracji.

7.3. Model wyznaczania optymalnej strategii sterowania gotowością środków transportu

W celu zapewnienia możliwości racjonalnego sterowania procesem eksploatacji realizowanym w systemie eksploatacji środków transportu został zbudowany model wyznaczania optymalnej strategii sterowania gotowością środków transportu. Integralną część zbudowanego modelu stanowi program komputerowy umożliwiający, na podstawie algorytmu genetycznego, wyznaczenie optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji (gotowością środków transportu). Program komputerowy został napisany w: *R Development Core Team (2011). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0*. Poniżej przedstawiono szczegółowy opis opracowanego modelu oraz schemat blokowy algorytmu wyznaczania optymalnej strategii sterowania gotowością środków transportu.

I. DANE WEJŚCIOWE MODELU

Ia. Zbiór stacjonarnych strategii deterministycznych

Przy założeniu, że badany proces stochastyczny jest *m*-stanowym decyzyjnym procesem semi-Markowa $X(t)$, strategie (stacjonarne i deterministyczne) δ są funkcjami przekształcającymi zbiór $S = \{1,2,...,m\}$ stanów procesu w zbiory D_i decyzji, możliwych do zastosowania w każdym ze stanów analizowanego procesu $X(t)$.

W opracowanym modelu przyjęto, że w chwili znalezienia się procesu w *i*-tym stanie stosowany jest jeden z dwóch sposobów postępowania, zwany decyzją $d_i^{(k)}$ ($d_i^{(0)}$ lub $d_i^{(1)}$).

Jeżeli decyzje podejmowane w stanach rozpatrywanego procesu $X(t)$ zostaną oznaczone jako $d_i^{(0)} = 0$ i $d_i^{(0)}$, to zbiór strategii stacjonarnych i deterministycznych będzie zbiorem funkcji:

$$\delta : S \to D_i, \ i = 1,2,...,m \tag{7.19}$$

gdzie:

S – zbiór stanów procesu $X(t)$, $S = \{1,2,...,m\}$,

D_i – zbiór decyzji podejmowanych w *i*-tym stanie procesu $X(t)$ ($D_i = \{0,1\}$, $i = 1,2,..,m$).

Każdą strategię można wówczas przedstawić jako *m*-pozycyjny ciąg złożony z 0 i 1. Jest to więc *m*-pozycyjna liczba binarna (zapisana w pozycyjnym systemie dwójkowym). Jeżeli dla danego *m*-stanowego modelu procesu zbiór wszystkich możliwych strategii oznaczy się jako Δ, moc zbioru strategii stacjonarnych i deterministycznych będzie wynosiła $\overline{=}{\Delta} = 2^m$.

W przypadku semi-markowskiego modelu procesu eksploatacji środków transportu, przedstawionego w rozdziale 4 (model 16-stanowy), gdy zbiór stanów procesu $X(t)$ określony jest jako $S = \{1,2,...,16\}$, przykładowa strategia może być określona w sposób następujący:

$$\delta = [1,0,0,1,1,0,1,0,0,0,1,0,1,1,1,0]$$

Dla modelu 16-stanowego moc zbioru możliwych do zastosowania strategii sterowania wynosi wówczas $\overline{=}{\Delta} = 2^{16} = 65\ 536$.

Ib. Bezwarunkowe czasy pozostawania w stanach procesu

Dla każdego stanu procesu $i \in S = \{1,2,...,m\}$ określone są dwie liczby rzeczywiste oznaczające bezwarunkowe czasy $\Theta_i^{(k)}$ pozostawania w *i*-tym stanie procesu $X(t)$ przy zastosowaniu każdej możliwej decyzji $d_i^{(k)}$ ze zbioru decyzji dopuszczalnych D_i.

Zbiór bezwarunkowych czasów $\Theta_i^{(k)}$ pozostawania w stanach procesu ma postać macierzy $\Theta\Theta$ o *m* wierszach i dwóch kolumnach. W pierwszej kolumnie znajdują się wartości bezwarunkowych czasów $\Theta_i^{(0)},\ i \in \{1,2,...,m\}$ pozostawania w stanach procesu $X(t)$ w przypadku zastosowania decyzji oznaczonych 0, w drugiej kolumnie znajdują się wartości bezwarunkowych czasów $\Theta_i^{(1)},\ i \in \{1,2,...,m\}$ pozostawania w stanach procesu $X(t)$ w przypadku zastosowania decyzji oznaczonych 1.

Ic. Średnie dochody na jednostkę czasu pozostawania w stanach procesu

Dla każdego stanu procesu $i \in S = \{1,2,...,m\}$ określone są dwie liczby rzeczywiste oznaczające średnie dochody $c_i^{(k)}$ na jednostkę czasu pozostawania w *i*-tym stanie procesu $X(t)$ przy zastosowaniu każdej możliwej decyzji $d_i^{(k)}$ ze zbioru decyzji dopuszczalnych D_i.

Zbiór średnich dochodów jednostkowych $c_i^{(k)}$ ma postać macierzy CC o *m* wierszach i dwóch kolumnach. W pierwszej kolumnie znajdują się wartości średnich dochodów jednostkowych $c_i^{(0)},\ i \in \{1,2,...,m\}$ pozostawania w stanach procesu $X(t)$ w przypadku zastosowania decyzji oznaczonych 0, w drugiej kolumnie znajdują się wartości średnich dochodów jednostkowych $c_i^{(1)},\ i \in \{1,2,...,m\}$ pozostawania w stanach procesu $X(t)$ w przypadku zastosowania decyzji oznaczonych 1.

Id. Macierz zmian stanów włożonego w proces łańcucha Markowa

Dana jest macierz stochastyczna *P* stopnia *m* (dla analizowanego modelu procesu eksploatacji środków transportu *m* = 16):

$$P = [p_{ij} :\ i,j \in S],\ S = \{1,2,...,m\} \tag{7.20}$$

określająca prawdopodobieństwa zmian stanów procesu $X(t)$. Każdy wiersz tej macierzy reprezentuje rozkład prawdopodobieństwa wyjścia z *i*-tego stanu procesu $X(t)$ (określonego przez numer wiersza) do pozostałych stanów procesu.

Jeżeli badany proces stochastyczny jest regularny, to istnieje taka liczba *r*, że dla każdego $i, j \in \{1,2,...,m\}$ elementy $p_{ij}^{(r)}$ macierzy $P^{(r)}$ przyjmują wartości większe od 0 ($p_{ij}^{(r)} > 0$). Z twierdzenia ergodycznego dla łańcucha Markowa wynika wówczas, że istnieje wektor stacjonarny (niezmienniczy) *w* o własności, którą można przedstawić w zapisie macierzowym:

$$wP^T = w \tag{7.21}$$

gdzie wektor *w* jest lewostronnym wektorem własnym macierzy P^T, związanym z jej wartością własną $\beta = 1$.

Jeżeli wektor *v* oznacza wektor własny macierzy *P*, związany z jej wartością własną $\beta = 1$, wówczas:

$$P\ v = \beta\ v \tag{7.22}$$

oraz transponując obustronnie równanie (7.22), otrzymano:

$$v^T P^T = \beta\ v^T \tag{7.23}$$

gdzie $w = v^T$ jest wektorem, który pomnożony przez odwrotność sumy jego składowych staje się stacjonarnym wektorem stochastycznym $\pi = [\pi_i :\ i \in S]$, $S = \{1,2,...,m\}$ łańcucha Markowa o macierzy zmian stanów $P = [p_{ij} :\ i, j \in S]$, $S = \{1,2,...,m\}$. Składowe wektora stacjonarnego $\pi = [\pi_1, \pi_2, ..., \pi_m]$ oznaczają prawdopodobieństwa graniczne przebywania w poszczególnych stanach, wyznaczone dla łańcucha Markowa w długim przedziale czasu (wektor prawdopodobieństw granicznych). Zgodnie z twierdzeniami 4.3 oraz 4.4 wektor $\pi = [\pi_1, \pi_2, ..., \pi_m]$ wyznacza zarówno rozkład stacjonarny, jak i graniczny łańcucha Markowa o macierzy zmian stanów $P = [p_{ij} :\ i, j \in S]$, $S = \{1,2,...,m\}$.

II. FUNKCJA PRZYSTOSOWANIA

Analizując proces stochastyczny, będący procesem semi-Markowa *X*(*t*) o skończonym zbiorze stanów $S = \{1,2,...,m\}$ i jądrze *Q*(*t*) złożonym z funkcji typu ciągłego, oznaczono przez:

$$\Theta_i^{\Sigma}(t) = \int_0^t I\{X(u) = i\}du,\ i \in S \tag{7.24}$$

sumaryczny czas przebywania procesu *X*(*t*) w *i*-tym stanie w przedziale czasu $\langle 0, t)$, oraz $I\{A\}$ oznacza indykator zdarzenia *A* ($I\{A\} = 1$ oznacza wystąpienie zdarzenia *A*, $I\{A\} = 0$ oznacza, że zdarzenie *A* nie wystąpiło).

Niech:

$$c_i^{(k)}(x),\ i \in S,\ k \in D_i \tag{7.25}$$

oznacza dochód generowany w jednostce czasu przebywania procesu *X*(*t*) w *i*-tym stanie przy zastosowaniu decyzji $d_i^{(k)}$ ze zbioru decyzji dopuszczalnych D_i:

$$C_i^{(k)}(t_n, t_{n+1}) = \int_{t_n}^{t_{n+1}} c_i^{(k)}(x)dx \tag{7.26}$$

oznacza wartość dochodu generowaną w przedziale czasu $\langle t_n, t_{n+1}\rangle$, przebywania procesu $X(t)$ w i-tym stanie przy zastosowaniu decyzji $d_i^{(k)}$ ze zbioru decyzji dopuszczalnych D_i:

$$C_i^{(k)}(t) = \int_0^t c_i^{(k)}(x)dx \tag{7.27}$$

oznacza wartość dochodu generowaną w przedziale czasu $\langle 0,t\rangle$, przebywania procesu $X(t)$ w i-tym stanie przy zastosowaniu decyzji $d_i^{(k)}$ ze zbioru decyzji dopuszczalnych D_i.

Przyjmując założenie, że wartości dochodów jednostkowych są stałe w całym przedziale czasu $\langle 0,t\rangle$, czyli $c_i^{(k)}(x) = c_i^{(k)}$ oraz uwzględniając zależność (7.24), wartość oczekiwaną średniego dochodu, generowanego w wyniku realizacji procesu $X(t)$ w przedziale czasu $\langle 0,t\rangle$, można wyznaczyć ze wzoru [51]:

$$\widetilde{C}(t) = \sum_{i\in S} c_i^{(k)} \cdot E\Theta_i^{\Sigma}(t) \tag{7.28}$$

gdzie:

$c_i^{(k)},\ i \in S$ – średni jednostkowy dochód (na jednostkę czasu), wynikający z przebywania procesu $X(t)$ w i-tym stanie przy zastosowaniu decyzji $d_i^{(k)}$ ze zbioru decyzji dopuszczalnych D_i,

$E\Theta_i^{\Sigma}(t),\ i \in S$ – wartość oczekiwana sumarycznego czasu przebywania procesu $X(t)$ w i-tym stanie w przedziale czasu $\langle 0,t\rangle$.

Dla dostatecznie długiego czasu realizacji procesu $X(t)$, gdy $t \to \infty$, możliwe jest wyznaczenie wartości granicznej:

$$C = \lim_{t\to\infty} \frac{\widetilde{C}(t)}{t} \tag{7.29}$$

gdzie:

C – średni jednostkowy dochód, generowany w wyniku realizacji procesu $X(t)$ w długim przedziale czasu ($t \to \infty$).

W pracy [51, 155] przedstawiono dowód, że przy przyjęciu pewnych ogólnych założeń, dotyczących modelowanego procesu $X(t)$, dla $t \to \infty$ zachodzi:

$$p_i^* = \lim_{t\to\infty} \frac{E\Theta_i^{\Sigma}(t)}{t} \tag{7.30}$$

gdzie:

$p_i^*,\ i \in S$ – prawdopodobieństwa graniczne procesu semi-Markowa $X(t)$.

Z uwzględnieniem zależności (7.28), (7.30) oraz twierdzenia granicznego dla procesu semi-Markowa (twierdzenie 4.4) [51, 56, 70] wzór (7.29) przyjmuje wówczas postać:

$$C = \sum_{i\in S} c_i^{(k)} \cdot p_i^* = \frac{\sum_{i\in S} c_i^{(k)} \cdot \pi_i \cdot \Theta_i^{(k)}}{\sum_{i\in S} \pi_i \cdot \Theta_i^{(k)}} \tag{7.31}$$

gdzie:

$\pi_i,\ i \in S$ – prawdopodobieństwa graniczne łańcucha Markowa włożonego w proces semi-markowski $X(t)$,

$\Theta_i^{(k)},\ i \in S$ – wartość średnia bezwarunkowego czasu przebywania procesu $X(t)$ w i-tym stanie przy zastosowaniu decyzji $d_i^{(k)}$ ze zbioru decyzji dopuszczalnych D_i.

W opracowanym modelu wyznaczania optymalnej strategii sterowania gotowością środków transportu funkcję przystosowania (funkcję celu) stanowi funkcja określająca średni jednostkowy dochód, której wartość generowana jest, w wyniku realizacji analizowanego semi-markowskiego procesu $X(t)$, dla danej strategii sterowania δ:

$$f_P(\delta) = C(\delta) = \frac{\sum_{i \in S} c_i^{(k)}(\delta) \cdot \pi_i \cdot \Theta_i^{(k)}(\delta)}{\sum_{i \in S} \pi_i \cdot \Theta_i^{(k)}(\delta)} \tag{7.32}$$

gdzie:

$c_i^{(k)}(\delta),\ i \in S$ – średni jednostkowy dochód, generowany w wyniku przebywania procesu $X(t)$ w i-tym stanie przy zastosowaniu strategii δ,

$\Theta_i^{(k)}(\delta),\ i \in S$ – wartości średnie bezwarunkowych czasów trwania stanów procesu $X(t)$ przy zastosowaniu strategii δ.

W opracowanym modelu przyjęto, że dla każdego stanu procesu $i \in S$, w zależności od zastosowanej decyzji $d_i^{(k)}$ wynikającej z przyjętej strategii δ, określone są po dwie wartości:

– średnich dochodów jednostkowych $c_i^{(k)}(\delta) \in \{c_i^0, c_i^1\},\ i \in S$,

– bezwarunkowych czasów trwania stanów procesu $\Theta_i^{(k)}(\delta) \in \{\Theta_i^0, \Theta_i^1\},\ i \in S$.

III. FUNKCJA KWALIFIKACYJNA

Systemy eksploatacji środków transportu mogą funkcjonować z wymaganą efektywnością jedynie wówczas, gdy gotowość eksploatowanych obiektów technicznych (środków transportu) osiąga wartość równą lub wyższą od wartości gotowości wymaganej, jaką obiekty muszą mieć, aby przydzielone zadania transportowe mogły być prawidłowo zrealizowane.

W opracowanym modelu przyjęto założenie, że analizowany system techniczny może funkcjonować prawidłowo jedynie wówczas, gdy zastosowana strategia δ umożliwia takie sterowanie procesem eksploatacji, że zapewniona jest wymagana wartość gotowości eksploatowanych środków transportu.

W celu wyznaczenia optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji, zapewniającej osiągnięcie wymaganego poziomu gotowości środków transportu, zastosowano funkcję kwalifikacyjną, umożliwiającą obliczenie wartości gotowości obiektów technicznych $G^{OT}(\delta)$ dla danej strategii δ oraz danego podzbioru stanów gotowości $S_G \in S$. Wówczas funkcja kwalifikacyjna określona jest wzorem:

$$f_K(\delta) = G^{OT}(\delta) = \sum_{i \in S_G} p_i^*(\delta) \tag{7.33}$$

gdzie:

$p_i^*(\delta),\ i \in S$ – prawdopodobieństwa graniczne procesu $X(t)$ przy zastosowaniu strategii δ.

W przypadku gdy $c_i^{(k)}(\delta) = 1$, dla $i \in S_G$ (S_G – podzbiór stanów gotowości) oraz $c_i^{(k)}(\delta) = 0$ dla $i \in S_{NG}$ (S_{NG} – podzbiór stanów niegotowości), wówczas funkcja kwalifikacyjna $f_K(\delta)$ określona wzorem (7.33) jest szczególnym przypadkiem funkcji przystosowania $f_P(\delta)$ określonej wzorem (7.32), tzn. $C(\delta) = G^{OT}(\delta)$.

W opracowanym modelu zastosowano algorytm genetyczny, na podstawie którego generowane są jedynie strategie (chromosomy) o wartości funkcji kwalifikacyjnej nie mniejszej niż poziom gotowości wymaganej obiektów technicznych G_{wym}^{OT}, czyli:

$$G^{OT}(\delta) = \sum_{i \in S_G} p_i^*(\delta) \geq G_{wym}^{OT} \tag{7.34}$$

IV. KRYTERIA WYBORU STRATEGII OPTYMALNEJ

W pracy strategia optymalna δ^* sterowania gotowością środków transportu wyznaczana jest na podstawie algorytmu genetycznego, w przypadku gdy funkcja przystosowania osiąga wartość maksymalną:

$$f_P(\delta^*) = C(\delta^*) = \max_{\delta}[C(\delta)] \tag{7.35}$$

i dotyczy jedynie tych strategii δ (chromosomów), dla których spełniony jest warunek określony przez wartość funkcji kwalifikacyjnej:

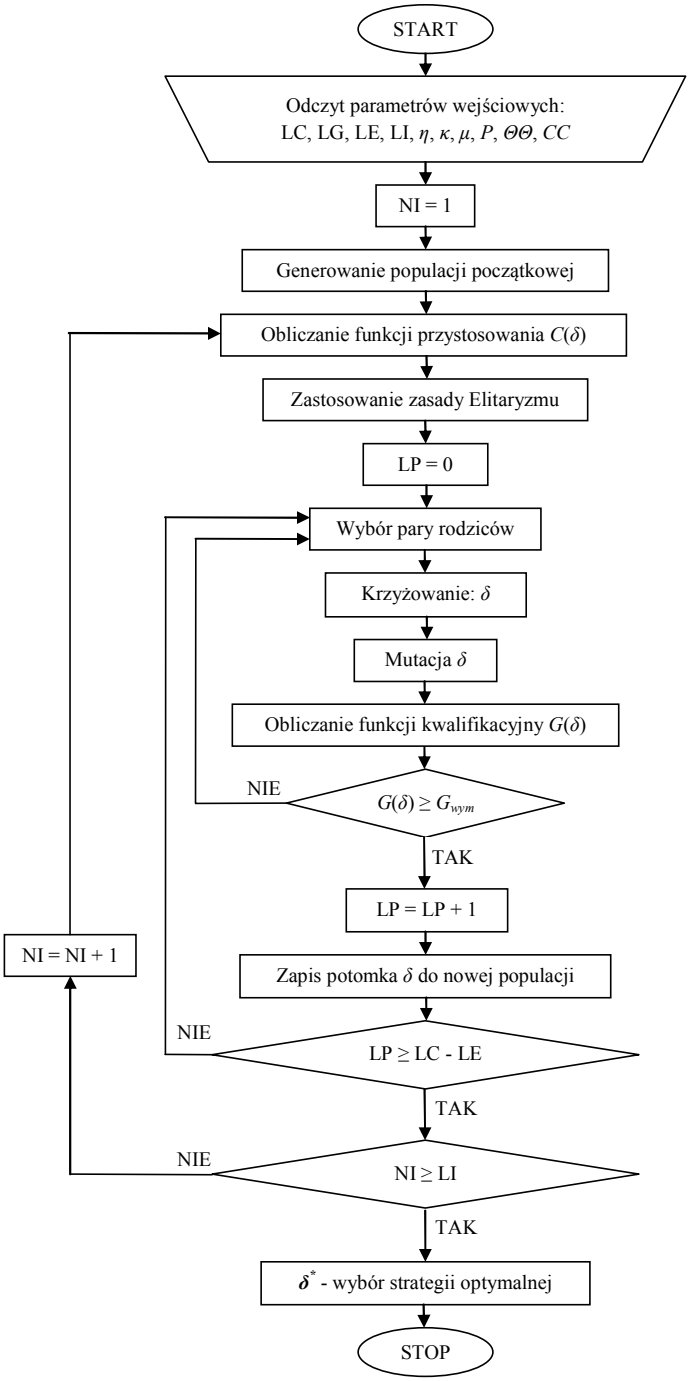
$$f_K(\delta) = G^{OT}(\delta) \geq G_{wym}^{OT} \tag{7.36}$$

V. PROGRAM KOMPUTEROWY WYZNACZANIA STRATEGII OPTYMALNEJ

Integralną część zbudowanego modelu wyznaczania strategii optymalnych sterowania gotowością środków transportu stanowi program komputerowy opracowany z zastosowaniem algorytmu genetycznego. Program komputerowy został napisany w: *R Development Core Team (2011).*

Na rysunku 7.2 przedstawiono schemat blokowy algorytmu wyznaczania optymalnej strategii sterowania gotowością środków transportu. Do opisu rysunku użyto następujących oznaczeń:

LC – liczba chromosomów w populacji,
LG – liczba genów w chromosomie,
LE – liczba chromosomów generowana na zasadzie elitaryzmu,
LI – liczba iteracji,
NI – numer iteracji,
LP – liczba wygenerowanych chromosomów,
η – współczynnik określający prawdopodobieństwo doboru chromosomów na zasadzie elitaryzmu,
κ – współczynnik określający prawdopodobieństwo zajścia krzyżowania,
μ – współczynnik określający prawdopodobieństwo zajścia mutacji,
P – macierz zmian stanów włożonego w proces łańcucha Markowa,
$\Theta\Theta$ – macierz bezwarunkowych czasów trwania stanów procesu,
CC – macierz średnich jednostkowych dochodów generowanych w stanach procesu.



Rys. 7.2. Schemat blokowy algorytmu wyznaczania optymalnej strategii sterowania gotowością środków transportu

7.3.1. Badanie poprawności działania algorytmu wyznaczania optymalnej strategii sterowania

W celu sprawdzenia poprawności działania przedstawionego algorytmu wyznaczania optymalnej strategii sterowania przeprowadzono testowanie polegające na wyznaczeniu wartości ekstremalnych dla wybranych dwóch funkcji testowych (*N*-wymiarowych):

1) funkcja sferyczna – funkcja wypukła, jednomodalna, przedstawiająca sferę w przestrzeni wielowymiarowej, dla której ekstremum (minimum) funkcji wynosi 0, gdy wartości wszystkich współrzędnych wynoszą 0:

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^{N} x_i^2, \ \forall x \in R^N \tag{7.37}$$

2) funkcja Rosenbrocka – funkcja niewypukła, dla której ekstremum (minimum) funkcji wynosi 0, gdy wartości wszystkich współrzędnych wynoszą 1 (funkcja bardzo trudna pod względem technik przeszukiwania, ponieważ minimum funkcji znajduje się w paraboidalnym zagłębieniu o płaskim dnie):

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^{N-1} \left[(1 - x_i)^2 + 100\left(x_{i+1} - x_i^2\right)^2 \right], \ \forall x \in R^N \tag{7.38}$$

Dla przyjętych funkcji testowych wyznaczono chromosomy optymalne δ^*, dla których funkcje testowe przyjmują wartości minimalne. Poszczególne geny wyznaczanych chromosomów reprezentują wartości współrzędnych przestrzeni *N*-wymiarowej. Chromosomy optymalne δ^* zostały wyznaczone dla następujących wartości parametrów wejściowych modelu:

a) długość chromosomu LG = 10,
b) liczebność populacji LC = 100,
c) liczba iteracji LI = 50,
d) prawdopodobieństwo doboru chromosomów na zasadzie elitaryzmu η = 0,2,
e) prawdopodobieństwo zajścia krzyżowania κ = 1,
f) prawdopodobieństwo zajścia mutacji μ = 0,05.

Na podstawie przeprowadzonych badań wyznaczono chromosomy optymalne δ^* dla przyjętych funkcji testowych, potwierdzające poprawność działania opracowanego algorytmu wyznaczania optymalnej strategii sterowania:

1) funkcja sferyczna:
   – wartość minimalna funkcji: $f_1(x) = 0$,
   – chromosom optymalny: $\delta_1^* = [0,0,0,0,0,0,0,0,0,0]$;
2) funkcja Rosenbrocka:
   – wartość minimalna funkcji: $f_2(x) = 0$,
   – chromosom optymalny: $\delta_2^* = [1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]$.

7.4. Wyznaczenie optymalnej strategii sterowania gotowością środków transportu eksploatowanych w obiekcie badań

Dla modelu procesu eksploatacji środków transportu, przedstawionego w rozdziale 4. (16-stanowego semi-markowskiego modelu procesu eksploatacji środków transportu), oraz danych eksploatacyjnych uzyskanych z badań rzeczywistego systemu transportowego wyznaczono strategie optymalne sterowania gotowością środków transportu. W tym celu zostały opracowane zbiory niezbędnych danych eksploatacyjnych oraz wartości parametrów wejściowych zbudowanego modelu wyznaczania optymalnej strategii sterowania gotowością środków transportu, przedstawione poniżej:

1) wartości parametrów wejściowych modelu:
   a) długość chromosomu LG = 16,
   b) liczebność populacji LC = 100,
   c) liczba iteracji LI = 100,
   d) prawdopodobieństwo doboru chromosomów na zasadzie elitaryzmu $\eta = 0{,}2$,
   e) prawdopodobieństwo zajścia krzyżowania $\kappa = 1$,
   f) prawdopodobieństwo zajścia mutacji $\mu = 0{,}05$;
2) wartości elementów macierzy P włożonego łańcucha Markowa w proces semi-markowski $X(t)$, przedstawione w tablicy 4.1;
3) decyzje podejmowane w stanach decyzyjnych procesu $X(t)$:
   w przypadku analizowanego modelu procesu eksploatacji środków transportu zostały określone stany decyzyjne modelowanego procesu oraz możliwe decyzje sterujące, podejmowane w chwili znalezienia się procesu $X(t)$ w danym stanie decyzyjnym (wejścia obiektu technicznego do danego stanu eksploatacyjnego). W przedstawionym przykładzie przyjęto, że w każdym stanie decyzyjnym modelowanego procesu eksploatacji możliwy jest wybór jednej z dwóch decyzji sterujących (tab. 7.1);

Tabela 7.1. Decyzje w stanach decyzyjnych procesu $X(t)$

Stan procesu	Decyzja „0" – $d_i^{(0)}$	Decyzja „1" – $d_i^{(1)}$
2	naprawa na placu typu N (normalna)	naprawa na placu typu I (intensywna)
3	trasa oznaczona kodem L („lekkie" warunki realizacji zadania przewozowego)	trasa oznaczona kodem T („trudne" warunki realizacji zadania przewozowego)
5	diagnozowanie przez PT typu P (zakres podstawowy)	diagnozowanie przez PT typu R (zakres rozszerzony)
6	naprawa przez PT typu N (normalna)	naprawa przez PT typu I (intensywna)
7	naprawa przez PT typu N (normalna)	naprawa przez PT typu I (intensywna)
12	obsługiwanie na stanowisku OC typu N (normalne)	obsługiwanie na stanowisku OC typu I (intensywne)
13	obsługiwanie na stanowisku OT typu N (normalne)	obsługiwanie na stanowisku OT typu I (intensywne)
14	diagnozowanie w SO typu P (zakres podstawowy)	diagnozowanie w SO typu R (zakres rozszerzony)
15	naprawa w SO typu N (normalna)	naprawa w SO typu I (intensywna)
16	diagnozowanie w SO typu P (zakres podstawowy)	diagnozowanie w SO typu R (zakres rozszerzony)

4) wartości elementów macierzy $\Theta\Theta$ bezwarunkowych czasów przebywania w stanach procesu $X(t)$ oraz elementów macierzy CC średnich jednostkowych dochodów generowanych w stanach procesu $X(t)$; dla każdego stanu modelowanego procesu oraz możliwej decyzji sterującej wprowadzono (tab. 7.2):
   a) oznaczenia kodowe stosowanych decyzji (w przypadku zastosowania maksymalnie dwóch możliwych decyzji sterujących w stanie zastosowano kodowanie binarne),
   b) wartości czasów trwania poszczególnych stanów modelowanego procesu przy zastosowaniu określonej decyzji sterującej,
   c) wartości dochodów jednostkowych (dodatnie lub ujemne), generowanych w poszczególnych stanach modelowanego procesu przy zastosowaniu określonej decyzji sterującej;

Tabela 7.2. Wartości elementów macierzy $\Theta\Theta$ w [h] oraz macierzy CC w [PLN/h], w zależności od zastosowanej decyzji w stanach procesu $X(t)$

Stan procesu	$d_i^{(0)}$	$d_i^{(1)}$	$\Theta_i^{(0)}$	$\Theta_i^{(1)}$	$c_i^{(0)}$	$c_i^{(1)}$
1	0	1	5,659	5,659	-6,77	-6,77
2	0	1	0,280	0,224	-68,08	-87,21
3	0	1	8,852	7,967	28,44	33,56
4	0	1	0,053	0,053	-24,66	-24,66
5	0	1	0,213	0,202	-54,98	-71,47
6	0	1	0,070	0,063	-69,78	-97,69
7	0	1	0,545	0,436	-101,87	-132,43
8	0	1	0,442	0,442	-24,66	-24,66
9	0	1	0,712	0,712	-231,70	-231,70
10	0	1	1,797	1,797	-8,02	-8,02
11	0	1	0,096	0,096	-23,09	-23,09
12	0	1	0,122	0,092	-214,78	-253,04
13	0	1	3,885	2,914	-211,21	-235,44
14	0	1	0,389	0,350	-111,15	-138,79
15	0	1	3,359	2,687	-117,08	-136,21
16	0	1	0,423	0,381	-83,51	-111,15

5) stany gotowości modelu procesu $X(t)$; w analizowanym modelu procesu eksploatacji środków transportu (16-stanowym modelu semi-markowskim) do zbioru stanów gotowości $i \in S_G$ należą następujące stany eksploatacyjne:
   1 – postój na placu zajezdni autobusowej,
   2 – uzdatnianie na placu zajezdni autobusowej,
   3 – realizacja zadania przewozowego na trasie,
   6 – naprawa przez jednostkę pogotowia technicznego bez utraty kursu,
   8 – oczekiwanie na realizację zadania przewozowego po naprawie przez pogotowie techniczne;

6) wartości gotowości wymaganej środków transportu; optymalne strategie sterowania gotowością środków transportu zostały wyznaczone dla trzech wartości gotowości wymaganej dotyczącej eksploatowanych środków transportu:
   a) $G_{wym}^{OT} = 0{,}83$,
   b) $G_{wym}^{OT} = 0{,}84$,
   c) $G_{wym}^{OT} = 0{,}85$.

Następnie dla danych przedstawionych powyżej wykonano obliczenia za pomocą opracowanego programu komputerowego z wykorzystaniem algorytmu genetycznego. W wyniku wykonanych obliczeń dla poszczególnych wartości gotowości wymaganej obiektów technicznych G_{wym}^{OT} do realizacji przydzielonych zadań przewozowych wyznaczono optymalne strategie sterowania procesem eksploatacji środków transportu δ^*, dla których średni jednostkowy dochód generowany w wyniku realizacji procesu eksploatacji osiąga wartość maksymalną oraz spełniony jest warunek:

$$G^{OT}\left(\delta^*\right) \geq G_{wym}^{OT} \tag{7.39}$$

W tabeli 7.3 przedstawiono optymalne strategie sterowania δ^* (zapis binarny) oraz wartości średniego kosztu jednostkowego $C\left(\delta^*\right)$ i gotowości obiektów technicznych $G^{OT}\left(\delta^*\right)$, wyznaczone dla trzech przyjętych wartości gotowości wymaganej obiektu technicznego $G_{wym}^{OT} = 0{,}83;\ 0{,}84;\ 0{,}85$.

Tabela 7.3. Strategie optymalne sterowania gotowością środków transportu wyznaczone na podstawie algorytmu genetycznego

G_{wym}^{OT}	δ^*	$C\left(\delta^*\right)$	$G^{OT}\left(\delta^*\right)$
	strategia optymalna	[PLN/h]	
0,83	[1,0,1,0,0,0,1,1,0,0,0,1,0,0,0,0]	7,1376	0,8373
0,84	[1,0,1,1,0,0,1,0,1,0,1,1,0,0,1,0]	6,8299	0,8438
0,85	[1,0,0,0,0,0,1,1,0,0,1,1,0,0,1,0]	2,2034	0,8523

7.5. Program symulacji modelu procesu eksploatacji środków transportu

Ze względu na znaczną złożoność modelowanych procesów eksploatacji, realizowanych w rzeczywistych systemach eksploatacji środków transportu (w tym również środków transportu miejskiego), powstaje potrzeba stosowania odpowiednich metod i narzędzi, w tym komputerowych programów symulacyjnych, zapewniających efektywną realizację badań modeli rozpatrywanych procesów eksploatacji oraz analizę otrzymanych wyników.

Na potrzeby pracy, w celu zapewnienia szybszej i łatwiejszej analizy oraz możliwości rozpatrywania różnych wariantów modelowanych procesów eksploatacji (np. przez zmianę wartości parametrów modelowanego procesu lub liczby rozpatrywanych obiektów technicznych), opracowano program symulacji modelu procesu eksploatacji obiektów technicznych (środków transportu). Program symulacji modelu procesu eksploatacji został napisany w: *R Development Core Team (2011)*.

Program symulacyjny, który stanowi komputerową realizację modelu procesu eksploatacji środków transportu, został zbudowany w taki sposób, aby umożliwić realizację eksperymentów symulacyjnych z wykorzystaniem zbiorów danych wejściowych, przygotowanych na podstawie danych eksploatacyjnych, uzyskanych z badań rzeczywistego systemu eksploatacji środków transportu. Opracowany program symulacji procesu eksploatacji umożliwia wykonywanie eksperymentów symulacyjnych dla różnych liczb zdarzeń eksploatacyjnych (zmian stanów procesu), przedziałów czasu symulacji, zarówno w przypadku pojedynczego obiektu technicznego, jak i grupy obiektów technicznych. W programie symulacyjnym kolejne realizacje czasów trwania stanów modelu procesu eksploatacji wyznaczane są z zastosowaniem algorytmów generowania liczb pseudolosowych, generujących wartości z rozkładów wykładniczego, gamma, normalnego, logarytmiczno-normalnego i Weibulla. Struktura programu symulacyjnego została opracowana tak, aby eksperyment symulacyjny odwzorowywał w trakcie realizacji rzeczywisty zbiór obiektów technicznych (środków transportu) oraz realizujące się w badanym rzeczywistym systemie transportowym następstwo zdarzeń, dotyczące poszczególnych obiektów technicznych.

STRUKTURA DANYCH PROGRAMU SYMULACYJNEGO

W celu realizacji eksperymentu symulacyjnego konieczne jest przygotowanie zbioru określonych danych wejściowych:

a) DO (dane ogólne charakteryzujące eksperyment symulacyjny):
   LOT – maksymalna liczba obiektów technicznych w eksperymencie symulacyjnym,
   LZ – maksymalna liczba zdarzeń dla obiektu technicznego w eksperymencie symulacyjnym,
   m – liczba stanów procesu, określona na podstawie zbioru stanów modelowanego procesu eksploatacji $S = \{1,2,...,m\}$,
   LD – liczba decyzji możliwych do zastosowania w poszczególnych stanach modelowanego procesu eksploatacji,
   Lδ – liczba strategii możliwych do zastosowania w eksperymencie symulacyjnym;
b) RP (rozkład początkowy procesu):
   wektor stochastyczny o liczbie składowych równych liczbie stanów modelowanego procesu eksploatacji, określający rozkład prawdopodobieństwa przebywania w stanach modelowanego procesu eksploatacji na początku eksperymentu symulacyjnego;
c) P (macierz prawdopodobieństw zmian stanów procesu):
   macierz kwadratowa stopnia równego liczbie stanów modelowanego procesu eksploatacji, w której każdy wiersz jest wektorem stochastycznym, określającym rozkład prawdopodobieństwa zmian stanów procesu, pod warunkiem, że aktualny stan procesu określony jest numerem tego wiersza;
d) PD (macierz prawdopodobieństw wyboru decyzji w stanach procesu):
   macierz prostokątna o liczbie wierszy równej liczbie stanów modelowanego procesu eksploatacji oraz liczbie kolumn równej liczbie decyzji możliwych do podjęcia w każdym ze stanów modelowanego procesu, złożona z wierszy stochastycz-

nych, określających rozkłady prawdopodobieństwa wyboru określonej decyzji w chwili wejścia obiektu technicznego do danego stanu modelowanego procesu; w przypadku zastosowania strategii deterministycznej δ wartości elementów macierzy PD(δ) wyznaczają wektor stacjonarny, którego składowymi są kody liczbowe, określające decyzje deterministyczne stosowane w poszczególnych stanach modelowanego procesu eksploatacji;

e) TR (typy rozkładów czasów pozostawania w stanach procesu):
tablica prostokątna o liczbie wierszy równej liczbie stanów modelowanego procesu eksploatacji oraz liczbie kolumn równej liczbie decyzji możliwych do podjęcia w każdym ze stanów modelowanego procesu, w której dla każdego stanu procesu i każdej decyzji możliwej do podjęcia w danym stanie (na skrzyżowaniu wiersza i kolumny) określony jest kod typu rozkładu czasu pozostawania w danym stanie (opracowany program zawiera funkcje generujące wartości z rozkładów wykładniczego, gamma, normalnego, logarytmiczno-normalnego i Weibulla);

f) PR (parametry rozkładów czasów pozostawania w stanach procesu):
tablica prostokątna o liczbie wierszy równej liczbie stanów modelowanego procesu eksploatacji oraz o liczbie kolumn równej iloczynowi liczby decyzji możliwych do podjęcia w każdym ze stanów modelowanego procesu i liczby wyznaczonych parametrów rozkładów czasów pozostawania w stanach modelowanego procesu eksploatacji;

g) *CC* (macierz dochodów jednostkowych w stanach procesu):
macierz prostokątna o liczbie wierszy równej liczbie stanów modelowanego procesu eksploatacji oraz liczbie kolumn równej liczbie decyzji możliwych do podjęcia w każdym ze stanów modelowanego procesu, w której dla każdego stanu procesu i każdej decyzji możliwej do podjęcia w danym stanie (na skrzyżowaniu wiersza i kolumny) określona jest wartość dochodu jednostkowego (na jednostkę czasu), generowana, gdy obiekt techniczny przebywa w danym stanie (wyznaczonym numerem wiersza), przy podjęciu decyzji (wyznaczonej numerem kolumny);

h) S_G (zbiór stanów gotowości procesu):
zbiór S_G kodów liczbowych, przypisanych stanom gotowości modelu procesu eksploatacji, określony na podstawie zbioru S kodów liczbowych, przypisanych stanom modelu procesu eksploatacji ($S_G \in S = \{1,2,...,m\}$).

W trakcie realizacji eksperymentu symulacyjnego, w każdej chwili, w której następuje zmiana stanu modelowanego procesu eksploatacji (dla rozpatrywanego obiektu technicznego), do pliku wyników zapisywane są następujące dane:
- numer obiektu technicznego NOT,
- numer aktualnego zdarzenia NZ,
- chwila aktualnego zdarzenia (aktualny czas modelu T_M),
- numer aktualnego stanu modelu NS,
- aktualna decyzja d,
- wartość dochodu jednostkowego c dotycząca pozostawania obiektu technicznego w aktualnym stanie,
- wygenerowana wartość czasu pozostawania w aktualnym stanie Θ.

Następnie dla wygenerowanego w trakcie realizacji eksperymentu symulacyjnego zestawu danych wyznaczane są wartości funkcji zastosowanych w programie symulacyjnym (dla zastosowanej strategii δ):

1) wynik określający wartość średniego jednostkowego dochodu $C(\delta)$:

$$C(\delta) = \frac{\sum_{i=1}^{Z} c_i \cdot \Theta_i}{\sum_{i=1}^{Z} \Theta_i} \tag{7.40}$$

gdzie:

$Z = LOT \cdot LZ$ – liczba zdarzeń (zmian stanów modelu) dla określonej liczby obiektów technicznych;

2) wynik określający wartość funkcji gotowości obiektu technicznego $G(\delta)$:

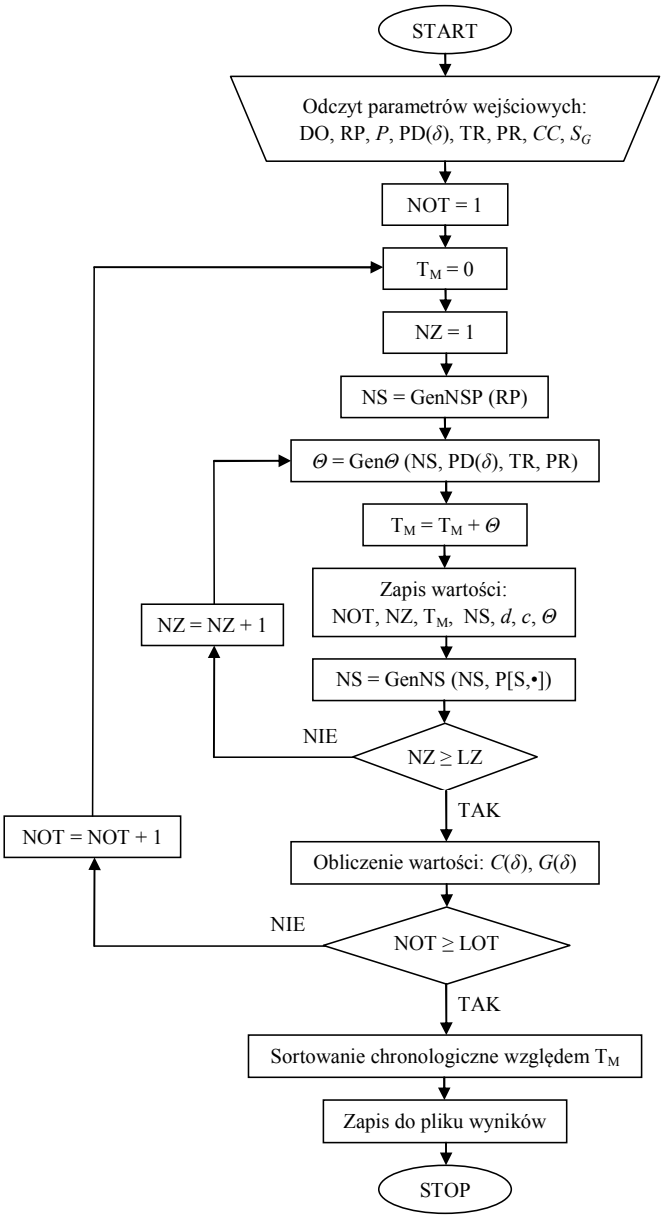
$$G(\delta) = \frac{\sum_{i=1}^{Z} \Theta_i(S_G)}{\sum_{i=1}^{Z} \Theta_i} \tag{7.41}$$

gdzie:

$\Theta_i(S_G)$ – i-ta realizacja czasu pozostawania w stanach modelowanego procesu eksploatacji, należących do stanów gotowości $S_G \in S = \{1,2,...,m\}$.

Eksperyment symulacyjny może być realizowany dla dowolnej liczby obiektów technicznych, dlatego możliwe jest w wyniku zastosowania w programie symulacyjnym funkcji opisującej gotowość podsystemu procesowego o określonej strukturze (np. strukturze progowej) wyznaczenie wartości tej funkcji dla wymaganej liczby obiektów technicznych (środków transportu), które powinny realizować zadanie przewozowe (gotowość podsystemu procesowego do realizacji przydzielonego zadania przewozowego).

Na rysunku 7.3 przedstawiono schemat blokowy działania programu symulacji modelu procesu eksploatacji środków transportu. Dodatkowo do opisu rysunku użyto następujących oznaczeń:
GenNSP – generowanie numeru stanu początkowego modelu,
GenNS – generowanie numeru aktualnego stanu modelu,
GenΘ – generowanie wartości czasu przebywania w aktualnym stanie modelu.



Rys. 7.3. Schemat blokowy działania programu symulacji modelu procesu eksploatacji środków transportu

7.5.1. Analiza statystyczna wyników badań symulacyjnych modelu procesu eksploatacji środków transportu

Dla każdej optymalnej strategii sterowania gotowością środków transportu δ^*, wyznaczonej za pomocą algorytmu genetycznego (tab. 7.3), przeprowadzono eksperyment polegający na 30-krotnej symulacji procesu eksploatacji. W wyniku realizacji eksperymentów symulacyjnych uzyskano zbiory 30 wartości średniego dochodu jednostkowego $C(\delta^*)$ oraz 30 wartości gotowości obiektu technicznego (środka transportu) $G^{OT}(\delta^*)$. Następnie dla wyników zrealizowanych eksperymentów symulacyjnych wyznaczono wartości średnie: dochodu jednostkowego oraz gotowości obiektu technicznego (środka transportu). W tabelach 7.4 oraz 7.5 przedstawiono porównanie wyników uzyskanych za pomocą algorytmu genetycznego oraz programu symulacyjnego. Na podstawie przedstawionych wyników można stwierdzić, że uzyskane wartości są zbliżone. Najmniejsza procentowa różnica otrzymanych wartości wynosi 0,03% i dotyczy gotowości środka transportu G^{OT} wyznaczonej dla poziomu gotowości wymaganej $G^{OT}_{wym} = 0{,}83$. Większe różnice otrzymanych wyników dotyczą średniego dochodu jednostkowego i zawierają się w przedziale od 0,43% do 1,89%.

Tabela 7.4. Porównanie wartości średniego dochodu jednostkowego, otrzymanych na podstawie algorytmu genetycznego i programu symulacyjnego

G^{OT}_{wym}	δ^*	$C(\delta^*)$ [PLN/h]		Różnica	
	strategia optymalna	algorytm genetyczny	program symulacyjny	wartość bezwzględna	wartość %
0,83	[1,0,1,0,0,0,1,1,0,0,0,1,0,0,0,0]	7,1376	7,1066	0,0310	0,43
0,84	[1,0,1,1,0,0,1,0,1,0,1,1,0,0,1,0]	6,8299	6,9229	0,0930	1,36
0,85	[1,0,0,0,0,0,1,1,0,0,1,1,0,0,1,0]	2,2034	2,2451	0,0417	1,89

Tabela 7.5. Porównanie wartości gotowości obiektu technicznego, otrzymanych na podstawie algorytmu genetycznego i programu symulacyjnego

G^{OT}_{wym}	δ^*	$G^{OT}(\delta^*)$		Różnica	
	strategia optymalna	algorytm genetyczny	program symulacyjny	wartość bezwzględna	wartość %
0,83	[1,0,1,0,0,0,1,1,0,0,0,1,0,0,0,0]	0,8373	0,8371	0,0002	0,03
0,84	[1,0,1,1,0,0,1,0,1,0,1,1,0,0,1,0]	0,8438	0,8445	0,0007	0,08
0,85	[1,0,0,0,0,0,1,1,0,0,1,1,0,0,1,0]	0,8523	0,8527	0,0004	0,05

W celu oceny poprawności działania opracowanego programu symulacji modelu procesu eksploatacji środków transportu przeprowadzono analizę statystyczną wyników

zrealizowanych eksperymentów symulacyjnych. Dla każdej rozpatrywanej optymalnej strategii sterowania wyznaczono wartości podstawowych statystyk opisowych (miary pozycyjne oraz miary rozproszenia) oraz wykonano testowanie zbiorów wartości rozpatrywanych zmiennych uzyskanych na podstawie realizacji eksperymentów symulacyjnych (średniego dochodu jednostkowego $C(\delta^*)$ oraz gotowości środka transportu $G^{OT}(\delta^*)$) za pomocą następujących testów statystycznych (testowanie przeprowadzono dla poziomu istotności $\alpha = 0{,}05$):

- testu Shapiro-Wilka o zgodności rozkładu badanej zmiennej z rozkładem normalnym,
- testu Kołmogorowa-Smirnowa o zgodności rozkładu badanej zmiennej z rozkładem normalnym,
- testu t-Studenta o równości wartości średniej z próby badanej zmiennej z wartością testową (testy dwustronne i jednostronne),
- testu Welcha o równości wartości średnich badanej zmiennej z dwóch prób (testy jednostronne).

Otrzymane wyniki przeprowadzonych testów świadczą o poprawności działania opracowanego programu symulacyjnego (programu symulacji modelu procesu eksploatacji środków transportu), w którym zmiany stanów generowane są na podstawie macierzy zmian stanów włożonego w proces łańcucha Markowa, a czasy pozostawania w stanach generowane są z odpowiednich rozkładów o wyznaczonych parametrach.

8. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Systemy eksploatacji środków transportu należą do klasy systemów, dla których jedną z najważniejszych cech opisujących jakość ich działania jest gotowość, określająca zdolność przystąpienia do realizacji i zrealizowania przydzielonych zadań w wymaganym przedziale czasu. Oznacza to, że prawidłowa i efektywna realizacja przydzielonych zadań możliwa jest jedynie wówczas, gdy zapewniony jest odpowiedni poziom gotowości tego typu systemów eksploatacji. Zapewnienie wymaganego poziomu gotowości systemu eksploatacji środków transportu możliwe jest w wyniku sterowania procesem eksploatacji w taki sposób, że podejmowane decyzje są optymalne ze względu na przyjęte kryteria oceny.

Sterowanie procesem eksploatacji, realizowanym w nowoczesnych systemach eksploatacji środków transportu, ze względu na stopień złożoności tych procesów jest na tyle skomplikowane, że zachodzi konieczność opracowania i zastosowania odpowiednich metod i modeli matematycznych. Ze względu na specyfikę rozpatrywanych systemów i procesów eksploatacji w opracowanych modelach należy uwzględnić wpływ istotnych składowych procesu eksploatacji, realizowanych zarówno w podsystemie procesowym, jak i w podsystemach utrzymania ruchu i interwencyjnym. W przypadku gdy modelem analizowanego procesu eksploatacji jest proces losowy, do sterowania gotowością systemu eksploatacji środków transportu mogą być zastosowane modele matematyczne opracowane z wykorzystaniem teorii decyzyjnych procesów stochastycznych, w których obiekt techniczny w kolejnych chwilach może znajdować się w różnych stanach eksploatacyjnych i w każdym ze stanów może być zastosowana jedna z możliwych decyzji sterowania procesem eksploatacji. Wybór i zastosowanie poszczególnych decyzji sterowania mają bezpośredni wpływ na dalszy przebieg procesu eksploatacji, a tym samym – na poziomy gotowości obiektów technicznych eksploatowanych w analizowanym systemie oraz systemu jako całości. Takie podejście umożliwiło zbudowanie modeli matematycznych, będących składowymi kompleksowej metody sterowania gotowością w systemie eksploatacji środków transportu w taki sposób, że możliwe są wyznaczenie, ocena i sterowanie gotowością w zależności od parametrów przyjętego matematycznego modelu procesu eksploatacji środków transportu.

W pracy przedstawiono oryginalne, stanowiące dorobek autora, metody oceny i sterowania gotowością. Metody te opracowano w postaci modeli matematycznych, algorytmów i programów komputerowych, umożliwiających:

a) w przypadku modelu oceny i kształtowania gotowości podsystemu procesowego:
   - wyznaczenie wymaganej liczby środków transportu do prawidłowej realizacji przydzielonego zadania przewozowego,
   - wyznaczenie wymaganej gotowości pojedynczego środka transportu do prawidłowej realizacji przydzielonego zadania przewozowego,
   - wyznaczenie średniego wymaganego czasu gotowości środków transportu w zależności od wielkości przydzielonego zadania przewozowego,
b) w przypadku modelu oceny i kształtowania gotowości podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego:
   - wyznaczenie wymaganej liczby stanowisk podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego do prawidłowej realizacji przydzielonego zadania obsługowo-naprawczego,
   - wyznaczenie wymaganej gotowości pojedynczego stanowiska podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego do prawidłowej realizacji przydzielonego zadania obsługowo-naprawczego,

- wyznaczenie średniego wymaganego czasu gotowości stanowisk podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego w zależności od wielkości przydzielonego zadania obsługowo-naprawczego oraz przewozowego,
- wyznaczenie gotowości i wydajności stanowisk podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego dla wybranych struktur i rozkładów analizowanych zmiennych losowych (rozkład wykładniczy i Erlanga),

c) w przypadku decyzyjnego modelu sterowania gotowością systemu eksploatacji środków transportu:
   - wyznaczenie optymalnej strategii sterowania gotowością w systemie eksploatacji środków transportu za pomocą zmodyfikowanego algorytmu genetycznego w taki sposób, aby zapewnić wymaganą gotowość eksploatowanym środkom transportu. W opracowanym algorytmie genetycznym wprowadzono modyfikację polegającą na zastosowaniu oprócz funkcji przystosowania (średni jednostkowy dochód) dodatkowego kryterium wyboru optymalnej strategii sterowania, określonego przez funkcję kwalifikacyjną (gotowość pojedynczego środka transportu). Wprowadzenie pojęcia funkcji kwalifikacyjnej umożliwia wyznaczenie strategii sterowania gotowością środków transportu, dla której funkcja przystosowania osiąga wartość maksymalną i dotyczy jedynie tych strategii sterowania, dla których wartość funkcji kwalifikacyjnej jest nie mniejsza niż poziom wymaganej gotowości obiektów technicznych.

Ze względu na znaczną złożoność modelowanych procesów eksploatacji obiektów technicznych (środków transportu) w celu zapewnienia szybszej i łatwiejszej analizy oraz możliwości rozpatrywania różnych wariantów modelowanych procesów eksploatacji opracowano dwa programy komputerowe:

- program komputerowy umożliwiający na podstawie zmodyfikowanego algorytmu genetycznego wyznaczenie optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji (gotowością środków transportu),
- program symulacji modelu procesu eksploatacji zbudowany w taki sposób, że dla danych wejściowych eksperymentu symulacyjnego, opracowanych na podstawie danych eksploatacyjnych, możliwe jest wyznaczenie wartości odpowiednio zdefiniowanych funkcji opisujących realizację badanego procesu. Opracowany stochastyczny model symulacyjny rozpatrywanego procesu eksploatacji środków transportu został wykorzystany do weryfikacji wyników otrzymanych za pomocą algorytmu genetycznego (wyznaczonych wartości badanych charakterystyk oraz optymalnych strategii sterowania gotowością).

Z uwzględnieniem powyższego sformułowano następujące wnioski końcowe rozprawy habilitacyjnej:

1. Na podstawie badań opracowanych modeli można stwierdzić, że cel pracy został osiągnięty.
2. Na podstawie wyników badań własnych oraz dostępnej literatury opracowano kompleksową metodę sterowania gotowością złożonego systemu eksploatacji środków transportu.
3. Zbudowane w pracy modele matematyczne, będące składowymi metody sterowania gotowością złożonego systemu eksploatacji środków transportu, zostały opracowane w sposób umożliwiający wyznaczanie wartości zmiennych decyzyjnych oraz charakterystyk tych modeli w zależności od wartości parametrów matematycznego modelu procesu eksploatacji.

4. Zbudowane w pracy modele oceny i kształtowania gotowości podsystemu procesowego oraz podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego umożliwiają wyznaczenie wymaganej liczby i gotowości środków transportu oraz liczby i gotowości stanowisk PUR i PI w zależności od wielkości przydzielonego zadania.
5. Decyzyjny model sterowania gotowością systemu eksploatacji obiektów technicznych, opracowany z wykorzystaniem teorii decyzyjnych procesów semi-Markowa oraz algorytmu genetycznego, umożliwia wyznaczenie optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji dla wartości zmiennych decyzyjnych, których zastosowanie zapewnia wymagany poziom gotowości analizowanego systemu.
6. Opracowany program symulacji procesu eksploatacji wraz z decyzyjnym modelem sterowania gotowością stanowią wygodne narzędzie wspierające proces podejmowania racjonalnych decyzji sterujących.
7. Ze względu na uniwersalny charakter proponowanej metody istnieje możliwość zastosowania opracowanych modeli do oceny i sterowania gotowością w różnego typu systemach eksploatacji obiektów technicznych.

LITERATURA

[1] Ackoff R.L., 1969. Decyzje optymalne w badaniach stosowanych. Wyd. Nauk. PWN Warszawa.

[2] Altman E., 1999. Constrained Markow decision processes. Chapman&Hall/CRC Boca Raton Florida.

[3] Barlow R., Proschan F., 1996. Mathematical theory of reliability. Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia.

[4] Bather J., 1973. Optimal decision procedures for finite Markov chains. Adv. Appl. Prob. 5, 521-540.

[5] Bellman R.E., 1957. Dynamic programming. Princeton University Press.

[6] Bellman R.E., Dreyfus S.E., 1967. Programowanie dynamiczne. Zastosowania. PWE Warszawa.

[7] Bertsekas D.P., 1995. Dynamic programming and optimal control. Vol. II. Athena Scientific Belmont.

[8] Biswas A., Sarkar J., 2000. Availability of a system maintained through several imperfect repairs before a replacement or a perfect repair. Statistics and Probability Lett. 50, 105-114.

[9] Biswas A., Sarkar J., Sarkar S., 2003. Availability of a periodically inspected system, maintained under an imperfect-repair policy. IEEE Trans. Reliability 52(3), 311-318.

[10] Blackwell D., 1962. Discrete dynamic programming. Ann. Mathematical Statistics 33, 719-726.

[11] Bobrowski D., 1985. Modele i metody matematyczne teorii niezawodności. WNT Warszawa.

[12] Borgoń J., Jaźwiński J., 1989. Niezawodność eksploatacyjna i bezpieczeństwo lotów. WKiŁ Warszawa.

[13] Borgoń J., Jaźwiński J., Klimaszewski S., Żmudziński Z., Żurek J., 1998. Symulacyjne metody badania bezpieczeństwa lotów. Wyd. Nauk. ASKON Warszawa.

[14] Borgoń J., Jaźwiński J., Sikorski M., Ważyńska-Fiok K., 1992. Niezawodność statków powietrznych. ZETOM Warszawa.

[15] Brandowski A., Kołowrocki K., 1984. Ocena niezawodności wielofunkcyjnego systemu poddanego wielostanowemu procesowi eksploatacji. Zagadnienia Eksploatacji Maszyn 3-4, 59-60.

[16] Buslenko N.P., Kałasznikow W.W., Kowalenko I.N., 1979. Teoria systemów złożonych. Wyd. Nauk. PWN Warszawa.

[17] Cao X.R., 1994. Realization Probabilities. The dynamic of queueing systems. Springer-Verlag New York.

[18] Cao X.R., Chen H.F., 1997. Potentials, perturbation realization, and sensitivity analysis of Markov processes. IEEE Trans. Automat. Contr. 42, 1382-1393.

[19] Chrzan P., 1990. Łańcuchy decyzyjne Markowa i ich zastosowania w ekonomii. Akademia Ekonomiczna Katowice.

[20] Chrzan P., 1990. Stacjonarny łańcuch Markowa z czasem dyskretnym. Zadanie optymalizacji bez dyskonta. Instytut Ekonometrii Akademii Ekonomicznej Katowice.

[21] Chrzan P., 1990. Stacjonarny łańcuch Markowa z czasem dyskretnym. Zadanie optymalizacji z dyskontem. Instytut Ekonometrii Akademii Ekonomicznej Katowice.

[22] Cinlar E., 1969. Markov renewal theory. Adv. Appl. Probab. 1(2), 123-187.
[23] Cinlar E., 1975. Introduction to stochastic processes. Prentice Hall New Jersey.
[24] Cooper R.B., 1981. Introduction to queueing theory. Edward Arnold London.
[25] Cox D.R., 1963. Renewal theory. Wiley New York.
[26] Cox D.R., Miller H.D., 1965. The theory of stochastic processes. Chapman and Hall London.
[27] Cox D.R., Smith W.L., 1961. Queues. Chapman and Hall London.
[28] Csenki A., 1994. Dependability for systems with a partitioned state space Markov and semi Markov theory and computational implementation. Springer--Verlag New York.
[29] Cygan Z., Jędrzejewicz P., Ziemba S., 1986. Badania systemów eksploatacyjnych. T. I. Ossolineum Wrocław.
[30] das Chagas Moura M., Firmino P., Droguett E.L., Jacinto C.M., 2008. Optical monitoring system availability optimization via semi-Markov processes and genetic algorithms. RAMS '08 Proceedings of the 2008 Annual Reliability and Maintainability Symposium, 289-294.
[31] Davis L.D., 1991. Handbook of genetic algorithms. Van Nostrand Reinhold.
[32] Davis T.E., Principe J., 1993. A Markov chain framework for the simple genetic algorithm. Evolutionary Computation 1(3), 269-288.
[33] Dawid H., 1994. A Markov chain analysis of genetic algorithms with a state dependent fitness function. Complex Systems 8(6), 407-417.
[34] De Cani J.S., 1964. A dynamic programming algorithm for embedded Markov chains when the planning horizon is at infinity. Management Sci. 10, 716-733.
[35] Dembo R.S., Haviv M., 1984. Truncated policy iteration algorithm. Operations Res. Lett. 3-5, 243-246.
[36] Denardo E.V., 1982. Dynamic programming: models and applications. Prentice--Hall Englewood Cliff.
[37] Derman C., 1970. Finite state Markovian decision processes. Academic Press New York.
[38] Dietz H.M., Nollau V., 1983. Markov decision problems with countable state space. Academic-Verlag Berlin.
[39] Domsta J., Grabski F., 1995. The first exit of almost strongly recurrent semi--Markov processes. Applicationes Mathematicae 23(3), 285-304.
[40] Domsta J., Grabski F., 1996. Semimarkowskie modele i algorytmy niezawodności odnawialnych systemów z rezerwą. Uniwersytet Gdański.
[41] Federgruen A., Tijms H.C., 1978. The optimality equation in average cost denumerable state semi-Markov decision problems, recurrency conditions algorithms. J. Appl. Prob. 15, 356-373.
[42] Feller W., 1964. On semi-Markov processes. Proc. Nat. Acad. Sci. USA 51(4), 653-659.
[43] Fishburn P.C., 1970. Utility theory for decision making. Wiley New York.
[44] Fleming W.H., Soner H.M., 1993. Controlled Markov processes and viscosity solutions. Springer-Verlag New York.
[45] Gercbach J.B., 1969. Modeli profilaktyki. Sovetskoe Radio Moskwa.
[46] Girtler J., 1989. Stochastyczny model procesu eksploatacji okrętowego silnika spalinowego. Zagadnienia Eksploatacji Maszyn 2(78).

[47] Girtler J., 1996. Możliwości zastosowania i przydatność procesów semimarkowskich jako modeli procesów eksploatacji maszyn. Zagadnienia Eksploatacji Maszyn 3(107).
[48] Gniedenko B.W., Bielajew J.K., Sołowiew A.D., 1968. Metody matematyczne w teorii niezawodności. WNT Warszawa.
[49] Gniedenko B.W., Kowalenko I.N., 1971. Wstęp do teorii obsługi masowej. WNT Warszawa.
[50] Goldberg D.E., 2003. Algorytmy genetyczne i ich zastosowanie. WNT Warszawa.
[51] Grabski F., 2002. Semi-markowskie modele niezawodności i eksploatacji. PAN Instytut Badań Systemowych. Badania Systemowe T. 30 Warszawa.
[52] Grabski F., 2003. The reliability of the object with semi-Markov failure rate. Applied Mathematics and Computation, Elsevier 135, 1-16.
[53] Grabski F., 2007. Application of semi-Markov processes in reliability. Electronic J. Reliability: Theory and Applications 2(3-4), 60-75.
[54] Grabski F., 2010. Analiza ryzyka w decyzyjnych semi-markowskich modelach procesu eksploatacji. XXXVIII Zimowa Szkoła Niezawodności, Szczyrk, 43-52.
[55] Grabski F., Jaźwiński J., 2007. Stochastic reliability model of multi-modal transport system. Archives of Transport XIX(1-2), 41-55.
[56] Grabski F., Jaźwiński J., 2009. Funkcje o losowych argumentach w zagadnieniach niezawodności, bezpieczeństwa i logistyki. WKiŁ Warszawa.
[57] Grassmann W.K., 1977. Transient solutions in Markovian queueing systems. Comput. Operat. Res. 4, 47-53.
[58] Grzywacz W., Burnewicz J., 1989. Ekonomika transportu. WKiŁ Warszawa.
[59] Gurov S.V., Utkin L.V., 1995. The time-dependent availability of repairable m-out-of-n and cold standby systems by arbitrary distributions and repair facilities. Microelectronics Reliability 35, 1377-1393.
[60] Hastings N.A.J., 1976. A test for nonoptimal action in undiscounted finite Markov decision chains. Management Sci. 23, 87-92.
[61] Hellwig Z., 1995. Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. Wyd. Nauk. PWN Warszawa.
[62] Herzberg M., Yechiali U., 1991. Criteria for selecting the relaxation factor of the value iteration algorithm for undiscounted Markov and semi-Markov decision processes. Operations Res. Lett. 10(4), 193-202.
[63] Herzberg M., Yechiali U., 1994. Accelerating procedures of the value iteration algorithm for discounted Markov decision processes, based on a one-step look--ahead analysis. Operations Res. 42(5), 940-946.
[64] Herzberg M., Yechiali U., 1996. A k-step look-ahead analysis of value iteration algorithms for Markov decision processes. European J. Operational Res. 88, 622-636.
[65] Heyman D.P., Sobel M.J., 1984. Stochastic models in Operations Research. Vol. II. MacGraw-Hill New York.
[66] Houlden P.T., 1964. Z praktyki badań operacyjnych. PWE Warszawa.
[67] Howard R., 1960. Dynamic programming and Markov processes. Wiley New York.
[68] Howard R., 1964. Research in semi-Markovian decision structures. J. Operations Res. Society of Japan 6(4), 163-199.
[69] Howard R., 1971. Dynamic probabilistic system. Wiley New York.

[70] Howard R., 1971. Dynamic probabilistic systems. Semi-Markov and decision processes. Vol. 2. Wiley New York.
[71] Hoyland A., Rausand M., 1994. System reliability theory. Wiley New York.
[72] Hozer J., Zawadzki J., 1986. Zastosowania ekonometrii w transporcie. WKiŁ Warszawa.
[73] Iosifescu M., 1988. Skończone procesy Markowa i ich zastosowania. Wyd. Nauk. PWN Warszawa.
[74] Jaźwiński J., Grabski F., 2003. Niektóre problemy modelowania systemów transportowych. ITE Warszawa-Radom.
[75] Jaźwiński J., Klimaszewski S., Leski A., 1997. Badania symulacyjne systemu transportowego. Wyd. Instytutu Technicznego Wojsk Lotniczych Warszawa.
[76] Jaźwiński J., Ważyńska-Fiok K., 1993. Bezpieczeństwo systemów. Wyd. Nauk. PWN Warszawa.
[77] Kendall D.G., 1953. Stochastic processes occurring in the theory of queues and their analysis by the method of the embedded Markov chain. Ann. Math. Statist. 24, 338-354.
[78] Kierzkowski A., 2010. Model oceny procesu eksploatacji statków powietrznych. XXXVIII Zimowa Szkoła Niezawodności, Szczyrk, 70-75.
[79] Kleinrock L., 1975. Queueing systems. 1: Theory, 2: Computer applications. Wiley New York.
[80] Klimow G.P., 1979. Procesy obsługi masowej. WNT Warszawa.
[81] Knopik L., 2008. Maksymalizacja współczynnika gotowości obiektu technicznego z gwarancją. Metody utrzymania gotowości systemów. XXXVI Zimowa Szkoła Niezawodności, Szczyrk, 171-182.
[82] Knopik L., 2010. Metoda wyboru efektywnej strategii eksploatacji obiektów technicznych. Rozprawy 145, Wyd. Uczeln. UTP Bydgoszcz.
[83] Kołowrocki K., 2001. Asymptotyczne podejście do analizy niezawodności systemów. PAN Instytut Badań Systemowych. Badania Systemowe, T. 27 Warszawa.
[84] Kopociński B., 1973. Zarys teorii odnowy i niezawodności. Wyd. Nauk. PWN Warszawa.
[85] Koroluk V.S., Turbin A.F., 1976. Semi-Markov processes and their application. Naukova Dumka Kiev.
[86] Kosten L., 1973. Stochastic theory of service systems. Pergamon Press London.
[87] Kowalenko I.N., Kuzniecow N.J., Szurienkow W.M., 1989. Procesy stochastyczne. Poradnik. Wyd. Nauk. PWN Warszawa.
[88] Koźniewska I., Włodarczyk M., 1978. Modele odnowy, niezawodności i masowej obsługi. Wyd. Nauk. PWN Warszawa.
[89] Krzysztofiak M., 1978. Ekonometria. Wyd. Nauk. PWN Warszawa.
[90] Kubalski J., Małek P., Mroczek K., 1984. Komunikacja autobusowa, ekonomika i eksploatacja. WKiŁ Warszawa.
[91] Kukuła K., 1998. Badania operacyjne w przykładach i zadaniach. Wyd. Nauk. PWN Warszawa.
[92] Kulkarni V.G., 1995. Modeling and analysis of stochastic systems. Chapman& Hall New York.
[93] Kushner H., 1971. Introduction to stochastic control. Holt, Reinholt and Winston New York.
[94] Kusiak J., Danielewska-Tułecka A., Oprocha P., 2009. Optymalizacja. Wybrane metody z przykładami zastosowań. Wyd. Nauk. PWN Warszawa.

[95] Lange O., 1964. Optymalne decyzje. Wyd. Nauk. PWN Warszawa.
[96] Lee K.W., 2000. Stochastic models for random-request availability. IEEE Trans. Reliability 49, 80-84.
[97] Limnios N., Oprisan G., 1999. A unified approach for reliability and performability evaluation of semi-Markov system. Applied Stochastic Models in Business and Industry 15, 353-368.
[98] Limnios N., Oprisan G., 2001. Semi-Markov processes and reliability. Birkhauser Boston.
[99] Lindgren B.W., 1977. Elementy teorii decyzji. WNT Warszawa.
[100] Maciejewski H., Caban D., 2008. Estimation of repairable system availability within fixed time horizon. Reliability Engineering and System Safety 93, 100-106.
[101] Manne A., 1960. Linear programming and sequential decisions. Management Sci. 6, 259-267.
[102] Marbach P., Tsitsiklis T.N., 2001. Simulation based optimization of Markov reward process. IEEE Trans. Automat. Contr. 46, 191-209.
[103] McNichols R.J., Messer G.H., 1971. A cost-based availability allocation algorithm. IEEE Trans. Reliability 20, 178-182.
[104] Michaelewicz Z., 1996. Genetic algorithms + data structure = evolution programs. Springer-Verlag Berlin.
[105] Migawa K., 2004. Model oceny i sterowania gotowością w systemie transportowym. [W:] Metody, narzędzia i systemy informatyczne w zarządzaniu organizacjami gospodarczymi, red. A. Januszewski, L. Drelichowski, Wyd. Uczeln. ATR Bydgoszcz, 267-278.
[106] Migawa K., 2005. Gotowość podsystemu utrzymania ruchu do realizacji przydzielonego zadania. Archiwum Motoryzacji 1, 35-48.
[107] Migawa K., 2009. Semi-Markov model of the availability of the means of municipal transport system. Zagadnienia Eksploatacji Maszyn 3(159), 25-34.
[108] Migawa K., 2010. Semi-Markov model of the operation process included in a utilization subsystem of transport system. Archiwum Motoryzacji 2, 87-97.
[109] Migawa K., 2012. Application of semi-Markov's process for control of availability of executive subsystem with a threshold structure. J. Polish CIMAC 7(2), 131-138.
[110] Migawa K., 2012. Availability control for means of transport in decisive semi-Markov models of exploitation process. Archives of Transport 24(4), 497-508.
[111] Migawa K., 2012. Method for control of technical objects operation process with the use of semi-Markov decision processes. J. KONES Powertrain and Transport 19(4), 439-447.
[112] Migawa K., 2012. The method of the evaluation of the efficiency of the processes carried out at traffic maintenance subsystem posts. Archives of Transport 24(4), 509-517.
[113] Migawa K., Muslewski Ł., Ślęzak M., 2011. Assessment of transport means operation risk on the basis of semi-Markov model of the operation and maintenance process. Proceedings of the 4th International Conference on Risk Analysis – ICRA4, Limassol, Cyprus, 233-241.
[114] Migawa K., Szumiński H., Wdzięczny A., 2004. Analiza zagrożeń związanych z komunikacją miejską. II Konferencja Naukowo-Techniczna Problemy jakościowe, energetyczne i eksploatacyjne w maszynach cieplnych, Bydgoszcz-Duszniki Zdrój, 107-122.

[115] Migawa K., Szumiński H., Wdzięczny A., 2004. Metoda analizy skuteczności realizowanych napraw na przykładzie wybranego systemu eksploatacji środków transportu. II Konferencja Naukowo-Techniczna Problemy jakościowe, energetyczne i eksploatacyjne w maszynach cieplnych Bydgoszcz-Duszniki Zdrój, 115-122.
[116] Migawa K., Szumiński H., Wdzięczny A., Woropay M., 2004. Analiza wpływu uszkodzeń wybranych podsystemów autobusów komunikacji miejskiej na zagrożenia ludzi i środowiska. Międzynarodowa Konferencja Naukowa Transport XXI wieku, Warszawa, 145-152.
[117] Migdalski J., 1982. Poradnik niezawodności – podstawy matematyczne. Wyd. Przemysłu Maszynowego WEMA Warszawa.
[118] Mine H., Osaki S., 1970. Markovian decision processes. AEPCI New York.
[119] Mitchell M., 1996. An introduction to genetic algorithms. MIT Press Cambridge.
[120] Newell G.F., 1971. Applications of queueing theory. Chapman and Hall London.
[121] Nix A.E., Vose M.D., 1991. Modeling genetic algorithms with Markov chains. Ann. Mathematics and Artificial Intelligence 5, 79-88.
[122] Obretenow A., Dimitrow B., 1987. Teoria masowej obsługi. Wyd. Nauk. PWN Warszawa.
[123] Ohno K., Ichiki K., 1987. Computing optimal policies for controlled tandem queueing systems. Operations Res. 35(1), 121-126.
[124] Okulewicz J., Smalko Z., 1988. Wyznaczanie technicznie uzasadnionej liczby stanowisk obsługowo-naprawczych. Prace Instytutu Transportu Politechniki Warszawskiej 28.
[125] Padowski J., 1986. Transport w miastach. WKiŁ Warszawa.
[126] Pawłowski Z., 1978. Ekonometria. Wyd. Nauk. PWN Warszawa.
[127] Piasecki S., 1995. Elementy teorii niezawodności i eksploatacji obiektów o elementach wielostanowych. PAN IBS Warszawa.
[128] Piasecki S., 1996. Zagadnienia organizacji obsługi technicznej maszyn i środków transportowych. Lubelskie Towarzystwo Naukowe Warszawa-Lublin.
[129] Porteus E., 1975. Bounds and transformation of finite Markov decision chains. Operations Res. 23, 761-784.
[130] Porteus E., Totten J., 1978. Accelerated computation of the expected discounted return in a Markov chain. Operations Res. 26, 350-358.
[131] Praca zbiorowa pod redakcją A. Gołąbek, 1993. Niezawodność autobusów. Wyd. Politechniki Wrocławskiej.
[132] Praca zbiorowa pod redakcją A. Piskozuba, 1979. Ekonomika transportu. WKiŁ Warszawa.
[133] Praca zbiorowa pod redakcją J. Migdalskiego, 1992. Inżynieria niezawodności. Poradnik. Wyd. ZETOM Warszawa.
[134] Praca zbiorowa pod redakcją M. Woropaya, 1996. Podstawy racjonalnej eksploatacji maszyn. Wyd. Instytutu Technologii Eksploatacji Bydgoszcz-Radom.
[135] Praca zbiorowa pod redakcją T. Szczepaniaka, 1996. Transport i spedycja międzynarodowa. PWE Warszawa.
[136] Praca zbiorowa pod redakcją W. Rydzkowskiego, K. Wojewódzkiej-Król, 1998. Transport. Wyd. Nauk. PWN Warszawa.
[137] Praca zbiorowa pod redakcją Z. Cygana, 1989. Sterowanie eksploatacją systemów technicznych. Wyd. Nauk. PWN Warszawa.
[138] Puterman M.L., 1994. Markov decision processes. Wiley New York.

[139] Puterman M.L., Shin M.C., 1978. Modified policy iteration algorithms for discounted Markov decision problems. Management Sci. 24, 1127-1137.
[140] Ross S.M., 1983. Introduction to stochastic dynamic programming. Academic Press New York.
[141] Rubino G., Sericola B., 1992. Interval availability analysis using operational periods. Performance Evaluation 14, 257-272.
[142] Rubino G., Sericola B., 1993. Interval availability distribution computation. Proceedings of the 23rd IEEE International Symposium on Fault-Tolerant Computing 23, 48-55.
[143] Ruta R., Mazurkiewicz A., 1991. Modelowanie symulacyjne systemów eksploatacji. Międzyresortowe Centrum Naukowe Eksploatacji Majątku Trwałego Radom.
[144] Sarkar J., Chaudhuri G., 1999. Availability of a system with gamma life and exponential repair under a perfect repair policy. Statistics and Probability Lett. 43, 189-196.
[145] Sarkar J., Sarkar S., 2000. Availability of a periodically inspected system under perfect repair. J. Statistical Planning and Inference 91, 77-90.
[146] Sarkar J., Sarkar S., 2001. Availability of a periodically inspected system supported by a spare, under perfect repair or upgrade. Statistics and Probability Lett. 53, 207-217.
[147] Schassberger R., 1973. Warteschlangen. Springer-Verlag Berlin.
[148] Schott J.R., 1997. Matrix analysis for statistics. Wiley New York.
[149] Schweitzer P.J., 1971. Iterative solution of the functional equations for undiscounted Markov renewal programming. J. Math. Anal. Appl. 34, 495-501.
[150] Schweitzer P.J., Federgruen A., 1977. The asymptotic behavior of undiscounted value iteration in Markov decision problems. Mathematics of Operations Res. 2(4), 360-381.
[151] Schweitzer P.J., Seidman A., 1985. Generalized polynomial approximations in Markovian decision processes. J. Math. Anal. Appl. 110, 568-582.
[152] Sennott L.I., 1999. Stochastic dynamic programmingand the control of queueing systems. Wiley New York.
[153] Sienkiewicz P., 1987. Teoria efektywności systemów. Ossolineum Wrocław.
[154] Sienkiewicz P., 1994. Analiza systemowa. Podstawy i zastosowania. Wyd. Bellona Warszawa.
[155] Silvestrov D.S., 1980. Polumarkovskije procesy s dyskretnym množestwom sostojanij. Sovetskoe Radio Moskwa.
[156] Smalko Z., 1987. Wielostanowy system utrzymania maszyn i urządzeń w ruchu. Zagadnienia Eksploatacji Maszyn 3-4, 71-72.
[157] Smalko Z., 1989. Podstawowe strategie utrzymania wymaganej gotowości pojazdów. VIII Krajowa Konferencja Diagnostyki Pojazdów Mechanicznych i Maszyn Roboczych.
[158] Smalko Z., 1996. Modelowanie eksploatacyjne systemów transportowych. Instytut Technologii Eksploatacji Radom.
[159] Smalko Z., 1998. Podstawy eksploatacji technicznej pojazdów. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.
[160] Smalko Z., 1998. Wstępne studium problematyki badawczej dyscypliny naukowej transport. Komitet Transportu PAN Warszawa.
[161] Sołowiew A.D., 1983. Analityczne metody teorii niezawodności. WNT Warszawa.

[162] Sondik E.J., 1978. The optimal control of partially observable Markov processes over the infinite horizon discounted costs. Operations Res. 26, 282-304.
[163] Stoyan D., 1983. Comparison methods for queues and other stochastic models. Wiley New York.
[164] Suzuki J., 1995. A Markov chain analysis on simple genetic algorithms. IEEE Trans. Systems 25(4), 655-659.
[165] Suzuki J., 1998. A further result on the Markov chain model of genetic algorithm and its application to a simulated annealing-like strategy. IEEE Trans. Systems 28(1), 95-102.
[166] Takács L., 1962. Introduction to the theory of queues. Oxford University Press.
[167] Thomas L.C., Hartley R., Lavercombe A.C., 1983. Computational comparison of value iteration algorithms for discounted Markov decision processes. Operations Res. Lett. 2, 72-76.
[168] Tijms H.C., 1980. An algorithm for average cost denumerable state semi--Markov decision problems with applications to controlled production and queueing systems. Recent Developments in Markov Decision Processes. Academic Press New York.
[169] Tijms H.C., 1986. Stochastic modeling and analysis: A computational approach. Wiley Chichester.
[170] Tijms H.C., 1994. Stochastic models an algorithmic approach. Wiley Chichester--New York-Brisbane-Toronto-Singapore.
[171] Tijms H.C., van der Duyn Schouten F.A., 1985. A Markov decision algorithm for optimal inspections and revisions in a maintenance system with partial information. European J. Operat. Res. 21, 245-253.
[172] Timsans E.A., McNichols R.J., Berry S.L., 1975. Availability allocation using a family of hyperbolic cost functions. IEEE Trans. Reliability 24, 333-335.
[173] Van Nunen J.A.E.E., 1976. Contracting Markov Decision Processes. Mathematical Centre Tract 71. Mathematical Centre Amsterdam.
[174] Vaurio J.K., 1999. Availability and cost functions for periodically inspected preventively maintained units. Reliability Engineering and System Safety 63(2), 133-140.
[175] Vergin R.C., Scriabin M., 1977. Maintenance scheduling for multicomponent equipement. AIIE Trans. 9, 297-305.
[176] Vose M.D., 1993. Modeling simple genetic algorithms. Foundations of Genetic Algorithms. Morgan Kaufmann.
[177] Vose M.D., 1998. The simple genetic algorithm. Foundations and theory. MIT Press Cambridge.
[178] Ważyńska-Fiok K., 1993. Podstawy teorii eksploatacji i niezawodności systemów transportowych. WPW Warszawa.
[179] White D.J., 1963. Dynamic Programming of Markov chains and the method of succesive approximations. J. Math. Anal. Appl. 6, 373-376.
[180] White D.J., 1985. Real applications of Markov decision processes. Interfaces 15(6), 73-78.
[181] White D.J., 1993. A survey of applications of Markov decision processes. J. Operational Res. Society 44, 1073-1096.
[182] White D.J., 1993. Markov Decision Processes. Wiley Chichester.
[183] Whittle P., 1982. Optimization over time: dynamic programming and stochastic control. Vol. I. Wiley New York.

[184] Whittle P., 1982. Optimization over time: dynamic programming and stochastic control. Vol. II. Wiley New York.
[185] Wolff R.W., 1989. Stochastic modeling and the theory of queues. Prentice-Hall Englewood Cliffs.
[186] Wolszczan J., 1970. Zastosowanie teorii masowej obsługi w transporcie samochodowym. WKŁ Warszawa.
[187] Woropay M., Landowski B., Neubauer A., 2004. Symulacyjna metoda optymalizacji procesu eksploatacji autobusów komunikacji miejskiej. Międzynarodowa Konferencja Naukowa Transport XXI wieku, Warszawa, 545-554.
[188] Woropay M., Landowski B., Neubauer A., 2004. Wykorzystanie decyzyjnych procesów semi-Markowa do modelowania i symulacji procesu eksploatacji autobusów. Archiwum Motoryzacji 7(1), 53-65.
[189] Woropay M., Migawa K., 2001. Metoda wyznaczania gotowości systemu transportu miejskiego z uwzględnieniem skuteczności wykonywanych napraw. Diagnostyka 25, 30-36.
[190] Woropay M., Migawa K., 2004. Gotowość operacyjna stanowisk podsystemu utrzymania ruchu w systemie transportowym. Archiwum Motoryzacji 7(4), 597-610.
[191] Woropay M., Migawa K., 2005. Model wstępny procesu eksploatacji środków transportu, realizowanego w podsystemie wykonawczym systemu autobusowego transportu miejskiego. Konferencja Postępy w Konstrukcji i Sterowaniu Bydgoszcz-Muszyna 7, 99(CD).
[192] Woropay M., Migawa K., 2007. Markov model of the operational use process in an autonomous system. Polish J. Environmental Studies 16(4A), 192-195.
[193] Woropay M., Migawa K., 2007. Markov model of the serviceability assurance process within an autonomous system. Archiwum Motoryzacji 4, 321-329.
[194] Woropay M., Migawa K., 2010. The method of defining the number of substitute objects on the basis of utilization system availability. Zesz. Nauk. Akademii Morskiej w Szczecinie 24(96), 148-153.
[195] Woropay M., Migawa K., 2012. Method for assessment and control of availability of executive subsystem of a transportation system. J. KONES Powertrain and Transport 19(3), 491-498.
[196] Woropay M., Migawa K., Bojar P., 2009. Initial model of transport means availability of real city transport system. J. KONES Powertrain and Transport 16(2), 495-502.
[197] Woropay M., Migawa K., Bojar P., 2010. The method of evaluation of the availability of the transport system for the realization of the assigned transport task. J. KONES Powertrain and Transport 17(3), 505-512.
[198] Woropay M., Migawa K., Bojar P., 2010. The model of defining the efficiency of logistics subsystem posts in the transport system. J. KONES Powertrain and Transport 17(4), 607-614.
[199] Woropay M., Migawa K., Bojar P., Szubartowski M., 2011. Availablity of a technical object determined in a finite time interval. J. KONES Powertrain and Transport 18(4), 555-562.
[200] Woropay M., Migawa K., Bojar P., Szubartowski M., 2011. Method for assessment of risk connected with technical object functioning on the basis of Markov model of operation process. J. KONES Powertrain and Transport 18(4), 563-570.

[201] Woropay. M., Migawa K., Liscak S., 2001. Analyza nakladov na vymenu motorovych olejov. Prace a Studie 16, 99-109.
[202] Woropay M., Migawa K., Szubartowski M., 2008. Markov model of the transport devices exploitation process. J. KONBiN 5 (8), 249-260.
[203] Woropay M., Migawa K., Szumiński H., Wdzięczny A., 2004. Analiza skuteczności realizowanych napraw podzespołów autobusów eksploatowanych w systemie komunikacji miejskiej. Międzynarodowa Konferencja Naukowa Transport XXI wieku, Warszawa, 415-424.
[204] Woropay M., Migawa K., Wdzięczny A., 2008. Transport system readiness determined on the basis of Markov model of an operation and maintenance process. Systems Sci. 34(3), 61-66.
[205] Woropay M., Migawa K., Wdzięczny A., 2009. Markov's model of means of transport operation and maintenance in a city transport system. J. KONES Powertrain and Transport 16(3), 511-516.
[206] Woropay M., Niezgoda T., Migawa K., 2002. The preliminary model of evaluating and maintaining the operating readiness for the traffic system. 6th International Conference on Probabilistic Safety Assessment and Management PSAM 6, San Juan, Peurto Rico, USA.
[207] Woropay M., Szubartowski M., Migawa K., 2002. The model of evaluation and shaping the availability, designed for the executive subsystem, that's the part of the transport system. Prace a Studie 17, 147-150.
[208] Woropay M., Szubartowski M., Migawa K., 2003. Model oceny i kształtowania gotowości operacyjnej podsystemu wykonawczego w systemie transportowym. Instytut Technologii Eksploatacji Bydgoszcz-Radom.
[209] Woropay M., Żurek J., Migawa K., 2003. Model oceny i kształtowania gotowości operacyjnej podsystemu utrzymania ruchu w systemie transportowym. Instytut Technologii Eksploatacji Bydgoszcz-Radom.
[210] Wright A.H., 1991. Genetic algorithms for real parameter optimization. Foundations of Genetic Algorithms. Morgan Kaufmann.
[211] Zieliński Z., 1991. Wybrane zagadnienia ekonometrii i jej zastosowań do analizy przewozów. Wydawnictwo Politechniki Szczecińskiej.
[212] Ziemba S., Jarominek W., Staniszewski R., 1980. Problemy teorii systemów. Ossolineum Wrocław.
[213] Zijm W.H.M., 1987. Exponential convergence in undiscounted continuous-time Markov decision chains. Math. Operat. Res. 12, 700-717.
[214] Żółtowski B., Niziński S., 2010. Modelowanie procesów eksploatacji. Instytut Technologii Eksploatacji Radom.
[215] Żurek J., 1978. Modelowanie gotowości początkowej systemów wojskowych. Konferencja Naukowo-Techniczna 25 lat ITWL, Warszawa.
[216] Żurek J., 1981. Metoda analizy początkowej gotowości operacyjnej wojskowych systemów lotniczych. WAT Warszawa.
[217] Żurek J., 1983. Gotowość operacyjna układu obiekt techniczny-ekipa operatorów. Konferencja Cybernetyka w Gospodarce Morskiej, Gdańsk.
[218] Żurek J., 1987. Gotowość obiektu technicznego w systemie wojskowym. III Szkoła Inżynierii Systemów, Kiekrz.
[219] Żurek J., 1988. Gotowość mobilizacyjna systemów ratowniczych. Sympozjum Bezpieczeństwo Systemów, Kiekrz.

[220] Żurek J., 1989. Gotowość podsystemu wykonawczego w systemie eksploatacji obiektów technicznych. Zagadnienia Eksploatacji Maszyn 2.
[221] Żurek J., 1993. Problemy gotowości techniki lotniczej. [W:] Problemy badań i eksploatacji techniki lotniczej. T. 2, red. J. Lewitowicz, J. Borgoń, W. Ząbkowicz, Wyd. Instytutu Technicznego Wojsk Lotniczych Warszawa.
[222] Żurek J., 1998. Modelowanie symboliczne systemów bezpieczeństwa i niezawodności w transporcie lotniczym. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.
[223] Żurek J., Migawa K., 2003. The method of evaluation of transport system availability. Safety and reliability international conference, Gdynia, 67-72.

STEROWANIE GOTOWOŚCIĄ W SYSTEMACH EKSPLOATACJI ŚRODKÓW TRANSPORTU

Streszczenie

Praca dotyczy wybranych problemów związanych ze sterowaniem gotowością w systemach eksploatacji środków transportu.

Analizę literatury, cel i zakres pracy przedstawiono w rozdziale pierwszym. W rozdziale drugim omówiono podstawowe miary, stany oraz rodzaje gotowości obiektów technicznych. W rozdziale trzecim został określony obiekt badań – system eksploatacji środków transportu. Rozdział ten zawiera ogólny opis badanego obiektu, zrealizowanych badań eksploatacyjnych oraz wyznaczonych charakterystyk badanego procesu eksploatacji. Następnie na podstawie identyfikacji rzeczywistego systemu eksploatacji został zbudowany zdarzeniowy model procesu eksploatacji środków transportu. W rozdziale czwartym przedstawiono matematyczny model procesu eksploatacji środków transportu, zbudowany na podstawie założenia, że jego modelem jest jednorodny proces semi-Markowa.

Opracowany w rozdziale piątym model oceny i kształtowania gotowości podsystemu procesowego w systemie eksploatacji środków transportu umożliwia kształtowanie gotowości podsystemu procesowego w taki sposób, aby przydzielone zadanie przewozowe zostało zrealizowane prawidłowo. W opracowanym modelu gotowość podsystemu procesowego wyznaczana jest na podstawie wartości parametrów matematycznego modelu procesu eksploatacji.

Model oceny i kształtowania gotowości podsystemów utrzymania ruchu i interwencyjnego w systemie eksploatacji środków transportu, w którym gotowość rozpatrywanych podsystemów wyznaczana jest w zależności od gotowości oraz wydajności poszczególnych stanowisk tych podsystemów, przedstawiono w rozdziale szóstym. Zaproponowana metoda umożliwia wyznaczenie wymaganej gotowości rozpatrywanych podsystemów w taki sposób, aby przydzielone zadania obsługowo-naprawcze były realizowane w sposób prawidłowy.

W rozdziale siódmym przedstawiono decyzyjny model sterowania gotowością w systemie eksploatacji środków transportu, zbudowany z zastosowaniem teorii semi-markowskich procesów decyzyjnych, w którym wybór optymalnej strategii sterowania gotowością został zrealizowany za pomocą algorytmu genetycznego. W opracowanym algorytmie genetycznym wprowadzono modyfikację polegającą na zastosowaniu, oprócz funkcji przystosowania (średniego jednostkowego dochodu), dodatkowego kryterium wyboru optymalnej strategii sterowania, określonego przez funkcję kwalifikacyjną (gotowości pojedynczego środka transportu). W celu zapewnienia szybszej i łatwiejszej analizy oraz możliwości rozpatrywania różnych wariantów decyzyjnych opracowano stochastyczny model symulacyjny rozpatrywanego procesu eksploatacji środków transportu, który został wykorzystany do weryfikacji wyników otrzymanych za pomocą algorytmu genetycznego.

Podsumowanie pracy oraz wnioski końcowe sformułowano w rozdziale ósmym. Ponadto dołączono szeroką bibliografię z zakresu omawianych w pracy zagadnień.