XX Sympozjum Zmęczenie i Mechanika Pękania
Bydgoszcz - Pieczyska, kwiecień 2004, ss. 217-224

Adam LIPSKI, Józef SZALA

OPIS WŁASNOŚCI ZMĘCZENIOWYCH MATERIAŁÓW Z UWZGLĘDNIENIEM ZMIENNOŚCI WSPÓŁCZYNNIKA ASYMETRII CYKLU OBCIĄŻENIA SINUSOIDALNEGO

W pracy przedstawiono propozycje opisu własności zmęczeniowych materiałów za pomocą powierzchni $N = f(S_m, S_a)$ uwzględniających zmienność parametrów cykli sinusoidalnych. Do utworzenia warstwic $N = \text{const}$ reprezentujących te powierzchnie wykorzystano uproszczenia stosowane w wykresach naprężeń granicznych.

Akademia Techniczno-Rolnicza w Bydgoszczy
Wydział Mechaniczny, Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn
al. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz

1. WSTĘP

Obliczenia trwałości zmęczeniowej wymagają modelowania losowych obciążeń eksploatacyjnych. Polega to z reguły na zastąpieniu przebiegów losowych przebiegami sinusoidalnymi. W wyniku schematyzacji otrzymuje się zamiast losowych zmian obciążenia zbiór pojedynczych cykli i półcykli sinusoidalnych o określonych rozkładach wartości średnich i amplitud [1]. Ponieważ praktycznie nie ma obciążeń losowych o stałej wartości współczynnika asymetrii cyklu czy wartości średniej obciążenia, dla których wyznacza się klasyczne wykresy zmęczeniowe Wöhlera [2], występują więc w takim przypadku określone problemy w opisie własności zmęczeniowych. Dlatego z reguły przeprowadza się redukcję cykli o dowolnych wartościach naprężenia średniego S_m różnego od zera i amplitudzie naprężenia S_a do cykli wahadłowych o zastępczej wartości amplitudy $S_{a\,zast}$. Trudności tej można uniknąć poprzez zastosowanie materiałowych charakterystyk zmęczeniowych ujmujących zmienność wymienionych wyżej parametrów.

Tego rodzaju charakterystykę przedstawił w swojej pracy Heywood [3]. Stanowi ona opis powierzchni zmęczeniowej $N = f(S_m, S_a)$ danej zależnością:

$$\frac{S_a}{R_m} = \left(1 - \frac{S_m}{R_m}\right) \cdot \left[A_0 + \gamma \cdot (1 - A_0)\right] \tag{1}$$

gdzie $A_0 = f(S_m, R_m, N)$, $\gamma = f(N)$, przy czym postaci tych funkcji zależne są od rodzaju próbek (próbki gładkie stalowe lub ze stopów aluminium).

Powyższy opis powszechnie funkcjonuje w literaturze do tej pory, pomimo, iż opiera się na jednej stałej materiałowej – wytrzymałości na rozciąganie R_m. Brak odniesienia w zależności zaproponowanej przez Heywooda do własności wyznaczonych w warunkach obciążenia cyklicznego sugeruje trudności w praktycznym zastosowaniu tego modelu do obliczeń trwałości zmęczeniowej.

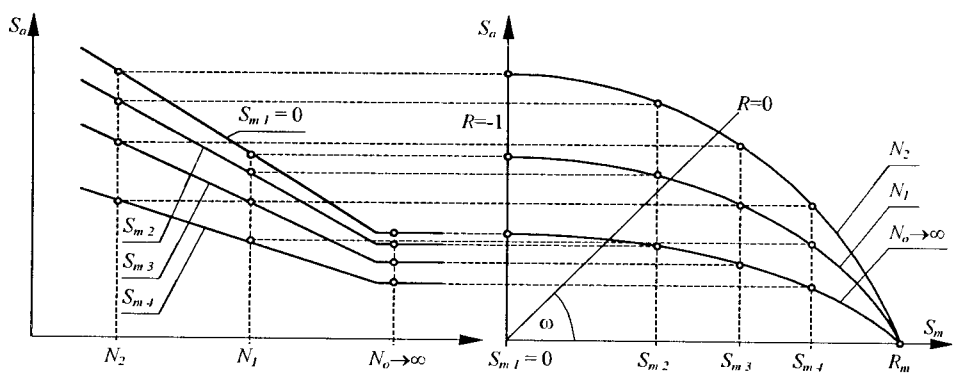
W niniejszej pracy przedstawiono próbę poszukiwania nowych opisów własności zmęczeniowych, pozwalających na uwzględnienie zmienności wartości współczynnika asymetrii cyklu obciążenia sinusoidalnego. Przedstawione poniżej propozycje charakterystyk zmęczeniowych, reprezentujących powierzchnie zmęczeniowe $N = f(S_m, S_a)$, bazują na wyznaczonych doświadczalnie własnościach zmęczeniowych, z założenia lepiej opisujących rzeczywiste zachowanie się materiału w warunkach obciążeń cyklicznych niż ma to miejsce w przypadku charakterystyki Heywooda.

2. UOGÓLNIENIE CHARAKTERYSTYK ZMĘCZENIOWYCH

Uogólnienia charakterystyk zmęczeniowych na dowolne pod względem wartości S_m i S_a cykle dokonać można bazując na opisach wykresów naprężeń granicznych. Otrzymuje się wtedy powierzchnie zmęczeniowe $N = f(S_m, S_a)$ ograniczane warunkiem:

$$S_{max} = S_m + S_a < \begin{cases} R_m & \text{dla materiałów sprężysto-kruchych} \\ R_e & \text{– dla materiałów sprężysto-plastycznych} \end{cases} \tag{2}$$

Stosując zasadę przedstawioną na rysunku 1 można utworzyć dwuparametryczne wykresy zmęczeniowe, zawierające warstwice N = const w układzie $S_a = f(S_m)$.



Rys. 1. Schematyczne przedstawienie zasady tworzenia krzywych N = const w układzie $S_a = f(S_m)$

Linie N_1, N_2 itd. reprezentują warstwice odpowiadające określonym liczbom cykli. Linia $N_0 \to \infty$ odpowiada wykresowi naprężeń granicznych. Odwzorowany w ten sposób zostaje zakres nieograniczonej trwałości zmęczeniowej. Zakres wytrzymałości niskocyklowej może być odcięty poprzez wprowadzenie powierzchni ograniczającej. Przedstawione uogólnienie charakterystyk zmęczeniowych nie jest więc sprzeczne z założeniami powszechnie przyjętymi dla opisu własności zmęczeniowych.

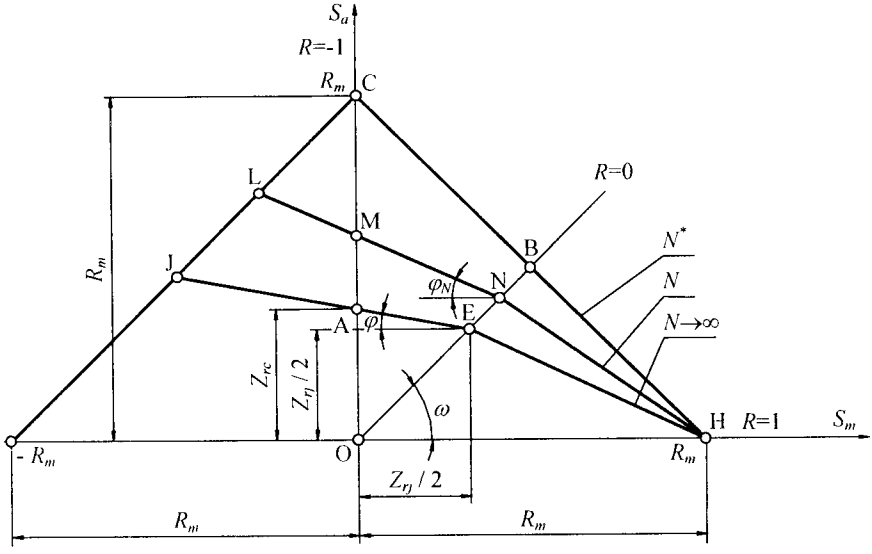
Przecięcie powierzchni zmęczeniowej $N = f(S_m, S_a)$ płaszczyzną nachyloną do osi S_m pod dowolnym kątem ω pozwala na uzyskanie wykresu Wöhlera dla określonej wartości współczynnika asymetrii cyklu R (przykładowo dla $\omega = 90°$ będzie to wykres dla obciążenia wahadłowego, dla $\omega = 45°$ – dla obciążenia odzerowo tętniącego). Podobnie, przecinając powierzchnię płaszczyznami pionowymi, otrzymać można wykresy Wöhlera dla określonej wartości naprężenia średniego S_m.

Praktyczne zastosowanie w obliczeniach trwałości zmęczeniowej znaleźć mogą dwuparametryczne charakterystyki zmęczeniowe, otrzymane poprzez wykorzystanie uproszczonych opisów wykresów naprężeń granicznych. Poniżej przedstawiono dwie starsze propozycje takich charakterystyk wraz z trzema nowymi koncepcjami.

3. UPROSZCZONE UOGÓLNIONE CHARAKTERYSTYKI ZMĘCZENIOWE

3.1. Model I (Szala 1979) [4]

Charakterystyka bazuje na własnościach zmęczeniowych otrzymanych na podstawie wykresów dla współczynnika asymetrii cyklu $R = -1$ (Z_{rc}, m_0, C_0) oraz $R = 0$ (Z_{rj}, m, C).



Rys. 2. Schematyczne przedstawienie charakterystyki wg Modelu I

Linia odpowiadająca naprężeniom granicznym dla nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej ($N \to \infty = N_0$) powstaje z połączenia punktu A, odpowiadającego granicy zmęczenia przy obciążeniu wahadłowym (linia 0-A-M-C), z punktem E dla obciążenia odzerowo tętniącego (linia 0-E-N-B) oraz punktem H odpowiadającym wytrzymałości na rozciąganie i odpowiada koncepcji budowy uproszczonego wykresu naprężeń granicznych Serensena-Kinasoszwilego [2]. Punkt J wyznaczany jest poprzez przedłużenie odcinka A-E na zakres cykli o ujemnej wartości średniej, przy czym zaznaczyć należy umowność tego obszaru. W literaturze [5] spotkać można inną interpretację przebiegu krzywych naprężeń granicznych dla tego zakresu, uwzględniającą symetrię względem pionowej osi S_a.

Równania opisujące powierzchnię zmęczeniową przyjmują następującą postać:

a) dla $-\infty < R \leq 0$:

$$N = \frac{N_0 \cdot Z_{rc}^{\,m_0}}{\left(S_a + \psi_N \cdot S_m\right)^{m_0}} \tag{3}$$

b) dla $0 < R \leq 1{,}0$:

$$N = N_0 \cdot \left[\frac{Z_{rc} \cdot (R_m + S_a - S_m)}{S_a \cdot R_m \cdot (1 + \psi_N)} \right]^{m_0} \tag{4}$$

przy czym $S_a \geq Z_G$, gdzie Z_G odpowiada granicy zmęczenia odczytanej z wykresu naprężeń granicznych (linia A-E-H) dla danej wartości S_m. Wartość współczynnika wrażliwości materiału na asymetrię cyklu dla dowolnej liczby cykli N wyznaczyć można na podstawie zależności:

$$\psi_N = 2 \cdot \frac{C_0^{\frac{1}{m_0}}}{C^{\frac{1}{m}}} \cdot N^{\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{m_0}\right)} - 1 \tag{5}$$

Zarówno równanie (3), jak i (4) przedstawić można w formie analogicznej do równania Heywooda podkreślając ich liniowy charakter. Dla zakresu $-\infty < R \leq 0$ otrzymujemy:

$$\frac{S_a}{R_m} = -\psi_N \cdot \frac{S_m}{R_m} + \frac{Z_{rc}}{R_m} \cdot \left(\frac{N_0}{N}\right)^{\frac{1}{m_0}} \tag{6}$$

a dla zakresu $0 < R \leq 1$:

$$\frac{S_a}{R_m} = -\frac{Z_{rc}}{\left(\frac{N}{N_0}\right)^{\frac{1}{m_0}} \cdot R_m \cdot (1 + \psi_N) - Z_{rc}} \cdot \frac{S_m}{R_m} + \frac{Z_{rc}}{\left(\frac{N}{N_0}\right)^{\frac{1}{m_0}} \cdot R_m \cdot (1 + \psi_N) - Z_{rc}} \tag{7}$$

W powyższych zależnościach Z_{rc} oznacza granicę zmęczenia wyznaczoną przy obciążeniu wahadłowym ($R = -1$), natomiast Z_{rj} granicę zmęczenia wyznaczoną przy obciążeniu odzerowo tętniącym ($R = 0$). Współczynniki m_0 i C_0 opisują wykres Wöhlera w zakresie ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej dla obciążenia wahadłowego, a współczynniki m i C dla obciążenia odzerowo tętniącego zgodnie z zależnościami:

$$S_a^{m_0} \cdot N = C_0 \quad \text{lub} \quad S_a^{m} \cdot N = C \tag{8}$$

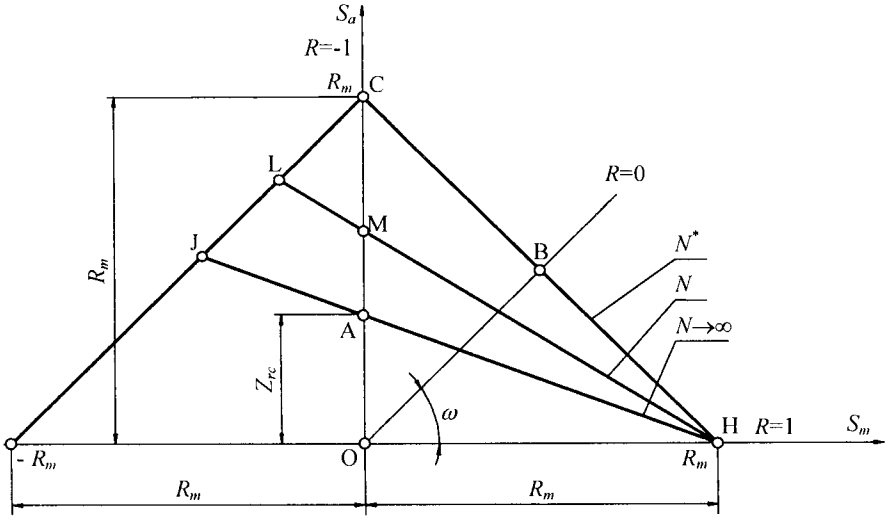
3.2. Model II (Szala 1979) [4]

Charakterystyka bazuje na własnościach zmęczeniowych otrzymanych na podstawie wykresu dla obciążenia wahadłowego $R = -1$ (Z_{rc}, m_0).

Linia odpowiadająca naprężeniom granicznym dla nieograniczonej trwałości zmęczeniowej ($N \to \infty$) odpowiada zależności Goodmana [5]:

$$\frac{S_a}{Z_{rc}} + \frac{S_m}{R_m} = 1 \tag{9}$$

Powstaje ona z połączenia punktu A (rys. 3), odpowiadającego granicy zmęczenia przy obciążeniu wahadłowym (linia 0-A-M-C), z punktem H odpowiadającym wytrzymałości na rozciąganie. Punkt J wyznaczany jest poprzez przedłużenie odcinka A-H na zakres cykli o ujemnej wartości średniej.



Rys. 3. Schematyczne przedstawienie charakterystyki wg Modelu II

Równanie opisujące powierzchnię zmęczeniową przyjmuje postać:

$$N = N_0 \cdot \left[\frac{Z_{rc}}{S_a} \cdot \left(1 - \frac{S_m}{R_m} \right) \right]^{m_0} \quad \text{dla} \quad S_a \geq Z_G \tag{10}$$

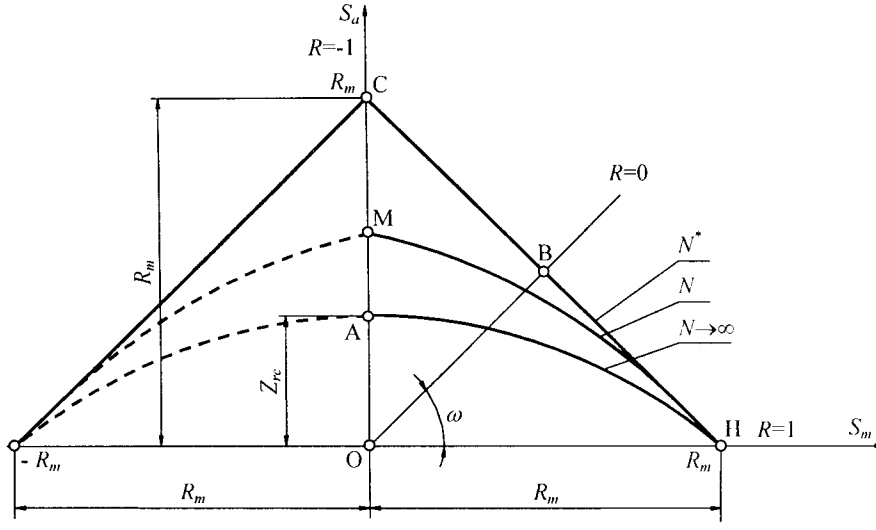
Zapisując jak w przypadku poprzednich charakterystyk jej inną postać otrzymuje się równanie liniowe:

$$\frac{S_a}{R_m} = -\frac{Z_{rc}}{R_m} \cdot \left(\frac{N_0}{N} \right)^{\frac{1}{m_0}} \cdot \frac{S_m}{R_m} + \frac{Z_{rc}}{R_m} \cdot \left(\frac{N_0}{N} \right)^{\frac{1}{m_0}} \tag{11}$$

3.3. Model III (Lipski 2003) [6]

Charakterystyka opiera się na własnościach zmęczeniowych otrzymanych na podstawie wykresu dla współczynnika asymetrii cyklu $R = -1$ (Z_{rc}, m_0), przy czym zakłada ona symetrię przebiegu krzywych naprężeń granicznych względem pionowej osi S_a (rys. 4). Linia naprężeń granicznych A-H dla nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej ($N\to\infty$) opisana jest paraboliczną zależnością Gerbera [5]:

$$\frac{S_a}{Z_{rc}} + \left(\frac{S_m}{R_m} \right)^2 = 1 \tag{12}$$



Rys. 4. Schematyczne przedstawienie charakterystyk zmęczeniowych wg Modelu III i Modelu IV – w pierwszym przypadku warstwice są fragmentami parabol, w drugim przypadku – fragmentami elips

Równanie powierzchni zmęczeniowej w tym przypadku przyjmuje postać:

$$N = N_0 \cdot \left[\frac{Z_{rc}}{S_a} \cdot \left(1 - \left(\frac{S_m}{R_m} \right)^2 \right) \right]^{m_0} \quad \text{dla} \quad S_a \geq Z_{rc} \tag{13}$$

lub podkreślając jej paraboliczny charakter:

$$\frac{S_a}{R_m} = -\frac{Z_{rc}}{R_m} \cdot \left(\frac{N_0}{N} \right)^{\frac{1}{m_0}} \cdot \left(\frac{S_m}{R_m} \right)^2 + \frac{Z_{rc}}{R_m} \cdot \left(\frac{N_0}{N} \right)^{\frac{1}{m_0}} \tag{14}$$

3.4. Model IV (Lipski 2003) [6]

Charakterystyka opiera się na własnościach zmęczeniowych otrzymanych na podstawie wykresu dla współczynnika asymetrii cyklu $R = -1$ (Z_{rc}, m_0), przy czym podobnie jak poprzednia zakłada ona symetrię przebiegu krzywych naprężeń granicznych względem pionowej osi S_a (rys. 4).

Linia naprężeń granicznych A-H dla nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej ($N\to\infty$) opisana jest zależnością eliptyczną [5]:

$$\left(\frac{S_a}{Z_{rc}} \right)^2 + \left(\frac{S_m}{R_m} \right)^2 = 1 \tag{15}$$

Równanie powierzchni zmęczeniowej w tym przypadku przyjmuje postać:

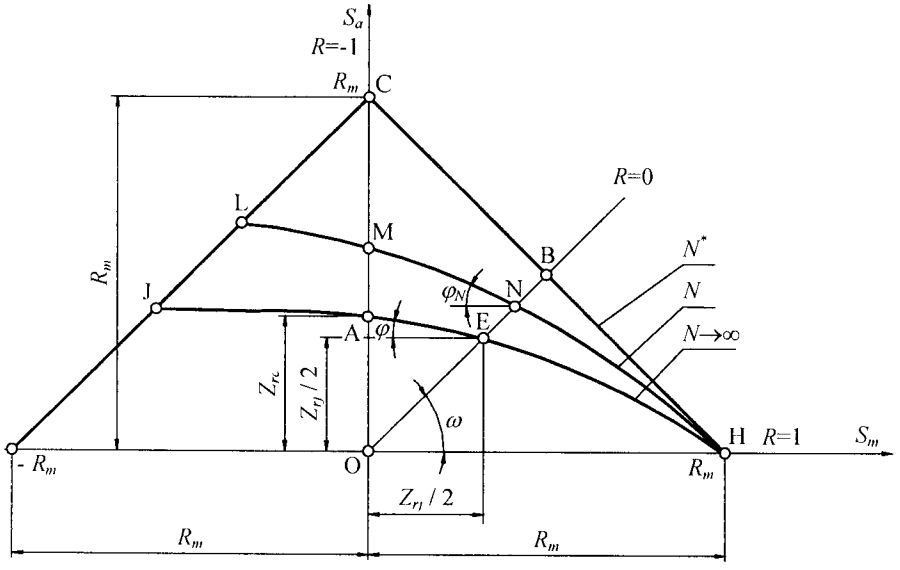
$$N = N_0 \cdot \left[\frac{Z_{rc}}{S_a} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{S_m}{R_m} \right)^2} \right]^{m_0} \quad \text{dla} \quad S_a \geq Z_{rj} \tag{16}$$

lub, analogicznie jak w poprzednich przypadkach:

$$\frac{S_a}{R_m} = \frac{Z_{rc}}{R_m} \cdot \left(\frac{N_0}{N} \right)^{\frac{1}{m_0}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{S_m}{R_m} \right)^2} \tag{17}$$

3.5. Model V (Lipski 2003) [6]

Charakterystykę łączącą założenia trzech innych charakterystyk: parabolicznego charakteru zależności Heywooda i Modelu III oraz warunku, iż podobnie jak w przypadku Modelu I krzywa naprężeń granicznych przechodzić ma przez trzy punkty charakterystyczne: M, N oraz H przedstawiono na rysunku 5. Dzięki powiązaniu ze sobą dwóch wykresów zmęczeniowych Wöhlera dla $R = -1$ oraz $R = 0$ powinna ona dokładniej opisywać przebieg linii naprężeń granicznych przy braku założenia symetrii względem osi S_a.



Rys. 5. Schematyczne przedstawienie charakterystyki wg Modelu V

Ogólna postać paraboli opisującej tę charakterystykę jest następująca:

$$\frac{S_a}{R_m} = a_1 \cdot \left(\frac{S_m}{R_m} \right)^2 + a_2 \cdot \frac{S_m}{R_m} + \left(\frac{C_0}{N} \right)^{\frac{1}{m_0}} \cdot R_m^{-1} \quad \text{dla} \quad S_a \geq Z_{rj} \tag{18}$$

gdzie:

$$a_1 = 2 \cdot R_m \cdot \left[\left(\frac{C}{N} \right)^{\frac{1}{m}} \cdot (1 - a_2) - 2 \cdot \left(\frac{C_0}{N} \right)^{\frac{1}{m_0}} \right] \cdot \left(\frac{C_0}{N} \right)^{\frac{-2}{m_0}} \tag{19}$$

$$a_2 = \frac{4 \cdot R_m^2 \cdot \left(\frac{C_0}{N} \right)^{\frac{1}{m_0}} - \left(\frac{C}{N} \right)^{\frac{1}{m}} \cdot \left[2 \cdot R_m^2 + \left(\frac{C_0}{N} \right)^{\frac{1}{m_0}} \cdot \left(\frac{C}{N} \right)^{\frac{1}{m}} \right]}{R_m \cdot \left[\left(\frac{C}{N} \right)^{\frac{1}{m}} - 2 \cdot R_m \right] \cdot \left(\frac{C}{N} \right)^{\frac{1}{m}}} \tag{20}$$

4. PODSUMOWANIE

Przedstawione powyżej charakterystyki zmęczeniowe zastosowane zostały w obliczeniach trwałości zmęczeniowej. Ich wyniki zestawione z wynikami badań eksperymentalnych opisano w pracy [7]. Na tej podstawie sformułowano również wnioski co do przydatności dwuparametrycznych charakterystyk zmęczeniowych do szacowania trwałości zmęczeniowej w przypadku obciążeń stałoamplitudowych, jak również losowych obciążeń eksploatacyjnych.

LITERATURA

[1] Szala J.: Ocena trwałości zmęczeniowej elementów maszyn w warunkach obciążeń losowych i programowanych. Zesz. Nauk. ATR w Bydgoszczy, Mechanika 22, Wyd. Uczeln. ATR. Bydgoszcz 1980.

[2] Kocańda S., Szala J.: Podstawy obliczeń zmęczeniowych. PWN, Warszawa 1997.

[3] Heywood R.B.: Designing Against Fatigue. Chapman Hall, London 1962.

[4] Szala J.: Badania i obliczenia zmęczeniowe elementów maszyn w warunkach obciążeń losowych i programowanych. IPPT PAN, Warszawa 1979.

[5] Collins J.A.: Failure of Materials in Mechanical Design. Analysis, Prediction, Prevention. John Wiley & Sons, Inc., 1993.

[6] Lipski A.: Analiza wpływu rozkładów odkształceń i naprężeń na trwałość zmęczeniową złożonych elementów konstrukcyjnych. Praca doktorska, Akademia Techniczno-Rolnicza, Bydgoszcz 2003.

[7] Lipski A., Szala J.: Weryfikacja doświadczalna dwuparametrycznych charakterystyk zmęczeniowych. Materiały XX Sympozjum Zmęczenie i Mechanika Pękania, Bydgoszcz-Pieczyska 2004.