UNIWERSYTET TECHNOLOGICZNO-PRZYRODNICZY
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
W BYDGOSZCZY

ROZPRAWY NR 153

Janusz Zachwieja

WYWAŻANIE WIRNIKA WENTYLATORA PROMIENIOWEGO W RÓŻNYCH STANACH DYNAMICZNYCH

BYDGOSZCZ – 2012

REDAKTOR NACZELNY
prof. dr hab. inż. Józef Flizikowski

REDAKTOR DZIAŁOWY
prof. dr hab. inż. Henryk Tylicki

OPINIODAWCY
dr hab. inż. Krzysztof Kaliński, prof. PG
dr hab. inż. Zbigniew Kozanecki, prof. PŁ

OPRACOWANIE REDAKCYJNE I TECHNICZNE
mgr Aleksandra Cieślewicz, mgr inż. Daniel Morzyński

Praca powstała przy wsparciu projektu
„Realizacja II etapu Regionalnego Centrum Innowacyjności"
współfinansowanego ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego
w ramach Regionalnego Programu Operacyjnego
Województwa Kujawsko-Pomorskiego na lata 2007-2013

ISSN 0209-0597

Wydawnictwa Uczelniane Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego
ul. Ks. A. Kordeckiego 20, 85-225 Bydgoszcz, tel. 52 3749482, 3749426
e-mail: wydawucz@utp.edu.pl http://www.wu.utp.edu.pl

Wyd. I. Nakład 100 egz. Ark. aut. 13,5. Ark. druk. 12,5. Zamówienie nr 1/2012
Oddano do druku i druk ukończono w marcu 2012
Uczelniany Zakład Małej Poligrafii UTP Bydgoszcz, ul. Ks. A. Kordeckiego 20

Spis treści

1. WSTĘP

Na każdy nieskończenie mały element wirnika wykonującego ruch obrotowy o stałej prędkości kątowej działa siła o module równym iloczynowi jego masy i przyspieszenia normalnego. Najogólniej wyważenie wirnika można zdefiniować jako stan, w którym wektor główny niewyważenia i moment główny niewyważenia jest równy zero. Pociąga to za sobą brak reakcji dynamicznych więzów. Niewyważenie dynamiczne występuje przy skośnym położeniu głównej centralnej osi bezwładności wirnika względem jego osi obrotu. Płaszczyzny działania sił związanych z niewyważeniem wirnika są prostopadłe do osi obrotu, dlatego sześć równań określających kryterium konieczne i wystarczające do opisu stanu równowagi przestrzennego, dowolnego układu sił redukuje się do czterech. Wystarcza to do zdefiniowania sił równoważących reakcje dynamiczne w punktach podparcia (łożyskach) wirnika. Określenie każdego z tych wektorów wymaga bowiem znajomości jego modułu i orientacji kątowej w układzie płaskim. Gdyby możliwe było zmierzenie niewyważenia dynamicznego w sposób bezpośredni, to jego redukcja sprowadzałaby się do wyznaczenia dwóch wektorów sił przyłożonych w wybranych płaszczyznach korekcji.

W trakcie wyważania metodą fazową dokonywany jest pomiar parametrów drgań układu jako odpowiedzi na wymuszenie wynikające ze stanu jego niewyważenia. Charakter odpowiedzi może być funkcją wielu czynników, w tym przede wszystkim prędkości kątowej wirnika. Wykorzystywana powszechnie do wyważania wirników sztywnych metoda macierzy współczynników wpływu zakłada liniową zależność pomiędzy wymuszeniem a odpowiedzią układu. Oznacza to, że wyliczone masy korygujące są optymalne dla redukcji drgań tylko w miejscu pomiaru. Nie można zatem wywodzić uogólnienia, że wyważanie dwupłaszczyznowe wirnika w łożyskach własnych metodą macierzy współczynników wpływu jest zawsze efektywne.

Praktyka dowodzi, że w większości przypadków niewyważenie statyczne jest dominującą formą niewyważenia. Sytuacja taka zachodzi wówczas, gdy główna, centralna oś bezwładności wirnika jest równoległa do jego osi obrotu, ale nie pokrywa się z nią. Wtedy efekt niewyważenia zaznacza się występowaniem jedynie wektora głównego, który można zrównoważyć przez dodanie w płaszczyźnie jego działania siły o takim samym module i przeciwnym zwrocie. Położenie wspomnianej płaszczyzny nie jest znane, ale w przypadku wyważania wirnika o cienkiej tarczy, dołączenie masy korygującej w każdej innej płaszczyźnie jej przekroju nie powoduje powstania dużego błędu.

Osiągnięcie wymaganej dla danego wirnika dobroci wyważania jest prawie zawsze możliwe, gdy jego sztywność jest izotropowa. Odpowiedź układu na wymuszenie będzie w takim przypadku jednakowa we wszystkich kierunkach, co jest wymogiem poprawnego działania algorytmu metody macierzy współczynników wpływu. W układach rzeczywistych sztywności w miejscach podparcia wirnika mierzone w płaszczyźnie poziomej i pionowej są z reguły zbliżone, toteż wyważanie wirnika w łożyskach własnych okazuje się skuteczne. Gorzej przedstawia się sytuacja, gdy występuje wyraźna anizotropia sztywności wirnika spowodowana na przykład posadowieniem maszyny na wibroizolatorach. Wówczas użycie jednej lub nawet dwóch płaszczyzn korekcji z jednoczesnym pomiarem odpowiedzi układu w jednym lub dwóch kierunkach powoduje, że zadowalająca efektywność wyważania jest uzyskiwana tylko w kierunkach pomiaru, natomiast ogólny stan dynamiczny maszyny może ulec pogorszeniu.

Przyczyną nieliniowego charakteru zależności pomiędzy wymuszeniem a odpowiedzią układu są także luzy, niewspółosiowość wałów, uszkodzenie elementów łoży-

ska tocznego lub efekty związane z oddziaływaniem filmu smarnego w łożyskach ślizgowych, a także nieciągłość w postaci pęknięcia wału.

Określenie charakteru drgań wirnika z efektami nieliniowości było i jest celem wielu badań. Stosunkowo mało uwagi poświęca się natomiast analizie efektywności wyważania wirnika w takich przypadkach. Odrębny problem stanowi wyważanie w warunkach rezonansu, gdy wzrasta różnica kątów fazowych pomiędzy wymuszeniem a przemieszczeniem, będącym odpowiedzią układu. W przypadku asymetrii sztywności wirnika pomiędzy częstotliwościami rezonansowymi występuje obszar precesji przeciwbieżnej. Nasuwa się pytanie, czy przeciwny kierunek obrotu własnego tarczy w stosunku do kierunku obrotu wirnika jako całości może mieć wpływ na efektywność wyważania? Szereg tego typu wątpliwości powstawać może na styku dwóch odrębnych zagadnień występujących w praktyce wyważania. Z jednej strony są bowiem zjawiska fizyczne, których mechanizm nie jest do końca poznany, z drugiej – sytuują się uwarunkowania metody wyważania.

W chwili obecnej, mimo szeregu wad, metoda macierzy współczynników wpływu stanowi najbardziej skuteczne narzędzie wyważania wirników sztywnych. Liczba płaszczyzn korekcji nie powinna być jednak ograniczana do dwóch, jak wynikałoby z warunków redukcji sił działających na wirnik. Nawet w tak prostym układzie jak wentylator promieniowy, gdy napęd od silnika przenoszony jest na wał za pomocą sprzęgła, występują cztery punkty podparcia zespolonego wirnika. Niewspółosiowość wałów wywołuje dodatkowe wymuszenie działające na wirnik. Jedno- lub dwupłaszczyznowe wyważanie przy wykorzystaniu tarczy jako płaszczyzny korekcji nie może dać zadowalających rezultatów. Wymagane jest w takich przypadkach inne podejście do problemu, bazujące na algorytmach optymalizacyjnych.

Wyważanie wirnika sztywnego w miejscu posadowienia nie jest zagadnieniem prostym, choć jego drgania wykazują jedynie dwie postacie własne. Oś obracającego się wirnika sztywnego jest bowiem linią tworzącą powierzchnię aksoidy walcowej lub stożkowej. Dyskusyjna wydaje się często używana definicja wirnika sztywnego jako układu, którego stan niewyważenia poniżej pierwszej prędkości krytycznej nie zależy od prędkości obrotowej. Faktyczne niewyważenie wirnika, co już powiedziano, jest jego cechą modyfikowalną przez zmianę rozkładu mas, a więc niezależną od prędkości obrotowej. Teoretycznie można je wyznaczyć poprzez określenie położenia środka masy wirnika względem osi obrotu. Praktycznie jest to niewykonalne, bowiem nie jest możliwe zarówno dokonanie precyzyjnych pomiarów położenia osi obrotu wirnika, jak też samego kształtu wirnika z uwzględnieniem błędów montażowych jego elementów. Wyznaczone metodą macierzy współczynników wpływu masy korekcyjne nie można ze względów oczywistych utożsamiać z wartością niewyważenia. Zarówno masy, jak też ich lokalizacja zależą od prędkości obrotowej wirnika oraz liczby i położenia płaszczyzn korekcji. W pracy dowiedziono, że również w pewnym zakresie częstotliwości obrotowych wyższych niż pierwsza częstotliwość rezonansowa, wyliczone wartości mas korekcyjnych są stałe.

Z przyczyn tutaj przedstawionych ze wszech miar właściwe jest podjęcie próby przeanalizowania szeregu problemów występujących przy wyważaniu wirników, gdyż mogą one dostarczyć odpowiedzi na wiele pytań i rozwiać wiele wątpliwości.

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

$\boldsymbol{\delta}_w$	–	wektor przemieszczeń węzłowych wału w metodzie elementów skończonych,
$\boldsymbol{N}(y)$	–	macierz funkcji kształtu,
ϕ, θ, ψ	–	kąty Eulera,
$\omega_x \omega_y, \omega_z$	–	prędkości kątowe ruchu obrotowego wirnika,
I_X, I_Z	–	momenty bezwładności przekroju elementu względem osi głównych,
I_m	–	biegunowy momentem bezwładności przekroju elementu skończonego,
A, L, ρ	–	pole przekroju poprzecznego, długość, gęstość elementu skończonego,
u, w	–	przemieszczenia translacyjne elementu,
E_{wo}	–	energia kinetyczna wału w ruchu obrotowym,
E_{wp}	–	energia kinetyczna precesji wału,
U_w	–	energia odkształcenia sprężystego osiowo-symetrycznego elementu skończonego,
δL_w	–	praca wirtualna siły ciężkości elementu wału,
$\boldsymbol{M}_{wt}$	–	macierz bezwładności elementu wału w ruchu translacyjnym,
$\boldsymbol{M}_{wo}$	–	macierz bezwładności elementu wału w ruchu obrotowym,
$\boldsymbol{\delta}_t$	–	wektor przemieszczeń węzłowych tarczy w metodzie elementów skończonych,
$\boldsymbol{K}_w$	–	macierz sztywności wału,
E_t	–	energia kinetyczna tarczy,
J_x, J_y, J_z	–	masowe momenty bezwładności tarczy,
E_n	–	energia kinetyczna masy niewyważenia,
δL_t	–	praca wirtualna siły ciężkości tarczy,
$\boldsymbol{M}_t$	–	macierz bezwładności tarczy,
$\boldsymbol{C}_t$	–	macierz tłumienia tarczy,
$\boldsymbol{Q}_t$.	–	wektor siły ciężkości i siły niewyważenia działających na tarczę,
$\boldsymbol{\delta}_p$		wektor przemieszczeń węzłowych łożyska,
$k_{uu}, k_{uw}, k_{wu}, k_{ww}$	–	współczynniki sztywności łożyska,
c_{uu}, c_{uw}, c_{ww}	–	współczynniki tłumienia łożyska,
$\boldsymbol{K}_p$	–	macierz sztywności łożyska,
$\boldsymbol{C}_p$	–	macierz tłumienia łożyska,
$\boldsymbol{M}^G$	–	globalna macierz bezwładności wirnika,
$\boldsymbol{C}^G$	–	globalna macierz tłumienia,
$\boldsymbol{K}^G$	–	globalna macierz sztywności wirnika,
$\boldsymbol{Q}^G$	–	wektor sił działających na wirnik przedstawiony w układzie globalnym,
$\boldsymbol{\delta}^G$	–	wektor przemieszczeń węzłowych w układzie globalnym,
$S(b,f)$, $S(n,k)$	–	ciągła i dyskretna transformata Fouriera,
$W(t, \omega)$	–	dystrybucja Wignera Ville'a,
$W_f(a,b)$	–	współczynnik falkowy,
$\psi_{a,b}(t)$	–	falka analizująca,
EMD	–	empiryczna dekompozycja modalna,

IMF	–	istotna funkcja modalna,
$\boldsymbol{F}_k$	–	wektor korekcji,
$\boldsymbol{F}_n$	–	wektor niewyważenia,
$\boldsymbol{N}_n$	–	wektor drgań niewyważonego wirnika,
$\boldsymbol{N}_{np}$	–	wektor drgań wirnika po dołączeniu masy próbnej,
$\boldsymbol{N}_p$	–	wektor drgań wymuszonych masą próbną,
m_k	–	masa korekcyjna,
β_k	–	kąt dołączenia masy korygującej,
$\boldsymbol{A}$	–	macierz współczynników wpływu,
ICM	–	metoda macierzy współczynników wpływu,
HM	–	metoda holospectrum,
$\boldsymbol{A}^*$	–	pseudosymetryczna macierz współczynników wpływu,
STFT	–	krótkoczasowa transformacja Fouriera,
FFT	–	szybka transformacja Fouriera,
P_i	–	oznaczenie płaszczyzny pomiarowej,
$\mathrm{P}(i,..,n)$	–	oznaczenie kryterium optymalizacji,
K_i	–	oznaczenie płaszczyzny korekcji,
$\mathrm{K}(i,...,n)$	–	oznaczenie sposobu kerekcji,
λ_x, λ_y	–	współczynniki wzmocnienia amplitudy,
$\boldsymbol{IPV}$, $\boldsymbol{IPV}_+$, $\boldsymbol{IPV}_-$	–	wektor początku fazy oraz jego część współbieżna i przeciwbieżna,
a, b	–	dłuższa i krótsza półoś eliptycznej trajektorii ruchu środka tarczy wirnika,
$E^w{}_k$	–	energia kinetyczna wirnika,
m_{tk}	–	masa tarczy kontaktu,
$\boldsymbol{R}_{tk}$	–	wektor położenia środka masy tarczy kontaktu w inercyjnym układzie odniesienia,
J_{tk}	–	moment bezwładności tarczy kontaktu,
m_{tg}	–	masa tarczy głównej,
$\boldsymbol{R}_{tg}$	–	wektor położenia środka masy tarczy głównej w inercyjnym układzie odniesienia,
J_{tg}	–	moment bezwładności tarczy głównej,
m_{ng}	–	masa niewyważenia tarczy głównej,
$\boldsymbol{R}_{ng}$	–	wektor położenia masy stanowiącej niewyważenie tarczy głównej,
θ	–	kąt orientujący położenie nieinercyjnego układu współrzędnych względem układu inercyjnego,
ψ	–	kąt skręcenia wału,
$\boldsymbol{F}^d{}_{tg}$	–	siła od niewyważenia tarczy głównej,
k_s	–	współczynnik sztywności promieniowej stojana,
Δ	–	luz promieniowy między wirnikiem i stojanem,
RMS	–	wartość skuteczna parametru drgań,
$F(\theta_i)$	–	siła nacisku Herza,
MSD	–	metoda dynamiki układów wieloczłonowych.

2. ZARYS STANU WIEDZY O DYNAMICE WIRNIKA I METODACH JEGO WYWAŻANIA

Podstawowym problemem pojawiającym się podczas eksploatacji wentylatorów są drgania. Wpływ na ich poziom mają zarówno czynniki związane bezpośrednio z dynamiką układu, tj. niewyważenie tarczy, błędy względnego usytuowania osi wirnika oraz silnika, sztywność oraz tłumienie, jak również uwarunkowania wynikające z parametrów przepływu czynnika ściśliwego. Przykładem może być następująca sytuacja: jeżeli strumień gazu opływający profil łopatki ulega oderwaniu na krawędzi spływu, tworząc ścieżkę wirową [199], to wskutek obrotu wirnika oderwanie ma charakter wirujący i może być źródłem wibracji. Zjawisko to, będące skutkiem nieprawidłowego doboru położenia punktu pracy na charakterystyce wentylatora, nie wzbudza drgań o znaczących amplitudach. Znacznie częściej przyczyną powstawania drgań są luzy w układzie, których wielkość wzrasta w miarę postępującego zużycia elementów współpracujących, niewłaściwego smarowania łożysk lub wskutek przejmowania przez wirnik ciepła od strumienia gazów przepływających przez komorę spiralną.

Efekt termiczny wywołujący naprężenia cieplne jest przyczyną tzw. niewyważenia „wędrującego", które – z racji zmiany położenia na tarczy wirnika – nie może być usunięte poprzez wyważanie dynamiczne. Ze względu na fakt, że tłumienie wibracji maszyn przepływowych poprzez stosowanie wibroizolatorów oraz tłumików nie zawsze jest skuteczne, należy uznać, że bardziej efektywnym sposobem eliminacji ich drgań jest ograniczenie wielkości wzbudzenia. Niewyważenie tarczy jest główną przyczyną drgań wentylatora, dlatego należy zawsze dążyć do osiągnięcia stanu jak najlepszego wyważenia wirnika w każdej chwili jego pracy. Efektywną metodą realizacji tej idei jest ciągła kontrola poziomu drgań i wyważanie automatyczne przy użyciu tzw. balanserów. Zainteresowanie dynamiką wirnika wentylatora jest całkowicie uzasadnione ze względu na fakt, że maszyny te występują niemal wszędzie. Ich konstrukcja, na pozór prosta, jest urzeczywistnieniem klasycznych modeli wirnika Föppla-Jeffcotta oraz Stodoli. Nie ma przesady w stwierdzeniu, że wiele istotnych z perspektywy dynamiki zjawisk, odkrytych i zbadanych na przestrzeni lat, występuje w trakcie ruchu wirnika wentylatora.

O błyskotliwej historii badań dynamiki wirnika przesądził jej ścisły związek z praktyką. W roku 1869 francuski uczony Rankine [135] po raz pierwszy dokonał analizy dynamiki obracającego się wału. Nieco później Dunkerley [42] opublikował wyniki badań ruchu wirnika napędzanego przekładnią pasową. Zauważył, że pod wpływem niewielkiego niewyważenia jego oś odchyla się od linii łożysk do momentu wyznaczonego przez pewną prędkość krytyczną. Po jej przekroczeniu wielkość odchylenia zmniejsza się. Wartość tej prędkości jest zależna od sposobu podparcia wału, jego masy i sztywności. Paradoksalnie to, co Dunkerley uważał za oczywiste, w rzeczywistości było mało znane, a praktyczne spostrzeżenia nie miały podbudowy teoretycznej.

W roku 1895 niemiecki inżynier Föppl [51] wykazał, że istnieje stabilny ruch wirnika z prędkością wyższą od krytycznej. Wcześniej DeLaval udowodnił to metodą eksperymentalną, podczas badań turbiny parowej. Pojęcie drugiej prędkości krytycznej zostało wprowadzone w roku 1916 przez Kerra [85] na podstawie obserwacji zjawisk będących przedmiotem analiz teoretycznych Jeffcotta [78]. Potwierdzały one przewidywania Föppla, że istnieje stabilne rozwiązanie równania ruchu wirnika w obszarze prędkości nadkrytycznych. Wkład obydwu badaczy w rozwój dynamiki układów wirujących został doceniony w ten sposób, że obecnie model wirnika

składającego się ze sztywnej tarczy osadzonej na sprężystym wale nazywany jest modelem Föppla-Jeffcotta. Szczególnym przypadkiem tego układu jest tzw. konfiguracja płaska, która uwzględnia drgania tylko w płaszczyźnie prostopadłej do osi wału. Ruch spowodowany niewyważeniem tarczy jest opisany przemieszczeniem punktu będącego jej środkiem geometrycznym [21]. Ulepszenie płaskiego modelu stanowi opis ruchu wirnika jako ciała sztywnego zamiast punktu materialnego. Mimo swej prostoty, płaski model może tłumaczyć podstawowe zjawiska w ruchu wirnika, w tym również precesję współbieżną i przeciwbieżną, utratę stabilności drgań, sens prędkości krytycznych, działanie momentu żyroskopowego, efekt tłumienia, a także zależność częstości drgań własnych od prędkości obrotowej wirnika.

Wał wirnika w klasycznym modelu Föppla-Jeffcotta jest elementem bezmasowym, o określonej sztywności, podpartym w łożyskach pozbawionych cechy podatności. Zauważalne odkształcenia wału, zwłaszcza przy prędkości krytycznej, występują zarówno w stanie spoczynku, jak i podczas ruchu wirnika turbiny energetycznej. Wentylatory promieniowe mają zazwyczaj sztywny wał, podparty w sposób podatny. Występuje przy tym niemal zawsze znacząca anizotropia sztywności posadowienia, co oprócz pracy przy prędkości okołorezonansowej jest główną przyczyną niskiej – w pewnych sytuacjach – efektywności stosowanych powszechnie metod wyważania.

Stodola [152] dowiódł, że ruch wirnika z prędkością nadkrytyczną jest stabilny dzięki przyspieszeniu Coriolisa. Odkrycie to stanowiło ważne uzupełnienie rozważań Rankine′a. Nie jest powszechnie wiadomym, że Prandtl [131] był pierwszym uczonym badającym model Jeffcotta z wałem o przekroju niekołowym. Pracę na ten temat opublikował w roku 1918. Asymetria kształtu przekroju poprzecznego wału prowadzi do równań ruchu zawierających współczynniki okresowe, jeżeli zależności te są formułowane w inercjalnym układzie odniesienia [11, 57]. Skuteczną metodą eliminacji członów okresowych może być zastosowanie geometrii symplektycznej i teorii kwaternionów [1, 2]. Anizotropia wewnętrzna jest przyczyną niestabilności drgań wirnika w pewnych obszarach prędkości obrotowej.

We wczesnych latach dwudziestych ubiegłego stulecia Kimball [88] wykazał związek pomiędzy niestabilnością drgań wirnika a tłumieniem wewnętrznym. Newkirk oraz Taylor [120] opisali zagadnienie utraty stabilności drgań wirnika łożyskowanego ślizgowo wywołane nieliniowym oddziaływaniem klina smarnego. Istota tego oddziaływania, mającego charakter wiru olejowego, nie jest do końca wyjaśniona. Inną przyczynę niestabilności drgań zaobserwowano w turbinach parowych. Okazało się nią sprzężenie sztywności łożyska i uszczelnienia oraz zawirowania pary.

W modelu Jeffcotta wektor prędkości kątowej tarczy oraz krętu leżą na jednej prostej, co wyklucza działanie momentu żyroskopowego. To ograniczenie zostało usunięte przez Stodolę. Smith [151] otrzymał proste zależności dla wyznaczenia granicznej wartości prędkości obrotowej, przy której drgania wirnika mają charakter niestabilny. Wynika z nich, że wzrost asymetrii sztywności łożyska i wzrost tłumienia podnosi wartość tej prędkości. Jest ona zawsze wyższa niż pierwsza i druga prędkość krytyczna. Rezultaty jego badań zostały rozwinięte na przestrzeni czterdziestu lat przez Crandalla [34]. Stopniowo wnioski wypływające z analizy modelu Jeffcotta i rozmaitych jego modyfikacji zbliżały się do rezultatów badań doświadczalnych. Nastąpił jednak moment, w którym model Jeffcotta okazał się niewystarczający do opisu dynamiki wirników takich jak chociażby wirnik silnika turboodrzutowego. Wynikało to między innymi z faktu zamazywania się różnicy pomiędzy własnościami tarczy a wału.

Istotnym czynnikiem sprzyjającym rozwojowi dynamiki wirnika było stworzenie metod numerycznych dostosowanych do wzrastającej wciąż mocy obliczeniowej komputerów. Szczególnego znaczenia nabrała metoda sztywnych oraz odkształcalnych elementów skończonych. Ruhl i Booker [137] użyli metody elementów skończonych do analizy dynamicznych cech wirnika. W modelu uwzględnili tylko sprężyste zginanie wału i energię kinetyczną ruchu translacyjnego. Efekty związane z bezwładnością w ruchu obrotowym, efekty żyroskopowe oraz tłumienie wewnętrzne zostały włączone później przez Dimaragonasa [40]. Gasch [56] poszedł w swoich rozważaniach dalej, dopuszczając możliwość ekscentrycznego położenia tarczy względem osi wirnika. W tym samym czasie Nelson i McVaugh [119] zaproponowali model, który uwzględniał obciążenie osiowe wirnika. Równania ruchu dla elementów skończonych zostały sformułowane zarówno w stałym, jak i ruchomym układzie odniesienia. Ich praca, pionierska jak na ówczesne możliwości techniki obliczeniowej, została uogólniona przez Zorzi i Nelsona [207] dzięki rozszerzeniu modelu numerycznego o efekt tłumienia wewnętrznego. Do początku lat osiemdziesiątych ubiegłego wieku wał wirnika był traktowany jako belka Eulera-Bernoulliego. Dopiero Nelson [117] przedstawił model, w którym wał nabrał cech belki Timoshenki. Prace Shiau i Hwanga [146], Nelsona i Chena [118] są szczególnie godne uwagi, gdyż proponują procedury numerycznego modelowania zmniejszające rozmiary macierzy układu i podnoszące wydajność obliczeniową. Podobny sposób podejścia do problemu znajdujemy w rozważaniach Childsa i Gravissa [22] oraz Chena [14].

Inną ważną metodą analizy dynamiki wirnika jest metoda macierzy przejścia, którą zaproponował Prohl [132] w pierwszej połowie dwudziestego wieku. Z powodzeniem została ona wykorzystana do opisu drgań skrętnych przez Lunda i innych [103, 104, 105]. Metoda nie wymaga operowania macierzami o dużych rozmiarach, bowiem używany algorytm ma charakter „kroczący", biorąc za punkt wyjścia warunki brzegowe. Jej wadą są trudności adaptacji do zagadnień nieliniowych [91].

Wiele z wymienionych prac skupia się na układach liniowych, opisywanych równaniami różniczkowymi zwyczajnymi. Większość analiz prowadzono przy założeniu stałej prędkości obrotowej wirnika. Wyłomem od tej zasady są rozważania Lewisa [96]. Używając metody graficznej, Lewis przedstawił przybliżone rozwiązanie problemu przechodzenia układu o jednym stopniu swobody i liniowym tłumieniu przez prędkość krytyczną. Rozbieg wirnika następował od stanu spoczynku, a przyspieszenie w ruchu obrotowym było stałe. Rozwiązanie dowodzi, że amplituda drgań wirnika przy szybkim przejściu przez rezonans jest mniejsza niż wówczas, gdy prędkość obrotowa zmienia się wolno blisko prędkości krytycznej. Ponadto występuje przesunięcie prędkości krytycznej w kierunku wyższych wartości, gdy prędkość wzrasta i niższych – kiedy obroty maleją. Efekty te są obserwowane w rzeczywistości.

Childs [17, 18] zaproponował niejako powrót do pierwowzoru Föppla, wyodrębniając elementy wirnika o własnościach sztywnych oraz podatnych, do których stosował analizę modalną. Takie podejście pozwala na przyjęcie uproszczeń pozostających bez znaczenia dla stopnia ogólności modelu. Trzeba zauważyć, że podobne rozumowanie występuje w metodzie opisu dynamiki układów wieloczłonowych (MSD – *Multibody Systems Dynamic*). Subbiah i Rieger [154] wskazali na możliwość połączenia metody elementów skończonych i macierzy przejścia w celu pokonania trudności obliczeniowych jakie niesie analiza niestacjonarnego ruchu wirnika.

Z powyższej analizy można wysnuć wniosek, że w chwili obecnej dostępnych jest szereg narzędzi analizy dynamiki wirnika, głównie w ujęciu liniowym. Najczęściej są

one wykorzystywane przy projektowaniu wirników oraz badaniu ich własności. Aktywna kontrola drgań wymaga zastosowania prostego modelu, który dostarczałby prawidłowej charakterystyki dynamicznej analizowanego układu. Cechy takie zawiera rozwiązanie wyznaczające reakcje niewyważonego wirnika Jeffcott'a podane przez Zhou i Shi [205]. Dowodzi ono, że ruch wirnika stanowi superpozycję tłumionych drgań o częstotliwości własnej i wibracji o częstotliwości synchronicznej. Rozwiązanie stanowi interpretację mechanizmu drgań wywołanych niewyważeniem przy zmianie prędkości obrotowej wirnika.

Literatura światowa poświęcona *stricte* zagadnieniu wyważania wirników nie jest obszerna. W Polsce poza monografią Łączkowskiego [108] jedynie prace Grybosia [63, 64] zawierają rozdziały traktujące o teorii wyważania wirników: sztywnego i giętkiego. Choć opis podstawowych metod zawarty w wymienionych pozycjach jest nadal aktualny, to należy pamiętać, że pierwsza powstała ponad czterdzieści, a druga prawie dwadzieścia lat temu. Od tamtego czasu zarówno algorytmy numeryczne, jak i instrumenty, zwłaszcza do wyważania wirników w łożyskach własnych, osiągnęły zupełnie inny poziom rozwoju.

Ze względu na niskie koszty wyważanie wirników wentylatorów promieniowych przeprowadzane jest częściej w łożyskach własnych niż na wyważarkach stacjonarnych. Wirniki o średnicy kilku metrów i szerokości kilkuset milimetrów wyważane są dwupłaszczyznowo. Mniejsze i zupełnie niewielkie, szybkoobrotowe wirniki wentylatorów wyważane są zazwyczaj jednopłaszczyznowo. Choć zastosowanie tej metody nie pozwala na usunięcie niewyważenia dynamicznego, okazuje się w praktyce wystarczające, bowiem przy niewielkiej szerokości wirnika przyczyna jego niewyważenia ma charakter statyczny. Niezmiernie rzadko wirniki wentylatorów promieniowych są wyważane metodą modalną. Nawet przy prędkościach obrotowych rzędu 3000 $obr \cdot min^{-1}$ wał wirnika jest na tyle sztywny, że nie wykazuje wyraźnych cech odkształceń odpowiadających postaciom drgań własnych. Często występującym problemem jest natomiast bliskość częstotliwości obrotowych i częstotliwości rezonansowych oraz wyraźna różnica sztywności w kierunku poziomym i pionowym. Oba przypadki rodzą niepożądane skutki pogarszające efektywność wyważania.

Teoretycznie, jakakolwiek dystrybucja niewyważenia sztywnego wirnika może być usunięta masami korekcyjnymi w dwóch różnych płaszczyznach [172]. Metody wyważania sztywnych wirników są łatwe do zaimplementowania i mogą być stosowane przy prędkościach dochodzących nawet do 5000 $obr \cdot min^{-1}$. W praktyce nie spotyka się wirników wentylatorów promieniowych o prędkości obrotowej wyższej niż 3000 $obr \cdot min^{-1}$. Jest wiadomym, że metody wyważania wirnika sztywnego nie mogą być stosowane do wyważania wirnika giętkiego. Dlatego zaistniała potrzeba stworzenia metody wyważania modalnego oraz uogólnienia metody współczynników wpływu.

Procedury wyważania wirników giętkich charakteryzują się wykorzystaniem modalnego charakteru jego odpowiedzi na wymuszenie. W tej metodzie, każda postać modalna jest równoważona zestawem mas dobranych w ten sposób, że nie zakłócają efektów wyważenia przy innej postaci. Obowiązują przy tym dwa ważne założenia:

(1) tłumienie w układzie wirnika jest tak małe, że może być zaniedbane,

(2) formy postaci drgań własnych są płaskie i ortogonalne.

Technika wyważania podobna do wyważania modalnego została zaproponowana po raz pierwszy przez Grobela [62]. Metoda ta uległa modyfikacji w sensie zarówno teoretycznym, jak i praktycznym dzięki analizom Bishopa [8], Bishopa i Gladwella [9], Bishopa i Parkinsona [10]. Inni badacze, jak choćby Saito i Azuma [140] oraz Meacham

[110], również publikowali prace na temat metody modalnej, rozwiązując szereg problemów występujących podczas wyważania wirnika w warunkach braku wyraźnego zarysowania postaci rezonansowej czy też wyważania wirnika ze szczątkowym wygięciem. Opracowali przy tym sposób postępowania przy pojawiających się wyższych postaciach drgań z uwzględnieniem wpływu ciężaru wirnika. Doskonały przegląd tych metod można znaleźć w monografii Darlowa [36]. W większości zastosowań wyważania modalnego przy doborze mas korygujących używane są metody analityczne wymagające dogłębnej znajomości parametrów fizycznych wpływających na własności dynamiczne wirnika.

W przeciwieństwie do modalnej metody wyważania, metoda współczynników wpływu ma charakter doświadczalny. Technika ta została pierwotnie zaproponowana przez Goodmana [61], udoskonalona przez Lunda i Tonnesona [107] i zweryfikowana przez Tessarzika [159]. Zasada, na której oparta jest metoda współczynników wpływu, polega na założeniu, że odpowiedź układu w każdej płaszczyźnie pomiarowej jest związana zależnością liniową z wymuszeniem zadanym w płaszczyznach korekcji. Pilkey i Bailey [128, 129] wykorzystali algorytm najmniejszych kwadratów do optymalizacji położenia mas korekcyjnych. Metoda współczynników wpływu jest łatwa do zaimplementowania w rozmaitych algorytmach, dlatego może być wykorzystana w aplikacjach stosowanych do automatycznego wyważania. Jej wadą jest konieczność wykonania dużej liczby próbnych uruchomień. Jeżeli prędkość obrotowa wirnika zmienia się, wszystkie próby muszą być wykonane ponownie, ponieważ współczynniki wpływu są funkcjami prędkości obrotowej.

Obecnie stosuje się procedury łączące cechy metody modalnej i współczynników wpływu w celu osiągnięcia lepszego efektu wyważania przy jednoczesnym zmniejszeniu liczby próbnych uruchomień. Teoretyczne podstawy, praktyczne procedury oraz wyniki doświadczalnej weryfikacji tej metody ćwierć wieku temu zostały opisane szczegółowo przez Darlowa [35].

Przegląd literatury byłby niekompletny bez wymienienia takich pozycji, jak monografie Lalanne i Ferrarisa [92], Muszyńskiej [116] czy też Walczyka i Kicińskiego [166] będące faktycznie kompendiami wiedzy na temat dynamiki wirników oraz prace Genty [57, 58], w których sformułował równania ruchu wirnika anizotropowego, wprowadzając pojęcia średniej sztywności i dewiatora sztywności. Choć autorzy ci zagadnienie wyważania wirników traktują pobieżnie, szczegółowo opisują warunki, które procesowi wyważania zazwyczaj towarzyszą.

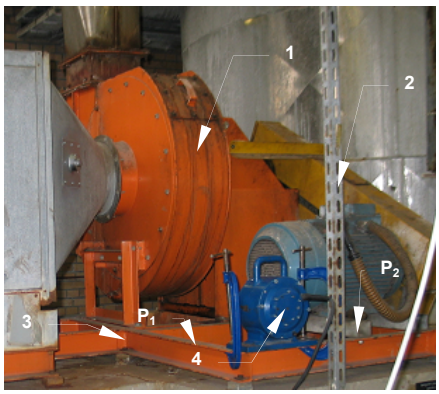
O ile zestawienie prac poświęconych ogólnie dynamice wirnika wygląda imponująco, to problematykę jego wyważania potraktowano marginalnie. W ocenie autora jest to fakt niezrozumiały, bowiem żadna inna kwestia związana z diagnozowaniem maszyn wirnikowych nie absorbuje tyle uwagi w sensie praktycznym co wyważanie elementów wirujących. Pomimo rewolucji w budowie instrumentów do przeprowadzania tej czynności, algorytmy obliczeniowe nie zmieniły się znacząco. Autor nie natrafił na prace, w których istotnie łączono by proces wyważania ze stanem dynamicznym wirnika. Uznał więc, że zagadnienie to zasługuje na uwagę i głębszą analizę.

3. PRZEDMIOT, ZAKRES ROZWAŻAŃ ORAZ ICH CEL

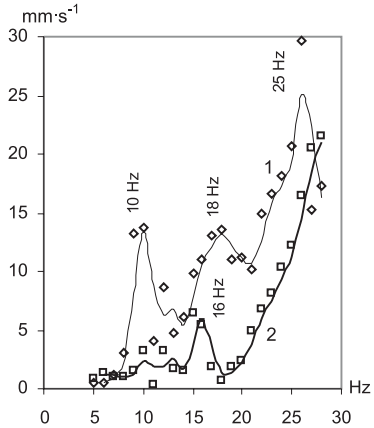
Promieniowe wentylatory przemysłowe występują w bardzo różnorodnej konfiguracji wymiarowej, począwszy od niewielkich gabarytowo, spotykanych w instalacjach podmuchu kotłów parowych, do wentylatorów gigantów, pracujących w układach transportu pneumatycznego pyłu węglowego elektrowni czy też w instalacjach odpylania pieców do wypału klinkieru. Moc silników napędu waha się od kilku kilowatów do wielu megawatów.

Głównymi problemami, jakie występują podczas eksploatacji wentylatorów są ich drgania. Zdarza się niejednokrotnie, że wentylator zamontowany w miejscu pracy bezpośrednio po dostawie od producenta wykazuje wibracje przekraczające poziom dopuszczalny. Przyczyną drgań wentylatorów jest najczęściej niewyważenie wirnika spowodowane niewłaściwym wykonaniem tarczy, błędami jej montażu na wale, niewłaściwym osadzeniem wału w łożyskach oraz łożysk w obudowach, niewspółosiowość wałów wirnika oraz silnika.

Przykładem może być przedstawiony na rysunku 3.1 wentylator linii technologicznej spalania gazów złowonnych, którego prędkość eksploatacyjna zapewniająca właściwy poziom ciśnienia w instalacji wynosi 3000-3400 obr·min^{-1}. Okazuje się, że wentylator posadowiony wraz z czerpnią na wspólnej ramie izolowanej od podłoża za pomocą wibroizolatorów, wskutek nieprawidłowego doboru ich sztywności, za każdym razem przy rozbiegu i wybiegu przechodzi przez strefę rezonansu (rys. 3.2). Nietrafnie dobrane przełożenie przekładni pasowej wywołuje zjawisko dudnienia, wskutek interferencji drgań silnika o częstotliwości obrotowej (49,5 Hz) oraz wirnika (52,75 Hz).



Rys. 3.1. Widok badanego wentylatora (ZWP31.5/1.25): 1 – komora spiralna, 2 – przekładnia pasowa, 3 – rama z wibroizolatorami, 4 – wzbudnik, P_1, P_2 – punkty pomiarowe



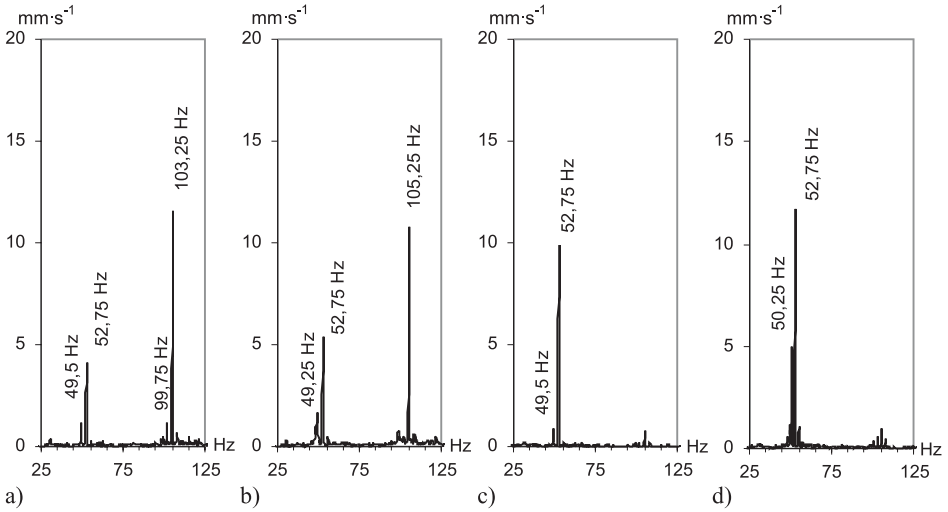
Rys. 3.2. Charakterystyki A-C prędkości drgań ramy posadowienia wentylatora w punktach (1) P_1 i (2) P_2 wyznaczone wzbudzeniem zewnętrznym

Analiza parametrów przepływu czynnika przez komorę spiralną tego i innych wentylatorów wykazała, że zmiana wartości ciśnienia, podobnie jak prędkości przepływu, w ograniczony sposób przekłada się na fluktuacje poziomu drgań wentylatora [197,

199, 201] (rys. 3.3). Przy dławieniu przepływu w granicach 50% nie zaobserwowano wyraźnej zmiany poziomu drgań wirnika w kierunku poziomym i pionowym.

Wyważanie wirnika wentylatora bez jego demontażu i wykorzystaniu do tego celu wyważarek stacjonarnych przyjęto określać jako „wyważanie w łożyskach własnych". Nazwa ta wydaje się bardziej zrozumiała i lepiej oddająca sens procesu niż nazewnictwo angielskie, w którym funkcjonuje pojęcie „field balancing".

Rezonansowe drgania maszyn przenoszone są poprzez fundament lub inne połączenia na elementy konstrukcji hal przemysłowych [187, 196, 198]. Jest to zjawisko ze wszech miar niepożądane i niebezpieczne. Ograniczone możliwości i skuteczność dostępnych metod wibroizolacji czynią korekcję niewyważenia najlepszym sposobem tłumienia drgań wentylatorów. Ich tarcze należy wyważać awaryjnie – w sytuacji nagłego wzrostu poziomu drgań łożysk wirnika, okresowo – najczęściej po remoncie maszyny albo w sposób aktywny – przy wykorzystaniu urządzeń do wyważania automatycznego. Badania prowadzone przez autora [182, 190] wykazały, że anizotropia zewnętrzna wirnika jest istotnym czynnikiem utrudniającym proces jego wyważania.

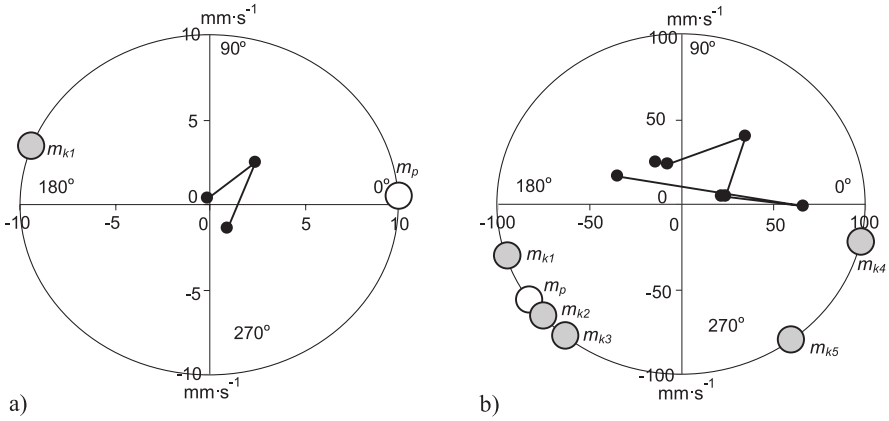


Rys. 3.3. Charakterystyka A-C prędkości drgań łożyska w kierunku: a) poziomym bez dławienia, b) poziomym z dławieniem, c) pionowym bez dławienia, d) pionowym z dławieniem

Przystępując do wyważania wirnika wentylatora, nie zna się zwykle jego charakterystyki rezonansowej związanej głównie z masą i sztywnością posadowienia ani też różnicy podatności między kierunkiem poziomym i pionowym. Przy zastosowaniu metody fazowej, opartej na pomiarze amplitudy i kąta fazowego, proces jednopłaszczyznowego wyważania przeprowadzany jest przy minimum dwóch uruchomieniach. Często jednak anizotropia sztywności układu powoduje, że liczba uruchomień jest większa niż dwa. Wyważanie wirnika w dwóch płaszczyznach pomiarowych i dwóch korekcyjnych wymaga minimum trzech uruchomień. Rozruch wirnika stanowi największe obciążenia dla silnika, powodując wzrost temperatury uzwojenia. Jeżeli więc proces wyważania wymaga kilku rozruchów próbnych, należy przeprowadzać je przy zdławionym przepływie na wlocie. Na podstawie wyników badań autora [199] można wnioskować, że jest to możliwe właśnie ze względu na fakt, że dławienie przepływu nie

powoduje istotnej zmiany amplitudy drgań w płaszczyźnie wirowania wektora siły odśrodkowej wywołanej niewyważeniem tarczy.

Bez wnikania chwilowo w istotę problemu, warto przywołać sytuację, jaka często pojawia się podczas wyważania wirnika wentylatora o znacznej prędkości roboczej, co obrazuje rysunek 3.4. Jeżeli możliwa jest regulacja prędkości kątowej wirnika, wyważanie wstępne, ze względów bezpieczeństwa, przeprowadzane jest przy niższych jej wartościach. Przebieg wyważania przy częstotliwości obrotowej ~21,5 Hz przedstawiony jest na rysunku 3.4a. W dwóch uruchomieniach: próbnym i korekcyjnym, udało się zmniejszyć amplitudę prędkości drgań łożyska w kierunku pomiaru do wartości 0,32 mm·s^{-1}. Wyważanie wirnika powinno być prowadzone zasadniczo dla prędkości eksploatacyjnej, dlatego kontynuowano proces przy częstotliwości obrotowej ~56 Hz. Wyraźny wzrost prędkości drgań do wartości 38,7 mm·s^{-1} pozwalał przypuszczać, że wirnik pracuje w obszarze rezonansu [192, 202]. Pomimo wykonania pięciu przebiegów korekcyjnych, nie udało się zmniejszyć amplitudy do wartości poniżej 20 mm·s^{-1} (rys. 3.4b). Masy korekcyjne rzędu 1,5-6 g dołączane do wirnika, powodowały bardzo wyraźne zmiany wartości amplitudy prędkości drgań łożyska.



numer przebiegu	masa (g)	pozycja masy (deg)	amplituda (mm·s^{-1})	kąt fazowy (deg)
0	0	0	1,68	303
m_p	21,5	3	3,44	45
m_{k1}	16,5	160	0,32	106

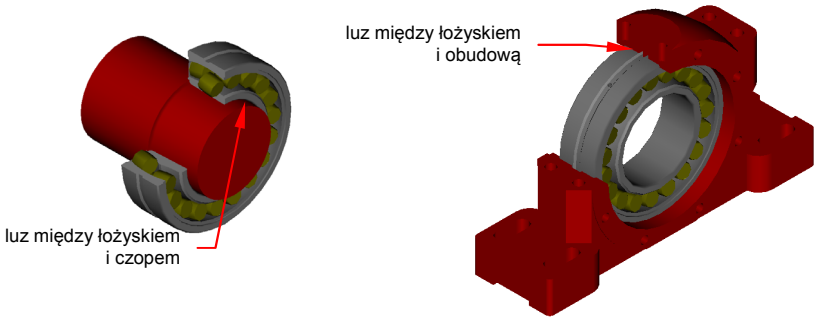
numer przebiegu	masa (g)	pozycja (deg)	amplituda (mm·s^{-1})	kąt fazowy (deg)
0	0	0	38,7	154
m_p	10,5	214	66,8	359
m_{k1}	4	198	22,3	11
m_{k2}	1,5	221	24,9	10
m_{k3}	6	231	53,7	49
m_{k4}	4	347	24,2	109
m_{k5}	2	307	28,7	121

Rys. 3.4. Przebieg wyważania wirnika wentylatora przy prędkości obrotowej: a) 1288 obr·min^{-1}, b) 3372 obr·min^{-1}

Jest to klasyczny przypadek mylnego przekonania o możliwości osiągnięcia wymaganego poziomu dobroci wyważenia w dowolnych warunkach. Przy częstotliwości obrotowej wirnika bliskiej rezonansu i małym tłumieniu układu nawet niewielkie wymuszenia skutkują dużymi wartościami amplitud jego odpowiedzi. Właściwym i kom-

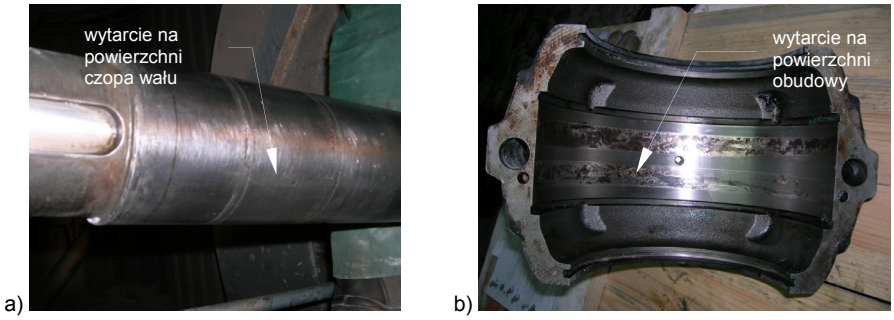
pleksowym sposobem podejścia do problemu minimalizacji drgań tego wentylatora byłyby działania zmierzające do wyprowadzenia wirnika z obszaru prędkości zabronionych.

Kolejnym ważnym czynnikiem rzutującym na stan dynamiczny wirnika wentylatora jest luz będący wynikiem postępującego w czasie eksploatacji procesu degradacji powierzchni współpracy elementów oraz zużycia łożysk (rys. 3.5).



Rys. 3.5. Miejsca chwilowej utraty kontaktu między powierzchniami pierścieni łożyska oraz czopem wału i obudową

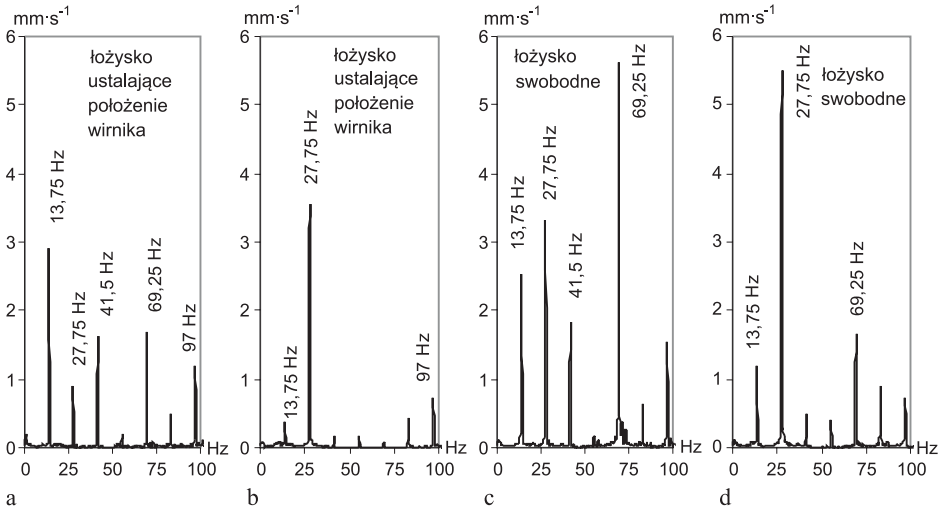
Zdarza się, że już na etapie ich montażu nie są zachowane zalecane przez producenta wartości luzu promieniowego. Dzieje się tak przy zbyt słabym zaciśnięciu tulei, na której osadzane jest łożysko, przez co dochodzi do jej obrotu względem wału i uszkodzenia powierzchni czopa. Typowe uszkodzenia wału i obudowy przedstawiają rysunki 3.6a oraz 3.6b. Pierwszy obrazuje efekt niewłaściwego dopasowania pierścienia wewnętrznego łożyska z czopem wału, drugi zbyt dużego luzu pomiędzy pierścieniem zewnętrznym łożyska i obudową.



Rys. 3.6. Obraz stanu powierzchni: a) czopa wału pod łożyskiem, b) górnej części obudowy łożyska

W obydwu przypadkach obserwowany jest wzrost poziomu drgań wirnika [195]. Rysunek 3.7 przedstawia charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe prędkości drgań obudów łożysk dużego wentylatora instalacji odpylania gazów z pieca do wypału klinkieru. Częstotliwość obrotowa wirnika w czasie pomiaru wynosiła ~14 Hz. Występowanie amplitud o częstotliwościach ultraharmonicznych 2x, 3x, 4x, a nawet 5x częstotliwości obrotowej jest charakterystyczne dla sytuacji, gdy istnieje luz pomiędzy

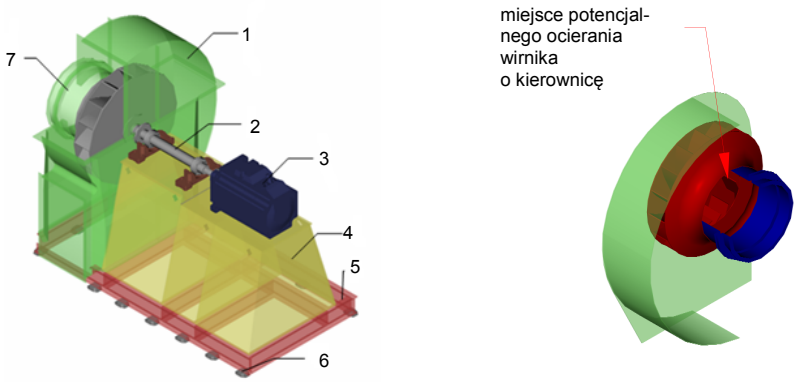
czopem wału oraz pierścieniem wewnętrznym łożyska. Różnica średnic otworu pierścienia wewnętrznego łożyska oraz czopa wału wynosiła ~0,5 mm. Przy częstotliwości bliskiej 14 Hz występowały intensywne drgania wirnika. Można przypuszczać, że miały one charakter samowzbudny. Zwykle objawem postępującego zużycia łożyska jest wzrost jego temperatury. Identyczny efekt ma miejsce przy zbyt intensywnym smarowaniu łożysk, niezależnie od ich stanu, oraz w przypadku niewłaściwego montażu uszczelnień, wskutek ich tarcia o powierzchnię wału. Aby uchronić łożysko toczne przed zatarciem, chłodzi się je wówczas strumieniem sprężonego powietrza.



Rys. 3.7. Charakterystyka A-C prędkości drgań łożyska: a) w kierunku poziomym, b) w kierunku pionowym, c) w kierunku poziomym d) w kierunku pionowym

Luz w łożysku lub efekt przycierania wirnika o kierownicę przekłada się na podobny obraz charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej prędkości drgań. Jest to zrozumiałe, gdyż luz w układzie sprawia, że jego sztywność wykazuje cechy nieliniowe. Oddziaływanie pomiędzy wirnikiem a stojanem jest wynikiem nieprawidłowego położenia wirnika w stosunku do komory spiralnej (rys. 3.8). Prawidłowo oś wału wentylatora promieniowego powinna przebiegać poziomo i przechodzić przez środek otworu ssącego komory. Ustawienie niecentryczne powoduje ocieranie tarczy o kierownicę, co wpływa znacząco na charakter drgań wirnika.

Konstrukcja wału i tarczy wirnika zasadniczo zapewnia symetrię kształtu oraz sztywności, bowiem wybrania technologiczne, takie jak rowki wpustowe w miejscu osadzenia tarczy lub sprzęgła, nie mają istotnego wpływu na rozkład mas i momentów bezwładności. Można więc przyjąć, że efekty związane z anizotropowością wewnętrzną wirnika nie występują. Jeżeli sztywność obracającego się wału jest duża, nie obserwujemy obecności efektów żyroskopowych w klasycznym ich rozumieniu [180, 181]. Nie oznacza to bynajmniej, że w przypadku wirników wentylatorów zjawisko precesji nie występuje w ogóle. Zagadnienie to było przedmiotem analiz dynamiki wirnika podpartego w sposób elastyczny przedstawionych przez autora w pracach [183, 186, 188, 191].



Rys. 3.8. Schemat konstrukcji wentylatora promieniowego: 1 – komora spiralna, 2 – wirnik, 3 – silnik, 4 – korpus, 5 – rama, 6 – wibroizolatory, 7 – kierownica

Okazuje się, że przy podatnym podparciu środek czopa sztywnego wału wiruje względem linii łożysk określonej w stanie spoczynku wirnika. Taka precesja może również mieć charakter zarówno współbieżny, jak i przeciwbieżny. Anizotropia zewnętrzna wirnika wentylatora występuje niemal zawsze. Trudno bowiem dobrać cechy konstrukcyjne korpusu oraz wibroizolatorów w taki sposób, aby sztywność układu w kierunku poziomym i pionowym była identyczna.

Innym problemem związanym z drganiami wentylatorów jest zmienność wartości amplitud parametrów drgań spowodowana zjawiskiem dudnienia. Wentylatory przemysłowe pracują w otoczeniu innych maszyn, np. ciąg nadmuchu powietrza do chłodnika rusztowego pieca cementowego składa się z kilkunastu maszyn usytuowanych blisko siebie. Sterowanie wielkością objętościowego natężenia przepływu w kanałach doprowadzających powietrze do chłodnika odbywa się poprzez zmianę prędkości obrotowej wirników. Tak więc przypadek, że ich prędkości są zbliżone, zdarza się nad wyraz często. Drgania z jednego wentylatora na inny przenoszą się zarówno przez podłoże, jak też poprzez kanały wentylacyjne, jeśli posiadają wspólne podparcie. Zjawisko dudnienia może występować także w sytuacji, gdy przenoszenie napędu z silnika na wirnik wentylatora odbywa się przez przekładnię pasową. Drgania pasów wywołane są ich nierówną długością oraz niejednorodnością struktury tworzywa w miejscu połączenia. Niewielka różnica średnic kół pasowych powoduje, że częstotliwość wymuszenia jest bliska częstotliwości obrotowej wirnika.

Współosiowość wirnika i silnika wentylatora wydaje się nie mieć tak istotnego znaczenia jak w przypadku turbogeneratorów. Tarcze wirników wentylatorów osadzone są często bezpośrednio na wałach silników i wówczas problem niewspółosiowości jest w ogóle wyeliminowany. Elastyczne sprzęgło łączące wały przy średnich prędkościach obrotowych (do 1500 obr·min^{-1}) dopuszcza wartości przesunięcia równoległego ich osi mieszczące się niekiedy w granicach kilku milimetrów. Kąty skoszenia osi rzędu kilku stopni pozostają bez wpływu na amplitudy drgań wirnika. Obraz ten zmienia się wraz ze wzrostem sztywności połączenia. Wówczas nawet niewielkie błędy niewspółosiowości mogą powodować wzrost drgań wirnika [194]. Ogólnie jednak, w wieloletniej praktyce autora, wspomniane sytuacje nie stanowiły głównej przeszkody w uzyskaniu właściwej klasy dobroci wyważenia wirnika.

W tekście zamieszczono wyniki badań wentylatorów przemysłowych, w których stwierdzono występowanie wymienionych uszkodzeń. Proces wyważania wirnika przeprowadzano również na stanowiskach badawczych oraz dokonano modelowania numerycznego dynamiki wentylatora w rozpatrywanych stanach. Użyte procedury wyważania są znacznie bardziej skomplikowane niż standardowo stosowane w instrumentach przeznaczonych do wyważania wirnika w łożyskach własnych. Metoda współczynników wpływu została przez autora wzbogacona o algorytm optymalizacji doboru mas próbnych oraz schemat wyważania minimalizującego amplitudy drgań w wybranych płaszczyznach korekcji. Podjęto również próbę kompilacji metody holospectrum, stosowanej głównie przy wyważaniu wirników giętkich z metodą macierzy współczynników wpływu. Wirnik wentylatora może być traktowany jako sztywny, dlatego nie korzystano z techniki wyważania modalnego. Część zamieszczonych wyników analiz stanowi kontynuację prowadzonych przez autora badań, których obiektami, oprócz wirników wentylatorów, były wirówki oraz suszniki i cylindry maszyn papierniczych [185, 189, 190, 200].

Rozważanie problemu wyważania wirnika w różnych stanach faktycznej jego niezdatności wydawać się może niesłusznie mało istotne. Skoro bowiem każdy z tych stanów wprowadza wymuszenia o innym charakterze niż oddziaływanie typowo bezwładnościowe, wywołane niesymetrycznym rozkładem masy wirnika, to zasadne jest podjęcie wcześniej czynności naprawczych w celu eliminacji ich wpływu na odpowiedź dynamiczną układu w trakcie wyważania. Tak się faktycznie dzieje w przypadku planowych remontów wentylatorów obejmujących zazwyczaj przegląd stanu wirnika, sprzęgła oraz wibroizolatorów, a także wymianę łożysk wraz z obudowami. Po przeprowadzeniu tych czynności następuje zespolenie wirnika z napędem w sposób zapewniający ich współosiowość oraz wyważenie tarczy. W przypadku wzrostu poziomu wibracji wirnika w trakcie eksploatacji wentylatora podejmowane są jedynie działania doraźne mające na celu zmniejszenie amplitud parametrów drgań. Możliwym sposobem ich ograniczenia jest dołączenie do tarczy mas, powodujące nie tyle korekcję położenia środka masy wirnika lub jego głównych osi bezwładności, ile wprowadzenie do układu siły równoważącej wymuszenia wywołane określonym rodzajem niezdatności. W wielu sytuacjach działanie takie jest skuteczne.

Jeszcze większy problem pojawia się w przypadku wirników wyposażonych w mechanizm wyważania automatycznego. Wówczas za każdym razem, w przypadku wzrostu poziomu drgań wirnika, niezależnie od przyczyny, następuje próba jego wyważenia. Ważną kwestią jest więc możliwość oceny skuteczności takiego działania w różnych stanach dynamicznych. Bez znajomości istoty zagadnienia możemy dopuścić do niebezpiecznej awarii maszyny.

Zakres rozważań przedstawionych w pracy obejmuje analizę efektów mających wpływ na przebieg procesu wyważania w następujących przypadkach:

- przy niewspółosiowości wałów wirnika i silnika wentylatora,
- w warunkach dudnienia,
- w sytuacji występowania luzu w węźle łożyskowym oraz oddziaływania między wirnikiem a nieruchomymi elementami wentylatora,
- w obszarze precesji przeciwbieżnej oraz przy prędkości okołorezonansowej.

Celem badań było wyznaczenie optymalnych warunków i sposobów podejścia do zagadnienia redukcji drgań wirnika wentylatora promieniowego metodą korekcji rozkładu masy w stanach, które proces ten znacznie komplikują lub wręcz uniemożliwiają osiągnięcie wymaganej normami dobroci wyważania.

4. OPIS DYNAMIKI WIRNIKA WENTYLATORA PROMIENIOWEGO NA PODSTAWIE METODY ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

Wirnik wentylatora można traktować jako układ ciągły, w ujęciu dyskretnym, lub też jako system wieloczłonowy, złożony ze sztywnych brył, połączonych elementami sprężysto-tłumiącymi. Pierwszy sposób jest typowym opisem matematycznym, prowadzącym do formułowania równań ruchu w postaci ogólnej, za pomocą układu równań różniczkowych. Dwa pozostałe są metodami modelowania numerycznego. Analizy numeryczne są w stanie objąć szerszy zakres problemu, skupiając się na jego istocie, ale dla uzyskania konkretnego rozwiązania niezbędna jest znajomość własności fizycznych układu. W pracy przedstawiono w sposób szczegółowy modelowanie wirnika przy wykorzystaniu metod numerycznych: zarówno odkształcalnych elementów skończonych (rozdział 4.), jak też układów wieloczłonowych (rozdział 10.).

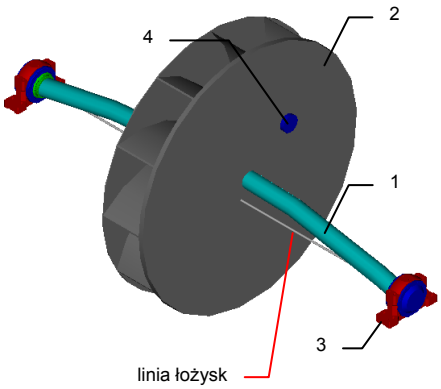
Ze względu na swą uniwersalność, ujęcie zagadnienia dynamiki wirnika wentylatora promieniowego na podstawie metody elementów skończonych jest sposobem często spotykanym w literaturze [113]. Może budzić wrażenie pewnej niespójności fakt, że choć wcześniej wielokrotnie była eksponowana nieskończenie duża sztywność wału wirnika, tutaj jest on dyskretyzowany elementami odkształcalnymi. Wynika to z założenia, że analiza winna mieć charakter możliwie najbardziej ogólny, a pominięcie podatności wału ograniczałoby badanie charakteru jego drgań własnych. W czasach, gdy metody numeryczne nie były tak rozwinięte jak obecnie, uwzględnienie aspektu podatności tarczy znacznie komplikowało rozważania. Współczesne środowiska obliczeniowe umożliwiają modelowanie zarówno wału jak i tarczy identycznymi elementami skończonymi o dużej liczbie węzłów. W odniesieniu do łożysk wprowadzenie sił kontaktu między elementami daje możliwość uwzględnienia nie tylko wielkości tłumienia i sztywności w ruchu translacyjnym, ale również przy obrocie w płaszczyźnie odkształcenia wału związanym z wahliwością łożyska.

Opis dynamiki wirnika przy użyciu metody elementów skończonych ma stosunkowo prostą postać dla wirnika Föppla z elastycznym podparciem. Wówczas istnieje możliwość dyskretyzacji wału elementami dwuwęzłowymi, dla których macierz funkcji kształtu ma mały rozmiar. Tarcza jest cienką, nieodkształcalną bryłą, a łożyska zastępowane są więzami o skończonej sztywności i tłumieniu w kierunku prostopadłym do osi wirnika. Obecność sprzęgła jest pominięta. To akurat uproszczenie nie jest zbyt daleko idące, bowiem w sytuacji, gdy winny być uwzględnione masa i podatność sprzęgła, wyznaczenie macierzy bezwładności i sztywności przebiega analogicznie jak dla tarczy, po wprowadzeniu w miejscu lokalizacji sprzęgła elementu sprężysto tłumiącego o sztywności zarówno translacyjnej, jak i skrętnej. Sposób modelowania sprzęgła opisano w rozdziale 8. Wymuszenie działające na wirnik jest związane z jego ciężarem oraz niewyważeniem tarczy.

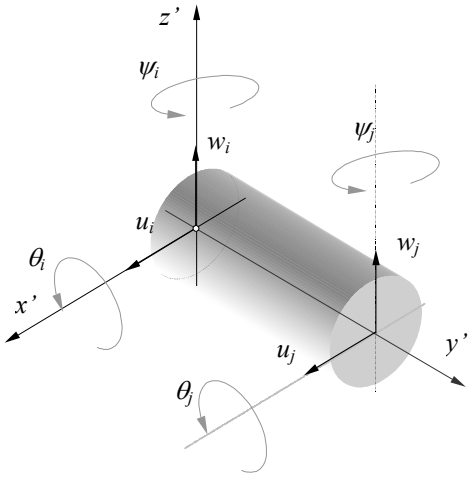
4.1. KONFIGURACJA ODNIESIENIA

W analizie dynamiki wirnika (rys. 4.1) prowadzonej głównie w aspekcie jego wyważania, w której istotną rolę odgrywają drgania poprzeczne, problem drgań skrętnych nie ma znaczenia. Możliwe staje się wówczas uproszczenie polegające na modelowaniu wału elementami belkowymi o czterech stopniach swobody w węźle (rys. 4.2). Równania ruchu dla wirnika symetrycznego zostały podane przez Nelsona i McVauhga [119],

a dla wirnika z anizotropowością wewnętrzną przez Oncescu, Lakisa i Ostiguy [121]. Genta [57] analizował dynamikę wirnika w różnych konfiguracjach anizotropii wewnętrznej i zewnętrznej, przy zastosowaniu funkcji zespolonych. Przedstawione zależności odnoszą się do modelu wirnika wentylatora promieniowego czyli wirnika z anizotropowością zewnętrzną.



Rys. 4.1. Schemat wirnika wentylatora promieniowego: 1 – wał, 2 – tarcza, 3 – łożysko, 4 – niewyważenie



Rys. 4.2. Belkowy, dwuwęzłowy element skończony o czterech stopniach swobody w węźle

Składowymi wektora przemieszczeń węzłowych $\boldsymbol{\delta}_w$ pokazanymi na rysunku 4.2 są cztery przesunięcia i cztery kąty obrotu:

$$\boldsymbol{\delta}_w = \left[u_i, \quad w_i, \quad \psi_i, \quad \theta_i, \quad u_j, \quad w_j, \quad \psi_j, \quad \theta_j \right]^T \tag{4.1}$$

Przemieszczenia i kąty ugięcia wzdłuż osi elementu (współrzędna y') są wyrażane jako:

$$\begin{bmatrix} u(y') \\ w(y') \end{bmatrix} = \boldsymbol{N}(y')\boldsymbol{\delta}_w \tag{4.2}$$

Tutaj $\boldsymbol{N}(y')$ jest macierzą, której wyrazami są funkcje kształtu będące wielomianami Hermite'a. Funkcje te warto jest przedstawić, używając współrzędnej bezwymiarowej $\xi = \dfrac{y'}{L}$; (L – jest długością elementu skończonego), w postaci:

$$\boldsymbol{N}(\xi) = \begin{bmatrix} N_u \\ N_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_3 & 0 & -N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

gdzie:

$$N_1 = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3; \quad N_2 = L\xi(1 - 2\xi + \xi^2); \quad N_3 = 3\xi^2 - 2\xi^3; \quad N_4 = L(-\xi^2 + \xi^3)$$

W i-tym oraz j-tym węźle elementu skończonego spełnione muszą być warunki brzegowe:

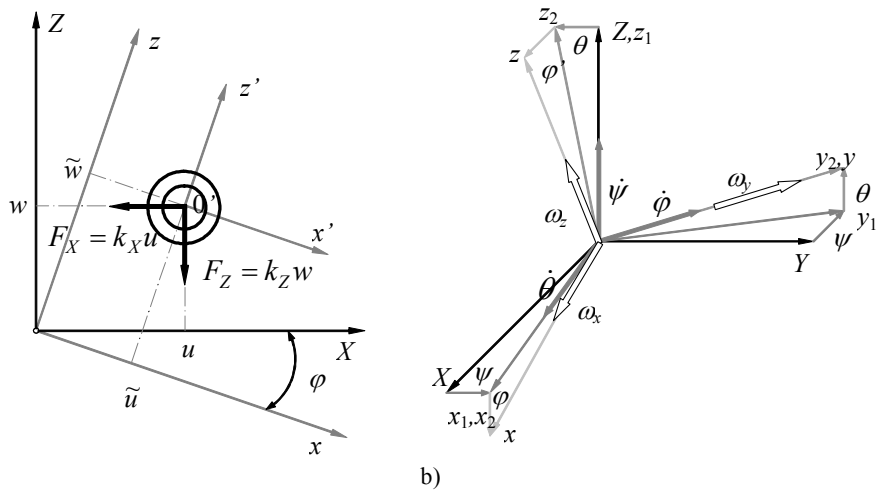
$$u(0)=u_i,\ w(0)=w_i;\ u(1)=u_j,\ w(1)=w_j$$

$$\frac{\partial u}{\partial y'}(0)=-\psi_i,\ \frac{\partial w}{\partial y'}(0)=\theta_i;\ \frac{\partial u}{\partial y'}(1)=-\psi_j,\ \frac{\partial w}{\partial y'}(1)=\theta_j$$

Dynamikę wału oraz tarczy wygodnie jest rozpatrywać w trzech, związanych ze sobą układach (rys. 4.3a):

- $0XYZ$ jest układem nieruchomym,
- $0xyz$ jest układem ruchomym,
- $0'x'y'z'$ jest układem ruchomym o osiach równoległych do $0xyz$ i początku leżącym na osi symetrii elementu skończonego.

Osie układu $0'x'y'z'$ są głównymi, centralnymi osiami bezwładności elementu. Związek pomiędzy układami ruchomymi a układem stałym jest wyrażony poprzez kąty Eulera ϕ,θ,ψ (rys. 4.3b). Możemy przyjąć, że kąty θ,ψ są małe.



Rys. 4.3. Układy odniesienia: a) dla analizy dynamiki wału wirnika, b) dla oznaczenia osi oraz kątów Eulera

Układ $0XYZ$ można przemieścić do położenia $0'x'y'z'$ trzy obroty względem odpowiednich osi:

- obrót dookoła osi Z o kąt ψ,
- obrót dookoła osi x_1 o kąt θ,
- obrót dookoła osi y_2 o kąt ϕ

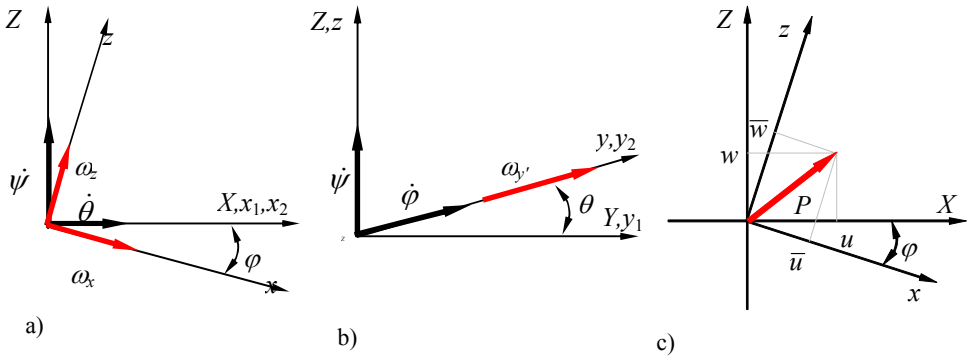
oraz translację o wektor $[u\ w]$. F_X, F_Z są siłami wynikającymi ze sprężystego odkształcenia wału. Chwilowa prędkość kątowa przekroju ma w układzie $0xyz$ następujące składowe:

$$\omega_x = \dot{\psi}\cos\left(\frac{\pi}{2}+\phi\right)+\dot{\theta}\cos\phi = \dot{\theta}\cos\phi - \dot{\psi}\sin\phi$$

$$\omega_y = \dot{\psi}\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+\dot{\phi} = \dot{\psi}\sin\theta + \dot{\phi} \approx \dot{\psi}\theta + \dot{\phi} \tag{4.4}$$

$$\omega_z = \dot{\psi}\cos\phi + \dot{\theta}\cos\left(\frac{\pi}{2}-\phi\right) = \dot{\theta}\sin\phi + \dot{\psi}\cos\phi$$

bowiem kąt θ jest mały. Zależności (4.4) dobrze tłumaczą rysunki 4.4.



Rys. 4.4. Położenie wektorów prędkości kątowej przy obrocie układu względem osi: a) y, b) x_1, c) transformacja współrzędnych wektora z układu $0XYZ$ do $0xyz$

W stałym układzie $0XYZ$ położenie środka geometrycznego przekroju jest określone przemieszczeniami u,w oraz kątami obrotu ψ,θ. Biorąc pod uwagę przeciwne zwroty kątów ψ,θ względem przemieszczeń u,w, można je zdefiniować w sposób określony wyrażeniem (4.5):

$$\begin{bmatrix}\psi\\ \theta\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\dfrac{\partial u(y')}{\partial y'}\\ \dfrac{\partial w(y')}{\partial y'}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\boldsymbol{D}(y')\boldsymbol{\delta}_w = \begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}D_\psi\\ D_\theta\end{bmatrix}\boldsymbol{\delta}_w = \begin{bmatrix}-D_\psi\\ D_\theta\end{bmatrix}\boldsymbol{\delta}_w \tag{4.5}$$

lub w formie wynikającej z różniczkowania funkcji kształtu (4.3):

$$\boldsymbol{D}(\xi) = \begin{bmatrix}D_\psi\\ D_\theta\end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial y'}\boldsymbol{N}(y') = \frac{1}{L}\frac{\partial}{\partial \xi}\boldsymbol{N}(\xi) = \begin{bmatrix}D_1 & 0 & -D_2 & 0 & D_3 & 0 & -D_4 & 0\\ 0 & D_1 & 0 & D_2 & 0 & D_3 & 0 & D_4\end{bmatrix} \tag{4.6}$$

gdzie:

$$D_1 = -6\xi + 6\xi^2 \quad D_2 = L(1-4\xi+3\xi^2)\,; \quad D_3 = 6\xi - 6\xi^2\,; \quad D_4 = L(-2\xi+3\xi^2)$$

Stała prędkość kątowa obrotu własnego $\dot{\phi}$ będzie oznaczana dalej jako Ω. W ruchomym układzie $0xyz$ położenie środka przekroju jest definiowane przez przemiesz-

czenia $\tilde{u}, \tilde{w}$ oraz kąty ugięcia $\tilde{\psi}, \tilde{\theta}$. Transformacja przemieszczeń i kątów z układu stałego do ruchomego jest następująca (rys. 4.4c):

$$\begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Omega t & \sin\Omega t \\ -\sin\Omega t & \cos\Omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{w} \end{bmatrix} = \boldsymbol{T} \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{w} \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \psi \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Omega t & -\sin\Omega t \\ \sin\Omega t & \cos\Omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\psi} \\ \bar{\theta} \end{bmatrix} = \boldsymbol{T}^T \begin{bmatrix} \tilde{\psi} \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

Dalsze rozważania prowadzą do określenia zależności na energię kinetyczną i potencjalną elementów wirnika i zastosowania równań Lagrange'a II rodzaju w celu wyznaczenia równań ruchu. Sposób podejścia do problemu przy wykorzystaniu MES jest zatem podobny jak dla układów wieloczłonowych.

4.2. ENERGIA KINETYCZNA BELKOWEGO DWUWĘZŁOWEGO ELEMENTU SKOŃCZONEGO

Energia kinetyczna belkowego elementu skończonego składa się z części związanych z jego przesunięciem i obrotem. W nieruchomym układzie współrzędnych wyrażenia określające energię każdej z wymienionych postaci ruchu możemy zapisać w formie:

$$E_w = E_{wt} + E_{wr} = \frac{1}{2}\rho A\int_0^L \left(\dot{u}^2 + \dot{w}^2\right)dy' + \frac{1}{2}\rho\int_0^L \left(I_{x'}\omega_x^2 + I_{y'}\omega_y^2 + I_{z'}\omega_z^2\right)dy' \tag{4.8}$$

gdzie:

- E_w – energia kinetyczna elementu skończonego wału,
- E_{wt} – energia kinetyczna elementu wału w ruchu translacyjnym,
- E_{wr} – energia kinetyczna elementu wału w ruchu obrotowym,
- ω_x, ω_y, ω_z – prędkości kątowe elementu w ruchu obrotowym,
- $I_{x'}, I_{z'}$ – momenty bezwładności przekroju elementu względem osi głównych x' oraz z'; wobec symetrii przekroju $I_{x'}=I_{z'}=I_m$
- $I_{y'}$ – moment bezwładności przekroju elementu względem osi y'; $I_{y'}=I_{x'}+I_{z'}=2I_m$
- A, L, ρ – pole przekroju poprzecznego elementu, długość elementu, gęstość elementu,
- u, w – przemieszczenia translacyjne elementu w stałym układzie odniesienia.

Uwzględnienie (4.4) w zależności na energię kinetyczną ruchu obrotowego daje:

$$E_{wr} = \frac{1}{2}\rho\int_0^L I_m\left(\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2\right)dy' + \rho\Omega\int_0^L I_{y'}\dot{\psi}\theta dy' + \frac{1}{2}\rho\int_0^L I_{y'}\Omega^2 dy' \tag{4.9}$$

W równaniu tym pierwszy człon określa energię kinetyczną związaną z obrotem elementu skończonego przy jego odkształceniu, drugi energię kinetyczną związaną z efektem żyroskopowym, trzeci stanowi energię kinetyczną elementu w ruchu obrotowym.

4.3. ENERGIA POTENCJALNA ODKSZTAŁCENIA SPRĘŻYSTEGO BELKOWEGO DWUWĘZŁOWEGO ELEMENTU SKOŃCZONEGO

Energia odkształcenia sprężystego elementu skończonego dla czystego zginania wyrażona jest zależnością:

$$U_w = \frac{1}{2}\int_0^L \left[EI_{z'} \left(\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y'^2} \right)^2 + EI_{x'} \left(\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial y'^2} \right)^2 \right] dy' \tag{4.10}$$

gdzie:

$\tilde{u}, \tilde{w}$ – są przemieszczeniami środka geometrycznego wybranego przekroju wału w ruchomym układzie współrzędnych.

Transformację przemieszczeń z układu stałego do układu ruchomego można uzyskać bezpośrednio z zależności (4.7):

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{w} \end{bmatrix} = \boldsymbol{T}^{-1} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

Uwzględnienie związku (4.11) w (4.10) pozwala przedstawić energię odkształcenia sprężystego elementu w układzie nieruchomym jako:

$$\begin{aligned} U_w &= \frac{1}{2}\int_0^L \left[EI_m \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y'^2}\cos\Omega t - \frac{\partial^2 w}{\partial y'^2}\sin\Omega t \right)^2 + EI_m \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y'^2}\sin\Omega t + \frac{\partial^2 w}{\partial y'^2}\cos\Omega t \right)^2 \right] dy' = \\ &= \frac{1}{2}\int_0^L EI_m \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy' \end{aligned} \tag{4.12}$$

Różniczkowanie względem zmiennej y jest tożsame z różniczkowaniem względem y'.

4.4. PRACA SIŁY CIĘŻKOŚCI BELKOWEGO ELEMENTU SKOŃCZONEGO

Przyjęcie kierunku wektora przyspieszenia grawitacyjnego wzdłuż osi Z, pozwala zdefiniować pracę siły ciężkości elementu skończonego na drodze przemieszczenia wirtualnego δw:

$$\delta L_w = -g\int_0^L \rho A \delta w dy' \tag{4.13}$$

Zgodnie z (4.1) oraz (4.2) przemieszczenie wirtualne w dowolnym przekroju elementu skończonego określone jest poprzez przemieszczenia węzłów i funkcje kształtu $\boldsymbol{N}(y')$ jako:

$$\delta w(y) = N_1 \delta w_i + N_2 \delta\theta_i + N_3 \delta w_j + N_4 \delta\theta_j \tag{4.14}$$

Wówczas zależność (4.13) można wyrazić następująco:

$$\delta L_w = -g\int_0^L \rho A \delta w dy' = -\rho g A\left(\delta w_i \int_0^L N_1 dy' + \delta\theta_i \int_0^L N_2 dy' + \delta w_j \int_0^L N_3 dy' + \delta\theta_j \int_0^L N_4 dy'\right) \quad (4.15)$$

4.5. MACIERZE BEZWŁADNOŚCI, TŁUMIENIA I SZTYWNOŚCI ELEMENTU SKOŃCZONEGO W NIERUCHOMYM UKŁADZIE ODNIESIENIA

Do wyznaczenia macierzy bezwładności, tłumienia i sztywności elementów skończonych, którymi modelowany jest wał, wykorzystuje się równanie Lagrange'a II rodzaju:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_w}{\partial \dot{\boldsymbol{\delta}}_w}\right) - \frac{\partial E_w}{\partial \boldsymbol{\delta}_w} + \frac{\partial U_w}{\partial \boldsymbol{\delta}_w} = \boldsymbol{Q}_w \quad (4.16)$$

Przy pomięciu masy wału $\boldsymbol{Q}_w = 0$.

Pochodna energii kinetycznej ruchu translacyjnego względem wektora współrzędnych węzłowych będzie zatem określona jako:

$$\frac{\partial E_{wt}}{\partial \dot{\boldsymbol{\delta}}_w} = \frac{1}{2}\rho A\int_0^L \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\boldsymbol{\delta}}_w}\left(\dot{u}^2\right) + \frac{\partial}{\partial \dot{\boldsymbol{\delta}}_w}\left(\dot{w}^2\right)\right] dy' = \rho A\left(\int_0^L \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{N} dy'\right)\dot{\boldsymbol{\delta}}_w \quad (4.17)$$

Różniczkując następnie (4.17) względem czasu, otrzymano:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{wt}}{\partial \dot{\boldsymbol{\delta}}_w}\right) = \rho A\left(\int_0^L \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{N} dy'\right)\ddot{\boldsymbol{\delta}}_w = \boldsymbol{M}_{wt}\ddot{\boldsymbol{\delta}}_w \quad (4.18)$$

$\boldsymbol{M}_{wt}$ jest macierzą bezwładności elementu wału w ruchu translacyjnym. Pochodna energii kinetycznej ruchu translacyjnego względem wektora współrzędnych węzłowych jest równa zero bowiem ta postać energii nie jest od nich zależna. Podobnie czyni się z wyrażeniem na energię kinetyczną ruchu obrotowego, otrzymując:

$$\frac{\partial E_{wr(1)}}{\partial \dot{\boldsymbol{\delta}}_w} = \frac{1}{2}\rho I_m\int_0^L \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\boldsymbol{\delta}}_w}\left(\dot{\theta}^2\right) + \frac{\partial}{\partial \dot{\boldsymbol{\delta}}_w}\left(\dot{\psi}^2\right)\right] dy' = \rho I_m\left(\int_0^L \boldsymbol{D}^T \boldsymbol{D} dy'\right)\dot{\boldsymbol{\delta}}_w = \boldsymbol{M}_{wo}\dot{\boldsymbol{\delta}}_w \quad (4.19)$$

Różniczkując powyższe wyrażenie względem czasu, otrzymano:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{wr(1)}}{\partial \dot{\boldsymbol{\delta}}_w}\right) = \boldsymbol{M}_{wo}\ddot{\boldsymbol{\delta}}_w \quad (4.20)$$

$\boldsymbol{M}_{wo}$ jest macierzą bezwładności belkowego elementu skończonego w ruchu obrotowym.

Różniczkowanie względem $\dot{\boldsymbol{\delta}}_w$ drugiego członu zależności (4.9) daje rezultat w postaci:

$$\frac{\partial E_{wr(2)}}{\partial \dot{\boldsymbol{\delta}}_w} = \rho I_m \Omega\int_0^L \frac{\partial}{\partial \dot{\boldsymbol{\delta}}_w}\left(\dot{\psi}\theta\right) dy' = \rho I_m \Omega\left(\int_0^L -D_\psi^T D_\theta dy'\right)\boldsymbol{\delta}_w \quad (4.21)$$

Należy zaznaczyć, że w wyrażeniu (4.9) występują nie tylko pochodne współrzędnych węzłowych, ale również same współrzędne, co powoduje, że pochodne względem tych współrzędnych nie są równe zero. Dokonano więc różniczkowania $E_{wr(2)}$ względem $\boldsymbol{\delta}_w$, otrzymując:

$$\frac{\partial E_{wr(2)}}{\partial \boldsymbol{\delta}_w} = \rho I_m \Omega \int_0^L \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\delta}_w}\left(\dot{\psi}\theta\right) dy' = \rho I_m \Omega \left(\int_0^L -D_\theta^T D_\psi dy' \right) \dot{\boldsymbol{\delta}}_w \tag{4.22}$$

Wynik różniczkowania sumy wyrażeń (4.21) i (4.22) ma postać:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{wr}}{\partial \dot{\boldsymbol{\delta}}_w}\right) - \frac{\partial E_{wr}}{\partial \boldsymbol{\delta}_w} = \rho I_m \Omega \left(\int_0^L \boldsymbol{D}^T \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{D} dy' \right) \dot{\boldsymbol{\delta}}_w = \Omega \boldsymbol{G}_w \dot{\boldsymbol{\delta}}_w \tag{4.23}$$

Macierz $\boldsymbol{G}_w$ w równaniu (4.23) jest macierzą żyroskopową [181] elementu skończonego typu belkowego. Pochodna trzeciego członu równania (4.9) względem wektora współrzędnych węzłowych jest równa zero, ponieważ wektor ten nie jest zależny od kąta φ i jego zmiany w czasie – $\dot{\varphi}$.

Macierz sztywności elementu skończonego wału wyznacza się jako pochodną energii odkształcenia sprężystego (4.12) względem współrzędnych węzłowych.

$$\frac{\partial U_w}{\partial \boldsymbol{\delta}_w} = EI_m \left(\int_0^L \boldsymbol{B}^T \boldsymbol{B} dy' \right) \boldsymbol{\delta}_w = \boldsymbol{K}_w \boldsymbol{\delta}_w \tag{4.24}$$

W równaniu 4.24 oznaczono przez $\boldsymbol{B}$ macierz, której elementami są drugie pochodne funkcji kształtu

$$\boldsymbol{B} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \boldsymbol{N} = \begin{bmatrix} B_1 & 0 & -B_2 & 0 & B_3 & 0 & -B_4 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 & B_2 & 0 & B_3 & 0 & B_4 \end{bmatrix} \tag{4.25}$$

gdzie:

$$B_1 = \frac{6}{L}\left(-1+2\xi\right); \quad B_2\left(-4+6\xi\right); \; B_3 \frac{6}{L}\left(1-2\xi\right); \; B_4 = \left(-2+6\xi\right)$$

Występujące w zależności (4.24) wyrażanie $\boldsymbol{K}_w$ jest macierzą sztywności belkowego elementu skończonego.

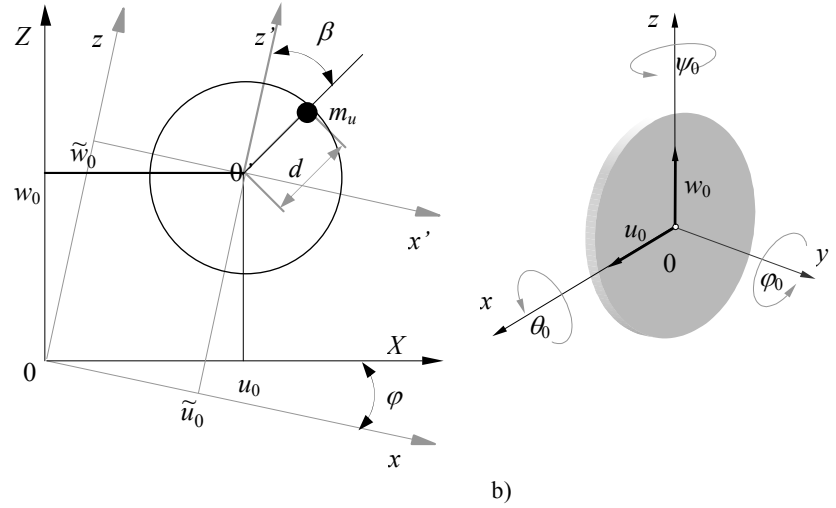
4.6. DYNAMIKA NIEWYWAŻONEJ TARCZY

Dla potrzeb analizy dynamiki sztywnej tarczy założono, że jej środek masy leży na osi wału (rys. 4.5). W ogólnym przypadku należałoby założyć, że tarcza wirnika wentylatora promieniowego wykazuje niesymetryczny rozkład masy, będący powodem jej niewyważenia. Przesunięcie środka masy jest jednak niewielkie, więc asymetrię tarczy wyrażaną różnicą wartości masowych momentów bezwładności względem osi *x'* oraz *z'* można pominąć.

Wektor przemieszczeń węzłowych tarczy w nieruchomym układzie odniesienia ma postać:

$$\boldsymbol{\delta}_t = \left[u_0, \quad w_0, \quad \psi_0, \quad \theta_0\right]^T \tag{4.26}$$

Tarcza będąca bryłą sztywną posiada tylko jeden węzeł w środku masy. Współrzędne wektora δ_t są przemieszczeniami i kątami obrotu tarczy w tym punkcie.



Rys. 4.5. Układy odniesienia dla: a) analizy ruchu tarczy, b) sposobu modelowania tarczy wirnika

Dynamikę ruchu tarczy rozpatrujemy w analogicznych jak dla wału układach odniesienia 0*XYZ*, 0*xyz*, 0*'x'y'z'*. Energia kinetyczna tarczy daje się przedstawić jako:

$$E_t = \frac{1}{2}m\left(\dot{u}_0^2 + \dot{w}_0^2\right) + \frac{1}{2}\left(J_{x'}\omega_x^2 + J_{y'}\omega_y^2 + J_{z'}\omega_z^2\right) \tag{4.27}$$

gdzie:

ω_x, ω_y, ω_z	–	składowe wektora prędkości kątowej ruchu obrotowego tarczy,
$J_{x'}, J_{y'}, J_{z'}$	–	masowe momenty bezwładności tarczy względem osi *x'*, *y'*, *z'*,
m	–	masa tarczy,
u_0, w_0	–	przemieszczenia środka masy tarczy.

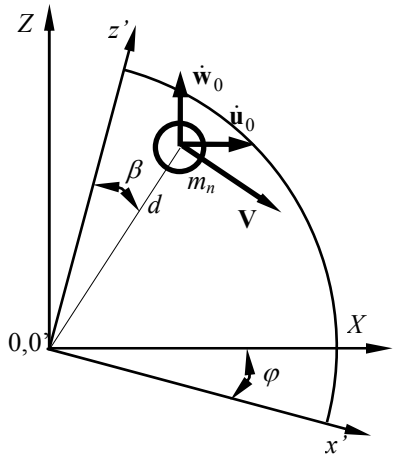
Uwzględniono związek (4.4) w równaniu (4.27). Dzięki temu otrzymano wyrażenie będące funkcją współrzędnych węzłowych:

$$\begin{aligned} E_t &= \frac{1}{2}m\left(\dot{u}_0^2 + \dot{w}_0^2\right) + \frac{1}{2}J_{x'}\left(\dot{\theta}_0\cos\phi - \dot{\psi}_0\sin\phi\right)^2 + \\ &+ \frac{1}{2}J_{y'}\left(\dot{\psi}_0\theta_0 + \dot{\phi}\right)^2 + \frac{1}{2}J_{z'}\left(\dot{\theta}_0\sin\phi + \dot{\psi}_0\cos\phi\right)^2 \end{aligned} \tag{4.28}$$

Należy pamiętać, że dla tarczy symetrycznej masowe momenty bezwładności względem osi *x'* i *z'* są jednakowe ($J_{x'}=J_{z'}=J_m$). W wyniku dalszej modyfikacji zależność (4.28) przyjmuje postać:

$$E_t = \frac{1}{2}m\left(\dot{u}_0^2 + \dot{w}_0^2\right) + \frac{1}{2}J_m\left(\dot{\theta}_0^2 + \dot{\psi}_0^2\right) + \frac{1}{2}J_{y'}\left(\dot{\psi}_0^2\theta_0^2 + 2\Omega\dot{\psi}_0\theta_0 + \Omega^2\right) \tag{4.29}$$

Energię kinetyczną niewyważenia modelowanego masą m_n rozważa się w układzie odniesienia przedstawionym na rysunku 4.6.



Rys. 4.6. Układ odniesienia dla analizy wpływu niewyważenia na ruch tarczy

Prędkość masy m_n jest sumą (wektorową) prędkości liniowej w punkcie odległym o d od środka obrotu tarczy oraz prędkości translacyjnej wynikającej z przemieszczenia tarczy. Energia kinetyczna masy niewyważenia będącej w ruchu jest określona zależnością:

$$E_n = \frac{1}{2} m_n \boldsymbol{V}_c \cdot \boldsymbol{V}_c = \frac{1}{2} m_n \left(\boldsymbol{V} + \dot{\boldsymbol{u}}_0 + \dot{\boldsymbol{w}}_0 \right) \cdot \left(\boldsymbol{V} + \dot{\boldsymbol{u}}_0 + \dot{\boldsymbol{w}}_0 \right) \tag{4.30}$$

Zrzutowano wektory na osie układu $0XYZ$ w celu wyznaczenia wektora $\boldsymbol{V}_c = \boldsymbol{V} + \dot{\boldsymbol{u}}_0 + \dot{\boldsymbol{w}}_0$:

$$\begin{aligned} &V_{cx} = |\boldsymbol{V}| \cos\left(\Omega t + \beta\right) + |\dot{\boldsymbol{u}}_0| \qquad V_{cy} = -|\boldsymbol{V}| \sin\left(\Omega t + \beta\right) + |\dot{\boldsymbol{w}}_0| \\ &V_c^2 = V_{cx}^2 + V_{cy}^2 = V^2 + 2V\left[\dot{u}_0 \cos\left(\Omega t + \beta\right) - \dot{w}_0 \sin\left(\Omega t + \beta\right)\right] + \left(\dot{u}_0^2 + \dot{w}_0^2\right) \end{aligned} \tag{4.31}$$

Uwzględniono wyrażenia (4.31) we wzorze (4.30), co daje:

$$E_n = \frac{1}{2} m_n V^2 + \frac{1}{2} m_n 2V\left[\dot{u}_0 \cos\left(\Omega t + \beta\right) - \dot{w}_0 \sin\left(\Omega t + \beta\right)\right] + \frac{1}{2} m_n \left(\dot{u}_0^2 + \dot{w}_0^2\right) \tag{4.32}$$

Masa tarczy jest wielokrotnie większa od masy niewyważenia $m_n << m_t$, a prędkości przemieszczeń $\dot{\boldsymbol{u}}_0, \dot{\boldsymbol{w}}_0$ są małe w stosunku do prędkości liniowej tarczy, dlatego ostatni człon we wzorze (4.32) można pominąć. Ostatecznie otrzymano:

$$E_n = \frac{1}{2} m_n V^2 + m_n \Omega d\left[\dot{u}_0 \cos\left(\Omega t + \beta\right) - \dot{w}_0 \sin\left(\Omega t + \beta\right)\right] \tag{4.33}$$

Moduł prędkości liniowej $\boldsymbol{V}$ można wyrazić przez prędkość kątową obrotu tarczy Ω oraz odległość niewyważenia od jej osi obrotu $V = \Omega d$. Dodanie wyrażeń (4.33) i (4.29), a jednocześnie pominięcie członu $\frac{1}{2} J_y \dot{\psi}_0^2 \theta_0^2$ jako małej wyższego rzędu, pozwala sformułować równanie określające energię kinetyczną niewyważonej tarczy:

$$E_{(t+n)} = \frac{1}{2}m\left(\dot{u}_0^2 + \dot{w}_0^2\right) + J_{y'}\Omega\dot{\psi}_0\theta_0 + \frac{1}{2}J_{y'}\Omega^2 + \frac{1}{2}J_m\left(\dot{\theta}_0^2 + \dot{\psi}_0^2\right) + \\ + \frac{1}{2}m_n V^2 + m_n\Omega d\left[\dot{u}_0\cos\left(\Omega t + \beta\right) - \dot{w}_0\sin\left(\Omega t + \beta\right)\right] \tag{4.34}$$

Wirtualna praca siły ciężkości może być wyrażona jako:

$$\delta L_t = -mg\delta w_0 \tag{4.35}$$

gdzie:

g – stała grawitacji.

4.7. MACIERZE BEZWŁADNOŚCI I TŁUMIENIA TARCZY

Podobnie jak to przedstawiono na przykładzie elementu skończonego użytego do modelowania wału, wykorzystano równanie Lagrange'a przy wyprowadzaniu zależności na macierze występujące w równaniach ruchu niewyważonej tarczy. W tym celu zróżniczkowano względem czasu równanie (4.34), otrzymując:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{t+n}}{\partial \dot{u}_0}\right) = \frac{d}{dt}\left[m\dot{u}_0 + m_n\Omega d\cos\left(\Omega t + \beta\right)\right] = m\ddot{u}_0 - m_n\Omega^2 d\sin\left(\Omega t + \beta\right)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{t+n}}{\partial \dot{w}_0}\right) = \frac{d}{dt}\left[m\dot{w}_0 - m_n\Omega d\sin\left(\Omega t + \beta\right)\right] = m\ddot{w}_0 - m_n\Omega^2 d\cos\left(\Omega t + \beta\right) \tag{4.36}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{t+n}}{\partial \dot{\theta}_0}\right) = \frac{d}{dt}\left(J_m\dot{\theta}_0\right) = J_m\ddot{\theta}_0 \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{t+n}}{\partial \dot{\psi}_0}\right) = \frac{d}{dt}\left(J_m\dot{\psi}_0 + J_y\Omega\theta_0\right) = J_m\ddot{\psi}_0 + J_y\Omega\dot{\theta}_0$$

Dla stałej prędkości Ω jej pochodna $\dot{\Omega} = 0$. Różniczkowanie energii kinetycznej niewyważonej tarczy względem współrzędnych węzłowych daje:

$$-\frac{\partial E_{t+n}}{\partial \theta_0} = -J_y\Omega\dot{\psi}_0\,;\ \frac{\partial E_{t+n}}{\partial u_0} = 0\,;\ \frac{\partial E_{t+n}}{\partial w_0} = -mg \tag{4.37}$$

Grupując odpowiednie wyrażenia, otrzymano poszukiwane macierze: $\boldsymbol{M}_t$ – bezwładności $\boldsymbol{C}_t$ – tłumienia oraz $\boldsymbol{Q}_t$ – wektor sił działających na tarczę:

$$\boldsymbol{M}_t = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_m \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{C}_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_y\Omega \\ 0 & 0 & -J_y\Omega & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Q}_t = m_n\Omega^2 d\begin{bmatrix} \sin\left(\Omega t + \beta\right) \\ \cos\left(\Omega t + \beta\right) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - mg\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.38}$$

Pozostają do wyznaczenia jeszcze macierze określające własności łożyska.

4.8. MACIERZE SZTYWNOŚCI I TŁUMIENIA ŁOŻYSKA

Wektor przemieszczeń węzłowych przy modelowaniu łożyska (podparcia) (rys. 4.7) jest wyrażony jako:

$$\boldsymbol{\delta}_p = \begin{bmatrix} u_p & w_p \end{bmatrix}^T \tag{4.39}$$

Wirtualną pracę sił działających na wał w miejscu osadzenia łożyska określa równanie:

$$\begin{aligned} \delta L_p = &-k_{uu} u_p \delta u_p - k_{uw} w_p \delta u_p - k_{wu} u_p \delta w_p - k_{ww} w_p \delta w_p \\ &-c_{uu} \dot{u}_p \delta u_p - c_{uw} \dot{w}_p \delta u_p - c_{wu} \dot{u}_p \delta w_p - c_{ww} \dot{w}_p \delta w_p \end{aligned} \tag{4.40}$$

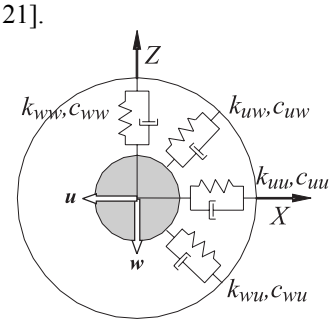
W zależności (4.40) wprowadzone zostały następujące oznaczenia:

$k_{uu}, k_{uw}, k_{wu}, k_{ww}$ – współczynniki sztywności łożyska,
$c_{uu}, c_{uw}, c_{wu}, c_{ww}$ – współczynniki tłumienia łożyska,
u_p, w_p – przemieszczenia punktu podparcia wału.

Zależność (4.40) można przedstawić w postaci macierzowej:

$$\begin{aligned} \delta L_p = &-\begin{bmatrix} k_{uu} & k_{uw} \\ k_{wu} & k_{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_p \\ w_p \end{bmatrix} \delta \begin{bmatrix} u_p \\ w_p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{uu} & c_{uw} \\ c_{wu} & c_{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_p \\ \dot{w}_p \end{bmatrix} \delta \begin{bmatrix} u_p \\ w_p \end{bmatrix} = \\ &-\begin{bmatrix} k_{uu} & k_{uw} \\ k_{wu} & k_{ww} \end{bmatrix} \boldsymbol{\delta}_p \delta\left(\boldsymbol{\delta}_p\right) - \begin{bmatrix} c_{uu} & c_{uw} \\ c_{wu} & c_{ww} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\delta}}_p \delta\left(\boldsymbol{\delta}_p\right) \end{aligned} \tag{4.41}$$

Zależność (4.41) wyraża również pracę sił działających na element sprężysto-tłumiący modelujący łożysko [121].



Rys. 4.7. Model sztywności i tłumienia łożyska

Przyrost pracy sił obciążających łożysko może być traktowany jako różniczka zupełna funkcji zmiennej $\boldsymbol{\delta}_p$:

$$\delta L_p = \frac{\partial L_p}{\partial \boldsymbol{\delta}_p} \delta\left(\boldsymbol{\delta}_p\right) = -\boldsymbol{K}_p \boldsymbol{\delta}_p - \boldsymbol{C}_p \dot{\boldsymbol{\delta}}_p \tag{4.42}$$

Macierz $\boldsymbol{K}_p$ jest macierzą sztywności, natomiast $\boldsymbol{C}_p$ jest macierzą tłumienia łożyska.

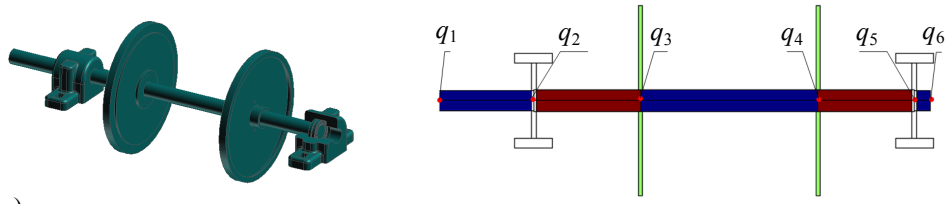
$$\boldsymbol{K}_p = \begin{bmatrix} k_{uu} & k_{uw} \\ k_{wu} & k_{ww} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{C}_p = \begin{bmatrix} c_{uu} & c_{uw} \\ c_{wu} & c_{ww} \end{bmatrix} \tag{4.43}$$

Postaci tych macierzy przedstawiają zależności 4.43.

4.9. MACIERZE BEZWŁADNOŚCI, TŁUMIENIA I SZTYWNOŚCI WIRNIKA W UKŁADZIE GLOBALNYM

Dynamika wału, niewyważonej tarczy oraz podparcia była rozważana w lokalnych układach współrzędnych, w których współrzędne węzłowe są określone zależnościami (4.1),(4.26),(4.39). Globalnym układem odniesienia może być układ 0*XYZ*. Oś *Y* jest równoległa do osi *y'*, dlatego transformacja macierzy bezwładności, tłumienia, sztywności z układów lokalnych do układu globalnego jest stosunkowo prosta, gdyż węzły elementów skończonych leżą na jednej prostej.

Rysunek 4.8 przedstawia dwutarczowy wirnik używany w badaniach oraz jego model do obliczeń numerycznych zbudowany na podstawie metody elementów skończonych (MES). Wał wirnika modelowano przy wykorzystaniu elementów belkowych. W węzłach q_2 oraz q_5 znajdują się łożyska, natomiast tarcze – w węzłach q_3 oraz q_4.



a) b)

Rys. 4.8. Wirnik dwutarczowy: a) model, b) podział modelu na elementy skończone

Na wirnik działają: siła ciężkości oraz siły, których źródłem jest niewyważenie tarcz. Każdy węzeł elementu skończonego posiada cztery stopnie swobody, zatem macierze określające własności modelu w układzie globalnym posiadają rozmiar 24x24. Zależność (4.44) prezentuje sposób tworzenia wektora obciążeń węzłowych w układzie globalnym dla tego wirnika. Macierze bezwładności, tłumienia oraz sztywności są tworzone na identycznych zasadach, czyli poprzez umieszczenie elementów macierzy lokalnych w odpowiednich wierszach i kolumnach macierzy globalnych.

$$\boldsymbol{Q}^G = \left[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ Q_9\ Q_{10}\ 0\ 0\ Q_{13}\ Q_{14}\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\right]^T \tag{4.44}$$

gdzie:

$$Q_9 = {}^{(t1)}m_n \Omega^2 d^{(t1)} \sin\left(\Omega t + {}^{(t1)}\beta\right);\ Q_{10} = {}^{(t1)}m_n \Omega^2 d^{(t1)} \cos\left(\Omega t + {}^{(t1)}\beta\right) - {}^{(t1)}mg$$

$$Q_{13} = {}^{(t2)}m_n \Omega^2 d^{(t2)} \sin\left(\Omega t + {}^{(t2)}\beta\right);\ Q_{14} = {}^{(t2)}m_n \Omega^2 d^{(t2)} \cos\left(\Omega t + {}^{(t2)}\beta\right) - {}^{(t2)}mg$$

Wyznaczając macierze oraz wektor sił węzłowych, można sformułować równania drgań giętnych wirnika w układzie globalnym jako:

$$\boldsymbol{M}^G \ddot{\boldsymbol{\delta}}^G + \boldsymbol{C}^G \dot{\boldsymbol{\delta}}^G + \boldsymbol{K}^G \boldsymbol{\delta}^G = \boldsymbol{Q}^G \tag{4.45}$$

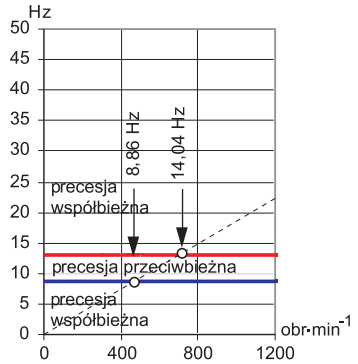
Wektor współrzędnych węzłowych o postaci (4.45) ma w układzie globalnym rozmiar 24x1. Przemieszczenia i kąty obrotu w każdym węźle są funkcjami czasu:

$$\boldsymbol{\delta}^G = \begin{bmatrix} u_1 & w_1 & \psi_1 & \theta_1 & \dots & u_N & w_N & \psi_N & \theta_N \end{bmatrix}^T \tag{4.46}$$

Wykres 4.9 przedstawia zależność częstotliwości rezonansowych drgań wirnika modelowanego elementami skończonymi w funkcji jego prędkości obrotowej. Konfiguracja geometryczna oraz cechy fizyczne wirnika określone są wielkościami, których wartości zestawiono w tabeli 4.1.

Tabela 4.1. Parametry fizyczne modelu

Długość wału		625 mm
Średnica wału/czopów		28 mm/25 mm
Średnica tarcz		240 mm
Szerokość tarcz		5 mm
Współczynniki sztywności podparcia	K_{xx}	1 E+4 N·m^{-1}
	K_{yy}	1 E+5 N·m^{-1}
Materiał wału, tarcz		stal
Położenie łożysk		120 mm/605 mm
Położenie tarcz		256,5 mm/482,5 mm



Rys. 4.9. Diagram Campbella dla modelu wirnika z rysunku 4.8

Dwie pierwsze częstotliwości jego drgań własnych wynoszą 8,86 Hz, 14,04 Hz. Poniżej częstotliwości obrotowej 8,86 Hz występuje precesja współbieżna, natomiast w przedziale 8,86 Hz do 14,04 Hz – precesja przeciwbieżna (rys. 4.9).

5. METODY IDENTYFIKACJI STANU DYNAMICZNEGO WIRNIKA WENTYLATORA

Siła lub moment siły niewyważenia związany z obracającym się wirnikiem są postrzegane w nieruchomym układzie odniesienia jako oddziaływanie zmienne w czasie, o częstotliwości zmian równej częstotliwości obrotowej wirnika [25, 175]. Informacji o charakterze odpowiedzi wirnika na to wymuszenie dostarcza widmo drgań jego łożysk lub korpusu wentylatora. Analiza obejmuje szerokie pasmo częstotliwości dla prędkości znamionowej oraz przebiegów czasowych mierzonych w trakcie rozbiegu lub wybiegu wirnika. W ten sposób można wyznaczyć również obszary rezonansów, gdy te występują poniżej lub blisko częstotliwości obrotowej.

5.1. TRANSFORMACJA FOURIERA W DZIEDZINIE CZĘSTOTLIWOŚCI

Narzędziem powszechnie używanym do analizy drgań jest jednowymiarowa transformacja Fouriera, odwzorowująca przebieg czasowy sygnału na widmo amplitudowe i fazowe w dziedzinie częstotliwości. Dzięki temu może być ona wykorzystana w procesie wyważania jako filtr pozwalający na określenie wartości amplitudy i kąta fazowego mierzonego parametru drgań, dla częstotliwości obrotowej wirnika. Główną wadą metody jest nieoznaczoność czasu wystąpienia efektów wywołanych lokalną niestacjonarnością sygnału.

Wyniki pomiarów stanowią zbiór wartości dyskretnych uzyskiwanych przy określonej częstotliwości próbkowania. Procedurą matematyczną transformującą sygnał dyskretny z dziedziny czasu do dziedziny częstotliwości jest dyskretna transformacja Fouriera (DFT – *Discrete Fourier Transform*). Odwzorowuje ono skończony ciąg próbek sygnału (x_0, x_1, x_2,...,x_{N-1}), gdzie $x_i \in R$ a $X_i \in C$ (complex), w szereg składowych harmonicznych (X_0, X_1, X_2,...,X_{N-1}):

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-i\frac{2\pi kn}{N}}, \qquad 0 \le k \le N-1 \tag{5.1}$$

gdzie:

N – liczba próbek,
n – numer próbki,
k – numer harmonicznej.

Jej odpowiednikiem dla funkcji ciągłej $x(t)$ jest przekształcenie Fouriera:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i2\pi ft} dt \tag{5.2}$$

gdzie:

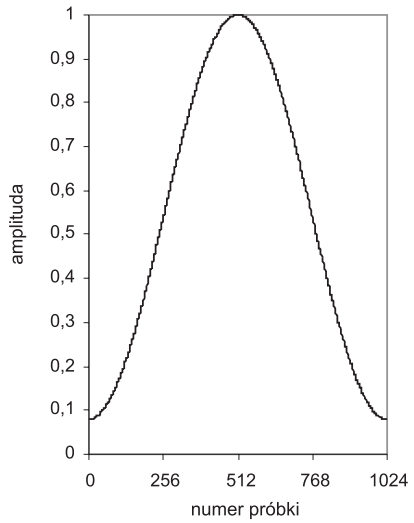
f – częstotliwość.

Analiza częstotliwościowa nieokresowych sygnałów rzeczywistych zazwyczaj powoduje rozmycie widma, objawiające się powstaniem tzw. przecieku widmowego. Zjawisko to mocno utrudnia prawidłową interpretację uzyskanych wyników. W celu

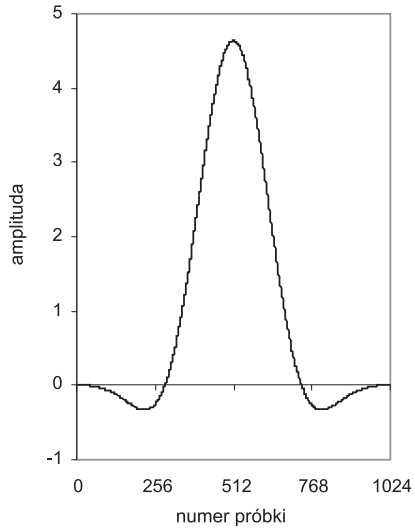
poprawy właściwości analizy widmowej sygnałów nieokresowych próbkowany sygnał pomiarowy mnoży się przez funkcję okna $w(t)$:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i2\pi ft} w(t)\, dt \tag{5.3}$$

Na ogół funkcja okna posiada maksimum w środku analizowanego przedziału, zmierzając do zera lub przyjmując wartość zerową na jego krańcach. Dzięki temu uzyskiwane jest zmniejszenie w tych obszarach efektu rozmycia widmowego transformaty zarówno ciągłej, jak i dyskretnej.



Rys. 5.1. Funkcja okna Hamminga dla rozmiaru próbki $N = 1024$



Rys. 5.2. Funkcja okna Flat-Top dla rozmiaru próbki $N = 1024$

W diagnozowaniu drgań wirników wentylatorów najczęściej wykorzystuje się okno Hamminga, charakteryzujące się stosunkowo dobrą rozdzielczością w dziedzinie częstotliwości oraz dobrą dynamiką [124, 206]. Rozdzielczość jest zdolnością okna do rozpoznawania składowych sygnału położonych blisko siebie, dynamika natomiast określa możliwość rozróżniania składowych spektralnych o małej amplitudzie. Pod tym względem okno Hamminga zdefiniowane dla populacji N próbek zależnością:

$$w(n) = 0.54 - 0.46\cos\left(2\pi \frac{n}{N-1}\right) \tag{5.4}$$

ustępuje funkcji Flat-Top o postaci:

$$\begin{aligned} w(n) = 1 - 1.93\cos\left(2\pi \frac{n}{N-1}\right) + 1.29\cos\left(4\pi \frac{n}{N-1}\right) + \\ -0.388\cos\left(6\pi \frac{n}{N-1}\right) + 0.0322\cos\left(8\pi \frac{n}{N-1}\right) \end{aligned} \tag{5.5}$$

W procesie wyważania wirnika istotniejsza wydaje się dobra rozdzielczość sygnału w dziedzinie częstotliwości od dynamiki okna. Dlatego np. okno Hamminga (rys. 5.1) jest wykorzystywane częściej od okna Flat-Top (rys. 5.2). W trakcie wyważania należy dokonywać transformacji sygnału mierzonego w każdym przebiegu dla tej samej funkcji okna.

5.2. TRANSFORMACJA FOURIERA W DZIEDZINIE CZĘSTOTLIWOŚCI I CZASU

Jak zaznaczono wcześniej, jednowymiarowa transformacja Fouriera nie umożliwia określenia czasu wystąpienia lokalnych niestacjonarności sygnału. Niedogodności tej nie wykazuje krótkoczasowe przekształcenie Fouriera, będące zbiorem prostych przekształceń Fouriera kolejnych fragmentów sygnału wycinanych przez przesuwające się okno $w(t-\tau)$. Parametr τ przesuwa okno w dziedzinie czasu [171].

$$X(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i2\pi ft} w(t-\tau)\, dt \tag{5.6}$$

Dyskretna wersja przekształcenia (5.6) ma postać [206]:

$$X(n,k) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m) e^{-i\left(\frac{2\pi}{N}k\right)m} w(n-m) \quad k = 0, 1, 2, ..., N-1 \tag{5.7}$$

W przypadku gdy przesunięcie okna w dziedzinie czasu jest krótsze od jego rozmiaru, dochodzi do nakładania się poszczególnych segmentów danych (tzw. *overlapping*). Gdy przesunięcie jest większe od rozmiaru okna, nie wszystkie fragmenty sygnału wejściowego będą poddawane analizie. Szerokie okno powoduje dużą rozdzielczość na osi częstotliwości, a mniejszą na osi czasu. Wąskie okno wywołuje skutek odwrotny. Niemożliwe jest zatem uzyskanie dużej rozdzielczości na obu osiach. Rozdzielczość analizy w dziedzinie częstotliwości i czasu jest stała.

5.3. TRANSFORMACJA WIGNERA-VILLE'A

Kolejną metodą umożliwiającą analizę sygnału w dziedzinie czasu i częstotliwości jest dystrybucja Wignera-Ville'a, zdefiniowana dla sygnału rzeczywistego lub analitycznego jako [174, 208]:

$$W(t,f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s\left(t+\frac{\tau}{2}\right) \cdot \overline{s}\left(t-\frac{\tau}{2}\right) e^{-i2\pi ft} d\tau \tag{5.8}$$

gdzie:

- t – czas,
- τ – opóźnienie,
- $s(t)$ – sygnał rzeczywisty lub analityczny,
- $\overline{s}(t)$ – sygnał sprzężony.

Sygnałem analitycznym $s_a(t)$ związanym z sygnałem rzeczywistym $s(t)$ nazywa się sygnał zespolony, którego część rzeczywistą stanowi sygnał $s(t)$, natomiast częścią urojoną jest jego transformata Hilberta $H(s(t))$:

$$s_a(t) = s(t) + iH(s(t)) \tag{5.9}$$

Dystrybucja Wignera-Ville'a może być traktowana jako przekształcenie Fouriera jądra całki (5.8) względem zmiennej τ i przedstawia zmieniającą się w czasie gęstość widmową sygnału.

5.4. CIĄGŁA I DYSKRETNA TRANSFORMACJA FALKOWA

Odkąd w latach osiemdziesiątych ubiegłego wieku zostały sformułowane podstawy analizy falkowej [37, 97, 114], teoria ta przeżywa dynamiczny rozwój. Elementarnych funkcji falkowych może być nieskończenie wiele. Do najbardziej znanych należą falki Morleta, Daubechies, Haara, Meyera [4, 33, 77]. Obecnie, choć do końca nie wiadomo, czy słusznie, metoda ta jest uważana za bardzo obiecującą technikę analizy sygnału [125], znajdując wiele zastosowań do wykrywania pęknięć [86], w diagnozowaniu łożysk [164] oraz przekładni [168].

Dla danej funkcji zdefiniowanej w przestrzeni Hilberta $f(t) \in L^2(\Re)$ ciągła transformacja falkowa jest iloczynem skalarnym tej funkcji i falki sprzężonej do falki elementarnej zależnej od parametru skali *a* i przesunięcia czasowego *b*. W odróżnieniu od przekształcenia Fouriera, w którym funkcjami bazowymi są ortogonalne funkcje trygonometryczne, w transformacji falkowej funkcjami bazowymi mogą być dowolne funkcje. Postać wyniku jest zależna od przyjętej funkcji bazowej $\psi(t)$:

$$W_f(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \tag{5.10}$$

$W_f(a,b)$ jest współczynnikiem falkowym dla falki analizującej $\psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right)$ i określa podobieństwo sygnału do kształtu falki w oknie czasu *t-b*. Wielkość okna jest proporcjonalna do parametru skali, który definiuje rozciągnięcie falki. Kryterium dopuszczalności danej funkcji do roli falki podstawowej wyraża warunek [179]:

$$c_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega \tag{5.11}$$

wymagający, aby parametr c_ψ przyjmował wartość skończoną.

Występująca we wzorze (5.11) funkcja $\hat{\psi}(\omega)$ jest transformatą Fouriera funkcji $\psi(t)$.

Kryterium dopuszczalności wymaga, aby przy $\omega \to \infty$ $|\psi(\omega)|^2$ dążyło do zera szybciej niż $\frac{1}{\omega}$. Z tego warunku oraz przy założeniu całkowalności z kwadratem wynika, że:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \tag{5.12}$$

co jest równoważne warunkowi:

$$\hat{\psi}(0) = 0 \tag{5.13}$$

Dzięki tym własnościom do wyznaczenia współczynników transformacji falkowej danego sygnału można użyć jego transformacji Fouriera:

$$W_f(a,b) = \frac{\sqrt{a}}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega)\hat{\psi}^*(a\omega)e^{j\omega b} d\omega \tag{5.14}$$

Na podstawie zależności (5.14) można stwierdzić, że lokalizacja częstotliwości dla współczynników ciągłej transformacji falkowej (CWT) zależy od parametru skalującego *a*. Można wywnioskować, że gdy częstotliwość falki analizującej jest bliska częstotliwości sygnału, otrzymuje się dużą wartość współczynnika falkowego i odwrotnie, im dalej od siebie położone są te częstotliwości, tym mniejsze są wartość współczynnika falkowego. Stanowi to wyjaśnienie mechanizmu oceny dopasowania między funkcją falki analizującej oraz badanym sygnałem.

Jedną z najbardziej znanych i szeroko używanych falek bazowych jest falka Morleta, zdefiniowana w dziedzinie czasu jako:

$$\psi(t) = e^{-\frac{t^2}{2}} e^{i\omega_0 t} \tag{5.15}$$

W praktyce wartość $\omega_0 \geq 0,5$, co odpowiada wymaganiom określonym przez warunek (5.11). Można dostrzec, że $\hat{\psi}(a\omega)$ osiąga maksimum przy częstotliwości centralnej $\omega_c = \frac{\omega_0}{a}$ i tym samym falka elementarna Morleta może być postrzegana jako liniowy filtr pasmowy, którego szerokość filtrowania jest proporcjonalna do $\frac{1}{a}$ albo inaczej, do częstotliwości centralnej.

Dyskretna transformacja falkowa (DWT) wykonuje rozkład sygnału $s(t)(s_1,s_2,...,s_N)$ na sygnał przybliżony na pewnym poziomie dekompozycji . Wówczas $a_n(t)$ stanowi aproksymację sygnału, natomiast d_1, d_2, ..., d_n są tzw. detalami. Każdy sygnał jest traktowany jako iloczyn współczynników skalujących i funkcji skalującej oraz współczynników falkowych i funkcji falkowej [5]:

$$s(t) = \sum_i \alpha_i^n \cdot \phi_i^n(t) + \sum_{j=1}^{n} \sum_i \beta_i^j \psi_i^j(t) = a_n + d_n + ... + d_1 \tag{5.16}$$

Współczynniki α_i^n, β_i^j są nazywane odpowiednio: współczynnikiem skalującym i współczynnikiem falkowym, natomiast $\phi^n(t), \psi^j(t)$ reprezentują funkcję skalującą i funkcję falkową. Procedura dyskretnej transformacji falkowej oparta jest na algorytmie Mallata [13]. Analizy częstotliwościowej sygnału dokonuje się przez iteracje dwukanałowego (dolno- i górnoprzepustowego) zespołu kwadraturowych filtrów lustrzanych QMF (*Quadrature Mirror Filters*) [153]. Sygnał uzyskany w wyniku filtracji dolnoprzepustowej w poprzednim kroku iteracji poddawany jest ponownej filtracji dolno- i górnoprzepustowej. Po każdej filtracji zmniejszana jest częstotliwość próbkowania poprzez usunięcie co drugiej próbki po to, aby zachować długość

analizowanego sygnału, a jednocześnie nie spowodować zniekształceń przenoszonej informacji. W wyniku każdej j-tej iteracji, odpowiadającej jednemu poziomowi dekompozycji, otrzymuje się składową wysokoczęstotliwościową – detal (d_j), niepoddawaną kolejnej filtracji oraz składową niskoczęstotliwościową (a_n) – aproksymację analizowanego sygnału, będącą jego zgrubnym przybliżeniem.

Jeżeli f_s jest częstotliwością próbkowania, to detal (d_j) zawiera informację odnośnie składowych sygnału, których częstotliwości należą do przedziału $\left[2^{-(j+1)},\ 2^{-j} f_s\right]$. Aproksymacja (a_n) zawiera składowe niskiej częstotliwości sygnału należące do zakresu $\left[0,\ 2^{-(n+1)} f_s\right]$.

5.5. EMPIRYCZNA DEKOMPOZYCJA MODALNA

Ciągły pomiar drgań względnych wirnika w dwóch prostopadłych kierunkach przez czujniki wiroprądowe zamontowane najczęściej w miejscach podparcia stanowi podstawę monitoringu turbin energetycznych i innych dużych maszyn przepływowych [97, 145, 203]. W ten sposób można zarówno diagnozować stan łożysk, jak też wyważać dynamicznie wirnik [15, 126].

W diagnostyce maszyn podstawowymi technikami obróbki sygnału były i są nadal techniki oparte na szybkiej transformacji Fouriera [16]. Ich główną wadą jest jednak to, że nie nadają się do analizy zagadnień niestacjonarnych [144]. W takich przypadkach lepszym narzędziem okazuje się krótkoczasowa transformacja Fouriera (STFT), pozwalająca na dystrybucję sygnału nie tylko w dziedzinie częstotliwości, ale również czasu. Transformacja falkowa WT, pomimo rozlicznych zastosowań, nie może być uważana za narzędzie uniwersalne [164].

Empiryczna dekompozycja modalna (EMD), wprowadzona przez Huanga, dostarcza bardziej realistycznej reprezentacji sygnału niż transformacja Fouriera i transformacja falkowa, zwłaszcza w odniesieniu do sygnałów niestacjonarnych [70, 71]. Pozwala bowiem na bezpośrednią algorytmiczną analizę kształtu sygnału w czasie poprzez jego dekompozycję na określoną liczbę tzw. istotnych funkcji składowych c_j (IMF – *Intrinsic Mode Functions*). Każda c_j reprezentuje jedną prostą postać sygnału drgań. W porównaniu z transformacją falkową, w metodzie EMD nie występuje w sposób znaczący problem przeciekania energii w pobliżu analizowanych częstotliwości [41]. Główną wadą metody jest niedokładność przy niskich częstotliwościach sygnału [173, 204].

Empiryczna dekompozycja modalna sygnału polega na jego rozkładzie na określoną liczbę IMF, z których każda reprezentuje prostą postać drgań i zapewnia dwa warunki:

(i) – w zbiorze wartości IMF, liczba ekstremów i liczba miejsc zerowych muszą być równe albo mogą różnić się co najwyżej o jedno miejsce zerowe,

(ii) – w każdym punkcie IMF, wartość średnia obwiedni określonych przez lokalne maksima i minima jest równa zero.

Pierwszy warunek gwarantuje wąskie pasmo ortogonalnych filtrów użytych w procesie EMD. Drugi zapewnia, że chwilowa częstotliwość nie będzie podlegać żadnym niepożądanym wahaniom wywołanym przez asymetryczny kształt sygnału.

W implementacji EMD, wyodrębnia się następujące kroki:

– wyznaczenie lokalnych maksimów $s_{max}(t)$ sygnału $s(t)$ i połączenie ich krzywą stopnia trzeciego, która jest traktowana jako górna obwiednia wyrażona przez $e_g(t)$; określenie lokalnych minimów $s_{min}(t)$ i połączenie ich krzywą stopnia trzeciego, która jest traktowana jako dolna obwiednia wyrażona przez $e_d(t)$,
– obliczenie średniej wartości $m_1(t)$ obwiedni górnej i dolnej w każdym punkcie sygnału dyskretnego:

$$m_1(t) = \frac{e_g(t) + e_d(t)}{2} \tag{5.17}$$

– wyznaczenie w każdym punkcie sygnału odchylenia jego wartości od wartości średniej:

$$h_1(t) = s(t) - m_1(t) \tag{5.18}$$

Sprawdzenie, czy wyrażenie $h_1(t)$ określone przez (5.18) spełnia warunki (i) (ii), aby można je uznać za c_1; jeżeli $h_1(t)$ nie spełnia tych warunków, traktuje się je tak jak sygnał oryginalny $s(t)$ i powtarza się obliczenia aż do momentu gdy $h_1(t)$ spełni kryteria określone dla istotnej funkcji składowej c_1,

– usunięcie pierwszej IMF z sygnału oryginalnego $s(t)$ i wyliczenie składowej reszty $r_1(t)$:

$$r_1(t) = s(t) - h_1(t) \tag{5.19}$$

– potraktowanie $r_1(t)$ jako sygnału oryginalnego i powtórzenie powyższych obliczeń do momentu otrzymania drugiej $h_2(t)$, która spełnia warunki wymagane od IMF:

$$r_2(t) = r_1(t) - h_2(t) \tag{5.20}$$

– powtórzenie obliczeń n razy, aż do otrzymania c_n, czyli n-tej funkcji istotnej sygnału oraz reszty:

$$r_n(t) = r_{n-1}(t) - h_n(t) \tag{5.21}$$

Kryterium określające moment zatrzymania procesu wyodrębniania IMF zdefiniowane jest następująco:

$$0.2 < \sum_{t=0}^{T} \frac{\left|h_{i-1}(t) - h_i(t)\right|^2}{h_{i-1}^2(t)} < 0,3 \tag{5.22}$$

Ostatecznie, oryginalny sygnał $s(t)$ może być wyrażony jako:

$$s(t) = \sum_{i=1}^{n} h_i(t) + r_n(t) \tag{5.23}$$

Po wyznaczeniu wszystkich IMF do każdej z nich stosuje się transformację Hilberta:

$$H_j(t) = \frac{1}{\pi} P.V \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{c_j(t')}{t - t'} dt' \tag{5.24}$$

Symbol P.V oznacza wartość główną w sensie Cauchy'ego całki występującej w (5.24).

Analityczny sygnał $Y_j(t)$ określają zależności:

$$Y_j(t) = c_j(t) + iH_j(t) = A_j(t)e^{i\varphi_j(t)} \tag{5.25}$$

oraz

$$A_j(t) = \sqrt{c_j^2(t) + H_j^2(t)} \quad \varphi_j(t) = arctg\left(\frac{H_j(t)}{c_j(t)}\right) \tag{5.26}$$

Wąskie pasmo ortogonalnych filtrów użytych w procesie EMD powoduje, że każda IMF powinna zawierać dokładnie jedną składową częstotliwości. W rzeczywistości nie istnieje doskonały filtr ortogonalny, co powoduje, że niektóre zakłócenia często występują w bocznych pasmach głównej częstotliwości IMF. Dystrybucja energii sygnału może być oceniona z zależności:

$$r_i = \frac{\sqrt{A_i}}{\sum_{i=1}^{k}\sqrt{A_i}} \qquad i = 1, 2, ..., k \tag{5.27}$$

gdzie:

k – liczba IMF,

A_i – wartość bezwzględna składowej dominującej częstotliwości w i-tej IMF.

Dystrybucja energii sygnału dla drgań w obu kierunkach prostopadłych jest obliczana za pomocą wskaźników:

$$r_{ixy} = \frac{\sqrt{r_{ix}^2 + r_{iy}^2}}{\sum_{i=1}^{k}\sqrt{r_{ix}^2 + r_{iy}^2}} \qquad i = 1, 2, ..., k \tag{5.28}$$

gdzie:

r_{ix}, r_{iy} – wskaźniki dystrybucji energii sygnałów zebranych odpowiednio z kierunków x i y.

Porządkując wskaźniki dystrybucji energii r_{ixy} (i = 1, 2,...,k) według malejącego indeksu i, identyfikuje się główną IMF na podstawie warunku:

$$\sum_{i=1}^{N} r_{ixy} \geq \theta_r \tag{5.29}$$

gdzie:

θ_r – próg o wartości domyślnej 0,8.

W praktyce θ_r może przyjmować wartość z przedziału (0, 1). Im większy jest θ_r, tym większą liczbę funkcji IMF trzeba zebrać, aby skonstruować oczyszczony sygnał.

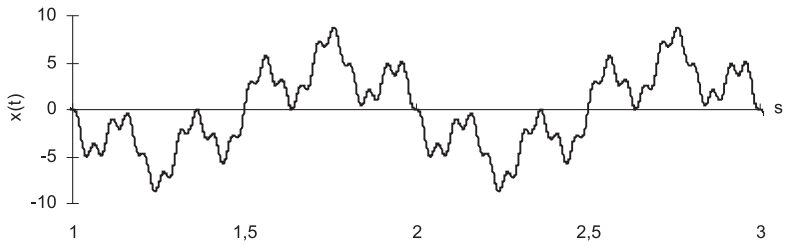
Dla celów diagnozowania maszyn jest rzeczą niezbędną, aby na podstawie przebiegu sygnału móc uzyskać nie tylko jego dokładny obraz w dziedzinie amplitudowo-częstotliwościowej, ale także dokonać wyodrębnienia składowych o największych amplitudach. Taką możliwość daje użycie zestawu filtrów z wąskim pasmem przepustowości. Jest to jednak zadanie pracochłonne, ponieważ brak jest zazwyczaj informacji, w jakim przedziale częstotliwości występują największe amplitudy drgań. Konieczne jest zatem działanie dwuetapowe. Najpierw trzeba dokonać transformacji Fouriera sygnału, a następnie, po uszeregowaniu wartości amplitud, dokonać jego analizy. Bardziej efektywnym jest działanie polegające na filtracji sygnału z jednoczesną jego analizą. Takie możliwości daje empiryczna dekompozycja modalna.

5.6. PORÓWNANIE EFEKTÓW WYKORZYSTANIA RÓŻNYCH TRANSFORMACJI SYGNAŁU

Zalety i wady wybranych narzędzi badania sygnału można ocenić na przykładzie analizy superpozycji trzech funkcji harmonicznych o różnych amplitudach, częstościach i kątach fazowych. Podejście takie, choć z pozoru trywialne, pozwala w sposób obrazowy porównać efekty zastosowania najważniejszych transformacji. Ograniczona liczba składowych sygnału upraszcza rozważania bez wpływu na ich ogólny charakter. Funkcja opisująca sygnał ma postać:

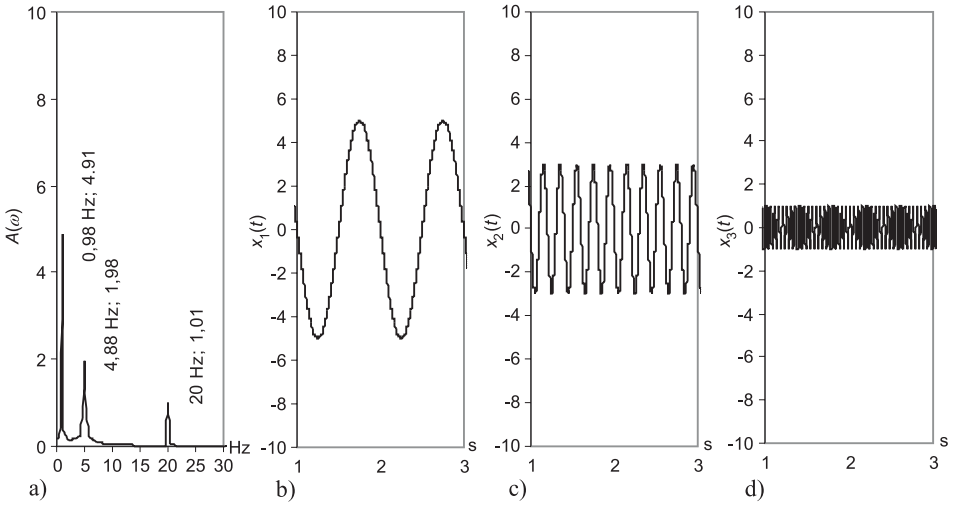
$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) = 5\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) + 3\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(40\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \qquad (5.30)$$

Przebieg czasowy sygnału jest pokazany na rysunku 5.3.



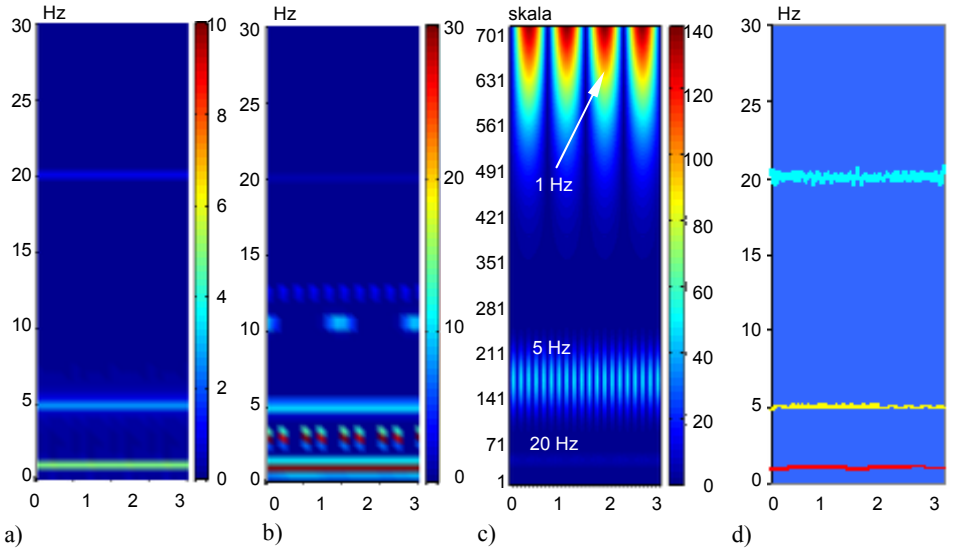
Rys. 5.3. Wynikowa postać sygnału (5.30)

Obraz transformaty Fouriera sygnału określonego równaniem (5.30) oraz jego składowe przedstawiają wykresy 5.4. Funkcje $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ są odpowiednio: pierwszym, drugim i trzecim składnikiem sygnału wynikowego.



Rys. 5.4. Obrazy: a) transformaty Fouriera sumy sygnałów, b) sygnału $x_1(t)$, c) sygnału $x_2(t)$, d) sygnału $x_3(t)$

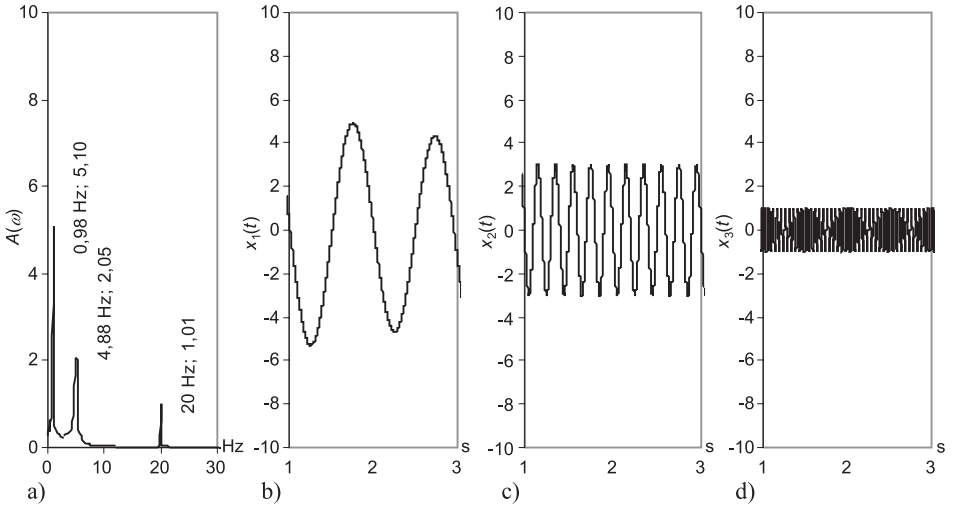
Rysunek 5.5 przedstawia rezultaty zastosowania krótkoczasowej transformacji Fouriera, transformacji Wignera-Ville'a, ciągłej transformacji falkowej opartej na falce bazowej Morleta oraz transformacji Hilberta-Huanga sygnału wyjściowego.



Rys. 5.5. Charakterystyka A-C sygnału uzyskana przy użyciu: a) krótkoczasowej transformacji Fouriera (STFT), b) transformacji Wignera-Ville'a, c) skalogramu współczynników ciągłej transformacji falkowej (CWT), d) transformacji Hilberta-Huanga

Porównanie obrazów transformat upoważnia do wyciągnięcia następujących wniosków:

– transformacja falkowa charakteryzuje się bardzo dobrą rozdzielczością w zakresie niskich częstotliwości; operowanie funkcją skali zamiast częstotliwością jest jednak kłopotliwe i mylące (rys. 5.5c);
– transformacja Wignera-Ville'a pozwala na uzyskanie lepszej rozdzielczości w dziedzinie częstotliwości niż dyskretna transformacja Fouriera; przekształcenie to powinno być stosowane wówczas, gdy istotną kwestią jest określenie gęstości mocy sygnału dla analizowanego zbioru częstotliwości (rys. 5.5b);
– krótkoczasowa transformacja Fouriera, poza dobrą rozdzielczością w dziedzinie częstotliwości, zapewnia korelację z sygnałem poddawanym analizie w zakresie wartości amplitud; amplitudy wyodrębnione w obrazie transformaty mają wartości porównywalne z wartościami amplitud sygnałów składowych; różnice są rezultatem zniekształcenia wynikającego z przyjętej w transformacji funkcji okna; dla okna prostokątnego amplitudy sygnału nie ulegają zmianie (rys. 5.5a);
– Empiryczna Dekompozycja Modalna charakteryzuje się zadowalającą rozdzielczością w dziedzinie częstotliwości (rys. 5.5d); otrzymywane przy jej zastosowaniu funkcje IMF są filtrowanymi przebiegami sygnału dla kolejnych częstotliwości (rys. 5.6b,c,d); ich synteza pozwala na dokładne odtworzenie przebiegu wyjściowego; można to dostrzec, porównując transformaty Fouriera (FFT) sygnału pierwotnego (rys. 5.4a) i sumy IMF (rys. 5.6a).



Rys. 5.6. Obraz: a) syntezy trzech pierwszych IMF empirycznej dekompozycji modalnej, b) funkcji istotnej dla częstotliwości 1 Hz, c) funkcji istotnej dla częstotliwości 5 Hz, d) funkcji istotnej dla częstotliwości 20 Hz

Dobre własności zarówno krótkoczasowej transformacji Fouriera, jak również EDM powodują, że posługiwanie się nimi w analizie sygnału jest w zasadzie wystarczające. Tylko te dwie metody oraz szybka transformacja Fouriera (FFT) są używane w pracy do badania charakteru drgań wirnika.

6. BEZFAZOWE METODY WYWAŻANIA WIRNIKÓW SZTYWNYCH

Algorytmy bezfazowych metod wyważania analizują różnicę wartości amplitud odpowiedzi układu na zmianę wielkości i położenia masy próbnej w jednej płaszczyźnie korekcji. Znajomość kąta fazowego drgań nie jest wówczas potrzebna. Zamiast drogich analizatorów sygnału wyposażonych w mierniki fazy można stosować proste przyrządy określające najczęściej wartość skuteczną prędkości drgań. Efektywność wyważania metodami bezfazowymi jest jednak niska. Pozwalają one przy tym korygować jedynie statyczne niewyważenie wirnika.

6.1. METODA WYWAŻANIA W CZTERECH URUCHOMIENIACH

Najprostsza z metod bezfazowych – technika czterech uruchomień – jest algorytmem opartym na algebrze wektorów. Jej zaletą jest możliwość wyważania wirników wolnoobrotowych. Obecnie, dla większości instrumentów wykorzystujących dokładne metody fazowe problem natury technicznej stwarza dopiero częstotliwość obrotowa wirnika mniejsza niż 0,25 Hz. Argument braku granicznej prędkości wyważania, przemawiający za stosowaniem metod bezfazowych, traci więc na znaczeniu.

Wyważanie wirnika sztywnego techniką czterech uruchomień składa się z następujących etapów:

1. pomiar wartości skutecznej dowolnego parametru drgań (przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie) niewyważonego wirnika; sposób stosowany przez autora daje lepsze efekty, bowiem uwzględnia w obliczeniach wektora niewyważenia, w miejsce wartości skutecznej, wartość amplitudy, będącej wynikiem filtrowania sygnału dla wąskiego pasma częstotliwości w otoczeniu częstotliwości obrotowej;
2. w płaszczyźnie korekcji wirnika umieszczana jest masa próbna, w dowolnym położeniu określonym względem znacznika, umownie przyjętego jako punkt początkowy; następuje pomiar identycznego jak w poprzednim przebiegu parametru drgań, przy tej samej prędkości obrotowej;
3. zmieniana jest lokalizacja masy próbnej na położenie określone kątem różniącym się o wartość π w stosunku do poprzednio zajmowanego; odległość masy próbnej od środka tarczy musi być zawsze taka sama. Wykonywany jest kolejny pomiar drgań wirnika;
4. na podstawie wyników pomiarów wykonanych w przebiegach 1-3 określane jest położenie masy wyważającej.

Korekcja niewyważenia wirnika polega na przyłożeniu do niego siły równoważącej siłę odśrodkową od niewyważenia:

$$\boldsymbol{F}_k = -\boldsymbol{F}_n \tag{6.1}$$

Wektor $\boldsymbol{F}_n$ ze względów oczywistych jest nieznany, natomiast znana jest amplituda N_n wektora $\boldsymbol{N}_n$, który jest odwzorowaniem wektora niewyważenia $\boldsymbol{F}_n$ na umownej płaszczyźnie zespolonej przyjętej do analizy:

$$\boldsymbol{N}_n = a_{11}\boldsymbol{F}_n \tag{6.2}$$

Równanie (6.2) może być wyrażone w inny sposób, wykorzystujący amplitudy wektorów oraz ich położenie zarówno na płaszczyźnie zespolonej, jak i płaszczyźnie wyważanej tarczy:

$$N_n e^{i\alpha_n} = a_{11} F_n e^{i\beta_n^*} \tag{6.3}$$

W związku (6.3) występują cztery niewiadome:

α_n – kąt położenia wektora $\boldsymbol{N}_n$ na płaszczyźnie zespolonej,
a_{11} – współczynnik wpływu,
F_n – moduł wektora niewyważenia $\boldsymbol{F}_n$,
β^*_n – kąt określający położenie wektora niewyważenia na płaszczyźnie korekcji wirnika.

Rozwiązanie problemu wyważania wirnika sprowadza się do wyznaczenia z równania (6.4) masy korygującej m_k oraz jej położenia β^*_k na płaszczyźnie korekcji:

$$N_n e^{i\alpha_n} = a_{11} m_k \Omega^2 r_p e^{-i\beta_n^*} \tag{6.4}$$

Przyjęto, że promienie lokalizacji masy próbnej m_p i korygującej m_k na płaszczyźnie korekcji są jednakowe ($r_k = r_p$). Pomiar amplitudy drgań niewyważonego wirnika w metodzie bezfazowej pozwala określić jedynie moduł N_n wektora $\boldsymbol{N}_n$. Dodanie znanej masy próbnej m_p na znanym kącie β^*_p, odmierzanym na płaszczyźnie tarczy wirnika od położenia umownie przyjętego jako początkowe, definiuje wektor $\boldsymbol{F}_p$:

$$\boldsymbol{F}_p = m_p \Omega^2 r_p e^{i\beta_p^*} \tag{6.5}$$

oraz N_{np} – moduł wektora $\boldsymbol{N}_{np}$ – odwzorowania na płaszczyźnie zespolonej efektu superpozycji wektorów $\boldsymbol{F}_n$, $\boldsymbol{F}_p$. Zachodzi wówczas zależność:

$$\boldsymbol{N}_p = a_{11} \boldsymbol{F}_p \tag{6.6}$$

której lewa strona jest nieznana. Wobec tego zastąpiono wektor $\boldsymbol{N}_p$ wektorami o znanych modułach:

$$\boldsymbol{N}_p = \left(\boldsymbol{N}_{np} - \boldsymbol{N}_n\right) = a_{11} \boldsymbol{F}_p \tag{6.7}$$

oraz po przemieszczeniu masy próbnej o kąt π:

$$-\boldsymbol{N}_p = \left(\boldsymbol{N}'_{np} - \boldsymbol{N}_n\right) = -a_{11} \boldsymbol{F}_p \tag{6.8}$$

Można zatem zapisać:

$$N_{np} e^{i\alpha_{np}} - N_n e^{i\alpha_n} = a_{11} m_p \Omega^2 r_p e^{i\beta_p^*} \tag{6.9}$$

Przełożenie masy próbnej z kąta β^*_p na kąt $\beta^*_p + \pi$ dołącza do równania (6.9) kolejny związek:

$$N'_{np} e^{i\alpha'_{np}} - N_n e^{i\alpha_n} = a_{11} m_p \Omega^2 r_p e^{i\left(\beta_p^* + \pi\right)} = -a_{11} m_p \Omega^2 r_p e^{i\beta_p^*} \tag{6.10}$$

Równania (6.9) oraz (6.10) pozwalają na jednoznaczne wyznaczenie masy korygującej:

$$m_k = \frac{m_p}{\sqrt{\dfrac{N_{np}^2 - 2N_n^2 + \left(N'_{np}\right)^2}{2N_n^2}}} \tag{6.11}$$

W przypadku kątów lokalizacji masy występuje niejednoznaczność, bowiem z rozwiązania równań wektorowych otrzymuje się dwie wartości:

$$\beta_n^* = \arccos\left(\frac{N_{np}^2 - \left(N'_{np}\right)^2}{2N_n\sqrt{2[N_{np}^2 - 2N_n^2 + \left(N'_{np}\right)^2]}}\right) - \beta_p^* \tag{6.12}$$

oraz

$$\beta_n^* = 2\pi - \arccos\left(\frac{N_{np}^2 - \left(N'_{np}\right)^2}{2N_n\sqrt{2[N_{np}^2 - 2N_n^2 + \left(N'_{np}\right)^2]}}\right) - \beta_p^* \tag{6.13}$$

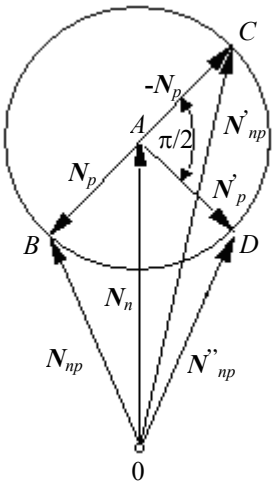
Masa korygująca o wielkości równej masie niewyważenia tarczy powinna zostać dołączona do wirnika na kątach przeciwnych do określonych zależnościami (6.12) lub (6.13):

$$\beta_k^* = \beta_n^* + \pi \tag{6.14}$$

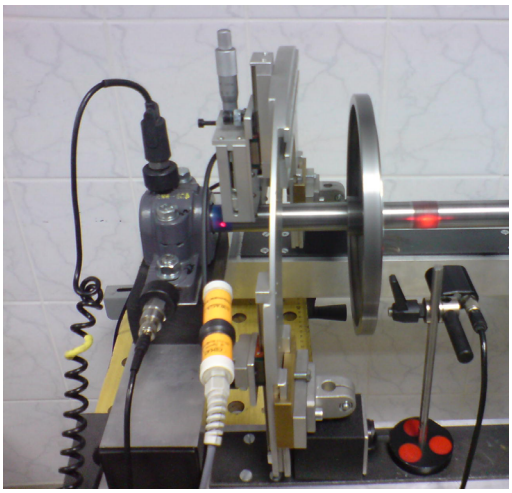
W czwartym uruchomieniu okazuje się, które położenie masy korygującej jest właściwe. Spadek amplitudy drgań po założeniu masy korygującej na kącie (6.12) oznacza, że jego wybór był właściwy. Wzrost amplitudy drgań dowodzi, że miejscem lokalizacji niewyważenia jest kąt określony wyrażeniem (6.13) i masę korygującą należy wówczas przełożyć w to miejsce.

U podstaw metody wyważania w czterech uruchomieniach leży założenie, że wektory odpowiedzi układu na działanie siły od niewyważenia wywołanego zawieszeniem masy próbnej – wektor $\boldsymbol{N}_p$ – oraz po przewieszeniu masy próbnej o kąt π – wektor $-\boldsymbol{N}_p$ – mają jednakowe moduły i przeciwne zwroty, oraz leżą na jednej prostej działania. Warunek ten choć słuszny teoretycznie, w praktyce jest trudny do zaimplementowania z uwagi na błędy pomiaru popełniane przy określaniu wektorów $\boldsymbol{N}_n$, $\boldsymbol{N}_{np}$ i $\boldsymbol{N}_{np}'$ (rys. 6.1).

Stanowisko wykorzystane do wyważania metodami bezfazowymi przedstawia rysunek 6.2. Skoro wiadomo, że metoda czterech uruchomień pozwala na wyważanie jednopłaszczyznowe, obecność dwóch czujników drgań oraz miernika fazy może być myląca. Wynika ona z faktu, że rezultat wyważania tą metodą był w trakcie eksperymentu weryfikowany przy użyciu algorytmu określającego macierz współczynników wpływu.



Rys. 6.1. Układ wektorów drgań przyjmowany w metodzie czterech uruchomień



Rys. 6.2. Widok stanowiska pomiarowego użytego dla oceny efektywności wyważania metodami bezfazowymi

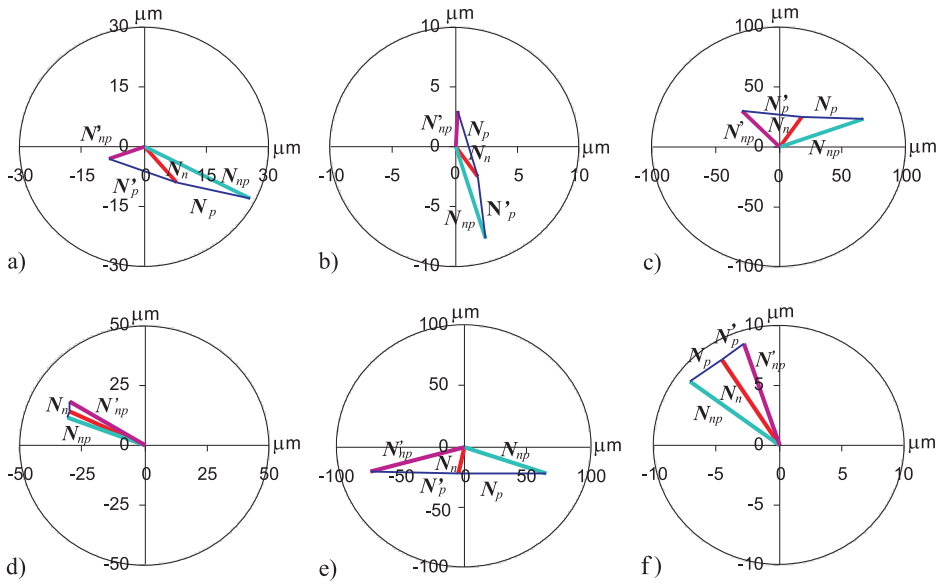
Próbę wyważania wirnika sztywnego w czterech uruchomieniach przeprowadzono przy częstotliwości obrotowej 10 Hz, rejestrując jednocześnie parametry drgań dla potrzeb metody fazowej. Wyniki analizy efektów zastosowania obydwu metod zestawiono w tabeli 6.1. Układy wektorów $\boldsymbol{N}_n$, $\boldsymbol{N}'_n$, $\boldsymbol{N}_{np}$ i $\boldsymbol{N}'_{np}$ dla poszczególnych przypadków wyważania przedstawione są na rysunkach 6.3.

Tabela 6.1. Porównanie wyników prób wyważania metodami macierzy współczynników wpływu oraz w czterech uruchomieniach

Kierunek pomiaru	Metoda macierzy współczynników wpływu		Metoda wyważania w czterech uruchomieniach	
	masa korekcyjna (g)	kąt korekcji (deg)	masa korekcyjna (g)	kąt korekcji (deg)
P_1 (1H)	6,6	145	6,7	153
P_2 (1V)	5,7	208	5,7	209
P_3 (2H)	6,3	239	6,4	239
P_4 (2V)	143	88	40	83
P_5 (3H)	3,2	82	3,2	80
P_6 (3V)	27	80	29	90

Zestawione w tabeli 6.1 wyniki obliczeń wartości oraz położenia mas korekcyjnych odnoszą się do przypadków wyważania wirnika sztywnego w jednej płaszczyźnie korekcji oraz sześciu kierunkach pomiarowych. Przeprowadzenie tylu niezależnych przebiegów wyważania miało na celu określenie różnic pomiędzy efektami uzyskiwanymi przy użyciu metody czterech uruchomień, dla różnych kierunków pomiaru (pion, poziom), oraz przy zmianie odległości płaszczyzny pomiarowej od tarczy stanowiącej płaszczyznę korekcji. Wielkości mas korekcyjnych oraz kątów określających ich położenia na płaszczyźnie korekcji, uzyskane podczas wyważania metodą czterech uruchomień, porównano z wynikami, jakie w tych

przypadkach daje metoda fazowa. Okazuje się, że są one zbliżone dla wszystkich kierunków pomiarowych z wyjątkiem kierunku P_4 (2V), w którym obserwowano największą różnicę pomiędzy wektorami $\boldsymbol{N}_p$ oraz $\boldsymbol{N}_p$'. Dotyczyła ona zarówno wartości ich modułów, jak i argumentów stanowiących wykładnię współliniowości wektorów. Drgania w kierunku P_4 są wynikiem jednocześnie występującego w układzie niewyważenia tarczy oraz niewspółosiowości wałów silnika i wirnika w płaszczyźnie pionowej. Można zauważyć, że dla danego niewyważenia wartości mas korekcyjnych wyliczonych na podstawie pomiarów drgań we wszystkich kierunkach wyważania, poza kierunkiem P_4, nie przekraczają 7 g. Obliczenia oparte na pomiarze drgań w kierunku P_4 dyktują masę korygującą o wartość 143 g przy metodzie macierzy współczynników wpływu oraz 40 g dla metody czterech uruchomień.



Rys. 6.3. Układy wektorów drgań otrzymywane dla kolejnych prób wyważania w kierunkach: a) P_1, b) P_2, c) P_3, d) P_4, e) P_5, f) P_6. Oznaczenia wektorów są zgodne z konwencją przedstawioną na rysunku 6.1.

Efektywność wyważania wirnika metodą czterech uruchomień okazała się zaskakująco wysoka. Nie oznacza to bynajmniej, że metoda ta znajdzie większe zastosowanie praktyczne w warunkach ogólnej dostępności analizatorów drgań wyposażonych w miernik fazy. Wynik eksperymentu uzmysławia jednak możliwość stosunkowo dokładnego wyważenia statycznego wirnika nawet w warunkach warsztatowych, gdy wykorzysta się w obliczeniach wartość amplitudy drgań o częstotliwości obrotowej wirnika. Testem wiarygodności otrzymywanych wyników może być porównanie wektorów $\boldsymbol{N}_p$ oraz $\boldsymbol{N}_p$', tak jak to przedstawiono na rysunku 6.3. Jeżeli moduły wektorów są w każdym przebiegu zbliżone, a różnica argumentów jest bliska π, należy uznać wynik obliczeń masy korygującej i jej położenia na płaszczyźnie korekcji za wiarygodny.

Ostatecznym kryterium weryfikacji efektywności użytej metody jest stosunek wartości wybranego parametru drgań zmierzonego przed procesem wyważania oraz po

jego zakończeniu. Jeżeli wartość amplitudy w częstotliwości obrotowej lub wartość skutecznej w mierzonym paśmie częstotliwości zmniejszy się co najmniej trzykrotnie, można uznać efekt wyważania jako zadowalający. Niekiedy uzyskiwany jest rezultat w postaci dziesięciokrotnego zmniejszenia wartości amplitudy prędkości drgań lub przemieszczenia dla częstotliwości obrotowej. Wadą metody czterech uruchomień jest również większa liczba wymaganych przebiegów wyważania niż w metodzie fazowej. Dla algorytmu opartego na macierzy współczynników wpływu i jednej płaszczyźnie korekcji, do wyważenia tarczy wystarczą dwa przebiegi. Dysponując bazą danych zawierającą macierz współczynników wpływu, liczbę uruchomień ogranicza się do jednego, bowiem wielkość niewyważenia tarczy określa się, mierząc parametry drgań wirnika bez jego zatrzymania.

6.2. METODA WYWAŻANIA Z FUNKCJĄ OPTYMALIZACJI

Amplitudę Y drgań wirnika w płaszczyźnie pomiarowej, wielkość masy próbnej X_2 oraz kąt jej lokalizacji na wirniku X_1 można ująć w związek strukturalny mający postać wykładniczą:

$$Y_m = a_0 X_1^{a_1} X_2^{a_2} \tag{6.15}$$

W celu wyznaczenia wartości parametrów a_0, a_1, a_2 należy dokonać linearyzacji zależności (6.15):

$$\ln\left(Y_m\right) = \ln\left(a_0\right) + a_1 \ln\left(X_1\right) + a_2 \ln\left(X_2\right) \tag{6.16}$$

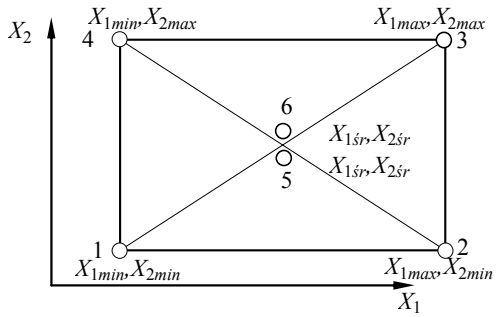
Związek (6.16) może być przekształcony do postaci:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 \tag{6.17}$$

poprzez podstawienia:

$$\begin{aligned} &b_0 = \ln\left(a_0\right), \quad b_1 = a_1, \quad b_2 = a_2 \\ &y = \ln\left(Y_m\right), \quad x_1 = \ln\left(X_1\right), \quad x_2 = \ln\left(X_2\right) \end{aligned} \tag{6.18}$$

Parametry b_0, b_1, b_2 równania (6.17) są wyznaczane metodą najmniejszych kwadratów dla liczby uruchomień równej ich podwojonej ilości.



Rys. 6.4. Schemat kolejności uruchomień wirnika w trakcie procesu wyważania

Kolejność uruchomień przedstawiona na rysunku 6.4 zapewnia lepszą dokładność obliczeń z tytułu mniejszej wrażliwości na błędy pomiaru. Cztery uruchomienia, wykonywane z minimalnymi i maksymalnymi wartościami mas próbnych i kątów ich lokalizacji, są schematycznie umieszczone w narożnikach diagramu (rys. 6.4). Dwa pozostałe, odbywają się z wartościami X_{1sr} i X_{2sr} , które są średnią geometryczną:

$$X_{1sr} = \sqrt{X_{1\min} \cdot X_{1\max}} \qquad X_{2sr} = \sqrt{X_{2\min} \cdot X_{2\max}} \tag{6.19}$$

Na podstawie równania (6.17) oraz wyników pomiarów amplitud drgań w kolejnych uruchomieniach otrzyma się układ równań:

$$\begin{aligned} &y_1 = b_0 + b_1 x_{1\min} + b_2 x_{2\min} \quad y_2 = b_0 + b_1 x_{1\max} + b_2 x_{2\min} \quad y_3 = b_0 + b_1 x_{1\max} + b_2 x_{2\max} \\ &y_4 = b_0 + b_1 x_{1\min} + b_2 x_{2\max} \quad y_5 = b_0 + b_1 x_{1sr} + b_2 x_{2sr} \quad y_6 = b_0 + b_1 x_{1sr} + b_2 x_{2sr} \end{aligned} \tag{6.20}$$

W zapisie macierzowym, zależność (6.20) może być przedstawiona jako:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}\boldsymbol{b} \tag{6.21}$$

Tutaj $\boldsymbol{y} = \left[y_1 \;\; y_2 \;\; y_3 \;\; y_4 \;\; y_5 \;\; y_6 \right]^T$ jest wektorem, którego składowe są logarytmami naturalnymi amplitud drgań mierzonych w płaszczyźnie pomiarowej. W równaniu (6.21) $\boldsymbol{x}$ jest macierzą o rozmiarze 6x3, czyli nie jest macierzą kwadratową. Układ równań (6.20) jest więc nadokreślony, nie posiada jednoznacznego rozwiązania. Można znaleźć jego pseudorozwiązanie w sensie najmniejszych kwadratów:

$$\boldsymbol{b} = \left(\boldsymbol{x}^T \boldsymbol{x} \right)^{-1} \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{y} \tag{6.22}$$

Na podstawie siedmiu kolejnych pomiarów amplitudy przemieszczenia niewyważonego wirnika zgodnie ze schematem 6.4 otrzymano wyniki, które zostały zestawione w tabeli 6.2.

Tabela 6.2. Wartości amplitud prędkości drgań przy rozkładzie mas próbnych wg schematu z rysunku 6.4

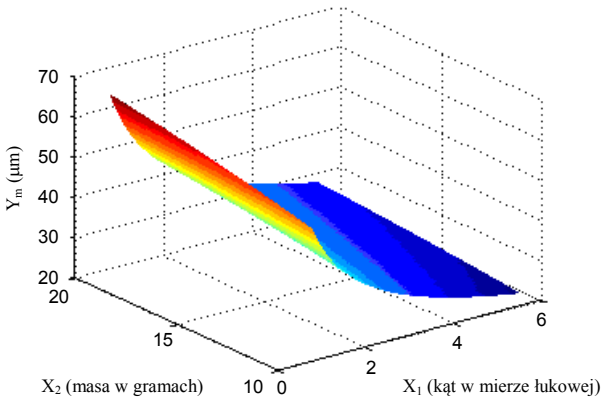
Nr próby		kąt X_1 (deg)	masa X_2 (g)	Y_0 (μm)	Nr próby		kąt X_1 (deg)	masa X_2 (g)	Y_0 (μm)
0	X_1	-	-	27					
	X_2								
1	X_{1min}	45	10	38	4	X_{1min}	45	20	58
	X_{2min}					X_{2max}			
2	X_{1max}	315	10	21	5	X_{1sr}	119	14,1	57
	X_{2min}					X_{2sr}			
3	X_{1max}	315	20	20	6	X_{1sr}	119	14,1	58
	X_{2max}					X_{2sr}			

Wyznaczenia wielkości masy korygującej oraz jej położenia kątowego na płaszczyźnie korekcji można dokonać poprzez minimalizację funkcji:

$$Y_m = a_0 X_1^{a_1} X_2^{a_2} \tag{6.23}$$

Jej wykres pokazany jest na rysunku 6.5. Przedstawiony sposób wyznaczania położenia i wartości masy korygującej jest oparty na algorytmie zaproponowanym

przez Hassana [69]. Zachowując istotę metody, dokonano w niej zmiany polegającej na potraktowaniu optymalizacji funkcji (6.23) jako typowego zagadnienia optymalizacji z ograniczeniami, podczas gdy oryginalnie stosowana jest optymalizacja bez ograniczeń, wymagająca zastąpienia zmiennej X_i zmienną Z_i określoną wyrażeniem $Z_i = \{(X_i - X_{i\min})/(X_{i\max} - X_{i\min})\}$.



Rys. 6.5. Wykres minimalizowanej funkcji określonej zależnością (6.23)

Jako narzędzia do minimalizacji wyrażenia (6.23) użyto zawartej w bibliotece platformy MATLAB procedury FMINCON. Wywołanie jej odbywa się z parametrami aktualnymi, które określają postać minimalizowanej funkcji oraz przedziały zmiennych X_1, X_2, w których funkcja jest poddana optymalizacji. Wyniki obliczeń określają wartość masy korygującej 10 g oraz kąt korekcji 315°.

Dokładność tej metody budzi wątpliwości z następujących względów:

– potęgowa postać funkcji aproksymującej nie jest w stanie zapewnić dobrego przybliżenia; funkcja, dla wyliczonych współczynników a_0 = 25,8120, a_1 = –0,4261, a_2 = 0,2647 przyjmuje w punktach (1-6) wartości 52,6(38), 23(21), 27,6(20), 63,2(58), 38,1(57), 38,1(58); w nawiasach podane są wyniki pomiarów;
– wyliczona masa korygująca 10 g dołączona do tarczy na kącie 315° spowodowała zmniejszenie amplitudy przemieszczenia do wartości 21 μm, podczas gdy wyznaczona metodą macierzy współczynników wpływu masa korygująca 29 g dodana na kącie 267° pozwoliła na zmniejszenie amplitudy przemieszczenia do wartości 2,9 μm.

Ten sposób wyważania został opisany w literaturze naukowej stosunkowo niedawno. Jego weryfikacja doświadczalna, przeprowadzona dla wielu przypadków rozkładu niewyważenia, nie dała zadowalających rezultatów w zakresie uzyskania za każdym razem wymaganej dobroci wyważenia wirnika. Kolejną wadą metody jest to, że wymaga ona sześciu uruchomień, co faktycznie wyklucza jej praktyczne zastosowanie.

7. FAZOWE METODY WYWAŻANIA WIRNIKA SZTYWNEGO

Obecnie powszechnie stosowanym sposobem wyważania wirników sztywnych jest metoda współczynników wpływu (ICM – *Influence Coefficient Method*). Szereg źródeł [98-100] wskazuje na możliwość adaptacji algorytmu holospectrum (HM – *Holospectrum Method*), wymyślonego dla potrzeb wyważania wirnika giętkiego, do wyważania wirnika sztywnego.

Schemat obliczeniowy ICM zakłada, że odpowiedź wirnika na wymuszenie wywołane jego niewyważeniem jest proporcjonalna do wielkości wymuszenia. Przystępując do wyważania, należy zmierzyć amplitudę i kąt fazowy wybranego parametru drgań. W kolejnych uruchomieniach wyznaczane są różnice amplitudy i fazy tego parametru, po dołączeniu w płaszczyznach korekcji znanych mas próbnych. Tym sposobem badana jest wrażliwość układu na wymuszenia, co pozwala obliczyć wielkości i położenia mas korygujących. Dla wszystkich uruchomień wirnika jego prędkość obrotowa w trakcie pomiarów musi być stała.

Efektywność algorytmu o takich ograniczeniach badali Thearle [161] i Baker [7]. Jego udoskonalenie polegające na zastosowaniu metody najmniejszych kwadratów do optymalizacji procesu wyważania było efektem prac Goodmana [61]. Metoda jest stosunkowo prosta i daje zadowalające wyniki w przypadku wyważania wirników sztywnych, dlatego czyniono próby adaptacji macierzy współczynników wpływu do wyważania wirników giętkich. Tym zagadnieniem zajmowali się Lund i Tonneson [107] oraz Tessarzik, Badgley i Anderson [159, 160]. Pilkey, Bailey i Smith [129] wykorzystali techniki programowania liniowego przy wyznaczaniu wielkości i położenia mas korygujących. Pilkey i Bailey [128], opierając się na rozwiązaniach równań wynikających z nałożonych na układ więzów, wyznaczali optymalne położenia płaszczyzn korekcji. Interesujące rezultaty badań oraz rozważań analitycznych odnoszące się do wyważania metodą współczynników wpływu zostały podane przez Darlowa [36].

Elementy wirnika charakteryzują się zazwyczaj symetrią kształtu, w przeciwieństwie do sztywności podparcia wykazującej z reguły cechy anizotropii. Źródłem asymetrycznej podatności wirnika może być również pęknięcie wału [79, 82]. Kang, Liu, Sheen oraz Wang [80, 81] zaproponowali, aby wykorzystać jako parametr przy wyważaniu wektor określający precesję współbieżną w przypadku występowania anizotropii w układzie, gdy tor ruchu środka masy wirnika jest elipsą. Konwencjonalna metoda wyważania oparta na macierzy współczynników wpływu nie uwzględnia efektów wynikających z anizotropii wewnętrznej i zewnętrznej wirnika, co siłą rzeczy ma wpływ na poprawność obliczeń warunków korekcji. Dlatego podejmowane są próby opracowania ogólnego algorytmu opartego na analizie modalnej [68].

W danej płaszczyźnie pomiarowej, w przypadku występowania silnej anizotropowości sztywności, masa korekcyjna zmniejsza amplitudę parametru drgań w jednym kierunku, zwiększając jednocześnie wartość amplitudy w kierunku prostopadłym. Rozwiązaniem powstającego wówczas problemu może być optymalizacja wyważania w danej płaszczyźnie pomiarowej w obu kierunkach. Zamysł ten wykorzystuje technika holospectrum [134], umożliwiając określenie niewyważenia wirnika na podstawie pomiaru względnego przemieszczenia wału w dwóch prostopadłych kierunkach. Choć od momentu sformułowania podstaw teoretycznych metody minęło ponad dwadzieścia lat, jest to nadal sposób mało znany i niedostatecznie sprawdzony w praktyce.

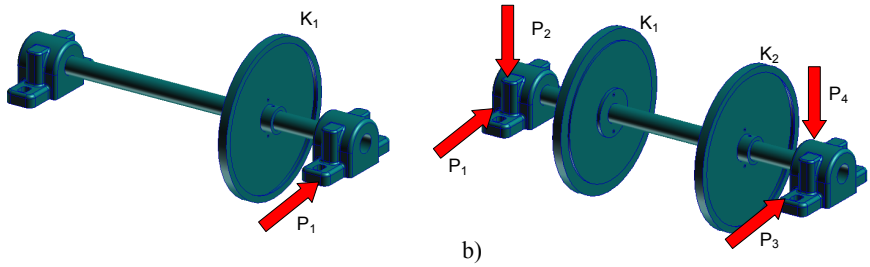
7.1. METODA WSPÓŁCZYNNIKÓW WPŁYWU

Algorytm obliczeniowy metody współczynników wpływu przedstawiany w literaturze [108] jest ograniczony zazwyczaj do wyważania w jednej lub dwóch płaszczyznach. Faktycznie można go uogólnić na przypadek wielu płaszczyzn korekcji. Wymaga to szczegółowego omówienia.

U podstaw metody leży założenie, że pomiędzy wektorem niewyważenia $\boldsymbol{F}_n$ a wektorem drgań $\boldsymbol{N}_n$ jako odpowiedzi układu na wymuszenie istnieje zależność liniowa:

$$\boldsymbol{N}_n = \boldsymbol{A}\boldsymbol{F}_n \tag{7.1}$$

Elementami macierzy $\boldsymbol{A}$ są tzw. współczynniki wpływu. Każdy z nich określa odpowiedź wirnika w j-tym kierunku pomiaru na wymuszenie działające w i-tej płaszczyźnie korekcji.



Rys. 7.1. Schemat wirnika: a) z płaszczyzną korekcji K_1 dla kierunku wyważania P_1, b) z płaszczyznami korekcji K_1, K_2 i kierunkami pomiaru drgań P_1-P_4

Najprostszym przypadkiem wyważania wirnika w łożyskach własnych jest wyważanie statyczne (rys. 7.1a) przeprowadzane w jednej płaszczyźnie korekcji $\boldsymbol{K}_i \ (i=1)$ przy pomiarach parametrów drgań wirnika w jednym kierunku $\boldsymbol{P}_j \ (j=1)$. Rozmiar $i \times j$ macierzy współczynników wpływu wynosi wówczas jeden.

Chociaż wektor drgań jest określony w trakcie pierwszego uruchomienia, to nieznajomość macierzy współczynników wpływu nie pozwala na rozwiązanie równania:

$$-\boldsymbol{F}_k = \boldsymbol{F}_n = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{N}_n \tag{7.2}$$

i wyznaczenie wektora korekcji:

$$\boldsymbol{F}_k = m_k \omega^2 r_k e^{i\beta_k} \tag{7.3}$$

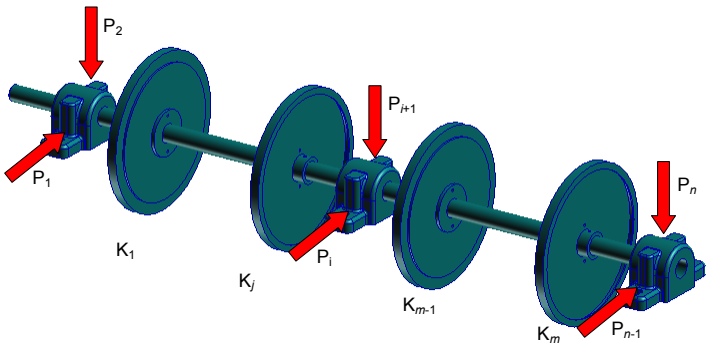
Tutaj:

- m_k – masa korygująca,
- ω – prędkość kątowa wirnika,
- r_k – promień na którym dołączana jest masa korygująca,
- β_k – kąt mierzony od znacznika fazy, określający położenie masy korygującej w płaszczyźnie korekcji.

Aby wyznaczyć macierz $\boldsymbol{A}$, niezbędne są kolejne uruchomienia wirnika po dołączeniu mas próbnych o znanej wielkości i lokalizacji na płaszczyźnie korekcji. Liczba uruchomień jest równa liczbie płaszczyzn korekcji. Wyznaczone w ten sposób współ-

czynniki wpływu tworzą macierz nieosobliwą i rozwiązanie równania (7.2) staje się możliwe.

Klasyczna technika wyważania dynamicznego oparta jest na pomiarach drgań w dwóch płaszczyznach pomiarowych oraz dołączaniu mas w dwóch płaszczyznach korekcji (rys. 7.1b). Istota metody współczynników wpływu zapewnia osiągnięcie prawidłowego rezultatu wyważania w miejscach wykonywania pomiarów. Dla wirników o krótkich wałach i niewielkiej odległości płaszczyzn korekcji od płaszczyzn pomiarowych efektywność wyważania wirnika jest wystarczająca. Dla wirnika o długim wale, łączonym z wałem silnika sprzęgłem lub przy występowaniu anizotropii zewnętrznej układu, właściwym sposobem podejścia do problemu wyważania wirnika sztywnego jest technika stosowana przez autora. Polega ona na takim doborze wartości lokalizacji mas korekcyjnych, aby wartości amplitud drgań w wybranych kierunkach pomiaru były najmniejsze. W szczególności można założyć optymalizację parametrów drgań we wszystkich kierunkach pomiaru. Przy określonej ilości płaszczyzn korekcji i dowolnej liczbie płaszczyzn pomiarowych (rys. 7.2) macierz współczynników wpływu nie jest macierzą kwadratową.



Rys. 7.2. Wirnik o n kierunkach pomiarowych i m płaszczyznach korekcji

Pomiędzy wektorami drgań w każdym kierunku pomiaru a wektorami niewyważenia w poszczególnych płaszczyznach korekcji zachodzą związki:

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{N}_{(n)1} = a_{11}\boldsymbol{F}_{(n)1} + \ldots + a_{1j}\boldsymbol{F}_{(n)j} + a_{1m}\boldsymbol{F}_{(n)m} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{N}_{(n)i} = a_{i1}\boldsymbol{F}_{(n)1} + \ldots + a_{ij}\boldsymbol{F}_{(n)j} + a_{im}\boldsymbol{F}_{(n)m} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{N}_{(n)n} = a_{n1}\boldsymbol{F}_{(n)1} + \ldots + a_{nj}\boldsymbol{F}_{(n)j} + a_{nm}\boldsymbol{F}_{(n)m}
\end{aligned}
\tag{7.4}
$$

Można je również wyrazić w skróconej postaci, stosując umowę sumacyjną Einsteina (sumowanie według powtarzających się wskaźników):

$$
\mathbf{N}_{(n)i} = a_{ij}\mathbf{F}_{(n)j} \equiv \sum_{j=1}^{m} a_{ij}\mathbf{F}_{(n)j} \tag{7.5}
$$

Dołączając masę próbną w kolejnych płaszczyznach korekcji, można wyznaczyć wektory drgań w pierwszym kierunku pomiaru:

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{N}_{(np)11} = a_{11}\boldsymbol{F}_{(np)1} + \ldots + a_{1j}\boldsymbol{F}_{(n)j} + a_{1m}\boldsymbol{F}_{(n)m} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{N}_{(np)1j} = a_{11}\boldsymbol{F}_{(n)1} + \ldots + a_{1j}\boldsymbol{F}_{(np)j} + a_{1m}\boldsymbol{F}_{(n)m} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{N}_{(np)1m} = a_{11}\boldsymbol{F}_{(n)1} + \ldots + a_{1j}\boldsymbol{F}_{(n)j} + a_{1m}\boldsymbol{F}_{(np)m}
\end{aligned}
\tag{7.6}
$$

W i-tym kierunku pomiarowym zależność (7.6) można wyrazić następująco:

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{N}_{(np)i1} = a_{i1}\boldsymbol{F}_{(np)1} + \ldots + a_{ij}\boldsymbol{F}_{(n)j} + a_{im}\boldsymbol{F}_{(n)m} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{N}_{(np)ij} = a_{i1}\boldsymbol{F}_{(n)1} + \ldots + a_{ij}\boldsymbol{F}_{(np)j} + a_{im}\boldsymbol{F}_{(n)m} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{N}_{(np)im} = a_{i1}\boldsymbol{F}_{(n)1} + \ldots + a_{ij}\boldsymbol{F}_{(n)j} + a_{im}\boldsymbol{F}_{(np)m}
\end{aligned}
\tag{7.7}
$$

Tym samym, w n-tym kierunku jej postać określają równania (7.8):

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{N}_{(np)n1} = a_{n1}\boldsymbol{F}_{(np)1} + \ldots + a_{nj}\boldsymbol{F}_{(n)j} + a_{nm}\boldsymbol{F}_{(n)m} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{N}_{(np)nj} = a_{n1}\boldsymbol{F}_{(n)1} + \ldots + a_{nj}\boldsymbol{F}_{(np)j} + a_{nm}\boldsymbol{F}_{(n)m} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{N}_{(np)nm} = a_{n1}\boldsymbol{F}_{(n)1} + \ldots + a_{nj}\boldsymbol{F}_{(n)j} + a_{nm}\boldsymbol{F}_{(np)m}
\end{aligned}
\tag{7.8}
$$

Odejmując związki z grupy o indeksie 1 w równaniach (7.4) od (7.6) otrzymano:

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{N}_{(np)11} - \boldsymbol{N}_{(n)1} = a_{11}\left(\boldsymbol{F}_{(np)1} - \boldsymbol{F}_{(n)1}\right) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{N}_{(np)1j} - \boldsymbol{N}_{(n)1} = a_{1j}\left(\boldsymbol{F}_{(np)j} - \boldsymbol{F}_{(n)j}\right) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{N}_{(np)1m} - \boldsymbol{N}_{(n)1} = a_{1m}\left(\boldsymbol{F}_{(np)m} - \boldsymbol{F}_{(n)m}\right)
\end{aligned}
\tag{7.9}
$$

Analogicznie przez odjęcie grup związków o indeksie i równań (7.4) od (7.7) powstaje układ (7.10):

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{N}_{(np)i1} - \boldsymbol{N}_{(n)i} = a_{i1}\left(\boldsymbol{F}_{(np)1} - \boldsymbol{F}_{(n)1}\right) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{N}_{(np)ij} - \boldsymbol{N}_{(n)i} = a_{ij}\left(\boldsymbol{F}_{(np)j} - \boldsymbol{F}_{(n)j}\right) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{N}_{(np)im} - \boldsymbol{N}_{(n)i} = a_{im}\left(\boldsymbol{F}_{(np)m} - \boldsymbol{F}_{(n)m}\right)
\end{aligned}
\tag{7.10}
$$

Odjęcie grupy związków o indeksie n równań (7.4) od (7.8) prowadzi do zależności:

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{N}_{(np)n1} - \boldsymbol{N}_{(n)n} = a_{n1}\left(\boldsymbol{F}_{(np)1} - \boldsymbol{F}_{(n)1}\right) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{N}_{(np)nj} - \boldsymbol{N}_{(n)n} = a_{nj}\left(\boldsymbol{F}_{(np)j} - \boldsymbol{F}_{(n)j}\right) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{N}_{(np)nm} - \boldsymbol{N}_{(n)n} = a_{nm}\left(\boldsymbol{F}_{(np)m} - \boldsymbol{F}_{(n)m}\right)
\end{aligned} \tag{7.11}$$

Różnice:

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{F}_{(np)1} - \boldsymbol{F}_{(n)1} = \boldsymbol{F}_{(p)1} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{F}_{(np)j} - \boldsymbol{F}_{(n)j} = \boldsymbol{F}_{(p)j} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{F}_{(np)m} - \boldsymbol{F}_{(n)m} = \boldsymbol{F}_{(p)m}
\end{aligned} \tag{7.12}$$

wyrażają wektory sił działających na masy próbne $\boldsymbol{F}_{(p)1},\ldots,\boldsymbol{F}_{(p)j},\ldots,\boldsymbol{F}_{(p)m}$. Posługując się (7.9)-(7.11) oraz (7.12), otrzymano:

$$a_{ij} = \frac{\boldsymbol{N}_{(np)ij} - \boldsymbol{N}_{(n)i}}{\boldsymbol{F}_{(p)j}} \tag{7.13}$$

Macierz współczynników wpływu dla wirnika o n kierunkach pomiaru i m płaszczyznach korekcji jest zbudowana w następujący sposób:

$$\boldsymbol{A}_{n\times m} = \begin{vmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1j} & \ldots & a_{1m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{i1} & \ldots & a_{ij} & \ldots & a_{im} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & \ldots & a_{nj} & \ldots & a_{nm} \end{vmatrix} \tag{7.14}$$

Określając elementy macierzy współczynników wpływu, można rozwiązać równanie (7.1). Skoro bowiem:

$$\boldsymbol{N}_{(n)} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{F}_{(n)} \tag{7.15}$$

to rozwiązaniem układu równań jest wektor:

$$\boldsymbol{F}_{(n)} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{N}_{(n)} \tag{7.16}$$

przeciwny do wektora korekcji:

$$\boldsymbol{F}_k = -\boldsymbol{F}_n \tag{7.17}$$

Macierz 7.14 musi być macierzą nieosobliwą, aby istniała macierz do niej odwrotna, a tym samym przekształcenie (7.16) było wykonalne.

Macierz współczynników wpływu, co wcześniej zaznaczono, nie musi być macierzą kwadratową o niezerowym wyznaczniku. Wobec tego macierz odwrotna do macierzy $\boldsymbol{A}$ nie zawsze istnieje. Możliwe jest jednak uzyskanie rozwiązania układu (7.16) w sensie optymalizacyjnym, a jednym ze sposobów prowadzących do celu jest zdefiniowanie macierzy pseudo-odwrotnej Moore'a-Penrose'a, która może pełnić rolę macierzy odwrotnej $\boldsymbol{A}^{-1}$ w przypadku, gdy macierz odwrotna nie istnieje.

Macierz $\boldsymbol{A}^{*} \in \boldsymbol{R}^{n \times m}$ będzie macierzą pseudo-odwrotną do macierzy $\boldsymbol{A}$, jeżeli spełniony jest warunek $\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{*}\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}$. Zastosowanie macierzy pseudo-odwrotnej w równaniach (7.16) powoduje, że wektor $\boldsymbol{F}_n^{*} = \boldsymbol{A}^{*}\boldsymbol{N}_n$ minimalizuje normę $\left\| \boldsymbol{A}\boldsymbol{F}_n - \boldsymbol{N}_n \right\|^2$. Zamiast równań (7.16) można użyć sformułowania (7.18):

$$\boldsymbol{F}_n = \boldsymbol{A}^{*}\boldsymbol{N}_n \tag{7.18}$$

w sytuacji, gdy macierz współczynników wpływu jest osobliwa.

Ważną kwestią jest określenie błędu popełnianego przy wyznaczaniu macierzy współczynników wpływu. Ograniczyć go można w następujący sposób. Dla każdego pomiaru, w wybranym kierunku, zamiast dołączać masę próbną w kolejnej płaszczyźnie korekcji w jednym jej położeniu, należy uczynić to dwukrotnie, zmieniając dla danego promienia kąt jej lokalizacji. Jeżeli w trakcie początkowego pomiaru wektor drgań $\boldsymbol{N}_{(n)i}$ został wyznaczony z błędem $\Delta\boldsymbol{N}_{(n)i}$, natomiast błąd pomiaru wektora ${}^{1}\boldsymbol{N}_{(np)ij}$ przy masie próbnej ${}^{1}m_p$ w pierwszym przebiegu wynosi ${}^{1}\Delta\boldsymbol{N}_{(np)ij}$, a pomiar wektora drgań ${}^{2}\boldsymbol{N}_{(np)ij}$ z masą próbną ${}^{2}m_p$ w drugim przebiegu został wykonany z błędem ${}^{2}\Delta\boldsymbol{N}_{(np)ij}$, to zgodnie ze wzorem (7.13):

$$a_{ij} = \frac{\left({}^{1}\boldsymbol{N}_{(np)ij} - {}^{1}\Delta\boldsymbol{N}_{(np)ij}\right) - \left(\boldsymbol{N}_{(n)i} - \Delta\boldsymbol{N}_{(n)i}\right)}{{}^{1}\boldsymbol{F}_{p(j)}} = \frac{\left({}^{2}\boldsymbol{N}_{n+p(ij)} - {}^{2}\Delta\boldsymbol{N}_{n+p(ij)}\right) - \left(\boldsymbol{N}_{n(i)} - \Delta\boldsymbol{N}_{n(i)}\right)}{{}^{2}\boldsymbol{F}_{p(j)}} \tag{7.19}$$

$$i = 1, 2, ..., n, \; j = 1, 2, ..., m$$

Funkcja błędu S_{ij} jest wówczas definiowana jako:

$$S_{ij} = w_{ij}\left(\Delta\boldsymbol{N}_{(n)i}\right)^2 + \left({}^{1}\Delta\boldsymbol{N}_{(np)ij}\right)^2 + \left({}^{2}\Delta\boldsymbol{N}_{(np)ij}\right)^2 \tag{7.20}$$

W tym przypadku w_{ij} jest współczynnikiem istotności. Błąd w określeniu niewyważenia początkowego może być wyznaczamy przez minimalizację funkcji S_{ij}. Warunkiem koniecznym istnienia minimum funkcji wielu zmiennych jest zerowanie wszystkich pochodnych cząstkowych wyrażenia (7.20), czyli:

$$\frac{\partial S_{ij}}{\partial\left(\Delta\boldsymbol{N}_{(n)i}\right)} = 2w_{ij}\Delta\boldsymbol{N}_{(n)i} = 0 \tag{7.21}$$

Z warunku (7.21) po dalszych przekształceniach otrzymuje się zależność określającą błąd oszacowania niewyważenia początkowego w postaci:

$$\Delta \boldsymbol{N}_{n(i)} = \frac{\sum_{j=1}^{2} \frac{{}^{1}\overline{\boldsymbol{F}}_{p(j)} - {}^{2}\overline{\boldsymbol{F}}_{p(j)}}{\left({}^{1}F_{p(j)}\right)^{2} - \left({}^{2}F_{p(j)}\right)^{2}} \left[{}^{1}\boldsymbol{F}_{p(j)} \left({}^{2}\boldsymbol{N}_{n+p(ij)} - \boldsymbol{N}_{n(i)} \right) - {}^{2}\boldsymbol{F}_{p(j)} \left({}^{1}\boldsymbol{N}_{n+p(ij)} - \boldsymbol{N}_{n(i)} \right) \right]}{1 + \sum_{j=1}^{2} \frac{\left| {}^{1}\boldsymbol{F}_{p(j)} - {}^{2}\boldsymbol{F}_{p(j)} \right|^{2}}{\left({}^{1}F_{p(j)}\right)^{2} - \left({}^{2}F_{p(j)}\right)^{2}}} \tag{7.22}$$

W tym przypadku ${}^{1}\overline{\boldsymbol{F}}_{p(j)}$, ${}^{2}\overline{\boldsymbol{F}}_{p(j)}$ są wektorami zespolonymi, sprzężonymi z wektorami ${}^{1}\boldsymbol{F}_{p(j)}$, ${}^{2}\boldsymbol{F}_{p(j)}$.

Optymalne wartości współczynników wpływu wylicza się z równania [82]:

$$\begin{aligned} a_{ij} = \frac{1}{\left({}^{1}F_{p(j)}\right)^{2} - \left({}^{2}F_{p(j)}\right)^{2}} \Big[& {}^{1}\overline{\boldsymbol{F}}_{p(j)} \left({}^{1}\boldsymbol{N}_{n+p(ij)} - \boldsymbol{N}_{n(i)} - \Delta \boldsymbol{N}_{n(i)} \right) + \\ & + {}^{2}\overline{\boldsymbol{F}}_{p(j)} \left({}^{2}\boldsymbol{N}_{n+p(ij)} - \boldsymbol{N}_{n(i)} - \Delta \boldsymbol{N}_{n(i)} \right) \Big] \end{aligned} \tag{7.23}$$

Jeżeli masy próbne będą tak dobrane, że:

$${}^{1}\overline{\boldsymbol{F}}_{p(j)} = -{}^{2}\overline{\boldsymbol{F}}_{p(j)} \tag{7.24}$$

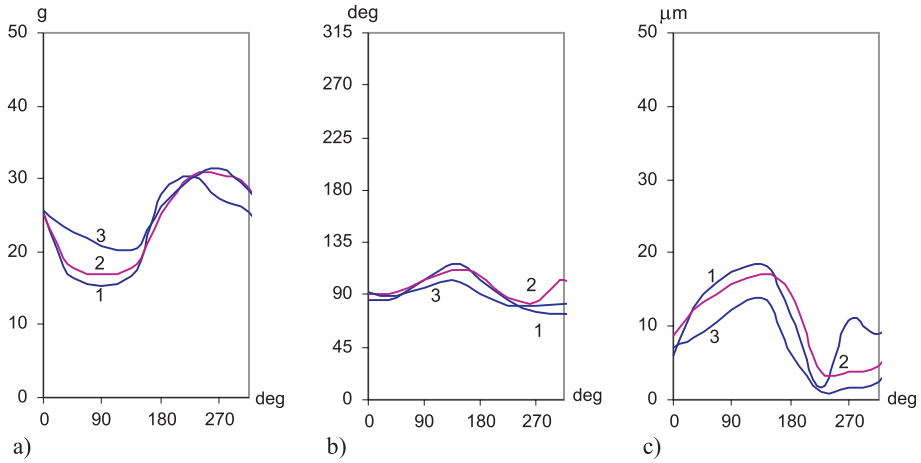
czyli ta sama masa próbna będzie użyta dwukrotnie w każdej płaszczyźnie korekcji, lecz za każdym razem zostanie zawieszona po stronie przeciwnej w stosunku do położenia pierwotnego, wówczas równanie (7.23) ulegnie znacznemu uproszczeniu i będzie można wyrazić je w formie:

$$a_{ij} = \frac{{}^{1}\boldsymbol{N}_{n+p(ij)} - {}^{2}\boldsymbol{N}_{n+p(ij)}}{2\left({}^{1}F_{p(j)}\right)} \tag{7.25}$$

Zależność (7.25) pozwala na minimalizację błędu popełnianego przy określaniu odpowiedzi wirnika na zadane wymuszenie. Przy wielu płaszczyznach pomiarowych tok postępowania prowadzący do zależności (7.25) wymaga dużej liczby uruchomień. W praktyce minimalizacja błędu określenia masy korygującej następuje w kolejnych krokach wyważania, które poprawiają wartości współczynników wpływu.

Niewyważenie wirnika związane z rozkładem masy względem osi obrotu jest jego cechą, która nie może zależeć od żadnych innych czynników. Tymczasem okazuje się, że położenie i wielkość masy próbnej podczas wyważania ma istotny wpływ na jego przebieg i uzyskiwaną efektywność. Wyliczone na podstawie współczynników wpływu wartości masy korygującej oraz kąty ich lokalizacji na płaszczyźnie korekcji można traktować jako zmienne wyznaczające rozwiązania zależne od przyjętego położenia masy próbnej. Rezultaty przeprowadzonego doświadczenia pozwalają potwierdzić istnienie takich zależności.

Dla wirnika o nieznanym niewyważeniu wyznaczono wartość i położenie masy korygującej, dołączając do wirnika w płaszczyźnie korekcji, masy próbne 10 g, 20 g, 30 g dla różnych pozycji kątowych z przedziału <0,7π/4>, z krokiem π/4.



Rys. 7.3. Zestawienie: a) wartości masy korekcyjnej w funkcji położenia masy próbnej na płaszczyźnie korekcji: (1) masa próbna 10 g, (2) masa próbna 20 g, (3) masa próbna 30 g, b) lokalizacji masy korekcyjnej w funkcji położenia masy próbnej, c) wartości amplitudy przemieszczenia wirnika po wyważaniu

Gdyby wyliczone masy korygujące można było utożsamiać z rzeczywistym niewyważeniem wirnika, to ich wartości nie powinny zależeć od dołączonej masy próbnej, w znaczeniu jej wartości i lokalizacji. Z rysunku 7.3c wynika tymczasem, że minimalną wartość amplitudy przemieszczeń uzyskano jako wynik wyważania metodą macierzy współczynników wpływu dla kąta położenia mas próbnych wynoszącego ~225°. Jest to położenie zbliżone do kąta przesunięcia fazowego wyznaczonego z pomiaru przemieszczenia początkowego wirnika. Kąt określający położenie niewyważenia mieści się w przedziale wartości <73°, 116°> dla masy próbnej 10 g, <79°, 100°> dla masy 20 g oraz <81°, 102°> dla masy 30 g. Rozrzut wartości kąta wynosi więc od 43^0 do 21° i nie jest to kwestia błędu pomiaru (rys. 7.3b). Również wartość masy korygującej waha się w przedziale <16 g, 30 g> dla masy próbnej 10 g oraz w granicach 18-31 g dla masy 20 g. Najmniejszy rozrzut masy korygującej występuje dla wartości masy próbnej 30 g, gdyż zawiera się pomiędzy 20 g oraz 31 g (rys. 7.3a). Lepszy efekt wyważania jest uzyskiwany dla większych mas próbnych (rys. 7.3c). Słuszną jest zatem praktyczna zasada, że powinna ona w sposób odczuwalny zmienić kąt przesunięcia fazowego pomiędzy wartością otrzymywaną z pomiaru początkowego a pomiaru wykonanego po jej dołączeniu. Może się zdarzyć, że mały przyrost kąta zostaje zinterpretowany przez algorytm obliczeniowy jako niewielka wrażliwość wirnika na zmianę wymuszenia i wyliczona wartość masy korygującej nie jest prawidłowa. Stwierdzona zależność pozwala wnioskować, że masy korygujące wyznaczane na podstawie odpowiedzi układu na wymuszenie powodowane niewyważeniem mogą wyrażać jego przybliżoną miarę, bowiem charakter odpowiedzi nie zależy tylko od rozkładu masy wirnika względem osi obrotu.

Bardziej wyrafinowane algorytmy obliczeniowe używane do wyważania wirników w łożyskach własnych wyliczają, po wykonaniu wstępnych pomiarów, zarówno wartość masy próbnej, jak też jej kątowe położenie na płaszczyźnie korekcji. Są to jednak dane orientacyjne, wymagające wcześniejszego oszacowania ciężaru wirnika. Trzeba mieć na uwadze również fakt, że pomiędzy wymuszeniem a odpowiedzią układu występuje

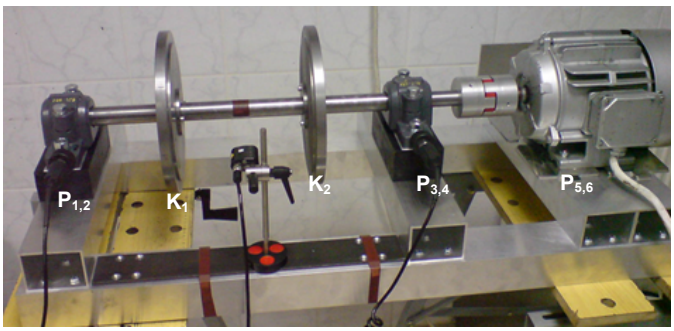
zmienny kąt przesunięcia fazowego. Jego wartość zależy od stosunku częstotliwości obrotowej wirnika do jego częstotliwości rezonansowej. Kierowanie się zaleceniami odnośnie wartości i położenia masy próbnej ogranicza niebezpieczeństwo niewłaściwej jej lokalizacji, szczególnie wówczas, gdy decydujemy się dołączyć dużą masę w celu uzyskania wyraźnej odpowiedzi układu.

We wszystkich próbach wartość końcowa amplitudy drgań dla różnych kątów położenia mas próbnych była mniejsza niż przed wyważaniem, ale zadowalająca dobroć nie została osiągnięta we wszystkich przypadkach. Oczywiście zawsze możliwe jest zwiększenie efektywności wyważania w kolejnym przebiegu. Powoduje to jednak wzrost liczby uruchomień, co jest rzeczą z natury niekorzystną.

7.2. PRAKTYKA WYWAŻANIA WIRNIKA SZTYWNEGO METODĄ WSPÓŁCZYNNIKÓW WPŁYWU

Efekt zwany anizotropowością zewnętrzną wirnika występuje wówczas, gdy jego sztywność w różnych kierunkach jest różna. Wpływ tego zjawiska na dynamikę wirnika jest znaczący, powoduje bowiem rozdzielenie częstotliwości rezonansowej na dwie. Pomiędzy nimi występuje obszar częstotliwości obrotowych, którym towarzyszy precesja przeciwbieżna.

Stanowisko do badań efektywności procesu wyważania w warunkach występowania anizotropowości zewnętrznej zostało przedstawione na rysunku 7.4.

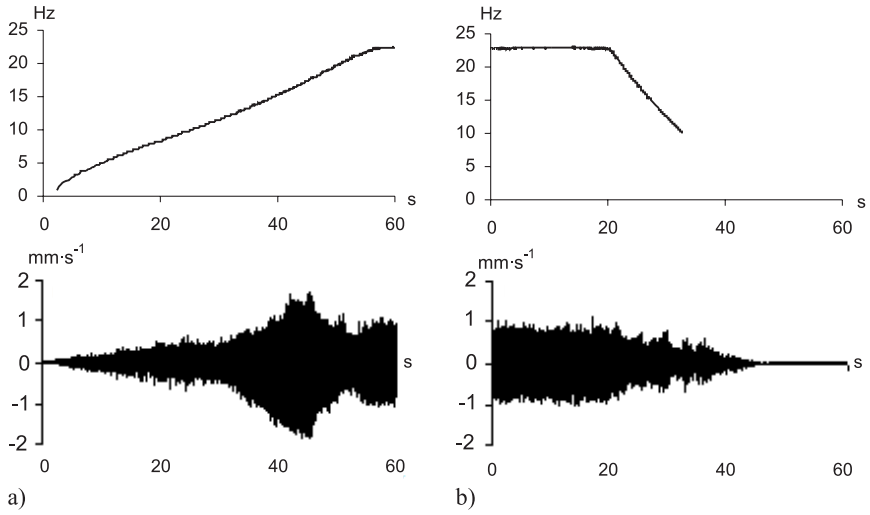


Rys. 7.4. Wirnik dwutarczowy wykorzystany do badań

Wirnik składa się z dwóch tarcz K_1 i K_2 o średnicach 250 mm rozmieszczonych symetrycznie pomiędzy łożyskami. Napęd od silnika na wirnik jest przenoszony poprzez sztywne sprzęgło. Sterowanie prędkością obrotową silnika w zakresie do 1500 obr·min^{-1} odbywa się za pomocą przemiennika częstotliwości. Anizotropowość sztywności podparcia zapewniają podkładki elastyczne, na których spoczywa wirnik. Ich sztywność w kierunku pionowym jest inna niż w kierunku poziomym. Literami $P_{1,2}$, $P_{3,4}$, $P_{5,6}$ nazwano kierunki pomiaru parametrów drgań. Zgodnie z przyjętą konwencją, cyframi nieparzystymi oznaczany jest kierunek poziomy, natomiast parzystymi – kierunek pionowy.

Wyważanie wirników maszyn powinno być zawsze poprzedzone badaniem charakteru ich drgań. W przypadku wirników sztywnych proces wyważania przeprowadza się zazwyczaj przy prędkości znamionowej. Gdy częstotliwość obrotowa jest bliska częstotliwości drgań własnych, pojawia się problem uzyskania wymaganej dobroci

wyważania. Dlatego istotną kwestią jest dokładne określenie obszarów rezonansowych wirnika. W prosty sposób można to uczynić, analizując przebieg czasowy drgań przy wymuszeniu synchronicznym wywołanym niewyważeniem. Jest istotne, aby badanie zostało wykonane zarówno podczas rozbiegu jak i wybiegu wirnika. Istnieje szereg sposobów wyznaczania charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej układu. W praktyce wykorzystuje się kilka, które zostaną omówione na przykładzie badanego wirnika.

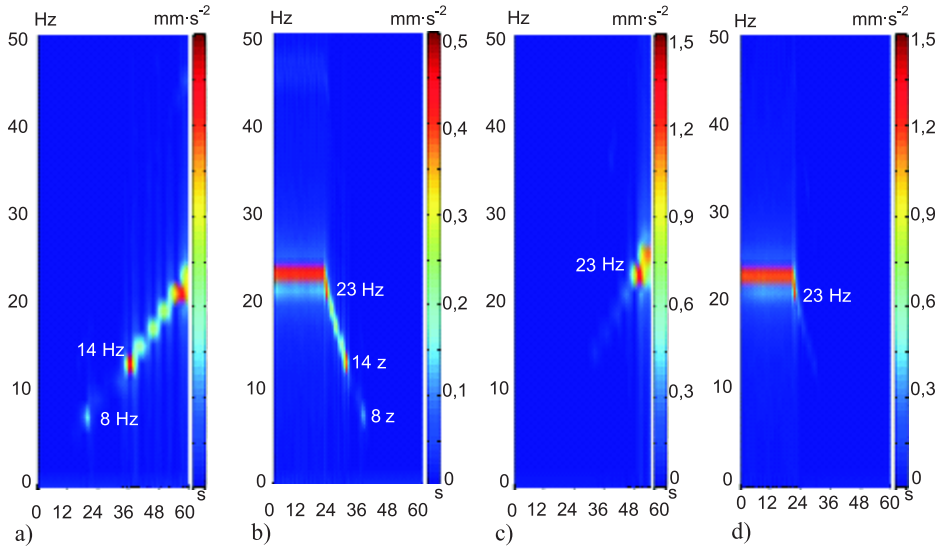


Rys. 7.5. Krzywa: a) rozbiegu wirnika i przebieg czasowy przyspieszenia drgań w kierunku P_1, b) wybiegu i przebieg czasowy przyspieszenia drgań w kierunku P_1

Przejście wirnika przez strefę rezonansu podczas rozruchu lub hamowania maszyny za każdym razem powinno zachodzić w maksymalnie krótkim czasie, ze względu na występujący wówczas wzrost poziomu jego drgań. Dla celów badawczych korzystniejszą jest sytuacja odwrotna. Przy dłuższym czasie występowania wzbudzenia rezonansowego w układzie odpowiedź wirnika na wymuszenie jest bardziej widoczna. Na rysunku 7.5 przedstawione są przebiegi czasowe przyspieszenia mierzone w tym samym miejscu podczas rozbiegu i wybiegu wirnika. Na wykresie zmian przyspieszenia okresy, w których amplitudy rosną a następnie maleją, są zaznaczone wyraźniej w trakcie rozpędzania wirnika niż podczas jego hamowania. Jeśli na wirnik działa wymuszenie spowodowane niewyważeniem tarczy, to jego wielkość jest proporcjonalna do kwadratu prędkości kątowej wirnika. W sytuacji gdy prędkość obrotowa wirnika rośnie w czasie, jak to ma miejsce w trakcie rozbiegu, gwałtowny wzrost wartości amplitudy przyspieszenia drgań następuje przy prędkości okołorezonansowej. Po jej przekroczeniu poziom drgań wirnika ulega chwilowemu zmniejszeniu. Zazwyczaj rozbieg wirnika trwa krócej niż jego wybieg. Duże opory ruchu w łożyskach wirnika użytego do badań powodują jednak, że czas jego rozpędzania do prędkości maksymalnej 1500 obr·min^{-1} jest niemal dwukrotnie dłuższy od czasu wybiegu. Obszary drgań o charakterze rezonansowym są więc wyraźniej zaznaczone na przebiegach czasowych przyspieszenia uzyskanych w trakcie rozpędzania wirnika. Wadą metody jest zależność wymuszenia od prędkości obrotowej. Przebiegi czasowe parametrów drgań lepiej uwidaczniają obszary rezonansowe położone w zakresach wyższych częstotliwości, gdzie siła działająca na wirnik ma

większy moduł. Przy niższych prędkościach rezonansowy charakter drgań wirnika jest widoczny na przebiegach czasowych jedynie w warunkach niewielkiego tłumienia w układzie. Badanie odpowiedzi wirnika złożonego z długich wałów połączonych sprzęgłem i łożyskowanego w kilku miejscach powinno zostać przeprowadzone w płaszczyznach jego podparcia. Rejestracja pojedynczego przebiegu drgań w płaszczyźnie poziomej i pionowej niekoniecznie ujawni wszystkie obszary występowania drgań własnych.

Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe przyspieszenia drgań w funkcji czasu przedstawiają rysunki 7.6. Stanowią one poniekąd kompilację dolnych i górnych wykresów 7.5. Do wyznaczenia krótkoczasowej transformaty Fouriera nie jest potrzebna synchronizacja próbkowania sygnału z pomiarem prędkości obrotowej, co czyni ją bardzo uniwersalną i prostą w zastosowaniu. Z kolei znajomość kształtu krzywej rozbiegu i wybiegu pozwala oszacować wielkość oporów ruchu wirnika. Gdy czas jego wybiegu jest krótszy od czasu rozbiegu, można mówić o niewłaściwym doborze mocy silnika napędu. Wiedza na temat przebiegu rozruchu i hamowania wirnika jest również nieoceniona przy jego modelowaniu numerycznym. Krótkoczasowa transformacja Fouriera jest mniej wrażliwa na charakter wymuszenia niż przebieg czasowy drgań. Porównanie obrazów transformat przyspieszenia podczas rozbiegu i wybiegu wirnika pozwala twierdzić, że w sposób równie wyraźny uwidocznione są na nich przedziały częstotliwości, w których dominują drgania własne wirnika.

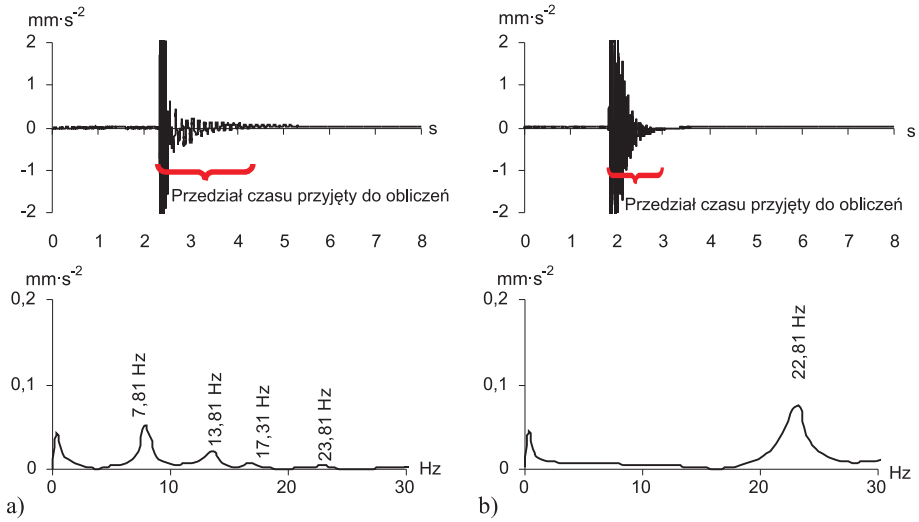


Rys. 7.6. STFT przyspieszenia drgań wirnika: a) w kierunku P_1 w trakcie rozbiegu, b) w kierunku P_1 w trakcie wybiegu, c) w kierunku P_2 w trakcie rozbiegu, d) w kierunku P_2 w trakcie wybiegu

Dla układów o małych masach, podobnie jak w przypadku badanego wirnika (jego masa wynosi ~9 kg), obszary występowania efektów rezonansowych można wyznaczyć, stosując wzbudzenie impulsowe. Metoda wzbudzenia impulsowego pozwala uzyskać dodatkowo informacje na temat charakteru tłumienia w układzie. Rysunki 7.7

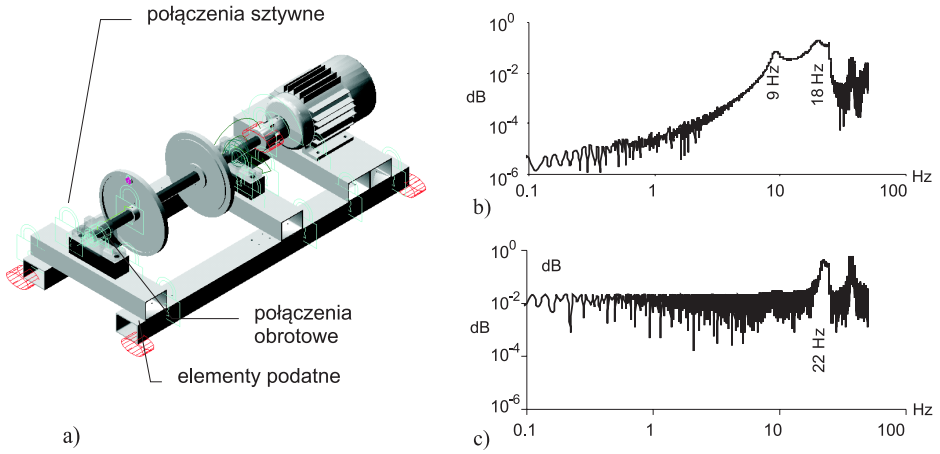
przedstawiają odpowiedź wirnika na wzbudzenie siłą o wartości ~10 N działającą zgodnie z kierunkiem pomiaru drgań w bardzo krótkim czasie. Wyraźnie zauważalna jest różnica wielkości tłumienia w układzie pomiędzy jego płaszczyzną poziomą i pionową, gdzie szybciej wygasają drgania własne wirnika. Jest to zrozumiałe, bowiem mają one najwyższą częstotliwość, a tym samym są silnie tłumione. Dla dużych wentylatorów przemysłowych wymuszenie impulsowe nie pozwala na uzyskanie prawidłowych wyników testu, podobnie zresztą jak zastosowanie wzbudnika o małej sile wymuszenia. Badanie zmian amplitudy drgań wymuszonych niewyważeniem tarczy w trakcie rozbiegu lub wybiegu pozostaje wówczas jedynym sensownym sposobem wyznaczenia charakterystyki rezonansowej wirnika.

Omówione wcześniej sposoby znajdowania obszarów rezonansowych zastosowano do wyznaczenia częstotliwości drgań własnych badanego wirnika. W przedziale 0-25 Hz uzyskano zbliżone wyniki: ~8 Hz, ~14 Hz, ~23 Hz. Wzbudzenie impulsowe ujawniło dodatkowo występowanie drgań własnych o częstotliwości ~17 Hz. Trzy pierwsze wartości zestawione w porządku rosnącym odnoszą się do drgań w płaszczyźnie poziomej, ostatnia do drgań w płaszczyźnie pionowej. Niewiele wiadomo natomiast o ich charakterze. Każdej bowiem częstotliwości własnej odpowiada określona postać drgań, którą można określić, analizując zależności pomiędzy kątami fazowymi a częstotliwościową drgań lub modelując wirnik numerycznie.



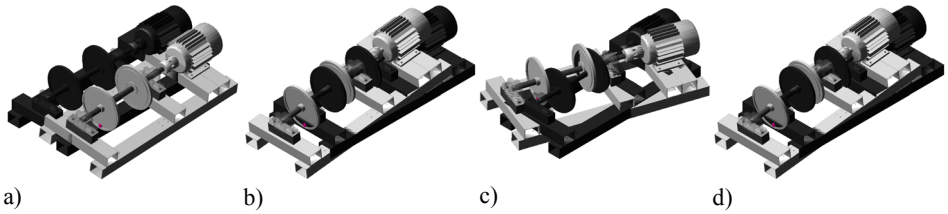
Rys. 7.7. Przebieg czasowy oraz charakterystyka A-C przyspieszenia drgań wirnika uzyskana wzbudzeniem impulsowym w kierunku: a) P_1, b) P_2

W przeprowadzonej metodą numeryczną analizie dynamiki wirnika traktowanego jako układ wieloczłonowy (rys. 7.8) masa przyjęta do obliczeń była identyczna jak masa obiektu rzeczywistego. Sztywność i tłumienie członów podatnych wyznaczono na podstawie przebiegów czasowych i charakterystyk rezonansowych drgań wirnika.



Rys. 7.8. Ilustracja: a) modelu wirnika traktowanego jako układ wieloczłonowy oraz charakterystyk Bodego, określonych na podstawie wielkości przemieszczenia w kierunkach: b) poziomym, c) pionowym

Częstotliwości drgań własnych można odczytać z wykresu Bodego (rys. 7.8b – drgania w kierunku poziomym, rys. 7.8c – drgania w kierunku pionowym). Różnią się one nieznacznie od wartości zmierzonych przy wzbudzeniu impulsowym układu oraz wyznaczonych na podstawie jego odpowiedzi na wymuszenie synchroniczne niewyważeniem tarczy, w trakcie rozbiegu i wybiegu wirnika. Postacie drgań odpowiadające tym częstotliwościom zostały pokazane na rysunkach 7.9.

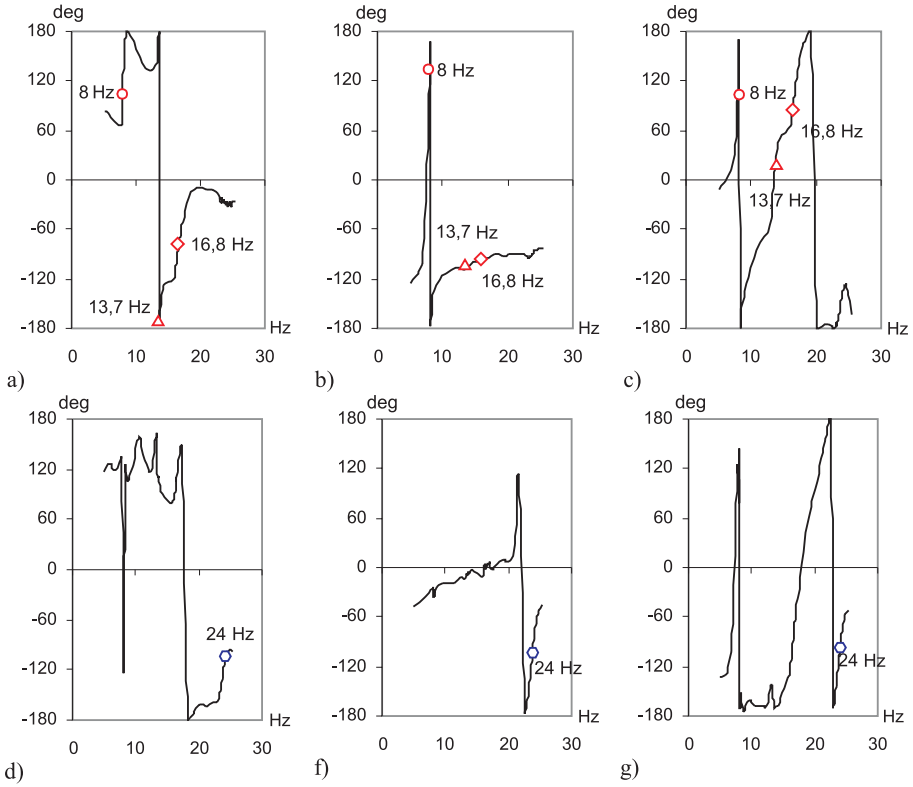


Rys. 7.9. Postacie drgań własnych wirnika odpowiadające częstotliwościom: a) 8 Hz, b) 18 Hz, c) 19 Hz, d) 22 Hz

W celu dokładniejszego wyeksponowania postaci drgań własnych wirnika ciemną barwą oznaczono kontur modelu w położeniu równowagi. Postacie drgań wynikają z przemieszczeń i obrotów, na które pozwalają elementy podparcia modelowane członami sprężysto-tłumiącymi. Przyjęto, że inne człony układu – jako bryły sztywne – nie ulegają deformacji. Częstotliwościom własnym 8 Hz i 22 Hz odpowiadają postacie drgań, przy których oś wirnika kreśli aksoidy o przekrojach będących elipsami wydłużonymi w kierunkach poziomym lub pionowym. Dla częstotliwości 18 Hz i 19 Hz są to aksoidy stożkowe.

Rzeczywisty charakter drgań wirnika przy częstotliwościach drgań własnych można wywnioskować na podstawie wyników pomiarów amplitud i kątów fazowych w przekrojach wyznaczonych przez kierunki P_1-P_6 (rys. 7.10). Przy częstotliwości obro-

towej 8 Hz występuje rezonans w kierunku poziomym. Kąty fazowe drgań wynoszą odpowiednio: dla kierunku P_1 (112°), dla P_3 (128°), dla P_5 (115°). Można więc mówić o zgodności kątów. Przy częstotliwości obrotowej 13,7 Hz kąty fazowe mają wartości: P_1 (–163°), P_3 (–107°), P_5 (14°). Różnica kątów pomiędzy kierunkiem P_1 a P_5 wynosi blisko 180°. Przy częstotliwości 16,8 Hz różnica ta wynosi dla P_1 (–73°), P_3 (–94°), P_5 (109°), czyli również różnica kątów pomiędzy P_1 a P_5 jest bliska 180°. Rezonans w kierunku pionowym występuje przy 24 Hz. Kąty dla P_2 (–115°), P_4 (–88°) oraz P_6 (–101°) mają zbliżone wartości. Widoczna jest zgodność postaci drgań modelu wirnika ze stanem faktycznym dla częstotliwości drgań własnych 8 Hz i 22 Hz (wartości zmierzone to 8 Hz i 24 Hz). Postać drgań własnych modelu odpowiadająca częstotliwości 19 Hz występuje w przypadku rzeczywistego wirnika przy 13,7 Hz oraz 18,8 Hz.



Rys. 7.10. Charakterystyka F-C przemieszczenia wirnika w przedziale częstotliwości do 25 Hz dla kierunku: a) P_1, b) P_3, c) P_5, d) P_2, e) P_4, f) P_6

Powodem tych różnic jest niedokładne oszacowanie sztywności skrętnej w rzeczywistym sposobie podparcia, do której odwołują się własności elementów sprężysto-tłumiących. W opisie pod rysunkami 7.10 użyto skrótu F-C oznaczającego charakterystykę fazowo-częstotliwościową.

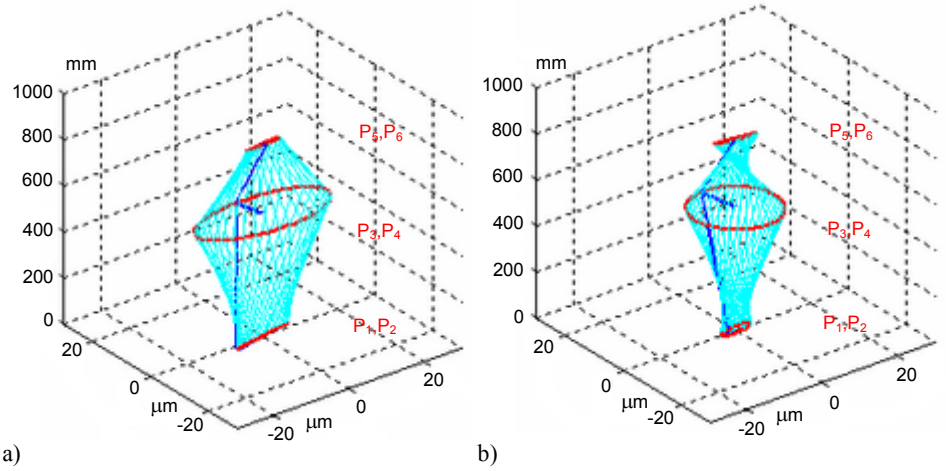
Analiza dynamiki wirnika pozwala sądzić, że jest to obiekt niewątpliwie niełatwy do wyważania. Obszary częstotliwości obrotowych, przy których wpływ drgań własnych nie jest znaczący, znajdują się poniżej 7 Hz, dalej w okolicy 10 Hz, 15 Hz, 20 Hz oraz powyżej 25 Hz. Ostatni zakres jest praktycznie trudny do osiągnięcia. Przemiennik

częstotliwości pozwala bowiem rozpędzić silnik do prędkości wyższej niż znamionowa, jednak stan taki nie może być długotrwały.

Sens optymalizacji wielkości amplitud parametru drgań – w tym przypadku przemieszczenia – został przedstawiony na przykładach. Zobrazowano, jaki wpływ na osiągnięty efekt wyważania ma ilość płaszczyzn korekcji oraz założone kryterium optymalizacji. Trzeba zaznaczyć, że podejście to różni się od powszechnej praktyki, w której wyważanie dynamiczne wirnika jest rozumiane jako redukcja poziomu drgań mierzonych w dwóch kierunkach, przy wykorzystaniu dwóch płaszczyznach korekcji.

Wyważanie wirnika dla różnych warunków optymalizacji przeprowadzono przy tej samej częstotliwości obrotowej 10 Hz. Najpierw jako funkcję celu przyjęto osiągnięcie minimalnego poziomu drgań we wszystkich kierunkach pomiarowych, wykorzystując dwie płaszczyzny korekcji. Ten wariant wydaje się najbardziej logiczny, gdyż powinien zapewniać stosunkowo równomierny poziom drgań we wszystkich punktach podparcia. Nie jest powiedziane, że inne kombinacje określające funkcję celu nie pozwolą na osiągnięcie lepszego skutku, w jednym lub kilku kierunkach. Uzyskiwany efekt, w sensie sumarycznym, powinien być jednak zawsze gorszy.

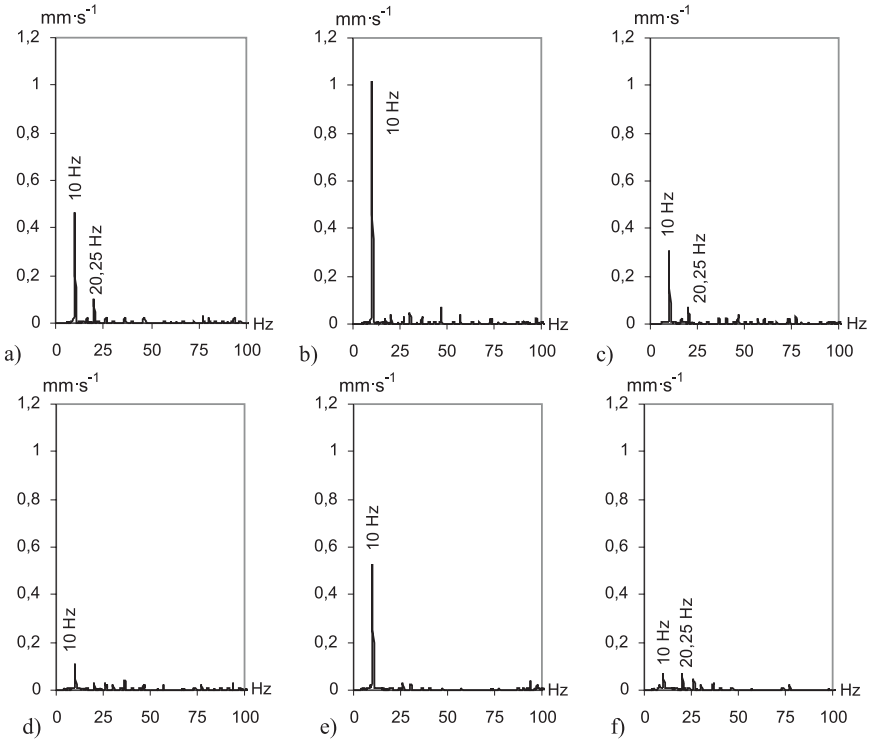
Charakter drgań o częstotliwości synchronicznej w kierunkach P_1-P_6 przed wyważaniem wirnika obrazuje rysunek 7.11a.



Rys. 7.11. Holospectrum drgań wirnika w kierunkach pomiarowych P_1-P_6: a) przed wyważaniem przy częstotliwości obrotowej 10 Hz, b) po wyważaniu przy korekcji K(1, 2) i optymalizacji P(1, 2, 3, 4, 5, 6)

Ekscentryczności (mimośrody) elips, będących trajektoriami przemieszczeń wału we wszystkich płaszczyznach pomiarowych, są bliskie jedności. Jest to wynik anizotropowości sztywności podparcia [81] oraz wpływu drgań rezonansowych występujących przy częstotliwości 8 Hz. Wyjściowa klasa dobroci wyważenia wirnika przy częstotliwości obrotowej 10 Hz wynosi G1.2, co oznacza, że prędkość liniowa środka masy wirnika jest mniejsza od 1,2 $mm \cdot s^{-1}$. Odpowiada to klasie dobroci wyważenia wirujących talerzy dysków komputerowych. Można więc uznać, że niewyważenie tarcz jest znikomo małe. Widma amplitudowo-częstotliwościowe prędkości drgań wskazują jednak na jego istnienie. We wszystkich bowiem kierunkach pomiaru dominują amplitudy o częstotliwości synchronicznej (rys. 7.12). Nawet dla małych wartości prędkości drgań

zmiany kątów fazowych były niewielkie. Jest to o tyle istotne, że niestałość fazy często wyznacza próg możliwości prowadzenia wyważania.



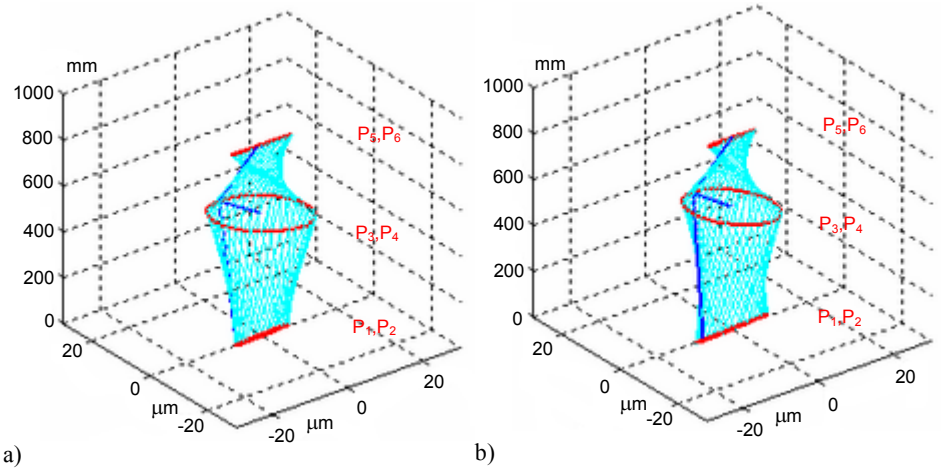
Rys. 7.12. Charakterystyka A-C prędkości drgań wirnika w kierunku a) P_1, b) P_3, c) P_5, d) P_2, e) P_4, f) P_6

Zastosowana optymalizacja P(1, 2, 3, 4, 5, 6) przy wykorzystaniu dwóch płaszczyzn korekcji pozwoliła uzyskać znaczący spadek poziomu drgań w kierunku ich największej wartości początkowej. Osiągnięty efekt wyważania jest widoczny na rysunku 7.11b. Różnica kątów fazowych drgań wirnika w płaszczyźnie poziomej wynosi maksymalnie 102°, co oznacza, że sposób jego przemieszczenia różni się od postaci drgań własnych przy częstotliwości rezonansowej 8 Hz.

Zasadne jest porównanie osiągniętej dobroci wyważania z efektywnością uzyskiwaną przy dołączaniu mas do jednej z płaszczyzn K_1 lub K_2. Dla formalności trzeba zaznaczyć, że płaszczyzny korekcji (podobnie jak kierunki pomiaru) oznaczone są literami K oraz P z indeksem u dołu. Przez określenie: korekcja lub optymalizacja rozumie się natomiast użyte płaszczyzny i kierunki, które są wymienione w nawiasie (np. korekcja K(1), optymalizacja P(1, 2) itp.).

Stan po wyważaniu wirnika dla optymalizacji P(1, 2, 3, 4, 5, 6), przy zastosowaniu korekcji K(1), a następnie powtórzeniu operacji dla korekcji K(2) jest zobrazowany na rysunku 7.13. Jest widoczne, że wykorzystanie dwóch płaszczyzn korekcji pozwala uzyskać lepszy efekt wyważania wirnika przy optymalizacji amplitud drgań we wszystkich kierunkach pomiarowych niż w przypadku dołączania masy korygującej w poje-

dynczej płaszczyźnie K_1 lub K_2. Wpływ masy korygującej jest tym większy, im bliższa jest odległość płaszczyzny korekcji od kierunku pomiaru.

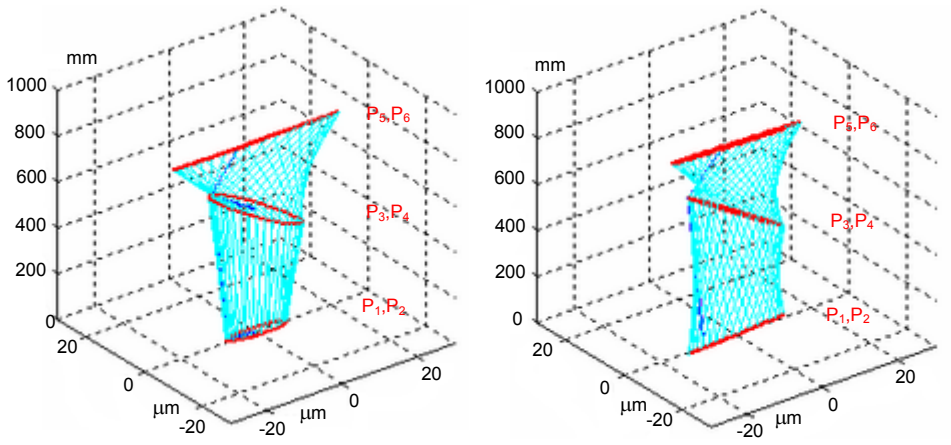


Rys. 7.13. Holospectrum drgań wirnika po wyważaniu przy optymalizacji P(1, 2, 3, 4, 5, 6) i korekcji: a) K(1), b) K(2)

Warto jednak zwrócić uwagę na fakt, że wyważanie wirnika w dwóch płaszczyznach korekcji wymaga dodania masy całkowitej, która jest prawie trzykrotnie większa (5,9 g) niż masy dodawane w jednej płaszczyźnie. Jeżeli masy te nie są duże, istnieje nikłe niebezpieczeństwo, że błędy w określeniu wartości niewyważenia spowodują uszkodzenie wirnika. W innym przypadku niebezpieczeństwo wystąpienia takiego zdarzenia jest całkowicie realne. Algorytm obliczeniowy stosowany w nowoczesnych wyważarkach zaleca wówczas odstąpienie od wyważania dwupłaszczyznowego i przejście do metody jednopłaszczyznowej.

Wyważanie wirnika przy optymalizacji amplitud przemieszczenia w kierunkach P_3 i P_4 jednocześnie oraz wykorzystaniu dwóch płaszczyzn korekcji wymaga dodania w płaszczyźnie K_1 masy m_{k1} = 232,3 g w położeniu kątowym 159°, natomiast w płaszczyźnie K_2 masy 203,7 g w położeniu kątowym 339°. Kąty te leżą dokładnie po przeciwnych stronach osi wirnika. Przy częstotliwości obrotowej 10 Hz siła działająca na masę dołączoną do tarczy K_1 na promieniu 125 mm ma moduł 114 N, natomiast w płaszczyźnie korekcji K_2 moduł siły odśrodkowej wynosi 100 N. Z powodu znaczących wartości mas korygujących ten przypadek wyważania nie został zrealizowany w trakcie badań.

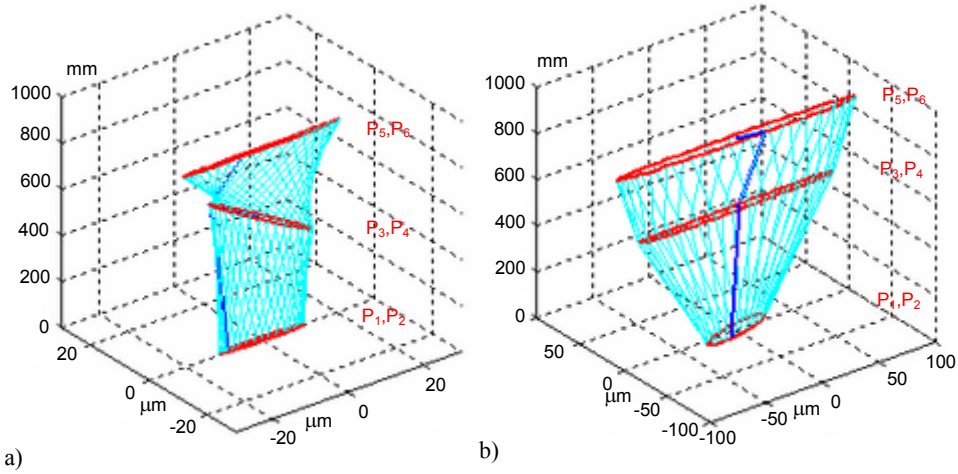
Holospectra, będące obrazem rezultatów wyważania z optymalizacją P(3, 4) dla pojedynczych płaszczyzn korekcji K_1 oraz K_2, są pokazane na rysunku 7.14. W obu przypadkach uzyskano zadowalający efekt jedynie w kierunku P_3, natomiast w kierunku prostopadłym P_4 amplituda drgań wzrosła w stosunku do wartości początkowej.



a) b)

Rys. 7.14. Holospectrum drgań wirnika po wyważaniu przy optymalizacji P(3, 4) przy korekcji: a) K(1), b) K(2)

Wykorzystanie dla optymalizacji P(3) oraz P(4) dwóch płaszczyzn korekcji powinno stwarzać możliwość bardziej efektywnego wyważania. Tymczasem uzyskiwany jest efekt zmniejszenia amplitudy drgań wirnika w kierunkach pomiaru, ale jednocześnie następuje pogorszenie jego stanu dynamicznego w innych kierunkach (rys. 7.15a). Dla wariantu optymalizacji P(4) (rys. 7.15b) wzrost amplitud przemieszczenia wirnika może być znaczący. Dowodzi to jednak, że jest możliwe uzyskanie bardzo dobrego efektu wyważania zdatnego technicznie wirnika w przynajmniej jednym kierunku.

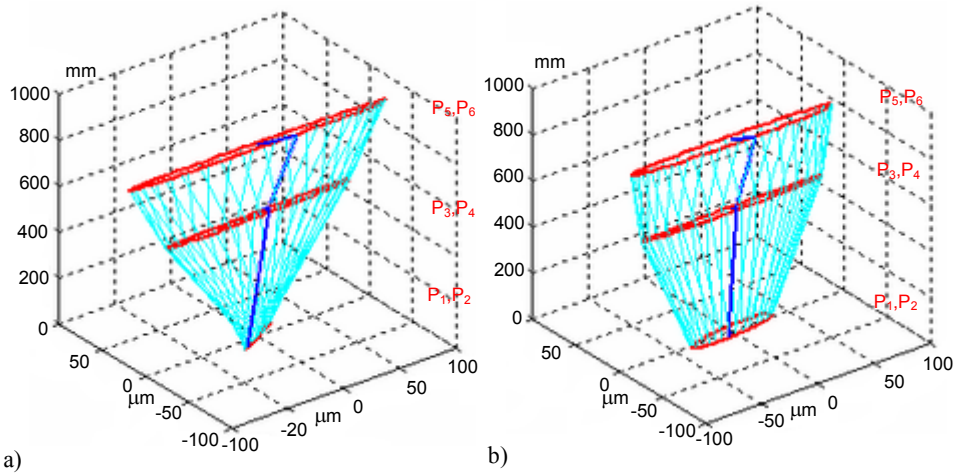


a) b)

Rys. 7.15. Holospectrum drgań wirnika po wyważaniu dla korekcji K(1, 2) i optymalizacji: a) P(3), b) P(4)

Jeszcze gorszy wynik wyważania wirnika jest uzyskiwany dla optymalizacji P(4) przy wyważaniu jednopłaszczyznowym zarówno przy korekcji K(1) (rys.7.16a), jak i K(2) (rys. 7.16b). Wówczas również możliwe jest uzyskanie małej wartości amplitudy

drgań w kierunku optymalizacji, ale pociąga to za sobą znaczny wzrost amplitudy drgań w kierunkach P_1, P_3, P_5. Masy korygujące dołączane do każdej tarczy osobno są prawie takie same, jak wymagane przy dwóch tarczach wykorzystywanych jednocześnie.



Rys. 7.16. Holospectrum drgań wirnika po wyważaniu przy optymalizacji P(4) w płaszczyźnie korekcji: a) K_1, b) K_2

Efektywność redukcji drgań metodą wyważania jedno- i dwupłaszczyznowego jest determinowana przyjętym kierunkiem wyważania. Nieprawidłowy jego wybór może prowadzić ogólnie do wzrostu poziomu wibracji wirnika, co dokumentują przedstawione rezultaty badań. Wolną od tej wady jest metoda wyważania z optymalizacją wartości amplitud drgań we wszystkich kierunkach pomiaru. Określenie wektora korekcji na podstawie wyników pomiarów parametrów drgań w wielu kierunkach zapewnia w każdej sytuacji uzyskanie najlepszej z możliwych dobroci wyważania. Co ważne, jest to również metoda bezpieczna, bowiem daje pewność, że siła działająca na wirnik przy wyznaczonych masach korygujących nie doprowadzi do jego uszkodzenia. Jest to wniosek o znaczeniu fundamentalnym dla praktyki wyważania wirnika sztywnego.

7.3. WYWAŻANIE WIRNIKA SZTYWNEGO METODĄ HOLOSPECTRUM

Obiektem matematycznym wiążącym sygnały uzyskane z dwóch czujników umieszczonych w jednej płaszczyźnie pomiarowej jest początkowy punkt fazy (IPP) (*Initial Phase Point*). Zakłada się, że składowe x oraz y parametru drgań w częstotliwości obrotowej stanowią odpowiedź układu na wymuszenie spowodowane niewyważeniem i mają postać [98]:

$$x(t) = \varepsilon\lambda_x \cos(2\pi ft + \alpha_w + \varphi'); \qquad y(t) = \varepsilon\lambda_y \cos(2\pi ft + \alpha_w + \psi') \tag{7.26}$$

gdzie:

- f – częstotliwość obrotowa wirnika,
- ε – wielkość niewyważenia,
- λ_x, λ_y – współczynniki wzmocnienia amplitudy w kierunkach x, y,
- α_w – kąt lokalizacji niewyważenia,
- φ', ψ' – początkowe kąty fazowe.

Równanie (7.26) opisuje krzywą będącą elipsą. Oznaczając:

$$A = \varepsilon\lambda_x, \quad B = \varepsilon\lambda_{y,} \quad 2\pi f = \Omega, \quad \alpha_w + \varphi' = \varphi, \quad \alpha_w + \psi' = \psi$$

zależność (7.26) można zapisać jako:

$$\begin{aligned} x(t) &= A\cos(\Omega t + \varphi) = A(\cos\Omega t\cos\varphi + \sin\Omega t\sin\varphi) \\ y(t) &= B\cos(\Omega t + \psi) = B(\cos\Omega t\cos\psi + \sin\Omega t\sin\psi) \end{aligned} \tag{7.27}$$

Wyeliminowano czas z równań (7.27), co doprowadziło do powstania związków:

$$\cos\Omega t = \frac{-\frac{x}{A}\sin\psi + \frac{y}{B}\sin\varphi}{\sin(\varphi - \psi)}, \qquad \sin\Omega t = \frac{-\frac{x}{A}\cos\psi + \frac{y}{B}\cos\varphi}{\sin(\varphi - \psi)} \tag{7.28}$$

Podnosząc z kolei zależności (7.28) do kwadratu i dodając je do siebie, otrzymano związek:

$$\frac{x^2}{A^2\sin^2(\varphi - \psi)} + \frac{y^2}{B^2\sin^2(\varphi - \psi)} - \frac{2xy\cos(\varphi - \psi)}{AB\sin^2(\varphi - \psi)} = 1 \tag{7.29}$$

Jest to równanie elipsy obróconej o kąt β, której środek znajduje się w początku układu współrzędnych. O tym, że tak jest w istocie, można przekonać się, dokonując obrotu o kąt β elipsy o postaci kanonicznej:

$$\frac{x'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1 \tag{7.30}$$

Transformacja z układu współrzędnych x, y do układu x', y' przebiega zgodnie z zależnością (7.31):

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \tag{7.31}$$

Wstawienie związku (7.31) do (7.30) daje:

$$x^2\left(\frac{\cos^2\beta}{a^2} + \frac{\sin^2\beta}{b^2}\right) + y^2\left(\frac{\sin^2\beta}{a^2} + \frac{\cos^2\beta}{b^2}\right) - 2xy\cos\alpha\sin\alpha\left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right) = 1 \tag{7.32}$$

Porównanie zależności (7.32) i (7.29) pozwala określić długości półosi elipsy a, b oraz kąt jej obrotu β:

$$\beta = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{2AB\cos(\varphi - \psi)}{A^2 - B^2} = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2\lambda_x\lambda_y\cos(\varphi - \psi)}{\lambda_x^2 - \lambda_y^2}\right) \tag{7.33}$$

$$a = \frac{AB\sin(\varphi - \psi)\sqrt{2}}{\sqrt{A^2 + B^2 - \sqrt{(A^2 - B^2) + 4A^2B^2\cos^2(\varphi - \psi)}}} \tag{7.34}$$

$$b = \frac{AB\sin(\varphi-\psi)\sqrt{2}}{\sqrt{A^2+B^2+\sqrt{\left(A^2-B^2\right)+4A^2B^2\cos^2(\varphi-\psi)}}} \tag{7.35}$$

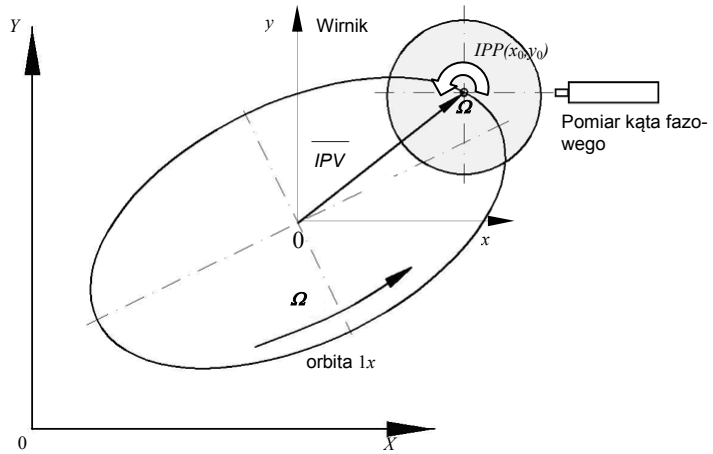
Równanie (7.26) można traktować jako równanie orbity wirnika krążącego po niej synchronicznie do prędkości obrotu własnego. Postać zespolona wektora określająca orbitę synchroniczną wirnika jest następująca:

$$R\,e^{i(\Omega t+\alpha)} = x+iy = R_+e^{i(\Omega t+\alpha_+)} + R_-e^{i(\Omega t+\alpha_-)} \tag{7.36}$$

gdzie:

R_+ i R_- – promienie okręgów będących trajektoriami precesji współbieżnej przeciwbieżnej w stosunku do kierunku obrotu tarczy.

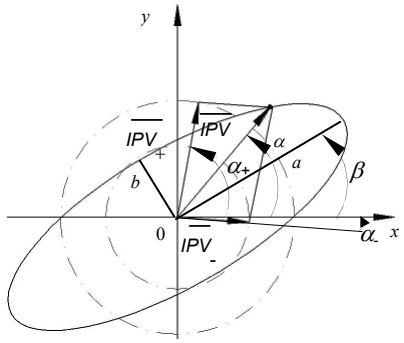
Jeżeli R_+ jest większy niż R_-, wypadkowa precesja wirnika będzie mieć charakter współbieżny. W przeciwnym wypadku, ruch wirnika zdominuje precesja przeciwbieżna.



Rys. 7.17. Interpretacja punktu początkowego fazy oraz wektora początkowego fazy

Wektor początku fazy ***IPV*** może być więc traktowany jako suma wektorów $\boldsymbol{IPV}_+$ oraz $\boldsymbol{IPV}_-$ zapisanych w postaci

$$\boldsymbol{IPV}_+ = R_+e^{i\alpha_+}\ ;\ \boldsymbol{IPV}_- = R_-e^{i\alpha_-} \tag{7.37}$$



Rys. 7.18. Dekompozycja wektora ***IPV*** na składowe: współbieżną $\boldsymbol{IPV}_+$ i przeciwbieżną $\boldsymbol{IPV}_-$

Moduł R wektora ***IPV*** jest łatwy do określenia jako:

$$R = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} = \sqrt{A^2 \cos^2 \varphi + B^2 \cos^2 \psi} = \varepsilon \sqrt{\lambda_x^2 \cos^2 \varphi + \lambda_y^2 \cos^2 \psi} \qquad (7.38)$$

Tutaj x_0 oraz y_0 są współrzędnymi punktu początku fazy. Wektor ***IPV*** jest w oczywisty sposób zależny od wielkości niewyważenia. Długości promieni R_+ oraz R_- są następujące:

$$R_+ = \frac{a+b}{2} \qquad (7.39)$$

$$R_- = \frac{a-b}{2} \qquad (7.40)$$

Kąty fazowe wektorów $\boldsymbol{IPV}_+$ oraz $\boldsymbol{IPV}_-$ wyrażają zależności:

$$\begin{aligned} \alpha_+ &= \beta + arc\cos\left(\frac{R_0^2 + R_+^2 - R_-^2}{2R_0R_+}\right) \\ \alpha_- &= \beta - arc\cos\left(\frac{R_0^2 - R_+^2 + R_0^2}{2R_0R_-}\right) \end{aligned} \qquad (7.41)$$

Stosunek δ promieni okręgów precesji otrzymano, dzieląc zależność (7.39) przez (7.40):

$$\delta = \frac{R_+}{R_-} \qquad (7.42)$$

Poprzez współczynnik δ oraz promień orbity precesji współbieżnej można określić długości dużej i małej półosi a oraz b elipsy,będącej orbitą krążenia wirnika:

$$a = \left(1 + \frac{1}{\delta}\right) R_+ \qquad b = \left(1 - \frac{1}{\delta}\right) R_+ \qquad (7.43)$$

Dla wirnika bez efektu anizotropii zewnętrznej składowa precesji przeciwbieżnej nie występuje. Dlatego składową współbieżną można traktować jako wynik niewyważenia wirnika. Dla wygody przekształceń wektor określający elipsę pierwszej harmonicznej częstości może być wyrażony przez macierz:

$$\boldsymbol{R}_i = \left[x_{ci}\ x_{si}\ y_{ci}\ y_{si}\right] \qquad i = 1, 2, \ldots n \tag{7.44}$$

gdzie:

n – liczba przekrojów pomiarowych,

x_{ci}, x_{si}, y_{ci}, y_{si} – oznaczenia będące konsekwencją równań (7.27) oraz (7.28).

Indeksy współrzędnych wektora $\boldsymbol{R}_i$ wynikają z postaci trygonometrycznej liczby zespolonej (7.36). Współrzędne punktu IPP na elipsie 1x są określone przez macierz:

$$\boldsymbol{IPP}_i = \left[x_{0i}, y_{0i}\right] \tag{7.45}$$

Trójwymiarowe holospectrum łączy wszystkie elipsy będące trajektoriami przemieszczeń wirnika najczęściej dla prędkości 1x (pierwszej ultraharmonicznej) i dlatego dostarcza pełnej informacji o drganiach wirnika jako całości, równocześnie we wszystkich przekrojach pomiarowych:

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_1 \\ \boldsymbol{R}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{R}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{c1} & x_{s1} & y_{c1} & y_{s1} \\ x_{c2} & x_{s2} & y_{c2} & y_{s2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{cn} & x_{sn} & y_{cn} & y_{sn} \end{bmatrix} \tag{7.46}$$

Macierz holospectrum (7.46) jest używana do opisu odpowiedzi wirnika na działanie sił bezwładności wywołanych jego niewyważeniem.

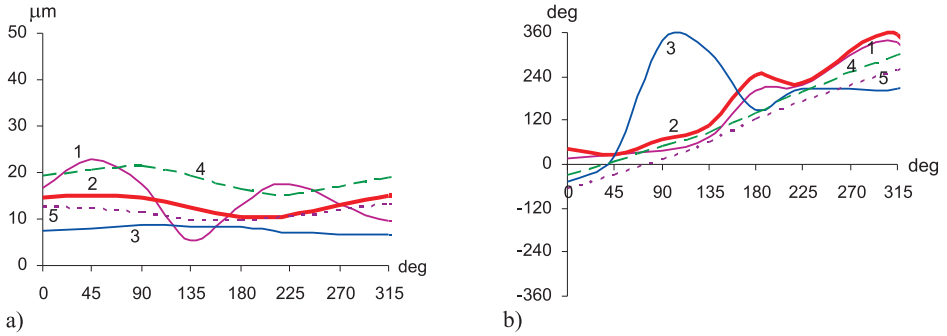
Orbita wału o podporach anizotropowych jest elipsą. W związku z tym, choć istnieje zależność pomiędzy modułem wektora ***IPV*** oraz wielkością niewyważenia wirnika, to jednak wykorzystanie wektora ***IPV*** jako miary niewyważenia napotyka na trudności wynikające z konieczności korekcji kąta początkowego fazy [99, 100].

Na rysunkach 7.19-7.22 przyjęto następujące oznaczenia cyfrowe krzywych:

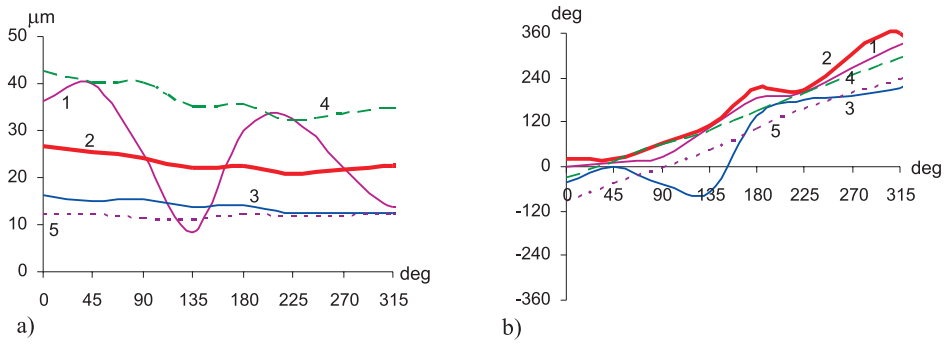
1 – (a) moduł oraz (b) kąt fazowy α wektora IPV,
2 – (a) moduł oraz (b) kąt fazowy α_+ wektora IPV_+,
3 – (a) moduł oraz (b) kąt fazowy α_- wektora IPV-, (7.47)
4 – (a) przemieszczenie w kierunku x oraz (b) kąt fazowy φ,
5 – (a) przemieszczenie w kierunku y oraz (b) kąt fazowy ψ.

Przemieszczenia i kąty są zdefiniowane zależnością 7.26.

Aby móc wykorzystać wektor $\boldsymbol{R}_+$ w procesie wyważania, konieczny jest warunek liniowej zależności jego modułu od wielkości niewyważenia oraz kąta α_+ od lokalizacji niewyważenia. W celu sprawdzenia, czy takowe związki mają charakter liniowy, przeprowadzono doświadczenie polegające na wyznaczaniu modułów wektorów $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{R}_+$, $\boldsymbol{R}_-$ oraz przemieszczeń x, y, a także kątów α, α_+, α_-, φ, ψ w funkcji kąta położenia mas próbnych o wartości 20 g, a następnie 30 g. Wirnik został wstępnie wyważony.



Rys. 7.19. Wartości parametrów drgań w funkcji kątowego położenia na wyważonym wirniku masy próbnej 20 g: a) moduły, b) kąty fazowe



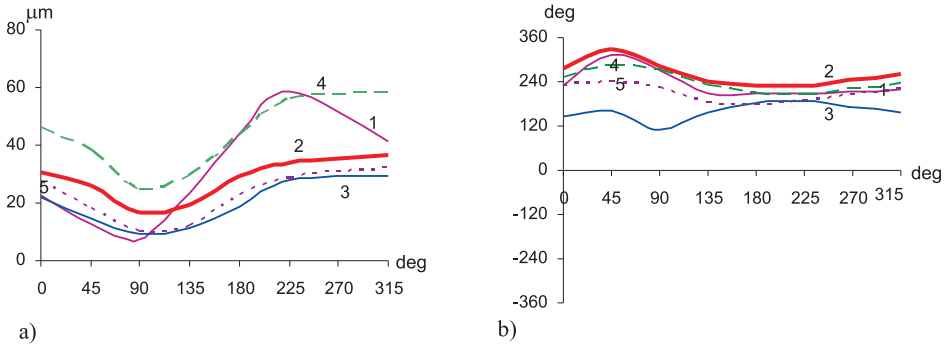
Rys. 7.20. Wartości parametrów drgań w funkcji kątowego położenia na wyważonym wirniku masy próbnej 30 g: a) moduły, b) kąty fazowe

Przy wyważonym wirniku wartość modułu parametrów jego drgań powinna być niezależna od położenia mas próbnych. Jeżeli sztywność podparcia wirnika ma charakter liniowy, to stosunek odpowiedzi układu na wymuszenie masami próbnymi powinien odpowiadać stosunkowi wartości tych mas. Na podstawie rysunków 7.19 oraz 7.20 można wnioskować, że w przypadku badanego wirnika taka zależność nie występuje. Oznacza to, że niewyważenie resztkowe jest jednak znaczące. Jak można było przewidzieć wektor ***IPV*** (krzywa 1) jest najmniej odpowiedni do przyjęcia jako miara niewyważenia. Lepiej sprawdza się wektor precesji współbieżnej (krzywa 2), pomimo iż większą liniowość wykazuje zmiana modułu wektora precesji przeciwbieżnej (krzywa 3). Jednak kąt fazowy α tej własności nie posiada. Najlepszy wynik uzyskuje się, przyjmując jako miarę niewyważenia przemieszczenia wirnika w kierunkach ortogonalnych x, y (krzywe 4 i 5). Kąty fazowe φ jak i ψ zmieniają się liniowo w funkcji lokalizacji masy próbnej. Chociaż stosunek wartości x^{30}/x^{20} oraz y^{30}/y^{20} nie jest równy 1,5, lecz w pierwszym przypadku większy, a w drugim mniejszy od tej wartości (tabela 7.1), to optymalizacja oparta na obydwu kierunkach pomiaru daje najmniejszy błąd, co jest zauważalne w zestawieniu zawartym w ostatniej kolumnie.

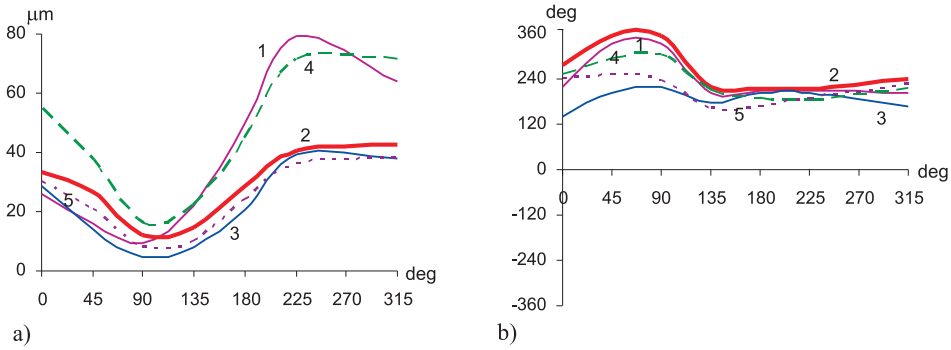
Tabela 7.1. Zestawienie względnych wartości parametrów drgań przy zmianie lokalizacji na wirniku mas próbnych 20 g oraz 30 g

kąt lokalizacji [deg]	IPV^{30}/IPV^{20}	R_+^{30}/R_+^{20}	R_-^{30}/R_-^{20}	x^{30}/x^{20}	y^{30}/y^{20}	$0.5(x^{30}/x^{20}+y^{30}/y^{20})$
0	2,16	1,84	2,16	2,20	0,95	1,58
45	1,75	1,73	1,86	1,95	1,00	1,48
90	1,43	1,66	1,80	1,87	1,01	1,44
135	1,60	1,77	1,60	1,83	1,15	1,49
180	2,30	2,15	1,71	2,20	1,25	1,73
225	1,84	1,90	1,81	2,16	1,11	1,64
315	1,42	1,51	1,93	1,83	0,91	1,37

Odpowiedź układu na położenie masy próbnej zmienia się w przypadku istnienia wyraźnego niewyważenia początkowego. Dowiedziono tego, dołączając do tarczy wirnika masę 40 g na kącie 270°, po czym zmieniano położenie masy próbnej o wartości w pierwszym przypadku 20 g oraz w drugim 30 g.



Rys. 7.21. Wartości parametrów (7.47) w funkcji kąta położenia masy próbnej 20 g przy zadanym niewyważeniu masą 40 g w położeniu kątowym 270°: (a) moduły, (b) kąty fazowe



Rys. 7.22. Wartości parametrów (7.47) w funkcji kąta położenia masy próbnej 30 g przy zadanym niewyważeniu masą 40 g w położeniu kątowym 270°: (a) moduły, (b) kąty fazowe

Stosunek modułu wektora będącego miarą drgań po i przed dołożeniem mas próbnych powinien zmieniać się w przedziale wartości 0,5 dla kąta 90° do 1,5 dla kąta 270° w trakcie testu z użyciem masy 20 g oraz 0,25 dla kąta 90^0 do 1,75 dla kąta 270° przy użyciu masy 30 g.

Tabela 7.2. Zestawienie względnych wartości parametrów drgań przy zmianie lokalizacji na wirniku masy próbnej 20 g w odniesieniu do niewyważenia początkowego 40 g

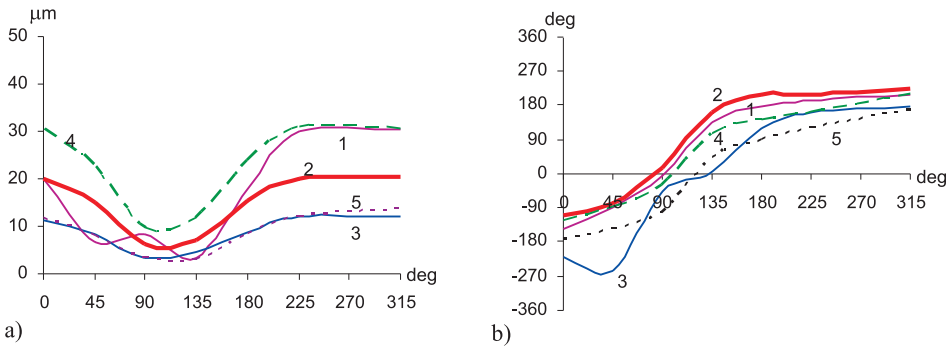
kąt lokalizacji [deg]	IPV^{30}/IPV^0	R_+^{30}/R_+^0	R_-^{30}/R_-^0	x^{30}/x^0	y^{30}/y^0
0	0,85	1,15	1,33	1,17	1,30
45	0,48	0,98	0,88	0,98	0,85
90	0,28	0,62	0,57	0,64	0,47
135	0,87	0,73	0,69	0,76	0,57
180	1,66	1,10	1,13	1,11	1,08
225	2,21	1,28	1,72	1,43	1,37
315	1,55	1,36	1,78	1,48	1,52

Porównanie przebiegu funkcji przedstawionych na rysunkach 7.21 i 7.22 oraz wartości zestawionych w tabeli 7.2 pozwala sądzić, że wektory używane do wyważania wirnika sztywnego metodą holospectrum (krzywe 1, 2, 3) muszą wprowadzać do obliczeń wartości i lokalizacji masy korekcyjnej większy błąd niż jest popełniany przy bazowaniu na optymalizacji przemieszczeń w dwóch prostopadłych kierunkach (krzywe 4, 5).

7.4. PRAKTYKA WYWAŻANIA WIRNIKA SZTYWNEGO METODĄ HOLOSPECTRUM

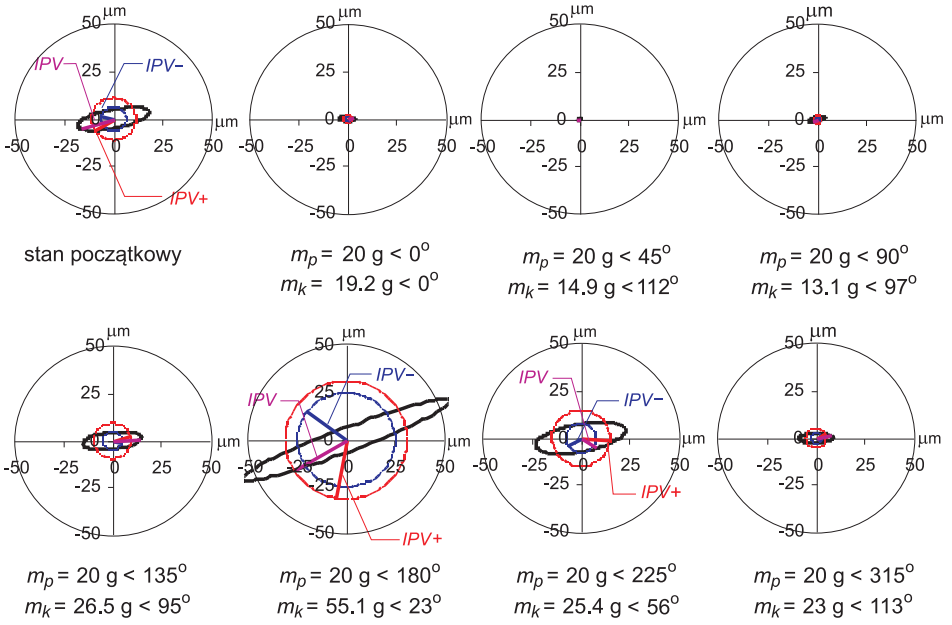
Analizowany w poprzednim paragrafie wymóg liniowej zależności wektora drgań od masy oraz lokalizacji niewyważenia w przypadku wektora ***IPV*** nie jest spełniony. Można się zatem spodziewać, że użycie tego wektora lub wektora drgań przy precesji współbieżnej $\boldsymbol{R}_+$ w algorytmie wyznaczania masy korygującej spowoduje, że wyniki obliczeń będą obarczone błędem. Weryfikację postawionej tezy stanowiło sprawdzenie efektywności jednopłaszczyznowego wyważania wirnika sztywnego na stanowisku badawczym. Istotą techniki holospectrum jest jednoczesne wyważanie wirnika w kierunku pionowym i poziomym danej płaszczyzny pomiarowej, dlatego ma to analogiczny sens jak optymalizacja P(1, 2) stosowana w metodzie współczynników wpływu. Wyważano więc wirnik przemiennie, wykorzystując obydwie metody i porównano rezultaty uzyskane w wyniku stosowania każdej z nich.

Do wyważonej tarczy dołączona została masa 20 g na kącie 270°, wprowadzając znane niewyważenia początkowe. Wrażliwość parametrów drgań wymienionych w (7.47) na lokalizację masy próbnej 20 g, dołączanej do wirnika w położeniach kątowych z przedziału wartości 0-315°, obrazują rysunki 7.23. Kąty były stopniowane co 45° w porządku rosnącym. Wywołany w ten sposób nowy stan niewyważenia wirnika określano za każdym razem przed zmianą położenia masy próbnej w celu wyeliminowania błędu spowodowanego różnicą prędkości obrotowej wirnika w kolejnych przebiegach.



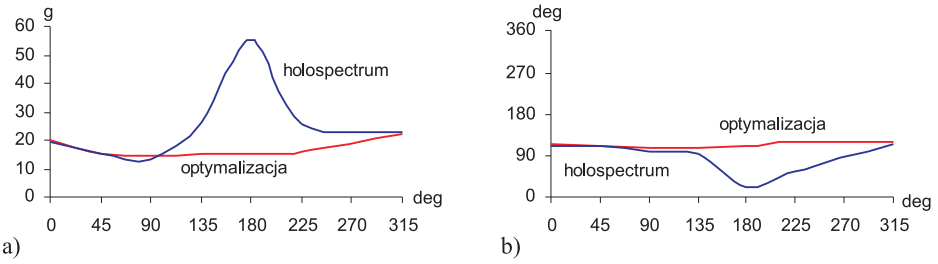
Rys. 7.23. Wartości parametrów (7.47) w funkcji kąta położenia na wirniku masy próbnej 20 g dla niewyważenia początkowego wywołanego masą 20 g dołączoną w położeniu kątowym 270°: a) moduły, b) kąty fazowe

Holospectrum 2-D pokazane na rysunku 7.24 obrazuje stan wyjściowy oraz stany po dołączeniu wyliczonej masy korekcyjnej. Nie dołączano masy próbnej w położeniu kątowym 270°, w miejscu lokalizacji niewyważenia. Okazuje się, że technika wyważania oparta na wektorze precesji współbieżnej nie zapewniła właściwego efektu końcowego, gdy masa próbna była przesunięta w stosunku do położenia niewyważenia w zakresie kątów 45-135°.



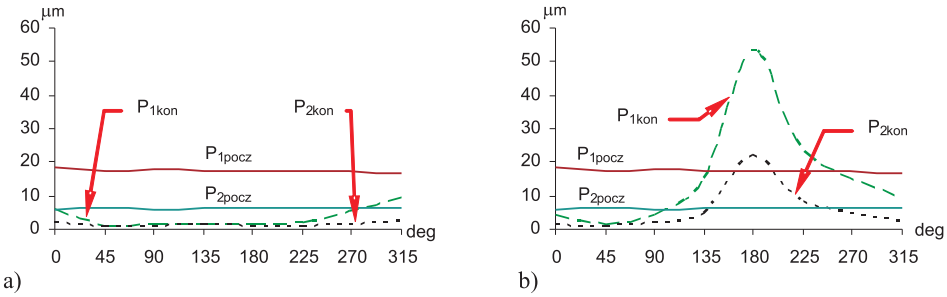
Rys. 7.24. Obraz stanu początkowego wirnika oraz stany końcowe po dołączeniu mas korygujących, wyliczonych dla różnej lokalizacji masy próbnej o wartości 20 g

Wykresy 7.25 dają możliwość porównania wrażliwości metody holospectrum na położenie masy próbnej z analizowanym wcześniej, analogicznym zagadnieniem dla metody współczynników wpływu.



Rys. 7.25. Ilustracja zmian: a) wartości mas korekcyjnych, b) lokalizacji mas korekcyjnych w funkcji kątowego położenia mas próbnych na wirniku

Wyliczona na podstawie algorytmu metody współczynników wpływu z funkcją optymalizacji wartość masy korygującej, podobnie jak kąt jej lokalizacji, jest zdecydowanie mniej związana z położeniem masy próbnej niż w przypadku użycia algorytmów metody holospectrum. Zależność tę można dostrzec również na rysunku 7.26. Krzywe oznaczone P_{1pocz}, P_{2pocz} wyznaczają początkowe wartości przemieszczeń wirnika w kierunkach x i y, natomiast P_{1kon} i P_{2kon} określają wartości końcowe, po wyważaniu.



Rys. 7.26. Efektywność wybranego sposobu wyważania: a) metoda współczynników wpływu, b) metoda holospectrum

Otrzymane rezultaty w sposób znaczący odbiegają od wyników uzyskanych przez Liu [99]. Badanie zależności pomiędzy modułem wektora ***IPV*** a kątem początkowym fazy w opisanym przez Liu eksperymencie przeprowadzono przy prędkości obrotowej 4600 obr·min^{-1}, używając masy zaledwie 1 g. Wirnik nie wykazywał przy tym cech anizotropii zewnętrznej. Autorzy [100] zauważają słusznie, że przyjęcie do wyważania wektora $\boldsymbol{R}_+$ jest problematyczne w przypadku, gdy wyważanie odbywa się między dwiema prędkościami krytycznymi, gdzie precesja ma charakter przeciwbieżny. Twierdzą jednak – czemu przeczą uzyskane tutaj wyniki badań – że dla wirnika sztywnego nie powinno to mieć znaczenia. Z analizy Wanga [169] wynika, że optymalizacja metodą SQP (*Sequential Quadratic Programming*) wyników pomiarów w dwóch prostopadłych kierunkach może stanowić alternatywę dla techniki holospectrum. Wniosek ten należy uznać za w pełni słuszny.

8. ANALIZA DYNAMIKI WIRNIKA WENTYLATORA PROMIENIOWEGO W WARUNKACH NIEWSPÓŁOSIOWOŚCI WAŁÓW WIRNIKA I SILNIKA

Wirnik wentylatora promieniowego jest napędzany bezpośrednio, jeżeli stanowi przedłużenie wału silnika, lub przez przekładnię pasową albo dzięki połączeniu z wałem czynnym za pośrednictwem sprzęgła. Najczęściej występującymi rodzajami sprzęgieł są: sprzęgła tarczowe z elementami podatnymi w postaci wkładek gumowych, sprzęgła z elementami pośredniczącymi typu Rotex, sprzęgła oponowe, w których elementem łączącym jest guma o kształcie rozciętej opony oraz sprzęgła szelkowe. Niewspółosiowość wałów, obok niewyważenia tarczy, jest kolejną z możliwych przyczyn drgań wirnika. Trudność w jej diagnozowaniu na podstawie analizy przebiegu czasowego któregokolwiek parametru drgań wynika z niejednoznaczności symptomów występowania. Dominujące wartości amplitud o częstotliwości synchronicznej (1x) oraz ultraharmonicznej (2x) widma są zazwyczaj przyjmowane jako objawy nieprawidłowości. Ogólnie definiuje się dwa typy niewspółosiowości łączonych wałów: równoległą i kątową. W maszynach wirnikowych występuje zazwyczaj kombinacja wymienionych rodzajów.

Do wyjaśnienia charakteru drgań układu z niewspółosiowością oraz wpływu sztywności i masy sprzęgła może być pomocna analiza numeryczna. Zastosowanie metody elementów skończonych jest w tym przypadku dosyć trudne. Samo modelowanie sprzęgła okazuje się bowiem sporym problemem [176, 177]. Przez wiele lat uznawano połączenie wałów za dodatkowy człon masowy, stopniowo przypisując mu cechy sprężyste i własności tłumiące. Idealnym sposobem podejścia do problemu jest metoda układów wieloczłonowych, w której tarcze sprzęgła są traktowane jak bryły sztywne, a łącznik jako element sprężysto-tłumiący o własnościach określonych w sposób doświadczalny.

Badania wibracji niewspółosiowych wałów podpartych w łożyskach walcowych przeprowadził Prabhu [130]. Autor wykazał, że zwiększanie kąta skoszenia ich osi powoduje wzrost amplitudy prędkości drgań dla częstotliwości ultraharmonicznej 2x. Podobny wniosek sformułował Simon [147], modelując zachowanie dużego turbogeneratora z niewyważonym wirnikiem i niewspółosiowością wałów połączonych sprzęgłem. Dewell i Mitchell [38], badając charakter drgań dwóch nierównoległych tarcz złączonych elementem podatnym, stwierdzili, że dominujące wartości amplitud widma drgań odpowiadają ultraharmonicznym 2x i 4x częstotliwości obrotowej. Rosenberg [136] rozważał dynamikę wirującego wału napędzanego poprzez sprzęgło, dowodząc, że przy subharmonicznych częstotliwości rezonansowej drgania układu mogą być niestabilne. Saigo [138] badał wpływ tarcia w sprzęgle na stabilność drgań wirnika. Wykazał, że zmniejszenie wartości siły tarcia zawęża obszar możliwej niestabilności. Sheu [143], analizując odpowiedź zespołu napędowego z dwoma sprzęgłami, sprawdzał relacje pomiędzy skoszeniem osi wałów a tarciem w ich połączeniu. Udokumentował przy tym duży wpływ niewspółosiowości kątowej na zmienność prędkości wyjściowej. Hudson [72] zauważył, że wzbudzenie skrętne może powodować promieniowe drgania wirnika. Lorenzen, Niederman oraz Wattinger [101] porównali wartości prędkości krytycznych wysokoobrotowego kompresora wyposażonego w alternatywne rodzaje sprzęgła: sztywne, podatne i zębate, dowodząc tezy, że przy połączeniu sztywnym przedział częstotliwości, dla których jego drgania są niestabilne, jest węższy niż w przypadku użycia

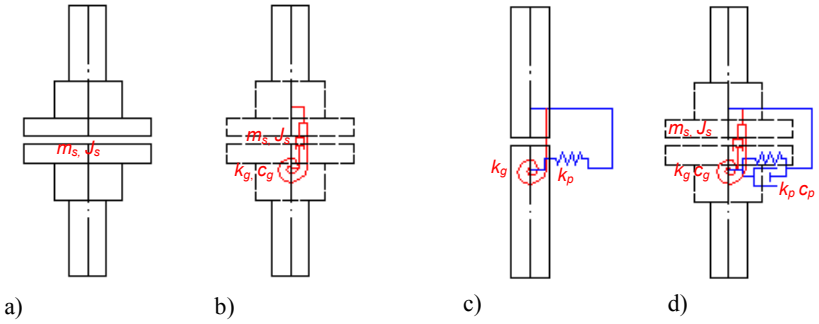
dwóch pozostałych łączników. Sekhar i Prabhu [142] wyjaśnili, dlaczego rodzaj i miejsce usytuowania sprzęgła wywiera znaczący wpływ na poziom wibracji wirnika.

8.1. MODELOWANIE NUMERYCZNE NIEWSPÓŁOSIOWOŚCI WAŁÓW WIRNIKA I SILNIKA

Matematyczny opis ruchu układu dwóch niewspółosiowych wirników został przedstawiony w pracy [3]. Związki tam zamieszczone są wynikiem analizy równań wyrażających bilans energii potencjalnej i kinetycznej wirników oraz łącznika posiadającego sztywność poprzeczną i skrętną. Tłumienie w układzie jest pomijane. Rozwiązanie równań ruchu dało rezultat nieoczekiwany dla samych autorów. Wyznaczone charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe drgań układu nie zawierały bowiem amplitud o częstotliwości 2x, których wartość byłaby znacząca. Uzyskany wynik pozostaje w sprzeczności z dotychczasowymi ustaleniami innych badaczy.

Sposób modelowania metodą FEM elementów napędu, uwzględniający ich niewspółosiowość, został przedstawiony w pracy [142]. Do węzła, w miejscu usytuowania sprzęgła, wprowadzono siłę oraz moment o wartościach wynikających z założonych niewspółosiowości: równoległej ~2 mm i kątowej w granicach 0-0,6°. Rozwiązanie ograniczono do aspektów związanych z występowaniem w odpowiedzi układu członów periodycznych 1x oraz 2x częstotliwości obrotowej.

W analizie dynamiki maszyny, zależnie od wymaganego stopnia uogólnienia, wykorzystuje się kilka modeli opisujących własności połączenia. Model Kramera [176] pierwszego rodzaju (rys. 8.1a) nie uwzględnia efektów innych niż bezwładnościowe. Sprzęgło jest w tym przypadku traktowane jako połączenie sztywne dwóch tarcz o masie m_s i masowym momencie bezwładności J_s.

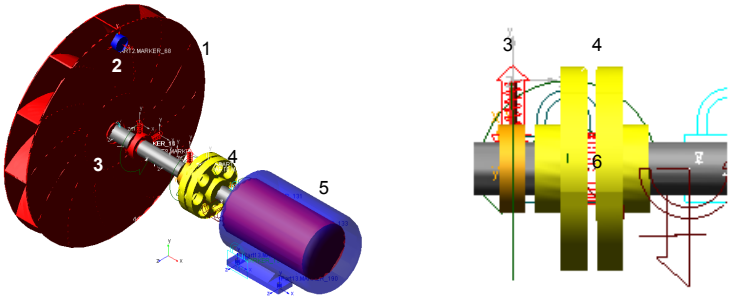


Rys. 8.1. Modele sprzęgła: a) Kramera pierwszego rodzaju, b) Kramera drugiego rodzaju, c) Nelsona-Crandalla pierwszego rodzaju, d) Nelsona-Crandalla drugiego rodzaju

W modelu Kramera drugiego rodzaju (rys. 8.1b) kątowa niewspółoosiowość wałów powoduje zginanie elementu sprężystego w trakcie obrotu tarcz. Współczynniki k_g oraz c_g oznaczają sztywność i tłumienie przy zginaniu. Pierwsze uproszczenie Nelsona-Crandala [130] (rys. 8.1c) polega na zaniedbaniu bezwładności sprzęgła, podobnie jak i zdolności do tłumienia drgań. Model uwypukla jednie cechy sprężyste części podatnej w warunkach niewspółosiowości kątowej i równoległej osi wałów. Najbardziej ogólnymi własnościami cechuje się model Nelsona-Crandalla drugiego rodzaju (rys. 8.1d),

w którym uwzględniono sztywność i tłumienie związane z względnymi przemieszczeniami: translacyjnym (k_p, c_p) oraz kątowym tarcz (k_g, c_g).

Analiza numeryczna dynamiki wirnika wentylatora promieniowego przy niewspółosiowym położeniu wałów wirnika i silnika została przeprowadzona przy wykorzystaniu modelu przedstawionego na rysunku 8.2a.



a) b)

Rys. 8.2. Model wirnika przyjęty do analizy: 1 – tarcza, 2 – masa stanowiąca niewyważenie tarczy, 3 – łożysko, 4 – sprzęgło, 5 – silnik, 6 – element sprężysto-tłumiący

Przy sztywnym posadowieniu na ramie korpus wentylatora można wyeliminować z modelu, pozostawiając tylko zasadnicze elementy: tarczę, wał, łożysko oraz sprzęgło, przenoszące napęd od silnika na wirnik. Pozbawiając połączenia korpusu z podłożem cech podatności, starano się wyeksponować wpływ niewspółosiowości układu na charakter drgań wirnika. Sztywność tarczy oraz wału jest na tyle duża, że detale te będą traktowane jako bryły nieodkształcalne [133].

Tabela 8.1. Parametry sztywności i tłumienia modelu sprzęgła i łożyska przyjęte do analizy

oś →			X	Y	Z
Sprzęgło	współczynnik	sztywności translacyjnej (poprzeczna) $N \cdot m^{-1}$	$1{,}2 \cdot 10^9$	$1{,}2 \cdot 10^9$	$1{,}2 \cdot 10^9$
		tłumienia translacyjnego (poprzeczne) $Ns \cdot m^{-1}$	11,3	11,3	11,3
		sztywności obrotowej $Nm \cdot rad^{-1}$	$1{,}36 \cdot 10^6$	$1{,}36 \cdot 10^6$	$1{,}36 \cdot 10^6$
		tłumienia obrotowego $Nms \cdot rad^{-1}$	11,3	11,3	11,3
Łożysko		sztywności translacyjnej $N \cdot m^{-1}$	10^9	10^9	10^9
		tłumienia translacyjnego $Ns \cdot m^{-1}$	10^3	10^3	10^3

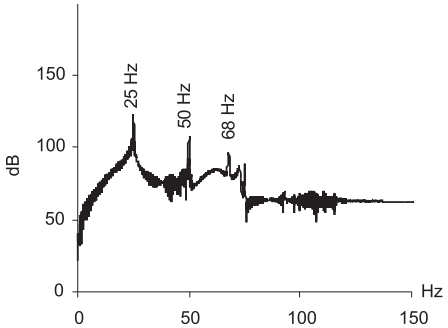
Model sprzęgła jest identyczny z założeniami Nelsona-Crandalla drugiego rodzaju, czyli zawiera elementy masowe – tarcze połączone elementem sprężysto-tłumiącym. Współczynniki sztywności i tłumienia uwzględnione w obliczeniach zestawiono w tabeli 8.1. Wartości te konweniują z danymi wyszczególnionymi w pracy [157]. Cechy sprężysto-tłumiące łożysk określone właściwymi współczynnikami również zamieszczono w tabeli 8.1. Wartości te są zgodne z rezultatami badań własności łożysk tocznych średniej wielkości podanymi przez Šarenaca [141]. Założono, że w układzie występuje niewspółosiowość kątowa o wartości 0,52% bez wyraźnej ekscentryczności tarcz sprzęgła (tabela 8.2). Tarczę wirnika traktowano w obliczeniach jako dokładnie wyważoną (umowna masa niewyważenia $m_n = 0$). Jedynym, oprócz siły ciężkości, wymuszeniem działającym na wirnik jest siła przyłożona w miejscu połączenia wałów bę-

dąca skutkiem ich niewspółosiowości. Symulacje przeprowadzono dla prędkości obrotowej wirnika 1500 obr·min^{-1}.

Odpowiedź układu na wymuszenie wywołane niewspółosiowością przedstawia charakterystyka Bodego (rys. 8.3). Na wykresie, oprócz amplitudy przy częstotliwości 25 Hz, zauważalna jest jej składowa ultraharmoniczna 2x oraz amplituda dla częstotliwości drgań własnych ~68 Hz.

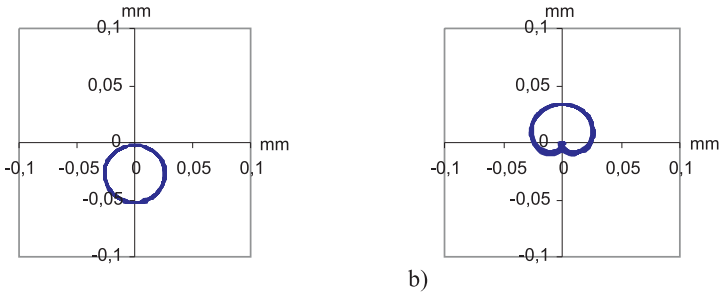
Tabela 8.2. Względne położenia osi wirnika i silnika w analizowanym modelu

Płaszczyzna pionowa	ekscentryczność mm	0,020
	skręcenie osi %	0,522
Płaszczyzna pozioma	ekscentryczność mm	0,00
	skręcenie osi %	0,00



Rys. 8.3. Charakterystyka Bodego prędkości drgań wirnika

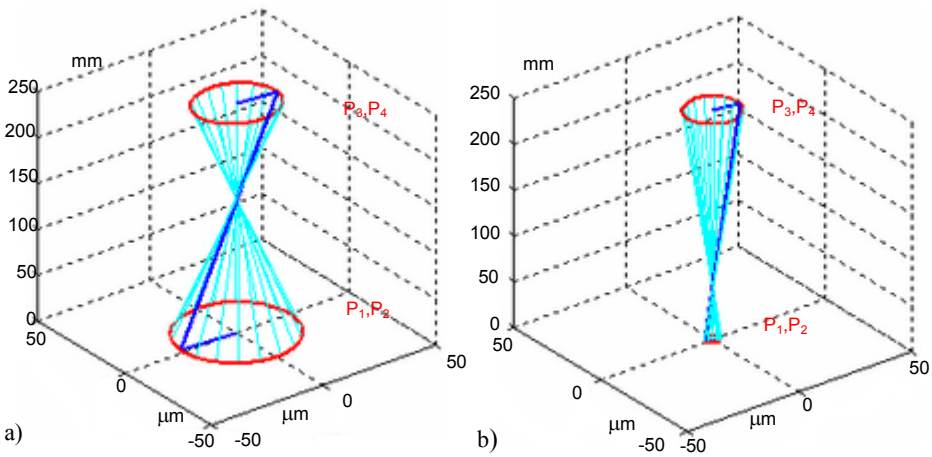
Izotropia sztywności podparcia wirnika powoduje, że trajektoria ruchu środka geometrycznego przekroju wału w płaszczyźnie łożyska przy tarczy jest okręgiem (rys. 8.4a). Z kolei dominująca wartość amplitudy dla częstotliwości 2x drgań wirnika w płaszczyźnie łożyska usytuowanego blisko sprzęgła powoduje, że orbita jego przemieszczania ma kształt kardioidy (rys. 8.4b).



Rys. 8.4. Kształt niefiltrowanej orbity wału w przekroju łożyska: a) przy tarczy wirnika, b) przy sprzęgle

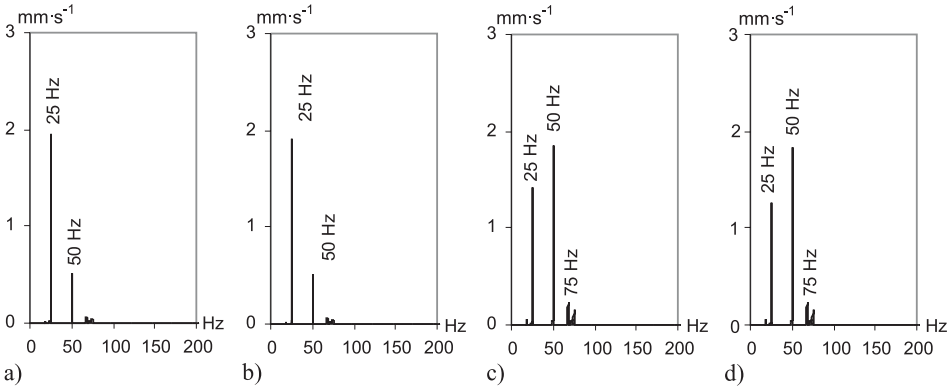
Elipsy P_3-P_4 przedstawiające tory ruchu punktów będących środkami geometrycznymi przekroju wirnika dla częstotliwości drgań 1x oraz 2x, spełniają warunki $a_2<a_1$ oraz $e_2>e_1$ (rys. 8.5). Oznacza to, że dłuższa półoś orbity dla częstotliwości obrotowej

1x jest większa niż dla ultraharmonicznej 2x. Pomiędzy współczynnikami ekscentryczności elips zachodzi zależność odwrotna.



Rys. 8.5. Holospectrum przemieszczenia wirnika: a) o częstotliwości 1x, b) o częstotliwości 2x

Analiza dynamiki modelu wirnika wskazuje na możliwość występowania w widmie drgań amplitud odpowiadających wyższym harmonicznym (rys. 8.6). Ich wartości zależą od niewspółosiowości wałów, a także sztywności i tłumienia nie tylko sprzęgła, ale również łożysk. W pewnych przypadkach ultraharmoniczne 4x, 3x mogą być na tyle małe, że stają się niezauważalne. Dominująca wartość amplitudy dla częstotliwości 2x nie musi występować tylko w kierunku, w którym nieliniowość jest znacząca. W przeprowadzonej symulacji przyjęto obecność niewspółosiowości wałów wirnika i silnika jedynie w płaszczyźnie pionowej (tabela 8.2), mimo to charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa drgań wirnika w kierunkach P_1, P_3 również zawiera ultaharmoniczne 2x. Wyniki obliczeń potwierdzają występowanie w widmie amplitud dla częstotliwości 2x jako wyraźny symptom niewspółosiowości w układzie.



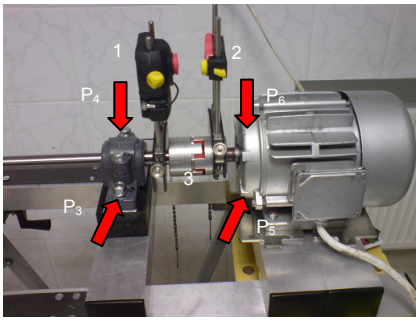
Rys. 8.6. Charakterystyki A-C prędkości drgań wirnika w kierunku: a) P_1, b) P_2 c) P_3, d) P_4

Charakter drgań łożysk w warunkach niewspółosiowości wałów wirnika i napędu analizowano na stanowisku badawczym, gdzie elementem łączącym wały było sprzęgło kłowe Rotex typu HKK z wkładką poliuretanową. Analogiczne badania dotyczące wpływu niewpółosiowości wałów połączonych sztywnym sprzęgłem tarczowym wykonano dla przemysłowych wentylatorów promieniowych.

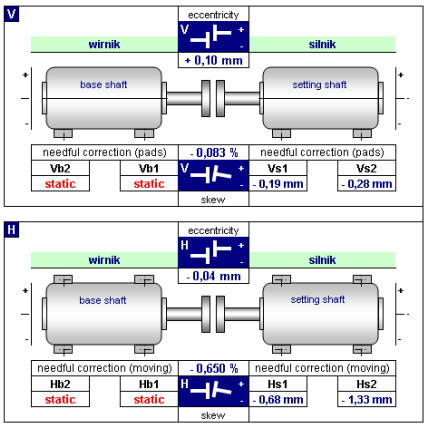
8.2. WYWAŻANIE WIRNIKA ZE SZTYWNYM SPRZĘGŁEM PRZY NIEWSPÓŁOSIOWYM POŁOŻENIU WAŁÓW

Sprzęgła z elementami gumowymi stosowane najczęściej w układzie przenoszenia napędu wentylatorów charakteryzują się na ogół małą podatnością. Wirnik będący przedmiotem badań laboratoryjnych posiada sprzęgło kłowe z elementem sprężystym wykonanym z twardego tworzywa (98 Sh A) (rys. 8.7). Przy braku zużycia wkładki luz w połączeniu praktycznie nie występuje. Trudno jest tym samym wymusić znaczące odchyłki nierównoległości osi wałków wirnika i silnika.

Uzyskane wartości to: 0,1 mm przesunięcia równoległego osi w płaszczyźnie pionowej oraz ich względne przemieszczenie kątowe – 0,083%. Dla płaszczyzny poziomej wartości te wynoszą odpowiednio: 0,04 mm oraz 0,650%. Oznacza to, że w płaszczyźnie pionowej występuje głównie ekscentryczność wałów, natomiast w poziomej skoszenie ich osi. Wyniki pomiaru przedstawiono na rysunku 8.8 w postaci protokołu utworzonego przez oprogramowanie przyrządu laserowego Optalign. Instrument lokalizuje położenie na matrycy odbitego przez lustro promienia skupionej wiązki światła wysyłanej przez nadajnik-detektor. Wystarczającym warunkiem uzyskania prawidłowych wyników pomiaru jest obrót wałów o kąt wynoszący minimum 60°. Błąd pomiaru nie przekracza 0,01 mm przy określaniu ekscentryczności osi oraz 0,001% dla wyznaczanego ich skoszenia.



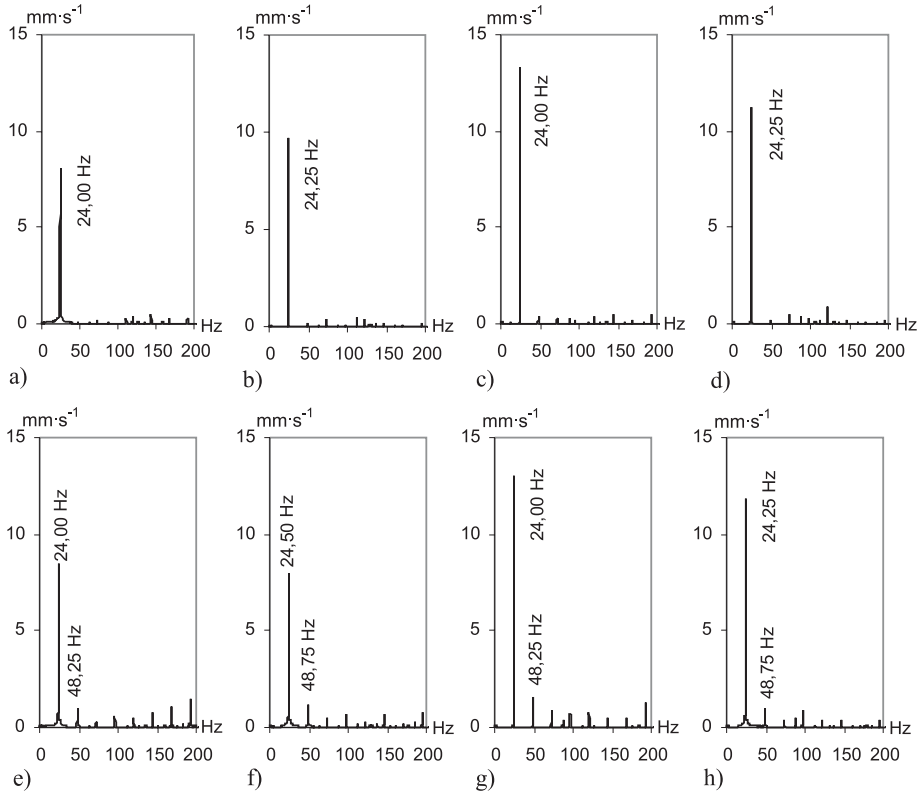
Rys. 8.7. Sposób osiowania wałów: 1 – nadajnik-detektor, 2 – lustro, 3 – sprzęgło Rotex



Rys. 8.8. Wyniki pomiaru względnego położenia osi wirnika i silnika

Stosunkowo mała niewspółosiowość wałów powoduje, że nawet przy dużej sztywności sprzęgła jej wpływ na charakter drgań wirnika jest prawie niezauważalny. Obrazują to charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe prędkości drgań łożysk w kierunkach P_1-P_4 pokazane na rysunku 8.9. Literą *n* wyróżniono przypadki, w których

występowała niewspółosiowość wałów. Większe wartości amplitud zarówno składowej synchronicznej, jak i ultraharmonicznych obserwowane są głównie w płaszczyźnie pionowej. Amplituda składowej ultraharmonicznej 2x jest najbardziej widoczna na widmie drgań łożyska przy sprzęgle. Dopuszczalne odchyłki niewspółosiowości zależą od typu oraz wielkości sprzęgła i prędkości kątowej wirnika. Dla pompy czy sprężarki o prędkości obrotowej 3000 obr·min^{-1} odchyłki niewspółosiowości występujące w badanym zespole byłyby uznane za niedozwolone. Istotne wydaje się stwierdzenie, czy takie rygorystyczne normy są uzasadnione, zwłaszcza w sytuacji, gdy wirnik i silnik posiadają duże masy i precyzyjne ich przemieszczanie jest trudne.

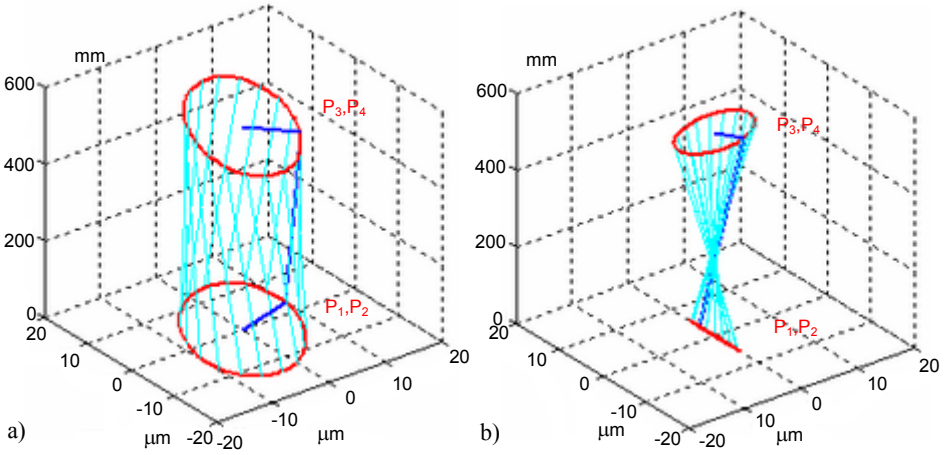


Rys. 8.9. Charakterystyka A-C prędkości drgań wirnika w kierunku: a) P_1-n, b) P_1, c) P_2-n, d) P_2,e) P_3-n, f) P_3, g) P_4-n, g) P_4

Wirnik z niewspółosiowym układem napędu poddano jednopłaszczyznowemu wyważaniu z korekcją K(1) dla najprostszej optymalizacji typu P(1). Badanie miało na celu sprawdzenie efektywności wyważania przy małej podatności sprzęgła. Sztywny element pośredniczący, co udowadnia doświadczenie, nie pozwala na duże błędy niewspółosiowości. Dopasowanie elementów współpracujących wymaga wówczas przyłożenia w trakcie montażu znacznych sił obciążających zespół.

Stan początkowy i końcowy po wyważaniu wirnika obrazują holospectra przedstawione na rysunku 8.10. Kształt orbity przemieszczenia wirnika oraz zbliżona wartość kątów początku fazy (rys. 8.10a) pozwalał sądzić, że uzyskanie właściwej dobroci wy-

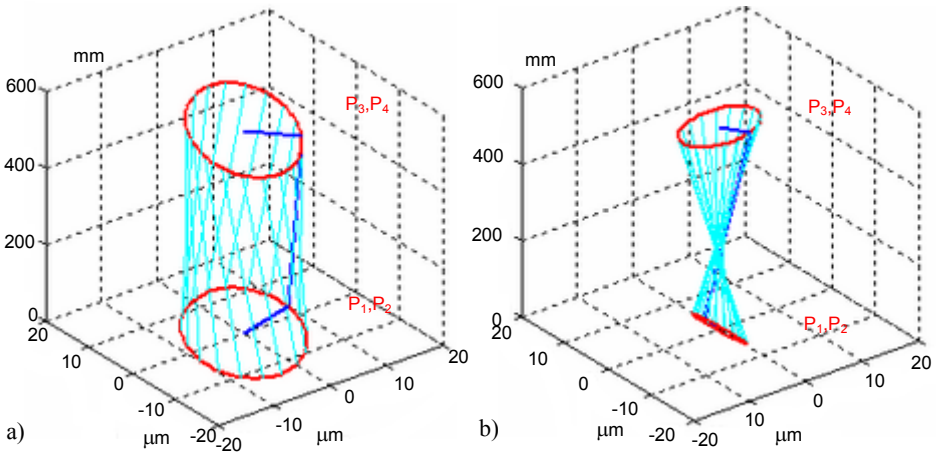
ważania przy wykorzystaniu płaszczyzny korekcji położonej blisko płaszczyzny pomiarowej jest możliwe. Okazało się jednak, że ten sposób optymalizacji prowadził do zadowalającego rezultatu jedynie w kierunku pomiaru (rys. 8.10b).



Rys. 8.10. Holospectrum wirnika z efektem niewspółosiowości: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu

Na tym etapie trudno określić, czy przyczyną takiego charakteru odpowiedzi układu była występująca w nim niewspółosiowość, czy też efekt wynikający z anizotropii sztywności. Dlatego w kolejnej fazie eksperymentu osie wirnika i silnika zostały przemieszczone do położenia na wspólnej prostej, z odstępstwem o wartości zbliżonej do błędu pomiaru. Następnie przeprowadzono ponowne wyważanie tym samym sposobem, przy identycznym stanie początkowym, tj. po usunięciu masy korygującej. Wyniki wyważania wirnika modelu w warunkach, gdy jego oś i oś silnika można uznać za kolinearne, przedstawiają holospectra na rysunku 8.11.

W obydwu badanych przypadkach wyważania zespołu wirnik-silnik, gdy charakteryzował się on znaczną niewspółosiowością oraz kiedy jej wartość była niewielka, różnica amplitud przemieszczeń wirnika wynosiła ledwie kilka mikrometrów. Przeczy to poglądom licznego grona badaczy zajmujących się zagadnieniem dynamiki wirnika, którzy twierdzą, że wpływ nawet niewielkiej niewspółosiowości wałów czynnego i biernego na dynamikę ruchu wirnika jest istotny [38, 142, 157]. Ważnym wnioskiem wynikającym z przeprowadzonych badań jest potwierdzona możliwość wyważania wirnika w tych warunkach.

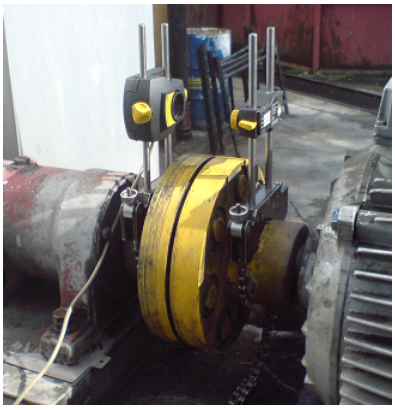


Rys. 8.11. Holospectrum wirnika bez efektu niewspółosiowości: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu

8.3. WYWAŻANIE WIRNIKA WENTYLATORA PROMIENIOWEGO PRZY WYSTĘPUJĄCEJ NIEWSPÓŁOSIOWOŚCI WAŁÓW WIRNIKA I SILNIKA

W układach napędu wentylatorów promieniowych, gdy moment obrotowy z silnika na wirnik jest przenoszony poprzez sprzęgło, problemy dostrzegane w niewspółosiowości wałów występują często. Zasadniczą kwestią jest określenie rzeczywistego wpływu błędu położenia osi na wielkość i charakter drgań oraz możliwość eliminacji wibracji wentylatora bez wcześniejszego osiowania układu. Analizę zachowania wirnika przy małym błędzie współosiowości przeprowadzono zarówno na podstawie obliczeń numerycznych, jak i badań obiektu rzeczywistego, którym był wirnik napędzany przez sztywne sprzęgło. Poniżej omówiono wyniki uzyskane podczas wyważania wentylatorów promieniowych, przy występowaniu większych błędów kolinearności osi wałów niż przyjmowane poprzednio.

Przed przystąpieniem do badań, poprzez podłożenie podkładek pod tylne łapy silnika (rys. 8.12b), uzyskano niewspółosiowość wałów silnika i wirnika wentylatora o stopniu określonym w protokole przedstawionym na rysunku 8.13. Zmierzone przesunięcie równoległe osi (rys. 8.13a) wyniosło 1,15 mm w płaszczyźnie pionowej oraz 0,03 mm w płaszczyźnie poziomej. Ich względne przemieszczenie kątowe osiągnęło 0,378% w płaszczyźnie pionowej oraz 0,240% w płaszczyźnie poziomej. Spowodowało to wyraźną ekscentryczność tarcz oraz powstanie między nimi szczeliny o nierównomiernej szerokości. Dla sprzęgła ze szpilkami i tulejami gumowymi nie występują w praktyce większe błędy względnego ustawienia tarcz od wymuszonych w trakcie eksperymentu.

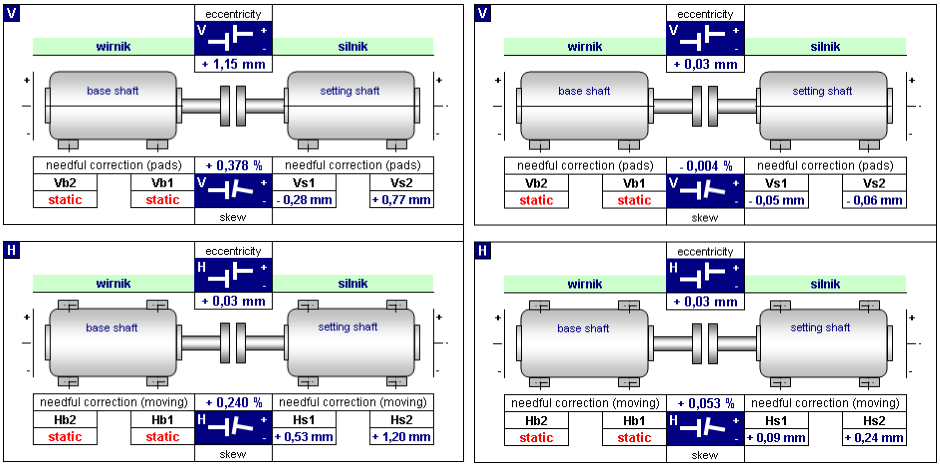


a)

b)

Rys. 8.12. Sposoby: a) pomiaru wartości odchyłki niewspółosiowości wałów, b) uzyskiwania niewspółosiowości wałów

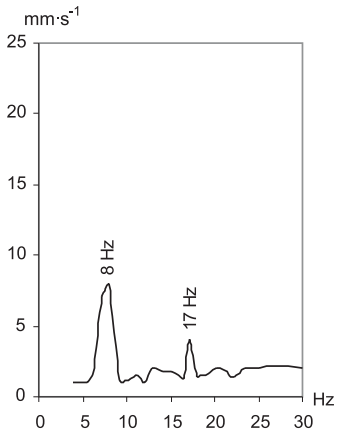
Pomiary parametrów drgań łożysk wirnika wentylatora przeprowadzono przy prędkości znamionowej – 1500 obr·min^{-1}. Częstotliwość obrotowa 25 Hz – co stwierdzono poprzez wyznaczenie charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej (rys 8.14) – nie znajduje się w obszarze występowania drgań własnych układu.

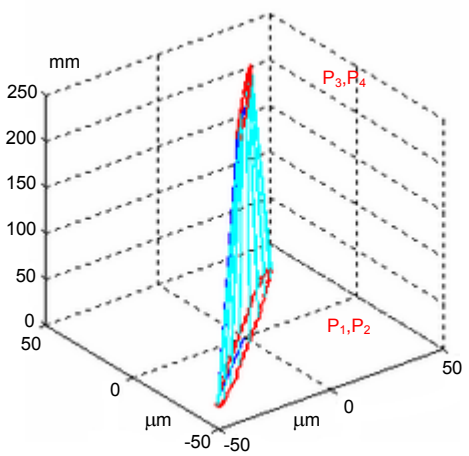


a) b)

Rys. 8.13. Ocena względnego położenia osi wirnika i silnika: a) przed korekcją, b) po korekcji

Obrazem przemieszczenia wirnika w kierunkach pomiaru P_1-P_2 oraz P_3-P_4 jest holospectrum [134] przedstawione na rysunku 8.15. Amplitudy drgań łożyska przy tarczy mają wartości większe niż amplitudy drgań łożyska przy sprzęgle. Stan taki sygnalizuje niewyważenie wirnika. Kąty wektorów *IPV* (linia niebieska) określają fazy drgań wirnika w miejscu podparcia. Są one zbliżone, co daje możliwość wyważenia tarczy metodą jednopłaszczyznową.

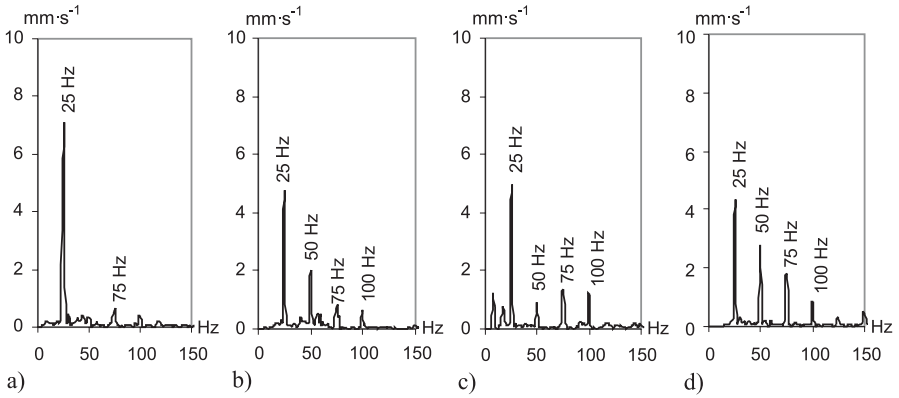




Rys. 8.14. Kształt charakterystyki A-C prędkości drgań wyznaczony podczas wybiegu wirnika

Rys. 8.15. Kształt holospectrum przy częstotliwości 25 Hz

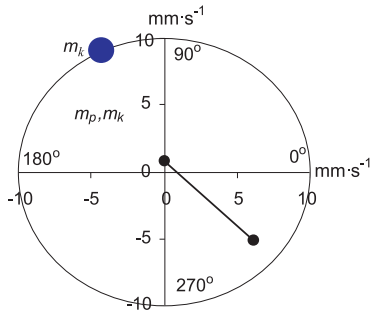
Charakter drgań wirnika wentylatora przy występowaniu znacznej ekscentryczności wałów obrazują widma amplitudowo-częstotliwościowe (rys. 8.16). Transformata Fouriera prędkości drgań w kierunkach P_2 i P_4 (rys. 8.16b i 8.16d) wyznaczających płaszczyznę większej niewspółosiowości wałów zawiera amplitudy dla częstotliwości 2x, 3x, 4x. Ultraharmoniczne występują również na widmach przypisanych kierunkom P_1 i P_3, jednak charakter drgań w płaszczyźnie poziomej jest znamienny dla wirnika z niewyważoną tarczą (rys. 8.16a).



Rys. 8.16. Charakterystyki A-C prędkości drgań wirnika w kierunku: a) P_1, b) P_2, c) P_3, d) P_4 przed wyważaniem i osiowaniem układu

Istotną ze względów technicznych kwestią jest możliwa do osiągnięcia efektywność wyważania tarczy w sytuacji, gdy oprócz siły odśrodkowej wywołanej niewyważeniem na wirnik działają również wymuszenia spowodowane niewspółosiowością wałów. Miejscem przyłożenia tych sił i momentów zginających wał wirnika jest sprzęgło.

Możliwość uzyskania poprawy stanu dynamicznego wentylatora przy znacznej niewpółosiowości wałów silnika i wirnika sprawdzono, wyważając wirnik w łożyskach własnych przy częstotliwości obrotowej 25 Hz. Wyważanie przeprowadzono w jednej płaszczyźnie korekcji K_1 i kierunku optymalizacji P_1. Oznacza to, że płaszczyzna pomiarowa przechodzi przez pierścień łożyska, prostopadle do jego osi, a parametry drgań są mierzone w kierunku poziomym. Zakładana klasa dobroci wyważenia G2.5 została osiągnięta przy jednym uruchomieniu (rys. 8.17).



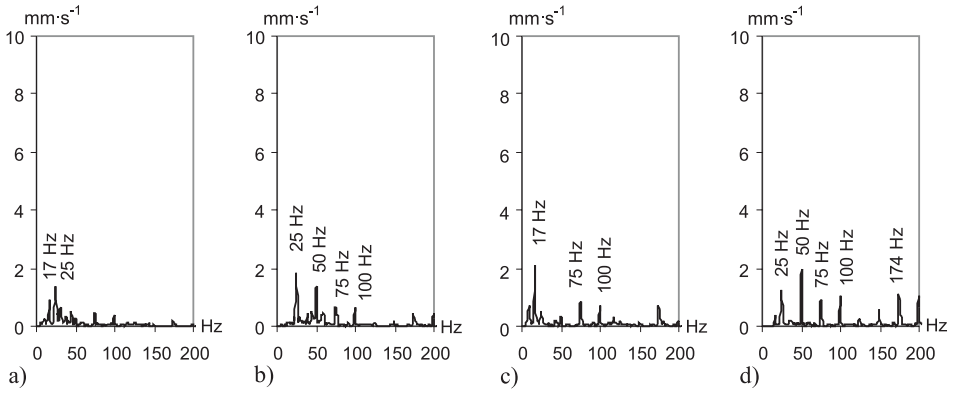
Masa korekcyjna (g)	Pozycja masy (°)	Amplituda (mm·s^{-1})	Kąt fazowy (°)
0	0	8,8	320
12,5	115	0,71	81

Osiągnięta dobroć wyważenia: G2.5*

*Prędkość liniowa środka masy tarczy wynosi 2,5 mm·s^{-1}

Rys. 8.17. Obraz przebiegu wyważania wirnika

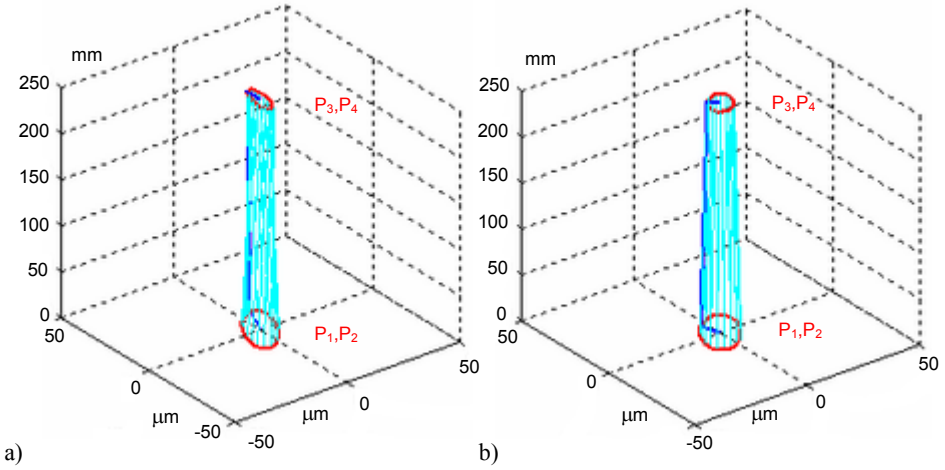
Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe przedstawione na rysunku 8.18 odnoszą się do prędkości drgań wirnika po przeprowadzonym wyważaniu. Jego efektem było zmniejszenie amplitud wibracji łożysk równocześnie w kierunku poziomym i pionowym. Jak można było się spodziewać, najlepszy skutek osiągnięto w kierunku P_1, odpowiadającym wybranemu wariantowi optymalizacji (rys. 8.18a). Widma prędkości uzyskane po wyważaniu zawierają nadal składowe ultraharmoniczne częstotliwości obrotowej. Po zmniejszeniu wartości amplitudy dla częstotliwości synchronicznej drgania wirnika w kierunku występowania największej ekscentryczności i skoszenia osi wałów zawierają głównie składową 2x. Z przebiegu sygnału prędkości drgań w kierunku P_3, przed i po wyważaniu, można wydzielić subharmoniczne 1/3x (8 Hz) oraz 2/3x (17 Hz).



Rys. 8.18. Charakterystyki A-C prędkości drgań wirnika kierunku: a) P_1, b) P_2, c) P_3, d) P_4 po wyważaniu

Osiągnięcie wysokiej klasy dobroci wyważenia daje powody sądzić, że widma prezentowane na rysunkach 8.18 są odzwierciedleniem stanu, w którym dominującym wymuszeniem jest niewspółosiowość wałów. Przeprowadzone po wyważaniu tarczy wirnika osiowanie zespołu wirnik-silnik spowodowało zanik w widmie drgań amplitud odpowiadających ultraharmonicznym częstotliwości obrotowej. Efekt ten najsilniej występuje w płaszczyźnie pionowej łożyska w pobliżu sprzęgła, a więc tam, gdzie niewspółosiowość była największa (kierunek P_4). Zrozumiałym jest fakt jej wzrostu w kierunku pomiarowym P_1 – przyjętym do optymalizacji. Wynika to z istoty działania metody współczynników wpływu. Mierzona w trakcie wyważania odpowiedź wirnika na wymuszenie jest pochodną zarówno jego niewyważenia, jak i niewspółosiowości. Algorytm obliczeniowy dobiera parametry korekcji, uwzględniając obydwa czynniki. W momencie, gdy jedna ze składowych zostanie wyeliminowana, wyznaczona korekcja okazuje się błędną.

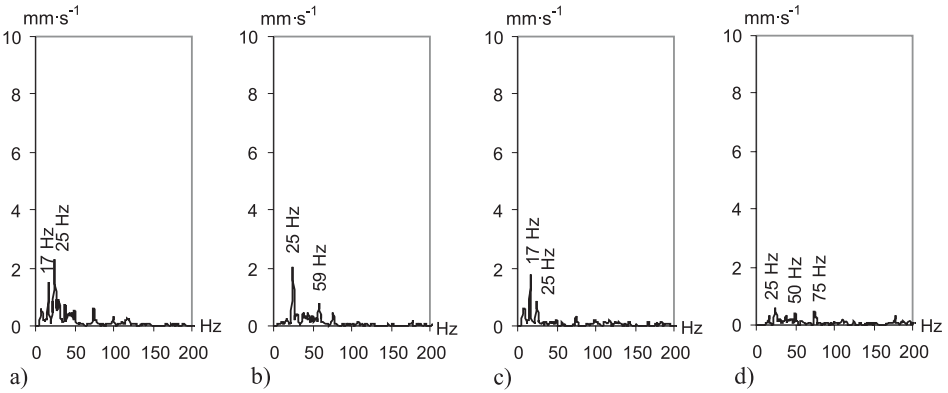
Holospectra 8.19 uzmysławiają możliwość zaistnienia sytuacji, w której nawet znaczna wartość przesunięcia i skoszenia osi wałów nie zmienia istotnie poziomu drgań wirnika. Bowiem obok przesunięcia i skoszenia osi wpływ na charakter drgań wywiera również sztywność połączenia wałów oraz ich prędkość obrotowa.



Rys. 8.19. Holospectrum drgań wirnika: a) po wyważaniu, b) po wyważaniu i osiowaniu

Kształt charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych prędkości drgań (rys. 8.20) wskazuje na niewspółosiowość jako jedną z przyczyn powodujących, że sztywność układu jest nieliniowa.

Uszkodzeniom maszyn wirnikowych, takim jak: niewyważenie wirnika, pęknięcie wału, niewspółosiowość wałów czynnego i biernego, tarcie między elementami ruchomymi i stałymi, luzy itp. towarzyszą określone symptomy nie tylko w widmie amplitudowo-częstotliwościowym, lecz również w widmach fazowych.



Rys. 8.20. Charakterystyki A-C prędkości drgań wirnika w kierunku: a) P_1, b) P_2, c) P_3, d) P_4 po wyważaniu i osiowaniu układu

Chen [16], opierając się na analizach charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych, fazowo-częstotliwościowych oraz kształcie holospectrum drgań układów wirnikowych, podał następujące symptomy występowania w nich niewspółosiowości:

(i) mierzony parametr drgań zawiera dominujące składowe o częstotliwościach: f_1, f_2 i f_4, przy czym amplituda składowej o częstotliwości f_2 ma największą wartość,

(ii) różnica kątów fazowych pomiędzy sygnałami mierzonymi w kierunku poziomym oraz pionowym maleje i przy częstotliwości f_2 jest mniejsza, niż dla częstotliwości f_4 oraz f_1, tj. $\Delta f_2<\Delta f_4<\Delta f_1$,

(iii) wzrastają długości głównych półosi elipsy holospectrum dla częstotliwości drgań (2x), (4x), (1x), spełniając warunek $a_2>a_4>a_1$, natomiast ich ekscentryczności ulegają zmniejszeniu w porządku: $e_2<e_4<e_1$.

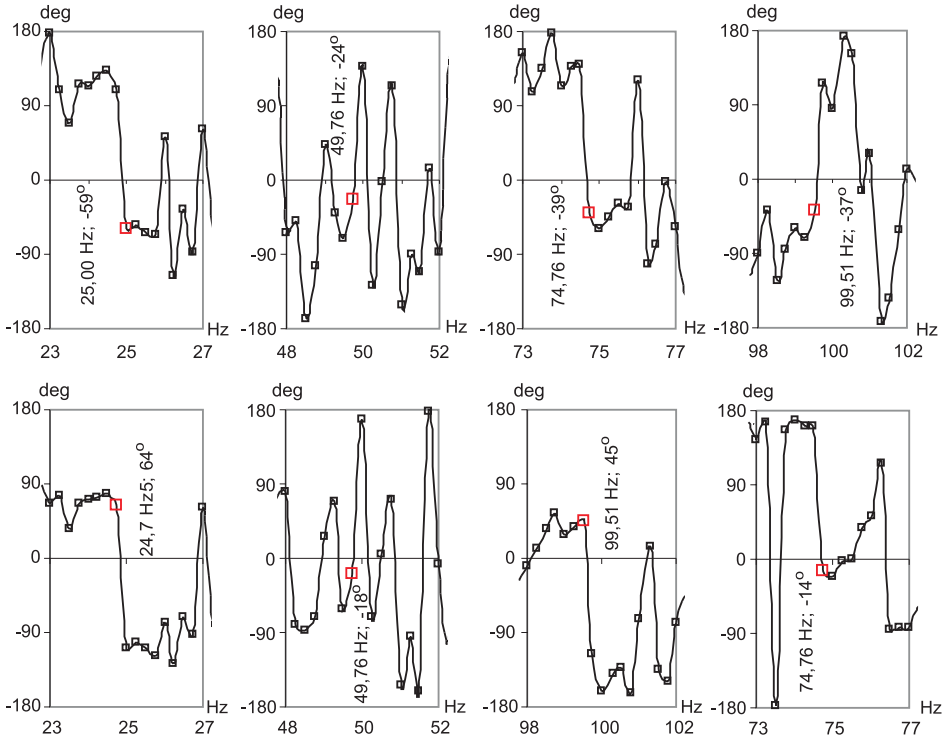
Wyniki własnych badań charakteru drgań wentylatora promieniowego przy niewspółosiowości wirnika i silnika [194] potwierdziły w większości przypadków rezultaty analiz Chena, choć również wykazały istnienie szeregu odstępstw.

Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe prędkości drgań po wyważaniu wirnika, a więc wówczas, gdy siła w miejscu występowania sprzęgła wywołana niewspółosiowością wałów jest głównym wymuszeniem, dokumentują spełnienie warunku (i) jedynie w kierunku P_4 (rys. 8.18d). Jest to jednak ten kierunek, w którym zadany charakter niewspółosiowości wywierał największy wpływ na drgania wirnika.

Rysunki 8.21 i 8.22 przedstawiają wykresy zmian kątów fazowych drgań o częstotliwościach 25 Hz (a), 50 Hz (b), 75 Hz (c), 100 Hz (d). Różnice kątów fazowych między kierunkiem poziomym i pionowym przy tych częstotliwościach wynoszą:

– dla łożyska bliżej tarczy: $(\Delta f_2 = 7°)<(\Delta f_4 = 82°)<(\Delta f_1 = 123°)$,
– dla łożyska bliżej sprzęgła: $(\Delta f_2 = 49°)<(\Delta f_4 = 51°)<(\Delta f_1 = 80°)$.

Jest to zgodne z warunkiem (ii).

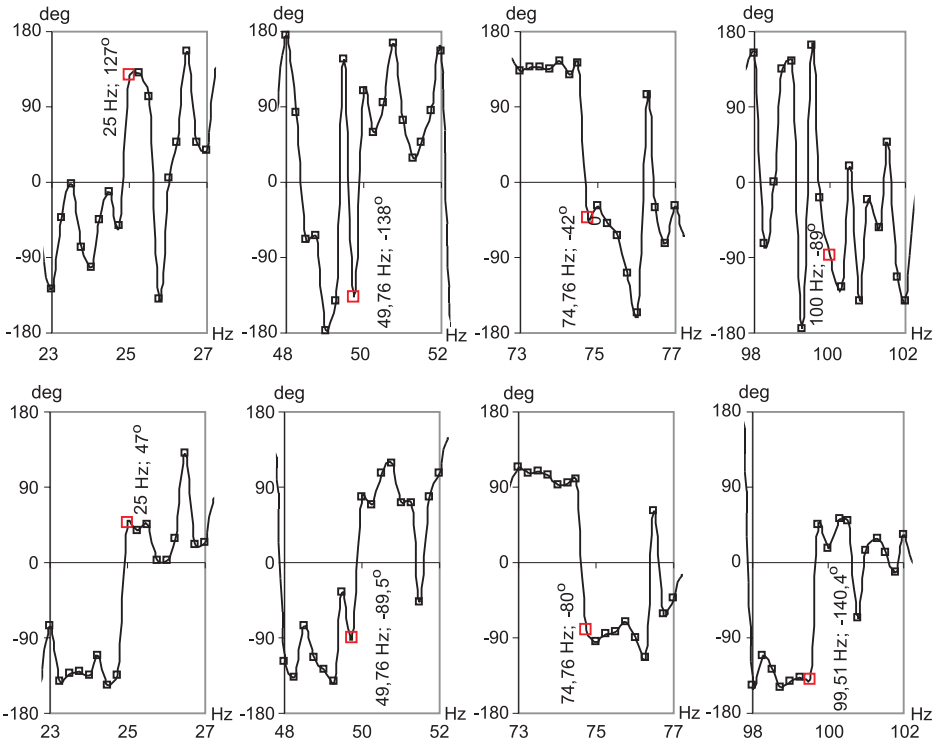


Rys. 8.21. Różnica faz pomiędzy prędkością drgań w kierunku poziomym i pionowym dla łożyska przy tarczy; rysunki górne – płaszczyzna pozioma, dolne – płaszczyzna pionowa

Na podstawie analizy drgań wirnika w kierunkach prostopadłych określono parametry elips holospectrum dla wybranych częstotliwości:

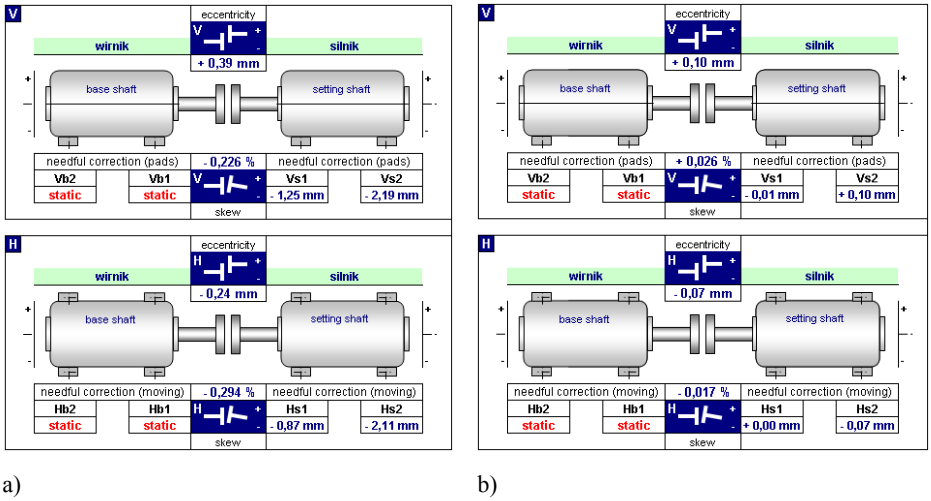
– dla łożyska położonego bliżej tarczy: $a(1x) = 14{,}43$ μm, $a(2x) = 16{,}24$ μm, $a(4x) = 18{,}30$ μm oraz $e(1x) = 0{,}903$, $e(2x) = 0{,}999$, $e(4x) = 0{,}825$; pomiędzy długościami większych półosi elips zachodzą więc nierówności $a_1<a_2<a_4$, natomiast ich ekscentryczności uporządkowane są w sposób $e_2>e_1>e_4$,
– dla łożyska bliżej sprzęgła $a(1x) = 8{,}35$ μm, $a(2x) = 25{,}58$ μm, $a(4x) = 35{,}63$ μm oraz $e(1x) = 0{,}944$, $e(2x) = 0{,}992$, $e(4x) = 0{,}920$, co prowadzi do nierówności $a_4>a_2>a_1$ oraz $e_2>e_1>e_4$.

Relacje $a_1<a_2<a_4$ oraz $e_2>e_1>e_4$ dla holospectrum drgań łożysk przeczą warunkom określonym przez Chena. Spełnione są natomiast w odniesieniu do parametrów drgań obydwu łożysk zależności: $a(2x)>a(1x)$ oraz $e(2x)<e(1x)$. Osłabia to kryterium Chena do przesłanki, że niewspółosiowość wałów powoduje zwiększenie długości głównej półosi elipsy holospectrum dla drgań o częstotliwości 2x oraz zmniejszenie jej ekscentryczności. Punkt odniesienia stanowią wartości tych parametrów dla częstotliwości synchronicznej. W trakcie osiowania wałów maszyn o dużych gabarytach minimalizacja błędów niewspółosiowości elementów wymaga precyzyjnej zmiany ich względnego położenia. Korzyści, w postaci zmniejszenia poziomu drgań, często nie rekompensują poniesionych z tego tytułu nakładów.



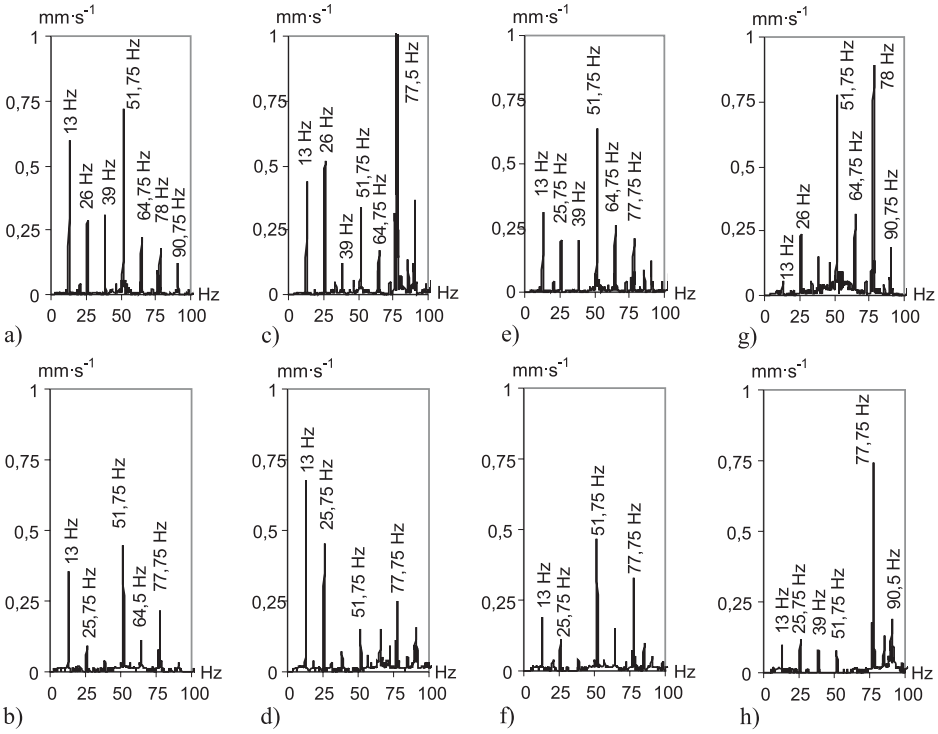
Rys. 8.22. Różnica faz pomiędzy prędkością drgań w kierunku poziomym i pionowym dla łożyska przy sprzęgle; rysunki górne – płaszczyzna pozioma, dolne – płaszczyzna pionowa

Prędkość wirnika w głównej mierze decyduje o poziomie jego drgań. Przykładem może być sytuacja, gdy wartość względnego przesunięcia osi oraz ich wzajemnego skoszenia, określona w protokole pomiarów wentylatora promieniowego jako nieprawidłowa (rys. 8.23a) i wymagająca korekcji, dla częstotliwości obrotowej wirnika 13 Hz pozwala na jego wyważenie w wysokiej klasie dobroci G.1. Małe wartości amplitudy drgań układu o częstotliwości 1x i ultraharmonicznych wskazują na fakt, że błąd współosiowości nie jest istotną przyczyną wibracji wirnika wentylatora promieniowego. Amplitudy 1x i 2x są dominujące (rys. 8.24a, b, c, d) dla prędkości drgań wirnika, natomiast ultraharmoniczne 4x, a nawet 6x, zaznaczają swoją obecność w widmie prędkości drgań silnika (rys. 8.24e, f, g, h). Spadek, po osiowaniu wirnika, wartości amplitud prędkości drgań o częstotliwościach charakterystycznych 1x, 2x, 4x nie jest znaczący, a niekiedy wręcz ledwie zauważalny.



a) b)

Rys. 8.23. Stan niewspółosiowości wałów wirnika i silnika: a) przed korekcją b) po korekcji



Rys. 8.24. Widmo prędkości drgań wirnika i silnika przy sprzęgle w kierunkach: P_3, P_4, P_5, P_6: a), c), e), g) – przed osiowaniem, oraz b), d), f), h) – po osiowaniu

Dominacji drgań o podwójnej harmonicznej częstotliwości obrotowej wirnika może sprzyjać lokalizacja sprzęgła i kształt postaci drgań własnych wirnika. Oddziaływania sił i momentów w połączeniu wałów silnika i wirnika przy ich niewspółosiowości nie wpływają na zmianę częstotliwości drgań własnych układu. W trakcie przeprowadzonego eksperymentu nie stwierdzono, aby niewspółosiowość wirnika i silnika utrudniała wyważenie zespołu. Przesunięcie równoległe i kątowe osi wałów prowadzi do cyklicznego zginania elastycznych elementów sprzęgła. Zginanie w częstotliwości synchronicznej 1x prędkości obrotowej wirnika ma pewien wpływ na zmianę amplitudy drgań, jednak niewspółosiowość w układzie jest zazwyczaj kompensowana przez podatność i tłumienie części elastycznych sprzęgła. Łożyska charakteryzują się określoną podatnością, dlatego postać drgań, przy której następuje zmiana kąta fazowego przed i za sprzęgłem, jest odpowiednia dla częstotliwości 2x.

Przedstawionych w pracy kryteriów Chena określających symptomy niewspółosiowości, opartych na analizie zmian kątów fazowych czy też holospectrum, nie należy pojedynczo traktować w sposób rozstrzygający. Ogólnie trzeba przyjąć, że dopiero zespół kilku cech charakterystycznych występujących łącznie może stanowić podstawę do formułowania trafnych wniosków odnośnie występowania niewspółosiowości w układzie.

9. ANALIZA MOŻLIWOŚCI WYWAŻANIA WIRNIKA SZTYWNEGO W WARUNKACH DUDNIENIA

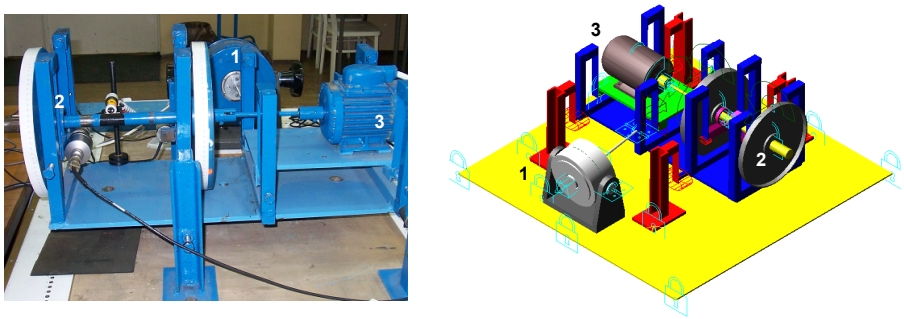
W grupie pracujących maszyn oddziaływanie dynamiczne na podłoże każdej z nich, z reguły stanowi wzbudzenie dla innych maszyn, co w pewnych przypadkach znacznie utrudnia wyważanie ich wirników. Jedną z metod analizy charakteru wymuszenia stanowi modelowanie numeryczne, które w przypadku fundamentu jest trudne, bowiem różne czynniki, w tym głównie nieznane cechy materiałowe, w istotny sposób wpływają na jego podatność oraz zdolności tłumienia drgań [6, 39, 158, 170].

Przy wyznaczaniu własności fundamentu wykorzystuje się wyniki pomiarów wibracji wirnika maszyny na nim posadowionej podczas jego rozbiegu lub hamowania [93, 123, 150]. Technika ta została rozwinięta przez Leesa i Friswella [95] a następnie zweryfikowana doświadczalnie przez Edwardsa [46] oraz Leesa [94]. Dla wielkogabarytowych maszyn liczba postaci drgań wirnika w całym zakresie częstotliwości jest zazwyczaj wyższa niż liczba stopni swobody modelu fundamentu. W takim przypadku zakres częstotliwości drgań powinien być podzielony na mniejsze przedziały, w sposób zaproponowany przez Smarta [149].

Ze względu na konstrukcję wentylatorów promieniowych sposób ich posadowienia w znaczący sposób wpływa na poziom i postać drgań. Wielkości sił pochodzących od niewyważenia wirnika przenoszonych na podłoże mogą być porównywalne z oddziaływaniami maszyn o udarowym charakterze pracy. Ważny problem, ze względu bezpieczeństwa użytkowania, stanowi poprawny dobór wibroizolacji wentylatorów. Bezdyskusyjną jest konieczność ich diagnozowania, najlepiej w trybie ciągłym [44, 52].

9.1. WYWAŻANIE WIRNIKA NA STANOWISKU BADAWCZYM W WARUNKACH DUDNIENIA

Warunki, w jakich możliwe jest wyważanie wirnika przy drgającym posadowieniu, sprawdzano na stanowisku badawczym przedstawionym na rysunku 9.1.



a) b)

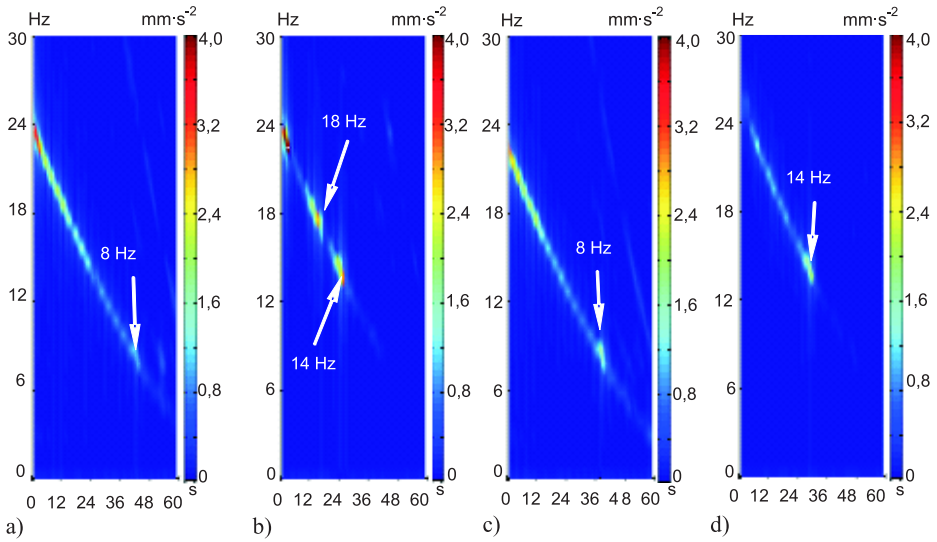
Rys. 9.1. Widok: a) stanowiska badawczego: 1 – wzbudnik, 2 – wirnik, 3 – silnik, b) modelu stanowiska

Jest to dwutarczowy wirnik podparty w łożyskach umiejscowionych na górnej podstawie, która z kolei spoczywa na płycie dolnej. Drgania wirnika wywołuje niewyważenie tarcz oraz oddziaływanie wzbudnika siłą o częstotliwości zmian regulowaną przez generator. Podstawy zawieszone są na sprężynach płaskich, co powoduje, że

sztywność konstrukcji w kierunku poziomym jest znacznie mniejsza od sztywności w kierunku pionowym.

Charakterystyki rezonansowe modelu zostały wyznaczone w trakcie badania odpowiedzi układu na wymuszenie bezwładnościowe niewyważeniem tarcz w trakcie rozbiegu i wybiegu. Dwukrotnie wolniejszy od rozbiegu wybieg wirnika powoduje, że podczas hamowania znajduje się on dłużej w strefach rezonansu, co umożliwia wyraźną lokalizację tych obszarów na krótkoczasowej charakterystyce amplitudowo-częstotliwościowej (rys. 9.2). W kierunku poziomym drgania rezonansowe występują przy częstotliwości obrotowej 8 Hz, natomiast w pionowym – zarówno przy częstotliwości 14 Hz, jak i 18 Hz.

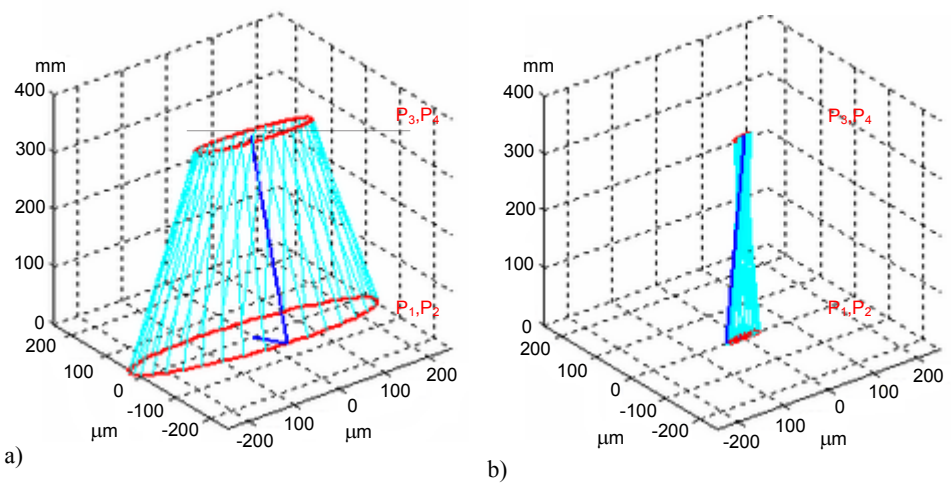
Badanie efektywności wyważania w warunkach dudnienia było prowadzone przy częstotliwości obrotowej wirnika 11,25 Hz oraz częstotliwości wymuszenia wzbudnika 12,25 Hz. W warunkach rzeczywistych efekt czystego dudnienia występuje rzadko. Zazwyczaj bowiem w widmie drgań występują amplitudy w różnych pasmach częstotliwości i sytuacja, w której dwie amplitudy o dominujących wartościach występują w zbliżonych częstotliwościach, nie zdarza się często. Efektowi dudnienia towarzyszy modulacja sygnału i związana z tym niestałość amplitudy i kąta fazowego. Pomiar tych wielkości stanowi podstawę wyznaczenia prawidłowej korekcji w trakcie wyważania wirnika. Kwestią niezwykle istotną jest więc określenie wrażliwości metody współczynników wpływu z funkcją optymalizacji na występujące w układzie zjawisko dudnienia.



Rys. 9.2. Obraz krótkoczasowej transformaty amplitudowo-częstotliwościowej przyspieszenia drgań wirnika w kierunkach: a) P_1, b) P_2, c) P_3, d) P_4

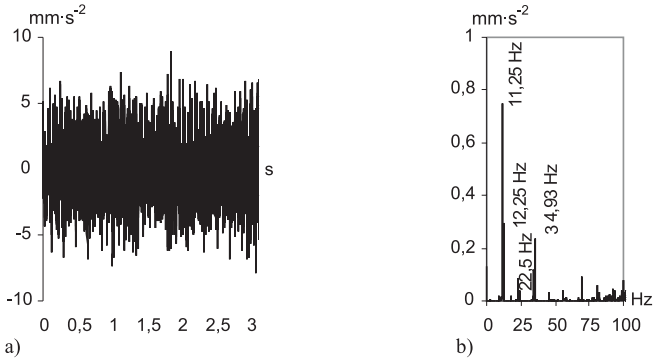
Badanie wpływu modulacji sygnału na poprawność obliczeń parametrów korekcji przeprowadzono w ten sposób, że w pierwszym etapie doświadczenia dokonano wyważania tarcz przy częstotliwości obrotowej 11,25 Hz bez efektu dudnienia. Następnie wirnik został dodatkowo wzbudzony wymuszeniem o częstotliwości 12,25 Hz. Ideą eksperymentu było sprawdzenie, w jaki sposób algorytm metody potraktuje wymuszenie, którego częstotliwość niewiele różni się od częstotliwości obrotowej wirnika.

Parametry drgań przed wyważeniem i po wyważaniu wirnika zostały zobrazowane za pomocą holospectrum (rys. 9.3). Mimo że częstotliwość, przy której był wyważany wirnik, znajdowała się poza strefą rezonansu, spłaszczenie holospectrum 1x odpowiada kierunkowi drgań własnych przy częstotliwości 8 Hz. Mając na uwadze małą sztywność podparcia wirnika, zwłaszcza w kierunku poziomym, uzyskany wynik wyważania wydaje się w pełni zadowalający, bowiem amplitudy drgań we wszystkich kierunkach pomiaru zmniejszyły się sześciokrotnie.



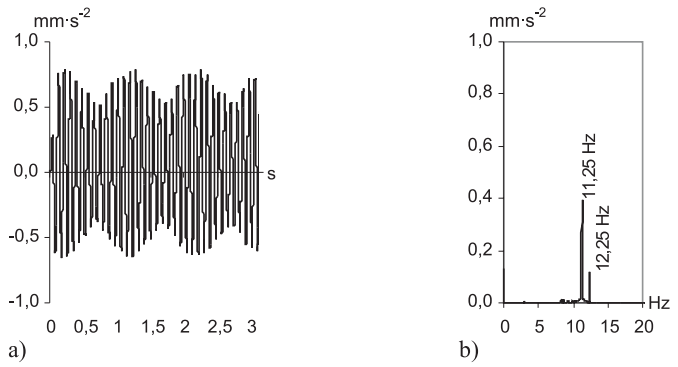
Rys. 9.3. Holospectrum drgań wirnika bez efektu dudnienia: a) przed wyważaniem,b) po wyważaniu przy optymalizacji P(1, 2, 3, 4) i korekcji K(1, 2)

W kolejnym kroku wzbudzono wirnik sygnałem harmonicznym o częstotliwości 12,25 Hz. Funkcja określająca przebieg czasowy (rys. 9.4a) nie ma kształtu charakterystycznego dla drgań z efektem dudnienia. Jest to wynik nakładania się zakłóceń o innych częstotliwościach. Amplituda wymuszenia pochodzącego od niewyważenia resztkowego jest dominująca, choć obserwuje się również składowe drgań o wyższych częstotliwościach, będące symptomem zużycia łożyska (rys. 9.4b).



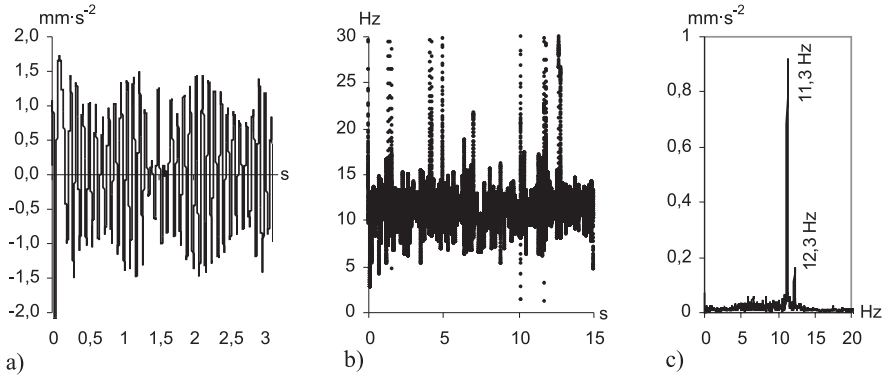
Rys. 9.4. Ilustracja: a) przebiegu czasowego przyspieszenia drgań wirnika w kierunku P_1, b) widma przyspieszenia drgań wirnika w kierunku P_1

Efekt dudnienia może rzeczywiście ujawnić się po ich odfiltrowaniu (rys. 9.5), co przedstawia widmo przyspieszenia w przedziale częstotliwości 0-100 Hz. Położone blisko siebie prążki przy 11,25 Hz i 12,25 Hz są amplitudami drgań o tych częstotliwościach (rys. 9.5b).



Rys. 9.5. Ilustracja: a) przebiegu czasowego drgań wirnika w kierunku P_1 po odcięciu pasma o wyższej częstotliwości niż 15 Hz, b) charakterystyki A-C przyspieszenia drgań w kierunku P_1

Przepuszczając sygnał przez cyfrowy dolnoprzepustowy filtr Butterwortha, dokonano odcięcia częstotliwości wyższych niż 15 Hz. Podobny skutek spowoduje użycie transformacji Hilberta-Huanga (rys. 9.6).

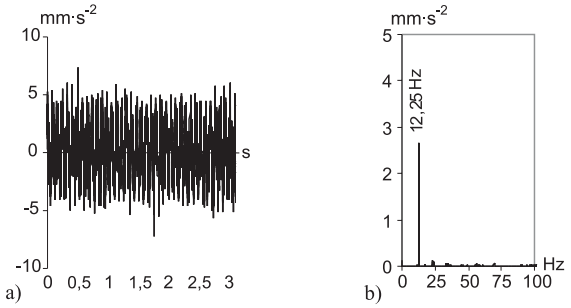


Rys. 9.6. Wyniki transformacji Hilberta-Huanga przebiegu czasowego przyspieszenia drgań wirnika w kierunku P_1: a) IMF, b) TF dla pasma częstotliwości 11,25-12,25 Hz, c) charakterystyka A-C

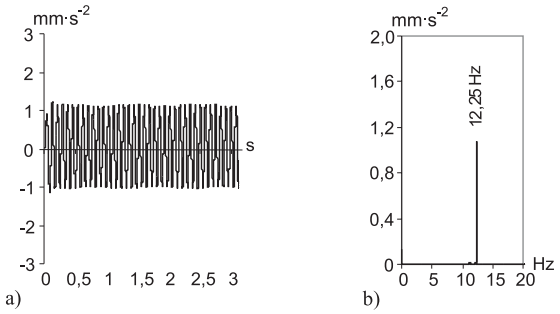
Różnice wartości amplitud na rysunkach 9.5b oraz 9.6c wynikają z zastosowanej dla transformacji funkcji okna. Rysunek 9.6b przedstawia zmiany w czasie sygnałów o częstotliwości w paśmie 12-15 Hz.

Skośne ustawienie popychacza powoduje, że siła oddziaływania wzbudnika ma składowe: poziomą oraz pionową o znacznym module. Jest ona przyłożona do platformy, na której posadowiony jest wirnik, a nie do samego wirnika. Z tego względu, w kierunku P_2 amplituda drgań spowodowanych niewyważeniem tarcz na widmie przy-

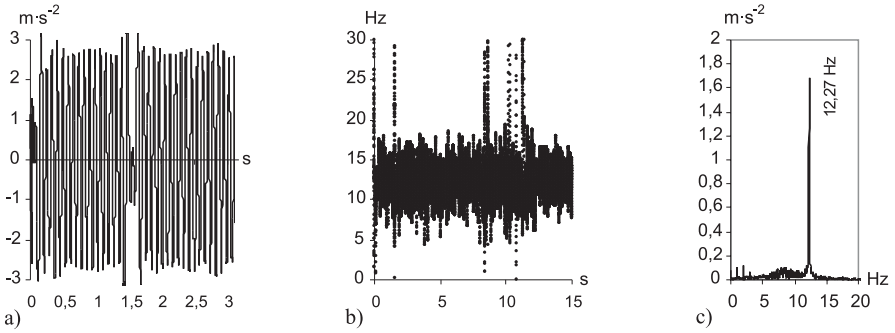
spieszenia nie jest w ogóle widoczna (rys. 9.7b). Przebieg czasowy sygnału przyspieszenia poddany działaniu dolnoprzepustowego filtru cyfrowego Butterwortha (rys. 9.8b) i odcięciu drgań o częstotliwości większej niż 15 Hz nie nosi znamion dudnienia (rys. 9.8a). Podobny wynik otrzymano dla istotnej funkcji składowej odpowiadającej otoczeniu częstotliwości 12,25 Hz po transformacji Hilberta-Huanga (rys. 9.9).



Rys. 9.7. Ilustracja: a) przebiegu czasowego przyspieszenia drgań wirnika w kierunku P_2, b) widma przyspieszenia drgań wirnika w kierunku P_2



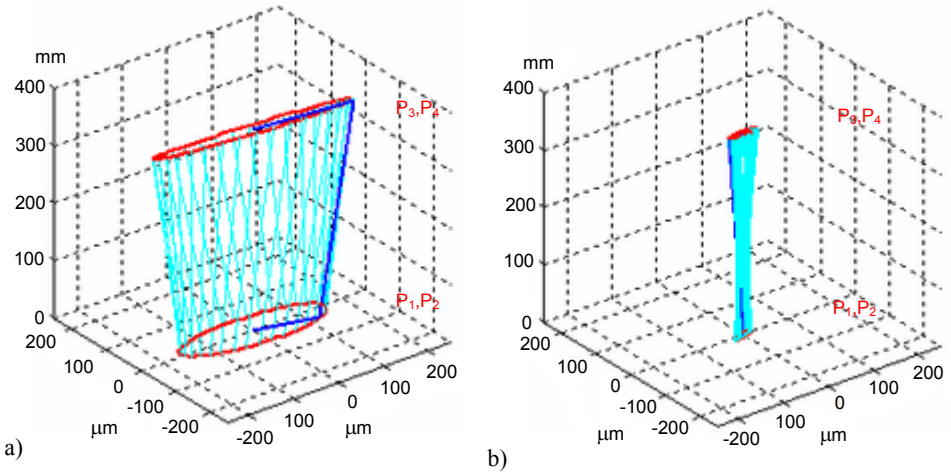
Rys. 9.8. Ilustracja: a) przebiegu czasowego przyspieszenia drgań wirnika w kierunku P_2 po odcięciu pasma o wyższej częstotliwości niż 15 Hz, b) widma przyspieszenia drgań wirnika w kierunku P_2 po odcięciu pasma o wyższej częstotliwości niż 15 Hz



Rys. 9.9. Wyniki transformacji Hilberta-Huanga przebiegu czasowego przyspieszenia drgań wirnika w kierunku P_2: a) IMF, b) TF dla pasma częstotliwości 11,25-12,25 Hz, c) charakterystyka A-C

Dla wykazania możliwości wyważania wirnika w warunkach interferencji drgań przeprowadzono pełny przebieg wyważania wirnika po dołączeniu do obydwu tarcz mas 10 g w położeniach kątowych $\pi/2$. Zabieg ten miał na celu stwierdzenie, czy algorytm oparty na macierzy współczynników wpływu prawidłowo określi wielkość masy niewyważenia w przypadku, gdy amplituda drgań nie jest tylko funkcją wymuszenia bezwładnościowego.

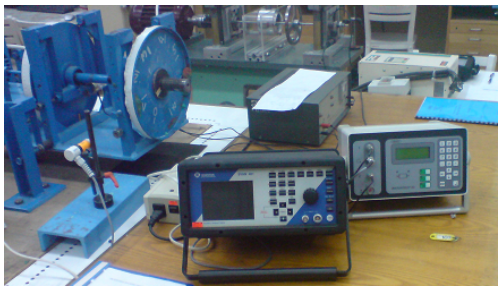
Przebieg wyważania zobrazowano graficznie poprzez wykreślenie trajektorii drgań wirnika w płaszczyznach pomiarowych wyznaczonych kierunkami P_1, P_2, P_3, P_4 (rys. 9.10).



Rys. 9.10. Holospectrum drgań wirnika z efektem dudnienia: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu przy optymalizacji P(1, 2, 3, 4) oraz korekcji K(1, 2)

Uzyskany efekt jest porównywalny z osiągniętym w trakcie procesu wyważania bez wymuszenia. Wyliczone masy korekcyjne są bliskie wartości niewyważenia dołączonego do tarcz. Kąt ich lokalizacji został wyznaczony poprawnie jako różniący się o wartość π od położenia kątowego, na którym dołączono masy powodujące niewyważenie wirnika. Dowodzi to możliwości wyważania wirnika w warunkach dudnienia przy zastosowaniu metody współczynników wpływu, pomimo że stosunek amplitudy drgań wywołanych niewyważeniem tarcz do amplitudy drgań wymuszonych przez wzbudnik był różny na każdym etapie wyważania, tj. podczas pomiarów wstępnych oraz po dołączeniu kolejnych mas próbnych. Wielkość wzbudzenia zewnętrznego w warunkach rzeczywistych nie jest zwykle duża i odpowiada proporcjom przyjętym w przeprowadzonym doświadczeniu. Należy mieć świadomość, że obserwowany w badaniach nieznaczny wpływ interferencji drgań pomiędzy wzbudzeniem zewnętrznym a siłami działającymi na wirnik wskutek jego niewyważenia jest spowodowany głównie zastosowaniem filtrów cyfrowych i uśrednianiem wyników pomiarów w długim okresie czasu.

Wyważanie wirnika w warunkach dudnienia przy użyciu przyrządu starszej generacji z filtrami analogowym i lampą stroboskopową jako znacznikiem fazy (rys. 9.11) kończy się zazwyczaj niepowodzeniem z uwagi na wyraźny efekt niestałości kąta fazowego w trakcie pomiaru [193]. Kąt ulega płynnej zmianie w określonych granicach lub następuje skokowa zmiana jego wartości.



a)

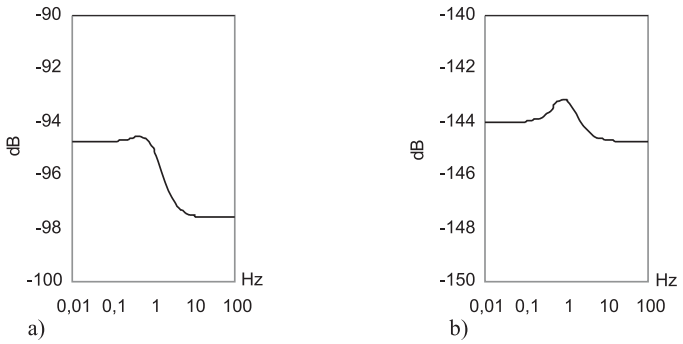
b)

Rys. 9.11. Wyważarki starszej generacji z filtrami analogowymi i pomiarem kąta fazowego: a) przy użyciu diody laserowej, b) przy użyciu lampy stroboskopowej

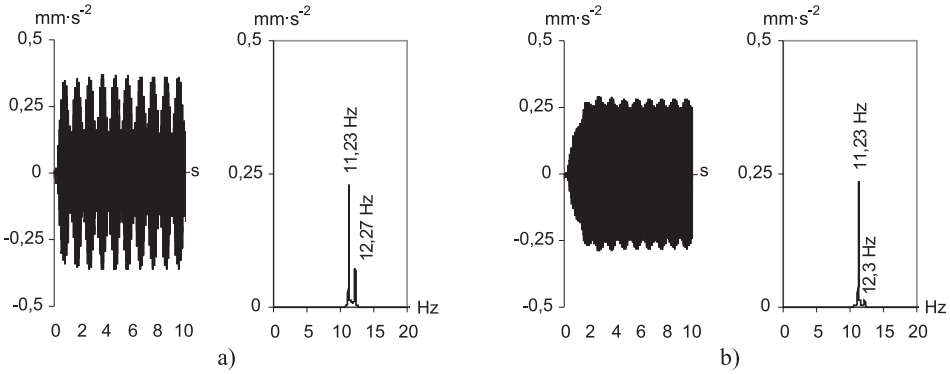
Filtr analogowy charakteryzuje się określonym pasmem przepustowości. Jego działanie można zobrazować symulacją zmiany zakresu przepustowości filtru Butterwortha drugiego rzędu w przedziale częstotliwości $\langle f_0 - 1, f_0 + 1 \rangle$ Hz oraz $\langle f_0 - 0,25, f_0 + 0,25 \rangle$ Hz. Wartość f_0 określa częstotliwość obrotową wirnika. Charakterystyka filtru przedstawiona na rysunku 9.12 pozwala zrozumieć, że wycięcie wąskiego pasma częstotliwości jest rzeczą trudną. W przypadku zmierzonego sygnału przyspieszenia drgań wirnika w kierunku P_2, filtr o paśmie przepustowości 1 Hz nie pozwala na odcięcie składowej będącej efektem działania wzbudnika (rys. 9.13a).

Lepszy efekt uzyskano po zastosowaniu filtru z pasmem przepustowości 0,5 Hz (rys. 9.13b). Przebieg czasowy przyspieszenia ma charakter zbliżony do uzyskiwanego przy wymuszeniu o jednej częstotliwości. Można więc sądzić, że filtr analogowy o bardzo małej przepustowości umożliwiłby wyważenie wirnika ze skutkiem podobnym do uzyskanego przy użyciu wyważarki z filtrem cyfrowym.

Efekt dudnienia występuje głównie blisko źródła sygnału stanowiącego zakłócenie. Podczas wyważania wirnika wentylatora miejscem tym jest najczęściej otoczenie przekładni pasowej. Zastosowanie metody współczynników wpływu z funkcją optymalizacji pozwala wykorzystać tę jej zaletę, że obliczenie korekcji odbywa się na podstawie wyników pomiarów parametrów drgań wykonanych w wielu kierunkach. W większości z nich efekt dudnienia nie występuje, co polepsza dokładność wyważania.



Rys. 9.12. Charakterystyka Bodego filtru Butterwortha o paśmie przepustowości: a) 2 Hz, b) 0,5 Hz



Rys. 9.13. Efekt filtrowania sygnału przemieszczenia drgań wirnika w kierunku P_2 filtrem Butterwortha o przepustowości: a) 1 Hz, b) 0,5 Hz

9.2. ANALIZA NUMERYCZNA ODPOWIEDZI WIRNIKA PRZY WZBUDZENIU POWODUJĄCYM EFEKT DUDNIENIA

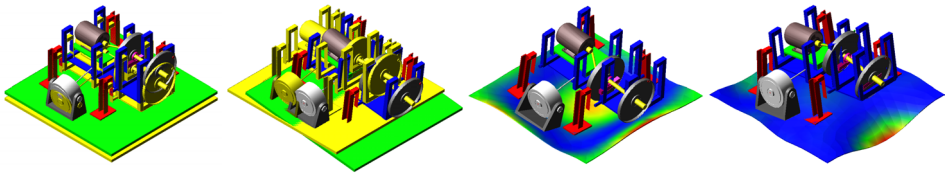
Współczesne maszyny wirnikowe powinny mieć lekką konstrukcję, a jednocześnie umożliwiać uzyskiwanie dużych prędkości obrotowych. Wymagania te dotyczą zarówno turbogeneratorów, a więc obiektów o złożonych cechach konstrukcyjnych, jak też wentylatorów i pomp, których budowa jest stosunkowo prosta. Dokładne określenie wartości prędkości krytycznej tego typu maszyn jest konieczne dla zapewnienia ich bezawaryjnej pracy. Prędkości, przy których występują drgania rezonansowe wirnika, najbezpieczniej jest wyznaczać na podstawie obliczeń numerycznych, mimo iż spore trudności przysparza wówczas identyfikacja własności dynamicznych elementów ruchomych, korpusu oraz posadowienia maszyny.

Analizy wykonane dotąd przez badaczy w różnym stopniu uwzględniają efekty oddziaływania fundamentu na drgania wirnika, np. Kirk i Gunter [89] rozważali dynamikę wirnika Jeffcotta zamocowanego w łożyskach podatnych, przy elastycznym podparciu i zdolnościach tłumienia. W równaniach ruchu pominęli zarówno odkształcenia wału, jak też efekty żyroskopowe związane z ruchem tarczy, skupiając się głównie na relacji między sztywnością posadowienia a wartością amplitudy drgań wirnika i wielkością siły przenoszonej na fundament w różnych zakresach prędkości obrotowej. Lund [102] i Gunter [65] wykazali, że wzrost tłumienia i podatności fundamentu przy dużych prędkościach obrotowych wirnika zmniejsza zakres częstotliwości, dla których jego drgania mogą mieć charakter niestabilny.

Lund, Sternlicht [106], oraz Dworski [43] i Gunter [66] udowodnili możliwość znacznego zmniejszenia wartości siły oddziaływania wirnika na podłoże poprzez właściwy dobór sposobu jego łożyskowania. Gasch [56] modelował giętki wirnik dużego turbogeneratora metodą elementów skończonych, uwzględniając w równaniach ruchu dynamikę fundamentu poprzez macierz receptancji, którą otrzymał opierając się na analizie modalnej. Vance [165] do tego samego celu wykorzystał metodę macierzy przejścia. W znaczeniu statystycznym, praca z prędkością okołorezonansową lokuje się wysoko w hierarchii przyczyn występowania wysokiego poziomu drgań wentylatorów. Również oddziaływanie otoczenia, w tym nieprawidłowy naciąg pasów przekładni oraz wymuszenie kinematyczne fundamentu, stanowi nader częsty powód nadmiernej wibracji maszyny, zazwyczaj o cechach dudnienia.

Formułowanie równań ruchu wirnika wentylatora przy drgającym podłożu nie jest sprawą łatwą nawet wówczas, gdy do tego celu wykorzystuje się metodę elementów skończonych. Jeżeli wentylator spoczywa na wibroizolatorach, to one w głównej mierze określają parametry sztywności i tłumienia fundamentu. Wielkości te są wówczas znane, bowiem podaje je wytwórca. W przypadku ustawienia wentylatora na ramie przytwierdzonej do betonowego bloku, wyznaczenie własności mechanicznych gruntu wymaga dodatkowych badań. Modelowanie – także numeryczne – przekładni pasowej stanowi odrębny i wcale nie błahy problem [87]. Uwaga ta odnosi się nie tylko do wyznaczenia częstotliwości drgań własnych pasów [148], ale również przenoszenia drgań przez przekładnię [115, 167].

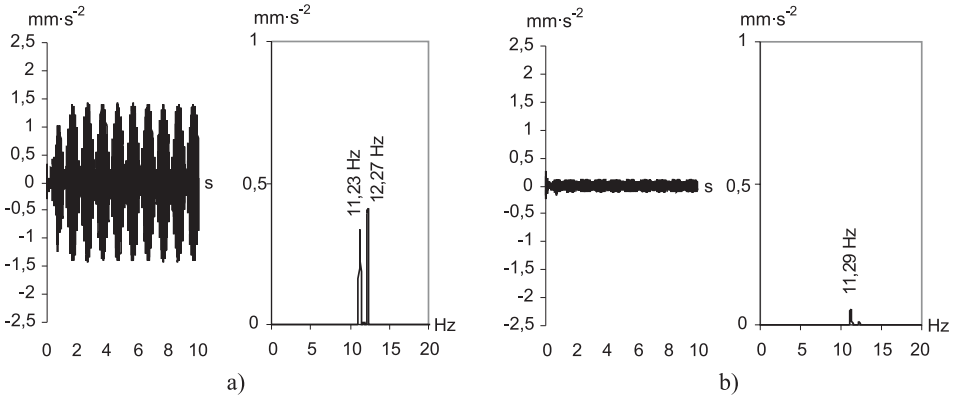
Konsekwencje modelowania drgań wirnika z uwzględnieniem oddziaływania podłoża zostały pokazane na rysunkach 9.14. Obiektem odwzorowanym jest stanowisko wykorzystane do oceny efektywności wyważania w warunkach dudnienia (rys. 9.1). Celem analizy numerycznej było określenie różnic w charakterze oddziaływania na wirnik podłoża, gdy traktowane jest ono jako sztywna bryła oparta na elementach sprężystych lub jako odkształcalna płyta. Uzupełnieniem wcześniejszych analiz jest poszukiwanie rozwiązania numerycznego równań ruchu wirnika o cechach dudnienia, w sąsiedztwie częstotliwości drgań własnych.



a) b) c) d)

Rys. 9.14. Postacie drgań własnych wirnika związane z drganiami fundamentu przy częstotliwości: a) 16,2 Hz – fundament sztywny, b) 18,4 Hz – fundament sztywny, c) 14,2 Hz – fundament elastyczny, d) postać drgań własnych wirnika związana z drganiami fundamentu przy częstotliwości 21,4 Hz – fundament elastyczny

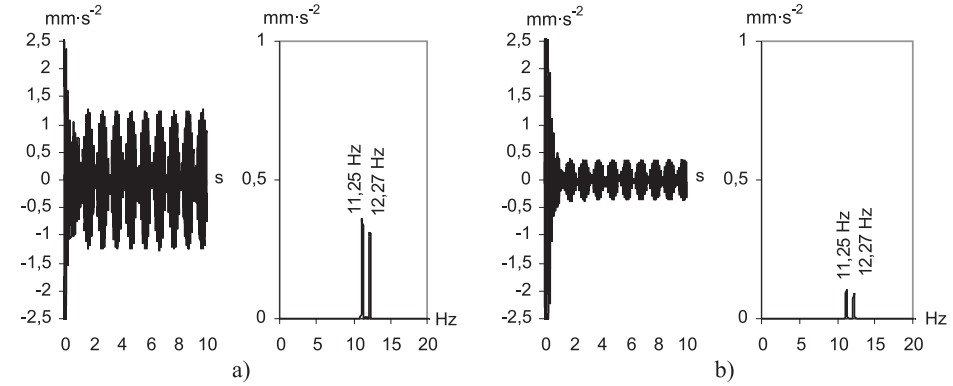
W prowadzonych badaniach oddziaływanie przekładni pasowej symulowano za pomocą wzbudnika. Łącznik cewki wzbudnika ustawiono pod kątem ~10°. W rzeczywistości kąt, jaki tworzy z kierunkiem poziomym prosta łącząca środki kół przekładni pasowej napędu wentylatora, przyjmuje wartości zależne od względnego położenia wirnika i silnika. Zastosowanie wzbudnika czyniło możliwym zarówno zadawanie określonej amplitudy drgań, jak też zmianę częstotliwości. Drgania wzbudnika przenoszone przez podłoże stanowiły wymuszenie kinematyczne dwutarczowego wirnika. Własności dynamiczne modelu podłoża (rys. 9.14a, b) wynikają z traktowania fundamentu jako sztywnej płyty podpartej elementami sprężysto-tłumiącymi. Określa je masa płyty oraz podatność i tłumienie podparcia. Postacie i częstotliwości drgań własnych związane z podłożem wynikają z przemieszczeń translacyjnych i obrotu płyty na elementach sprężysto-tłumiących. Przykładowe postacie drgań własnych przedstawiono na rysunkach 9.14a, b. Rezultaty symulacji numerycznej drgań modelu wirnika przy takim posadowieniu różnią się od wyników uzyskanych w trakcie badań. Wyraźny efekt dudnienia występuje w kierunku poziomym, podczas gdy w rzeczywistości amplituda drgań poziomych jest większa niż w kierunku pionowym, ale efekt dudnienia zaznacza się silnie w kierunku pionowym (rys. 9.15).



Rys. 9.15. Przebiegi czasowe sygnału przyspieszenia drgań modelu wirnika przy posadowieniu na sztywnej płycie podpartej elementami sprężysto-tłumiącymi; drgania w płaszczyźnie: a) poziomej, b) pionowej

Otrzymany wynik uzmysławia, jak ważną sprawą w modelowaniu jest identyfikacja własności mechanicznych obiektu. Intuicyjnie wydaje się, że kąt pochylenia ramienia wzbudnika (10° względem poziomu) powinien wywierać bardziej istotny wpływ na charakter drgań wirnika w płaszczyźnie poziomej niż to wynika z obliczeń.

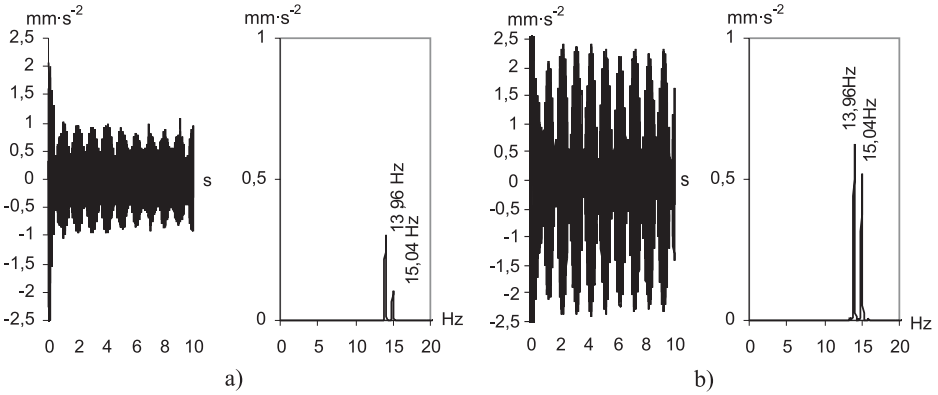
Model, w którym fundament traktowany jest jako odkształcalna płyta (rys. 9.14c, d), posiada więcej częstotliwości, a tym samym postaci drgań własnych. Odpowiedź układu przy częstotliwości obrotowej wirnika 11,25 Hz w kierunku poziomym ma podobny charakter jak wyliczona dla podparcia wirnika na płycie sztywnej. Płyta podatna stwarza warunki wzrostu amplitudy w kierunku pionowym zarówno drgań wywołanych niewyważeniem wirnika, jak i oddziaływaniem wzbudnika (rys. 9.16), przez co czyni rozwiązanie bliższym warunkom rzeczywistym.



Rys. 9.16. Przebiegi czasowe sygnału przyspieszenia drgań modelu wirnika posadowionego na odkształcalnej płycie; drgania w płaszczyźnie: a) poziomej, b) pionowej

Nieznaczny wzrost częstotliwości obrotowej wirnika oraz wzbudzenia upodabnia charakter drgań układu do warunków rezonansowych. Drgań własnych o tej częstotliwości nie obserwuje się dla modelu posadowienia wirnika na sztywnej płycie, podpartej

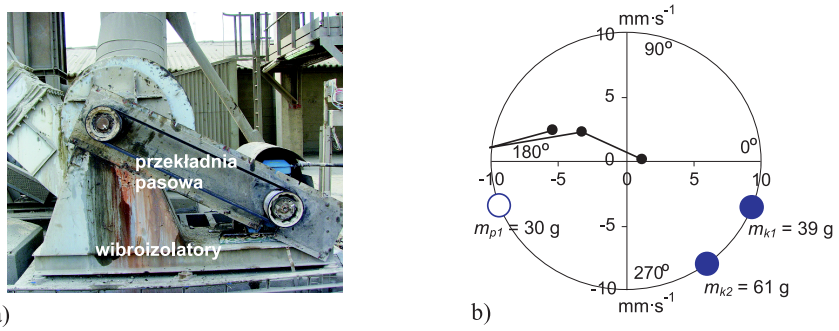
w sposób podatny. Jej wartość jest bliska wyznaczonej częstotliwości rezonansowej rzeczywistego obiektu. Amplituda drgań wzrasta wówczas przy praktycznie tym samym wymuszeniu (niewielka zmiana prędkości obrotowej niewyważonego wirnika), a efekt dudnienia w układzie staje się bardzo wyraźny (rys. 9.17).



Rys. 9.17. Obliczone przebiegi czasowe sygnału przyspieszenia drgań modelu wirnika w kierunku: a) poziomym, b) pionowym przy posadowieniu elastycznym i częstotliwościach obrotowej wzbudzenia bliskiej częstotliwości rezonansowej

9.3. WYWAŻANIE WIRNIKA WENTYLATORA PROMIENIOWEGO W WARUNKACH DUDNIENIA

Efektywność metody współczynników wpływu w warunkach dudnienia przedstwiono na przykładzie wyważania wentylatora promieniowego Fan Hag R1V01A1, należącego do grupy wentylatorów chłodnika pieca do wypału klinkieru (rys. 9.18). Jest to maszyna średniej wielkości, o napędzie przenoszonym od silnika na wirnik przez przekładnię pasową. Prędkości silnika i wirnika mają wartości odpowiednio: 1500 obr·min^{-1} oraz 1335 obr·min^{-1}. Różnica częstotliwości obrotowych wynosi więc w przybliżeniu 2,5 Hz.



Rys. 9.18. Ilustracja: a) wentylatora Fan Hag R1V01A1, b) przebiegu wyważania przy optymalizacji P(2) i korekcji K(1)

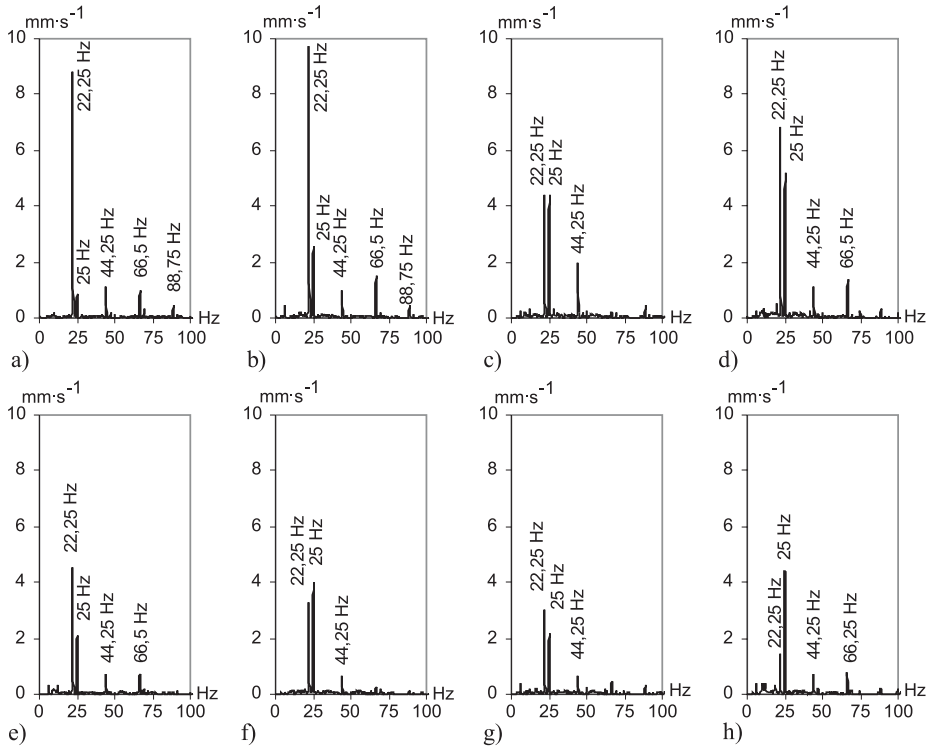
Widma drgań wirnika w zakresie częstotliwości 0-100 Hz ujawniają symptomy niewyważenia tarczy z jednoczesnym efektem dudnienia. Wysokie wartości amplitud o częstotliwości obrotowej wirnika w kierunkach P_1 oraz P_2 są wynikiem występowania

reakcji dynamicznych w miejscach podparcia wału (rys. 9.19). Efekt modulacji amplitudy prędkości drgań, najsilniej występujący na łożysku położonym przy przekładni pasowej (kierunki P_3 oraz P_4), jest wyraźnie widoczny na obrazie transformaty Fouriera. Wibroizolatory, stanowiące element posadowienia wentylatora, są przyczyną nieliniowego charakteru sztywności układu, co objawia się występowaniem na charakterystykach amplitudowo-częstotliwościowych ultraharmonicznych częstotliwości obrotowej.

Wyważanie wirnika wentylatora przeprowadzono przy wykorzystaniu jednej płaszczyzny korekcji związanej z tarczą. Kierowano się przy tym zasadą, że wybór wariantu optymalizacji determinuje maksymalna wartość amplitudy drgań o częstotliwości obrotowej wirnika. Zgodnie z tym kryterium, dla pomiaru parametrów drgań przyjęto kierunek P_2.

Osiągnięty efekt wyważania jest akceptowalny, bowiem prędkość drgań łożysk wirnika nie przekraczała wartości 6,3 $mm \cdot s^{-1}$. Przebieg wyważania przedstawiony na rysunku 9.18b dowodzi, że w kierunku optymalizacji prędkości drgań wirnika osiągnięto bardzo dobry rezultat, choć wymagało to przeprowadzenia korekcji w dwóch etapach.

Rysunki 9.19 przedstawiają obraz stanu dynamicznego wirnika po wyważaniu, które mimo występowania w układzie efektu dudnienia, zmniejszyło nie tylko wartość amplitudy o częstotliwości synchronicznej, ale również ultraharmoniczne 2x i 3x. Wyważenie tarczy nie mogło wyeliminować drgań przekładni pasowej, skutkiem czego amplitudy o częstotliwości obrotowej silnika stały się dominujące w kierunkach P_2 i P_4, w których sztywność posadowienia jest mała.



Rys. 9.19. Widma prędkości drgań wentylatora w kierunkach: a) P_1, b) P_2, c) P_3, d) P_4 – przed wyważaniem, e) P_1, f) P_2, g) P_3, h) P_4 – po wyważaniu

10. WYWAŻANIE WIRNIKA PRZY ODDZIAŁYWANIU TARCZY NA STOJAN

W przypadku ocierania tarczy wirnika o kierownicę wlotową lub występowania luzu w węźle łożyskowym sztywność układu zmienia się w zależności od rodzaju chwilowego kontaktu między elementami. Jej charakter jest zazwyczaj nieliniowy [29, 34, 50], wywołując, po osiągnięciu prędkości krytycznej [74], niestacjonarne oscylacje wirnika prowadzące do utraty stabilności [73].

W rozważaniach poświęconych dynamice kontaktu wirnika ze stojanem z reguły nie jest uwzględniana masa stojana [109], co zawęża zagadnienie do drgań samego wirnika. Jest to podejście mocno uproszczone. Drgania korpusu wentylatora promieniowego mają istotne znaczenie, gdyż mogą się przenosić na inne elementy sieci jak kanały wentylacyjne, czerpnie powietrza, co wywołuje niepożądane efekty akustyczne.

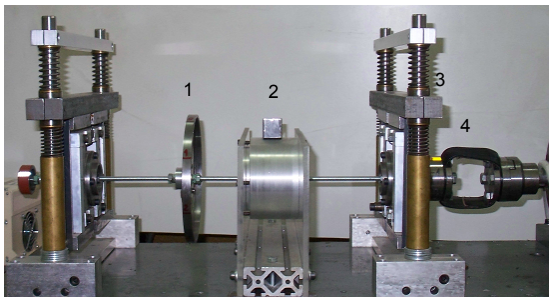
Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa drgań wirnika zawiera zarówno subharmoniczne, jak i ultraharmoniczne częstotliwości obrotowej. Istotnym warunkiem występowania niesynchronicznych składowych jest asymetria sztywności układu [24, 48]. Childs [20], stosując metodę małego parametru, wyjaśnił przyczyny występowania drugiej i trzeciej subharmonicznej w układach słabo nieliniowych. Teoretycznie, metoda perturbacyjna może tłumaczyć charakter pełnego widma drgań, choć wymaga to pracochłonnych obliczeń. Znacznie efektywniejsze jest w tym przypadku podejście oparte na bilansie harmonicznych [23], ale i ono ma istotne ograniczenia, bowiem częstotliwości inne niż sub- lub ultraharmoniczne wzbudzenia w przypadku ocierania wirnika o stojan nie są uwzględniane. Wady analizy harmonicznej eliminuje metoda strzałów w dziedzinie czasu [155], która może być zaadaptowana dla układów nieautonomicznych (w analizie numerycznej metodą strzałów nazywa się sposób rozwiązywania zagadnienia brzegowego polegający na zastąpieniu go zagadnieniem początkowym).

Goldman i Muszyńska [59] użyli do opisu zjawiska kontaktu przedziałami ciągłej, lokalnej sztywności, przyjmując jej wartość za dużo większą niż sztywność wału. Pozwoliło to wyrazić przemieszczenia i częstotliwości w postaci skończonego szeregu potęgowego z członami rzędu wyższego niż drugi. Autorzy podzielili proces ocierania wirnika o stojan na dwie fazy: pierwszą, związaną z drganiami wywołanymi uderzeniami sprężystymi, gdy wirnik po zderzeniu odrywa się od stojana z energią wystarczającą do ponownego uderzenia w niego przy innej lokalizacji, oraz drugą, z tzw. "kontrolowaną siłą normalną", gdy wirnik traci energię podczas uderzenia i wchodzi w ciągły kontakt ze stojanem.

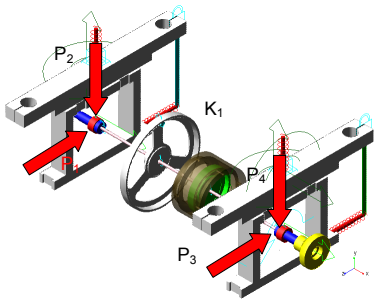
Mechanizm oddziaływania pomiędzy stojanem a tarczą wirnika podpartego w łożyskach kulkowych z dużym luzem promieniowym oraz szczeliną pomiędzy pierścieniem zewnętrznym a obudową łożyska był przedmiotem badań fińskich badaczy Kärkkäinena, Sopanena i Mikkole [83]. Odziaływanie polegające na uderzeniu tarczy wirnika o stojan przyjęło się określać mianem *impactu* (wpływ).

Wirnik pozwalający na analizę charakteru drgań i wyważanie przy kontaktowym oddziaływaniu między tarczą a stojanem przedstawiono na rysunku 10.1. Głównym elementem stanowiska jest wał z dwiema tarczami. Jedna z nich stanowi płaszczyznę korekcji do wyważania, druga nazwana uderzającą, w określonych warunkach związanych z wielkością niewyważenia i prędkością obrotową, wchodzi w kontakt z aluminiową tuleją. Wirnik jest łożyskowany tocznie. Obudowy łożysk, podwieszone na sprężynach śrubowych, mogą się wychylać w płaszczyźnie poziomej dzięki sprężynom płaskim ustalającym wał. Napęd od silnika jest przenoszony na wirnik poprzez

sprzęgło o znikomej sztywności. Regulacja prędkości obrotowej wirnika odbywa się poprzez nastawy falownika. Promieniowy luz pomiędzy tarczą uderzającą a tuleją ma wartość 7,5 mm.



Rys. 10.1. Stanowisko do wyważania wirnika w warunkach oddziaływania kontaktowego ze stojanem 1 – tarcza główna wirnika, 2 – zespół: tarcza kontaktu-stojan, 3 – podparcie podatne, 4 – sprzęgło



Rys. 10.2. Model MSD układu wirnik-stojan: P_1, P_2, P_3, P_4 – kierunki pomiaru, K_1 – płaszczyzna korekcji

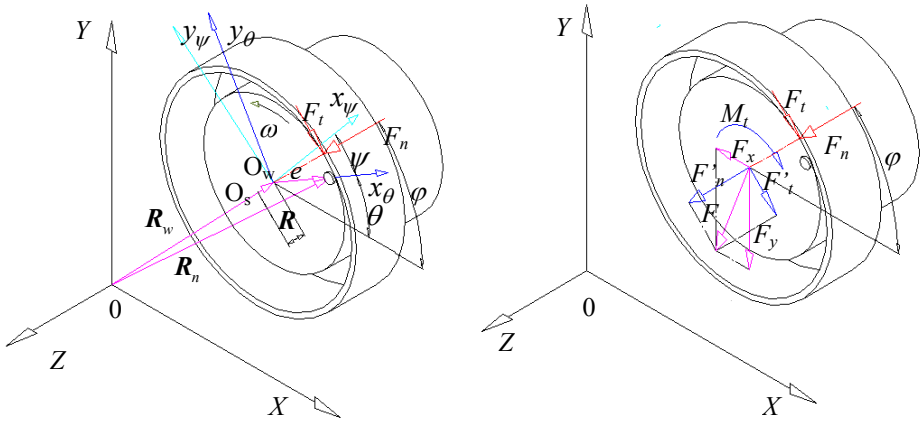
Analizę numeryczną drgań wirnika – uwzględniającą oddziaływanie pomiędzy tarczą a tuleją – wykonano na podstawie modelu pokazanego na rysunku 10.2. Stanowi on zespół brył powiązanych elementami sprężysto-tłumiącymi i odpowiednimi więzami w sposób odwzorowujący budowę stanowiska pomiarowego. Tarcza korekcyjna jest traktowana jak bryła sztywna, natomiast dla tarczy uderzającej definiuje się w zależności od własności mechanicznych materiałów, głębokość wnikania w głąb tulei oraz sztywność w strefie kontaktu. Kolumny ze sprężynami śrubowymi stanowiące podparcie wirnika w kierunku pionowym oraz sprężyny płaskie ograniczające jego ruch poziomy są modelowane w metodzie MSD elementami sprężysto-tłumiącymi (*spring*). Ich podatność i tłumienie odpowiada charakterystykom sprężyn wchodzących w skład stanowiska. Rolę łożysk kulkowych osadzonych na wale wirnika odgrywają obrotowe połączenia kinematyczne (*cylindrical joint*), a funkcję napędu wirnika o zdefiniowanym w czasie sposobie rozbiegu pełni element *motion*. Zastosowany w obliczeniach numerycznych model jest przykładem połączenia brył sztywnych z członem odkształcalnym – wałem, traktowanym jako zbiór elementów skończonych. W ten sposób model pozwala na wyznaczenie częstotliwości drgań własnych i ich postaci wynikających nie tylko z odkształceń elementów podatnych, ale również odkształceń wału.

Wygodną i uniwersalną metodą generowania równań ruchu zarówno dla układów holonomicznych, jak i nieholonomicznych są równania Gibbsa-Appela otrzymywane z różniczkowania funkcji Appela względem przyspieszeń współrzędnych uogólnionych. Jednak pewne niejasności odnośnie sposobu tworzenia funkcji Appela powodują, że dla układów holonomicznych częściej stosowany jest formalizm równań Lagrange'a II rodzaju.

10.1. ANALIZA DRGAŃ WIRNIKA JAKO UKŁADU WIELOCZŁONOWEGO

Punktem wyjścia dla tworzenia równań ruchu układu wieloczłonowego na podstawie równań Lagrange'a II rodzaju jest określenie wyrażeń na energię: kinetyczną, potencjalną oraz energię podlegającą dyssypacji – najczęściej wskutek tarcia.

Rysunek 10.3 przedstawia układy odniesienia dla analizy przemieszczeń i sił działających na element ruchomy – wirnik, podczas kontaktu z nieruchomym stojanem.



XYZ	–	układ nieruchomy, związany ze stojanem,
x_θ, y_θ	–	układ ruchomy związany z wirnikiem,
x_ψ, y_ψ	–	układ odniesienia do analizy odkształcenia postaciowego wirnika,
φ	–	położenie kątowe miejsca kontaktu,
θ, ψ	–	kąty orientujące położenie ruchomych układów odniesienia względem układu nieruchomego,
$\boldsymbol{F}_t, \boldsymbol{F}_n$	–	wektory sił stycznych i normalnych występujących w strefie kontaktu,
$\boldsymbol{F}_x, \boldsymbol{F}_y$	–	składowe: pozioma i pionowa siły kontaktu,
$\boldsymbol{M}_t$	–	moment tarcia,
$\boldsymbol{R}_w$	–	wektor określający położenie środka geometrycznego przekroju wirnika,
$\boldsymbol{R}_n$	–	wektor określający położenie niewyważenia wirnika,
$\boldsymbol{R}$	–	wektor łączący środki geometryczne przekroju stojana i wirnika $\boldsymbol{R} = \overline{O_s O_w}$,
$\boldsymbol{e}$	–	wektor położenia niewyważenia względem wirnika,
ω	–	prędkość kątowa wirnika.

Rys. 10.3. Układ odniesienia dla analizy ruchu tarczy podczas kontaktu ze stojanem

Jeżeli, do analizy użyje się dwóch tarcz, sens oznaczeń ulegnie drobnej modyfikacji. Zamiast wektora $\boldsymbol{R}_w$ pojawią się dwa: $\boldsymbol{R}_{tg}$ i $\boldsymbol{R}_{tk}$; jeden odnoszący się do tarczy głównej, drugi do tarczy uderzającej (kontaktu). Wektory określające położenie niewyważenia będą występować tylko w płaszczyźnie przekroju tarczy głównej.

Energia kinetyczna wirnika jest sumą energii kinetycznej w ruchu translacyjnym oraz ruchu obrotowym tarczy głównej, tarczy kontaktu oraz masy niewyważenia:

$$E_k^w = \frac{1}{2} m_{tk} \dot{\boldsymbol{R}}_{tk}^T \dot{\boldsymbol{R}}_{tk} + \frac{1}{2} J_{tk} \left(\dot{\theta} + \dot{\psi}_{tk}\right)^2 + \frac{1}{2} m_{tg} \dot{\boldsymbol{R}}_{tg}^T \dot{\boldsymbol{R}}_{tg} + \frac{1}{2} J_{tg} \left(\dot{\theta} + \dot{\psi}_{tg}\right)^2 + \frac{1}{2} m_{ng} \dot{\boldsymbol{R}}_{ng}^T \dot{\boldsymbol{R}}_{ng} \quad (10.1)$$

gdzie:

m_{tk} – masa tarczy kontaktu,
$\boldsymbol{R}_{tk}$ – wektor położenia środka masy tarczy kontaktu w inercyjnym układzie odniesienia,

$$\boldsymbol{R}_{tk} = \begin{bmatrix} X & Y \end{bmatrix}^T \text{ podobnie } \boldsymbol{R}_{tg} = [X_p \quad Y_p]^T \quad (10.2)$$

J_{tk} – moment bezwładności tarczy kontaktu,
m_{tg} – masa tarczy głównej,
$\boldsymbol{R}_{tg}$ – wektor położenia środka masy tarczy głównej w inercyjnym układzie odniesienia,
J_{tg} – moment bezwładności tarczy głównej,
m_{ng} – masa niewyważenia tarczy głównej,
$\boldsymbol{R}_{ng}$ – wektor położenia masy stanowiącej niewyważenie tarczy głównej.

Jeżeli tarcza główna jest usytuowana na wale blisko tarczy kontaktu, to można zastosować przybliżenie:

$$\boldsymbol{R}_{tk} \approx \boldsymbol{R}_{tg} \text{ oraz } \psi_{tk} \approx \psi_{tg} \approx 0 \quad (10.3)$$

Wówczas układ odniesienia X_p Y_p, równoległy do układu XY będzie się z nim pokrywać.

W rozważaniach pominięto kąt skręcenia sprzęgła oraz wału, ponieważ wpływ drgań skrętnych w bilansie energii jest niewielki. Energia potencjalna wirnika będzie sumą energii odkształcenia sprężystego wału i podparcia. Wielkości k_x oraz k_y są współczynnikami łącznej sztywności tych elementów:

$$E_p^w = \frac{1}{2} k_x X^2 + \frac{1}{2} k_y Y^2 \quad (10.4)$$

Na tarczę kontaktu działa siła niewyważenia tarczy głównej oraz siła istniejąca w strefie kontaktu. Pierwszą opisuje zależność:

$$\boldsymbol{F}_{tg}^d = m_n r_n \dot{\theta}^2 = m_{tg} e \omega^2 \quad (10.5)$$

gdzie:

r_n – odległość masy niewyważenia od osi obrotu tarczy,
e – odległość środka masy tarczy głównej od jej osi obrotu.

$$\boldsymbol{R}_{ng} = \boldsymbol{R}_{tg} + \boldsymbol{e}_{ng} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\psi_{tg} \\ \psi_{tg} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{ngx} \\ e_{ngy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} + \boldsymbol{T}(\theta)\boldsymbol{T}(\psi)\boldsymbol{e} \quad (10.6)$$

Macierze transformacji $\boldsymbol{T}(\theta)$ oraz $\boldsymbol{T}(\psi)$ dają się zapisać jako:

$$\boldsymbol{T}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (10.7)$$

oraz z uwagi na (10.3):

$$\boldsymbol{T}(\psi)=\begin{bmatrix}\cos\psi_{tg} & -\sin\psi_{tg}\\ \sin\psi_{tg} & \cos\psi_{tg}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \tag{10.8}$$

Ostatecznie zależność (10.6) uprości się do postaci:

$$\boldsymbol{R}_{ng}=\boldsymbol{R}_{tg}+\boldsymbol{e}_{ng}=\begin{bmatrix}X\\ Y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e_{ngx}\\ e_{ngy}\end{bmatrix}= \tag{10.9}$$

Pochodna wektora $\boldsymbol{R}_{ng}$ jest wyliczana następująco:

$$\dot{\boldsymbol{R}}_{ng}=\begin{bmatrix}\dot{R}_{ngx}\\ \dot{R}_{ngy}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{X}-\dot{\theta}\,e_{ngx}\sin\theta-\dot{\theta}\,e_{ngy}\cos\theta\\ \dot{Y}+\dot{\theta}\,e_{ngx}\cos\theta-\dot{\theta}\,e_{ngy}\sin\theta\end{bmatrix} \tag{10.10}$$

Nieinercjalny układ odniesienia można tak dobrać, że środek masy niewyważenia będzie położony na jednej z osi, np. osi $0X$. Wówczas $e_{ngx} = e$, $e_{ngy} = 0$. Pozwala to uprościć zapis równań (10.10) w następujący sposób:

$$\dot{\boldsymbol{R}}_{ng}=\begin{bmatrix}\dot{X}-\dot{\theta}\,e_{ng}\sin\theta\\ \dot{Y}+\dot{\theta}\,e_{ng}\cos\theta\end{bmatrix}\ \text{oraz}\ \dot{\boldsymbol{R}}_{ng}^{T}=\begin{bmatrix}\dot{X}-\dot{\theta}\,e_{ng}\sin\theta & \dot{Y}+\dot{\theta}\,e_{ng}\cos\theta\end{bmatrix} \tag{10.11}$$

Energię kinetyczną wirnika oblicza się po podstawieniu odpowiednich zależności do wyrażenia (10.1):

$$\begin{aligned}E_k^w&=\frac{1}{2}\left(m_{tk}+m_{tg}\right)\left(\dot{X}^2+\dot{Y}^2\right)+\frac{1}{2}\left(J_{tk}+J_{tg}\right)\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}m_{ng}\left(\dot{X}^2+\dot{Y}^2\right)+\\&+\frac{1}{2}m_{ng}\dot{\theta}^2e_{ng}^2-m_{ng}\dot{X}\dot{\theta}e_{ng}\sin\theta+m_{ng}\dot{Y}\dot{\theta}e_{ng}\cos\theta\end{aligned} \tag{10.12}$$

W uproszczonym modelu kontaktu przyjmuje się zazwyczaj, że przekroje poprzeczne zarówno wirnika, jak i stojana są kołowe, a zderzenie ma charakter doskonale sprężysty. Współczynnik restytucji ma wówczas wartość jeden, co oznacza, że nie występuje efekt tłumienia związany z dyssypacją energii uderzenia. Strata energii mechanicznej wskutek tarcia wirnika o stojan również jest z założenia niewielka i możliwa do pominięcia. Czas, w którym wirnik pozostaje w kontakcie ze stojanem, dąży do zera. W punkcie styku pomiędzy wirnikiem a stojanem występują dwie siły: normalna oraz styczna związana z tarciem:

$$\begin{aligned}F_N&=\begin{cases}k_s\left(R-\Delta\right) & \text{dla } R\geq\Delta\\ 0 & \text{dla } R<\Delta\end{cases}\\ F_T&=\mu F_N=\begin{cases}\mu k_s\left(R-\Delta\right) & \text{dla } R\geq\Delta\\ 0 & \text{dla } R<\Delta\end{cases}\end{aligned} \tag{10.13}$$

gdzie:

- k_s – współczynnik sztywności stojana w kierunku promieniowym, który jest zwykle większy (choć nie zawsze) od współczynnika sztywności wału,
- Δ – promieniowy luz między wirnikiem i stojanem,
- μ – współczynnik tarcia ślizgowego między stykającymi się powierzchniami.

Dla $R < \Delta$ odległość między środkami tarczy a tulei jest mniejsza od luzu promieniowego i nie zachodzi między nimi kontakt. Warunek zaistnienia kontaktu między wirnikiem a stojanem można wyrazić w postaci $R \geq \Delta$. Położenie miejsca styku określa wektor:

$$\left|\boldsymbol{R}_{tg}\right| = R = \sqrt{X^2 + Y^2} \tag{10.14}$$

lub

$$\boldsymbol{R}_{tg} = X + iY = R \cdot e^{i\phi} = R(\cos\phi + i\sin\phi) \tag{10.15}$$

Po redukcji sił do środka geometrycznego wirnika otrzymano:

$$\begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_N \\ F_T \end{bmatrix} = \frac{1}{R}\begin{bmatrix} F_N & -F_T \\ F_T & F_N \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \frac{k_s(R-\Delta)}{R}\begin{bmatrix} 1 & -\mu \\ \mu & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \tag{10.16}$$

następnie:

$$\begin{aligned} F_X &= \frac{k_s(R-\Delta)}{R}(X - \mu Y) \\ F_Y &= \frac{k_s(R-\Delta)}{R}(\mu X + Y) \end{aligned} \quad \text{oraz } M_T = -F_T\frac{D}{2} = -\frac{\mu k_s(R-\Delta)D}{2} \tag{10.17}$$

Uwzględniając powyższe zależności w równaniach Lagrange'a, otrzyma się:

$$\begin{bmatrix} m_{tk} + m_{tg} + m_{ng} & 0 & -m_{ng}e_{ng}\sin\theta \\ 0 & m_{tk} + m_{tg} + m_{ng} & m_{ng}e_{ng}\cos\theta \\ -m_{ng}e_{ng}\sin\theta & m_{ng}e_{ng}\cos\theta & J_{tk} + J_{tg} + m_{ng}e_{ng}^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} k_x + \frac{k_s(R-\Delta)}{R} & -\frac{\mu k_s(R-\Delta)}{R} & 0 \\ \frac{\mu k_s(R-\Delta)}{R} & k_y + \frac{k_s(R-\Delta)}{R} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X \\ Y \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{ng}e_{ng}\dot{\theta}^2\cos\theta \\ m_{ng}e_{ng}\dot{\theta}^2\sin\theta \\ -\frac{\mu k_s(R-\Delta)D}{2} \end{bmatrix} \tag{10.18}$$

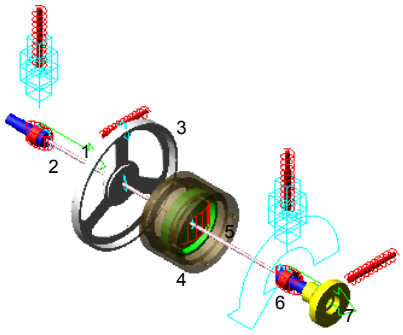
Równania (10.18) opisują drgania wirnika w warunkach uderzania tarczy kontaktu w stojan, bez dyssypacji energii.

Analizę numeryczną drgań modelu przeprowadzono przy uwzględnieniu tłumienia w układzie, a więc dla przypadku, gdy uderzenie nie ma charakteru całkowicie sprężystego. Parametry modelu przyjęte do obliczeń są przedstawione w tabeli 10.1.

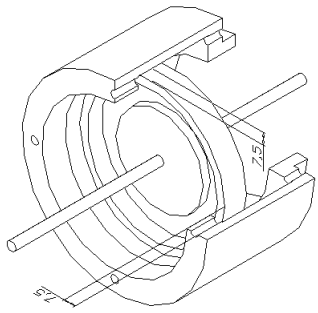
Tabela 10.1. Parametry modelu przyjęte do obliczeń

Średnica tarczy głównej	125 mm
Średnica tarczy uderzającej o stojan	90 mm
Średnica wału	8 mm
Długość wału między podparciami	400 mm
Średnica wewnętrzna tulei stojana	105 mm
Współczynnik sztywności podparcia w kierunku pionowym	21,3 $N \cdot mm^{-1}$
Współczynnik tłumienia podparcia w kierunku pionowym	0,1 $Ns \cdot mm^{-1}$
Współczynnik sztywności podparcia w kierunku poziomym	45,7 $Ns \cdot mm^{-1}$
Współczynnik tłumienia podparcia w kierunku poziomym	0,5 $Ns \cdot mm^{-1}$
Współczynnik sztywności w strefie kontaktu	10^4 $N \cdot mm^{-1}$
Współczynnik tłumienia w strefie kontaktu	1 $Ns \cdot mm^{-1}$
Głębokość penetracji stalowej tarczy w głąb tulei aluminiowej	0,001 mm
Współczynnik tarcia ślizgowego między tarczą i tuleją	0,17

Rysunek 10.4 przedstawia fragment modelu wirnika (rys.10.2) ze szczegółowo zobrazowanym charakterem połączeń (więzów) między poszczególnymi elementami. Początkowe położenie tarczy względem tulei ilustruje rysunek 10.5. Wyliczone częstotliwości drgań własnych i odpowiadające im postacie drgań własnych zostały pokazane na rysunku 10.6 (kolorem żółtym zaznaczono stan odpowiadający warunkom równowagi układu). Wartości częstotliwości są zbliżone do częstotliwości rezonansowych wirnika – głównego elementu stanowiska pomiarowego. Charakterystyki rezonansowe stanowiska przedstawiono w rozdziale następnym, poświęconym wyważaniu tarczy uderzającej w tuleję.

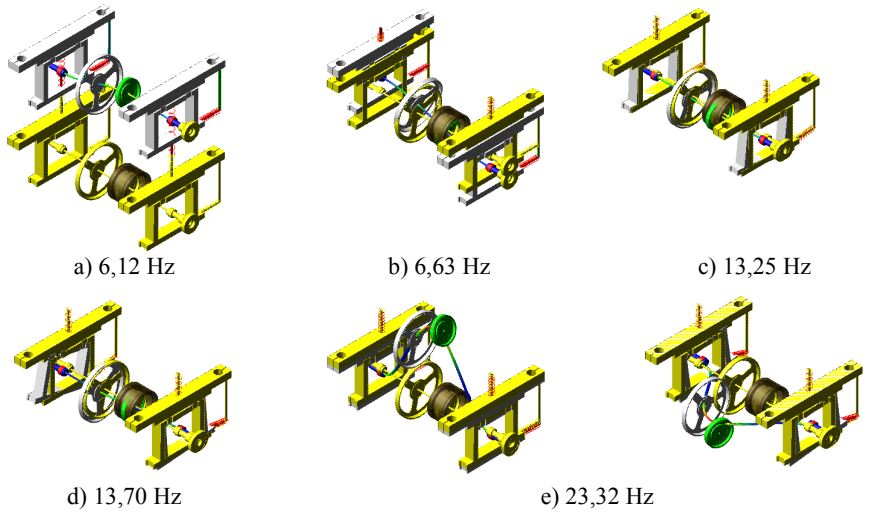


Rys. 10.4. Model MSD układu wirnik-stojan: 1 – wał wirnika, 2 – łożysko lewe, 3 – tarcza główna 4 – stojan, 5 – tarcza uderzająca, 6 – łożysko prawe, 7 – sprzęgło



Rys. 10.5. Położenie tarczy względem stojana

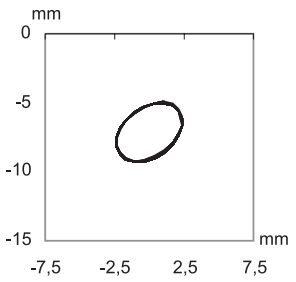
Analizę numeryczną drgań układu przeprowadzono dla częstotliwości obrotowej 20 Hz, a więc identycznej z tą, przy której wykonano badania rzeczywistego obiektu. Przy tej prędkości drgania wirnika nie powinny mieć charakteru rezonansowego, co wynika z wyliczeń wartości częstotliwości drgań własnych. Uznano przy tym, że siła pochodząca od niewyważenia musi być na tyle duża, aby tarcza 4 mogła uderzać o stojan 5. Do tarczy głównej dołączono więc masę 10 g.



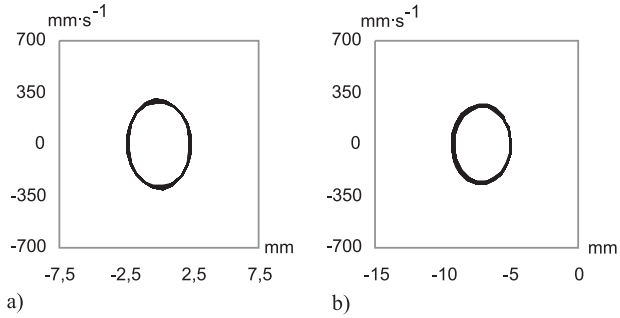
Rys. 10.6. Częstotliwości drgań własnych i odpowiadające im postaci drgań własnych modelu obliczeniowego

W zakresie niskich częstotliwości 0-14 Hz postacie drgań własnych wynikają z odkształcenia elementów sprężystych podpierających wirnik. Przy wyższych, począwszy od ~23 Hz, dominującą rolę odgrywają postacie będące wynikiem odkształcenia wału.

Przy częstotliwości obrotowej 20 Hz, w przypadku braku oddziaływania pomiędzy tarczą a stojanem, ruch wirnika jest stacjonarny, a orbita zakreślana przez środek geometryczny wału ma kształt elipsy. Postać trajektorii (mała ekscentryczność) potwierdza, że ruch wirnika nie ma charakteru rezonansowego (rys. 10.7). Portrety fazowe przedstawione na rysunku 10.8 dowodzą okresowej natury drgań wirnika, zarówno w kierunku poziomym, jak i pionowym.



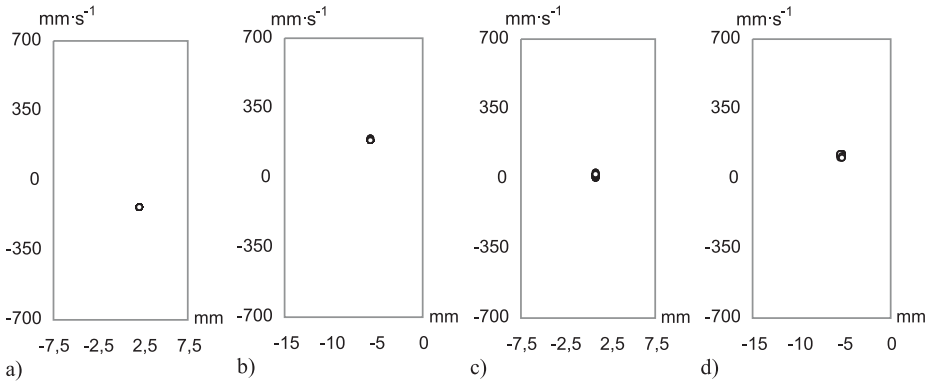
Rys. 10.7. Trajektoria ruchu tarczy bez uderzania o stojan



Rys. 10.8. Obraz drgań tarczy na płaszczyźnie fazowej: a) w kierunku poziomym, b) w kierunku pionowym – bez uderzenia tarczy o stojan

Fakt, że ruch wirnika nie wykazuje cech chaosu znajduje odzwierciedlenie na diagramie Poincarè (rys. 10.9a, b). W równych odstępach czasu odpowiadających okreso-

wi drgań, środek tarczy znajduje się prawie w tym samym położeniu i ma zbliżoną prędkość. Obraz drgań jest więc zbiorem punktów położonych blisko siebie.

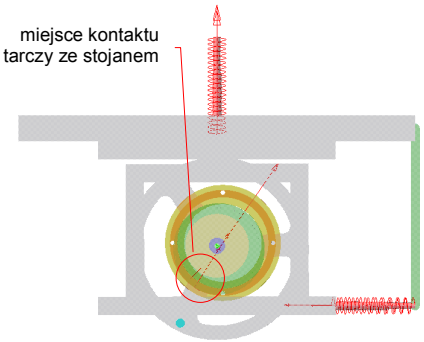


Rys. 10.9. Diagram Poincarè drgań tarczy w kierunkach: a) poziomym, b) pionowym – bez uderzania tarczy o stojan, c) poziomym, d) pionowym – z uderzeniem

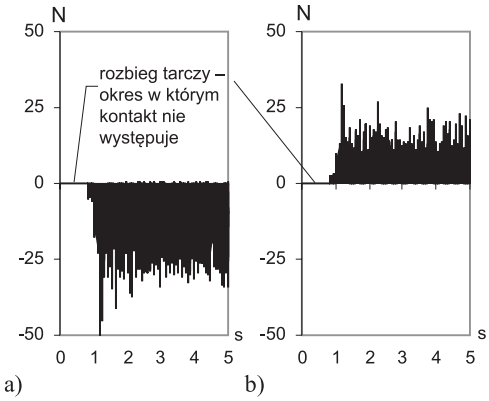
Ideą założonych w analizie warunków jest to, aby odpowiadały sytuacjom występującym podczas pracy wentylatora. W wyniku niewłaściwego pozycjonowania wirnika względem komory spiralnej może następować „ocieranie" tarczy o detale nieruchome. Pojawia się wówczas iskrzenie na styku elementów, a natężenie prądu w obwodzie silnika gwałtownie wzrasta, bowiem siła towarzysząca ocieraniu tarczy wentylatora o kierownicę lub obudowę może być duża. Stan taki jest niedopuszczalny i wymaga natychmiastowej korekty położenia wirnika.

Miejsce styku tarczy i tulei zaznaczono na widoku modelu z kierunku osi wirnika (rys. 10.10). W celu zbadania wpływu sił w strefie kontaktu na dynamikę wirnika, w analizie numerycznej założono przypadek miejscowego „ocierania" tarczy o tuleję. Dla warunków określonych w tabeli 10.1 wartość średnią siły kontaktu pomiędzy tarczą a stojanem można określić na podstawie przebiegu czasowego zmian jej składowych: poziomej i pionowej (rys. 10.11). Maksymalna wartość siły wynosi ponad 50 N. Ma to miejsce podczas rozpędzania wirnika, gdy częstotliwość obrotowa odpowiada częstotliwości rezonansowej. Dla porównania, moduł siły spowodowanej niewyważeniem wirnika masą 10 g, przy częstotliwości obrotowej 20 Hz i promieniu tarczy głównej 62,5 mm, osiąga wartość niespełna 10 N.

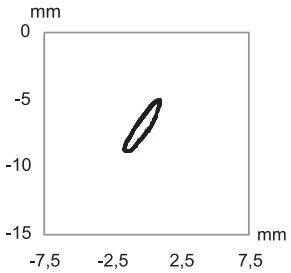
W sytuacji gdy tarcza uderza o tuleję, tor przemieszczenia jej środka geometrycznego ulega wyraźnemu spłaszczeniu, upodabniając się do kształtu orbity w warunkach występowania rezonansu (rys. 10.12). Zmiana formy trajektorii następuje pod wpływem siły w strefie kontaktu. Charakter ruchu tarczy pozostaje jednak niezmieniony w stosunku do stanu, gdy ocieranie nie występuje. Drgania zarówno w kierunku pionowym, jak i poziomym są nadal okresowe (rys. 10.13) i pozbawione cech chaosu (rys. 10.9c, d).



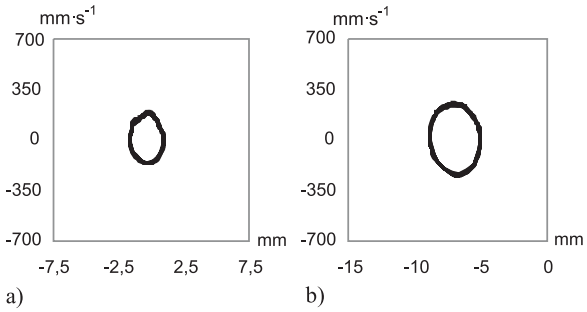
Rys. 10.10. Położenie miejsca występowania uderzenia



Rys. 10.11. Przebieg czasowy zmian siły kontaktu między wirnikiem i stojanem: a) w kierunku poziomym, b) w kierunku pionowym



Rys. 10.12. Trajektoria ruchu tarczy w warunkach uderzenia o tuleję



Rys. 10.13. Obraz drgań tarczy na płaszczyźnie fazowej: a) w kierunku poziomym, b) w kierunku pionowym – z uderzeniem tarczy o tuleję

W analizie otrzymanych rozwiązań równań ruchu wirnika, pod kątem oceny jego charakteru, należy rozróżnić stany niestabilności i chaosu. Obydwa wynikają z wpływu warunków początkowych. O niestabilności rozwiązania mówi się wówczas, gdy jego zbieżność jest możliwa, poza pewnym zakresem wartości początkowych. Jeżeli zbieżność jest osiągana tylko dla wąskiego przedziału wartości początkowych, to takie rozwiązanie ma charakter chaosu.

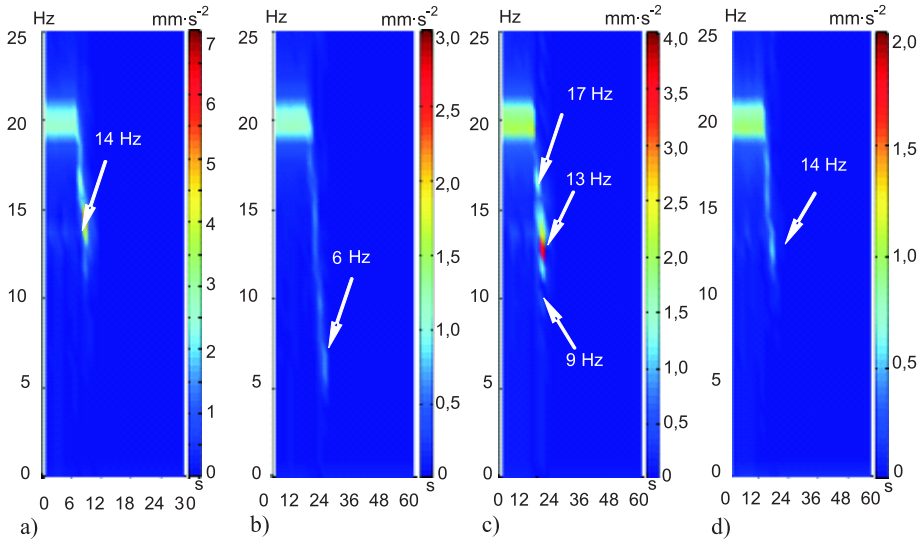
10.2. WYWAŻANIE WIRNIKA W WARUNKACH KONTAKTU MIĘDZY TARCZĄ A TULEJĄ

W rzeczywistości konieczność wyważania wirnika ocierającego o stojan zdarza się rzadko. Nie zmniejsza to jednak zarówno teoretycznego, jak i praktycznego znaczenia poczynionych rozważań.

Analiza odpowiedzi wirnika na wymuszenie siłą niewyważenia tarczy w czasie wybiegu wirnika wystarcza do określenia obszarów drgań rezonansowych. Rejestracja wibracji badanego wirnika w trakcie hamowania momentem tarcia w łożyskach trwa

dłużej niż podczas rozbiegu. Dzięki temu obszary występowania rezonansu zaznaczone są na charakterystyce czasowo-amplitudowo-częstotliwościowej wyraźniej i z lepszą rozdzielczością w dziedzinie częstotliwości. Ten sposób wyznaczania widma drgań wentylatorów promieniowych jest korzystny, a przez to często stosowany. Obracający się wirnik przebywa dłużej w każdym przedziale częstotliwości okołorezonansowych.

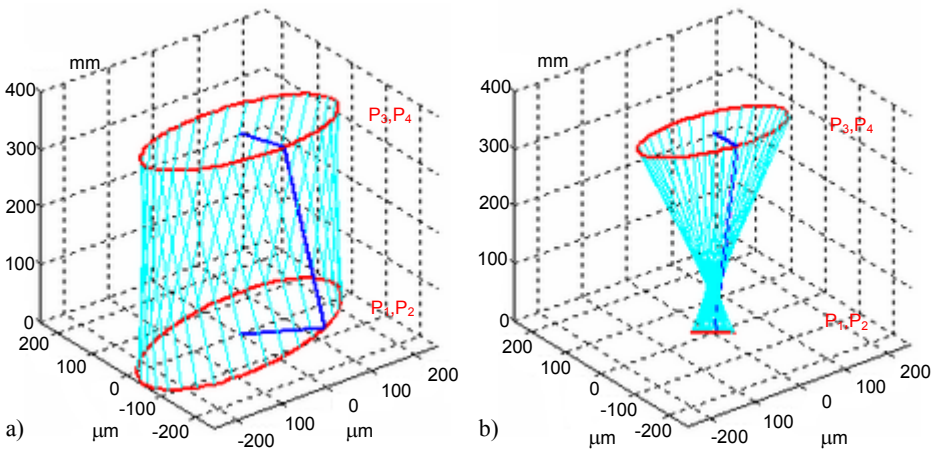
Pomiaru i rejestracji drgań wirnika dokonano dla każdego łożyska zarówno w płaszczyźnie poziomej, jak i pionowej. Różne sztywności w miejscach i kierunkach pomiaru sprawiają, że zakresy częstotliwości rezonansowych występują na obrazach transformat z różną wyrazistością (rys. 10.14).



Rys. 10.14. Obraz krótkoczasowej transformaty A-C przyspieszenia drgań wirnika w kierunkach: a) P_1, b) P_2, c) P_3, d) P_4

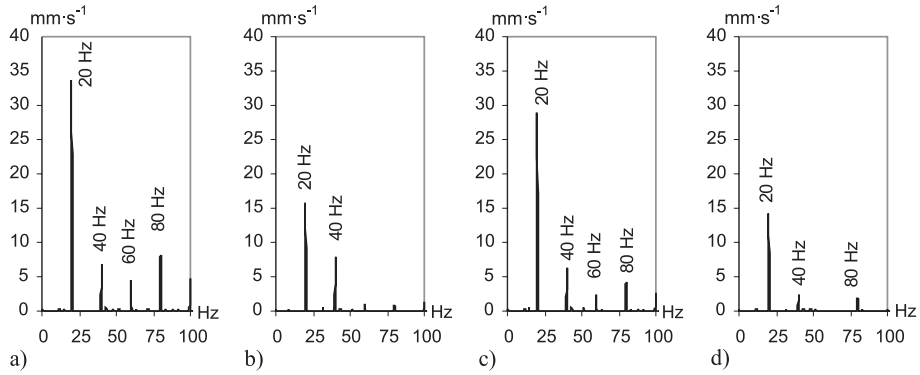
W płaszczyźnie pionowej rezonans występuje przy częstotliwości 6-9 Hz, natomiast dla drgań poziomych pojawia się przy częstotliwości 14-18 Hz. Proces wyważania wirnika przy częstotliwości 20 Hz nie jest więc zakłócony tym zjawiskiem. Zmierzone częstotliwości własne pokrywają się z wartościami wyznaczonymi numerycznie, z wyjątkiem częstotliwości, przy której następuje odkształcenie wału wirnika. Wielkość ta (23 Hz) jest wyższa od górnej granicy częstotliwości obrotowych stosowanych w badaniach, dlatego jej istnienie nie zostało uwidocznione na charakterystykach amplitudowo-częstotliwościowych przyspieszenia drgań wirnika.

Dla porównania przebiegu i efektywności wyważanie wirnika przeprowadzono najpierw w sytuacji gdy ocieranie stalowej tarczy o aluminiową tuleję nie miało miejsca. Następnie tuleja została przemieszczona tak, aby w trakcie obrotu wirnika mogła wchodzić w kontakt z tarczą. W obydwu przypadkach podczas wyważania użyto jednej płaszczyzny korekcji K_1, optymalizując amplitudy drgań we wszystkich kierunkach pomiarowych P_1-P_4. Uzyskany w pierwszym przypadku rezultat wyważania jest pokazany na rysunku 10.15.

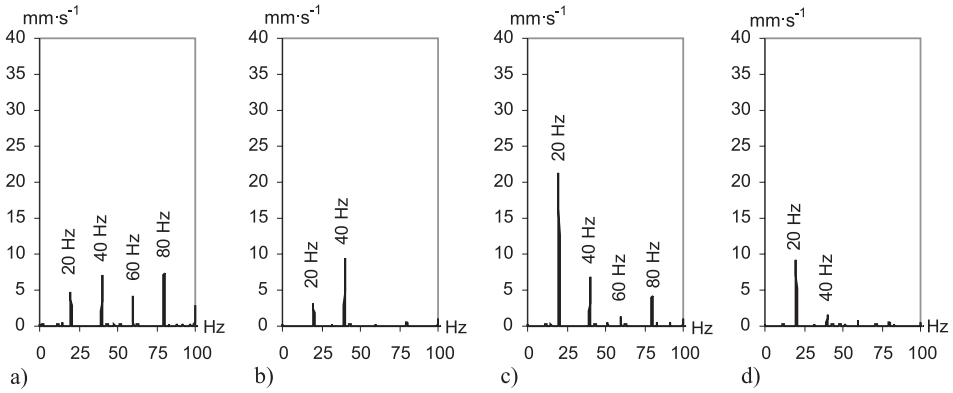


Rys. 10.15. Holospectrum drgań wirnika: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu z optymalizacją P(1, 2, 3, 4), bez uderzania tarczy o tuleję

Charakter widma drgań z obecnością szeregu ultraharmonicznych wskazuje na nieliniowy charakter sztywności podparcia wirnika oraz jej anizotropowość (rys. 10.16). Poprzez wyważanie osiągnięto zmniejszenie wartości amplitud prędkości drgań jedynie w częstotliwości obrotowej dla wszystkich kierunków pomiaru. Amplitudy kolejnych harmonicznych 2x, 3x, 4x pozostały praktycznie bez zmian (rys. 10.17). Dla łożyska przy tarczy prowadzi to do sytuacji, w której częstotliwość obrotowa przestaje dominować w widmie prędkości drgań. Fakt, że najlepszy efekt wyważania uzyskano w kierunku P_1, jest wynikiem sposobu działania algorytmu wyznaczającego warunki korekcji, który zapewnia, co jest pożądane, przede wszystkim zmniejszenie wartości amplitudy dominującej.



Rys. 10.16. Charakterystyka A-C prędkości drgań wirnika w kierunku a) P_1, b) P_2, c) P_3, d) P_4 bez uderzania tarczy o stojan przed jej wyważaniem



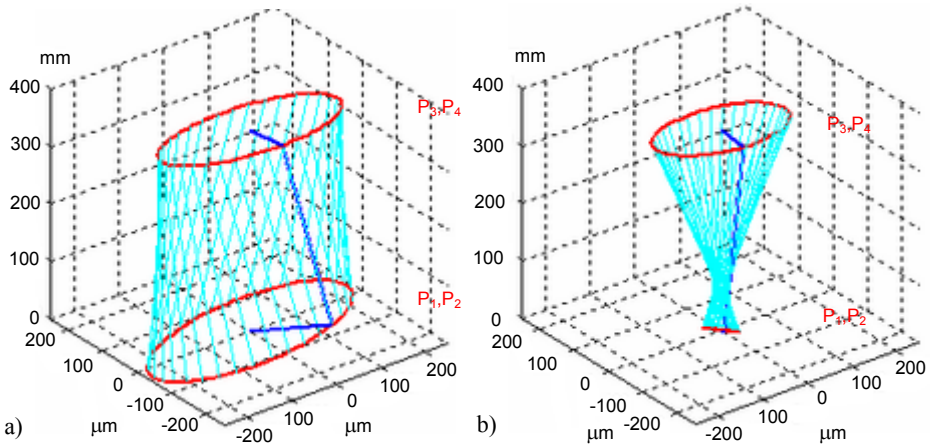
Rys. 10.17. Charakterystyka A-C prędkości drgań wirnika w kierunku a) P_1, b) P_2, c) P_3, d) P_4 bez uderzania tarczy o stojan po jej wyważaniu przy optymalizacji P(1, 2, 3, 4)

Nie bez znaczenia dla efektu uzyskiwanej optymalizacji jest użycie tylko jednej płaszczyzny korekcji oraz jej położenie. W przeprowadzonym eksperymencie dokonywano redukcji niewyważenia blisko płaszczyzny określonej kierunkami P_1 oraz P_2, dlatego efekt wyważania wyrażony obniżeniem poziomu drgań w płaszczyźnie P_3-P_4 nie jest zadowalający. Jeżeli istnieją powody, dla których wymagane jest przede wszystkim zmniejszenie wibracji łożyska położonego bliżej silnika, to przy jednej płaszczyźnie korekcji K_1 należałoby zastosować schemat optymalizacji P(3, 4). Trudna do przewidzenia jest wówczas odpowiedź wirnika na taki wariant rozkładu mas korygujących. Może wystąpić sytuacja, że drgania łożyska położonego bliżej tarczy głównej wzrosną.

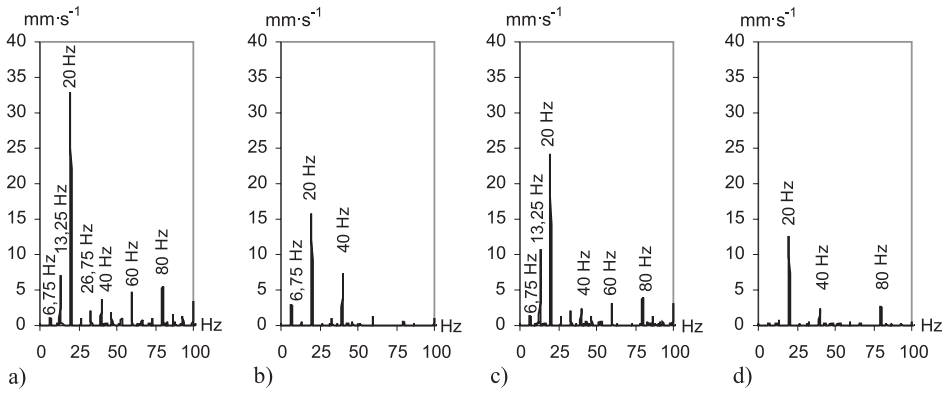
Konstrukcja stanowiska pozwala na zbliżenie tulei do tarczy zarówno poprzez jej poziome przemieszczenie, jak też uniesienie, w następstwie podłożenia podkładek pod element stanowiący oparcie tulei. W trakcie przygotowania eksperymentu przesunięto tuleję o 4 mm, pozostawiając niesymetryczny luz promieniowy pomiędzy jej powierzchnią wewnętrzną a obrzeżem tarczy. Położenie miejsca kontaktu elementów było więc nieco inne niż przyjęte w analizie numerycznej (rys. 10.10) jako wynik złożenia translacji tulei w płaszczyźnie poziomej i pionowej. Z tego względu charakter widma prędkości drgań w obu kierunkach jest wyraźnie różny (rys. 10.19). W kierunku poziomym występują zarówno ultraharmoniczne, jak i subharmoniczne częstotliwości obrotowej f_0, określone zależnością $kf_0/3$x, gdzie k = 1, 2, 3, 4, 5, 6..... W kierunku pionowym widmo prędkości drgań ma charakter podobny do obserwowanego w sytuacji braku oddziaływania między tarczą a tuleją.

W powtórzonym procesie wyważania, gdy tarcza uderzała o tuleję, osiągnięto efekt niemal identyczny z uzyskanym bez ocierania tarczy o stojan (rys. 10.18).

Nie tylko wartości amplitud, ale również umowny kąt początku fazy (IPV), dający wyobrażenie o zmianach kątów przesunięcia fazowego drgań w kierunku poziomym i pionowym w różnych warunkach wyważania, pozostały niezmienione.



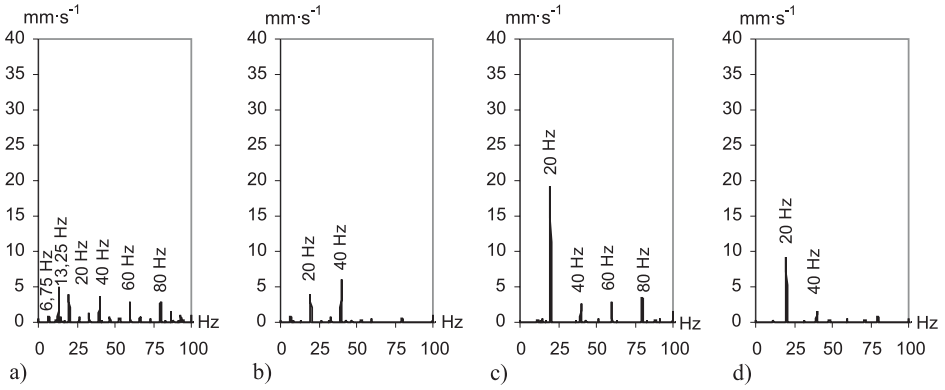
Rys. 10.18. Holospectrum drgań wirnika przy uderzaniu tarczy o tuleję: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu dla optymalizacji P(1, 2, 3, 4)



Rys. 10.19. Charakterystyka A-C prędkości drgań wirnika w kierunku: a) P_1, b) P_2, c) P_3, d) P_4 z uderzaniem tarczy o stojan przed jej wyważaniem

Przedstawione wyniki badań wskazują na istotny w ujęciu praktycznym aspekt wyważania wirnika z ocierającą o stojan tarczą. Może się zdarzyć, że amplituda drgań wyważonego w takich warunkach wirnika, po jego odsunięciu od stojana, zwiększy się, dając mylny pogląd o wzroście wielkości jego niewyważenia.

Jest rzeczą wartą odnotowania, że uderzenia tarczy o stojan powodują jedynie nieznaczne zmniejszenie wartości amplitudy drgań w częstotliwości obrotowej (rys. 10.20). Jest to związane z chwilowym wzrostem sztywności wirnika wskutek kontaktu ze stojanem. Efekt ten znika w momencie, gdy kontakt ulega przerwaniu [30].



Rys. 10.20. Charakterystyka A-C prędkości drgań wirnika w kierunku: a) P_1, b) P_2, c) P_3, d) P_4 z uderzaniem tarczy o stojan po jej wyważaniu

Tabela 10.2. Amplitudy drgań o częstotliwościach charakterystycznych dla ocierania wirnika o stojan

kierunek pomiaru	przed wyważaniem								po wyważaniu							
	1/3x	2/3	1x	4/3x	2x	3x	4x		1/3x	2/3x	1x	4/3x	2x	3x	4x
1H			33,78		6,81	4,54	8,27				4,79		7,01	4,18	7,48
1H	1,06	7,12	32,93	1,03	3,61	4,78	5,42		0,72	4,89	3,87		3,64	2,90	2,86
1V			15,91		7,98						3,22		9,52		
1V	2,85		15,75		7,32						3,89		6,16		
2H			28,78		6,28	2,27	4,20				21,33		6,75	1,40	4,21
2H	1,37	10,78	24,29		2,40	3,17	3,29				19,25		6,23	2,80	3,54
2V			14,30		2,25		1,83				9,33		1,68		
2V			12,66		2,44		2,61				9,25		1,63		

* wyróżnione pola dotyczą przypadku ocierania tarczy o stojan

W tabeli 10.2 zestawiono wartości amplitud dla częstotliwości uznawanych w literaturze [24] za charakterystyczne symptomy występowania zjawiska ocierania tarczy o stojan, zmierzone przed wyważaniem i po wyważaniu wirnika. Porównanie ich pozwala na sformułowania wniosku, że wyważanie wirnika, który lekko ociera o stojan, jest wykonalne, a uzyskany efekt jest zbliżony do osiąganego po wyeliminowaniu kontaktu wirnika ze stojanem.

10.3. WYWAŻANIE WIRNIKA WENTYLATORA PRZY KONTAKCIE TARCZY Z KOMORĄ SPIRALNĄ

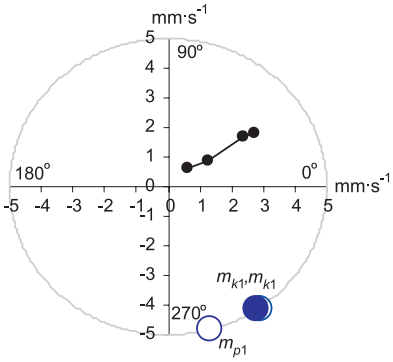
Możliwość wyważania wirnika, który uderza o element stały komory spiralnej, nie zdarza się często. Odosobniony przypadek zaobserwowano podczas wyważania wentylatora wyciągu spalin kotła energetycznego (rys. 10.22). Efekt akustyczny oraz iskrzenie towarzyszące temu zjawisku są na tyle silne, że regulacja położenia wirnika względem korpusu podejmowana jest natychmiastowo.

W przedstawionym przypadku cel poznawczy przesądził, że mimo ocierania tarczy o kierownicę wlotową podjęto decyzję o wyważaniu wirnika, bez zmiany jego lokalizacji względem korpusu. Wcześniej oszacowano wielkość siły oddziaływania między

elementami i uznano, że niebezpieczeństwo uszkodzenia wirnika jest znikome, jeżeli taki stan nie będzie trwał długo.

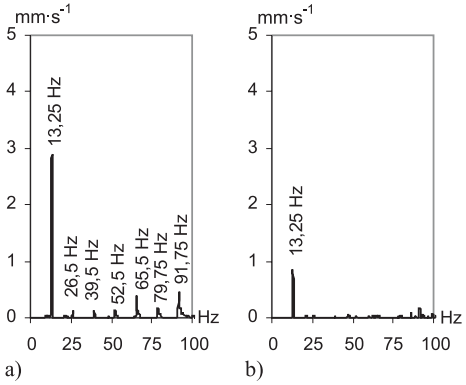
Widmo prędkości drgań w kierunku poziomym łożyska położonego blisko tarczy zawiera dominującą składową 1x oraz kolejne ultraharmoniczne. Nie obserwuje się natomiast obecności subharmonicznych, które występują, gdy siła tarcia jest znaczna (rys. 10.23a). Oznacza to, że intensywny efekt akustyczny jest czynnikiem odbieranym w sposób subiektywny i nie zawsze odzwierciedla stan rzeczywisty. Przeprowadzone w tych warunkach wyważanie tarczy przebiegło bez problemów, a osiągniętą dobroć można uznać za akceptowalną (amplituda 0,85 mm·s^{-1}) (rys. 10.21).

	masa (g)	pozycja masy (deg)	amplituda (mm·s^{-1})	kąt fazowy (deg)
1	0	0	3,29	34
2	140	285	2,92	36
3	1060	305	1,57	35
4	560	304	0,88	47



Rys. 10.21. Przebieg wyważania wirnika przy zastosowaniu korekcji K(1) i optymalizacji P(1)

Rys. 10.22. Widok badanego dwustrumieniowego wentylatora promieniowego



Rys. 10.23. Charakterystyka A-C prędkości drgań w kierunku P_1: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu

Sumaryczna masa korekcyjna dołączona do wirnika, pomimo stosunkowo niskiego poziomu wyjściowego drgań, miała wartość 1760 g. Dla odległości 1000 mm od środka tarczy miejsca, w którym dołączano masy, oraz prędkości obrotowej wirnika 780 obr·min^{-1} siła odśrodkowa wynosiła ~11000 N. Należy zdawać sobie sprawę, że w przypadku wentylatorów przemysłowych pracujących przy niskich prędkościach obrotowych nie można kierować się jedynie poziomem drgań wirnika jako kryterium roz-

strzygającym o potrzebie wyważania ich tarcz. Wielkość reakcji dynamicznych występujących w układzie, gdy wirnik nie jest wyważony, ma znaczenie decydujące, bowiem długotrwałe działanie sił na łożysko prowadzi do uszkodzenia jego elementów. Po wyważeniu wirnika zmalała siła kontaktu pomiędzy tarczą a komorą spiralną. Efekt ten jest wyraźnie zaznaczony na charakterystyce amplitudowo-częstotliwościowej (rys. 10.23b) w postaci zaniku składowych ultraharmonicznych prędkości drgań wirnika.

Po korekcie położenia wirnika ocieranie tarczy o obudowę ustało, wzrosła jednak amplituda prędkości drgań w częstotliwości obrotowej do wartości 1,5 $mm \cdot s^{-1}$. Mechanizm zjawiska można wytłumaczyć analogiczną przyczyną jak w przypadku wzrostu poziomu amplitudy drgań wirnika po wyosiowaniu wałów wirnika i silnika, gdy wcześniej dokonano jego wyważenia (rozdział 9). Wynika ona z istoty metody współczynników wpływu.

Uzyskany rezultat przeprowadzonych badań prowadzi do konkluzji, że ocieranie tarczy o stojan nie wpływa w istotny sposób na przebieg i rezultat wyważania wirnika.

11. WYWAŻANIE WIRNIKA SZTYWNEGO Z LUZEM W WĘŹLE ŁOŻYSKOWYM

Oddziaływanie między wirującymi i nieruchomymi elementami maszyny często powoduje ich trwałe uszkodzenia. Do kontaktu dochodzi najczęściej w wyniku odkształcenia wału pod wpływem naprężeń termicznych, niewyważenia wirnika, nadmiernego luzu w łożysku albo niewspółosiowości w układzie napędu. Nie budzi więc wątpliwości potrzeba poznania fizycznych aspektów zjawiska oraz określenia symptomów jego występowania.

Podczas kontaktu między pierścieniem zewnętrznym łożyska a obudową lub elementami łożyska, w przypadku występowania luzu, można wyodrębnić trzy zasadnicze okresy: początkowe stadium deformacji elementów, oddziaływanie cierne między nimi oraz etap chwilowego wzrostu sztywności układu. Efekty te mają charakter nieliniowy i często chaotyczny.

Choy i Padovan [26] stworzyli analityczny opis mechanizmu oddziaływania elementów oparty na założeniu liniowej charakterystyki sztywności i tłumienia oraz prawach tarcia Coulomba. Następnie, wykorzystując stworzony model, badali dynamikę wirnika przy przejściu ze stadium bezkontaktowego poprzez fazę „ocierania" i kontakt właściwy do chwili rozdzielenia elementów. Przyczyny występowania składowych ultraharmonicznych oraz subharmonicznych częstości synchronicznej w odpowiedzi układu były przedmiotem studiów Ehricha [47]. Wykazał on, że jest to efekt nieliniowej sztywności wirnika.

Goldman i Muszyńska [60] rozważali wpływ nieliniowości układu na chaotyczny charakter jego ruchu. Z modeli używanych do analizy wzajemnego oddziaływania między elementem stałym i ruchomym, jakie występuje w łożysku, tj. zderzenia o charakterze całkowicie sprężystym, zderzenia całkowicie plastycznego, przy zerowym współczynniku restytucji oraz stadium poślizgu; autorzy wykorzystali formułę dopuszczającą tzw. ekstra sztywność i tłumienie podczas kontaktu. Na podstawie symulacji numerycznych można wysnuć wniosek, że odpowiedź układu wykazuje zarówno uporządkowany charakter harmoniczny, jak również znamiona ruchu chaotycznego. Edwards, Lees oraz Friswell [45] uwzględnili rolę drgań skrętnych wirnika w oddziaływaniu kontaktowym pomiędzy łożyskiem a obudową. Więcej na temat omawianego zagadnienia można znaleźć w pracach Choy'a [27, 28] oraz Chu i Zhang [31, 32].

Bardzo często zdarza się, że diagnostyka łożysk wirnika poprzedzająca jego wyważanie wykazuje symptomy stanu ich niezdatności lub zużycie na tyle duże, że wielkość luzu promieniowego osiąga wartości graniczne. Okoliczność ta sprzyja możliwości oddziaływania kontaktowego pomiędzy elementami. Należy zaznaczyć, że badanie dynamiki wirnika z luzem pomiędzy pierścieniem zewnętrznym łożyska a obudową jest w istocie rzeczy rozważaniem problemu o innej naturze niż w przypadku analizy wpływu wewnętrznego luzu w łożysku na charakter jego drgań. Wówczas naciski Hertza występują pomiędzy bieżniami a elementami tocznymi, natomiast podatność łożyska zmienia się parametrycznie. Studium teoretyczne mechanizmu zmian podatności przeprowadził Perret [127] dla łożyska kulkowego, modelując oddziaływanie pomiędzy bieżnią a elementami tocznymi przy założeniu, że kulki są rozmieszczone symetrycznie względem linii obciążenia. Meldau [111] rozważał dwuwymiarowy ruch środka czopa wału bez uwzględniania sił bezwładności i tłumienia, przez co wyniki jego pracy wydają się

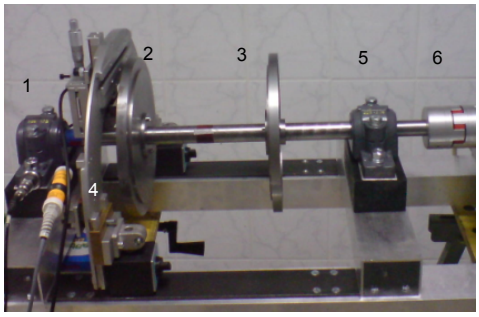
uboższe niż rozwiązania podobnego problemu uzyskane przez Sunnersjo [156]. Fukata [53] analizował charakter drgań wyważonego, poziomego wirnika dla zmiennej podatności podpierających go łożysk kulkowych podczas działania stałej siły pionowej. Autor wskazał na możliwość występowania w odpowiedzi układu subharmonicznych i ultraharmonicznych częstości obrotowej, ale też składowych o cechach chaotycznych. Podobnym problemem zajmowali się Mevel i Guyader [112], rozwinąwszy teoretyczny model łożyska kulkowego. Yamamoto [178], badając drgania wirnika osadzonego w łożyskach kulkowych z promieniowym luzem, wykazał, że amplituda przemieszczenia wału przy prędkości krytycznej zmniejsza się ze wzrostem szerokości szczeliny.

Najczęściej stosowanymi metodami analizy numerycznej do rozwiązywania zagadnienia drgań wirnika ze zmienną podatnością podparcia są: metoda perturbacyjna, przy założeniu słabej nieliniowości układu (Childs [19]), oraz metoda bilansu harmonicznych (Saito [139]).

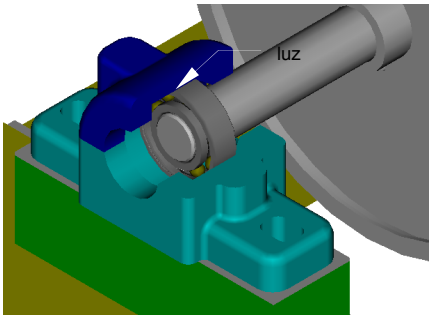
11.1. ANALIZA DRGAŃ WIRNIKA Z LUZEM MIĘDZY PIERŚCIENIEM ZEWNĘTRZNYM ŁOŻYSKA I OBUDOWĄ

Rysunek 11.1 przedstawia stanowisko, na którym badano charakter drgań wirnika z luzem między łożyskiem a obudową. Jest to model użyty wcześniej do analizy efektywności wyważania wirnika. Na potrzeby eksperymentu został dodatkowo wyposażony w urządzenie do pomiaru względnych przemieszczeń wału oraz kąta fazowego drgań. Głównymi elementami urządzenia są przetworniki wiroprądowe przemieszczeń umożliwiające pomiar przesunięcia wału względem czujnika z dokładnością 0,001 mm przy odległości w granicach 1 mm.

Luz między łożyskiem a obudową uzyskiwano poprzez regulację siły docisku pokrywy obudowy łożyska (rys. 11.2). Odległość płaszczyzny podziału pokrywy od dolnej części korpusu ustalała podkładka o określonej grubości. Bezpośredni pomiar wielkości luzu miał na celu porównanie wartości zadanej z określoną na podstawie wskazań czujników wiroprądowych.



Rys. 11.1. Stanowisko do badań charakteru drgań wirnika: 1, 5 – łożyska, 2, 3 – tarcze, 4 – miernik przemieszczenia wału, 6 – sprzęgło

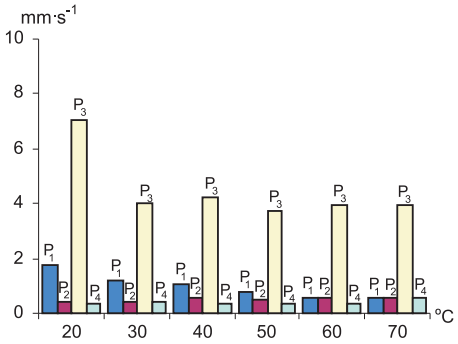


Rys. 11.2. Graficzne zobrazowanie lokalizacji luzu pomiędzy pierścieniem zewnętrznym łożyska a obudową

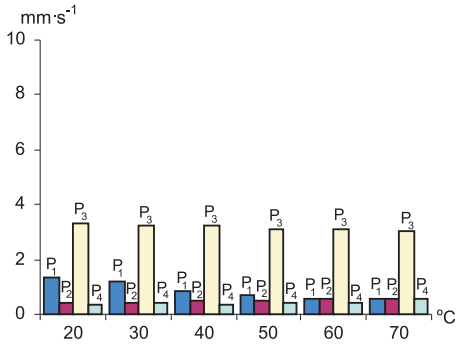
Celem eksperymentu było zbadanie zależności pomiędzy amplitudą prędkości drgań a temperaturą łożyska. Ze zmianą temperatury, wskutek rozszerzalności cieplnej, zmienia się wielkość szczeliny pomiędzy łożyskiem i obudową oraz luz promieniowy w łożysku kulkowym. Wpływ efektów rezonansowych jest bardziej widoczny przy wyż-

szych częstotliwościach, dlatego usunięto podkładki elastyczne spod ramy modelu, zwiększając tym samym sztywność podparcia. Pociągnęło to za sobą wzrost częstotliwości rezonansowej do wartości ~11 Hz.

Łożysko wyważonego wirnika oznaczone na rysunku 11.1 cyfrą (1), nagrzano do temperatury 70°C, a następnie mierzono parametry jego drgań w kierunkach P_1-P_4 w tej temperaturze oraz w trakcie schładzania łożyska w temperaturach 60-20°C. Wartości amplitud prędkości drgań w częstotliwości obrotowej oraz RMS (wartość skuteczna) prędkości drgań w kierunkach pomiarowych P_1-P_4 przedstawiają rysunki 11.3 oraz 11.4.



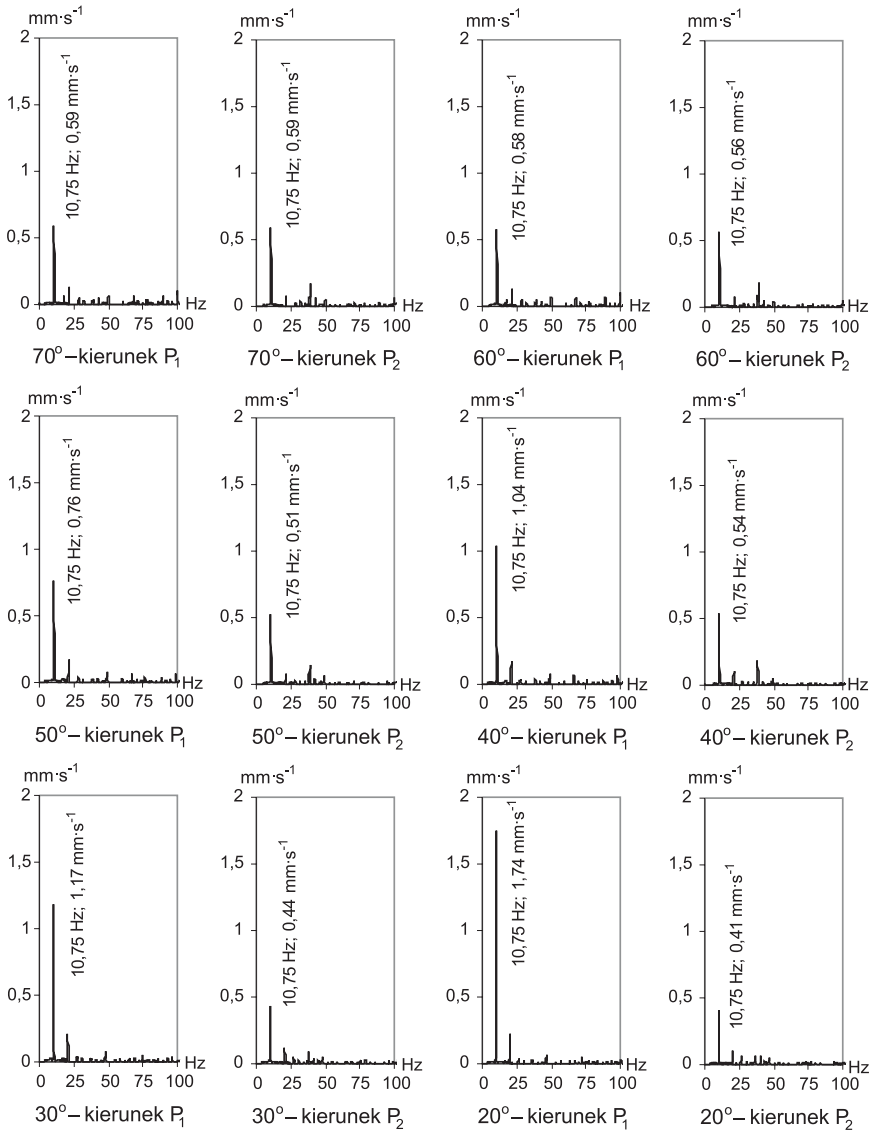
Rys. 11.3. Amplitudy prędkości drgań wirnika dla kierunków P_1-P_4 w funkcji temperatury



Rys. 11.4. RMS prędkości drgań wirnika dla kierunków P_1-P_4 w funkcji temperatury

W kierunku P_1 widoczny jest systematyczny spadek zarówno amplitudy, jak i wartości skutecznej, towarzyszący wzrostowi temperatury łożyska. W kierunku P_3 wyraźnie systematyczny charakter zmian wykazuje wartość skuteczna prędkości drgań. W płaszczyźnie pionowej (kierunki P_2 oraz P_4) wzrost luzu skutkuje zwiększeniem amplitudy prędkości drgań wirnika. Dla częstotliwości obrotowej 10,75 Hz płaszczyzna pozioma wyznacza kierunek jego drgań okołorezonansowych. Wyniki badań nie tylko potwierdziły rezultaty uzyskane i opisane przez Yamamoto [178], który dowiódł, że stabilność drgań krytycznych można osiągnąć przez wzrost luzu promieniowego w łożysku, ale stanowią ich uogólnienie. Wzrost temperatury łożyska spowodował bowiem nie tylko wzrost luzu w samym łożysku, ale także pomiędzy łożyskiem a obudową. Jest to ważne spostrzeżenie, bowiem przy dużej wartości luzu w łożysku jego temperatura podczas pracy wzrasta. Amplitudy drgań rezonansowych osiągają znaczne wartości, co sprzyja występowaniu jeszcze intensywniejszych efektów termicznych. Dlatego pozytywny wpływ wzrostu wielkości luzu na stabilność drgań wirnika stanowi mechanizm ograniczający możliwość gwałtownego uszkodzenia łożyska. W temperaturze 20°C (rys. 11.5) amplituda prędkości drgań wirnika w kierunku P_1 jest czterokrotnie większa niż w kierunku P_2. W temperaturze 70°C wartości amplitud w obu kierunkach są zbliżone. Uzyskany w wyniku nagrzewania obudowy luz w węźle łożyskowym był niewielki, o czym można wnioskować na podstawie charakteru widma, na którym amplituda ultrharmonicznej 2x jest znacznie mniejsza niż dla częstotliwości synchronicznej. Bezpośredni pomiar luzu byłby zarówno trudny do wykonania, jak i obarczony dużym błędem.

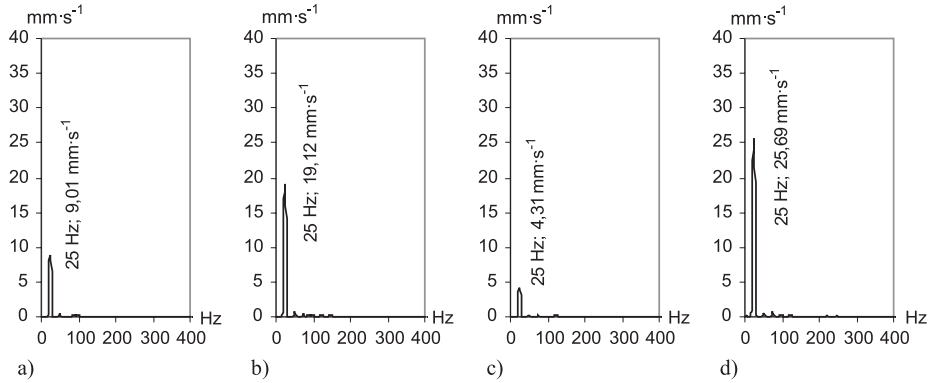
Rezultaty przedstawione na rysunkach 11.5 odnoszą się do sytuacji, w których zmiana charakteru pasowania między łożyskiem a obudową jest wynikiem efektów termicznych.



Rys. 11.5. Prędkość drgań w funkcji wielkości szczeliny określonej temperaturą łożyska

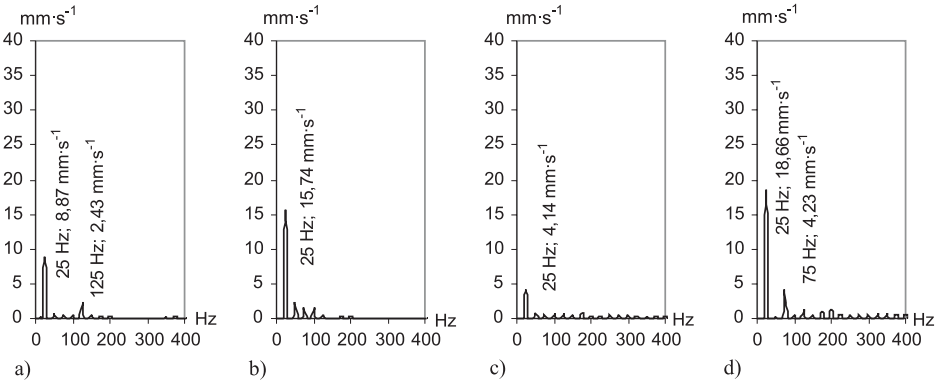
Bardzo często zdarza się, że temperatura łożyska wzrasta, w następstwie niewłaściwie przeprowadzonego smarowania, gdy użyto zbyt dużej ilości środka smarnego. Podobny rezultat może być następstwem błędnych, czysto mechanicznych czynności polegających na uszczelnianiu warstwą silikonu obudowy w płaszczyźnie podziału. Maleje wówczas siła ustalająca pierścień zewnętrzny łożyska w obudowie, co w krytycznym przypadku prowadzi do powstania luzu między łożyskiem i obudową. Wymusiło to w drugiej fazie eksperymentu zbadanie charakteru i poziomu drgań wirnika w warunkach występowania luzu uzyskiwanego w stałej temperaturze przez zmniejszenie siły oddziaływania górnej części obudowy na osadzone w niej łożysko.

Rysunki 11.6 obrazują widma prędkości drgań bezwzględnych niewyważonego wirnika z luzem promieniowym o wartości zalecanej przez producenta łożyska. Relacje amplituda-częstotliwość zostały wyznaczone przy wykorzystaniu szybkiej transformacji Fouriera prędkości przemieszczenia łożysk w kierunkach poziomym i pionowym.



Rys. 11.6. Charakterystyka A-C prędkości drgań kierunkach: a) P1, b) P2, c) P3, d) P4 łożyska z dopuszczalnym luzem promieniowym

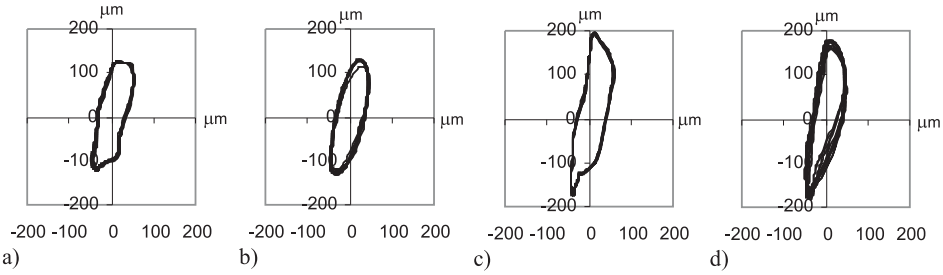
Po zmianie sztywności podparcia częstotliwość obrotowa wirnika 25 Hz, w której przeprowadzono badania nie jest częstotliwością rezonansową. Jednak bliskość rezonansu w płaszczyźnie pionowej (28 Hz) zaznacza się dużymi wartościami amplitud w kierunkach P_2, P_4. Wprowadzenie niewielkiego luzu rzędu 50 μm między pierścieniem zewnętrznym a górną częścią obudowy (5) zmienia obraz drgań w sposób przedstawiony na rysunkach 11.7. Można zaobserwować niewielkie, aczkolwiek widoczne zmniejszenie wartości amplitud dla częstotliwości obrotowej (1x). Zgodnie z oczekiwaniami, w większym stopniu efekt ten występuje w kierunku pionowym. Na widmie pojawiły się ultraharmoniczne 2x, 3x i kolejne, świadczące o wzroście nieliniowego charakteru sztywności układu. W obydwu fazach eksperymentu uzyskane wyniki są więc identyczne. Uzasadnia to wniosek, że niezależnie od przyczyn, powstanie luzu w węźle łożyskowym powoduje zmniejszenie amplitudy okołorezonansowych drgań wirnika.



Rys. 11.7. Charakterystyka A-C prędkości drgań łożyska w kierunkach: a) P1, b) P2, c) P3, d) P4 – ze zwiększonym luzem między łożyskiem i obudową

Wielokanałowy sposób rejestracji przebiegu sygnału w czasie umożliwia jednoczesny pomiar parametrów drgań w kierunkach poziomym i pionowym, pozwalając wyznaczyć trajektorię ruchu wirnika w miejscu lokalizacji przetworników wiroprądowych (rys. 11.8a). Jest to tzw. orbita niefiltrowana, powstająca jako krzywa Lissajou ze złożenia sygnałów mierzonych w kierunkach prostopadłych. Aby określić kształt hipotetycznego przebiegu trajektorii w danej częstotliwości drgań, należy odciąć wszystkie inne pasma częstotliwości.

Empiryczna dekompozycja modalna Hilberta-Huanga działa jak filtr częstotliwościowy umożliwiający uzyskanie przebiegów zmian przemieszczenia wału w czasie, o określonej częstotliwości filtrowania. Są to tzw. istotne funkcje składowe (IMF). Sama transformata Hilberta poszczególnych IMF stanowić może wskaźnik dobroci filtrowania. Dwuwymiarowa transformata Hilberta w układzie czas-częstotliwość jest zbiorem wszystkich częstotliwości składających się na postać IMF. W ten sposób wygładzony został kształt orbity wału w okolicy łożyska uzyskany z pomiarów przemieszczenia w kierunkach x (poziomy) oraz y (pionowy) (rys. 11.8b) wirnika przy częstotliwości 20 Hz, czyli mniejszej niż częstotliwość rezonansowa. Trajektoria wału, która dla drgań przy braku luzu jest zbliżona kształtem do elipsy, wyraźnie się deformuje wówczas, gdy pojawia się luz. W kierunku pionowym nieregularna orbita ulega wydłużeniu o wartość zbliżoną do wielkości luzu (rys. 11.8c, d).



Rys. 11.8. Trajektoria ruchu wału w łożysku: a) bez luzu między łożyskiem a obudową, b) bez luzu między łożyskiem a obudową (IMF) – filtr 1x, c) z luzem między łożyskiem a obudową, d) z luzem między łożyskiem a obudową (IMF) – filtr 1x

Występowanie luzu w łożysku o wartości większej niż zalecana przez producenta jest ogólnie zjawiskiem niekorzystnym. Chociaż przy drganiach okołorezonansowych wzrost luzu w układzie podparcia powoduje zmniejszenie amplitudy drgań wirnika, to w pozostałym zakresie częstotliwości skutek jest odwrotny, czyli drgania wirnika rosną (rys. 11.8).

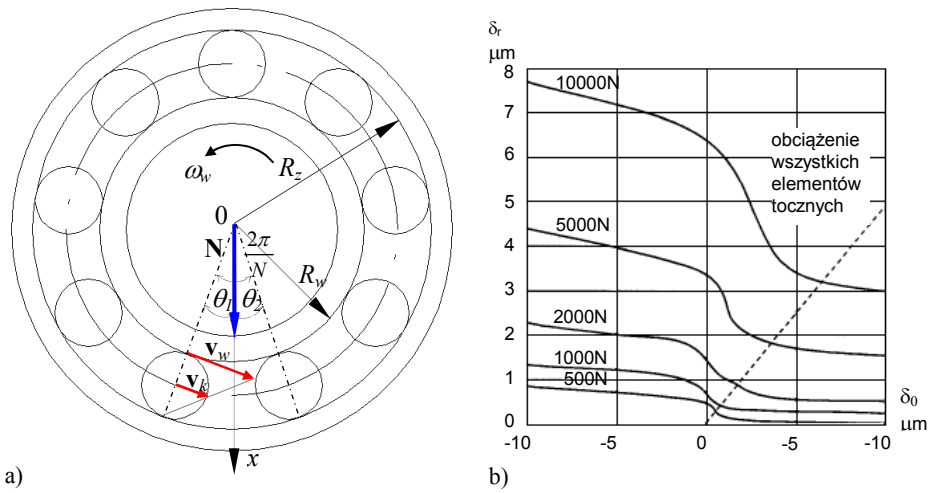
11.2. ANALIZA NUMERYCZNA DRGAŃ WIRNIKA PRZY KONTAKCIE ZEWNĘTRZNEGO PIERŚCIENIA ŁOŻYSKA Z OBUDOWĄ

Modelowanie numeryczne drgań wirnika z luzem w węźle łożyskowym jest zagadnieniem dosyć złożonym. Trudność tkwi w określeniu sztywności i tłumienia poszczególnych elementów obiektu rzeczywistego. W przypadku wirnika sztywnego ograniczono się do wyznaczenia mas i momentów bezwładności wału i tarczy oraz podatności i tłumienia łożysk. Jeżeli przedmiotem analizy nie jest sam wirnik, lecz cały wentylator,

należy uwzględnić również masę korpusu, własności wibroizolatorów oraz charakterystykę sztywności dodatkowych więzów, gdy komora spiralna jest połączona z kanałami wentylacyjnymi bez pośrednictwa kompensatorów.

Dla łożyska kulkowego obciążonego siłą $\boldsymbol{N}$ (rys. 11.9a) i prędkości kątowej wału ω_w, prędkość liniowa kulki w punkcie styku z bieżnią wewnętrzną ma wartość:

$$\boldsymbol{v}_w = \omega_w R_w \tag{11.1}$$



Rys. 11.9. Ilustracja: a) podstawowych parametrów do analizy kinematyki łożyska kulkowego, b) zależności wielkości promieniowego odkształcenia łożyska w funkcji wielkości luzu oraz siły obciążającej [141]

Prędkość liniowa koszyka to $\boldsymbol{v}_k = \dfrac{\boldsymbol{v}_w}{2} = \dfrac{\omega_w R_w}{2}$, natomiast prędkość kątowa koszyka wynosi:

$$\omega_k = \frac{\boldsymbol{v}_k}{R_w + \left(\dfrac{R_z - R_w}{2}\right)} = \omega_w \frac{R_w}{R_z + R_w} \tag{11.2}$$

Częstość kołowa drgań wynikająca z obecności n_k elementów tocznych określona jest równaniem:

$$\omega_{nk} = \omega_k n_k \tag{11.3}$$

Zależność (11.3) określa częstość charakterystyczną drgań łożyska, pozwalającą wnioskować o ewentualnym uszkodzeniu elementu tocznego. Wielkość odkształcenia promieniowego łożyska δ_r zależy między innymi od obciążenia łożyska oraz luzu promieniowego δ_0 (rys. 11.9b). Sztywność definiowana jest jako stosunek siły do odkształcenia, dlatego można wnioskować, że nieliniowość sztywności w funkcji luzu wzrasta przy większym obciążeniu łożyska.

Tłumienie w łożysku kulkowym jest bardzo małe ze względu na mały współczynnik tarcia. Krämer [90] podał zależność pozwalającą na obliczenie przybliżonej wartości współczynnika tłumienia łożyska:

$$c = (0,25 \div 2,5) \cdot 10^{-5} k \ [\mathrm{Ns \cdot m^{-1}}] \tag{11.4}$$

gdzie k jest sztywnością łożyska.

Siłę nacisku Hertza w kontakcie pomiędzy kulką a pierścieniami określa wzór (11.5) [162]:

$$F(\theta_i) = C_k (x \cos\theta_i + y \sin\theta_i - \delta_0)^{\kappa} \qquad \kappa = 1,5 \tag{11.5}$$

Wielkość δ_0 jest promieniowym luzem w łożysku, zależnym głównie od jego wielkości. Katalogi producentów łożysk podają zalecaną wartość luzu montażowego oraz jego graniczną wartość wyznaczającą stan zdatności. Jeżeli wyrażenie wewnątrz nawiasów jest większe od zera, wtedy kulka przy kątowym położeniu θ_i jest obciążona, powodując wzrost siły $\boldsymbol{F}(\theta_i)$. Jeżeli wyrażenie w nawiasie jest ujemne albo równe zero, wtedy kulka nie jest w strefie obciążenia i siła $\boldsymbol{F}(\theta_i)$ jest równa zero. Całkowita siła restytucji stanowi sumę sił od każdego elementu tocznego. Jej składowe w kierunkach x oraz y są wyrażone zależnościami (11.6, 11.7) [163]:

$$F_x = C_k \sum_{i=1}^{n_k} (x \cos\theta_i + y \sin\theta_i - \delta_0)^{\kappa} \cos\theta_i \tag{11.6}$$

$$F_y = C_k \sum_{i=1}^{n_k} (x \cos\theta_i + y \sin\theta_i - \delta_0)^{\kappa} \sin\theta_i \tag{11.7}$$

gdzie:

C_k – współczynnik proporcjonalności.

Zmiana kąta θ_i w czasie jest opisana równaniem:

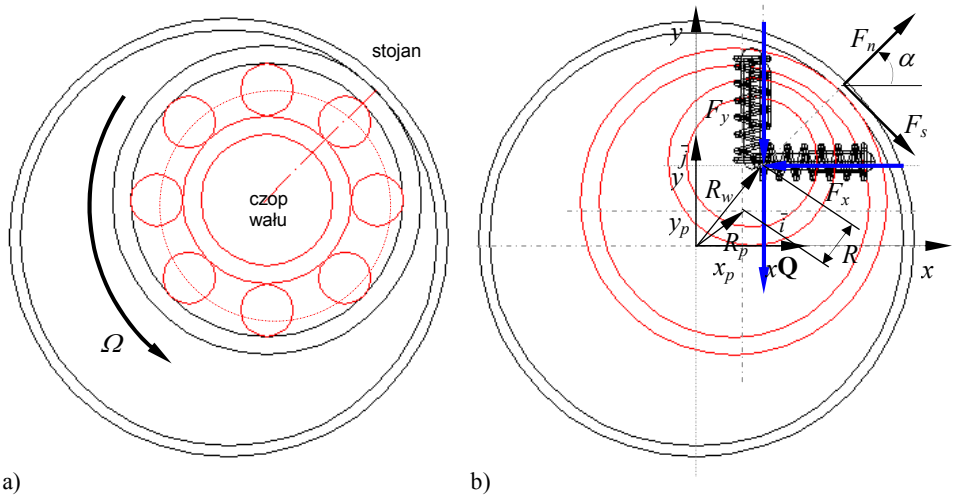
$$\theta_i = \frac{2\pi}{n_k}(i-1) + \omega_k t \quad i = 1,\ldots,n_k \tag{11.8}$$

Odniesieniem jest oś pionowa, która wyznacza kierunek stałej siły pionowej obciążenia. Wartość współczynnika tłumienia c zależy od sztywności łożyska – wzór (11.4). Układ równań ruchu wału uwzględniający siły bezwładności, tłumienia oraz obciążenie pionowe działające na łożysko poprzez pierścień wewnętrzny możemy przedstawić następująco:

$$
\begin{aligned}
&m\ddot{x} + c\dot{x} + C_k \sum_{i=1}^{n_k} \left(x\cos\theta_i + y\sin\theta_i - \delta_0\right)^{\kappa} \cos\theta_i = N + F_n \cos\omega_w t \\
&m\ddot{y} + c\dot{y} + C_k \sum_{i=1}^{n_k} \left(x\cos\theta_i + y\sin\theta_i - \delta_0\right)^{\kappa} \sin\theta_i = F_n \sin\omega_w t
\end{aligned}
\tag{11.9}
$$

W tej zależności m jest łączną masą wirnika i masą wewnętrznego pierścienia łożyska natomiast F_n jest siłą pochodzącą od niewyważenia wirnika. Dla małego łożyska kulkowego, przy niewielkim obciążeniu, siłę pionową można przyjąć jako: C_k = = $7{,}055 \cdot 10^9$ N·m$^{-3/2}$, $k = 42 \cdot 10^6$ N·m^{-1}, c = 105-1050 Ns·m^{-1}.

W pracy [84] przedstawiono sposób modelowania kontaktu łożyska z obudową w przypadku istnienia między nimi luzu, przy jednoczesnym uwzględnieniu sztywności i tłumienia w łożysku. Model składa się ze sztywnego pierścienia, sztywnego wału z osadzonym na czopie łożyskiem, którego własności sprężysto-tłumiące wyraża element będący połączeniem sprężyny z tłumikiem wiskotycznym (rys. 11.10). Zespół wał-łożysko obraca się z prędkością kątową Ω. Masa wału wraz z osadzoną na nim tarczą wynosi m, przy czym jest ona nieporównywalnie większa od masy samego łożyska. W skrajnym przypadku pomiędzy pierścieniem łożyska a stojanem może występować oddziaływanie kontaktowe.



a) b)

Rys. 11.10. Sposób modelowania ruchu łożyska w obudowie w warunkach występowania luzu między pierścieniem zewnętrznym a obudową łożyska: a) przemieszczenie łożyska do strefy kontaktu z obudową, b) przemieszczenie wału

Położenie środków geometrycznych pierścienia zewnętrznego łożyska i wału jest określone w układzie współrzędnych za pomocą wektorów $\boldsymbol{R}_p$ oraz $\boldsymbol{R}_w$. Składowe tych wektorów można wyrazić poprzez ich współrzędne oraz wersory osi x i y, tj.:

– wektor położenia środka geometrycznego pierścienia łożyska $\boldsymbol{R}_p = \vec{\boldsymbol{i}} x_p + \vec{\boldsymbol{j}} y_p$,

– wektor położenia środka geometrycznego wału $\boldsymbol{R}_w = \vec{\boldsymbol{i}} x + \vec{\boldsymbol{j}} y$.

Na wał działają siły wynikające ze sztywności i tłumienia występującego w łożysku, siła od niewyważenia wirnika oraz siła ciężkości $\boldsymbol{Q} = mg$. W związku z tym, równaniami drgań translacyjnych wału będą zależności:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= m_n r_n \Omega^2 \cos \Omega t - F_x \\ m\ddot{y} &= m_n r_n \Omega^2 \sin \Omega t - F_y - mg \end{aligned} \tag{11.10}$$

Przez m_n oznaczona jest masa niewyważenia tarczy wirnika, która jest położona w odległości r_n od osi obrotu. W chwili kontaktu na pierścień zewnętrzny łożyska działają siły $\boldsymbol{F}_x$, $\boldsymbol{F}_y$, $\boldsymbol{F}_n$, $\boldsymbol{F}_s$. Siły $\boldsymbol{F}_x$, $\boldsymbol{F}_y$ wynikają ze sztywności i tłumienia łożyska. Dla uproszczenia przyjmuje się liniową zależność ich wartości w funkcji względnego przemieszczenia wału w łożysku (siła sprężystości) oraz prędkości przemieszczenia wału względem pierścienia (siła tłumienia):

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F}_x &= \left[k\left(x - x_p\right) + c\left(\dot{x} - \dot{x}_p\right)\right]\bar{\boldsymbol{i}} \\ \boldsymbol{F}_y &= \left[k\left(y - y_p\right) + c\left(\dot{y} - \dot{y}_p\right)\right]\bar{\boldsymbol{j}} \end{aligned} \tag{11.11}$$

Z warunku równowagi rzutów sił działających na pierścień wynikają równania:

$$\begin{aligned} -F_n \cos\alpha - F_x + F_s \sin\alpha &= 0 \\ -F_n \sin\alpha - F_y - F_s \cos\alpha &= 0 \end{aligned} \quad \text{lub} \quad \begin{aligned} F_n \frac{x_p}{r_p} - F_s \frac{y_p}{r_p} &= -F_x \\ F_n \frac{y_p}{r_p} + F_s \frac{x_p}{r_p} &= -F_y \end{aligned} \tag{11.12}$$

stąd

$$F_n = -\left(\frac{x_p}{r_p} F_x + \frac{y_p}{r_p} F_y\right) \text{ oraz } F_s = \left(\frac{y_p}{r_p} F_x - \frac{x_p}{r_p} F_y\right) \tag{11.13}$$

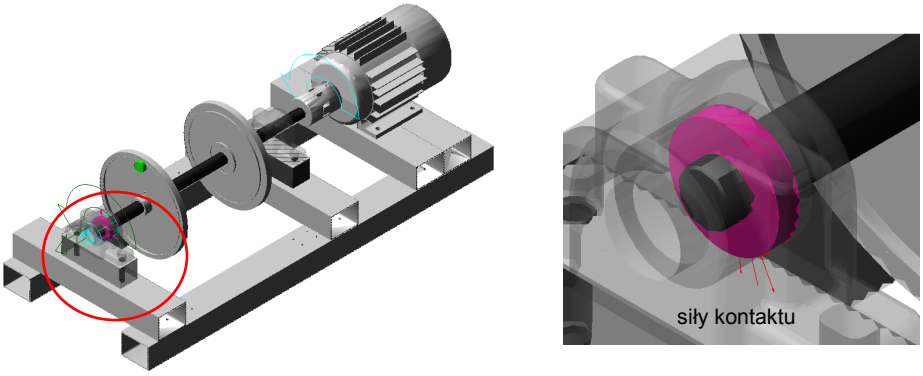
Kontakt pomiędzy pierścieniem łożyska a obudową wystąpi wówczas, gdy długość wektora $\boldsymbol{R}_p$ będzie większa od wartości luzu promieniowego Δ pomiędzy nimi. W kontakcie o charakterze statycznym tarcie nie musi mieć zawsze charakteru rozwiniętego. Zależność pomiędzy siłą normalną a styczną możemy wówczas zapisać jako $F_s < \mu F_n$, gdzie μ jest współczynnikiem tarcia ślizgowego. Warunki statyczne kontaktu implikują również wymóg, aby prędkości przemieszczenia środka masy pierścienia zewnętrznego były równe zero ($\dot{x}_p = \dot{y}_p = 0$). Dla warunków o charakterze dynamicznym mamy tarcie rozwinięte, co pozwala przyjąć, że $F_s = \mu F_n$, czyli:

$$\frac{y_p}{r_p} F_x - \frac{x_p}{r_p} F_y = -\mu\left(\frac{x_p}{r_p} F_x + \frac{y_p}{r_p} F_y\right) \tag{11.14}$$

W analizie numerycznej zagadnienia kontaktu pomiędzy pierścieniem łożyska a obudową wykorzystany został model (rys. 11.11) oparty na założeniu, że luz w samym łożysku jest skasowany w trakcie montażu, a łożysko można traktować jako pierścień

osadzony na czopie wału. Sposób formowania szczeliny poprzez zmniejszanie docisku pokrywy obudowy powoduje, że łożysko będzie przemieszczać się nie tylko w kierunku pionowym ale również poziomym. W modelu dopuszczono stały luz o wartości 1 mm.

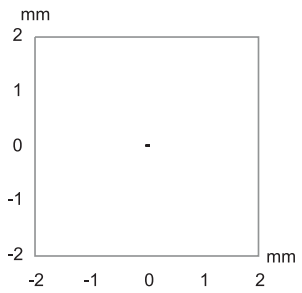
W rzeczywistości taki stopień zużycia korpusu występuje rzadko, choć może zaistnieć w przypadku dużych, silnie obciążonych wirników. Znaczna wartość luzu ułatwia w procesie modelowania identyfikację granic zarysów poszczególnych brył, co stanowi zabieg czysto techniczny, a jednocześnie lepiej uwidacznia poszczególne fazy ruchu wirnika do stadium pełnego kontaktu ze stojanem. W celu wyeliminowania wpływu drgań ramy modelu na ruch wirnika założono, że sztywność elementów sprężystych jest nieograniczona. Do obliczeń przyjęto model kontaktu typu uderzenie połączone z występowaniem tarcia i tłumienia.



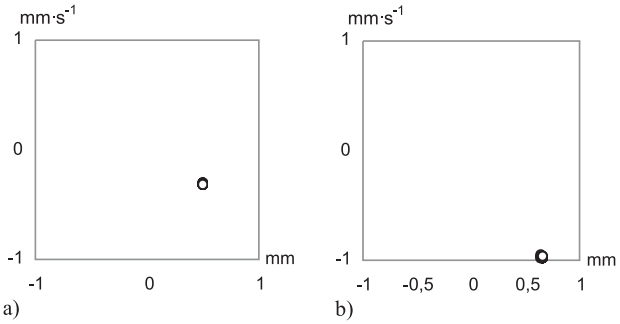
Rys. 11.11. Sposób modelowania kontaktu w metodzie MSD

Analiza numeryczna powinna wyjaśnić charakter ruchu wirnika, zwłaszcza możliwość występowania symptomów chaosu. W przypadku badań czysto doświadczalnych stwierdzenie symptomów chaotycznego ruchu jest niezwykle trudne. Przyjęto następujące wartości parametrów w strefie styku: sztywność $1 \cdot 10^5$ N·mm^{-1}, tłumienie 0,1 Ns·mm^{-1}. Ruch pierścienia, który może obracać się względem wału uderzając o obudowę, rozpatrzono dla czterech przypadków częstotliwości obrotowej wirnika: 5 Hz, 15 Hz, 20 Hz, 25 Hz – czyli praktycznie w całym, możliwym zakresie jego prędkości pracy.

Dla częstotliwości obrotowej 5 Hz pierścień zachowuje liniowy kontakt z obudową w płaszczyźnie prostopadłej do wykresu (rys. 11.12). Odcinek przylegania jest jednak bardzo krótki. Drgania wirnika mają charakter okresowy, co jest widoczne na diagramie Poincarè (rys. 11.13) w postaci skupionego zbioru punktów.



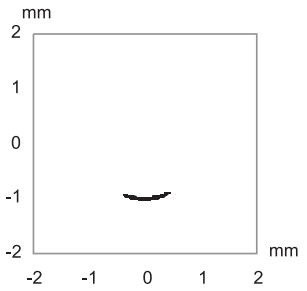
Rys. 11.12. Orbita końca wału przy częstotliwości 5 Hz



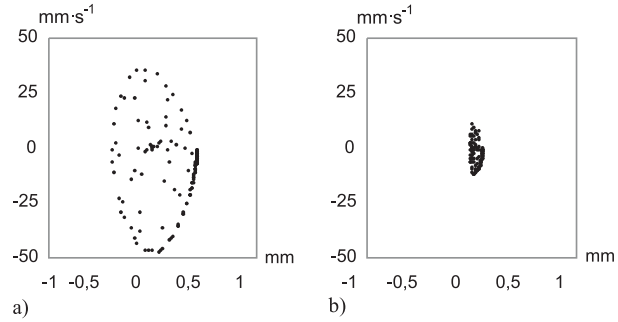
Rys. 11.13. Diagram Poincarè przemieszczeń końca wału w kierunkach: a) poziomym, b) pionowym

Niewielkie przemieszczenia wirnika występują praktycznie tylko w kierunku poziomym. Amplitudy drgań są tak małe, że dla przyjętej skali wykresu stają się ledwie zauważalne.

Częstotliwość obrotowa 15 Hz jest na tyle mała, że pierścień zewnętrzny łożyska jest w kontakcie z obudową na powierzchni walcowej rozpiętej na odcinkach krzywoliniowych o niewielkiej długości w dolnej jej części (rys. 11.14). Kształt diagramu Poincarè wskazuje na występowanie w widmie prędkości drgań amplitud o częstotliwościach ultraharmonicznych (rys. 11.15). Stanowi to lepszą ilustrację charakteru drgań wirnika niż samo widmo, na którym wyraźnie zarysowane są w przedziale 0-100 Hz jedynie amplitudy o częstotliwości 1x, 2x oraz 3x (rys. 11.20b-rys. 11.21b).



Rys. 11.14. Orbita końca wału wirnika przy częstotliwości obrotowej 15 Hz

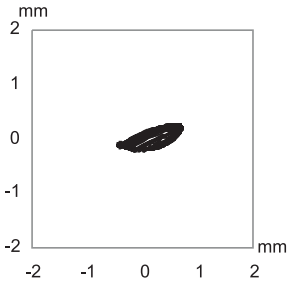


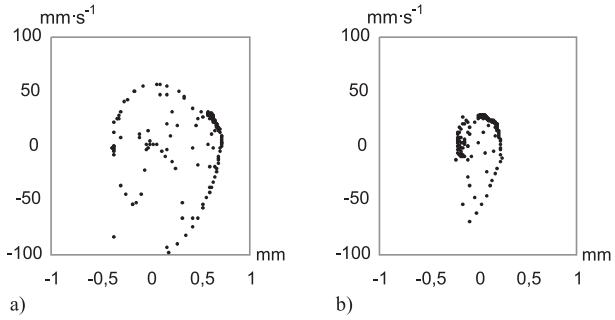
Rys. 11.15. Diagram Poincarè przemieszczeń końca wału w kierunkach: a) poziomym, b) pionowym

Przy częstotliwości obrotowej 20 Hz siła odśrodkowa jest mniejsza od ciężaru wirnika, więc nie może zaistnieć kontakt między pierścieniem zewnętrznym łożyska i górną częścią obudowy. Trajektoria ruchu ma kształt zbliżony do elipsy o dużej ekscentryczności (rys. 11.16).

Wzrost wartości amplitud składowych ultraharmonicznych w widmie prędkości drgań wskazuje na wyraźną nieliniowość sztywności podczas styku pierścienia łożyska

i obudowy (rys. 11.20c-rys. 11.21c). Charakter diagramu Poincarè obrazuje skłonność układu do przejścia w stan chaosu (rys. 11.17).



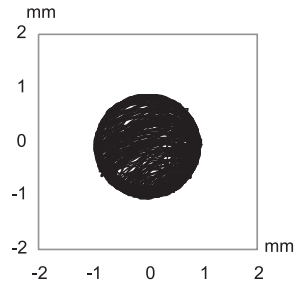


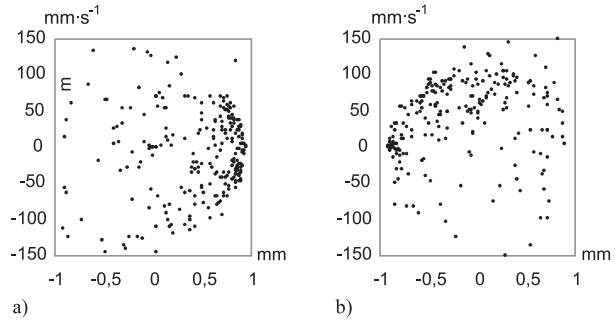
Rys. 11.16. Orbita końca wału wirnika przy częstotliwości obrotowej 20 Hz

Rys. 11.17. Diagram Poincarè przemieszczeń końca wału w kierunkach: a) poziomym, b) pionowym

Dalsze zwiększanie prędkości obrotowej wirnika przy tym samym niewyważeniu czyni jego ruch chaotycznym. Pierścień łożyska uderza o obudowę w punktach rozłożonych na całym obwodzie (rys. 11.18), przy czym trudno mówić o kształcie trajektorii ruchu, bowiem są one krzywymi leżącymi w obszarze ograniczonym zarysem obudowy.

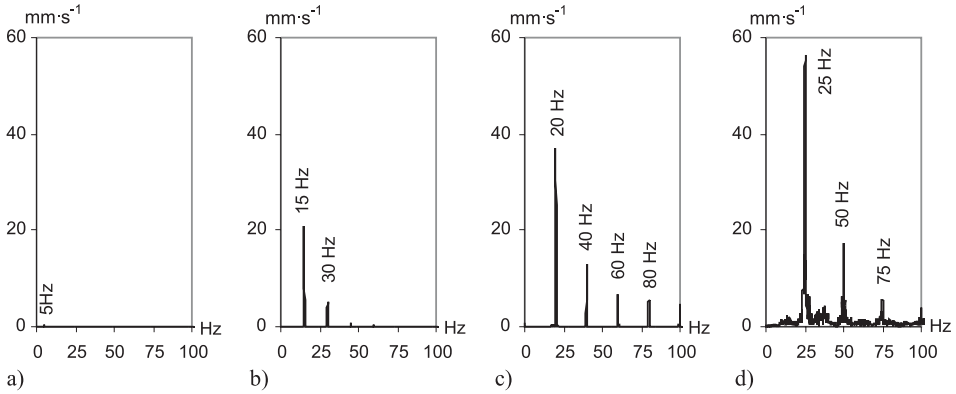
Chaotyczny charakter ruchu jest dobrze widoczny w widmie prędkości drgań, które – ograniczone do przedziału 0-100 Hz – zawiera amplitudy o bardzo wielu częstotliwościach, niebędących składowymi ultraharmonicznymi częstotliwości obrotowej wirnika (rys. 11.20d-rys. 11.21d). W przyjętym modelu kontaktu drgania wirnika mają charakter chaotyczny przy częstotliwości okołorezonansowej 25 Hz (rys. 11.19).



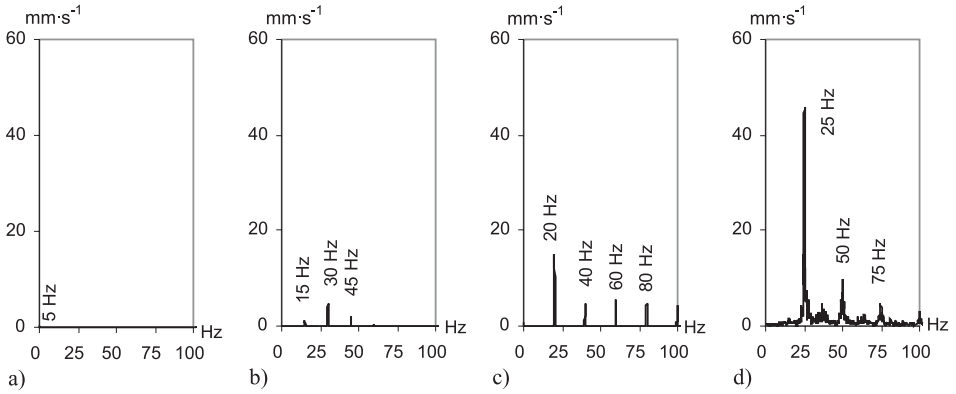


Rys. 11.18. Orbita ruchu końca wału wirnika przy częstotliwości obrotowej 25 Hz

Rys. 11.19. Diagram Poincarè przemieszczeń końca wału w kierunkach: a) poziomym, b) pionowym



Rys. 11.20. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa prędkości drgań końca wału w kierunku poziomym przy częstotliwości obrotowej: a) 5 Hz, b) 15 Hz, c) 20 Hz, d) 25 Hz



Rys. 11.21. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa prędkości drgań końca wału w kierunku pionowym przy częstotliwości obrotowej: a) 5 Hz, b) 15 Hz, c) 20 Hz, d) 25 Hz

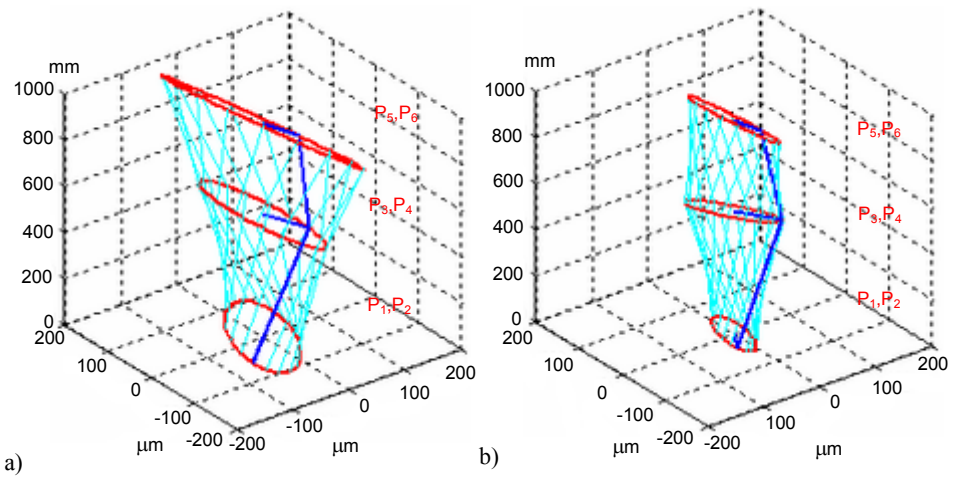
Dla zadanej wartości niewyważenia wirnika częstotliwość 15 Hz stanowi granicę, przy której jego ruch zaczyna mieć charakter pseudo-okresowy z zaznaczającą się tendencją do przemieszczenia w kierunku pionowym. Dla mniejszych wartości prędkości obrotowych pierścień zewnętrzny łożyska toczy się po dolnej części powierzchni korpusu i zjawisko uderzenia nie występuje. Dla niewielkich prędkości miejscem kontaktu pierścienia z obudową jest tworząca jego powierzchni walcowej.

11.3. WYWAŻANIE WIRNIKA Z LUZEM POMIĘDZY ŁOŻYSKIEM I OBUDOWĄ

Zainteresowanie problemem drgań wirnika z nieliniowością wywołaną zmienną sztywnością łożysk jest podyktowane potrzebą poznania symptomów tego zjawiska w procesie diagnozowania stanu dynamicznego wirnika. Luz w łożysku jest często spowodowany długotrwałym obciążeniem wywołanym niewyważeniem wirnika. Kontrola

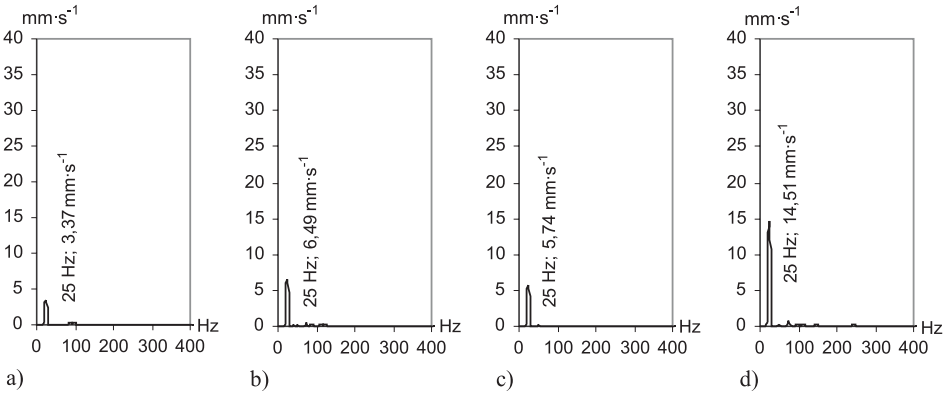
połączona z redukcją niewyważenia w sposób ciągły może być urzeczywistniona przy wykorzystaniu tzw. balanserów bądź na drodze wyważania w łożyskach własnych (*field balancing*). Istotnym jest, na ile proces wyważania opartego zazwyczaj na metodzie macierzy współczynników wpływu może być w tych warunkach efektywny. Technika wyważania wykorzystuje bowiem odpowiedź układu na zadane wymuszenie. Zakłada się przy tym, że pomiędzy siłą wymuszającą a amplitudą drgań występuje zależność liniowa. Jeżeli w odpowiedzi układu występują obszary niestabilności, bifurkacje oraz składowe o cechach chaotycznych, warunek stacjonarności parametrów drgań nie jest spełniony w kolejnych etapach wyważania.

Rysunek 11.22 przedstawia holospectrum będące obrazem filtrowanej w częstotliwości synchronicznej trajektorii ruchu środka geometrycznego łożyska przed wyważaniem i po wyważaniu wirnika. W tym przypadku luz pomiędzy pierścieniem zewnętrznym łożyska a obudową wynikał tylko z tolerancji ich wymiarów. Wyważanie przeprowadzono w dwóch płaszczyznach korekcji, dla trzech płaszczyzn pomiarowych. Pomimo założonej optymalizacji parametrów drgań tylko w kierunkach P(1, 2, 3, 4) uzyskano zmniejszenie amplitud przemieszczenia również w kierunkach P_5 oraz P_6. Trzeba pamiętać, że chociaż częstotliwość 25 Hz, dla której odbywało się wyważanie, nie jest częstotliwością rezonansową, to jednak bliska obecność rezonansu powoduje, że amplitudy drgań w płaszczyźnie pionowej są znaczne i trudne do zredukowania.



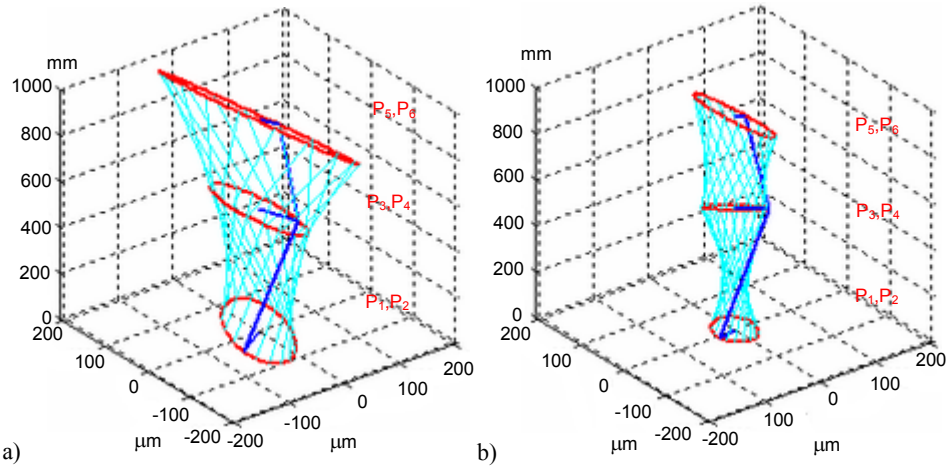
Rys. 11.22. Holospectrum 3D łożysk wirnika i silnika: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu, z zastosowaniem schematu optymalizacji P(1, 2, 3, 4); wariant bez luzu między pierścieniem zewnętrznym łożyska a obudową; częstotliwość obrotowa wirnika w trakcie wyważania – 25 Hz

Widma prędkości drgań wirnika w kierunkach P_1-P_4 po wyważaniu przedstawia rysunek 11.23. Brak luzu powoduje, że amplitudy składowych ultraharmonicznych częstotliwości obrotowej są znikome.



Rys. 11.23. Charakterystyka A-C prędkości drgań w kierunku: a) P_1, b) P_2, c) P_3, d) P_4 – bez luzu między łożyskiem i obudową, po wyważaniu z optymalizacją P(1, 2, 3, 4)

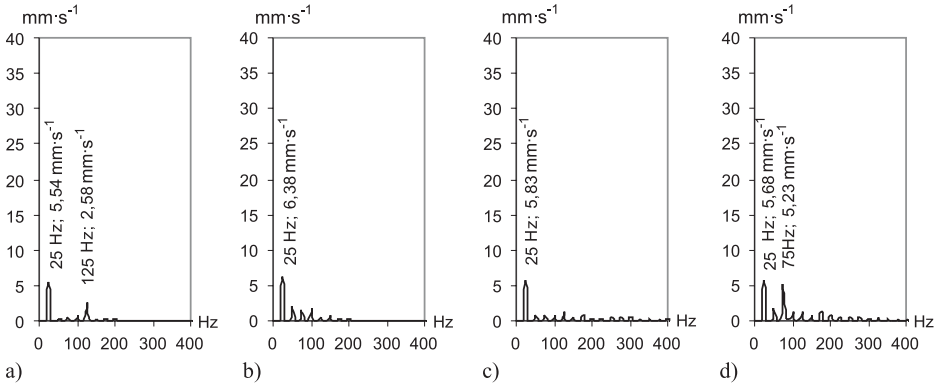
Wyważanie wirnika przeprowadzono również po zwiększeniu wielkości szczeliny między pierścieniem zewnętrznym a obudową łożyska o wartość zbliżoną do luzu promieniowego łożyska. W obu przypadkach kryterium optymalizacji efektywności wyważania było takie samo – zapewnienie minimalnej wartości przemieszczenia łożysk wirnika w kierunkach poziomym i pionowym (rys. 11.24). Amplitudy drgań wirnika w przypadku występowania luzu pomiędzy pierścieniem zewnętrznym a obudową mają wartość mniejszą niż wówczas, gdy luz zostaje skasowany. Dzieje się tak dlatego, gdyż częstotliwość drgań wirnika w kierunku pionowym jest bliska częstotliwości rezonansowej. Efekt ten i wnioski z niego wypływające był dyskutowany już wcześniej.



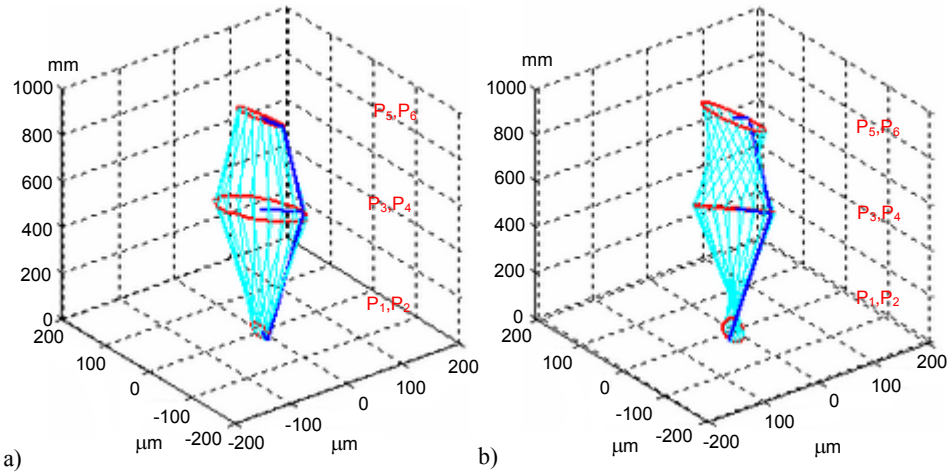
Rys. 11.24. Holospectrum 3D łożysk wirnika i silnika: a) przed wyważaniem oraz b) po wyważaniu z zastosowaniem schematu optymalizacji P(1, 2, 3, 4); wariant z luzem między pierścieniem zewnętrznym łożyska a obudową; częstotliwość obrotowa wirnika w trakcie wyważania – 25 Hz

Rezultat wyważania okazał się lepszy od uzyskanego dla przypadku promieniowego ustalenia pierścienia łożyska w obudowie (rys. 11.22), gdy przyjmie się, że miarą dobroci wyważania jest długość półosi elipsy będącej filtrowaną w częstotliwości 1x trajektorią ruchu wirnika.

Trzeba bowiem zwrócić uwagę na fakt, że luz zwiększa nieliniowość drgań, powodując wzrost wartości amplitudy dla częstotliwości ultraharmonicznych (rys. 11.25). W takim przypadku wzrastają długości półosi elips będących trajektoriami ruchu wirnika dla częstotliwości 2x, 3x i kolejnych. Ponieważ wielkość niewyważenia (w sensie siły wywołującej dynamiczne reakcje łożysk) jest zależna od prędkości obrotowej wirnika, przyjmowanie kształtu orbity wirnika dla częstotliwości synchronicznej jako kryterium dobroci wyważania jest w pełni uzasadnione. Poprawę stanu dynamicznego wirnika uzyskuje się również przy optymalizacji parametrów drgań we wszystkich kierunkach pomiarowych (rys. 11.26). Obecność luzu nie ma negatywnego wpływu na efekt wyważania wirnika.



Rys. 11.25. Charakterystyka A-C prędkości drgań w kierunku: a) P_1, b) P_2, c) P_3, d) P_4 z luzem między łożyskiem i obudową, po wyważaniu z optymalizacją P(1, 2, 3, 4)



Rys. 11.26. Holospectrum łożysk po wyważaniu z optymalizacją P(1, 2, 3, 4, 5, 6): a) wariant bez luzu, b) wariant z luzem między pierścieniem zewnętrznym łożyska a obudową

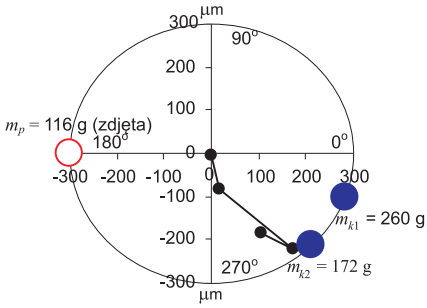
Przeprowadzone analizy i sformuowane na ich podstawie wnioski odnoszą się do eksperymentów wykonanych na stanowisku badawczym. Kolejny etap rozważań stanowi weryfikacja uzyskanych rezultatów podczas wyważania wentylatora promieniowego w warunkach przemysłowych.

11.4. WYWAŻANIE WIRNIKA WENTYLATORA Z DUŻYM LUZEM PROMIENIOWYM W ŁOŻYSKU

Wirniki wentylatorów promieniowych wyważane są w łożyskach własnych najczęściej w klasie dobroci G6.3. Środek masy tarczy w ruchu obrotowym względem osi wirnika ma wówczas prędkość liniową nie większą niż 6,3 mm·s^{-1}. Dla prędkości kątowej 157 rad·s^{-1} (1500 obr·min^{-1}) przesunięcie środka ciężkości tarczy wynosi wówczas nie więcej niż 0,04 mm, natomiast dla prędkości 990 obr·min^{-1} nie więcej niż 0,06 mm. Tarcze wirników wentylatorów przemysłowych są narażone na korozję lub ścieranie w wyniku oddziaływania cząstek stałych zawartych w strumieniu gazu. Ubytek masy nie jest przy tym równomierny, co powoduje niewyważenie tarczy. Nowoczesne układy sterowania pracą wentylatorów regulują objętościowe natężenie przepływu gazu przez wirnik zmianą częstotliwości obrotowej silnika. Zakres prędkości roboczej jest więc szeroki, wymuszając częste przechodzenie przez obszary rezonansowe lub pracę z prędkością zabronioną. Konstrukcja podparcia wirnika w łożyskach, jak i całego wentylatora na ramie wykazuje anizotropię sztywności.

Rysunek 11.27 przedstawia kotłowy wentylator promieniowy WPW-80, którego wirnik wyważano metodą współczynników wpływu z funkcją optymalizacji. Wentylator jest posadowiony bezpośrednio na ramie i sztywnym, betonowym fundamencie.

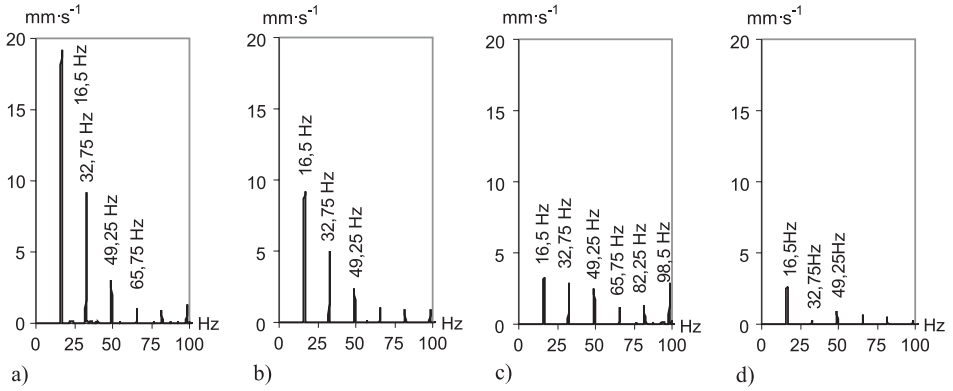
a)



b)

Rys. 11.27. a) Widok wentylatora promieniowego WPW-80, b) przebieg wyważania wirnika

Robocza prędkość obrotowa wentylatora wynosiła 990 obr·min^{-1}. Powodem diagnozowania wentylatora był odczuwalny, wysoki poziom drgań łożysk wirnika i silnika (rys. 11.28). Obraz transformaty Fouriera przebiegu czasowego prędkości drgań wskazywał na duże prawdopodobieństwo pracy wirnika w obszarze prędkości zabronionych. Przemawia za tym dominująca wartość amplitud dla częstotliwości 1x oraz 2x, 3x i dalszych.

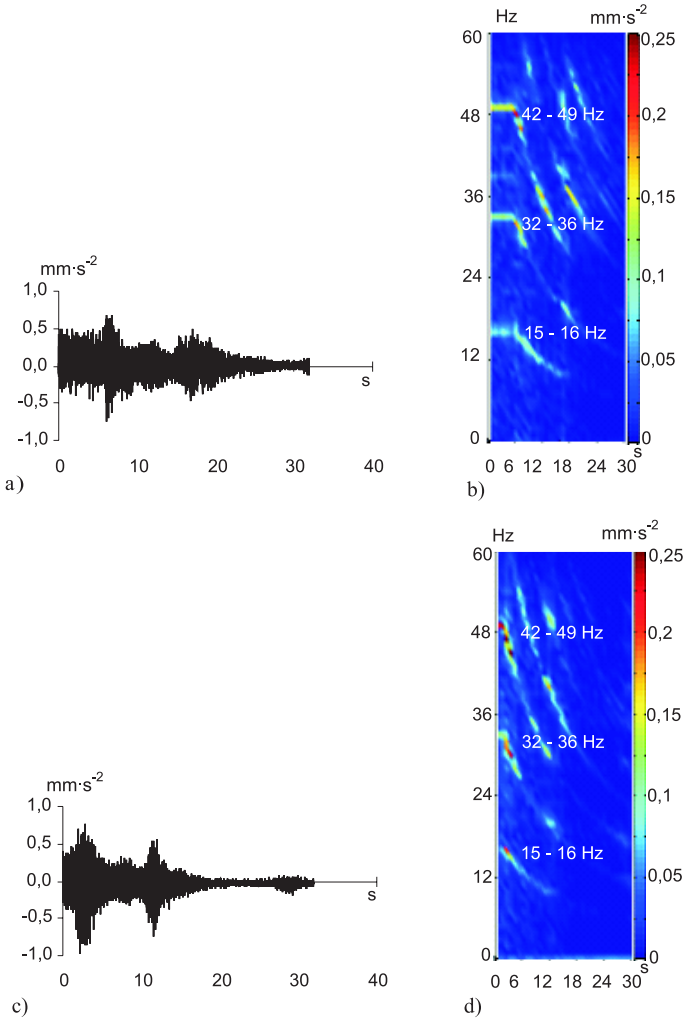


Rys. 11.28. Charakterystyka A-C prędkości drgań wirnika w kierunku: a) P_1, b) P_2 ,c) P_3, d) P_4 – przed wyważaniem

Zmierzone przebiegi czasowe przyspieszenia (rys. 11.29) w trakcie wybiegu wirnika oraz wyznaczona na ich podstawie krótkoczasowa transformata Fouriera pozwalają na modyfikację wcześniejszych przypuszczeń. Rezonans występuje przy częstotliwości ~49 Hz. Dominujące amplitudy przyspieszenia drgań w kierunku poziomym i pionowym występują w przedziałach częstotliwości 42-49 Hz, 32-35 Hz, 15-16 Hz. Są to odpowiednio: częstotliwość synchroniczna oraz jej pierwsza i druga składowa ultraharmoniczna. Ich obecność jest konsekwencją istnienia luzu promieniowego w łożysku, spowodowanego zużyciem.

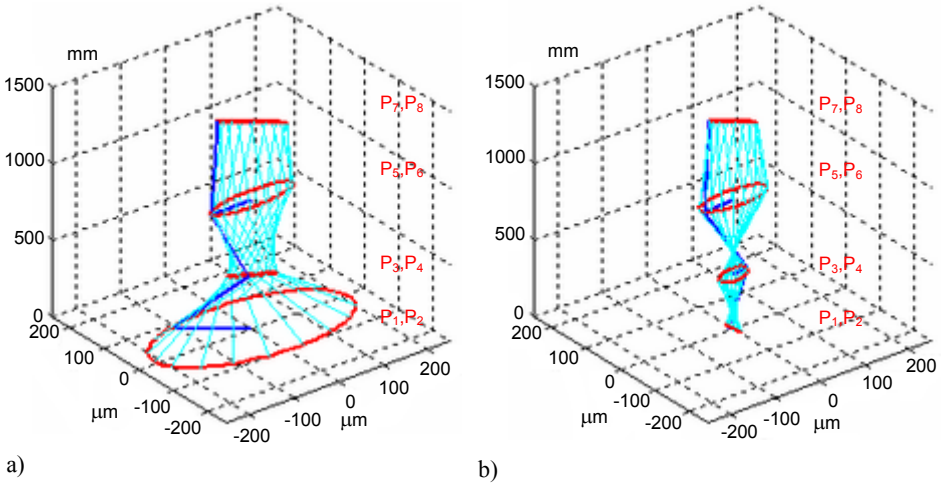
Wyważanie wirnika wentylatora przeprowadzono w jednej płaszczyźnie korekcji, która pokrywała się z płaszczyzną wyznaczoną przez tarczę. Stan początkowy określa holospectrum pokazane na rysunku 11.30a. Płaszczyzny pomiarowe wyznaczały przekroje łożysk wirnika i silnika. Współosiowość wałów wirnika i silnika zapewniono poprzez osiowanie instrumentem laserowym, uzyskując dokładność 0,1 mm dla wartości przesunięcia osi w płaszczyznach poziomej i pionowej oraz 0,02% dla wartości kąta ich względnego obrotu.

W trakcie wyważania, po dołączeniu masy próbnej 116 g w położeniu kątowym 180°, zwiększył się poziom niewyważenia tarczy, powodując wzrost wartości amplitudy drgań dla częstotliwości obrotowej w kierunkach pomiarowych P_1 oraz P_2. Wyliczona masa korekcyjna w pierwszym przebiegu wyważania wynosiła 260 g, a jej lokalizacja na krawędzi tarczy wirnika określona została kątem 340°. Dołączenie tej masy spowodowało wyraźne zmniejszenie wartości przemieszczenia łożyska w obydwu kierunkach pomiarowych P_1 i P_2. Osiągnięty wynik uznano jednak za niezadowalający. W drugim przebiegu, po przeprowadzonej korekcji masą 172 g, dołączoną do tarczy w położeniu kątowym 315°, uzyskano stan przedstawiony na rysunku 11.30b.



Rys. 11.29. Przebiegi czasowe i STFT przyspieszenia drgań wirnika: a,b) w kierunku P_1 w trakcie wybiegu, c,d) w kierunku P_2 w trakcie wybiegu

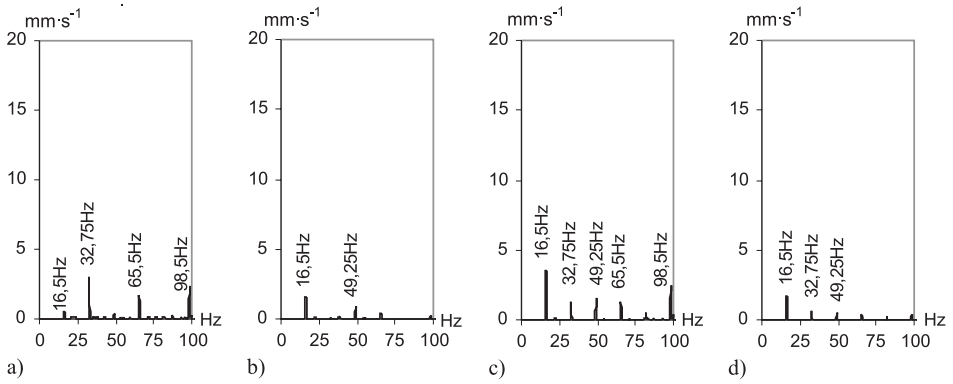
Efektywność wyważania przy optymalizacji wielkości amplitudy w każdym kierunku pomiarowym można ocenić, porównując rysunki 11.30a oraz 11.30b. Jest widoczne i zrozumiałe optymalizujące działanie algorytmu, dążące do zmniejszenia wartości amplitudy drgań w kierunku, w którym była ona pierwotnie największa. Czynnikiem dodatkowym, silnie wpływającym na efekt wyważania, jest położenie płaszczyzny korekcji blisko płaszczyzny pomiarowej wyznaczonej przez kierunki P_1 i P_2.



Rys. 11.30. Holospectrum przemieszczenia wirnika: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu

Stworzony przez autora algorytm wyważania bezbłędnie wykonał optymalizację doboru wielkości i położenia masy korygującej. Najlepszy efekt został osiągnięty w kierunku występowania największej amplitudy drgań. Jej wartość dla częstotliwości obrotowej, wynosząca pierwotnie niespełna 20 $mm \cdot s^{-1}$, zmniejszyła się wskutek wyważania poniżej 1 $mm \cdot s^{-1}$(rys. 11.31). Im dalej od płaszczyzny korekcji, tym efektywność wyważania jest mniejsza. Uwaga ta ma istotne znaczenie, choć nie stanowi podstawy do wysuwania tezy, że uzyskiwana dobroć wyważania wirników wentylatorów z tarczą umiejscowioną pomiędzy łożyskami powinna być większa niż dla wirników z tarczą przewieszoną. Kąty fazowe obu łożysk mogą różnić się na tyle, że zmniejszenie amplitud drgań każdego z osobna wymaga dołączenia masy korygującej w innym miejscu. Największy problem występuje zawsze przy próbie redukcji drgań silnika. W przypadku gdy wał wirnika wentylatora i wał silnika są łączone poprzez sprzęgło, jego podatność ma wpływ na sztywność całego układu, a błąd usytuowania względnego osi może być przyczyną wzrostu poziomu jego drgań. Brak możliwości dołączania mas w miejscu położonym blisko silnika znacząco ogranicza perspektywę osiągnięcia wymaganej dobroci wyważania. Tarcza sprzęgła ze względu na małą średnicę i brak możliwości dołączania do niej masy korygującej nie może być wykorzystana jako płaszczyzna korekcji, podobnie jak tarcza wspomagająca radiatory chłodzące uzwojenie silnika.

Istotna przyczyna, dla której wirniki wentylatorów promieniowych są wyważane najczęściej przy użyciu jednej płaszczyzny korekcji, tkwi w tym, że szerokość tarczy w stosunku do odległości pomiędzy łożyskami nie jest duża, przez co uzyskanie odpowiedniego momentu siły wymaga dołączenia do obydwu stron tarczy dużych mas. Działanie takie jest dość ryzykowne, bowiem przypadkowe oderwanie którejkolwiek masy korygującej powoduje gwałtowne niewyważenie wirnika.



Rys. 11.31. Charakterystyka A-C prędkości drgań wirnika w kierunku: a) P_1, b) P_2 ,c) P_3, d) P_4 – po wyważaniu

11.5. WYWAŻANIE WIRNIKA WENTYLATORA PROMIENIOWEGO Z LUZEM POMIĘDZY ŁOŻYSKIEM I OBUDOWĄ

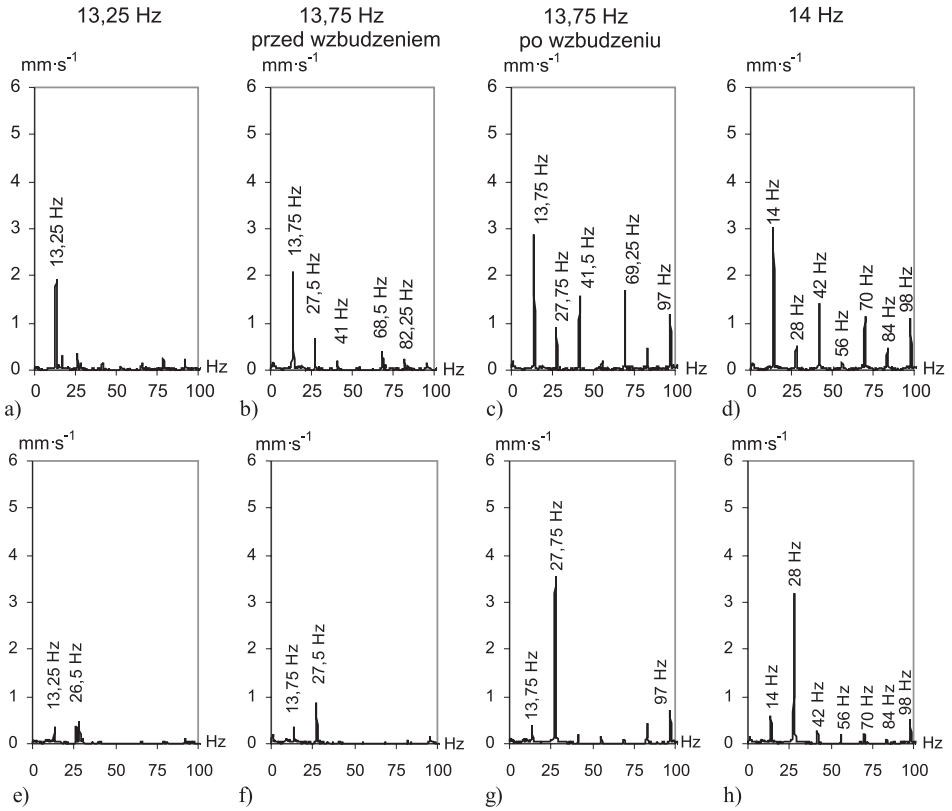
Jako obiekt do badania wpływu luzu w układzie czop wału-łożysko-obudowa na efektywność wyważania wirnika wentylatora posłużył wentylator promieniowy linii technologicznej wypału klinkieru (rys. 11.32a). Jest to maszyna przepływowa o dużych gabarytach i ciężarze. Masa wału o długości 5500 mm wraz z tarczą o średnicy ponad 4000 mm przekracza $8 \cdot 10^3$ kg.

Rys. 11.32. Widok: a) badanego wentylatora promieniowego, b) sposobu uszkodzenia powierzchni górnej części obudowy łożyska

Powodem podjęcia badań tego wentylatora był obserwowany przy częstotliwości 13,75 Hz skokowy wzrost poziomu drgań wirnika. Istniały podstawy, aby sądzić, że drgania mają charakter rezonansowy. Dokładna ich analiza pozwoliła określić inną przyczynę występowania zjawiska. Przy zmianie częstotliwości obrotowej o 0,25 Hz, z 13,5 Hz do 13,75 Hz, obserwowano wzrost amplitudy prędkości drgań o częstotliwo-

ści 27,5 Hz, czyli składowej ultraharmonicznej 2x w kierunku pionowym. Efekt ten – co zostało udowodnione – był wynikiem luzu istniejącego pomiędzy pierścieniem wewnętrznym łożyska a czopem wału, jak również pomiędzy pierścieniem zewnętrznym a górną częścią obudowy łożyska (rys. 11.32b). O ile przyczyny powstania szczeliny pomiędzy łożyskiem a obudową należy upatrywać w błędzie montażowym, to zużycie powierzchni czopa wału stanowiło bezsprzecznie efekt istnienia niewłaściwego pasowania. Przy częstotliwościach obrotowych mniejszych od 13,75 Hz siły tarcia powodowały, że czop pozostawał w ciągłym styku z pierścieniem łożyska. Po zerwaniu kontaktu pierścień zewnętrzny uderzał o obudowę, a czop wału o pierścień wewnętrzny łożyska. Po otwarciu obudowy stwierdzono na jej powierzchni wyraźne ślady zużycia spowodowane ocieraniem pierścienia. Wielkość luzu pomiędzy wałem a pierścieniem wewnętrznym ulegała w czasie systematycznemu powiększaniu, co z kolei powodowało wzrost amplitudy drgań wirnika.

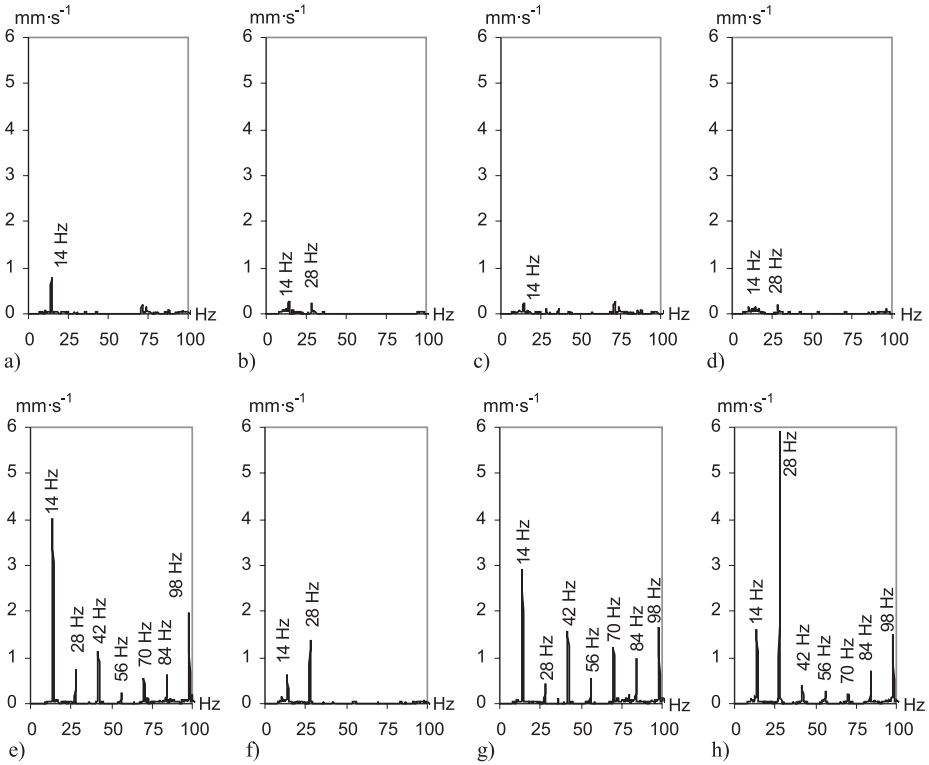
Dominacja składowej ultraharmonicznej 2x wyraźnie w jednym tylko kierunku (rys. 11.33) nie została zaobserwowana w trakcie badań laboratoryjnych. Uzasadnienie tego zjawiska wymaga dodatkowych analiz zarówno w formie eksperymentu jak też modelowania numerycznego.



Rys. 11.33. Widma drgań przy częstotliwościach bliskich wzbudzenia: a-d) kierunek drgań poziomy, e-h) kierunek drgań pionowy

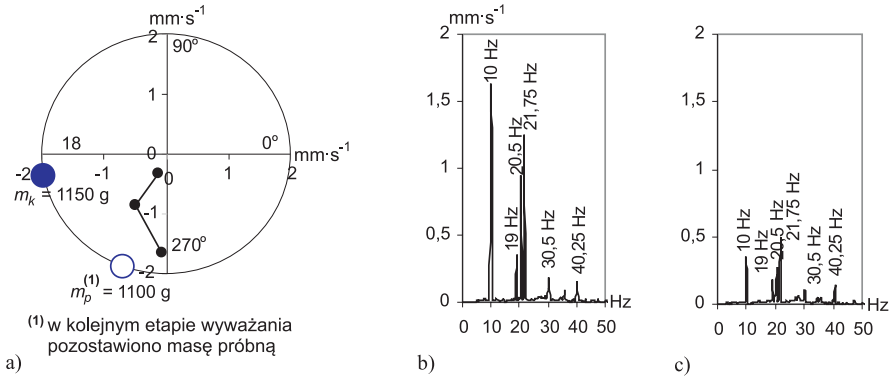
Po wymianie obudowy na nową, zapewniającą właściwe ustalenie pierścienia i przeprowadzeniu regeneracji czopów poziom drgań wirnika osiągnął wartości dopuszczalne (rys. 11.34a-d). Tym niemniej obserwacje tego wentylatora prowadzone przez kolejne sześć miesięcy wykazały, że proces degradacji czopów przebiega nadal (rys. 11.34e-h) i jego mechanizm jest analogiczny do tego, jaki obserwowano przed regeneracją wału. Błąd polegał więc na sposobie regeneracji, która została wykonana niewłaściwie, bez wyjmowania wirnika z obudowy wentylatora.

Wykonana operacja napawania zwiększyła twardość powierzchni czopa wału, niemniej jednak obróbka mechaniczna regenerowanej powierzchni wykonana metodą szlifowania ręcznego nie mogła zapewnić właściwej tolerancji wymiarowej średnicy czopa na całym obwodzie. Błąd kształtu powierzchni czopa powodował, że kontakt z pierścieniem wewnętrznym łożyska był praktycznie punktowy. W tych warunkach naprężenia powierzchniowe osiągały wartości większe od granicy plastyczności zarówno materiału użytego do napawania, jak i stali z której wykonano wał. W krótkim czasie powstał luz pomiędzy czopem a łożyskiem, co w konsekwencji doprowadziło do powtórzenia się sytuacji, jaka miała miejsce przed regeneracją wału. Dopiero wymiana wału na nowy o prawidłowych wymiarach średnic czopów pod łożyskami doprowadziła do normalizacji i problem drgań wirnika obecnie nie występuje.



Rys. 11.34. Widmo prędkości drgań wirnika mierzone przy częstotliwości 14 Hz w kierunkach P_1-P_4 po regeneracji czopów (a-d) oraz po sześciomiesięcznej eksploatacji wentylatora (e-h)

Po regeneracji czopów, gdy poziom drgań wirnika zaczął powtórnie wzrastać, w celu zmniejszenia reakcji dynamicznych działających na łożyska przeprowadzono wyważanie tarczy przy prędkości obrotowej 600 obr·min^{-1}. Częstotliwość 10 Hz jest mniejsza od granicznej częstotliwości wzbudzenia, więc wyważanie tarczy wirnika odbyło się bez problemów. Jego przebieg ilustruje rysunek 11.35a. W tym przypadku poziom wyjściowy prędkości drgań mieścił się jeszcze w granicach dopuszczalnych, lecz dodanie masy korekcyjnej 2250 g do wirnika spowodowało zmniejszenie siły od niewyważenia o blisko $1 \cdot 10^4$ N. Wartość amplitudy prędkości drgań łożyska w częstotliwości obrotowej uległa trzykrotnemu obniżeniu. Zmalała również wartość amplitudy dla częstotliwości ultraharmonicznej 2x (rys. 11.35b, c).



Rys. 11.35. Ilustracja: a) przebiegu wyważania wirnika wentylatora z optymalizacją P(1) i korekcją K(1), b) widma prędkości drgań wirnika w kierunku P_1 przed wyważaniem, c) widma prędkości drgań wirnika w kierunku P_1 po wyważaniu

Celowość wyważania ciężkich wirników jest bezdyskusyjna nawet w przypadku, gdy zgodnie z normą PN-90/N-01358 poziom ich drgań w miejscach podparcia nie przekracza wartości dopuszczalnych. Dzięki wyważaniu ulegają zmniejszeniu wartości reakcji dynamicznych działających na łożyska, co przedłuża okres ich trwałości. Generalnie można powiedzieć, że proces wyważania wirników o dużych masach obracających się z małymi prędkościami do 1000-1500 obr·min^{-1} jest łatwiejszy niż tarcz wentylatorów szybkoobrotowych, których masy są nieporównywalnie mniejsze. Do sformułowania takich wniosków upoważnia autora prowadzony przez długi czas monitoring i diagnozowanie wentylatorów zarówno o niewielkich gabarytach, jak i maszyn przepływowych o średnicy tarczy osiągającej kilka metrów. Wentylatory promieniowe o małej mocy charakteryzują się zwykle prędkościami obrotowymi 3000 obr·min^{-1}. W takich warunkach nawet niewielkie niewyważenie wirnika oraz błędy montażowe, jak choćby zbyt luźne pasowanie pomiędzy wałem a tarczą, jest przyczyną drgań, których redukcja wymaga wykonania szeregu przebiegów wyważania, nie zawsze kończąc się osiągnięciem zadowalających rezultatów. Duże, niskoobrotowe wentylatory promieniowe w trakcie wyważania zachowują się inaczej. Dołączenie do tarczy wyznaczonej masy korekcyjnej finalizuje proces wyważania zwykle po jednym przebiegu.

12. WYWAŻANIE WIRNIKA PODCZAS DRGAŃ REZONANSOWYCH

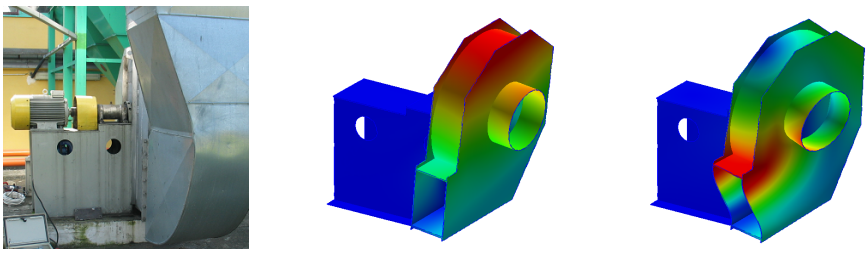
Praca wirnika z asymetrią sztywności podparcia wykazuje szereg cech osobliwych, np. występowanie drgań parametrycznych [12]. Parkinson [122] dowiódł, że w pobliżu częstotliwości rezonansowej nie tylko kąt fazowy, ale także amplituda drgań są uzależnione od lokalizacji niewyważenia. Inną osobliwością znamienną dla asymetrycznego wirnika jest dostrzeżona przez Iwatsubo i Nakamurę [75] dominacja w widmie drgań amplitudy przy podwojonej częstotliwości synchronicznej, gdy jego prędkość kątowa jest równa połowie prędkości krytycznej. Określeniem wpływu anizotropii sztywności podparcia na stabilność drgań układu wirnik-łożyska zajmowali się Gunter, Trumpler [67] i Ehrich [49]. Black [11] oraz Iwatsubo [76] wykazali, że ustalone drgania asymetrycznego wirnika w warunkach rezonansu mogą być niestabilne.

Analizując drgania anizotropowego wirnika Genesan [54] [55] stwierdził, iż asymetria sztywności łożysk rozszerza obszar częstotliwości, dla których drgania wirnika mają charakter niestabilny wówczas, gdy częstotliwości te są większe od częstotliwości drgań własnych, zarówno w kierunku poziomym (x), jak i pionowym (y). W zakresie częstotliwości rezonansowych drgania w kierunku poziomym są zazwyczaj stabilne, na co mają łączny wpływ niewyważenie wirnika oraz asymetria sztywności jego podparcia. Czynniki te jednak rozszerzają obszar częstotliwości drgań o charakterze niestabilnym w kierunku pionowym. Efekt niemonotonicznego trendu zmian amplitudy drgań wywołanych niewyważeniem jest silnie zależny od skali anizotropii sztywności podparcia wirnika.

12.1. ANALIZA DRGAŃ REZONANSOWYCH WENTYLATORA PROMIENIOWEGO

Duży wpływ na charakter drgań maszyny wirnikowej wywiera podatność podparcia wirnika oraz posadowienia korpusu, bowiem zarówno korpus, jak i wirnik maszyny są z reguły bryłami sztywnymi.

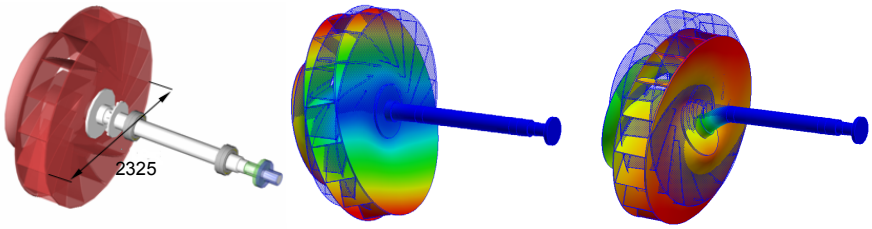
Odstępstwa od tej reguły mogą występować w przypadku małych wentylatorów, których obudowy w formie skrzynki są wykonane z cienkiej blachy. Przykładowe postaci drgań własnych korpusu wentylatora kotłowego o niewielkich gabarytach pokazano na rysunku 12. 1. Mała sztywność obudowy stwarza możliwość występowania drgań o charakterze rezonansowym przy niskich częstotliwościach, a więc w obszarach prędkości roboczych wirnika. Częstotliwości drgań własnych wału i tarczy wentylatora są zazwyczaj wyższe niż jego korpusu.



a) b) c)

Rys. 12. 1. Ilustracja: a) obiektu rzeczywistego; postaci drgań własnych korpusu wentylatora odpowiadających częstotliwościom: b) 13 Hz , c) 33 Hz

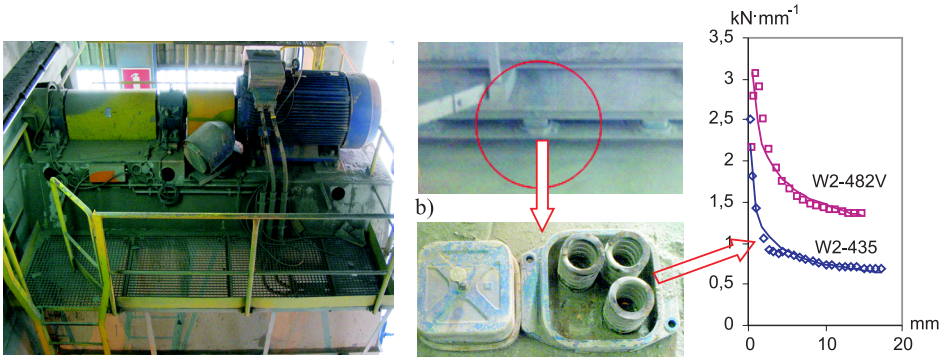
Korpusy dużych wentylatorów są na tyle sztywne, że o ich częstotliwości rezonansowej decyduje podatność wibroizolatorów, choć nie można wykluczyć występowania rezonansu związanego z drganiami elementów wirnika. W takich przypadkach częstotliwości drgań własnych tarczy są niższe niż w przypadku wału (rys. 12.2).



a) b) c)

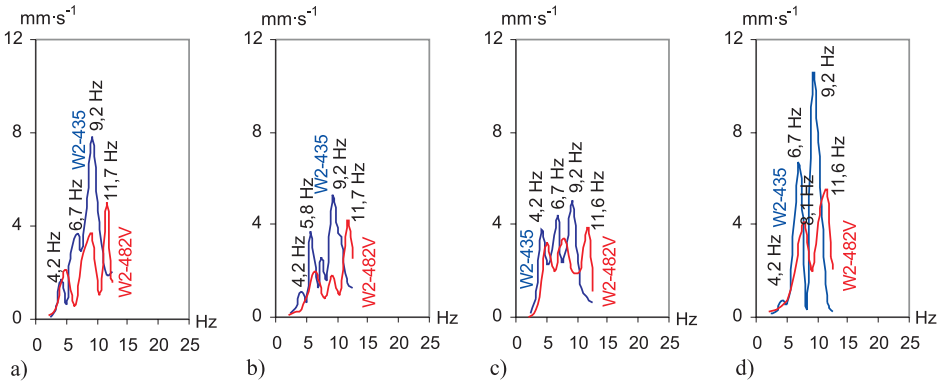
Rys. 12.2. Ilustracja: a) wirnika; postaci drgań wirnika odpowiadających częstotliwościom rezonansowym: b) 16 Hz, c) 90 Hz

Analizę drgań rezonansowych wirnika wentylatora promieniowego przedstawionego na rysunku 12.3a przeprowadzono w trakcie badań obiektu. Jest to wentylator o dużych gabarytach posadowiony na ramie (rys. 12.3b) za pośrednictwem 15 wibroizolatorów sprężynowych w zabudowie skrzynkowej typu W2-435 firmy GERB (rys. 12.3c) Charakterystyki sztywności wibroizolatorów zobrazowane są na rysunku 12.3d. Potrzeba wykonania szczegółowej analizy dynamiki wentylatora była wymuszona zamysłem przesunięcia częstotliwości jego drgań własnych w stronę wyższych wartości. W tym celu zdecydowano się na zastąpienie wibroizolatorów istniejących na typ W2-482V o większej sztywności. Proces technologiczny prowadzony na linii, której elementem jest badany wentylator, wymaga bowiem częstej zmiany prędkości obrotowej wirnika w granicach 360-720 obr·min^{-1}. Przy istniejącym rozwiązaniu konstrukcyjnym posadowienia zachodziło ustawiczne wzbudzanie wibracji wentylatora. Istniało podejrzenie, że drgania mają charakter rezonansowy. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa prędkości drgań wirnika (rys. 12.4) potwierdza występowanie zjawiska rezonansu w okolicach 9 Hz.



a) c) d)

Rys. 12.3. Ilustracja: a) badanego wentylatora przemysłowego, b) sposobu rozmieszczenia wibroizolatorów na ramie, c) budowy wibroizolatora W2-435 firmy GERB, d) charakterystyk statycznych wibroizolatorów W2-435 i W2-482V



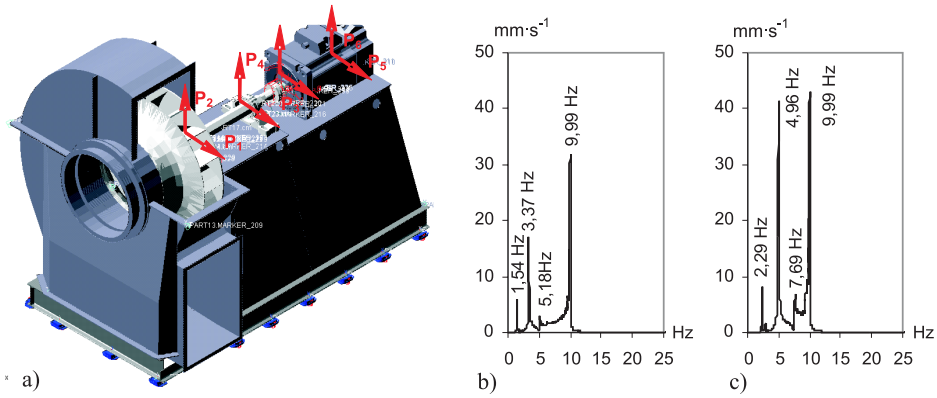
Rys. 12.4. Charakterystyki rezonansowe wirnika w kierunkach: a) P_1, b) P_2, c) P_3, d) P_4 przy posadowieniu korpusu wentylatora na wibroizolatorach W2-435 oraz W2-482V

Po wymianie wibroizolatorów ponownie wyznaczono charakterystyki rezonansowe wirnika wentylatora. Stwierdzono, że jedynym pozytywnym aspektem zmiany sposobu posadowienia jest ograniczenie poziomu drgań wirnika. Proste obliczenia wartości przesunięcia charakterystyki rezonansowej dla większej sztywności statycznej wibroizolatorów W2-482V pozwalały przypuszczać, że jej zmiana wyniesie około 8 Hz. Tymczasem częstotliwość rezonansowa układu wzrosła zaledwie o ~2-3 Hz. Dowodzi to, że dobór wibroizolatorów nie został przeprowadzony poprawnie. Niewystarczającą okazała się znajomość ich charakterystyki zmian sztywności w warunkach dynamicznych. W takim przypadku rozplanowanie miejsc usytuowania wibroizolatorów na fundamencie, mające zapewnić równomierny poziom drgań korpusu wentylatora po wyważeniu wirnika, również okazało się niewłaściwe.

12.2. MODELOWANIE NUMERYCZNE DYNAMIKI WENTYLATORA PROMIENIOWEGO

Dobór wibroizolatorów lub tłumików, na których planowane jest posadowienie wentylatora oraz sposób ich lokalizacji, powinna poprzedzać symulacja numeryczna odpowiedzi układu na wymuszenie spowodowane niewyważeniem tarczy. Jest to ważne zwłaszcza wówczas, gdy ich wymiana wiąże się z koniecznością poniesienia wysokich nakładów finansowych. W omawianym przypadku przeprowadzenie symulacji na etapie podejmowania decyzji pozwoliłoby uniknąć popełnionego błędu pod warunkiem, że znane byłyby rzeczywiste charakterystyki sztywności i tłumienia wibroizolatorów. Polityka wymierzona w konkurencję, prowadzona również przez producentów o uznanej marce, powoduje, że faktyczne własności ich produktów nie są upubliczniane.

Rysunek 12.5 przedstawia model badanego wentylatora. Jest to układ wieloczłonowy, odwzorowujący wirnik napędzany silnikiem (element typu *motion*) oraz korpus posadowiony na wibroizolatorach (elementy typu *spring*) o współczynnikach sztywności i tłumienia w kierunku pionowym (k_v, c_v) i poziomym (k_h, c_h) zestawionych w tabeli 12.1.



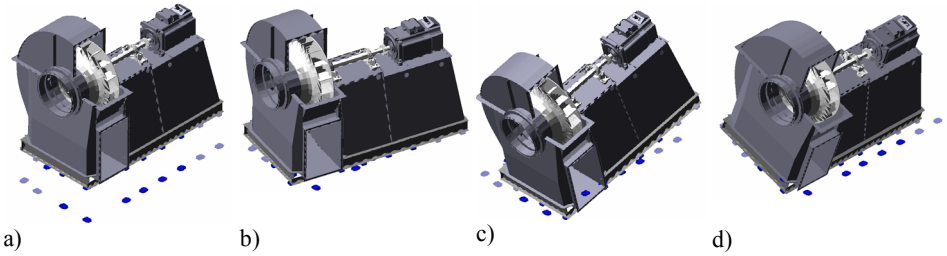
Rys. 12.5. Ilustracja: a) modelu wentylatora, b) charakterystyki A-C prędkości drgań modelu w kierunku P_2 dla współczynników sztywności i tłumienia odpowiadającej wibroizolatorowi W2-435, c) W2-482V

Wszystkie elementy – poza wibroizolatorami – traktowane są jako bryły sztywne. Model, pomimo nałożonych ograniczeń, dobrze odwzorowuje własności obiektu rzeczywistego. Wyznaczone częstotliwości rezonansowe i odpowiadające im postaci drgań zobrazowane są na rysunku 12.6.

Tabela 12.1. Parametry techniczne wibroizolatorów W2-435 oraz W2-482V

Typ	Obciążenie N	Współczynnik sztywności w kierunku V $N \cdot mm^{-1}$	Współczynnik sztywności w kierunku H $N \cdot mm^{-1}$	Częstotliwość drgań własnych Hz	Masa kg
W2-435	10000-14000	580	484	3,2-3,8	10,3
W2-482V	16000-24000	1244	1108	4,4-3,8	10,9

Postać drgań własnych (a) jest przemieszczeniem translacyjnym modelu w kierunku pionowym, przy częstotliwości 3,38 Hz. Jest to zgodne z danymi katalogowymi firmy GERB dla wibroizolatorów W2-435, bowiem zawiera się w przedziale (3,2-3,8 Hz). Wyznaczona dla wibroizolatorów W2-482V częstotliwość drgań własnych odpowiadająca pionowym przemieszczeniom wynosi ~5 Hz, czyli jest wyższa od podawanej przez producenta (3,8-4 Hz, tabela 12.1). Należy stwierdzić, że pomiar sztywności wykazał istnienie różnic pomiędzy wartościami rzeczywistymi a zamieszczonymi przez producenta w katalogu wyrobów. W tym tkwi jedna z przyczyn, dla których obliczone częstotliwości drgań własnych są nieco inne niż wyznaczone doświadczalnie w trakcie badań wentylatora. Według danych wytwórcy obciążenie wibroizolatora może zawierać się w szerokim zakresie, natomiast wyniki badań pokazują, że charakterystyka zastosowanych sprężyn nie jest płaska w przedziale odkształceń wywołanych ciężarem urządzenia.



Rys. 12.6. Postaci drgań własnych wentylatora posadowionego na wibroizolatorach GERB W2-435 dla częstotliwości: a) 3,38 Hz, b) 3,90 Hz, c) 5,10 Hz, d) 6,21 Hz

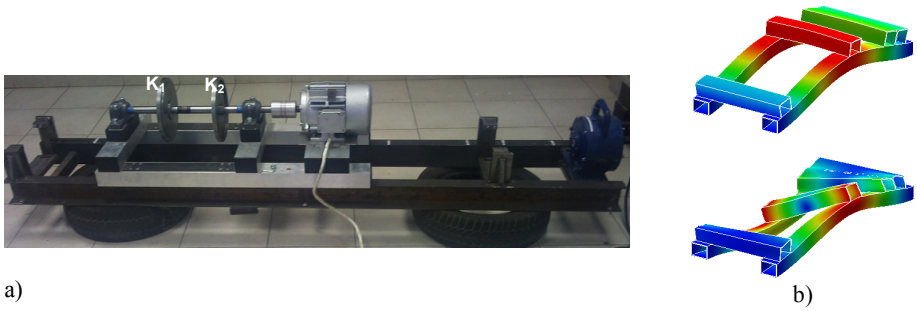
Z symulacji numerycznej wynika, że wzrost sztywności wibroizolatora spowodowałby zwiększenie amplitudy drgań łożyska przy wymuszeniu wywołanym niewyważeniem tarczy. Charakterystyki rezonansowe rzeczywistego obiektu zestawione na rysunku 12.4 nie potwierdzają tych przewidywań. Problem tkwi w niepoprawnym określeniu częstotliwości rezonansowej wentylatora, która jest wyższa niż to wynika z obliczeń. Wibracje przy wymuszeniu o częstotliwości 10 Hz są w warunkach modelowania drganiami nadkrytycznymi, dla których wzrost sztywności wibroizolatora powoduje zwiększenie amplitudy. W obliczeniach przyjęto także, że tłumienie wibroizolatora nie jest duże (0,4 $Ns \cdot mm^{-1}$). Tymczasem wibroizolator W2-482V jest faktycznie tłumikiem wiskotycznym (*viscous damper*) o zdolnościach tłumienia większych niż w przypadku zwykłych wibroizolatorów sprężynowych. Tłumiki wiskotyczne przeznaczone do posadowienia ciężkich maszyn charakteryzują się współczynnikiem tłumienia, który – w zależności od częstotliwości – posiada wartość od 100 $Ns \cdot mm^{-1}$ przy częstotliwości 35 Hz do nawet 500 $Ns \cdot mm^{-1}$ dla niskich częstotliwości rzędu 1 Hz. Efektem zastosowania wibroizolatorów o dużym tłumieniu (np. VES-2.5 dla których współczynnik c_v = 12 $Ns \cdot mm^{-1}$) jest wygaszenie odpowiedzi układu dla częstotliwości drgań własnych. Dla częstotliwości wymuszenia zmniejszenie amplitudy drgań, choć również wystąpi, nie będzie tak radykalne.

12.3. WYWAŻANIE WIRNIKA PRZY CZĘSTOTLIWOŚCI OKOŁOREZONANSOWEJ

Obciążenie tarczy wirnika wentylatora promieniowego nawet małą masą powoduje w warunkach drgań rezonansowych odpowiedź układu o dużej wartości amplitudy. Przystępując do wyważania wirnika, najczęściej nie ma się świadomości, że jego częstotliwość obrotowa jest bliska częstotliwości drgań własnych i ta okoliczność tłumaczy wysoki poziom wibracji maszyny. Niewyważenie wirnika jest wówczas niewielkie i ma znaczenie drugorzędne. Mylnie spodziewamy się więc osiągnąć na drodze wyważania efekt w postaci wielokrotnego zmniejszenia amplitudy drgań wirnika. Dochodzi wtedy do sytuacji, że udaje się ograniczyć jej wartość, ale dalsze działania okazują się bezskuteczne. Wyliczona błędnie masa korekcyjna czyni wirnik ponownie niewyważonym tak, aby kolejna poprawiła jego stan dynamiczny. Rzadko kiedy przyczyną wibracji wentylatora jest tylko niewyważenie tarczy. Wykazano wcześniej, że niewspółosiowość wałów wirnika i silnika w niewielkim stopniu wpływa na poziom drgań. Jednak w warunkach rezonansu każdy taki czynnik może zakłócać przebieg wyważania. Czynnością bezwzględnie konieczną jest więc wyznaczenie charakterystyki rezonansowej obiektu

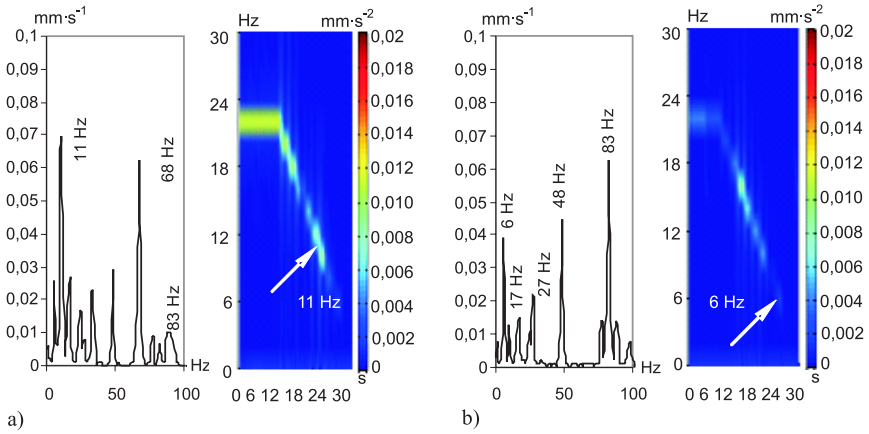
i diagnozowanie faktycznych przyczyn wywołujących drgania wirnika, przed podjęciem decyzji o konieczności jego wyważania.

Do badania skuteczności wyważania w warunkach rezonansu wykorzystano wirnik przedstawiony na rysunku 12.7a. W jego skład wchodzą dwie tarcze, które mogą być wykorzystane jako płaszczyzny korekcji. Wspólnie z wirnikiem na ramie jest umieszczony wzbudnik o częstotliwości wymuszenia zmienianej przy wykorzystaniu przemiennika częstotliwości. Całkowita masa drgająca stanowiska wynosi 192 kg. Rama jest położona na podatnym podłożu.



Rys. 12.7. Ilustracja: a) stanowiska badawczego, b) postaci drgań własnych ram odpowiadających częstotliwościom 348 Hz i 442 Hz

Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe drgań wirnika zostały określone zarówno metodą wzbudzenia impulsowego, jak też przy wykorzystaniu krótkoczasowej transformacji Fouriera (rys. 12.8). Dwie pierwsze częstotliwości drgań własnych wirnika wynoszą: w płaszczyźnie poziomej – 6 Hz, w płaszczyźnie pionowej 11 Hz. Sztywność ramy wirnika jest znacznie większa, przez co najniższe częstotliwości jej drgań własnych osiągają wartości 338 Hz i 442 Hz. Obrazują to rysunki 12.7b. Drgania o wysokich częstotliwościach są silnie tłumione, więc nie wpływają znacząco na dynamikę wirnika.

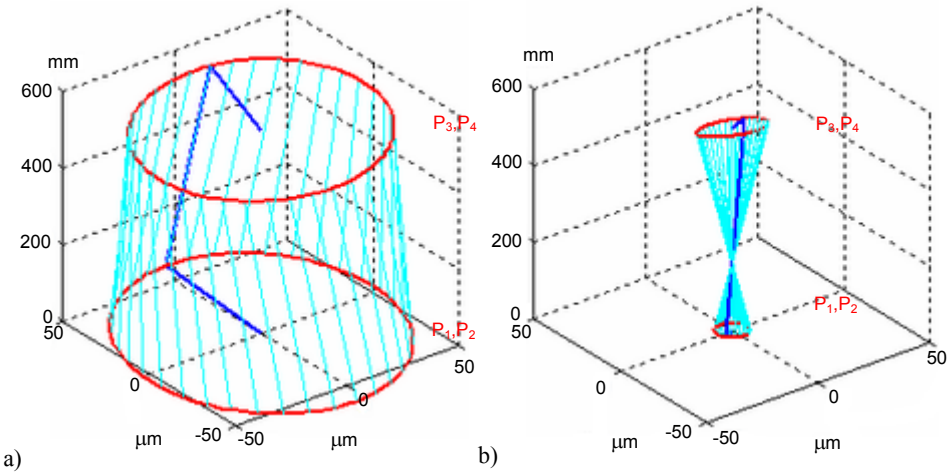


Rys. 12.8. Charakterystyki A-C drgań wirnika w płaszczyźnie: a) pionowej b) poziomej

W celu określenia różnic w przebiegu wyważania przy częstotliwości obrotowej bliskiej częstotliwościom drgań własnych oraz znacznie się od nich różniących, wyko-

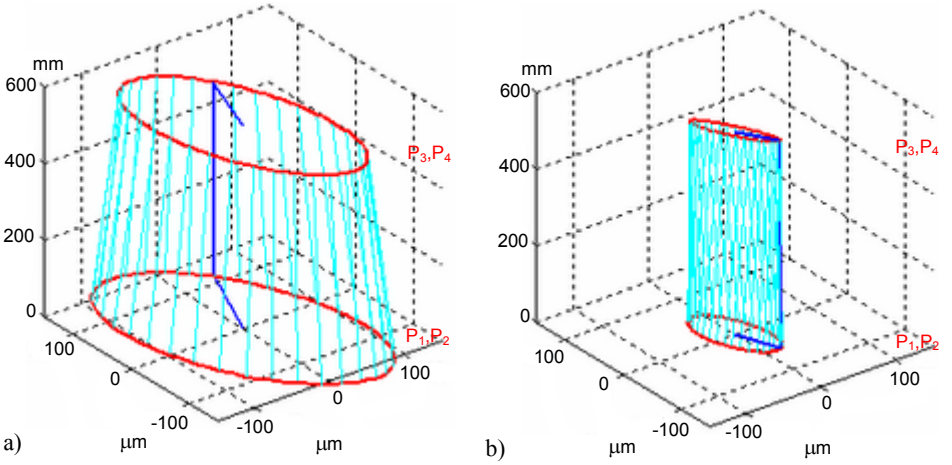
nano szereg prób, stosując każdorazowo algorytm optymalizacji dla wszystkich kierunków pomiarów oraz jedną lub dwie płaszczyzny korekcji.

Wyważanie badanego wirnika poza strefą rezonansu nie przedstawia trudności, a uzyskiwana dobroć jest zadowalająca. Orbity przemieszczenia wirnika w miejscu podparcia przy prędkości obrotowej 900 obr·min^{-1} i niewyważeniu wywołanym dołączeniem masy m_n = 20 g przed wyważeniem oraz po wyważaniu obrazuje rysunek 12.9.



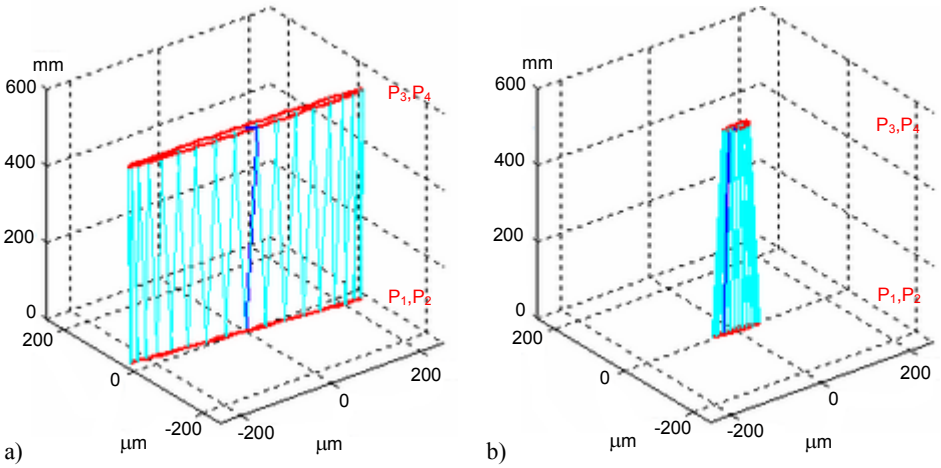
Rys. 12.9. Holospectra drgań wirnika przy częstotliwości 15 Hz: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu z korekcją K(1, 2) i optymalizacją P (1, 2, 3, 4, 5, 6)

W celu sprawdzenia, czy wyważanie wirnika jest możliwe, gdy wykonuje on drgania rezonansowe, do tarczy K_1 (rys. 12.7) dołączono masę 20 g w położeniu kątowym 90°. Następnie wyważano wirnik przy obydwu częstotliwościach rezonansowych 6 Hz oraz 11 Hz ze skutecznością zobrazowaną na rysunkach 12.10 oraz 12.11 (wartość i położenie masy będzie skrótowo zapisywane jako m_{n1} = (20g < 90°).



Rys. 12.10. Holospectra drgań wirnika przy częstotliwości 11 Hz: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu z korekcją K(1) i optymalizacją P (1, 2, 3, 4, 5, 6)

Osiągnięty rezultat potwierdza, że w warunkach występowania rezonansu redukcja drgań wirnika na drodze wyważania jest możliwa, aczkolwiek efektywność procesu jest zdecydowanie mniejsza niż wówczas, gdy wyważanie jest przeprowadzane poza obszarem wpływu drgań własnych.



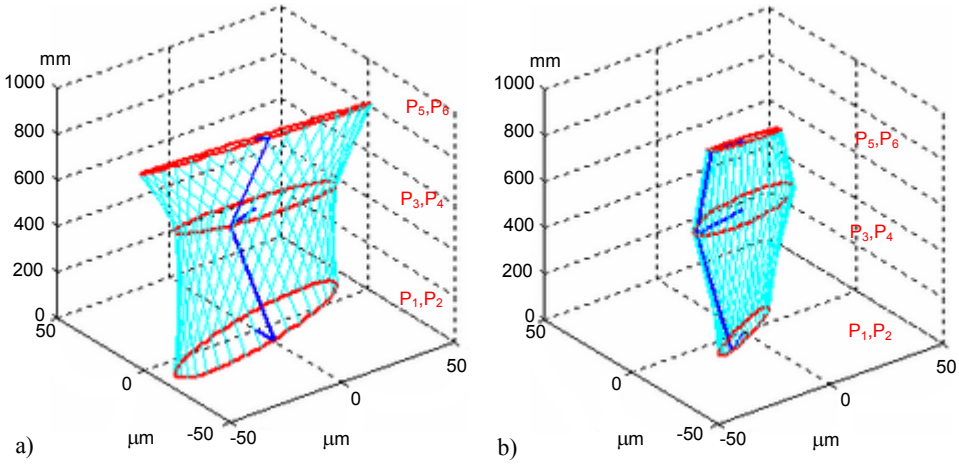
Rys. 12.11. Holospectra drgań wirnika przy częstotliwości 6 Hz: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu z korekcją K(1) i optymalizacją P(1, 2, 3, 4, 5, 6)

Ciekawy przebieg wyważania wystąpił w przypadku, gdy wirnik cechowało niewyważenie momentowe. Charakter obciążenia wirnika uległ zmianie, gdy oprócz masy m_{n1} założonej na tarczy K_1 dołączono do tarczy K_2 masę m_{n2} = (20 g < 270°). Wówczas na wirnik działała para sił wirująca z częstotliwością synchroniczną.

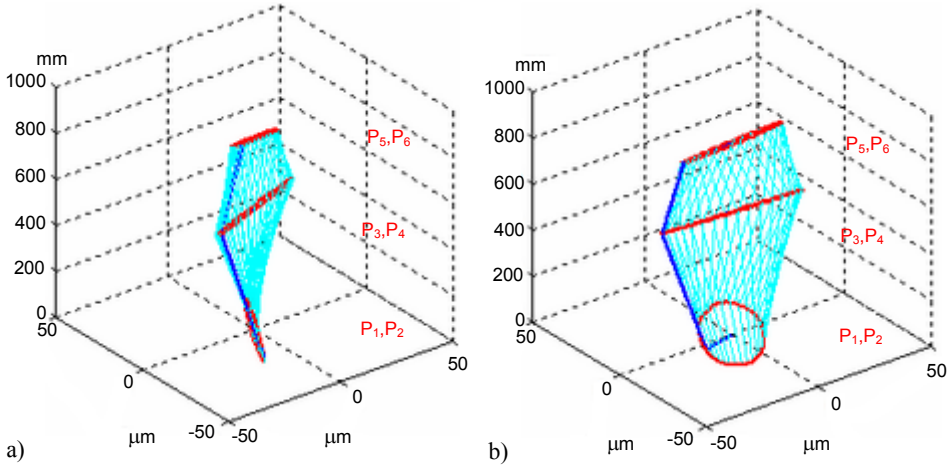
Algorytm obliczeniowy oparty na metodzie macierzy współczynników wpływu określił dla takiego stanu obciążenia wirnika (rys. 12.12a) masy korygujące jako: m_{k1} = (3,8 g < 183°) oraz m_{k2} = (1 g < 307°). Są one znacznie mniejsze od zadanego niewyważenia, natomiast kąty ich lokalizacji wykazują przesunięcie o 93° oraz 37° w stosunku do położenia, jakie na wirniku zajmują masy m_{n1} i m_{n2}. Po dołączeniu we wskazanych położeniach mas korekcyjnych uzyskano poprawę stanu dynamicznego wirnika (rys. 12.12b) przy częstotliwości obrotowej 6 Hz.

Podobny efekt uzyskano przy częstotliwości rezonansowej 11 Hz z tym, że obliczone masy korekcyjne wyniosły: m_{k1} = (7,8 g < 332°) oraz m_{k2} = (11,9 g < 185°) (rys. 12.14).

Skutkiem podjętych prób wyważania wirnika przy częstotliwościach leżących poza obszarem rezonansu był wzrost amplitud drgań (rys. 12.13). Mechanizm tego zjawiska nie jest możliwy do wyjaśnienia na tym etapie analizy problemu, dlatego opisane spostrzeżenia pozostają bez komentarza.

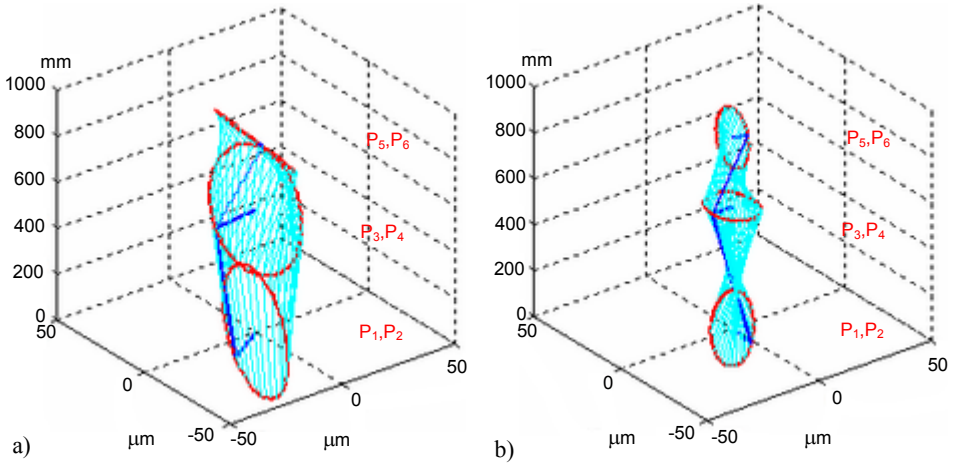


Rys. 12.12. Holospectra drgań zespołu wirnik-silnik przy częstotliwości 6 Hz: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu z korekcją K(1, 2) i optymalizacją P(1, 2, 3, 4, 5, 6)



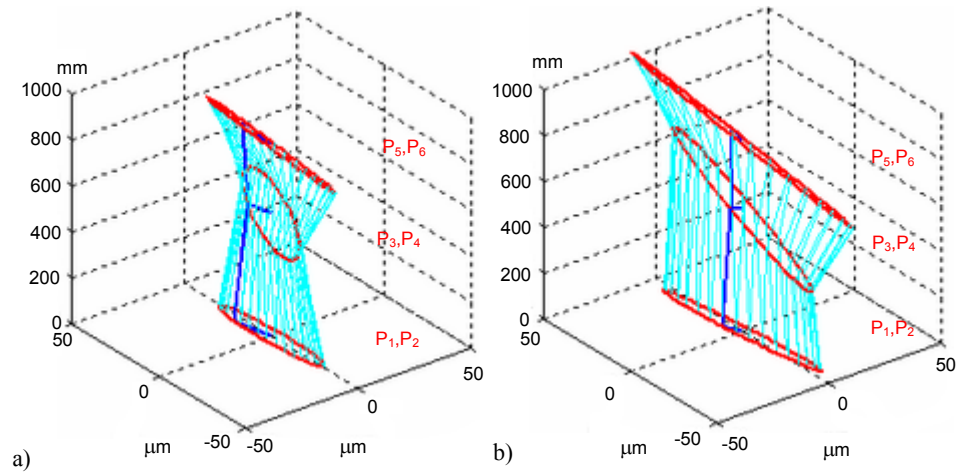
Rys. 12.13. Holospectra drgań zespołu wirnik-silnik przy częstotliwości 8Hz: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu z korekcją K(1, 2) i optymalizacją P(1, 2, 3, 4, 5, 6)

Po to, aby zbliżyć warunki wyważania wirnika na stanowisku badawczym do stanu, jaki ma miejsce podczas wyważania wirników wentylatorów promieniowych, zwiększono sztywność posadowienia wirnika, niewyważenie momentowe zastąpiono kombinacją niewyważenia statycznego i momentowego oraz wprowadzono niewielką niewspółosiowość wałów wirnika i silnika. Po zmianie sztywności podparcia częstotliwości drgań własnych wirnika wyniosły odpowiednio: 8 Hz w płaszczyźnie poziomej oraz 23 Hz w płaszczyźnie pionowej. Badania przeprowadzono dla wybranych częstotliwości obrotowych z przedziału 5-25 Hz.



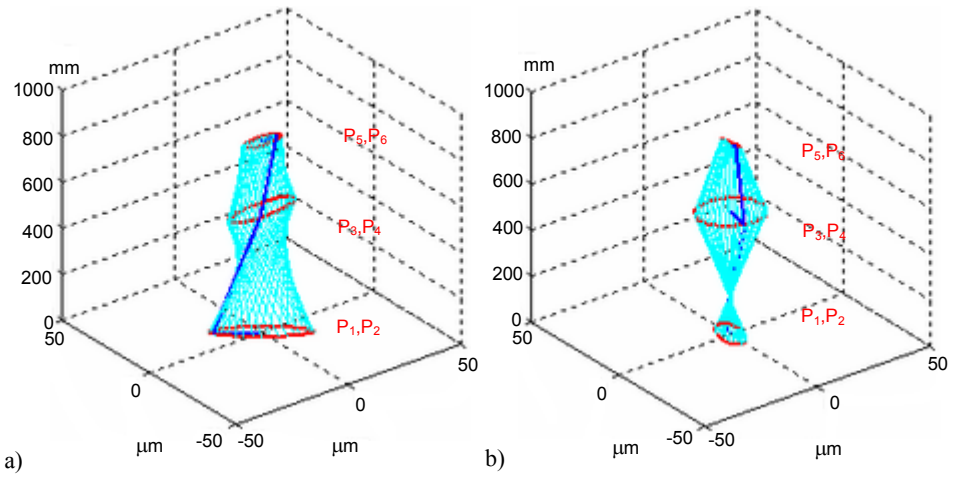
Rys. 12.14. Holospectra drgań zespołu wirnik-silnik przy częstotliwości 11 Hz: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu z korekcją K(1, 2) i optymalizacją P(1, 2, 3, 4, 5, 6)

Przy częstotliwości 23 Hz kształt holospectrum niewyważonego wirnika (rys. 12.15a) wyraźnie wskazuje na rezonansowy charakter jego drgań. Elipsy, będące trajektoriami ruchu wału w miejscu podparcia są wydłużone w kierunku pionowym, w którym występuje rezonans. Zastosowanie optymalizacji P(1, 2, 3, 4, 5, 6) do dwupłaszczyznowego wyważania wirnika spowodowało wzrost poziomu jego drgań, przy czym amplitudy przemieszczenia w kierunku pionowym zwiększyły się niemal dwukrotnie (rys. 12.15b). Jest to o tyle znaczące, że przyjęty wariant optymalizacji uwzględniający wszystkie kierunki pomiaru powinien łagodzić wpływ efektów rezonansowych, takich jak choćby zależność amplitudy i kąta fazowego drgań od lokalizacji niewyważenia.



Rys. 12.15. Holospectrum drgań zespołu wirnik-silnik przy częstotliwości 23 Hz: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu z korekcją K(1, 2) i optymalizacją P(1, 2, 3, 4, 5, 6)

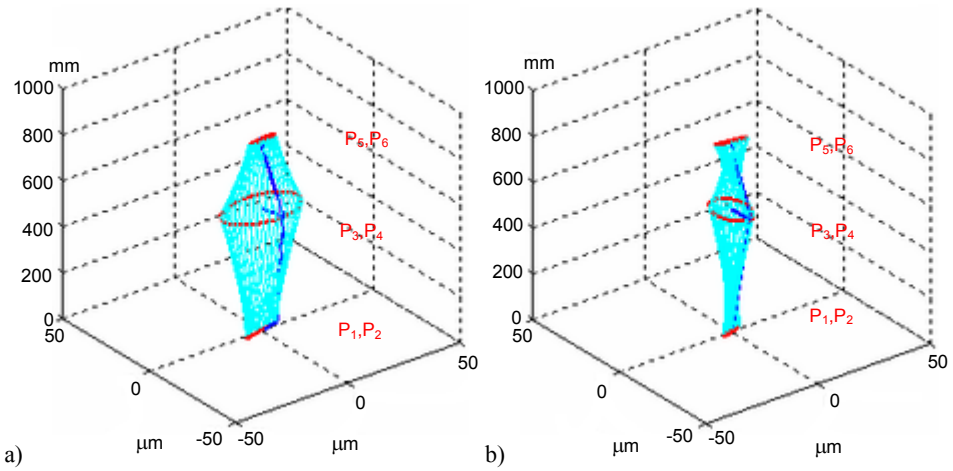
Następstwem zmiany częstotliwości obrotowej wyważania na 20 Hz jest inny obraz stanu początkowego (rys. 12.16a). Amplitudy przemieszczenia wirnika w kierunkach pomiaru P_2, P_4, P_6 są mniejsze przy niezmienionej wielkości niewyważenia. Podczas wyważania wirnik zachowywał się poprawnie, tj. nastąpiła redukcja poziomu drgań we wszystkich kierunkach optymalizacji. Specyficzna jest odpowiedź wirnika w kierunku P_6 przejawiająca się diametralnym zmniejszeniem wartości amplitudy przemieszczenia w stosunku do osiąganej przy częstotliwości rezonansowej 23 Hz. Wyważanie wirnika przy częstotliwości 20 Hz jest efektywne dla wszystkich kierunków pomiaru poza P_3 oraz P_4. Sytuację tę można tłumaczyć istnieniem w układzie niewspółosiowości wałów, która ma widoczny wpływ na charakter drgań wirnika w sąsiedztwie sprzęgła.



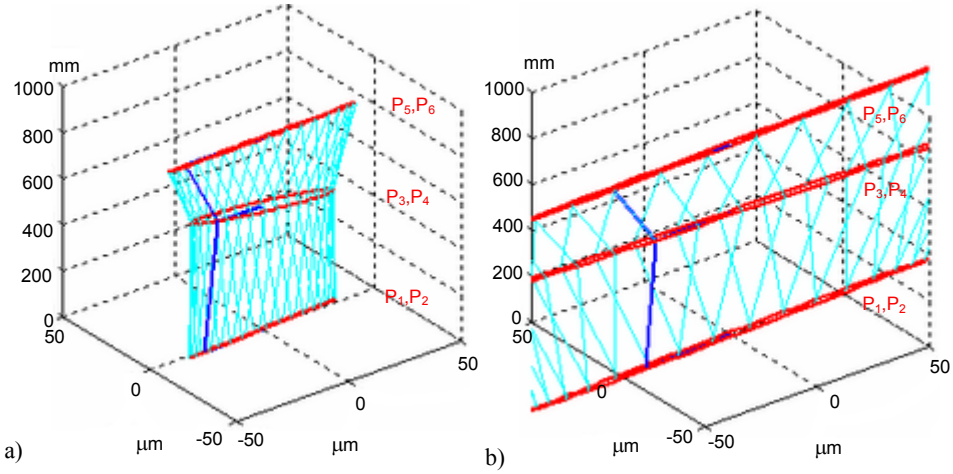
Rys. 12.16. Holospectrum drgań zespołu wirnik-silnik przy częstotliwości 20 Hz: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu K(1, 2) wg optymalizacji P(1, 2, 3, 4, 5, 6)

Dalsze zmniejszenie prędkości obrotowej wirnika powoduje, że częstotliwość drgań w kierunku poziomym zbliża się do przedziału częstotliwości, w którym występują drgania rezonansowe. Dla częstotliwości 10,1 Hz efektywność wyważania jest jeszcze prawidłowa (rys. 12.17).

Przy częstotliwości 8,25 Hz sytuacja przedstawia się podobnie jak dla 23 Hz z tą różnicą, że amplitudy przemieszczenia w kierunku pionowym są niewielkie, rośnie natomiast gwałtownie ich wartość w kierunku poziomym (rys. 12.18). Dla niewyważenia początkowego, identycznego we wszystkich przypadkach, wartości amplitud drgań są większe, niż przy częstotliwości 23 Hz, gdy występował rezonans w kierunku pionowym. Dzieje się tak pomimo trzykrotnie mniejszej prędkości kątowej, która w największym stopniu (w kwadracie) wpływa na wielkość wymuszenia. Oczywiście za taki efekt odpowiada mała sztywność posadowienia wirnika w kierunku poziomym.



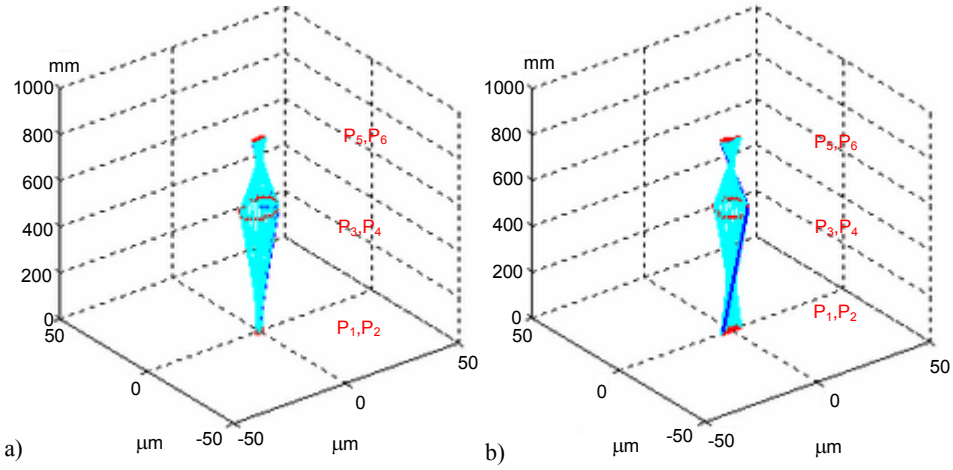
Rys. 12.17. Holospectrum drgań zespołu wirnik-silnik przy częstotliwości 10,1 Hz: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu z korekcja K(1, 2) i optymalizacją P(1, 2, 3, 4, 5, 6)



Rys. 12.18. Holospectrum drgań zespołu wirnik-silnik przy częstotliwości 8,25 Hz: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu K(1, 2) wg optymalizacji P(1, 2, 3, 4, 5, 6)

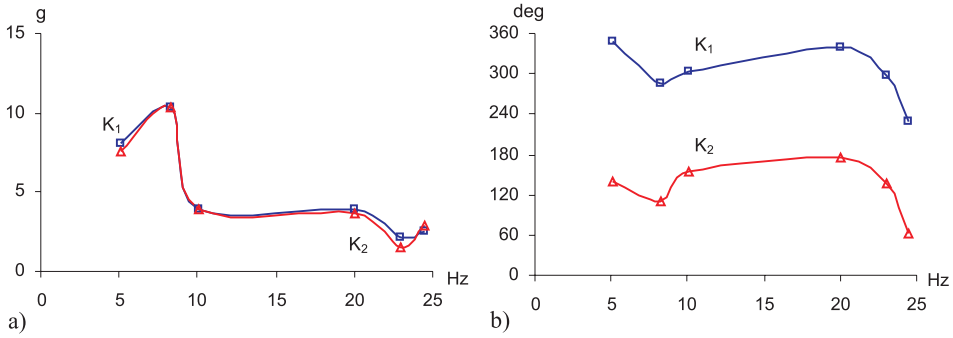
Proces wyważania jest w tych warunkach nieefektywny. Zastosowanie optymalizacji P(1, 2, 3, 4, 5, 6), która dla innych częstotliwości obrotowych wirnika umożliwia redukcję jego drgań, dla częstotliwości rezonansowej powoduje kilkakrotny wzrost amplitud przemieszczeń łożysk (rys. 12.18b), przy niemal zgodnych kątach fazowych.

W następstwie wyjścia z obszaru rezonansu, przy częstotliwości 5,1 Hz, wyważanie wirnika praktycznie nie zmieniło jego stanu dynamicznego w sensie minimalizacji ekstremalnych wartości amplitudy przemieszczenia (rys. 12.19).



Rys. 12.19. Holospectrum drgań zespołu wirnik-silnik przy częstotliwości 5,1 Hz: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu z korekcją K(1, 2) i optymalizacją P(1, 2, 3, 4, 5, 6)

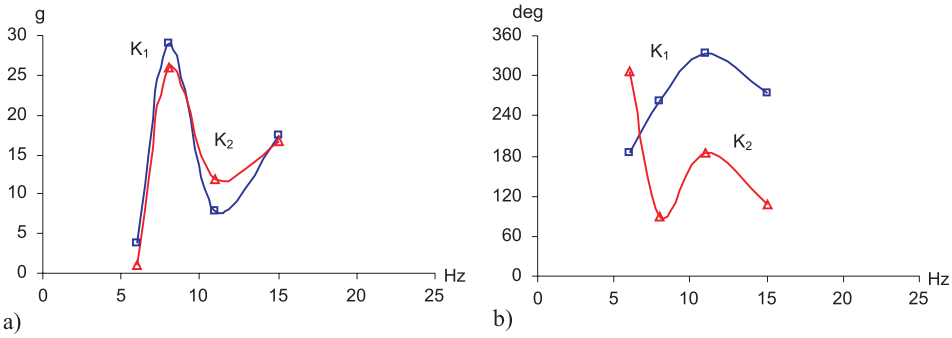
Zestawienie uzyskanych wyników pozwala na określenie wrażliwości metody macierzy współczynników na bliskość strefy rezonansowej wirnika niewyważonego dynamicznie, na który działa dodatkowo wymuszenie spowodowane niewspółosiowością układu (rys. 12.20). Masy korekcyjne wyliczone w obszarach rezonansowych w otoczeniu częstotliwości 8,25 Hz oraz 23 Hz powodują faktycznie wzrost niewyważenia wirnika (rys. 12.20a). W przedziale pomiędzy częstotliwościami rezonansowymi wartości mas korekcyjnych różnią się nieznacznie. Trzeba pamiętać, że przedział ten jest zbiorem częstotliwości obrotowych wirnika, przy których występuje precesja przeciwbieżna [184]. Jak nożna zauważyć, nie wpływa ona negatywnie na efektywność wyważania. Kąty lokalizacji masy korekcyjnej zależą od prędkości obrotowej wirnika. O ile wielkość masy zmienia się bardziej przy rezonansie dla niższej częstotliwości, to zmiana kątów lokalizacji mas korekcyjnych jest gwałtowniejsza przy rezonansie występującym dla częstotliwości wyższej (rys. 12.20b).



Rys. 12.20. Wyliczone: a) masy korekcyjne, b) kątowa lokalizacja mas w płaszczyznach korekcji K_1 i K_2 dla niewyważonego wirnika z niewspółosiowością zespołu wirnik-silnik

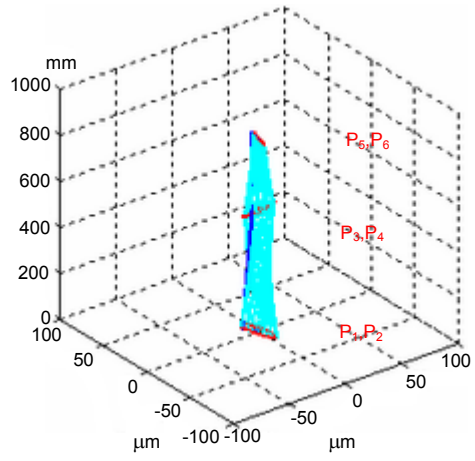
Dla porównania zestawiono w formie graficznej wartości mas korekcyjnych i ich lokalizacje wyznaczone podczas wyważania wirnika obciążonego niewyważeniem

momentowym (rys. 12.21). Redukcja tego rodzaju niewyważenia w obszarze rezonansu (6 Hz i 11 Hz) wymagała dołączenia najmniejszych mas korygujących.

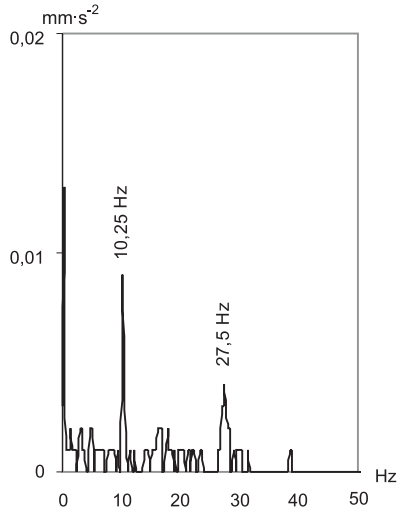


Rys. 12.21. Wyliczone: a) masy korekcyjne, b) kątowa lokalizacja mas w płaszczyznach korekcji K_1 i K_2 dla wirnika z niewyważeniem momentowym

W kolejnym etapie doświadczenia zwiększono jeszcze bardziej sztywność posadowienia badanego wirnika, co spowodowało przesunięcie obszaru rezonansowego w stronę wyższych częstotliwości o wartość ~2 Hz w kierunku poziomym i ~4 Hz w kierunku pionowym (rys. 12.23). Holospectrum drgań wirnika wyznaczone dla częstotliwości obrotowej 23 Hz i większej sztywności posadowienia ma postać przedstawioną na rysunku 12.22. Następnie przeprowadzono dwupłaszczyznowe wyważanie wirnika w częstotliwości obrotowej 23 Hz. Ponieważ posadowienie wirnika zostało usztywnione, częstotliwość ta nie była już częstotliwością rezonansową.

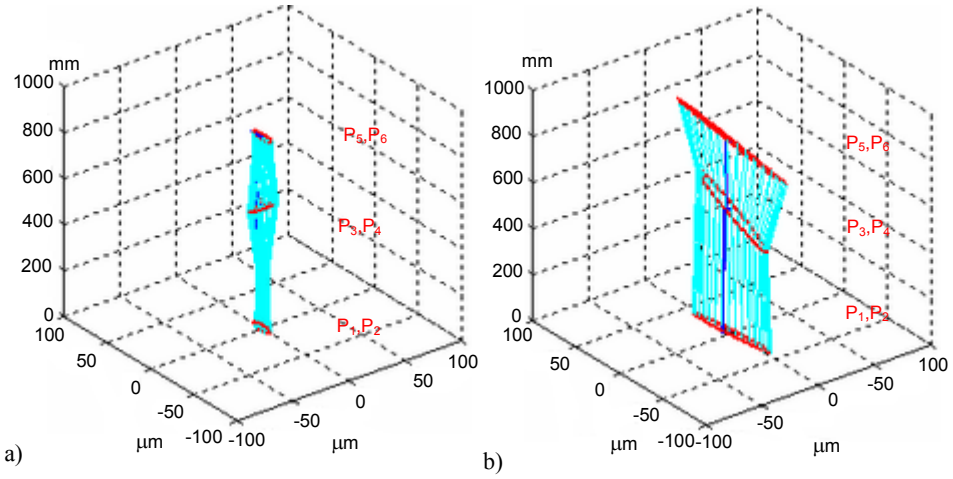


Rys. 12.22. Holospectrum drgań wirnika w częstotliwości 23 Hz po zwiększeniu sztywności posadowienia



Rys. 12.23. Widmo przyspieszenia drgań wirnika w kierunku pionowym przy wzbudzeniu impulsowym, po zmianie sztywności posadowienia

Proces wyważania przeprowadzono w jednym przebiegu, uzyskując w wyniku zastosowania optymalizacji P(1, 2, 3, 4, 5, 6) efekt w postaci zmniejszenia amplitud przemieszczenia we wszystkich kierunkach pomiarowych (rys. 12.24a). Przywrócenie początkowej sztywności posadowienia wirnika spowodowało wzrost amplitud drgań w kierunku pionowym, czyli kierunku w którym występuje zjawisko rezonansu (rys. 12.24b).



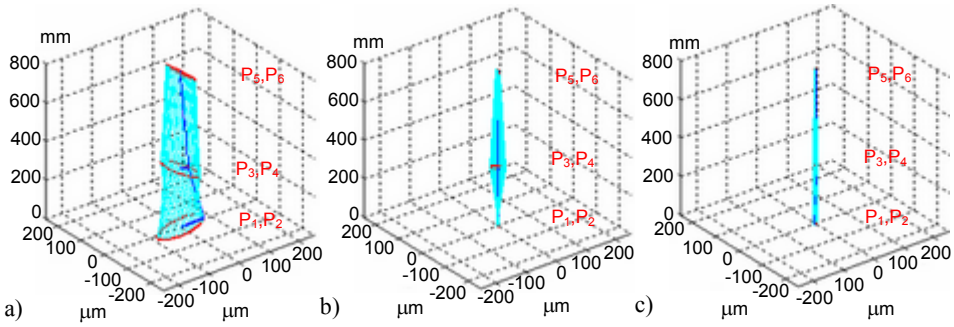
Rys. 12.24. Holospectrum drgań wirnika po wyważaniu w warunkach: a) zwiększonej sztywności posadowienia, b) pierwotnej sztywności posadowienia

Z założenia nie należy dopuszczać do sytuacji, w której mogłyby wystąpić drgania wirnika przy częstotliwości rezonansowej. W praktyce przypadki takie zdarzają się nad wyraz często. Zmiana sztywności posadowienia wirnika, co zostało wykazane, jest właściwą drogą do wyeliminowania tego niekorzystnego zjawiska. Należy jednak mieć na uwadze fakt, że zwiększenie sztywności podparcia wirnika, gdy częstotliwość jego drgań nie znajduje się w obszarze rezonansu, może spowodować wzrost prędkości jego drgań.

Problem wydaje się mniej istotny, gdy częstotliwość wymuszenia jest niższa od częstotliwości drgań własnych. Wówczas usztywnienie posadowienia spowoduje jej wzrost oraz spadek wartości amplitudy drgań dla częstotliwości wymuszenia. W przeciwnym wypadku może zbliżyć częstotliwość drgań własnych do częstotliwości wymuszenia, co wywoła efekt rezonansu.

Wyważanie wirnika zazwyczaj odbywa się przy prędkości równej prędkości jego pracy, jeśli nie podlega ona zmianom wymuszanym czynnikami technologicznymi. W celu sprawdzenia obligatoryjności tego założenia dokonano wyważenia wirnika przy dwóch częstotliwościach obrotowych 10 Hz oraz 20 Hz i identycznym niewyważeniu początkowym. Obie częstotliwości znajdowały się poza obszarem rezonansu. W pierwszym przypadku zastosowanie optymalizacji wielkości przemieszczenia wirnika we wszystkich kierunkach pomiaru P(1, 2, 3, 4, 5, 6) spowodowało poprawę jego stanu dynamicznego (rys. 12.25a oraz rys. 12.25b). Chociaż przejście do wyższej częstotliwości obrotowej zmienia postać drgań wirnika, osiągnięto lepszy rezultat wyważania niż to miało miejsce przy częstotliwości 10 Hz (rys. 12.25c), a wartości mas korygujących były mniejsze. Zatem uzyskany wynik negatywnie weryfikuje założenie przyj-

mowane w praktyce wyważania. Należy jednak podkreślić, że wyższa prędkość pociąga za sobą wzrost wielkości wymuszenia, jako że jest ono proporcjonalne do kwadratu prędkości kątowej tarcz, a tym samym i wzrost amplitudy drgań wirnika. Czyni to operację jego wyważania mniej bezpieczną.



Rys. 12.25. Holospectra drgań zespołu wirnik-silnik przy częstotliwości 10 Hz: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu, c) po wyważaniu przy częstotliwości 20 Hz

12.4. WYWAŻANIE WIRNIKA WENTYLATORA PROMIENIOWEGO W WARUNKACH REZONANSU

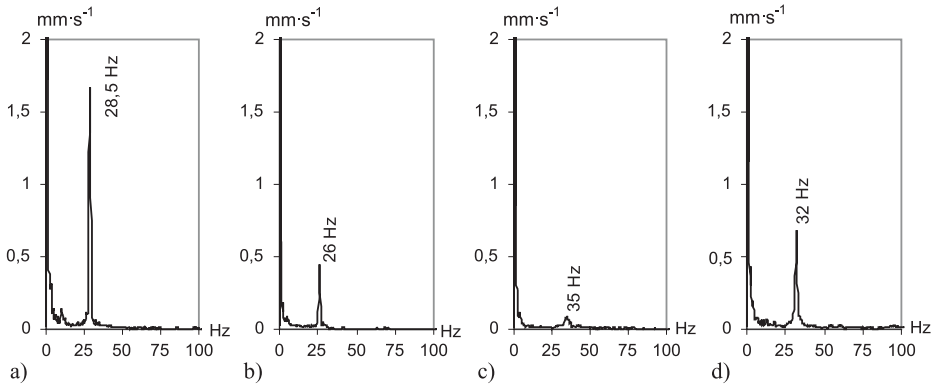
Charakter odpowiedzi układu na zadane wymuszenie zależy od szeregu czynników, głównie masy, sztywności i tłumienia. Wpływ sztywności podparcia wirnika na charakter jego drgań został przedstawiony na przykładzie wentylatora promieniowego, gdzie podatność wibroizolatorów determinowała położenie strefy rezonansowej. Znaczenie masy w układzie drgającym doskonale obrazują wyniki badań aeratorów (rys. 12.26). Są to urządzenia posiadające sztywny wirnik w układzie pionowym, służący do napowietrzania cieczy w biologicznych oczyszczalniach ścieków.

a) b)

Rys. 12.26. Widok badanych aeratorów z silnikami o masach: a) 700 kg, b) 540 kg

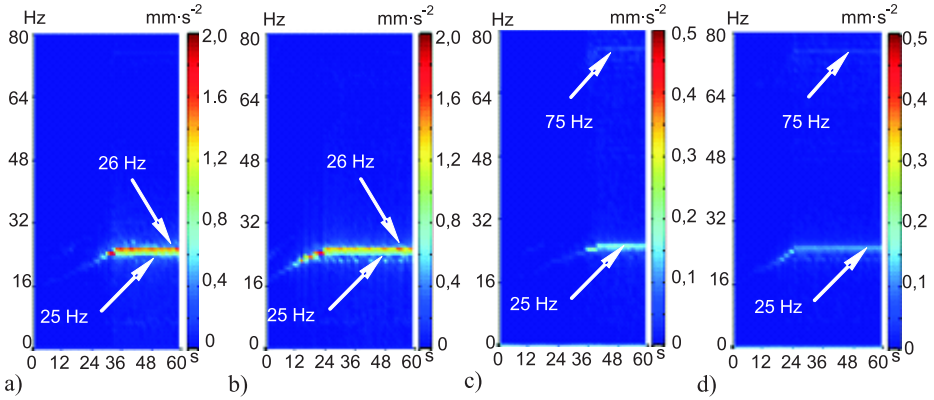
W skład łańcucha kinematycznego napędu wchodzi, oprócz silnika, przekładnia o wałkach pionowych redukująca prędkość obrotową z 1500 obr·min^{-1} (25 Hz) na wejściu, do prędkości roboczej 15 obr·min^{-1} (0,25 Hz). Aeratory pokazane na rysunku 12.26 różnią się mocą i masą silnika. Silnik o mniejszej masie posiada mniejszą moc, co skutkuje wzrostem temperatury uzwojenia podczas pracy w zakresie wyższych prędkości obrotowych. Analogiczny efekt występuje przy częstym wyłączaniu i ponownym uruchomieniu urządzenia. Zmiana typu silnika na jednostkę o większej mocy, ale również większej masie, spowodowała przesunięcie częstotliwości rezonansowej układu silnik-przekładnia-wirnik w stronę niższych wartości.

Częstotliwości rezonansowe areatorów o masie silnika 700 kg w zależności od kierunku mają wartość: 28,5 Hz i 26 Hz (rys. 12.27a, b). Mniejsza masa silnika powoduje, że napędzane przez niego urządzenie posiada częstotliwości rezonansowe 35 Hz i 32 Hz (rys. 12.27c, d). Obydwa reduktory są posadowione sztywno na fundamencie i przytwierdzone do podłoża za pomocą kotew.



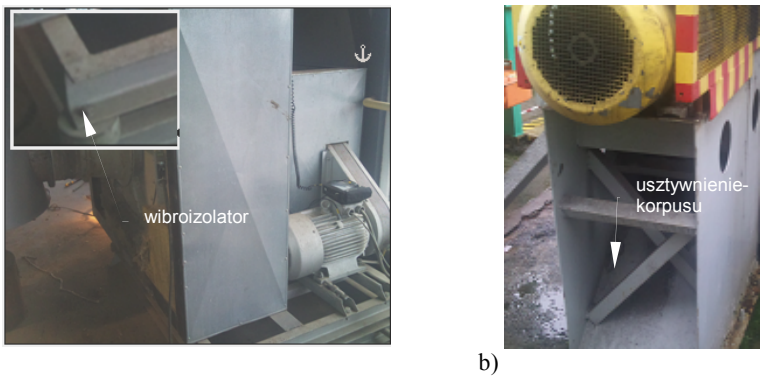
Rys. 12.27. Charakterystyka rezonansowa areatora wyznaczona wymuszeniem impulsowym: a) silnik o masie 700 kg kierunek P_1, b) silnik o masie 700 kg kierunek P_2, c) silnik o masie 540 kg kierunek P_1, d) silnik o masie 540 kg kierunek P_2

W przypadku zespołu o częstotliwości drgań własnych 26 Hz, praca silnika przy częstotliwości obrotowej 25 Hz powoduje występowanie zjawiska rezonansu. Jest to widoczne na rysunkach 12.28a, b przedstawiających obraz krótkoczasowej transformaty Fouriera przyspieszenia drgań. Kształt widma jest typowy dla drgań rezonansowych, występujących przy bardzo sztywnym posadowieniu układu. Wówczas składowe ultraharmoniczne są silnie tłumione. Charakterystyki widoczne na rysunkach 12.28c, d potwierdzają, że przy dużym tłumieniu wzbudzenie drgań o częstotliwości 32 Hz i 36 Hz nie zachodzi.



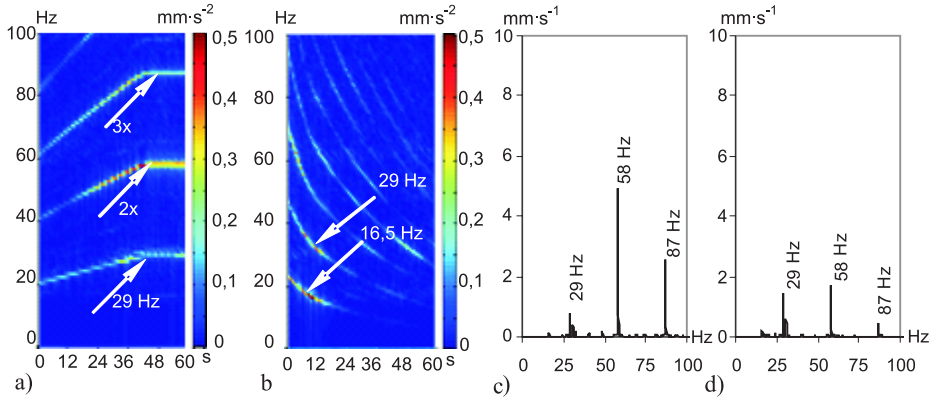
Rys. 12.28. STFT przyspieszenia drgań aeratorów w trakcie rozbiegu: a) silnik o masie 700 kg kierunek P_1, b) silnik o masie 700 kg kierunek P_2, c) silnik o masie 540 kg kierunek P_1, d) silnik o masie 540 kg kierunek P_2

Wentylatory wyciągu spalin z kotłów energetycznych pokazane na rysunkach 12.29a, b stanowią przykład potwierdzający częste występowanie zjawiska rezonansu podczas drgań wirników wentylatorów promieniowych. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe przyspieszenia oraz prędkości drgań wentylatora recyrkulacji spalin (rys. 12.29a) obrazują rysunki 12.30a, b. Są na nich wyraźnie zaznaczone amplitudy o częstotliwości synchronicznej (29 Hz) oraz składowych ultraharmonicznych. Taki charakter widma ma miejsce w przypadku drgań wirnika o nieliniowej sztywności podparcia, będącej konsekwencją występowania zarówno luzu w układzie, jak też dużej podatności posadowienia. Wzbudzenie drgań o częstotliwości 2x wymuszeniem o częstotliwości 29 Hz, którego źródłem jest niewyważenie wirnika tłumaczy fakt, że częstotliwość drgań rezonansowych wirnika wynosi 58 Hz.



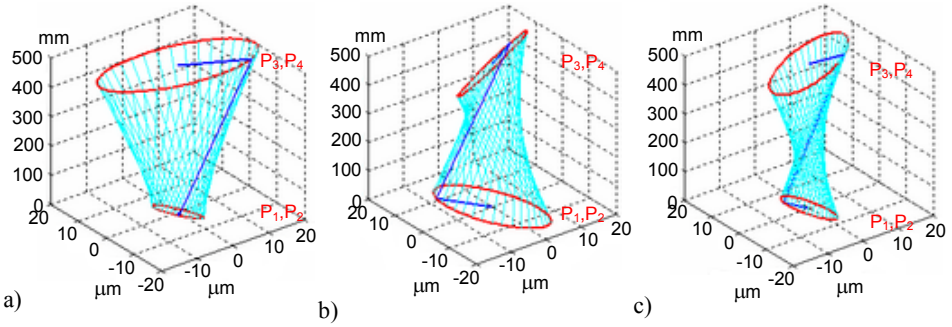
a) b)

Rys. 12.29. Widok badanych wentylatorów wyciągu spalin z kotłów energetycznych



Rys. 12.30. STFT przyspieszenia drgań wentylatora recyrkulacji spalin w trakcie: a) rozbiegu, b) wybiegu; charakterystyka A-C prędkości drgań wirnika wentylatora w kierunku: c) P_1, d) P_2

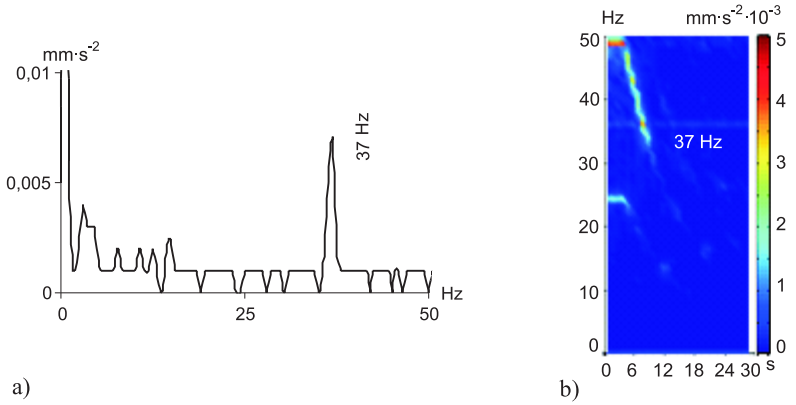
Holospecrum drgań łożysk przy częstotliwości obrotowej (rys. 12.31a) wskazuje kierunki P_3 i P_4, w których występują największe przemieszczenia wirnika. Dysponując realnie jedną tylko płaszczyzną korekcji, jaką stanowi tarcza wirnika oddalona od płaszczyzny pomiaru wyznaczonej przez kierunki P_3-P_4, wyważanie przy stosowaniu optymalizacji P(3, 4) dało wynik niezadowalający. Co prawda nastąpił spadek wartości amplitud przemieszczenia w kierunkach optymalizacji, jednak w kierunkach P_1 oraz P_2 nastąpił ich wzrost. Podobnie optymalizacja P(1, 2, 3, 4) pozwoliła na zauważalne zmniejszenie wartości amplitudy przemieszczenia w kierunkach P_3, P_4, lecz również wystąpił wzrost poziomu drgań łożyska przy tarczy.



Rys. 12.31. Holospectrum przemieszczenia wirnika w częstotliwości 1x: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu wg optymalizacji P(3, 4), c) po wyważaniu przy optymalizacji P(1, 2, 3, 4)

Omówiony przykład dowodzi, że zastosowanie właściwej optymalizacji umożliwia polepszenie stanu dynamicznego wirnika przy częstotliwości obrotowej będącej połową częstotliwości rezonansowej. W tym przypadku efekt wyważania wirnika jest podobny jak dla drgań rezonansowych. Spadek poziomu drgań wirnika określony stosunkiem wartości skutecznej prędkości drgań (RMS – *Root Mean Square*) przed wyważaniem i po wyważaniu jest na poziomie kilkudziesięciu zamiast kilkuset procent.

Analogiczny stosunek częstotliwości rezonansowej i obrotowej zaobserwowano w trakcie badań wentylatora przedstawionego na rysunku 12.29b. Rozpoczęto je od wyznaczenia wzbudzeniem impulsowym widma przyspieszenia drgań obiektu (rys. 12.32a) oraz charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej na podstawie zmian w czasie przyspieszenia drgań wirnika (rys. 12.32b). Ich wynik dowodzi, że w obszarze częstotliwości roboczych zjawisko rezonansu nie występuje. Rezonans ma miejsce dla częstotliwości wymuszenia 37 Hz. Kształt widma wynika z faktu, że początkowa częstotliwość obrotowa, od której następował wybieg wirnika, wynosiła 24 Hz.

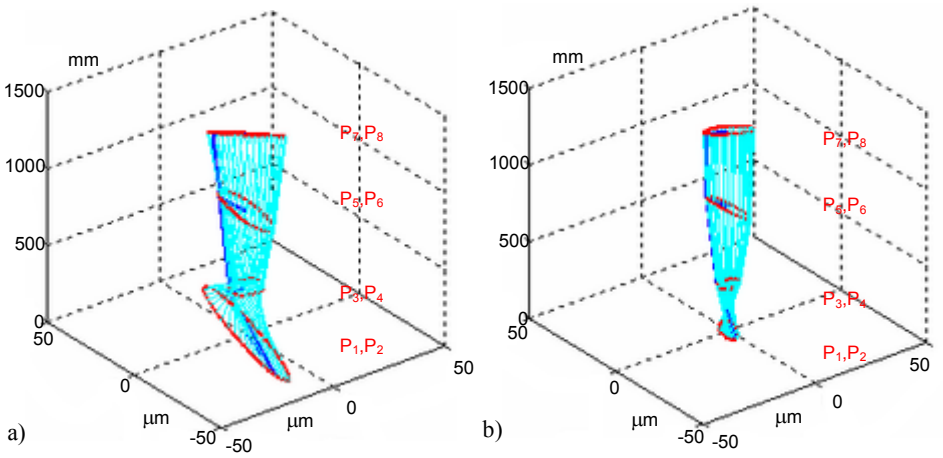


Rys. 12.32. Ilustracja: a) widma przyspieszenia drgań wirnika wyznaczona wzbudzeniem impulsowym, b) STFT przyspieszenia drgań wirnika w kierunku P_1 wyznaczona w trakcie wybiegu wirnika

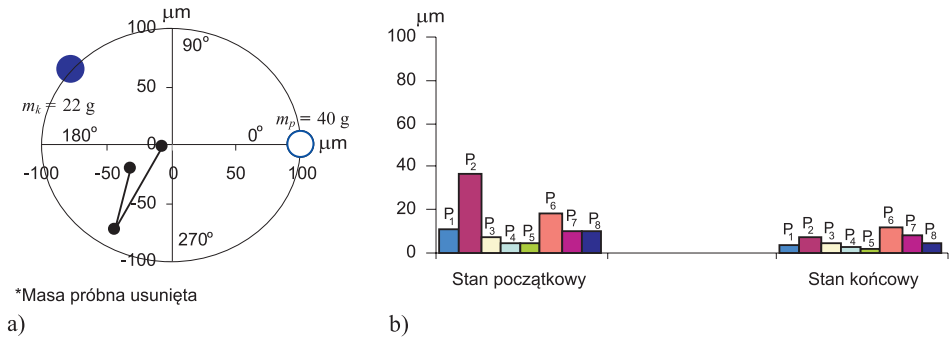
Wyważanie tarczy wirnika przeprowadzono przy prędkości obrotowej 1176 obr·min^{-1}, (19,6 Hz), z optymalizacją P(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) oraz jednopłaszczyznową korekcją K(1).

Szczęśliwie, w tym przypadku, największy poziom drgań wirnika występował blisko płaszczyzny korekcji (rys. 12.33a). Holospectrum pokazane na wykresie 12.33b potwierdza, że najlepszy efekt wyważania został osiągnięty w kierunkach P_1 oraz P_2. W innych kierunkach pomiarowych, bardziej oddalonych od płaszczyzny korekcji, amplitudy przemieszczenia wirnika uległy zmniejszeniu, ale w znacznie mniejszym stopniu. Problem drgań o charakterze rezonansowym pozostał, bowiem nawet usztywnienie korpusu w miejscu pod silnikiem nie spowodowało oczekiwanej zmiany częstotliwości drgań własnych wentylatora.

Nie przeprowadzono kolejnych etapów korekcji, uznając je za bezcelowe i mogące zniweczyć osiągnięty efekt. Przebieg wyważania w kierunku P_2 zobrazowany jest w postaci wykresu kołowego (amplitudowo-fazowego) na rysunku 12.34a.



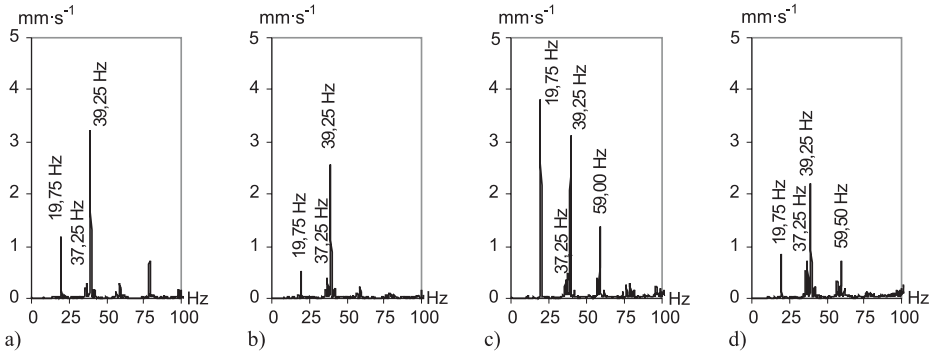
Rys. 12.33. Holospectrum wirnika: a) przed wyważaniem, b) po wyważaniu



Rys. 12.34. Ilustracja: a) przebiegu wyważania w kierunku P_2, b) efektywności wyważania wirnika

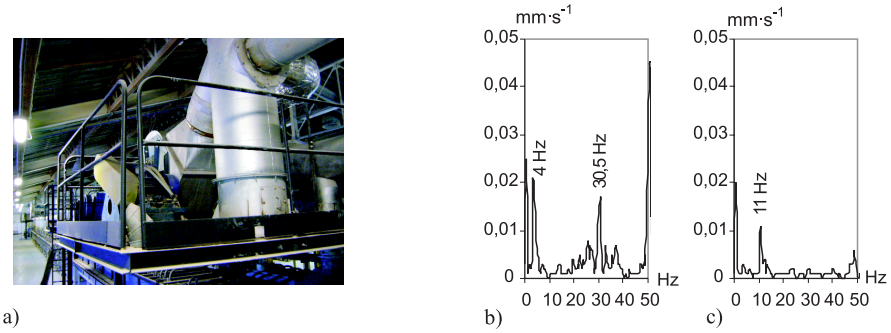
W sytuacji gdy podwojona częstotliwość obrotowa wirnika jest bliska częstotliwości rezonansowej, amplitudy składowej 2x prędkości drgań (39,25 Hz) w płaszczyźnie poziomej (kierunki P_1, P_3, P_5, P_7) są wyższe aniżeli dla częstotliwości wymuszenia (rys. 12.33). Efekt ten, opisany przez Iwatsubo i Nakamurę [75], choć nie miał znaczenia dla przebiegu wyważania, powodował, że amplitudy prędkości drgań wirnika w częstotliwości 2x, po wyważaniu miały nadal stosunkowo dużą wartość.

Wartości amplitud przemieszczenia łożysk dla częstotliwości obrotowej wirnika i silnika zobrazowano na rysunku 12.34b. Ich RMS są wyższe ze względu na duże wartości amplitudy drgań dla częstotliwości 2x (rys. 12.35). Kontynuowanie wyważania w takich przypadkach nie ma sensu, bowiem wyznaczone masy korekcyjne są już bardzo niewielkie. Występuje przy tym niestałość wskazań kąta fazowego uniemożliwiająca poprawny przebieg wyważania.



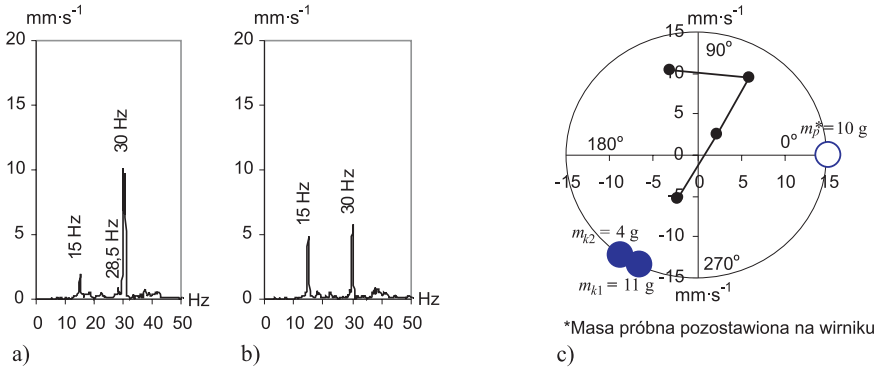
Rys. 12.35. Charakterystyka A-C prędkości drgań w kierunkach: a) P_1 przed wyważaniem, b) P_1 po wyważaniu, c) P_2 przed wyważaniem, d) P_2 po wyważaniu

Wirnik wentylatora przedstawionego na rysunku 12.36a ujawnia osobliwe zachowanie w trakcie wyważania w obszarze rezonansu. Prędkość obrotowa wirnika wynosi 1710 obr·min^{-1} (28,5 Hz). Napęd od silnika przenosi przekładnia pasowa. Wentylator jest zamocowany bezpośrednio do platformy o małej sztywności w płaszczyźnie poziomej i pionowej.



Rys. 12.36. Ilustracja: a) wentylatora ciągu technologicznego, b) charakterystyki A-C prędkości drgań maszyny wyznaczonej wzbudzeniem impulsowym w kierunku poziomym, c) pionowym

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa prędkości drgań wirnika w tych płaszczyznach zawiera składowe o częstotliwości obrotowej (28,5 Hz), składową o częstotliwości 30 Hz oraz jej składową subharmoniczną 1/2x (rys. 12.37a). Badanie odpowiedzi platformy na wymuszenie impulsowe jest rozstrzygające dla określenia obszarów rezonansowych posadowionego na niej wentylatora. Oprócz drgań w płaszczyźnie pionowej o częstotliwości 11 Hz, platforma wykonuje drgania o częstotliwości ~30 Hz w płaszczyźnie poziomej. Częstotliwość 4 Hz jest częstotliwością drgań własnych poręczy okalającej platformę (rys. 12.36b, c).



Rys. 12.37. Widmo prędkości drgań wirnika w kierunku P_1: a) przed wyważaniem wirnika, b) po wyważaniu, c) przebieg wyważania tarczy wirnika przy optymalizacji P(1) i korekcji K(1)

Konstrukcja napędu – wirnik przewieszony – pozwalała przypuszczać, że odpowiedź układu będzie wyraźna przy wyborze optymalizacji P(1). Tymczasem zmniejszeniu wartości amplitudy drgań dla częstotliwości obrotowej towarzyszył wzrost amplitudy składowej subharmonicznej 1/2x. Wartość skuteczna prędkości drgań (RMS) nie uległa zmianie, pozostając nadal wysoką (8,5 mm·s^{-1}).

Wyważanie tarczy wirnika ujawniło jego dużą wrażliwość na zmianę wartości mas korekcyjnych, co jest charakterystyczne podczas wyważania wirnika drgającego z częstotliwością rezonansową. Wyznaczana pozycja masy korekcyjnej była za każdym razem inna, co jak wykazano wcześniej, jest również znamienne dla drgań rezonansowych. Po osiągnięciu prędkości drgań 3,35 mm·s^{-1} wyliczona masa korekcyjna 4 g spowodowała ponowny wzrost amplitudy do poziomu 5,81 mm·s^{-1}, przy czym kąt fazowy zmienił się o wartość bliską π. Stało się tak, choć wyniki obliczeń pozycji masy korekcyjnej wskazywały, że masa wyważająca 11 g dołączona w położeniu kątowym 244° nie jest wystarczająca.

Omówione przypadki świadczą o tym, że efekt wyważania wirnika wentylatora promieniowego przy występowaniu drgań rezonansowych jest trudny do przewidzenia. Wyniki badań dowodzą, że w zależności od rodzaju wymuszeń, które oprócz sił bezwładności działają na wirnik, jego poziom drgań można poprzez wyważanie zarówno nieznacznie zmniejszyć, jak też znacznie zwiększyć. Zdarza się, że ograniczeniu poziomu drgań dla częstotliwości obrotowej towarzyszy wzrost amplitudy składowej subharmonicznej. Zachodzi też sytuacja odwrotna. Ulegają wzbudzeniu drgania o częstotliwości rezonansowej, gdy częstotliwość obrotowa wyważanego wirnika jest równa połowie tej wartości. Podczas wyważania można zaobserwować występowanie niestałości amplitudy i kąta fazowego drgań, co utrudnia lub nawet uniemożliwia poprawne wykonanie operacji.

13. DYSKUSJA WYNIKÓW I WNIOSKI

Wyniki zarówno doświadczeń, jak i analiz teoretycznych są w pracy dyskutowane w miejscu ich przedstawiania. W poniższym rozdziale zestawiono najważniejsze rezultaty oraz konkluzje, jakie można wyciągnąć na tej podstawie, przy zachowaniu chronologii wynikającej z kolejności rozdziałów, do których wnioski te się odnoszą.

Formułowania równań ruchu wirnika w tradycyjnym ujęciu Föppla-Jeffcotta można dokonać posługując się metodą elementów skończonych. Zasady budowania macierzy bezwładności, tłumienia i sztywności zarówno dla elementów odkształcalnych, dyskretyzujących wał, jak i tarczy, traktowanej jako element sztywny, są jasne i wyczerpujące, nawet w odniesieniu do zjawisk bardziej złożonych, takich jak efekt żyroskopowy. Zjawiska omawiane w pracy występują za sprawą skończonej sztywności podparcia oraz niezerowej podatności w strefie kontaktu elementów wirnika, które – tam, gdzie to nie ogranicza ogólności rozważań – są traktowane jako bryły sztywne. Uwaga ta odnosi się głównie do tarczy, ale też i wału. Przyjęto dodatkowo, że elementy wykazują izotropowe cechy geometryczne. Sposób ten nie jest wygodny do analizy dynamiki wirnika. Klasyczna metoda elementów skończonych znacznie gorzej radzi sobie z opisem stanów niestacjonarnych. Wynika to między innymi z konieczności całkowania równań ruchu zawierających macierze o wielkich rozmiarach. Do symulacji dynamicznych rzadziej używane są narzędzia, których jądro obliczeniowe oparte jest tylko na metodzie elementów skończonych (np. Nastran czy ANSYS) niż platformy takie jak ADAMS, wykorzystujące metody układów wieloczłonowych. W ten właśnie sposób traktowano wentylator w analizach numerycznych przedstawionych w pracy. Jego częściom składowym przypisano cechy nieodkształcalnych brył, połączonych odpowiednimi elementami sprężysto-tłumiącymi. Metoda ta stwarza duże perspektywy dla analizy zagadnień o znacznym stopniu złożoności, radząc sobie nawet z modelowaniem kontaktu między bryłami.

Powszechnie używane do analizy sygnałów drgań narzędzie, jakim jest transformacja Fouriera, umożliwia analizę parametrów drgań w dziedzinie częstotliwości. Brak określenia czasu wystąpienia danego symptomu jest główną wadą metody. Jednowymiarowa transformacja Fouriera wyznacza zarówno amplitudę, jak i kąt fazowy przekształcanego sygnału. Może być zatem wykorzystywana jako filtr częstotliwościowy w procesie wyważania.

Bardziej uniwersalnym narzędziem okazuje się krótkoczasowa transformacja Fouriera (STFT), pozwalająca na dystrybucję sygnału nie tylko w dziedzinie częstotliwości, ale również czasu. Transformacja falkowa WT, podobnie jak dystrybucja Wignera-Ville'a, pomimo rozlicznych prób jej zastosowania w diagnostyce maszyn, nie może być uważana za narzędzie tak uniwersalne, jak metody Fouriera.

Empiryczna dekompozycja modalna (EMD) ma tę zaletę, że tworzy realistyczną reprezentację sygnału w stopniu porównywalnym do transformacji Fouriera. Pozwala bowiem na bezpośrednią algorytmiczną analizę jego kształtu w czasie, poprzez dekompozycję na określoną liczbę tzw. funkcji istotnych, działając jak ortogonalny filtr wąskopasmowy. Nie występuje przy tym problem dyssypacji energii w pobliżu analizowanych częstotliwości, choć mogą występować zakłócenia w bocznych pasmach każdej IMF.

Zastosowanie prostych, bezfazowych metod wyważania statycznego (jednopłaszczyznowego) wirnika sztywnego jest ograniczone możliwą do osiągnięcia w warunkach przemysłowych dokładnością wyznaczenia masy oraz kąta korekcji. Dla metody wywa-

żania przy czterech uruchomieniach wirnika założenie przyjęte jako podstawowy warunek jej skuteczności jest trudne do zrealizowania. Nie tylko dokładność pomiaru, ale przede wszystkim własności dynamiczne wirnika nie pozwalają na stworzenie konstrukcji geometrycznej, w której wektory $\boldsymbol{N}_p$ oraz $\boldsymbol{N}_p'$ leżą na jednej prostej. Moduły tych wektorów określane są na podstawie wartości skutecznych (lub amplitud) wybranego parametru drgań w stanie początkowym, oraz po dołączeniu do tarczy wirnika masy próbnej, a także po przesunięciu tej masy o kąt π. Jest to możliwe tylko w przypadku liniowej sztywności układu. Wówczas metoda ta daje wyniki zbliżone do osiąganych podczas wyważania wirnika metodą macierzy współczynników wpływu. Zaskakująca poprawność rezultatów uzyskana podczas wyważania wirnika testowego nie oznacza, że metoda wyważania w czterech uruchomieniach może mieć szersze zastosowanie praktyczne. Z uwagi na wskazane uwarunkowania metoda ta jest niepewna. Jej wiarygodność można testować porównując wektory $\boldsymbol{N}_p$ oraz $\boldsymbol{N}_p$' dla kilku przebiegów. Jeżeli moduły i argumenty wektorów są w każdym z nich zbliżone, oznacza to, że wartość wyznaczonej masy korygującej i jej położenie na płaszczyźnie korekcji są poprawne.

Dokładność metody opartej na algorytmie Hassana budzi wątpliwości ze względu na przyjęcie dla szeregu przebiegów potęgowej postaci funkcji wiążącej masę próbną i kąt jej lokalizacji. Należy zatem uznać, że ten sposób wyważania stanowi bardziej ciekawostkę niż narzędzie możliwe do wykorzystania w praktyce przemysłowej.

Okazuje się, że w klasycznej metodzie macierzy współczynników wpływu wyliczone wartości masy korygującej oraz kątów jej położenia na płaszczyźnie korekcji można traktować jako zmienne, które wyznaczają rozwiązania zależne od przyjętego położenia masy próbnej. Wynika to między innymi z błędu popełnianego przy jej dołączaniu w płaszczyźnie korekcji, a także z różnic między stanami dynamicznymi wirnika spowodowanymi na przykład zmieniającą się wskutek fluktuacji oporów ruchu prędkością obrotową oraz inną dla każdego przebiegu wielkością luzu w węzłach łożyskowych (łożysko-obudowa) wywołaną wzrostem temperatury. Należy pamiętać również, że pomiędzy kierunkiem wymuszenia i odpowiedzi wirnika występuje zmienny kąt przesunięcia fazowego, którego wartość zależy od stosunku częstotliwości obrotowej wirnika do jego częstotliwości rezonansowej.

Użycie mas próbnych o większych wartościach pozwala uzyskać lepszy efekt wyważania. Przy ich wyznaczaniu należy kierować się zasadą, że powinny w sposób widoczny zmienić charakter drgań wirnika. Dotyczy to głównie kąta fazowego. Często bywa tak, że mały przyrost kąta zostaje zinterpretowany przez algorytm obliczeniowy jako symptom niewielkiej wrażliwości układu na zmianę wymuszenia i wyliczona wartość masy korygującej jest obarczona znacznym błędem. Może to spowodować uszkodzenie elementów wirnika, gdy masy korygujące są duże.

Stosowany współcześnie algorytm wyważania dynamicznego wymusza określenie elementów kwadratowej macierzy współczynników wpływu, które są liczbami zespolonymi. Rozmiar macierzy 2x2 wynika z zasady, że najprostszym rozkładem skrętnika (wektora siły i jej momentu) działającego na niewyważony wirnik jest rozdział na dwie płaszczyzny działania. Ogranicza to zarazem, co nie jest bez znaczenia, ilość pomiarów w trakcie każdego uruchomienia. Klasyczna technika wyważania dynamicznego uwarunkowana jest więc wynikami pomiarów drgań w jednym kierunku, w dwóch płaszczyznach pomiarowych. Wentylatory przemysłowe o wąskich tarczach wyważane są najczęściej statycznie, tj. w jednej płaszczyźnie korekcji na podstawie pomiarów drgań w jednym kierunku, przy stałej prędkości obrotowej wirnika.

Dołączanie mas tylko w jednej lub dwóch płaszczyznach korekcji nie zawsze prowadzi do prawidłowego rezultatu. Właściwszym kierunkiem modyfikacji metody wyważania wirnika sztywnego metodą macierzy współczynników wpływu jest technika polegająca na minimalizacji amplitud drgań w wybranych kierunkach pomiarowych. Ich ilość, podobnie jak liczba płaszczyzn korekcji, może być dowolna. Macierz współczynników wpływu nie jest wówczas kwadratowa. W ogólności bowiem trzeba założyć, że liczba kierunków pomiarów nie musi być równa liczbie płaszczyzn korekcji.

Skuteczny sposób wyznaczenia mas korygujących i kątów ich lokalizacji z układu równań liniowych, gdy macierz jego współczynników nie jest kwadratowa, polega na zdefiniowaniu macierzy pseudo-odwrotnej w sensie Moore'a-Penrose'a. Ważne jest przy tym oszacowanie błędu popełnianego przy wyznaczaniu elementów macierzy. Aby błąd był mały, należy masę próbną w kolejnej płaszczyźnie korekcji dołączać w dwóch położeniach, zmieniając kąt jej lokalizacji o wartość π, przy zachowaniu tej samej odległości od osi obrotu tarczy.

Wyważanie wirników wentylatorów promieniowych powinno być zawsze poprzedzone badaniem charakteru drgań, a w szczególności wyznaczeniem obszarów rezonansu. Prostym sposobem określenia charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych drgań wirnika jest analiza przebiegu czasowego dowolnego ich parametru przy wzbudzeniu perturbacją synchroniczną, zarówno podczas rozbiegu, jak i wybiegu wirnika. Wada tej metody wynika z zależności siły wymuszenia od prędkości obrotowej co powoduje, że przebiegi czasowe parametrów drgań lepiej uwidaczniają obszary rezonansowe położone w wyższych zakresach częstotliwości. Do analizy charakteru drgań warto użyć krótkoczasowej transformacji Fouriera (STFT). Wyznaczenie transformaty nie wymaga bowiem rejestracji prędkości obrotowej wirnika zsynchronizowanej z pomiarem parametru drgań. W przypadku gdy wirnika nie można zatrzymać w celu założenia znacznika kąta fazowego, takie udogodnienie staje się niezwykle istotne.

Specyficzne własności dynamiczne wirnika będące wynikiem znacznej anizotropowości sztywności podparcia powodują, że zmniejszeniu wartości amplitudy drgań w jednym kierunku towarzyszy jej wzrost w kierunku prostopadłym. Efekt taki jest obserwowany niekiedy podczas wyważania wirników wentylatorów przemysłowych.

Wykorzystanie dwóch i więcej płaszczyzn korekcji pozwala na uzyskanie lepszego efektu wyważania wirnika niż w przypadku dołączania masy korygującej w pojedynczej płaszczyźnie. Wpływ masy korygującej jest tym większy, im mniejsza jest odległość płaszczyzny korekcji od płaszczyzny pomiaru. Warto zwrócić uwagę na fakt, że wyważanie wirnika w dwóch płaszczyznach wymaga dodania mas, które są niekiedy kilka razy większe niż masy wyznaczone dla jednej płaszczyzny, a miejsca ich lokalizacji przesunięte względem siebie o kąt π. Stwarza to niebezpieczeństwo uszkodzenia wirnika, jeżeli popełniony zostanie błąd w określeniu wektora niewyważenia.

W przypadku gdy częstotliwość rezonansowa jest bliska podwojonej częstotliwości obrotowej wirnika, amplitudy prędkości drgań dla częstotliwości 2x, w kierunku występowania rezonansu są wyższe niż dla częstotliwości wymuszenia i pozostają prawie niezmienione po wyważaniu. Choć nie wpływa to na przebieg procesu, odnosi się wówczas wrażenie, że jego skuteczność jest niska. Kontynuowanie wyważania w takich przypadkach nie jest racjonalne z uwagi na małe wartości wyznaczanych mas korekcyjnych oraz niestałość wskazań kąta fazowego, uniemożliwiającą poprawny jego przebieg.

Porównanie efektywności wyważania wirnika metodą macierzy współczynników wpływu i metodą holospectrum pozwala sądzić, że wektor ***IPV*** (*Initial Phase Vector*)

sprawdza się gorzej jako miara niewyważenia niż wektor precesji współbieżnej. Z kolei wektor precesji przeciwbieżnej, chociaż wykazuje liniową zależność modułu w funkcji wielkości niewyważenia, to jednak z uwagi na nieliniowe zmiany kąta fazowego oraz fakt, że precesja wirnika wentylatora jest w większości współbieżna, nie może być przyjmowany jako miara niewyważenia. Optymalizacja wartości amplitud przemieszczeń wirnika daje zdecydowanie mniejszy błąd przy wyznaczaniu mas korekcyjnych niż metoda holospectrum.

Niewspółosiowość wałów jest przyczyną nieliniowej sztywności układu, objawiającej się występowaniem na widmie drgań wirnika kolejnych ultraharmonicznych 2x, 3x, 4x. Obecność wyższych harmonicznych zaznacza się wyraźnie w płaszczyźnie występowania największej nierównoległości i skoszenia osi współpracujących wałów. Obok składowych ultraharmonicznych mogą wystąpić również składowe subharmoniczne 1/3x oraz 2/3x. Wyważanie powoduje zmniejszenie poziomu wibracji wirnika, choć widmo prędkości drgań po wyważaniu zawiera nadal składowe ultraharmoniczne częstotliwości obrotowej. Ruch wirnika w płaszczyźnie występowania największej ekscentryczności i skoszenia osi wałów zazwyczaj odbywa się z częstotliwością 2x. Postaci drgań własnych o tej częstotliwości towarzyszy zmiana kąta fazowego przed i za sprzęgłem. Nie jest to jednak rozstrzygające kryterium występowania niewspółosiowości w układzie, lecz tylko warunek konieczny, aczkolwiek nie zawsze wystarczający. Przy dominującej wartości amplitudy drgań o częstotliwości 2x, kształt orbity łożyska usytuowanego blisko sprzęgła jest kardioidą.

Wyniki badań dynamiki wirników wentylatorów ze znaczną niewspółosiowością wałów dowodzą, że jej wpływ na poziom drgań wirnika nie jest znaczący. Stwierdzenie to należy traktować w sensie statystycznym, gdyż obok przesunięcia i skoszenia osi o wielkości i charakterze drgań decyduje sztywność i tłumienie występujące w połączenia wałów, a także ich prędkość obrotowa. W przypadku wentylatorów promieniowych, niewspółosiowość wałów rzutuje w większym stopniu na poziom drgań silnika niż wirnika. Wyniki badań potwierdziły, w odniesieniu do obydwu łożysk, relacje pomiędzy długościami większych półosi oraz ekscentryczności ich filtrowanych trajektorii ruchu jako: $a(2x) > a(1x)$ oraz $e(2x) < e(1x)$. Osłabia to kryterium Chena do warunku, że niewspółosiowość wałów powoduje zwiększenie długości półosi elipsy holospectrum oraz zmniejszenie jej ekscentryczności dla częstotliwości równej podwójnej częstotliwości obrotowej.

Oddziaływanie sił i momentów w połączeniu wałów silnika i wirnika przy ich niewspółosiowości nie wpływa na zmianę częstotliwości drgań własnych układu. W trakcie przeprowadzonych eksperymentów nie stwierdzono, aby niewspółosiowość wirnika i silnika utrudniała wyważenie zespołu poza obszarem występowania rezonansu. Przesunięcie równoległe i kątowe osi wałów prowadzi do zginania elastycznych elementów sprzęgła podczas obrotu z częstotliwością równą częstotliwości obrotowej wirnika. Ma to pewien wpływ na zmianę amplitudy drgań, jednak niewspółosiowość w układzie jest zazwyczaj kompensowana przez podatność i tłumienie części elastycznych sprzęgła na tyle, że w praktyce nie obserwuje się, aby parametry drgań wirnika wentylatora promieniowego osiągały wartości niedopuszczalne tylko z powodu niewspółosiowości wałów.

Zasadniczym problemem rzutującym na dokładność odwzorowania przez model rzeczywistego charakteru posadowienia maszyny jest to, że liczba postaci jej drgań własnych przewyższa liczbę stopni swobody modelu fundamentu. Dlatego charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe drgań obiektów wyznaczane doświadczalnie zawierają

częstotliwości i postacie drgań własnych, które nie występują w rezultatach obliczeń numerycznych.

Wrażliwość procesu wyważania wirnika na zjawisko dudnienia wynika z faktu, że algorytmy obliczeniowe zarówno metod bezfazowych, jak i fazowych wykorzystują moduł lub moduł i kąt fazowy wektora drgań. Ze względu na niedoskonałość filtrów, wynikiem analizy sygnału jest obecność na widmie drgań, obok składowej 1x, również składowej o zbliżonej częstotliwości, będącej wynikiem działania na wirnik wymuszenia, którego źródło znajduje się w sąsiedztwie maszyny. Wskutek tego zarówno amplituda, jak i kąt fazowy wektora drgań nie są stałe. Zjawisko to dotyczy w głównej mierze filtrów analogowych. Układy cyfrowe zapewniają węższe pasmo częstotliwości filtrowanego sygnału, przez co wyważanie wirników przy ich zastosowaniu staje się mniej czułe na zakłócenia.

Będąca elipsą trajektoria ruchu wirnika, gdy tarcza nie uderza o stojan, w momencie wystąpienia zjawiska ocierania ulega spłaszczeniu, upodabniając się do kształtu orbity w warunkach występowania rezonansu. Nie zmienia to jednak charakteru ruchu, który zarówno w kierunku pionowym, jak i poziomym pozostaje okresowy. W przeprowadzonym doświadczeniu uderzenia tarczy o stojan nie powodowały istotnych zmian wartości amplitudy drgań dla częstotliwości synchronicznej. Co więcej, ocieranie tarczy o stojan korzystnie wpływało na wartości amplitudy drgań o częstotliwości obrotowej. Zjawisko to należy tłumaczyć chwilowym wzrostem sztywności wirnika podczas przylegania tarczy do stojana, bowiem efekt ten znikał w momencie, gdy kontakt ulegał przerwaniu. Istotnym wydaje się fakt tłumienia w warunkach uderzania tarczy o stojan składowych o częstotliwościach ultraharmonicznych 2x, 3x, 4x, których występowanie jest charakterystyczne dla układów o nieliniowej sztywności. Na widmie drgań niewyważonego wirnika, przy uderzaniu tarczy o stojan, występowały amplitudy dla częstotliwości będącej 1/3 oraz 2/3 jego częstotliwości obrotowej. Może to świadczyć o istnieniu dużych sił tarcia pomiędzy tarczą a stojanem. Nie udało się potwierdzić spostrzeżeń poczynionych przez Chu i Lu, że widmo drgań przy występowaniu ocierania tarczy o element nieruchomy zawiera obok składowych ultraharmonicznych 2x, 3x również składową ultraharmoniczną 3/2x oraz subharmoniczną 1/2x. Z przeprowadzonych doświadczeń wynika, że wyważanie wirnika, który lekko ociera o stojan, jest wykonalne, a uzyskany efekt jest porównywalny z osiąganym po wyeliminowaniu kontaktu wirnika ze stojanem. Po odsunięciu tarczy od stojana poziom drgań wirnika zwiększa się, tak jakby wzrosło jego niewyważenie.

Wyniki badań wpływu luzu w układzie wał-łożysko-korpus na charakter drgań wirnika przy częstotliwości bliskiej występowania rezonansu potwierdziły rezultaty uzyskane przez Yamamoto. Drgania, które pierwotnie były dla tej częstotliwości niestabilne, przy wzroście wielkości luzu stają się na powrót stabilne. Ze wzrostem wielkości luzu rośnie temperatura łożysk. Zbyt mały luz, przy niewłaściwym pasowaniu między czopem wału a pierścieniem wewnętrznym, powoduje identyczny skutek. Drgania w obszarze rezonansu osiągają znaczny poziom, wywołując intensywne procesy termiczne i wzrost wielkości luzu spowodowany rozszerzaniem elementów łożyska, co z kolei zmniejsza poziom drgań wirnika, redukując ryzyko jego uszkodzenia. Efekt ten ma cechy samoregulacji, której mechanizm jest podobny do tzw. sprzężenia zwrotnego w układach automatyki.

Nieliniowość odpowiedzi wirnika z luzem między pierścieniem zewnętrznym a obudową zaznacza się na charakterystyce amplitudowo-częstotliwościowej przemieszczenia występowaniem składowych ultraharmonicznych częstotliwości obrotowej.

Wraz ze wzrostem luzu eliptyczna trajektoria zakreślana przez środek geometryczny łożyska ulega wyraźnemu zniekształceniu. Zaobserwowane podczas diagnozowania stanu dynamicznego wirnika łączne występowanie wymienionych cech może stanowić symptom postępującego uszkodzenia. Promieniowy luz w łożysku o wartości nawet większej niż dopuszczalna nie ma wpływu na efektywność procesu wyważania. Zdarza się, że badanie stanu łożysk wykonane po wyważaniu wirnika ujawnia ich duży stopień zużycia, co klasyfikuje je do wymiany. Działanie mające na celu zmniejszenie luzu poprzez nadmierny docisk pokrywy obudowy łożyska pociąga za sobą niepotrzebne zwiększenie oporów ruchu wirnika, powodując wzrost temperatury łożyska.

Charakter drgań wirnika z luzem między pierścieniem zewnętrznym a obudową jest ściśle uzależniony od wielkości niewyważenia, ciężaru wirnika oraz jego prędkości obrotowej. Dla małych prędkości pierścień zewnętrzny łożyska zachowuje na krótkim odcinku liniowy kontakt z obudową, a drgania wirnika mają charakter okresowy. Wzrost prędkości powoduje, że powierzchnia kontaktu pierścienia zewnętrznego z obudową łożyska jest powierzchnią walcową rozpiętą na odcinkach krzywoliniowych o niewielkiej długości. Widmo drgań wirnika zawiera wiele składowych ultraharmonicznych częstotliwości obrotowej.

Jeżeli siła bezwładności wywołana niewyważeniem wirnika jest mniejsza od jego ciężaru, nie występuje kontakt pomiędzy pierścieniem łożyska a górną częścią obudowy. Kształt trajektorii ruchu wirnika jest wówczas zbliżony do elipsy o dużej ekscentryczności, a drgania wirnika mają charakter pseudookresowy. Dalsze zwiększanie prędkości obrotowej wirnika przy danym niewyważeniu czyni jego ruch chaotycznym. Pierścień łożyska uderza o obudowę w miejscach rozłożonych na całym obwodzie, a kształt trajektorii ruchu staje się przypadkowy.

Wyważanie ciężkich wirników wirujących z małymi prędkościami do 1500 $obr \cdot min^{-1}$ (wartość ta wynika z typoszeregu prędkości obrotowych silników), odbywa się znacznie łatwiej niż wirników wentylatorów szybkoobrotowych. Jego celowość, nawet w przypadku gdy stwierdzony poziom drgań nie przekracza wartości dopuszczalnych, nie podlega dyskusji. Dzięki wyważaniu tarczy wirnika można zredukować wartości sił reakcji dynamicznych łożysk, co przekłada się na zwiększenie okresu ich zdatności.

Analiza stanu dynamicznego wentylatora, zwykle poprzedzająca proces wyważania, powinna dać odpowiedź na pytanie o stopień zużycia łożysk oraz możliwość występowania w układzie zjawiska rezonansu. Jeżeli rezonans może wystąpić przy prędkości wirnika znacznie mniejszej od prędkości eksploatacyjnej, to zaznacza się on jedynie podczas rozbiegu i wirnik przez ten obszar częstotliwości przechodzi stosunkowo szybko. W takim przypadku wyznaczenie zakresu prędkości zabronionych jest proste, bowiem kształt przebiegu czasowego drgań oraz widmo uzyskane przy użyciu transformacji krótkoczasowych Fouriera lub Wignera wyznaczają ten obszar w sposób jednoznaczny. Jeśli prędkość eksploatacyjna wentylatora jest maksymalną prędkością dozwoloną, to gwałtowny wzrost poziomu drgań wirnika przy tej prędkości pozwala jedynie przypuszczać, że pojawia się rezonans w układzie. Występowanie innych zjawisk, jak na przykład drgań samowzbudnych, może wywołać identyczny efekt.

Badania drgań wirnika w obszarze rezonansu potwierdziły obserwacje Iwatsubo i Nakamury. Wymuszenie o częstotliwości równej połowie częstotliwości rezonansowej jest przyczyną dominacji w widmie drgań składowej ultraharmonicznej 2x. Stwierdzono, że sytuacja ta może zachodzić również, gdy w łożysku wirnika drgającego z częstotliwością zbliżoną do rezonansowej istnieje luz. Wówczas widmo drgań może zawierać również składowe o częstotliwości subharmonicznej 1/2x.

Wiadomo, że wielkość niewyważenia ma znaczący wpływ na charakter drgań wirnika i jest on zależny od częstotliwości obrotowej. W trakcie badań efektywności wyważania wirnika drgającego z częstotliwością rezonansową zauważono, że niewyważenie o charakterze momentowym może poprawić stan dynamiczny wirnika. Zasadniczo jednak obszar rezonansu jest zbiorem częstotliwości, przy którym proces wyważania wirnika nie powinien być przeprowadzany, bowiem jego efektywność nie jest zadowalająca. Z obliczeń uzyskuje się często sprzeczne lokalizacje i wartości mas korekcyjnych. Zamiast obniżenia poziomu drgań, wyważanie prowadzone w tych warunkach powoduje jego wzrost.

Podsumowując, metoda macierzy współczynników wpływu wykazuje wrażliwość na częstotliwość wyważania wirnika, zwłaszcza gdy jest ona bliska częstotliwości rezonansowej. W przedziale pomiędzy częstotliwościami rezonansowymi wyznaczone wartości i lokalizacje mas korekcyjnych różnią się nieznacznie, natomiast wyliczone dla obszarów rezonansowych mogą być błędne. Kierunek precesji wirnika nie wpływa negatywnie na efektywność jego wyważania. Lokalizacja masy korekcyjnej zmienia się ze zmianą prędkości obrotowej wirnika. Zauważono, że podczas drgań wirnika podpartego w łożyskach anizotropowych, gdy częstotliwości jego drgań własnych w płaszczyźnie poziomej i pionowej są różne, zmiana kąta położenia masy korekcyjnej jest większa przy wyższej częstotliwości drgań własnych, a wartości masy przy częstotliwości niższej.

Jeśli istnieje możliwość czasowej zmiany prędkości obrotowej wirnika pracującego normalnie w warunkach rezonansu, należy dla potrzeb wyważania wyprowadzić wirnik z zakresu prędkości zabronionych. Osiągnięty poziom redukcji drgań nie będzie jednak zachowany po powrocie do poprzedniej prędkości. W przypadku braku możliwości zmiany prędkości obrotowej wirnika skuteczną, zwłaszcza dla układów o małej masie, jest zmiana sztywności korpusu lub podatności posadowienia wentylatora. Zwiększenie sztywności wibroizolatorów skutkuje zmniejszeniem amplitudy przemieszczenia i prędkości drgań, gdy częstotliwość wymuszenia jest niższa od częstotliwości rezonansowej. W przeciwnym wypadku następuje wzrost wartości tych parametrów. Gdy w następstwie usztywnienia wyprowadza się układ ze strefy rezonansu, działanie takie daje pozytywny skutek. Zmiana sztywności podparcia wirnika winna być prowadzona na podstawie analizy charakterystyki rezonansowej obiektu tak, aby w jej wyniku nie pogorszyć stanu dynamicznego maszyny.

Jeżeli warunki eksploatacyjne maszyny wirnikowej są stałe, nie należy przeprowadzać wyważania wirnika przy częstotliwości obrotowej innej niż nominalna, jeżeli różni się ona znacznie od częstotliwości rezonansowej. Wypada jednak wspomnieć, że w trakcie badań osiągnięto bardzo dobrą efektywność wyważania przeprowadzonego przy prędkości obrotowej wirnika znacznie wyższej niż znamionowa.

Przedstawione rozważania i wnioski uzmysławiają złożoność problemów, jakie towarzyszą procesowi wyważania wirników wentylatorów promieniowych. Nie jest więc stwierdzeniem zdawkowym, że warto poświęcać uwagę zarówno analizie mechanizmu występujących wówczas zjawisk, jak też rozwijać techniki wyważania. Klasyczna metoda macierzy współczynników wpływu, wzbogacona przez autora o algorytm optymalizacji, stała się narzędziem bardzo skutecznym przy wyważaniu wirników w ramach działalności komercyjnej. Pozwala bowiem osiągnąć zamierzony cel zazwyczaj podczas jednego przebiegu. Dzięki tej metodzie można uniknąć błędów, jakie są popełniane podczas wyważania przy użyciu jednej lub dwu płaszczyzn korekcji, gdy sztywność wirnika wykazuje silne cechy anizotropowe. Jeżeli podczas wyważania, re-

dukcji drgań w jednej płaszczyźnie towarzyszy ich wzrost w płaszczyźnie prostopadłej, osiągnięcie stanu, który można by uznać za kompromis ze względu na poziom drgań, wymaga podejmowania wielu prób. Metoda opracowana i stosowana przez autora pozwala ograniczyć liczbę przebiegów, jakie należałoby przeprowadzić w celu osiągnięcia optymalnej dobroci wyważania. Nie jest ona jednak metodą uniwersalną. Zauważyć to można wyraźnie chociażby przy próbach wyważania wirnika w pobliżu jego częstotliwości rezonansowej. Wyzwaniem jest też modyfikacja metody umożliwiająca wyważanie przy zmiennej prędkości obrotowej wirnika.

LITERATURA

[1] Afolabi D., 1994. Sympletic geometry and vibrating systems with periodic coefficients. Journal of Sound and Vibration 177(5), 623-634.

[2] Afolabi D., 1995. Elimination of periodic coefficients from the equations of motion of asymmetric shafts in anisotropic bearings. Archive of Applied Mechanics 65, 415-424.

[3] Al-Hussain K.M., Redmond I., 2002. Dynamic response of two rotors connected by rigid mechanical coupling with parallel misaligment. Journal of Sound and Vibration 249(3), 483-498.

[4] Antoine J.P., Murenzi R., Vandergheynst P., Ali S.T., 2004. Two-Dimensional Wavelets and their Relatives. Cambridge University Press Cambridge.

[5] Antonino-Daviu J.A., Riera-Guasp M., Roger-Folch J., Molina M.P., 2006. Validation of a new method for the diagnosis of rotor bar failures via wavelet transform in industrial induction machines. IEEE Transactions on Industry Applications 42(4), 990-996.

[6] Bachschmid N., Pizzigoni B., Di Pasquantonio F., 1977. A method for investigating the dynamic behaviour of a turbomachinery shaft on a foundation. ASME Paper 77-DET-16.

[7] Baker J.G., 1939. Methods of rotor-unbalance determination. ASME Journal of Applied Mechanics 61, A1-A6.

[8] Bishop R.E.D., 1959. The vibration of rotating shafts. Journal of Mechanical Engineering Science 1(1), 50.

[9] Bishop R.E.D., Gladwell G.M.L., 1959. The vibration and balancing of an unbalanced flexible rotor. Journal of Mechanical Engineering Science 1(1), 66.

[10] Bishop R.E.D., Parkinson A.G., 1972. On the use of balancing machines for flexible rotors. ASME Transactions Journal of Engineering for Industry 94, 561-576.

[11] Black H.F., 1969. Parametrically excited lateral vibrations of an asymmetrically slender shaft in asymmetrically flexible bearings. Journal of Mechanical Engineering Science 11, 57-67.

[12] Black H.F., McTernan A.J., 1968. Vibration of a rotating asymmetric shaft supported in asymmetric bearings. Journal Mechanical Engineering Sciences 10(3), 252-261.

[13] Burrus C.S., Gopinath R.A., Guo H., 1998. Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms a Primer. Prentice-Hall Englewood Cliffs NJ.

[14] Chen W.J., 1998. A note on computational rotor dynamics. ASME Transactions Journal of Vibration and Acoustics 120, 228-233.

[15] Chen Y.D., 2003. Rotor orbit purification and its automatic identification. Journal of Wuhan University of Technology 27(6), 878-881.

[16] Chen Y.D., Du R., Qu L.S., 1995. Fault features of large rotating machinery and diagnostic using sensor fusion. Journal of Sound and Vibration 188(2), 227-242.

[17] Childs D.W., 1969. Simulation models for flexible spinning bodies. Simulation 6, 291-296.

[18] Childs D.W., 1972. A simulation model for flexible rotating equipment. ASME Transactions Journal of Engineering for Industry 2, 201-209.

[19] Childs D.W., 1982. Fractional-frequency rotor motion due to clearance effects. Transactions of the ASME Journal of Engineering for Power 104(3), 533-536.

[20] Childs D.W., 1982. Fractional-frequency rotor motion due to nonsymmetric clearance effects. Transactions of the ASME Journal of Engineering for Power 104(3), 536-541.
[21] Childs D.W., 1993. Turbomachinery Dynamics. John Wiley & Sons New York.
[22] Childs D.W., Graviss K., 1982. A note on critical-speed solutions for finite-element-based rotor models. ASME Transactions Journal of Mechanical Design 104, 412-416.
[23] Choi Y.S., Noah S.T., 1987. Nonlinear steady-state response of a rotor support system. Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design 109(1), 255-261.
[24] Choi Y.S., Noah S.T., 1988. Forced periodic vibraton of unsymmetric piecewiselinear systems. Journal of Sound and Vibration 121(1), 117-126.
[25] Chow T.W., Hai S., 2004. Induction Machine Fault Diagnostic Analysis with Wavelet Technique. IEEE Transaction on industrial electronics 51(3), 558-565.
[26] Choy F.K., Padovan J., 1987. Nonlinear transient analysis of rotor-casing rub events. Journal of Sound and Vibration 113, 529-545.
[27] Choy F.K., Padovan J., Li W.H., 1988. Rub in high-performance turbomachinery, modelling, solution methodology and signature analysis. Mechanical Systems and Signal Processing 2, 113-133.
[28] Choy F.K., Padovan J., Qian W., 1993. Effects of foundation excitation of multiple rub interactions in turbomachinery. Journal of Sound and Vibration 164, 349-363.
[29] Chu F., Lu W., 2005. Experimental observation of nonlinear vibrations in a rub-impact rotor system. Journal of Sound and Vibration 283, 621-643.
[30] Chu F., Lu W., 2007. Stiffening effect of the rotor during the rotor-to-stator rub in a rotating machine. Journal of Sound and Vibration 308, 758-766.
[31] Chu F., Zhang Z., 1997. Periodic, quasi-periodic and chaotic vibrations of a rub-impact rotor system supported on oil film bearings. International Journal of Engineering Science 5, 963-973.
[32] Chu F., Zhang Z., 1998. Bifurcation and chaos in a rub-impact Jeffcott rotor system. Journal of Sound and Vibration 210, 1-18.
[33] Chui C.K., 1992. An Introduction to Wavelets 1, Academic Press San Diego CA.
[34] Crandall S.H., 1987. Nonlinearities in rotor dynamics. Proceedings of the eleventh international conference on nonlinear oscillations Janos Bolyai Mathematical Society Budapest, 44-56.
[35] Darlow M.S., 1987. Balancing of high-speed machinery: theory, methods and experimental result. Mechanical Systems and Signal Processing 1(1), 105-134.
[36] Darlow M.S., 1989. Balancing of high-speed machinery. Springer-Verlag New York.
[37] Daubechies I., 1992. Ten Lectures on Wavelets in CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics 61. SIAM, Philadelphia PA, 159-160.
[38] Dewell D.L., Mitchell L.D., 1984. Detection of a misaligned disk coupling using spectrum analysis. Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design 106, 9-16.
[39] Diana G., Cheli F., Vania A., 1988. A method to identify the foundation modal parameters through measurements of the rotor vibrations. Paper C300/88, 4th International Conference on Vibrations in Rotating Machine, IMechE, Edinburgh, 217-222.

[40] Dimaragonas A.D., 1975. A general method for stability analysis of rotating shafts. Ingenieur-Archieve 44, 9-20.
[41] Du Q.H., Yang S.N., 2007. Application of the EMD method in the vibration analysis of ball bearings. Mechanical Systems and Signal Processing 21, 2634--2644.
[42] Dunkerley S., 1894. On the whirling and vibration of shafts. Philosophical Transactions on Royal Society of London A 185, 279-360.
[43] Dworski J., 1964. High speed rotor suspension formed by fully floating hydrodynamic radial and thrust bearings. Journal of Engineering for Power. Transactions ASME Series A 86, 149-160.
[44] Edwards S., Lees A.W., Friswell M.I., 1998. Fault diagnosis of rotating machinery. Shock and Vibration Digest 30, 4-13.
[45] Edwards S., Lees A.W., Friswell M.I., 1999. The influence of tosion on rotor-stator contact in rotating machinery. Journal of Sound and Vibration 225(4), 767--778.
[46] Edwards S., Lees A.W., Friswell M.I., 2000. Experimental identification of excitation and support parameters of a flexible rotor-bearing foundation system from a single run-down. Journal of Sound and Vibration 232, 963-992.
[47] Ehrich F.F., 1988. High-order subharmonic response of highspeed rotors in bearing clearance. Journal of Vibration Acoustics Stress and Reliability in Design – Transactions of the ASME 110, 9-16.
[48] Ehrich F.F., 1989. A state-of-the-art survey in rotordynamics-nonlinear and self-excited vibration phenomena. In Proceedings of the Second International Symposium on Transport Phenomena, Dynamics, and Design of Rotating Machinery, Part II Honolulu, 3-25.
[49] Ehrich F.F., 1992. Observations of subcritical superharmonic and chaotic response in rotor dynamics, ASME Journal of Vibration and Acoustics 114, 93-100.
[50] Ehrich F.F., O'Connor J.J., 1967. Stator whirl with rotors in bearing clearance. ASME Journal of Engineering for Industry, 381-390.
[51] Föppl A., 1895. Das problem der lavalschen turbinenwelle. Der Civilingenieur 41, 335-342.
[52] Friswell M.I., 1995. Mottershead J.E., Finite element model updating in structural dynamics. Kluwer Academic Publishers Dordrocht.
[53] Fukata S., Gad E.H., Kondou T., Ayabe T., Tamura H., 1985. On the radial vibrations of ball bearings (computer simulation). Bulletin of the JSME 28, 899-904.
[54] Ganesan R., 1996. Dynamic response and stability of a rotor-support system with non-symmetric bearing clearances. Mechanism and Machine Theory 6(31), 781--798.
[55] Ganesan R., 2000. Effects of bearing and shaft asymmetries on the instability of rotors operating at near-critical speeds. Mechanism and Machine Theory 35, 737--752.
[56] Gasch R., 1976. Vibration of large turbo-rotors in fluid-film bearings on an elastic foundation. Journal of Sound and Vibration 47, 53-73.
[57] Genta G., 1988. Whirling of unsymmetrical rotors: A finite element approach based on complex coordinates. Journal of Sound and Vibrations 124(1), 27-53.
[58] Genta G., 2005. Dynamics of Rotating Systems. Springer Science & Busines Media Inc., New York.

[59] Goldman P., Muszyńska A., 1994. Chaotic behaviour of rotor-stator systems with rubs. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. Transaction of the ASME 116, 701-992.
[60] Goldman P., Muszyńska A., 1994. Dynamic effects in mechanical structures with gaps and impacting order and chaos. Journal of Vibration and Acoustics – Transactions of the ASME 116, 541-547.
[61] Goodman T.P., 1964. A least-squares method of computing balance corrections. ASME Transactions Journal of Engineering for Industry 8, 273-277.
[62] Grobel L.P., 1953. Balancing turbine-generator rotors. General Electric Review 56(4), 22.
[63] Gryboś R., 1994. Dynamika maszyn wirnikowych. Wydawnictwo Naukowe PWN Warszawa.
[64] Gryboś R., 2009. Drgania maszyn, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej Gliwice.
[65] Gunter E.J., 1967. The influence of internal friction on the stability of high speed rotors. Journal of Engineering for Industry Transactions ASME Series B 89, 683-688.
[66] Gunter E.J., 1970. Influence of flexibly mounted rolling element bearing on rotor response Part I-linear analysis. Journal of Lubrication Technology Transactions ASME Series F 92, 59-75.
[67] Gunter E.J., Trumpler P.R., 1969. The influence of internal friction on the stability of high speed rotors with anisotropic supports. ASME Journal of Engineering for Industry 91, 1105-1113.
[68] Han D.J., 2007. Generalized modal balancing for non-isotropic rotor systems. Mechanical Systems and Signal Processing 21, 2137-2160.
[69] Hassan G.A., 1995. New approach for computer-aided static and dynamic balancing of rigid rotors. Journal of Sound and Vibration 179(5), 749-761.
[70] Huang N.E., Shen Z., Long S.R., 1999. A new view of non-linear water waves the Hilbert spectrum. Annual Review of Fluid Mechanics 31, 417–457.
[71] Huang N.E., Zheng S., Long S.R., Wu M.C., Shih H.H., Zheng Q.A., Yen N.C., Tung C.C., Liu H.H., 1998. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. Proceedings of the Royal Society of London A 454, 903-995.
[72] Hudson J.H., 1992. Lateral vibration created by torsional coupling of centrifugal compressor system driven by a current source drive for a variable speed induction motor. Proceedings of the 21st Turbomachinery Symposium, Texas A&M, 113--123.
[73] Isaksson J.L., 1994. On the dynamics of a rotor interacting with non-rotating parts. Licentiate's thesis, Linköping University Linköping.
[74] Ishida Y., Yasuda K., Murakami S., 1997. Nonstationary oscillation of a rotating shaft with nonlinear spring characteristics during acceleration through a major critical speed (a discussion by the asymptotic method and the complex-FFT method). Transactions of the ASME Journal of Vibration and Acoustics 119(1), 31-36.
[75] Iwatsubo T., Nakamura M, 1968. Balancing of flexible rotors with asymmetric shaft stiffness. Memoirs of the Faculty of Engineering Kobe University 15.
[76] Iwatsubo T., Tomita A., Kawai R., 1973. Vibrations of asymmetric rotors supported by asymmetric bearings. Ingenieur Archive 42, 416-432.
[77] Jawerth B., Sweldens W., 1994. An overview of wavelet based multiresolution analysis. SIAM Review 36(3), 377-412.

[78] Jeffcott H., 1919. The lateral vibration of loaded shafts in the neighbourhood of a whirling speed. Philosophical Magazine 6(37), 304-314.
[79] Kang Y., Chang Y.P., Tseng M.H., Tang P.H., Chang Y.F., 2000. A modified approach based on influence coefficiend method for balancing crang-shaft. Journal of Sound and Vibration 234(2), 277-296.
[80] Kang Y., Liu C.P., Sheen G., 1996. A modified influence coefficient method for balancing unsymmetrical rotor-bearing systems. Journal of Sound and Vibration 194(2), 199-218.
[81] Kang Y., Sheen G.J., Wang S.M., 1997. Development and modification of a unified balancing method for unsymmetrical rotor-bearing systems. Journal of Sound and Vibration 199(3), 349-368.
[82] Kang Y., Wang M.H., Chiang C.P., Wang C.C., 2003. An accuracy improvement for balancing crankshafts. Mechanism and Machine Theory 38, 1449-1467.
[83] Kärkkäinen A., Sopanen J., Mikkola A., 2007. Dynamic simulation of a flexible rotor during drop on retainer bearings. Journal of Sound and Vibration 306, 601--617.
[84] Karlberg M., Aidanpää J.O., 2003. Numerical investigation of an unbalanced rotor system with bearing clearance. Chaos, Solitons and Fractals 18, 653-664.
[85] Kerr W., 1916. On the whirling speeds of loaded shafts. Engineering, 150.
[86] Kim H., Melhem H., 2004. Damage detection of structures by wavelet analysis. Engineering Structures 26, 347-362.
[87] Kim S. K., Lee J. M., 1999. Analysis of the non-linear vibration charakteristics of a belt-driven system. Journal of Sound and Vibration 223(5), 723-740.
[88] Kimball A.L., 1925. Internal friction as a cause of shaft whirling. Philosophical Magazine 49, 724-727.
[89] Kirk R.G., Gunter E.J., 1972. The effect of support flexibility and damping on the synchronous response of a single-mass flexible rotor. ASME Journal of Engineering for Industries 94, 221-232.
[90] Krämer E., 1993. Dynamics of Rotors and Foundations. Springer-Verlag New York.
[91] Kumar A.S., Sankar T.S., 1984. A new transfer matrix method for response analysis of large dynamic systems. Computers and Structures 23, 545-552.
[92] Lalanne M., Ferraris G., 1998. Rotordynamics Prediction in Engineering. John Wiley & Sons New York.
[93] Lees A.W., 1988. The least squares method applied to identified rotor-foundation parameters. Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers-Vibrations in Rotating machinery paper C306/88, 209-216.
[94] Lees A.W., Edwards S., Friswell M.I., 2000. The estimation of foundation parameters and unbalance. Institution of Mechanical Engineers Conference – Vibrations in Rotating Machinery Nottingham, 31-41.
[95] Lees A.W., Friswell M.I., 1997. The evaluation of rotor unbalance in flexibly mounted machines. Journal of Sound and Vibration 208, 671-683.
[96] Lewis F.M., 1932. Vibration during acceleration through a critical speed. ASME Transactions Applied Mechanics APM-54-24, 253-261.
[97] Li S.M., 2004. Harmonic wavelet packets method and used on accurate obtaining the orbit of rotor sub-frequency signal. Chinese Journal of Mechanical Engineering 9, 133-137.

[98] Liao Y., Lang G., Wu F., Qu L., 2009. An improvement to holospectrum based field balancing method by reselection of balancing object. Journal of Vibration and Acoustics 131, 1101-1108.
[99] Liu S., 2007. A modified low-speed balancing method for flexible rotors based on holospectrum. Mechanical Systems and Signal Processing 21, 348-364.
[100] Liu S., Qu L., 2008. A new field balancing method of rotor systems based on holospectrum and genetic algorithm. Applied Soft Computing 8, 446-455.
[101] Lorenzen H., Niederman E.A., Wattinger W., 1991. Solid couplings with flexible intermediate shafts for high speed turbo compressor trains. Proceedings of the 18th Turbomachinery Symposium Dallas, USA, 101-110.
[102] Lund J.W., 1965. The stability of an elastic rotor in journal bearings with flexible, damped supports. Journal of Applied Mechanics, Transations ASME, Series E 87(32), 911-920.
[103] Lund J.W., 1974. Modal response of a flexible rotor in fluid film bearings. ASME Transactions Journal of Engineering for Industry 96, 525-553.
[104] Lund J.W., 1974. Stability and damped critical speeds of a flexible rotor in fluid-film bearings. ASME Transactions Journal of Engineering for Industry 96, 509--517.
[105] Lund J.W., Orcutt F.K., 1967. Calculations and experiments on the unbalance response of a flexible rotor. ASME Transactions Journal of Engineering for Industry 89, 785-796.
[106] Lund J.W., Sternlicht B., 1962. Rotor-bearing dynamics with emphasis on attenuation. Journal of Basic Engineering. Transactions ASME Series D 84, 491-502.
[107] Lund J.W., Tonneson J., 1972. Analysis and experiments on multiplane balancing of a flexible rotor. ASME Journal of Engineering for Industry 94, 233-242.
[108] Łączkowski R., 1979. Wyważanie elementów wirujących, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne Warszawa.
[109] Markert R., Wegener G., 1995. Dynamik von elastischen Rotoren in Fanglagern. Schwingungen in Rotierenden Maschinen III, Vieweg, Braunschweig.
[110] Meacham W.L., Talbert P.B., Nelson H.D., Cooperrider N.K., 1988. Complex modal balancing of flexible rotors including residual bow. Journal of Propulsion 4, 245-251.
[111] Meldau E., 1951. Die Bewegung der Achse von walzlagern bei geringen Drehzahlen. Werkstatt und Betrieb 7, 308-313.
[112] Mevel B., Guyader J.L., 1993. Routes to chaos in ball bearings. Journal of Sound and Vibration 162, 471-487.
[113] Mohiuddin M.A., Khulief A.Y., 1999. Coupled bending torsional vibration of rotors using finite element. Journal of Sound and Vibration 223(2), 297-316.
[114] Morlet J., 1983. Sampling theory and wave propagation. Acoustic Signal-Image Processing and Recognition 1, Springer New York, 233-261.
[115] Mote C.D., Wu W.Z., 1985. Vibration coupling in continuous belt and band systems. Journal of Sound and Vibration 102, 1-9.
[116] Muszyńska A., 2005. Rotordynamics. John Wiley & Sons Inc.
[117] Nelson H.D., 1980. A finite rotating shaft element using Timoshenko beam theory. ASME Transactions Journal of Mechanical Design 102, 793-803.
[118] Nelson H.D., Chen W.J., 1993. Undamped critical speeds of rotor systems using assumed modes. ASME Transactions Journal of Vibration and Acoustics 115, 367-369.

[119] Nelson H.D., McVaugh J.M., 1976. The dynamics of rotor-bearing systems using finite flements. ASME Transactions Journal of Engineering for Industry 5, 593-600.
[120] Newkirk B.L., Taylor H.D., 1925. Shaft whirling due to oil action in journal bearings. General Electric Review 28(8), 559-568.
[121] Oncescu F., Lakis A., Ostiguy G., 2001. Investigation of the stability and steady state response of asymmetric rotors using finite element formulation. Journal of Sound and Vibration 245(2), 303-328.
[122] Parkinson A.G., 1965. On the balancing of shafts with axial asymmetry. Proceedings Royal Society of London Series A 259, 1095-1098.
[123] Parkinson A.G., 1991. Balancing of rotating machinery. Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers Part C – Journal of Mechanical Engineering Science 205, 53-66.
[124] Pawlak M., 2008. Zastosowanie funkcji okien czasowych w diagnostyce wirników silników indukcyjnych. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej 61(28), 520-527.
[125] Peng Z., Chu F., He Y., 2002. Vibration signal analysis and feature extraction based on reassigneg wavelet scalogram. Journal of Sound and Vibration 253(5), 1087-1100.
[126] Peng Z., He Y., Chen Z., Chu F., 2002. Identification of the shaft orbit for rotating machines using wavelet modulus maxima. Mechanical Systems and Signal Processing 16(4), 623-635.
[127] Perret H., 1950. Elastiche Spielschwingungen Konstant Belaster Walzlger. Werkstatt und Betrieb 3, 354-358.
[128] Pilkey W.D., Bailey J.T., 1979. Constrainted balancing techniques for flexible rotors. ASME Transactions Journal of Mechanical Design 101, 304-308.
[129] Pilkey W.D., Bailey J.T., Smith P.D., 1983. A computational technique for optimizing correction weights and axial location of balance planes of rotating shafts. ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design 105, 90--93.
[130] Prabhu B.S., 1997. An experimental investigation on the misalignment effects in journal bearings. STLE Tribology Transactions 40, 235-242.
[131] Prandtl L., 1918. Beitrage zur Frage der Kritischen Drehzahlen. Dinglers Polytechnisches Journal 333, 179-182.
[132] Prohl M.A., 1945. A general method for calculating the critical speeds of flexible rotors. Journal of Applied Mechanics 12(3), 142-148,
[133] Qu L., Chen Y., Liu X., 1989. A new approach to computer aided vibration surveillance of rotating machinery. International Journal of Computer Applications in Technology 2, 108-117.
[134] Qu L., Liu X., Peyronne G., Chen Y., 1989. The holospectrum: A new method for rotor surveillance and diagnostic. Mechanical Systems and Signal Processing 3(3), 255-267.
[135] Rankine W., 1869. On the centrifugal force of rotating shafts. Engineer 27, 249.
[136] Rosenberg R.M., 1958. On the dynamical behavior of rotating shafts driven by universal (Hooke) coupling. Journal of Applied Mechanics 25, 47-51.
[137] Ruhl R.L., Booker, J.F., 1972. A finite element model for distributed parameter turborotor systems. Transactions of ASME Journal of Engineering for Industry 2, 126-132.

[138] Saigo M., Okada Y., Ono K., 1997. Self-excited vibration caused by internal friction in universal joints and its stabilizing method. Journal of Vibration and Acoustics 119, 221-229.
[139] Saito S., 1985. Calculation of nonlinear unbalance response of horizontal Jeffcott rotors supported by ball bearings with radial clearances. Transactions of ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design 107, 416-420.
[140] Saito S., Azuma T., 1983. Balancing of flexible rotors by the complex modal method. ASME Transactions Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design 105, 94-100.
[141] Šarenac M., 1999. Stiffness of machine tool spindle as a main factor for treatment accuracy. Mechanical Engineering University of Niš Facta Universitatis 1(6), 665-674.
[142] Sekhar A.S., Prabhu B.S., 1995. Effects of coupling misalignment on vibrations of rotating machinery. Journal of Sound and Vibration 185, 655-671.
[143] Sheu P.P., Chieng W.H., Lee A.C., 1996. Modeling and analysis of the intermediate shaft between two universal joints. Journal of Vibrations and Acoustics 118, 88-99.
[144] Shi D.F., Qu L.S., Bao M., 2001. Instantaneous purified orbit : a new tool for analysis non-stationary vibration of rotor system. International Journal of Rotating Machinery 7, 105-115.
[145] Shi D.F., Wang W.J., Unsworth P.J., Qu L.S., 2005. Purificationand feature extraction of shaft orbits for diagnosing large rotating machinery. Journal of Soundand Vibration 279, 581-600.
[146] Shiau T.N., Hwang J.L., 1989. A new approach to the dynamic characteristic of undamped rotor-bearing systems. ASME Transactions Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design 111, 379-385.
[147] Simon G., 1992. Prediction of vibration of large turbo-machinery on elastic foundation due to unbalance and coupling misalignment. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 206, 29-39.
[148] Simpson A., 1973. Transverse modes and frequencies of beams translating between fixed end supports. Journal of Mechanical Engineering Science 15, 159-164.
[149] Smart M.G., 1998. Identification of flexible turbogenerator foundations. Ph. D. thesis, University of Vales Swansea U.K.
[150] Smart M.G., Friswell M.I., Lees A.W., 2000. Estimating turbogenerator foundation parameters-model selection and regularisation. Proceedings of the Royal Society A 456, 1583-1607.
[151] Smith D.M., 1933. The motion of a rotor carried by a flexible shaft in flexible bearings. Proceedings of the Royal Society of London Ser. A 142, 92-118.
[152] Stodola A., 1924. Dampf- und Gas-Turbinen, Springer Verlag Berlin.
[153] Strang G., Nguyen T., 1996. Wavelet and Filters Bank. Welsley-Cambridge Cambridge.
[154] Subbiah R., Rieger N.F., 1988. On the transient analysis of rotor-bearing systems. ASME Transactions Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design 110, 515-520.
[155] Sundararajan P., Noah S.T., 1997. Dynamics of forced nonlinear systems using shooting/arc-length continuation method-application to rotor systems. Transactions of the ASME Journal of Vibration and Acoustics 119, 9-20.

[156] Sunnersjo C.S., 1978. Varying compliance vibrations of rolling bearings. Journal of Sound and Vibration 58, 363-373.
[157] Tadeo A.T., Cavalca K.L., 2003. A Comparison of flexible coupling models for updating in rotating machinery response. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences & Engineering XXV(3), 235-246.
[158] Tee T. K., Stanway R., Mottershead J.G., Lees A.W., 1988. Identification of turbomachinery foundations from run-down records – a preliminary experimental study. Paper C270/88, 4th International Conference on Vibrations in Rotating Machinery IMechE Edinburgh, 201-207.
[159] Tessarzik J.M., Badgley R.H., Anderson W.J., 1972. Flexible rotor balancing by the exact point-speed influence coefficient method. ASME Journal of Engineering for Industry (Feb), 148-158.
[160] Tessarzik J.M., Badgley R.H., Fleming D.P., 1976. Experimental evaluation of multiplane-multispeed rotor balancing through multiple critical speeds. ASME Journal of Engineering for Industry (Aug), 988-998.
[161] Thearle E.L., 1934. Dynamic balancing of rotating machinery in the field. ASME Journal of Applied Mechanics 56, 745-753.
[162] Tiwari M., Gupta K., Prakash O., 2000. Dynamic response of an unbalanced rotor suppported on ball bearings. Journal of Sound and Vibration 238(5), 757-779.
[163] Tiwari M., Gupta K., Prakash O., 2000. Effect of radial internal clearance of a ball bearing on the dynamics of a balanced horizontal rotor. Journal of Sound and Vibration 238(5), 2000, 723-756.
[164] Tse P.W., Yang W.X., Tam H.Y., 2004. Machine fault diagnosis through an effective exact wavelet analysis. Journal of Sound and Vibration 277, 1005-1024.
[165] Vance J.M., Murphy B.T., Tripp H.A., 1987. Critical speeds of turbomachinery: computer predictions vs. experimental measurements. Part II. Effect of tilt-pad bearing and foundation dynamics. ASME Journal of Vibration Acoustics, Stress, Reliability in Design 109, 8-14.
[166] Walczyk Z., Kiciński J., 2001. Dynamika turbozespołów energetycznych. Wybrane zagadnienia drgań prostych i sprzężonych, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej.
[167] Wang K.W., Mote C.D., 1986. Vibration coupling analysis of band/wheel mechanical systems. Journal of Sound and Vibration 109, 237-258.
[168] Wang W.J., McFadden P.D., 1996. Application of wavelets to gearbox vibration signals for fault detection. Journal of Sound and Vibration 192, 927-939.
[169] Wang X., 2007. SQP algorithms in balancing rotating machinery. Mechanical Systems and Signal Processing 21, 1469-1478.
[170] Wang Z., 1981. Calculation methods for the vibration of a long rotor with many bearings on a flexible foundation. Ph. D. Dissertation, Technical University of Denmark, Copenhagen.
[171] Wilk A., Madej H., Łazarz B., 2002. Metody wczesnego wykrywania uszkodzeń w przekładniach zębatych. Przegląd Mechaniczny 3, 14-18.
[172] Wowk V., 1995. Machinery Vibration: Balancing. McGraw-Hill New York.
[173] Wu F.J., Qu L.S., 2008. An improved method for restraining the end effect in empirical mode decomposition and its applications to the fault diagnosis of large rotating machinery. Journal of Soundand Vibration 314, 586-602.

[174] Wu J.D., Chiang P.H., 2009. Application of Wigner–Ville distribution and probability neural network for scooter engine fault diagnosis. Expert Systems with Applications 36, 2187-2199.
[175] Wylie C.R., Barrett L.C., 1982. Advanced Engineering Mathematics. McGraw--Hill New York.
[176] Xu M., Maragoni R.D., 1994. Vibration analysis of a motor-flexible coupling-rotor system subject to misalignment and unbalance. Part I. Theoretical model analysis. Journal of Sound and Vibration 176, 663-679.
[177] Xu M., Maragoni R.D., 1994. Vibration analysis of a motor-flexible coupling-rotor system subject to misalignment and unbalance. Part II. Experimental validation. Journal of Sound and Vibration 176, 681-691.
[178] Yamamoto T., 1955. On the vibration of a shaft supported by bearings having radial clearances. Transactions of the JSME 21, 182-192.
[179] Yang W.X., 2007. A natural way for improving the accuracy of the continuous wavelet transforms. Journal of Sound and Vibration 306, 928-939.
[180] Zachwieja J., 2002. Drgania walca prowadzącego krajarki papieru KL63. Zeszyty Naukowe, Mechanika 52, 145-153.
[181] Zachwieja J., 2002. Efekt żyroskopowy w dynamice walców maszyny papierniczej. Zeszyty Naukowe, Mechanika 53, 311-323.
[182] Zachwieja J., 2003. Diagnostyka wentylatorów dwustrumieniowych. Diagnostyka 29, 35-40.
[183] Zachwieja J., 2004. Analysis of dynamics of Stodola-Green rotor in flexible bearing. Developments in Machinery Design and Control 3, 95-106.
[184] Zachwieja J., 2004. Dynamics balancing of rotor in backward precession conditions, Seminarium Postępy w konstrukcji i sterowaniu Mala Lucivna, 75-76.
[185] Zachwieja J., 2005. Analiza dynamiki wirnika pionowego wirówki ACWW1000 w aspekcie diagnozowania. Diagnostyka 33, 301-306.
[186] Zachwieja J., 2005. Diagnozowanie wirnika wentylatora poziomego o małej sztywności posadowienia. Diagnostyka 35, 63-70.
[187] Zachwieja J., 2005. Kompensacja odkształceń termicznych i tłumienie drgań rurociągów przemysłowych. Hydraulika i Pneumatyka 6, 23-27.
[188] Zachwieja J., 2005. Numerical dynamics analysis of horizontal rotor with anisotropic support, Seminarium Postępy w konstrukcji i sterowaniu Muszyna, 106.
[189] Zachwieja J., 2006. Numerical analysis of the dryer felt shaft dynamics of a paper-making machine, XXII Sympozjum – Vibrations in Physical Systems Będlewo, 395-401.
[190] Zachwieja J., 2007. Numerical modelling of vibrations of machine foundations with percussive characteristics of work. Developments in Machinery Design and Control 5, 83-96.
[191] Zachwieja J., 2007. Precesja przeciwbieżna podczas ruchu wirnika poziomego. Zagadnienia Mechaniki Stosowanej 1, 139-148.
[192] Zachwieja J., 2007. The role of vibroisolators in damping an radial fan's vibrations. Diagnostyka 44, 113-118.
[193] Zachwieja J., 2008. Rotor balancing of centrifugal fan in rumble conditions, Applied Mechanics Scientific Session Bydgoszcz, 55.
[194] Zachwieja J., 2010. Analiza dynamiki wentylatora promieniowego w warunkach niewspółosiowości wałów wirnika i silnika. Diagnostyka 1(53), 61-70.

[195] Zachwieja J., 2010. Wyważanie wirnika sztywnego z luzem między łożyskiem i obudową. Modelowanie Inżynierskie 9(40), 265-272.
[197] Zachwieja J., Gawda M., 2006. Diagnozowanie własności dynamicznych układu rurociąg-pompa pod kątem możliwości tłumienia drgań. Diagnostyka 40, 27-31.
[196] Zachwieja J., Gawda M., 2008. Numerical analysis of air flow in blade passages of centrifugal fan's rotor. Developments in Machinery Design and Control. Nowogród, 129.
[198] Zachwieja J., Gołębiowska I., 2008. Damping of structures free vibrations based on the example of steel structure of separator's foundation. Developments in Machinery Design and Control Nowogród, 131.
[199] Zachwieja J., Jarzyna T., 2007. Diagnozowanie wentylatora promieniowego w warunkach zmian wartości ciśnienia przepływu gazu. Diagnostyka 43, 119--124.
[200] Zachwieja J., Ligier K., 2005. Numerical analysis of vertical rotor dynamics of ACWW1000 centrifuge. Journal of Theoretical and Applied Mechanics 43(2), 257-275.
[201] Zachwieja J., Peszyński K., 2007. Experimental test of flow parameters influence on ventilators system vibrations. International Conference Experimental Fluid Mechanics Liberec, 166-173.
[202] Zachwieja J., Peszyński K., 2008. Vibroisolators application for damping vibtations in industrial fans. National Conference with International Participations – Engineering Mechanics Svratka, 276-277.
[203] Zhang S.Q., Wei C.X., Deng Z.P., 2003. The symptom extraction of axis orbit in fault diagnosis of hydropower generating units. Journal of Huazhong University of Science and Technology 31(4), 51-53.
[204] Zhang Y.S., Liang J.W., Hu J.X., 2003. The processing of end effects in EMD method by autoregressive model. Progresses in Nature Science 13, 1054-1059.
[205] Zhou S., Shi, J., 2001. The analytical unbalance response of Jeffcott rotor during acceleration. ASME Transactions Journal of Manufacturing Science and Engineering 123, 299-302.
[206] Zieliński T.P., 2009. Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Od teorii do zastosowań. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności Warszawa.
[207] Zorzi E.S., Nelson H.D., 1977. Finite element simulation of rotor-bearing systems with internal damping. ASME Journal of Engineering for Power 1, 71-76.
[208] Zou J., Chen J., 2004. A comparative study on time–frequency feature of cracked rotor by Wigner–Ville distribution and wavelet transform. Journal of Sound and Vibration 276, 1-11.

WYWAŻANIE WIRNIKA WENTYLATORA PROMIENIOWEGO W RÓŻNYCH STANACH DYNAMICZNYCH

Streszczenie

Wentylatory należą do tej samej grupy maszyn przepływowych co turbiny energetyczne i pompy. Typy wentylatorów nie różnią się znacznie pod względem konstrukcyjnym, a ich budowa jest stosunkowo prosta, jednak własności dynamiczne poszczególnych maszyn mogą być diametralnie inne. Z tego względu wyważanie wirników wentylatorów promieniowych w łożyskach własnych jest czynnością skomplikowaną.

Wirnik składa się z wału, kilku tarcz oraz podparcia w postaci łożysk. Ograniczając rozważania do wirnika wentylatora promieniowego, można uznać, że wał jest sztywny, a tarcza tylko jedna. Łożyska, w których obraca się wał, mają najczęściej elementy toczne, choć bardzo duże wirniki wentylatorów przemysłowych mogą być łożyskowane ślizgowo.

Wirnika wentylatora promieniowego nie należy traktować jako członu izolowanego, skoro poprzez element podatny – sprzęgło – jest zespolony z wałem silnika. Niewspółosiowość wałów oraz sztywność sprzęgła wywiera wpływ na stan dynamiczny wirnika. Dowiedziono jednak, że nieduży błąd względnego położenia osi wałów wirnika i silnika pozwala na uzyskanie zadowalającej dobroci wyważania. Granice dopuszczalnego błędu niewspółosiowości w układzie można określić dla konkretnej maszyny przepływowej, znając sztywność sprzęgła oraz prędkość obrotową.

Kolejnym ważnym czynnikiem decydującym o wielkości i charakterze drgań wirnika są luzy w łożyskach oraz prawidłowe pasowania pomiędzy łożyskiem a czopem wału, a także obudową. Ocieranie tarczy o kierownicę lub ścianę komory spiralnej również nie pozostaje bez znaczenia dla poprawnej pracy wirnika. Anizotropowość sztywności korpusu wentylatora, na którym spoczywają obudowy łożysk, wyznacza częstotliwości rezonansowe oraz obszary występowania precesji współ- i przeciwbieżnej tarczy. Cykliczny jej kontakt z elementami stałymi wentylatora jest wymuszeniem zmieniającym charakter drgań, powodującym chwilowy wzrost sztywności układu. Luz w łożysku oraz ocieranie tarczy o obudowę nie stanowią przeszkody dla przebiegu wyważania.

Wymienione czynniki (występując pojedynczo lub łącznie) wpływają na stan dynamiczny wirnika wentylatora w trakcie eksploatacji oraz wyważania w łożyskach własnych. Wiedza dotycząca symptomów diagnostycznych rozmaitych czynników kształtujących charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową drgań jest niezbędna do określenia prawidłowego podejścia do procesu wyważania. Jej źródłem pozostaje nadal analiza sygnału oparta na transformacji Fouriera oraz Hilberta-Huanga.

Wyważanie wirnika sztywnego na podstawie macierzowego określenia wpływu znanego wymuszenia na odpowiedź układu w dowolnie wybranym punkcie pomiarowym jest sposobem znanym od szeregu lat. Z racji uwarunkowań czysto matematycznych metoda ta jest obecnie stosowana przy wykorzystywaniu jednej lub dwóch płaszczyzn korekcji dla jednego lub dwóch kierunków pomiarowych. Zakłada się przy tym, że występuje izotropia sztywności układu. Warunek ten nie jest jednak nigdy spełniony, dlatego uzyskiwane zmniejszenie w kolejnych przebiegach amplitud drgań w kierunkach innych niż obrane odbiega od oczekiwanego rezultatu. Przeprowadzone badania wykazały, że taki stan może zaistnieć oraz określono warunki jego wystąpienia. Udowodniono również, że bliska rezonansowej częstotliwość obrotowa wirnika utrudnia

poprawny przebieg wyważania. Zaobserwowano jednak sytuację, gdy drgania rezonansowe korzystnie wpływały na przebieg procesu wyważania. Wówczas niewyważenie miało czysto momentowy charakter. Przypadek ten w praktyce występuje niezmiernie rzadko. W warunkach rezonansu wzrost luzu w łożysku powoduje zmniejszenie poziomu jego wibracji. Wniosek taki oparty na wynikach eksperymentów potwierdza rezultaty uzyskane wcześniej przez innych badaczy.

Opisany algorytm optymalizacji wyważania dla wielu kierunków pomiaru jest narzędziem pozwalającym na znaczne zwiększenie efektywności procesu wyważania wirników wentylatorów promieniowych i nie tylko. Jedynie ilość płaszczyzn korekcji jest w tym przypadku przeszkodą w osiągnięciu żądanej dobroci w każdym wyznaczonym punkcie pomiarowym. W odniesieniu do obecnie stosowanej metody wykazano zależność efektywności wyważania od lokalizacji masy próbnej.

Przedstawione wyniki badań stanowią również weryfikację kilku nowych metod. Najbardziej obiecującą wydawał się sposób nazywany 3D holospectrum. W zastosowaniu do wirnika sztywnego jego algorytm obliczeniowy bazuje na wektorze *IPV* (wektor początku fazy), wyznaczanym na podstawie pomiaru parametrów drgań w dwóch prostopadłych kierunkach tej samej płaszczyzny lub wektorze IPV_{+}, reprezentującym składową precesji współbieżnej wirnika. Rezultaty przeprowadzonych doświadczeń uwidoczniły możliwość wystąpienia błędów na tyle istotnych, że podważają one sens stosowania tej metody do wyważania wirników sztywnych.

Szeroki przegląd literatury przeprowadzony pod kątem wyszukania pozycji traktujących o wyważaniu wirników w łożyskach własnych przy oddziaływaniu czynników uwzględnionych w pracy dał wynik negatywny. Wieloletnia praktyka autora zdobyta podczas wyważania wirników różnych maszyn, w tym wentylatorów przemysłowych, pozwala twierdzić, że przedstawione w pracy problemy są bardzo ważne i godne zarówno wszechstronnej analizy doświadczalnej, jak i dociekań teoretycznych.

BALANCING CENTRIFUGAL FAN ROTOR IN DIFFERENT DYNAMIC STATES

Summary

Fans belong to the same group of turbo-machines as power generation turbines and pumps. Although individual types of fans do not differ significantly in terms of design and their construction is relatively simple, the dynamic properties of such machines can be completely different. Therefore, field balancing of centrifugal fan rotors is a complicated operation.

A rotor has been defined as a subassembly consisting of a shaft, generally a few discs and a support in the form of bearings. Limiting our discussion to centrifugal fan rotors, we can say that the shaft is rigid and that there is only one disc. The bearings in which the shaft is rotating most often contain rolling elements, albeit very large rotors of industrial fans can also feature slide bearing.

A centrifugal fan rotor must not be treated as an isolated part, as it is connected with the motor shaft by means of a flexible element – a coupling. Misalignment of shafts and the coupling rigidity influence the dynamic state of the rotor. However, it was proven that a small error in the relative position of the rotor and motor shafts axis allows a satisfactory balancing quality factor to be achieved. Knowing the coupling rigidity and the rotational speed, the limits of maximum misalignment error can be specified for a given turbo-machine.

The next important factor which determines the magnitude and character of the rotor vibration is bearings clearance and a correct fit between the bearing and the shaft journal and also the housing. Disc rubbing against a stator or a spiral chamber wall also influences the correct rotor operation. The resonance frequencies and the areas with disc forward and backward precession are determined by the stiffness anisotropy of the fan body on which the bearing housings rest. Cyclic contact of the disc with fixed fan parts is a forced condition which changes the character of vibrations and causes a momentary increase in the systems stiffness. Bearing clearance or disc rubbing against the housing are not obstacles to the balancing process.

The above-mentioned factors, one or a few at a time, have an impact on the dynamic state of the fan rotor during operation and the rotor field balancing. Correct approach to the balancing process requires knowledge about the occurrence of diagnostic symptoms of various factors that determine the amplitude-frequency vibration characteristics. The source of such knowledge is still the signal analysis based on the Fourier and Hilbert-Huang transforms.

Balancing the rigid rotor on the basis of matrix determination of influence of a known forced condition on the system response at any measurement point has been known for many years. For purely mathematical reasons, this method is now applied using one or two correction planes for one or two measurement directions. It is also assumed that the system stiffness is isotropic. Generally, this condition is never met, hence the actual successive vibration amplitude reductions in directions other than selected are different than expected. The studies proved that such a state can occur, and its occurrence conditions were determined. It was also shown that the near-resonance rotor frequency hinders a correct balancing process. A situation was observed, however, where the resonance vibration had a favourable influence on the balancing process. The unbalance had a purely couple unbalance character in that case. In reality, such a case

occurs very rarely. Under resonance conditions, an increase in the bearing clearance reduces its vibration level. This conclusion, based on the results of experiments, confirms the results obtained earlier by other researchers.

The described balancing optimization algorithm for many measurement directions is a tool which allows a significant improvement of the balancing effectiveness, not only for the centrifugal fan rotors. The only obstacle to achieve the required quality factor at each specified measurement point is the number of correction planes. In relation to the currently used method, a relationship was proven between the balancing effectiveness and the test mass location.

The presented results also verify a few new methods. The most promising seemed to be the one called a 3D-holospectrum. In the case of a rigid rotor, its calculation algorithm is based on the IPV (initial phase vector) determined on the basis of the measurement of vibration parameters in two perpendicular directions of the same plane, or the IPV_+ which represents a component of the rotor's forward precession. The experiment results showed that there is a possibility of error occurrence which can be so significant that they question the applicability of this method to the rigid rotor balancing.

An extensive review of the literature in search for titles on rotor field balancing under conditions which were taken into account in this paper did not produce results. Based on many years of the author's experience in balancing the rotors of various machines, including industrial fans, it can be said that the problems raised in the paper are very important and worth of both a comprehensive experimental research and theoretical investigations.