Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich w Bydgoszczy

RADA NAUKOWA DYSCYPLINY INŻYNIERIA MECHANICZNA

ROZPRAWA DOKTORSKA

mgr inż. Mirosław Wolski

ANALIZA WPŁYWU CECH KONSTRUKCYJNYCH ZASTAWY PODATNEJ NA EFEKTYWNOŚĆ PROCESU SORTOWANIA

Analysis of structure features influence of flexible fence on the sorting process efficiency

DZIEDZINA: NAUKI INŻYNIERYJNO-TECHNICZNE
DYSCYPLINA: INŻYNIERIA MECHANICZNA

PROMOTOR/PROMOTORZY PRACY

PROF. DR HAB. INŻ. TOMASZ PIĄTKOWSKI
KATEDRA MECHANIKI I METOD KOMPUTEROWYCH
WYDZIAŁ INŻYNIERII MECHANICZNEJ
UNIWERSYTET TECHNOLOGICZNO-PRZYRODNICZY IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH W BYDGOSZCZY

Bydgoszcz, 2021

SPIS TREŚCI

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH SYMBOLII I SKRÓTÓW

$[\chi_w, \gamma_w]$ – wektor przesunięcia tej powierzchni zastawy, która wchodzi w kontakt z obiektem względem jej osi obrotu, tzw. wykorbienie,

A – pole powierzchni przekroju poprzecznego zastawy lub belki,

a_1 – maksymalne przyspieszenie sortowanego obiektu,

a_{1x}, a_{1y} – przyspieszenie środka masy obiektu kolejno w osi podłużnej x przenośnika, w kierunku poprzecznym y przenośnika,

D_s – odległość krawędzi paczki od płaszczyzny roboczej niewychylonej zastawy w kierunku prostopadłym do kierunku transportowania przenośnika,

E – moduł Younga,

e – liczba Eulera, podstawa logarytmu naturalnego,

F_{Tx}, F_{Ty} – siła tarcia kinetycznego pomiędzy paczką i taśmą, kolejno w osi x i y,

g – przyspieszenie ziemskie,

I_z – moment bezwładności przekroju dla zginania, obliczany względem osi obojętnej przekroju,

k_l, k_b – kolejno, sztywność lokalna kontaktu pomiędzy belką wspornikową i uderzającym obiektem oraz sztywność konstrukcji belki,

k_{sprz} – współczynnik sprężystości skrętnej podatnego zespołu napędowego lub współczynnik sprężystości skrętnej elementu podatnego obecnego w sztywnym zespole napędowym,

m_1 – masa sortowanego obiektu,

m_b – masa belki,

M_T – moment tarcia kinetycznego względem środka masy, pomiędzy paczką i taśmą, kolejno w osi x i y,

P_D – siła reakcji wywierana na obiekt przez belkę podczas zderzenia,

R_s – położenie czoła ładunku w chwili zadziałania zastawy,

R_z – długość całkowita zastawy lub belki wspornikowej,

t_1 – czas od początku ruchu zastawy do maksymalnego jej wychylenia, tzw. cykl roboczy zastawy,

V_1 – prędkość sortowanego obiektu przed zderzeniem z zastawą, jak również prędkość zderzenia obiektu z belką wspornikową,

v_{1x}, v_{1y} – prędkość środka masy obiektu kolejno w osi podłużnej x przenośnika, w kierunku poprzecznym y przenośnika,

v_t – prędkość unoszenia ładunków jednostkowych przez przenośnik sortujący,

W_t – wydajność techniczna procesu sortowania,

W_z – wskaźnik wytrzymałości na zginanie obliczany względem osi obojętnej przekroju,

x_{MSC}, y_{MSC} – współrzędne środka masy sortowanego obiektu względem układu współrzędnych yx o początu w osi obrotu zastawy.

y_b, v_b, a_b – ugięcie, prędkość i przyspieszenie belki w punkcie uderzenia w belkę,

α_{MAX} – kąt maksymalnego wychylenia zastawy w ruchu roboczym,

γ_z – ugięcie zastawy na swobodnym końcu,

δ – zbliżenie ciał tj. penetracja ciał w punkcie kontaktu,

Δc – odległość pomiędzy czołami obiektów transportowanych na przenośniku,

ε_{max} – odkształcenie względne ε na zarysie zewnętrznym przekroju tzn. najbardziej odległym od osi obojętnej przekroju dla zginania

θ – kąt jaki tworzy zastawy z osią x układu xy w miejscu kontaktu z paczką,

θ_Z – kąt jaki tworzy swobodny koniec zastawy z osią x układu xy,

Λ – stosunek masy zastawy do masy sortowanego obiektu,

μ_s, μ_k – kolejno współczynnik tarcia statycznego i kinetycznego pomiędzy sortowanym obietem i taśmą przenośnika oraz sortowanym obiektem i ześlizgiem,

μ_Z – współczynnik tarcia kinetycznego pomiędzy zastawą i sortowanym obiektem,

ν – liczba Poissona,

ρ – gęstość materiału,

χ_k – współrzędna punktu uderzenia w zastawę w układzie χy,

χ_{sztyw} – długość członu sztywnego zastawy,

ω_1 – prędkość kątowa sortowanego obiektu.

1. WPROWADZENIE

Handel internetowy zyskuje coraz większa popularność, w związku z tym wciąż realizowane są nowe inwestycje w coraz bardziej zawansowane automatyczne systemy sortujące przesyłki transportowe, tzw. paczki lub ładunki jednostkowe [29]. Paczka, docierając do węzła rozdzielczego poczty lub firm kurierskich, pokonuje drogę od przestrzeni skanowania przenośnikami agregującymi i zasilającymi do sortera, gdzie za pomocą urządzenia rozdzielczego trafia do odpowiedniego ześlizgu lub przenośnika odbiorczego, który zgodnie z miejscem przeznaczenia stanowi początek drogi dalszego transportowania [12].

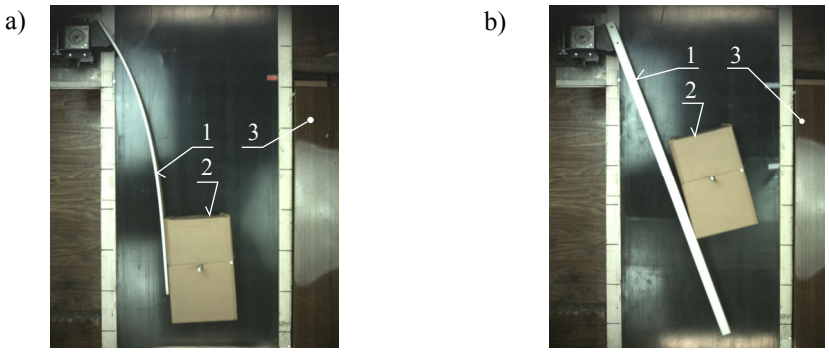
Urządzenie rozdzielcze jest najważniejszym elementem sortera. Rozwiązanie techniczne tego urządzenia oraz nazwa systemu wynika z zasady działania jego elementów wykonawczych. Jest to uzasadnione, biorąc pod uwagę, że właśnie urządzenie rozdzielcze ma największy wpływ na wydajność W_t [szt./h], która jest głównym wyznacznikiem stopnia zaawansowania technicznego systemu. Biorąc pod uwagę, że wydajność urządzenia rozdzielczego polega na wprowadzaniu całego strumienia ładunków do jednego ześlizgu, można opisać ją wzorem

$$W_t = \frac{3600 v_t}{\Delta c} \tag{1.1}$$

Wzrost wydajności koreluje ze wzrostem prędkości v_t przy zachowaniu minimalnych odległości Δc pomiędzy sortowanymi obiektami. Wysoka prędkość v_t powoduje duże przyspieszenia i duże siły reakcji przy próbie zmiany kierunku jej wektora na ograniczonej drodze wynikającej z odległości Δc oraz długości przestrzeni roboczej urządzenia rozdzielczego. Dlatego dąży się, by funkcjonowanie elementów wykonawczych urządzeń rozdzielczych (tj. manipulatorów) miało charakter bezudarowy, a także by elementy te poruszały się z potokiem ładunków, unikając wysokiej różnicy prędkości w tym kierunku. Ważnym jest, by manipulator powodował nie tylko zmianę kierunku prędkości, ale także zmniejszenie jej wartości, zwłaszcza w kierunku poprzedniego transportowania, zgodnie z wymogami linii odbiorczej.

Przykładem manipulatora, który realizuje niezawodnie zakładany tor ruchu ładunku, bez względu na występujące siły reakcji, jest sztywna zastawa o ruchu obrotowym (rys.1.1b). Manipulator ten jednak jest nieruchomy względem ramy przenośnika, przez co wykazuje on udarowy charakter pracy, gdy zgarniany obiekt nie porusza się wzdłuż tej krawędzi przenośnika, przy której zamocowano manipulator. Wtedy, w chwili inicjacji kontaktu powstają wysokiej wartości siły reakcji dynamicznych. Stąd, podjęto liczne próby ich łagodzenia. Jedną z nich jest propozycja krzywoliniowej geometrii ramienia zastawy, definiowanej krzywą Béziera, w celu zmniejszenia składowej prędkości zderzenia z obiektami w kierunku ich transportowania [90]. Wiąże się

to jednak z brakiem możliwości zredukowania prędkości obiektów w tym kierunku, przy ich wejściu na przenośnik odbiorczy, co jest niekorzystne, zwłaszcza przy przenośniku odbiorczym zlokalizowanym pod kątem prostym w stosunku do przenośnika głównego. Innym podejściem było zastosowanie podatnego napędu [84] lub połączenie zastawy i sztywnego napędu podatnym elementem [91], co częściowo ograniczyło przyspieszenie obiektu pojawiające się podczas sortowania. Jednak, zarówno sztywność jak i masa zastawy może mieć dużo większy wpływ na reakcje dynamiczne wywierane na ładunki jednostkowe, niż zastosowanie nawet bardzo wysokiej podatności napędu w przypadku krótkiego czasu zderzenia [109]. Kolejne rozwiązanie zakładało pewną podatność w samym członie wykonawczym zastawy, uwzględniając ponadto wpływ materiału zastawy (poliamid, stal) na proces sortowania [93]. Okazało się, że wzrost podatności korzystnie wpływa na zmniejszenie reakcji dynamicznej zderzenia, ponadto właściwości tłumiące poliamidu w przeciwieństwie do stali, skutecznie tłumiły drgania zastawy po zrealizowaniu cyklu roboczego. Przeprowadzone przez autora badania wstępne potwierdziły, że im większa podatność zastawy tym bardziej może ona odkształcać się podczas zderzenia z paczką i tym więcej energii zderzenia może pochłonąć i rozproszyć. Jednak, gdy zastawa jest zbyt podatna dla danej prędkości zderzenia, to siła bezwładności paczki powoduje, iż zastawa ugina się tak bardzo, że zgarnięcie paczki w ogóle nie jest możliwe (rys.1.1a).



Rys.1.1. Wpływ podatności zastawy na przebieg procesu sortowania a) zbyt duża podatność uniemożliwia zgarnięcie obiektu, b) zastawa zbyt sztywna, brak łagodzenia skutków zderzenia obiektu z zastawą; 1 – zastawa, 2 – obiekt, 3 – ześlizg

Łagodniejszy przebieg zderzenia uzyskano również przez nadanie zastawie stałej wytrzymałości na zginanie, odpowiednio kształtując grubość jej przekroju [85]. Dzięki temu uzyskano bardziej równomierny rozkład naprężeń i kluczowe dla zderzenia zmniejszenie masy zastawy, przy zachowaniu tej samej sztywności w stosunku do zarysu prostokątnego.

Dotychczas nie dokonano jednak syntetycznej oceny popartej badaniami eksperymentalnymi wpływu masy, geometrii oraz materiału zastawy a także podatności napędu i przesunięcia γ_w (w kierunku prostopadłym) płaszczyzny

roboczej zastawy względem osi jej obrotu na wartość rzeczywistego przyspieszenia, uzyskiwanego przez sortowane obiekty podczas zderzenia. Odpowiednio dobrana konstrukcja zastawy powinna być zweryfikowana dla zoptymalizowanych dla niej parametrów procesu sortowania z uwzględnieniem wymiarów, masy i położenia początkowego ładunków względem zastawy, co jest przedmiotem niniejszej pracy.

2. CEL, HIPOTEZA I ZAKRES ROZPRAWY

2.1. CEL ROZPRAWY

Celem pracy jest opracowanie metody pozwalającej wyznaczyć cechy geometryczno-materiałowo-dynamiczne podatnej zastawy aktywnej, zapewniające zminimalizowanie reakcji dynamicznych wywieranych na zgarniane obiekty, transportowane na przenośnikach, przy zachowaniu oczekiwanej wydajności i niezawodności procesu sortowania.

Cel ten jest realizowany poprzez:

a) studia literaturowe,
b) budowę i uruchomienie stanowiska laboratoryjnego do wykonywania prób zautomatyzowanego zgarniania obiektów transportowych przenośnikiem taśmowym,
c) wyznaczenie właściwości ciernych par kinematycznych taśma-obiekt-zastawa,
d) adaptację wybranych modeli zjawiska zderzenia i tarcia, uwzględniających specyfikę procesu zgarniania obiektów,
e) wybór optymalnego zarysu ramienia zastawy i jej materiału spośród kilku rozpatrywanych wariantów,
f) opracowanie modelu procesu zgarniania obiektu metodą elementów skończonych oraz w oparciu o model belki Eulera-Bernoulliego,
g) opracowanie metody rejestracji rzeczywistych torów ruchu zastawy podatnej i zgarnianego obiektu,
h) badania eksperymentalne kalibrujące opracowany model procesu zgarniania,
i) symulacje numeryczne pozwalające wyznaczyć materiał i geometrię zastawy ze względu na minimalizację efektów dynamicznych, uwzględniając masę i prędkość sortowanego obiektu,
j) symulacje procesu zgarniania zmierzające do osiągnięcia najmniejszych oddziaływań dynamicznych przy założonej wydajności sortowania, przez dobór optymalnych parametrów sortowania a także podatności układu napędowego i odsunięcia płaszczyzny roboczej zastawy od jej osi obrotu.

2.2. HIPOTEZY ROZPRAWY

- Dobór cech konstrukcyjnych zastawy podatnej ze względu na kryterium minimalizacji oddziaływań dynamicznych wywieranych na obiekty w procesie zgarniania, wymaga skorelowania parametrów masowo-sprężystych zastawy z charakterystyką jej ruchu obrotowego, wymiarami i masą zgarnianych obiektów, ich położeniem początkowym na przenośniku rozdzielczym, jego prędkością oraz założoną wydajnością procesu sortowania.

Ponadto,

- Wpływ cech konstrukcyjnych zastawy podatnej na reakcje dynamiczne wywierane na zgarniane obiekty można oszacować drogą symulacji modelu MES (Metoda Elementów Skończonych) i uproszczonego modelu numerycznego BEB (Belka Eulera-Bernoulliego) skalibrowanych na podstawie wyników badań eksperymentalnych.
- Zminimalizowanie oddziaływań dynamicznych wywieranych na obiekty w procesie zgarniania można uzyskać poprzez zastosowanie lekkiej i podatnej zastawy o zindywidualizowanym przebiegu czasowym ruchu kątowego w odniesieniu do charakterystyki podatnego układu napędowego, wymiarów i masy obiektów, ich prędkości transportowania i położenia początkowego względem osi podłużnej przenośnika.

2.3. ZAKRES ROZPRAWY

Praca podzielona została na 10 rozdziałów. W trzecim rozdziale dotyczącym analizy aktualnego stanu wiedzy sklasyfikowano urządzenia rozdzielcze oraz przedstawiono ich wady i zalety. W rozdziale tym omówiono także zjawiska fizyczne dominujące w procesie sortowania tj. tarcie oraz zderzenie. Przedstawiono znany w literaturze opis analityczny tarcia w ruchu płaskim, bazujący na przybliżonym elipsoidą kształcie powierzchni granicznej, pozwalający na przybliżone szacowanie sił i momentów tarcia w ruchu sortowanych obiektów. Pokazano również autorskie rozwiązanie w szacowaniu sił i momentów tarcia, bazujące na dokładnym kształcie powierzchni granicznej dla prostokątnego kontaktu i stałego rozkładu nacisku. W zagadnieniu tarcia przedpoślizgowego i identyfikacji początku poślizgu, ze względu na brak w literaturze danych dla szacowania wartości mimośrodowej siły zrywającej kontakt cierny o rozłożonym rozkładzie sił nacisku, zaproponowano metodę wyznaczania punktu, względem którego obiekt ulega przedpoślizgowemu mikroprzemieszczeniu. Współrzędne tego punktu są konieczne do oszacowania wartości granicznej siły mimośrodowej, przy której obiekt przechodzi w tarcie ślizgowe. W podrozdziale dotyczącym zderzenia skoncentrowano się na analizie wzajemnego wpływu masy i podatności konstrukcji zastawy oraz masy obiektu i podatności kontaktu na wartość siły dynamicznej, działającej na sortowany obiekt. Zaprezentowano zgodną z modelem MES, uproszczoną metodę szacowania maksymalnego ugięcia zastawy, opartą o model zderzenia plastycznego obiektu ze wspornikową belką podatną. Sformułowano również wnioski dotyczące wpływu masy oraz sztywności zastawy na ryzyko uszkodzenia zawartości sortowanych obiektów, wynikające z analizy belki jako układu o jednym stopniu swobody z podatnością w miejscu kontaktu wg teorii Hertza.

Rozdział czwarty poświęcono dwóm modelom procesu sortowania. Pierwszy wywodzi się z modelu nieważkiej belki Eulera Bernuliego (BEB). Ze względu na sprowadzenie do statyki zagadnienia dynamiki zastawy, model BEB stosowany jest do szybkiego wyznaczania ruchu paczki. Drugi natomiast bazuje

na metodzie elementów skończonych w środowisku LS-DYNA, pozwalając przewidzieć przyspieszenia obiektu wywołane zderzeniem z zastawą.

W rozdziale piątym przedstawiono metodykę wyznaczania współczynnika tarcia pomiędzy zastawą i obiektem oraz obiektem i powierzchnią zarówno przenośnika, jak również ześlizgu. Podano eksperymentalnie określone wartości współczynników tarcia, potrzebne w modelowaniu procesu sortowania.

Rozdział szósty zawiera opis metody cyfrowego przetwarzania obrazu rejestrowanego kamerą szybkoklatową, niezbędnej do śledzenia rzeczywistych torów ruchu zastawy oraz sortowanego obiektu. Przedstawiono najważniejsze elementy metody wykrywania położenia znaczników naklejanych na śledzone obiekty, a także nowatorskie rozwiązanie minimalizowania błędu wyznaczania rzeczywistego położenia, dzięki zastosowaniu szablonu skalującego kadr kamery.

Na podstawie danych z rozdziału trzeciego, dotyczącego analizy stanu wiedzy w zakresie zjawiska zderzenia, w rozdziale siódmym sformułowano warunki optymalizacji konstrukcji zastawy. Określono wpływ liczby stopni swobody w optymalizacji wymiarów oraz ograniczeń wymiarowych na uzyskane wyniki minimalizacji masy zastawy. Sformułowano również kryterium oceny istotności wybranych właściwości materiału w konstrukcji zastawy oraz przeanalizowano zasadność zastosowania na konstrukcję zastawy dwóch grup materiałowych, tj. stopów metali oraz tworzyw.

W rozdziale ósmym przedstawiono stanowisko do badań laboratoryjnych, oparte o wykonany na potrzeby tej pracy przenośnik taśmowy z zabudowaną na nim zastawą aktywną. Opisano najważniejsze komponenty konieczne do przeprowadzenia eksperymentu procesu sortowania, którego wyniki zestawiono z wynikami symulacji, by potwierdzić poprawność opracowanych modeli procesu sortowania.

Wykorzystując opracowane modele procesu sortowania wykonano szereg optymalizacji procesu sortowania w różnych warunkach, których wyniki zawarto w rozdziale dziewiątym. Przeanalizowano m. in. wpływ konstrukcji zastawy oraz obecność elementu podatnego w układzie napędowym, a także parametrów eksploatacyjnych, tj. położenia czoła ładunku w chwili zadziałania zastawy, prędkości transportowania v_t oraz kąta maksymalnego wychylenia zastawy na uzyskiwane przez sortowany obiekt przyspieszenia oraz poprawność procesu sortowania.

W rozdziale dziesiątym przedstawiono wnioski wynikające z przeprowadzonych analiz, symulacji i badań.

Na końcu rozprawy zamieszczono bibliografię zawierającą wykaz przywołanych w tekście publikacji.

3. ANALIZA AKTUALNEGO STANU WIEDZY

3.1. URZĄDZENIA ROZDZIELCZE

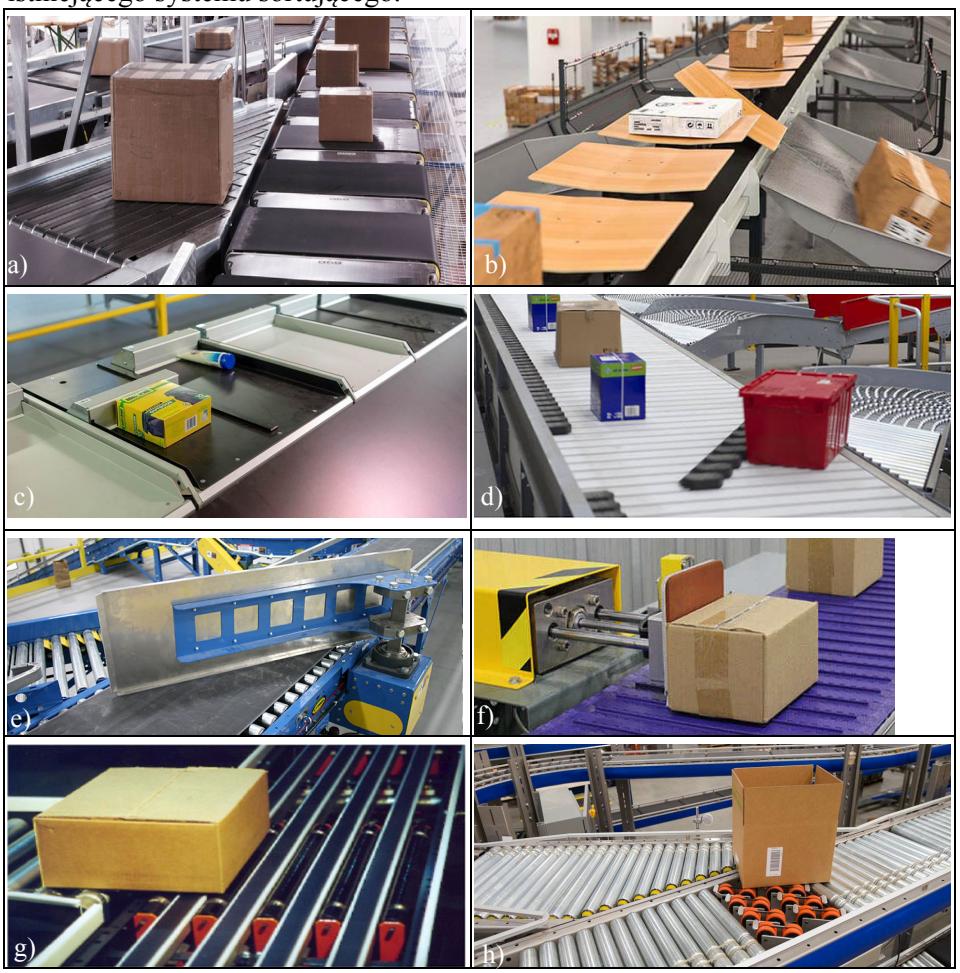
Konstrukcja urządzenia rozdzielczego i przenośnika odbiorczego lub ześlizgu, będącego początkiem nowego kierunku dalszego transportowania, musi łączyć sprzeczne cele. Z jednej strony wymagana jest wysoka wydajność sortowania na ograniczonej drodze, wymuszonej dążeniem do minimalizacji rozmiarów przestrzeni przeznaczonej na kompletację ładunków, z drugiej ważne jest by nie uszkodzić tych ładunków na skutek zbyt dużych przyspieszeń.

Jednym ze sposobów ułatwiających rozwiązanie powyższego problemu jest zastosowanie manipulatorów potokowych [70, 86]. W manipulatorach tych, rolę elementu wykonawczego pełnią wyposażone w dodatkowe funkcje segmenty przenośnika członowego (rys.3.1a-d), na których transportowane są sortowane obiekty. Wówczas, w chwili zadziałania manipulatora oddziaływanie dynamiczne pomiędzy manipulatorem i sortowanym obiektem jest wolne od różnicy prędkości w kierunku unoszenia przenośnika. Ponadto, część manipulatorów jest tak skonstruowana, by ograniczenie siły wywieranej na zgarniane obiekty wynikało ze zjawisk fizycznych, takich jak tarcie (rys.3.1a, rys.3.1g, rys.3.1h) czy grawitacja (rys.3.1b), na których opiera się ich zasada działania. Wówczas, wartość siły oddziaływania na obiekt jest naturalnie ograniczona do wartości siły sprzężenia ciernego lub wymuszenia grawitacyjnego.

Przeciwieństwem są manipulatory, których pracy towarzyszy oddziaływanie o charakterze udarowym, tzn. przekierowanie ładunku na nową drogę dalszego transportowania jest nierozłącznie związane z uderzeniem członu wykonawczego w ładunek (rys.3.1c-f). Jednym z nich jest rozpatrywana w tej pracy zastawa aktywna o ruchu obrotowym (rys.3.1e), która w przeciwieństwie do wspomnianych wyżej manipulatorów potokowych należy do grupy manipulatorów stacjonarnych (rys.3.1e-h), tzn. nieruchomych względem ramy sortera. Z powyższych względów, szczególną uwagę należy poświęcić konstrukcji członu wykonawczego manipulatora, by łagodzić niekorzystne ze względu na bezpieczeństwo sortowanych obiektów, reakcje dynamiczne o charakterze udaru poprzez modyfikacje geometryczne i materiałowe tego członu.

Manipulatory potokowe są na ogół rozwiązaniem bardziej złożonym, wskutek czego droższym. Ponadto, obiekty w chwili zejścia z przenośnika sortującego mają pełną prędkość z poprzedniego kierunku transportowania, której wytracenie musi być przeprowadzone w linii odbiorczej. Komplikuje to konstrukcję przenośnika odbiorczego i zwiększa zapotrzebowanie na przestrzeń w strefie przejścia obiektu z przenośnika sortującego na przenośnik odbiorczy, zwłaszcza, gdy dąży się od osiągniecia (wpływających na poprawę wydajności) wyższych prędkości przenośnika głównego.

Odpowiedni dobór parametrów procesu sortowania zastawy o ruchu obrotowym umożliwia zmniejszenie prędkości z poprzedniego kierunku transportowania, ponadto manipulatory tego typu wymagają zastosowania zwykłego przenośnika taśmowego i pozwalają na łatwą modernizację już istniejącego systemu sortującego.



Rys.3.1. Najczęściej stosowane urządzenia rozdzielcze w procesie sortowania ładunków jednostkowych, które można podzielić na manipulatory potokowe (a-d) poruszające się wraz ze strumieniem ładunków, stacjonarne (e-h), które pozostają w bezruchu względem ramy sortera, a także o charakterze pracy udarowej (c-f) oraz bezudarowej (a,b,g,h); a) manipulator tackowy przenośnikowy [69], b) manipulator tackowy uchylny [66], c) potokowa zastawa o ruchu postępowym [67], d) manipulator zabierakowy [64], e) zastawa o ruchu obrotowym [65], f) zastawa o ruchu postępowym [68], g) manipulator z rolkami wysuwnymi [65], h) manipulator z krążkami skrętnymi [65]

W urządzeniach rozdzielczych dominują zjawiska fizyczne takie jak tarcie oraz zderzenie, które z perspektywy specyfiki procesu sortowania obiektów przedstawiono w następnych rozdziałach.

3.2. ZJAWISKA FIZYCZNE WYSTĘPUJĄCE W PROCESIE SORTOWANIA

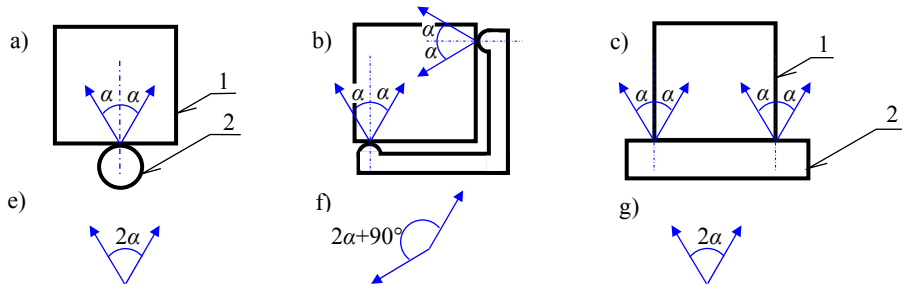
3.2.1. Tarcie

W przypadku realizacji procesu sortowania obiektów, znaczącym elementem wpływającym na dynamikę ich ruchu jest tarcie suche. W wielu dziedzinach, jak np. w trybologii, tarcie uważane jest za zjawisko nieporządne prowadzące do stopniowego niszczenia powierzchni elementów tworzących pary cierne. Jednak w przypadku procesu sortowania obiektów zjawisko to uchodzi za korzystne, umożliwiając poprawne funkcjonowanie manipulatorów. Zasada działania klasycznych manipulatorów chwytakowych (do sterowania ruchem obiektu wmagają jego uchwycenia) oparta jest głównie o tarcie statyczne, natomiast bezchwytakowych (zwykle stosowanych w procesie sortowania) o tarcie kinetyczne. Istnieje również grupa manipulatorów chwytakowych, w których zasadnicze dla ich funkcjonowania jest zarówno zjawisko tarcia statycznego jak i kinetycznego. Wtedy, dopuszczalne są przemieszczenia obiektów w szczękach manipulatora, również po uchwyceniu, wykorzystując do tego celu siły inercji [40, 106] lub płaskie nieruchome powierzchnie [16-18]. W manipulatorach bezchwytakowych przemieszczanie obiektów dokonuje się na zasadzie pchnięcia, uderzenia, rzucania, odbijania oraz ruchów wibracyjnych [124]. Najczęściej spotykanym manipulatorem bezchwytakowym w procesie sortowania jest manipulator dokonujący pchnięć lub uderzeń.

3.2.1.1. Manipulatory pchające

Pchnięcie jest istotną czynnością w wielu operacjach związanych z manipulowaniem obiektu. Ze względu na brak uchwycenia pchanego obiektu, przewidywaniu jego ruchu poświęcone zostało wiele prac. W przypadku manipulatorów pchających, w których występuje pojedynczy punkt kontaktu z obiektem [133], kierunek siły nacisku (manipulatora na obiekt) jest prostopadły do krawędzi manipulowanego obiektu, natomiast dla manipulatorów pchających o dwóch i większej liczbie punktów kontaktu ułożonych wzdłuż linii prostej, siła nacisku jest prostopadła do linii utworzonej przez te punkty [56]. Gdy występują dwa lub więcej punktów kontaktu, łatwo wyznaczyć kierunek pchania, dla którego obiekt pozostaje nieruchomy względem członu wykonawczego manipulatora, a przebieg procesu manipulowania obiektem jest bardziej przewidywalny i nie wymaga sprzężenia zwrotnego [58]. Człon roboczy manipulatora pchającego wraz z manipulowanym obiektem tworzą stożek tarcia (rys.3.2), dla którego siła

wywierana na obiekt, w kierunku znajdującym się w jego granicach (+α;-α) nie powoduje poślizgu. Poprzez odwzorowanie sił reakcji w każdym punkcie kontaktu, można ustalić uogólniony stożek cierny dla wszystkich punktów kontaktu elementu pchającego [18].



Rys.3.2. Oddziaływanie na obiekt przez pchnięcie: a) członem o jednym punkcie kontaktu, b) członem o dwóch punktach kontaktu, c) członem tworzącym ciągłą linię kontaktu, e-g) wypadkowy stożek tarcia dla przypadków oddziaływania na obiekt wg rysunków a-c); 1 – obiekt, 2 – człon wykonawczy manipulatora

3.2.1.2. Tarcie o rozkładzie ciągłym obiektów sztywnych

Dla powierzchni styku obiektu z powierzchnią transportującą występuje kontakt wielopunktowy lub kontakt o rozkładzie ciągłym. By obliczyć siły i momenty tarcia w takim układzie, niezbędna jest znajomość rozkładu nacisku na powierzchniach kontaktu. Rozkład nacisku zależy od natury ciał będących z sobą w kontakcie, w tym ich właściwości materiałowych, rozkładu ciężaru, deformacji styku i właściwości sprężystych [44]. W modelowaniu tarcia w ruchu płaskim R. D. How [41] wyróżnił trzy modele rozkładu sił nacisku, tj. stały, skoncentrowany na obwodzie oraz wg teorii Hertza, przytoczone również przez L. Amirpour'a [3]. Większość autorów arbitralnie zakłada stały rozkład sił nacisku. Jeżeli jednak deformacja kontaktu nie jest zaniedbywalna, jak dla grupy prac zajmujących się kontaktem płaskiej powierzchni z elastyczną podatną półsferą imitującą, np. ludzkie opuszki palców [1, 25, 26, 44], dominuje model kontaktu wg teorii Hertza.

W tarciu płaskim o ciągłym rozkładzie sił nacisku często wprowadza się pojęcie środka tarcia. Środek tarcia jest definiowany jako geometryczny środek rozkładu nacisku na powierzchni kontaktu [63]. Z tej definicji wynika wprost, że suma momentów od sił normalnych w tym punkcie wynosi zero [124]. Matematycznie współrzędne środka tarcia można przedstawić jako:

$$x_{CF} = \frac{\int_A x \cdot \mathrm{p}_\Pi(x,y)dA}{\int_A p_\Pi(x,y)dA}, \qquad y_{CF} = \frac{\int_A y \cdot \mathrm{p}_\Pi(x,y)dA}{\int_A \mathrm{p}_\Pi(x,y)dA} \tag{3.1}$$

gdzie:

x_{CF}, y_{CF} – współrzędne środka tarcia,

dA – powierzchnia elementarna,

A – powierzchnia kontaktu,

$p_{\Pi}(x,y)$ – rozkład sił nacisku.

Unikalną właściwością środka tarcia, użyteczną w modelowaniu jest to, iż dla czystego ruchu postępowego moment od sił tarcia względem tego punktu jest zerowy [63]. Dzięki temu środek tarcia może być traktowany w ruchu postępowym, jako pojedynczy punkt kontaktu, dla którego rozkład siła tarcia na powierzchni nośnej zostaje zredukowany do pojedynczej siły przyłożonej w tym punkcie.

W warunkach quasi-statycznych środek tarcia jest niezależny od wartości prędkości oraz kierunku ruchu i jest tożsamy z pionowym rzutowaniem środka ciężkości na płaszczyznę kontaktu. Warunki quasi-statyczne występują wówczas, gdy przyłożone do obiektu siły zewnętrzne leżą w płaszczyźnie kontaktu, równoważąc siły tarcia, a obiekt nie zmienia swojej prędkości [124].

Środek tarcia nie zmienia swojego położenia i jest tożsamy z pionowym rzutowaniem środka ciężkości na płaszczyznę kontaktu również wówczas, gdy warunki nie są quasi-statyczne i obiekt przyspiesza. Musi być spełniony jednak dodatkowy warunek, by oprócz sił zewnętrznych również środek masy obiektu leżał w płaszczyźnie kontaktu. Warunki takie nazwane będą dalej warunkami quasi-dynamicznymi.

Gdy warunki są quasi-statyczne lub quasi-dynamiczne, to takie warunki będą dalej nazwane warunkami stacjonarnymi, ponieważ dla tych warunków środek tarcia nie zmienia swojego położenia względem środka masy obiektu (środek tarcia jest stacjonarny względem środka masy).

Kiedy sił inercji nie można zaniedbać, a środek masy leży powyżej płaszczyzny kontaktu, lub gdy siły zewnętrzne nie leżą w płaszczyźnie kontaktu, rozkład nacisku zostaje przesunięty a środek tarcia nie znajduje się już w miejscu pionowego rzutowania środka ciężkości na powierzchnię kontaktu. Środek tarcia można obliczyć wówczas jako [124]:

$$x_{CF} = \frac{M_y - F_{Tx} \cdot z_{MSC}}{m_1 g} + x_{MSC}, \qquad y_{CF} = \frac{-M_x - F_{Ty} \cdot z_{MSC}}{m_1 g} + y_{MSC} \quad (3.2)$$

$$M_y = \sum_i F_{app\_x\_i}(z_{app\_i} - z_{MSC}), \quad M_x = \sum_i F_{app\_y\_i}(z_{MSC\_i} - z_{app}) \quad (3.3)$$

gdzie:

x_{MSC}, y_{MSC}, z_{MSC} – współrzędne środka masy sortowanego obiektu,

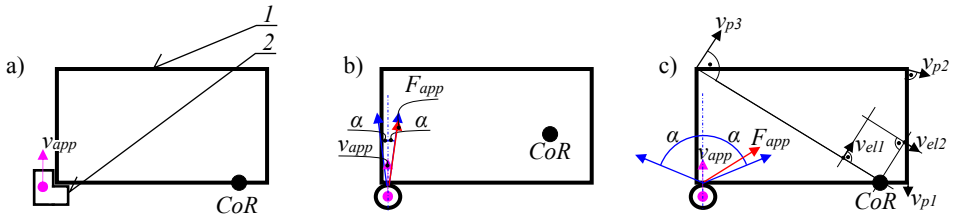
M_x, M_y – momenty od sił zewnętrznych F_{app_i} odpowiednio w osi x i y,

$F_{app\_x\_i}$, $F_{app\_y\_i}$ – składowe i-tej siły zewnętrznej przyłożone na wysokości z_{app_i}

Zatem, na podstawie równania (3.2) oraz (3.3), można zauważyć, że warunki quasi-dynamiczne to takie, w których nie powstają momenty sił względem osi x i y, które mogłyby powodować zmianę rozkładu sił nacisku na płaszczyznę kontaktu ($x_{CF}=x_{MSC}$, $y_{CF}=y_{MSC}$). Natomiast warunki quasi-statyczne to takie, dla których powstające momenty sił tarcia oraz sił zewnętrznych równoważąc się również nie powodują zmiany rozkładu sił nacisku na płaszczyznę kontaktu ($x_{CF}=x_{MSC}$, $y_{CF}=y_{MSC}$).

W tarciu z kontaktem wielopunktowym lub o rozkładzie ciągłym, gdy występuje wyłącznie ruch postępowy, siła tarcia jest łatwa do oszacowania i dla modelu Coulomba wynosi $m_1 \cdot g \cdot \mu_k$. Gdy pojawia się ruch obrotowy siła tarcia przeciwdziałająca ruchowi postępowemu maleje i obiekt może dotrzeć na znacznie większą odległość, niż gdyby poruszał się wyłącznie ruchem postępowym [97].

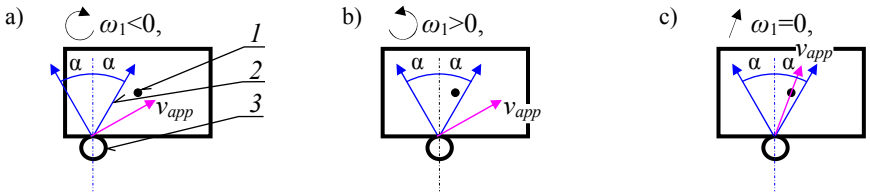
Do obliczenia siły i momentu tarcia konieczna jest znajomość punktu chwilowego środka obrotu. Współrzędne położenia punktu chwilowego środka obrotu *CoR* (dla tarcia o rozkładzie ciągłym) przy inicjacji poślizgu (gdy siła bezwładności jest dużo mniejsza od siły tarcia) zależą od geometrii obiektu, jego rozkładu sił nacisku a także punktu i kierunku przyłożenia do niego siły zewnętrznej co poglądowo przedstawiono na rys.3.3. Chwilowy środek obrotu *CoR*, gdy obiekt znajduje się w ruchu, dany jest jako $[x_{CoF}, y_{CoF}]=[x_{MSC}-v_{1y}/\omega_1, y_{MSC}+v_{1x}/\omega_1]$ [34, 44, 45]. Szacownie sił i momentów tarcia utrudnia dodatkowo anizotropia kontaktu [34] i pole tarcia charakteryzujące się obszarami o różnych kierunkach ruchu powierzchni nośnej [97].



Rys.3.3. Położenie punktu chwilowego środka obrotu (*CoR*, ang. Center of Rotation) w zależności od typu kontaktu obiektu pchanego i elementu pchającego w warunkach quasistatycznych: a) wspólny ruch narożnika obiektu i elementu pchającego, b) siła od elementu pchającego F_{app} leży na krawędzi stożka tarcia i element porusza się z poślizgiem wzdłuż krawędzi, c) wspólny ruch elementu pchającego i punktu leżącego na krawędzi obiektu pchanego, siła od elementu pchającego F_{app} leży wewnątrz stożka tarcia i element porusza się bez poślizgu względem krawędzi; 1 – obiekt pchany, 2 – element pchający, α – kąt pochylenia tworzącej stożka tarcia, F_{app} – siła przyłożona do krawędzi obiektu pchanego przez element pchający, v_{app} – prędkość elementu pchającego, v_{p1}, v_{p2}, v_{p3} – prędkości narożników obiektu pchanego, v_{el1}, v_{el2} – prędkości elementów dyskretnych pchanego obiektu

3.2.1.3. Dynamika ruchu ciała sztywnego z tarciem w ruchu płaskim

W układach sterujących ruchem obiektów przemieszczanych przez pchnięcie bardzo przydatna jest metoda głosowania [57, 63] (rys.3.4).



Rys.3.4. Schemat ustalania kierunku obrotu obiektu przemieszczanego przez pchnięcie na podstawie położenia środka tarcia (1) względem tworzącej (2) stożka tarcia i wektora prędkości v_{app} elementu pchającego (3): a) obie tworzące stożka tarcia przegłosowują wektor v_{app} do obrotu zgodnie z ruchem wskazówek zegara, b) prawa tworząca stożka tarcia i wektor v_{app} przegłosowują lewą tworzącą stożka tarcia do obrotu przeciwnie do ruchu wskazówek zegara, c) środek tarcia leży w stożku tarcia a ponadto wektor v_{app} wskazuje na środek tarcia, obiekt wykonuje ruch bez rotacji

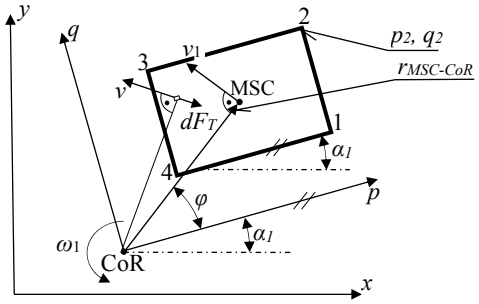
Wykorzystywany w metodzie głosowania środek tarcia *CF* jest wyznaczany dla warunków quasi-statycznych, dlatego metoda ta jest niewrażliwa na zmiany rozkładu nacisku na skutek przyłożonych sił zewnętrznych. Ponieważ jednak metoda głosowania uwzględnia tylko siły tarcia, a zaniedbuje siły inercji, by mogła być skuteczna, siły bezwładności muszą być pomijalnie małe. Metoda głosowania wyznacza to, czy i w jakim kierunku będzie obracał się pchany obiekt, nie daje natomiast wiedzy w kwestii sił i momentów tarcia wywieranych na obiekt przez powierzchnię, po której się porusza, dlatego nadaje się tylko do układów pracujących w zamkniętej pętli sprzężenia zwrotnego.

Siłę oraz moment tarcia obiektu przemieszczającego się w ruchu płaskim można obliczyć przez całkowanie numeryczne [45], jeśli dany jest rozkład nacisku p_Π oraz prędkości wszystkich punktów obiektu, które można wyznaczyć znając chwilowy środek obrotu. Chwilowy środek obrotu dla układu współrzędnych, jak na rys.3.5, dany jest przez:

$$x_{CoR} = x_{MSC} - \frac{v_{1y}}{\omega_1}, \quad y_{CoR} = y_{MSC} + \frac{v_{1x}}{\omega_1} \tag{3.4}$$

gdzie:

v_{1x}, v_{1y} – prędkość w kierunku x oraz y środka masy obiektu,
ω_1 – prędkość kątowa obiektu,
x_{MSC}, y_{MSC} – współrzędne środka masy obiektu,
x_{CoR}, y_{CoR} – współrzędne chwilowego środka obrotu obiektu.



Rys.3.5. Obrót oraz przesunięcie układu współrzędnych *x, y* do układu *p, q* którego początek znajduje się w chwilowym środku obrotu (*CoR*) obiektu, osie układu z kolei są równoległe do prostopadłościennych krawędzi obiektu, co ułatwia obliczanie wypadkowej siły oraz momentu po elementarnych siłach tarcia dF_T

Całkowanie elementarnych sił tarcia dF_T jest ułatwione, jeśli jest wykonywane względem przesuniętego i obróconego (względem układu *xy*) układu współrzędnych *pq* (rys.3.5), dla którego narożniki obiektu oblicza się jako:

$$\begin{bmatrix} p_i \\ q_i \end{bmatrix} = \mathrm{R}_{\mathrm{CoR}}(-\alpha_1)\left(\begin{bmatrix} x_{p(i)} \\ y_{p(i)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{CoR} \\ y_{CoR} \end{bmatrix}\right), \quad \mathrm{R}_{\mathrm{CoR}}(\alpha_1) = \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 & -\sin\alpha_1 \\ \sin\alpha_1 & \cos\alpha_1 \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

gdzie:

p_i, q_i – współrzędne i-tego narożnika obiektu w układzie *pq*,
$x_{p(i)}$, $y_{p(i)}$ – współrzędne i-tego narożnika obiektu w układzie *xy*,
$\mathrm{R}_{CoR}(\alpha_1)$ – macierz rotacji [14].

Siła oraz moment tarcia względem chwilowego środka obrotu w granicach całkowania wyznaczonych w układzie *pq* obliczane są jako [45]:

$$F_{Tp} = \mu_k \operatorname{sign}(\omega_1) \int_{q_4}^{q_2}\int_{p_4}^{p_2} \mathrm{p}_\Pi(p - p_{MSC}, q - q_{MSC}) \frac{q}{\sqrt{p^2+q^2}}\, dpdq \tag{3.6}$$

$$F_{Tq} = -\mu_k \operatorname{sign}(\omega_1) \int_{q_4}^{q_2}\int_{p_4}^{p_2} \mathrm{p}_\Pi(p - p_{MSC}, q - q_{MSC}) \frac{p}{\sqrt{p^2+q^2}}\, dpdq \tag{3.7}$$

$$M_{TCoR} = -\mu_k \operatorname{sign}(\omega_1) \int_{q_4}^{q_2}\int_{p_4}^{p_2} \mathrm{p}_\Pi(p - p_{MSC}, q - q_{MSC}) \sqrt{p^2+q^2}\, dpdq \tag{3.8}$$

gdzie:

F_{Tp}, F_{Tq} – rzut siły tarcia odpowiednio na oś p i q,

p_{MSC}, q_{MSC} – współrzędne środka masy obiektu w układzie pq obliczone wg równania (3.5),

M_{TCoR} – moment tarcia względem chwilowego środka obrotu,

p_{Π} – funkcja rozkładu nacisku obiektu na powierzchni kontaktu.

Siła tarcia F_T w układzie współrzędnych xy dana jest jako:

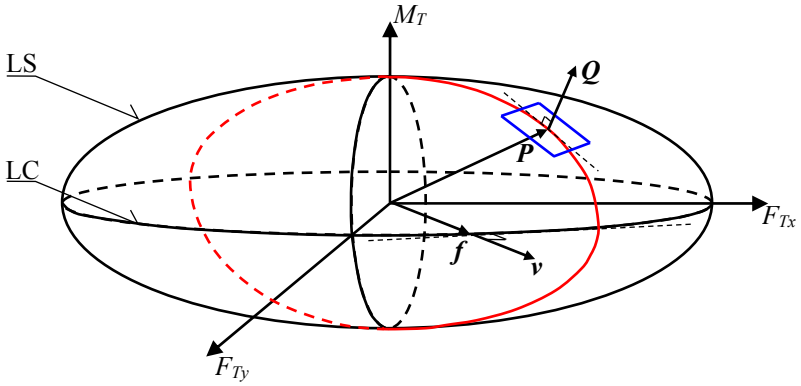
$$\begin{bmatrix} F_{Tx} \\ F_{Ty} \end{bmatrix} = R_{CoR}(\alpha_1) \begin{bmatrix} F_{Tp} \\ F_{Tq} \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

Moment tarcia względem środka masy obiektu można łatwo wyprowadzić [34] i jest dany jako:

$$M_T = M_{TCoR} + F_{Tx}(y_{MSC} - y_{CoR}) - F_{Ty}(x_{MSC} - x_{CoR}) \tag{3.10}$$

Jeżeli rozkład nacisku jest osiowo symetryczny, a wartość maksymalna rozkładu pokrywa się ze środkiem masy obiektu to, jak łatwo zauważyć z równań 3.6 i 3.7, gdy $[x_{CoR}, y_{CoR}]=[x_{MSC}, y_{MSC}]$ (co jest tożsame z ruchem wyłącznie obrotowym obiektu) siła tarcia zeruje się. Moment tarcia M_T względem środka masy osiąga wówczas wartość maksymalną. Gdy natomiast $[x_{CoR}, y_{CoR}]=[\infty, 0]$ lub $[x_{CoR}, y_{CoR}]=[0, \infty]$ wg równania (3.4), obiekt wykonuje wyłącznie ruch postępowy, siła F_T jest maksymalna a moment tarcia M_T zeruje się.

W pracach [33-35] opracowano koncepcję powierzchni zamkniętej zwanej powierzchnią graniczną, pozwalającej w sposób graficzny przedstawić związek pomiędzy momentem i siłą tarcia poruszających się obiektów o ciągłym, a także wielopunktowym rozkładzie nacisku na powierzchni nośnej dla warunków quasi-statycznych. Koncepcja ta jest słuszna także tam, gdzie występują siły bezwładności, jednak muszą zachowane być warunki quasi-dynamiczne (podrozdział 3.2.1.2). Jeżeli wektor $\boldsymbol{P}=[F_{Tx}, F_{Ty}, M_T]$ leży wewnątrz powierzchni granicznej, występuje tracie statyczne. Gdy koniec wektora znajduje się na powierzchni granicznej, obiekt porusza się z prędkością $\boldsymbol{Q}=[v_{1x}, v_{1y}, \omega_1]$, której kierunek odpowiada kierunkowi normalnej do powierzchni w punkcie, na który wskazuje wektor $[F_{Tx}, F_{Ty}, M_T]$ (rys.3.6). Interesującą właściwością powierzchni granicznej jest, że normalna do powierzchni nie determinuje wartości wektora prędkości $[v_{1x}, v_{1y}, \omega_1]$, a jedynie wzajemny stosunek jego trzech kierunków głównych. Dla pojedynczego punktu, możliwy jest tylko ruch postępowy, dlatego powierzchnia graniczna redukuje się do dwuwymiarowego zagadnienia granicznego tj. krzywej granicznej, której środek znajduje się w początku układu współrzędnych F_{Tx}, F_{Ty}, M_T (rys.3.6). Dla pojedynczego punktu krzywa graniczna znajduje się w płaszczyźnie osi F_{Tx}, F_{Ty}.



Rys.3.6. Rysunek poglądowy powierzchni granicznej (LS) dla kontaktu o ciągłym rozkładzie sił nacisku oraz szczególny przypadek krzywej granicznej (LC) dla kontaktu punkowego będącej obwiednią (zarysem zewnętrznym) przekroju powierzchni granicznej w płaszczyźnie F_{Tx} F_{Ty}; $\boldsymbol{P}=[F_{Tx}, F_{Ty}, M_T]$ – wektor sił uogólnionych, $\boldsymbol{Q}=[v_{1x}, v_{1y}, \omega_1]$ – wektor prędkości uogólnionych, $\boldsymbol{f}=[F_{Tx}, F_{Ty}]$ – siła tarcia, $\boldsymbol{v}=[v_x, v_y]$ – prędkość pojedynczego punktu

Powierzchnia graniczna musi spełniać zasadę maksymalnej mocy rozpraszanej, która wiąże kierunek ruchu z kierunkiem i wartością siły tarcia. Dla pojedynczego punktu zasada ta wyrażona jest jako [34, 126]:

$$\forall(\boldsymbol{f}^*, \boldsymbol{f}) \in \mathrm{LC}, \quad (\boldsymbol{f} - \boldsymbol{f}^*)\cdot \boldsymbol{v} \geq 0 \tag{3.11}$$

gdzie:

$\boldsymbol{f}^*=[F_{Tx}^*, F_{Ty}^*]$ – dowolny wektor siły tarcia leżący na krzywej granicznej LC, lub w obszarze zakreślanym przez krzywą graniczną,

$\boldsymbol{f}=[F_{Tx}, F_{Ty}]$ – wektor rzeczywistej siła tarcia,

$\boldsymbol{v}=[v_x, v_y]$ – rzeczywista prędkość poślizgu w punkcie kontaktu.

Dla tarcia izotropowego łatwo zauważyć, że zależność (3.11) będzie spełniona, gdy wektor rzeczywistej siły tarcia oraz prędkości będą równoległe, jak również, że krzywa graniczna dla pojedynczego punktu jest okręgiem o promieniu $F_{T\max}=(F_{Tx}^2+F_{Ty}^2)^{0.5}$.

Dla tarcia uwzględniającego wiele punktów kontaktu lub tarcia o rozkładzie ciągłym [34]:

$$\forall(\boldsymbol{P}^*, \boldsymbol{P}) \in \mathrm{LS}, \quad (\boldsymbol{P} - \boldsymbol{P}^*)\cdot \boldsymbol{Q} \geq 0 \tag{3.12}$$

gdzie:

$\boldsymbol{P}^*=[F_{Tx}^*, F_{Ty}^*, M_T^*]$ – dowolny wektor sił uogólnionych [56-58], leżący wewnątrz lub na powierzchni granicznej LS,

$\boldsymbol{P}=[F_{Tx}, F_{Ty}, M_T]$ – rzeczywisty wektor sił uoglnionych,

$\boldsymbol{Q}=[v_{1x}, v_{1y}, \omega_1]$ –wektor prędkości uogónionych środka masy obiektu.

Zależności (3.11) i (3.13) są spełnione, gdy odpowiednio krzywa graniczna LC i powierzchnia graniczna LS spełniają warunki ciągłości i wypukłości. Można zauważyć, że dla prędkości $\boldsymbol{v}$=0 lub $\boldsymbol{Q}$=0 siła $\boldsymbol{f}$ lub $\boldsymbol{P}$ jest nieoznaczona. Pomiędzy $\boldsymbol{f}$ oraz $\boldsymbol{P}$ dla układu wielopunktowego występuje skalarna zależność [34]:

$$\boldsymbol{PQ} = \sum \boldsymbol{fv} \tag{3.13}$$

Jednym ze sposobów skonstruowania powierzchni granicznej jest wykonanie graficznej reprezentacji funkcji $M_T=f(F_{Tp}, F_{Tq})$ na podstawie wzorów (3.5)-(3.10), zmieniając promień $r_{MSC\text{-}CoR}$ (rys.3.5) w zakresie (0; ∞) oraz kąt φ w zakresie (0; 2π) [25-27].

Dla uniknięcia obliczania całek powierzchniowych obecnych we wzorach (3.5)-(3.10), dla każdego punktu powierzchni granicznej dokonuje się ich przybliżenia stosując zasadę maksymalnej mocy rozpraszanej dla aproksymowanego elipsoidą EL kształtu powierzchni granicznej [41, 44, 57]:

$$\forall(\boldsymbol{P}^*, \boldsymbol{P}) \in \mathrm{EL}, \quad (\boldsymbol{P} - \boldsymbol{P}^*)\cdot \boldsymbol{Q} \geq 0 \tag{3.14}$$

Traktując $\boldsymbol{P}$=[F_{Tx}, F_{Ty}, M_T] jako zmienną decyzyjną, $\mathbf{Q}$=[v_{1x}, v_{1y}, ω_1] natomiast jako stały współczynnik w drugim członie zależności (3.14), zależność (3.14), można przedstawić jako zadanie optymalizacji [112, 124]:

$$\boldsymbol{PQ} \geq \boldsymbol{P}^*\boldsymbol{Q} \Rightarrow \min -\left(F_{Tx}v_{1x} + F_{Ty}v_{1y} + M_T\omega_1\right) \tag{3.15}$$

z ograniczeniem nierównościowym wynikającym z pierwszego członu zależności (3.14):

$$\left(\frac{F_{Tx}}{F_{T\max}}\right)^2 + \left(\frac{F_{Ty}}{F_{T\max}}\right)^2 + \left(\frac{M_T}{M_{T\max}}\right)^2 - 1 \leq 0, \tag{3.16}$$

gdzie:

$F_{T\max}=m\cdot g\cdot\mu_k$ – maksymalna siła tarcia występująca wówczas, gdy obiekt wykonuje wyłącznie ruch postępowy,

$M_{T\max}$ – maksymalny moment tarcia występujący wówczas, gdy obiekt wykonuję wyłącznie ruch obrotowy względem środka tarcia.

Wielkości $F_{T\max}$ oraz $M_{T\max}$ są również stałymi, jednoznacznie definiującymi elipsoidę tarcia. Zadanie optymalizacji (3.14) spełnia konieczne warunki Fritza Johna [60], by móc przekształcić je do postaci [124]:

$$0 = v_{1x}F_{T\max}{}^2 + \sigma F_{Tx} \tag{3.17}$$

$$0 = v_{1y}F_{T\max}{}^2 + \sigma F_{Ty} \tag{3.18}$$

$$0 = \omega_1 M_{T\max}{}^2 + \sigma M_T \tag{3.19}$$

$$\left(\frac{F_{Tx}}{F_{T\max}}\right)^2+\left(\frac{F_{Ty}}{F_{T\max}}\right)^2+\left(\frac{M_T}{M_{T\max}}\right)^2-1=0, \tag{3.20}$$

gdzie:

σ – mnożnik Lagrange'a,

Dzieląc równania (3.17) i (3.18) przez równanie (3.19) otrzymuje się [16, 41, 57]:

$$\frac{v_{zx}}{\omega_z}=\frac{F_{zTx}}{M_{zT}} \tag{3.21}$$

$$\frac{v_{zy}}{\omega_z}=\frac{F_{zTy}}{M_{zT}} \tag{3.22}$$

gdzie:

$v_{zx}=v_{1x}\cdot F_{T\max}$, $v_{zy}=v_{1y}\cdot F_{T\max}$ – składowe x oraz y prędkości zastępczej v_z, proporcjonalne odpowiednio do v_{1x} i v_{1y}, wg stałego współczynnika proporcji $F_{T\max}$,

$\omega_z=\omega_1\cdot M_{T\max}$ – zastępcza prędkość kątowa, proporcjonalna do ω_1 wg stałego współczynnika proporcji $M_{T\max}$,

$F_{zTx}=F_{Tx}/F_{T\max}$, $F_{zTy}=F_{Ty}/F_{T\max}$ – składowe x oraz y zastępczej siły F_z, proporcjonalne odpowiednio do F_{Tx}, F_{Ty}, unormowane w przedziale $\langle -1;1\rangle$.

$M_{zT}=M_T/M_{T\max}$ – zastępczy moment tarcia, proporcjonalny do M_T, unormowany w przedziale $\langle -1;1\rangle$.

Zastosowanie wektora $\boldsymbol{P}_z=[F_{zTx}, F_{zTy}, M_{zT}]$ uogólnionych sił zastępczych F_{zTx}, F_{zTy}, M_{zT} powoduje, iż powierzchnia graniczna stanowi szczególny przypadek elipsoidy tj. sferę. Ponadto uogólnione siły zastępcze F_{zTx}, F_{zTy}, M_{zT} są unormowane w przedziale $\langle -1;1\rangle$, a kształt rzeczywistej (nieaproksymowanej) powierzchni granicznej nie zależy od rozmiaru obiektu (choć nadal zależy od stosunku poszczególnych wymiarów). Zastosowanie wektora uogólnionych prędkości zastępczych $\boldsymbol{Q}_z=[v_{zx}, v_{zy}, \omega_z]$ jest konieczne, by zachować równoległość wektora $\boldsymbol{Q}_z$ i normalnej do powierzchni granicznej we współrzędnych odpowiadających wektorowi $\boldsymbol{P}_z$, podobnie jak w przypadku równoległości wektora $\boldsymbol{Q}$ i normalnej do powierzchni we współrzędnych odpowiadających wektorowi $\boldsymbol{P}$. Ponadto wyrażenie wekora $\boldsymbol{Q}$ przez $\boldsymbol{Q}_z$ zapewnia równoległość wektora $\boldsymbol{Q}_z$ do $\boldsymbol{P}_z$ w każdym punkcie takiej powierzchni granicznej, której kształt jest aproksymowana wg nierówności (3.16).

Z równań (3.20), (3.21) i (3.22) wynika bezpośrednio związek pomiędzy siłami i prędkościami uogólnionymi [24, 27, 92]:

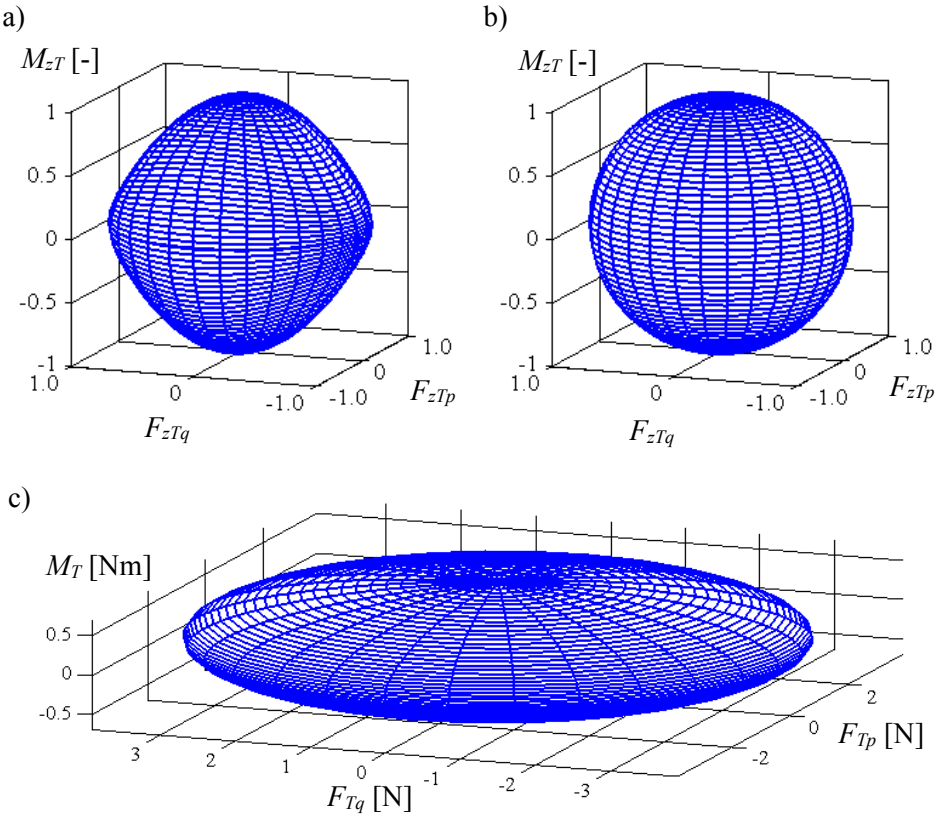
$$\begin{bmatrix} F_{zTx} \\ F_{zTy} \\ M_{zT} \end{bmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{v_{zx}^{\ 2} + v_{zy}^{\ 2} + \omega_z^{\ 2}}} \begin{bmatrix} v_{zx} \\ v_{zy} \\ \omega_z \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

Wzór 3.23 jest powszechnie stosowany w algorytmach symulacyjnych, przewidujących trajektorię ruchu obiektów, a także w zaawansowanych systemach chwytakowego i bezchwytakowego ich manipulowania. Połączenie zagadnienia stożka tarcia elementu pchającego z zagadnieniem powierzchni granicznej pozwala uzyskać stożek prędkości [16, 44, 58] który w sterowaniu ruchem obiektu poprzez pchnięcia jest bardziej przydatny od klasycznego stożka tarcia. Wartość $M_{T\max}$ można obliczyć z równań (3.6)-(3.10) zakładając że $r_{MSC\text{-}CoR}$=0 (rys.3.5).

Dla aproksymacji powierzchni granicznej sferą (rys.3.7b), wektor zastępczych sił uogólnionych $\boldsymbol{P}_z$ jest równoległy w każdym punkcie powierzchni granicznej do wektora zastępczych prędkości uogólnionych $\boldsymbol{Q}_z$. Dla izotropowego tarcia w płaszczyźnie F_{zTx} i F_{zTy} (tj. tarcia bez obrotu), stosując pojęcie środka tarcia oraz wzór (3.11), łatwo wykazać, iż tak właśnie jest. Jednak w płaszczyźnie F_{zT}, M_{zT} wektor sił i momentu nie jest na ogół równoległy do wektora prędkości [41]. Również ten sam kształtu przekroju elipsoidy w płaszczyźnie F_{Tx}, M_T i w płaszczyźnie F_{Ty}, M_T powoduje, że powierzchnia graniczna aproksymowana elipsoidą (rys.3.7c) nie odzwierciedla wpływu różnicy wymiarów obiektu w osi x oraz y na wartość wyznaczanego (stosując pojęcie powierzchni granicznej) wektora sił uogólnionych $\boldsymbol{P}$. Co prawda, wymiary obiektu są uwzględnione przy obliczaniu $M_{T\max}$, jednak zastosowanie wzoru (3.23) ma charakter rozwiązania dokładnego tylko dla przypadków szczególnych, gdy chwilowy środek obrotu i środek tarcia pokrywają się ($r_{CoR\text{-}SM}$=0, występuje wyłącznie ruch obrotowy) lub gdy chwilowy środek obrotu jest bardzo odległy od obiektu ($r_{CoR\text{-}SM}$=∞, występuje wyłącznie ruch postępowy). Ponadto, kluczowy parametr $M_{T\max}$ elipsoidalnej powierzchni granicznej zostaje wyznaczony w warunkach stacjonarnych (podrozdział 3.2.1.2), tzn. dla jednorazowo zdefiniowanego środka tarcia z jednorazowo zdefiniowanym punktem maksymalnego nacisku oraz jednorazowo zdefiniowanym rozkładem sił nacisku, bez uwzględnienia zmiennych oddziaływań dynamicznych przesuwających środek tarcia. Zatem błąd przybliżenia, wynikający z narzucenia elipsoidalnego kształtu powierzchni granicznej, zostaje powiększony jeszcze o błąd, wynikający z pojawienia się warunków niestacjonarnych.

By uwzględnić warunki inne niż te wynikające z uproszczeń quasi-statycznych i quasi-dynamicznych (podrozdział 3.2.1.2), autorzy Jiayin Xie oraz Nilanjan [124] rozszerzyli zastosowanie elipsoidalnej powierzchni granicznej do szacowania sił i momentu tarcia w warunkach zarówno quasi-statycznych (oraz quasi-dynamicznych) jak i niequasi-statycznych (oraz niequasi-dynamicznych). Rozwiązanie to polega na obliczeniu nowego

położenia środka tarcia, przesuniętego na skutek oddziaływań dynamicznych, wg równania (3.2), względem którego z kolei obliczone zostają prędkości v_{1x}, v_{1y} i ω_1. Tak wyznaczone prędkości służą następnie do obliczenia sił i momentu tarcia względem nowo wyznaczonego środka tarcia.



Rys.3.7. Powierzchnia graniczna kontaktu prostokątnego o wymiarach $[W_1 \times L_1]=[0.3\times 0.6]$ m o stałym rozkładzie nacisku wg: a) rozwiązania analitycznego zaproponowanego przez autora pracy, b) szczególnego przypadku elipsoidy, tj. sfery, b)-c) rozwiązania aproksymowanego elipsoidą; zastosowanie wielkości zastępczych M_{zT}, F_{zTq}, F_{zTp} zamiast M_T, F_{Tq}, F_{Tp} normuje maksymalne odchylenie wartości w zakresie $\langle -1;1 \rangle$ dla każdej z trzech osi (a-b); m_1=2 kg, μ_k=0.2

Ponieważ jednak, bez znajomości sił i momentu tarcia nie można znaleźć położenia środka tarcia (równanie (3.1)), a bez znajomości położenia środka tarcia nie można wyznaczyć sił i momentu tarcia, rozwiązanie zaproponowane przez Jiayin Xie ma charakter zamknięty tylko dla trzech przypadków, tzn., gdy warunki są stacjonarne, dla ruchu wyłącznie postępowego oraz dla przypadku będącego połączniem dwóch poprzednich. Należy zwrócić uwagę, że na skutek przesunięcia środka tarcia zmienia się punkt maksymalnego nacisku oraz

rozkład nacisku, które to z kolei zmieniają kształt powierzchni granicznej [25], a także wielkość charakterystyczną powierzchni granicznej $M_{T\max}$, czego nie uwzględnia rozwiązanie zaproponowane przez Jiayin Xie'a. Ponadto, rozwiązanie jest obarczone pozostałymi przytoczonymi wcześniej błędami wynikającymi z przybliżenia zazwyczaj nieelipsoidalnej powierzchni granicznej za pomocą elipsoidy.

Brak zamkniętego rozwiązania dla ogólnego przypadku ruchu w warunkach niestacjonarnych a także błąd aproksymacji powierzchni granicznej elipsoidą, skłania autora tej pracy do zaproponowania własnego rozwiązania analitycznego równań (3.6)-(3.8) dla warunków stacjonarnych. Ponieważ proces sortowania w centrach logistycznych dotyczy z reguły prostopadłościennych obiektów, wybór prostokątnej powierzchni kontaktu w kontekście tej pracy jest uzasadniony. Analogiczne rozwiązanie analityczne dla kołowej powierzchni kontaktu przedstawił Zeno Farkas w swojej pracy [28]. Rozkład nacisku ze względu na możliwość sortowania różnych obiektów nie jest znany. Różnica w kształcie powierzchni granicznej dla profilu nacisku najczęściej występującego w literaturze tarcia płaskiego, tj. stałego oraz wg teorii Hertza jest nieznaczna [41], dlatego wybrano profil stały (p_Π = const.). Analityczne rozwiązanie całek powierzchniowych (3.6)-(2.7) ma wówczas postać:

$$F_{Tp} = \eta \cdot \left[p_2(r_2 - r_1) + p_4(r_4 - r_3) + q_2{}^2 \ln\left(\frac{k_2}{k_3}\right) + q_4{}^2 \ln\left(\frac{k_4}{k_1}\right) \right] \tag{3.24}$$

$$F_{Tq} = \eta \cdot \left[q_4(r_1 - r_4) + q_2(r_3 - r_2) + p_2{}^2 \ln\left(\frac{z_1}{z_2}\right) + p_4{}^2 \ln\left(\frac{z_3}{z_4}\right) \right] \tag{3.25}$$

$$\begin{aligned} M_{TCoR} &= 4\eta \cdot (q_2 p_4 r_3 - q_2 p_2 r_2 + q_4 p_2 r_1 - q_4 p_4 r_4)/6 + \\ &+ 2\eta \cdot \left[p_2{}^3 \ln\left(\frac{z_1}{z_2}\right) + p_4{}^3 \ln\left(\frac{z_3}{z_4}\right) + q_2{}^3 \ln\left(\frac{k_3}{k_2}\right) + q_4{}^3 \ln\left(\frac{k_1}{k_4}\right) \right] / 6 \end{aligned} \tag{3.26}$$

$$\eta = \frac{1}{2} \frac{mg\mu_k}{S} sign(\omega) \tag{3.27}$$

gdzie:

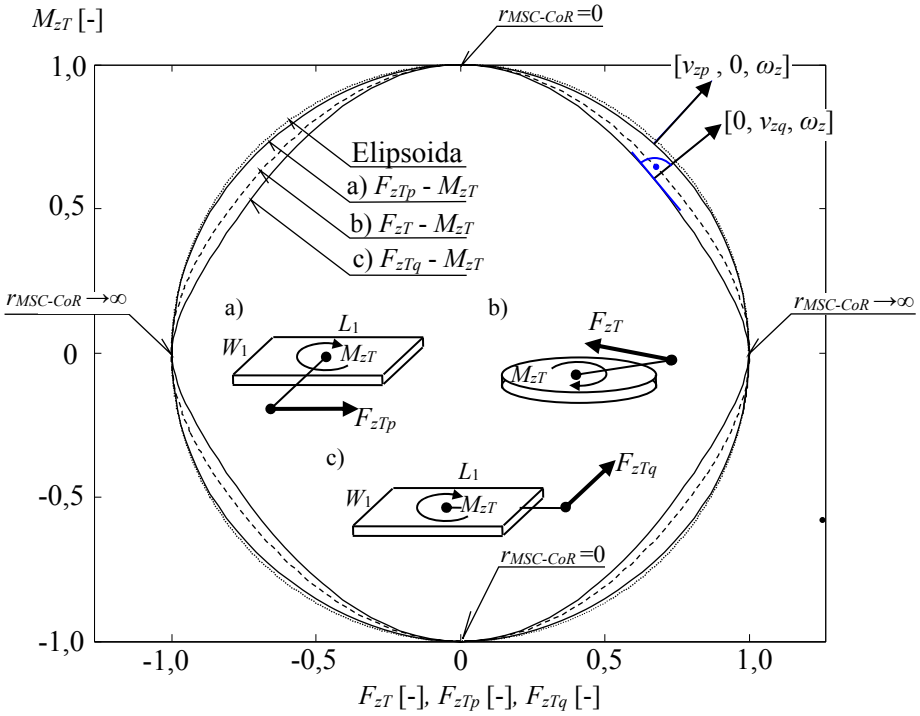
p_1, p_2, p_3, p_4 q_1, q_2, q_3, q_4 – współrzędne narożników powierzchni kontaktu w układzie pq (rys.3.5),

$r_i=(p_i^2+q_i^2)^{1/2}$ – odległość narożnika powierzchni kontaktu od chwilowego środka obrotu (rys.3.5),

$k_i=r_i+p_i$ – suma odległości do narożnika i oraz współrzędnej p narożnika i,

$z_i=r_i+q_i$ – suma odległości do narożnika i oraz współrzędnej q narożnika i.

Na rys.3.7a) przedstawiono krzywą graniczną dla prostokątnej powierzchni kontaktu, wyznaczonej wg rozwiązania analitycznego (3.24)-(3.26), rozwiązania aproksymowanego elipsoidą (rys.3.7c), a także szczególnym przypadkiem elipsoidy, tj. sferą (rys.3.7b). Można zauważyć dużą asymetrię powierzchni granicznej kontaktu prostokątnego, ze względu na kierunek wypadkowej siły tarcia [F_{zTp}, F_{zTq}] (rys.3.8), której nie uwzględnia aproksymacja powierzchnią eliptyczną (rys.3.7b,c).



Rys.3.8. Przekrój powierzchni granicznej dla stałego rozkładu nacisku w płaszczyźnie F_{zTp} - M_{zT} oraz F_{zTq} - M_{zT} dla prostokątnej powierzchni kontaktu W_1=2L_1 oraz przekrój powierzchni granicznej F_{zT} - M_{zT} w dowolnej płaszczyźnie pionowej, przechodzącej przez początek układu współrzędnych dla okrągłej powierzchni kontaktu

Na rys.3.8 przedstawiono przekrój powierzchni granicznej (rys.3.7a) dla kontaktu prostokątnego względem osi F_{zTp} oraz F_{zTq}. Wprowadzone wartości zastępcze sił uogólnionych i prędkości uogólnionych w równaniach (3.21)-(3.23) dla eliptycznej powierzchni granicznej są słuszne również dla nieeliptycznej powierzchni granicznej. Dzięki temu, występuje prostopadłość wektora prędkości [v_{zp}, 0, ω_z] i [0, v_{zq}, ω_z] do krzywej granicznej w każdym jej punkcie (rys.3.8). Dla porównania został zamieszczony również przekrój powierzchni granicznej dla okrągłego kontaktu, który jak wiadomo jest niezmienny od kierunku siły F_{zT} (obiekt jest osiowosymetryczny). Właściwości

powierzchni i krzywych granicznych (rys.3.7, rys.3.8) wyznaczone analitycznie wg wzorów (3.24)-(3.26), są zgodne z danymi literaturowymi [24, 27].

3.2.1.4. Początek poślizgu

Poślizg nie występuje, gdy wektor sił i momentu tarcia leży wewnątrz powierzchni granicznej. Chwilowy środek obrotu jest wówczas nieoznaczony, zatem nie można obliczyć sił i momentu tarcia statycznego przez całkowanie występujące w równaniach (3.6)-(3.8). Podobnie nieoznaczona jest nierówność (3.14) dla maksymalizacji energii ponieważ $\boldsymbol{Q}$=[0,0,0]. Zatem nieoznaczone są także równania (3.21)-(3.23) związku między siłami, momentami i prędkościami tarcia dla aproksymowanej elipsoidą powierzchni granicznej. Znalezienie zatem siły i momentu tarcia statycznego dla przypadku niepowodującego jeszcze ruchu stanowi osobne zagadnienie. Intuicyjnie wiadomo, że przesunięcie przedmiotu jest łatwiejsze, kiedy towarzyszy temu również jego obrót. Ruch wystąpi dla siły zewnętrznej o mniejszej wartości, gdy jej wektor nie przechodzi przez środek tarcia. Podobnie moment zewnętrzny, który spowoduje ruch będzie mniejszy, gdy wcześniej zostanie przyłożona niepowodująca jeszcze ruchu siła przechodząca przez środek tarcia.

Model Coulomb'a jest najprostszym z pośród modeli statycznych tarcia. Silny nacisk na aspekt tarcia przedpoślizgowego położony jest w dynamicznych modelach tarcia [32, 61, 88] (LuGre, Leuven, GMS, Dahl), gdzie w warunkach statycznych dla siły mniejszej od tej powodującej zerwanie przyczepności uwzględnia się niewielkie przemieszczenia wynikające z właściwości sprężystoplastycznych kontaktu. Zakres prędkości, przy których ujawniają się efekty histerezowe tarcia zależy od rodzaju pary ciernej. Dla prędkości względnej obiektów w zakresie 0-2mm/s modele dynamiczne w kontekście badań zjawisk przedpoślizgowych na wahadle Froude'a [95] są wstanie uwzględnić takie zjawiska jak: przemieszczenie przedpoślizgowe – sprężystoplastyczne odkształcenie pary ciernej bez wystąpienia poślizgu, frictonal lag – opóźnienie w zmianie wartości siły tym większe im szybsza jest zmiana prędkości, brake a way force – siła tarcia, przy której następuje przejście w poślizg zależy od szybkości jej narastania, stick-slip – gdy skończona sprężystość pary ciernej powoduje naprzemienne przejścia pomiędzy tarciem statycznym i kinetycznym.

Dynamiczne modele tarcia są powszechnie stosowane do modelowania tarcia przedpoślizgowego w układach o jednym stopniu swobody. Dla ogólnego przypadku tarcia w ruchu płaskim, gdzie oprócz ruchu postępowego występuje ruch obrotowy, dynamiczny model tarcia, taki jak LuGre czy GMS wymagałby przeprowadzenia złożonej symulacji czasowej nim nastąpi poślizg. Kiedy dwie powierzchnie cierne są w poślizgu, znany jest przebieg czasowy względnej prędkość każdego z ich punktów, dlatego ustalenie kierunku i wartości elementarnych sił tarcia od każdego punktu płaszczyzny nie jest trudne. Gdy obiekt nie porusza się, naprężenia styczne na powierzchni tarcia wywołane siłą

zewnętrzną są zależne nie tylko od jej kierunku, wartości i punktu przyłożenia, ale w modelach dynamicznych również od szybkości zmiany powyższych. W związku z tym, wyznaczenie rozkładu naprężeń stycznych w momencie przejścia w poślizg jest bardzo skomplikowane, gdyż należy odpowiedzieć sobie przynajmniej na pytanie, gdzie znajduje się punkt obojętny tych naprężeń, tj. punkt względem którego koncentrycznie ułożą się kierunki elementarnych sił tarcia. W kontekście sortowania obiektów, gdzie występuje duży rozrzut w zakresie właściwości występujących par ciernych, zastosowanie jednego z modeli dynamicznych tarcia zawiera jeszcze jedną trudność, a mianowicie, współczynnik sztywność kontaktu obecny w takich modelach jak model Dahl'a czy LuGre, zależy nie tylko od rodzaju pary ciernej, ale również od wartości nacisku w obrębie wybranej pary ciernej [87]. Podsumowując powyższe, badanie mechanizmu przejścia w poślizg w ogólnym przypadku tarcia płaskiego w oparciu o modele dynamiczne jest interesujące, jednak znacząco przekraczające zakres tej pracy.

Silvio Dahmen i inni przedstawił dwa uproszczone mechanizmy zerwania przyczepności [19]:

a) mechanizm najsłabszego ogniwa, który polega na przejściu w tarcie ślizgowe wówczas, gdy ulegnie zerwaniu mikrokontakt, w którym naprężenia są największe; zerwanie mikrokontaktu w tym miejscu powoduje wzrost naprężeń na pozostałej powierzchni kontaktu, dlatego dochodzi do zerwań kolejnych mikrokontaktów aż do lawiny zerwań, która ostatecznie obejmuje całą powierzchnię,
b) mechanizm zbiorowy, w którym mikrokontakty mogą ulegać relaksacji a elementarna siła tarcia pochodząca od zerwanego mikrokontaktu jest ponownie rozdzielana na istniejące i nowo utworzone mikrokontakty, samoorganizując się do stanu, w którym wszystkie mikrokontakty osiągają próg (wejścia w tarcie ślizgowe) dla maksymalnej wartości elementarnej siły tarcia statycznego w każdym punkcie powierzchni kontaktu.

Należy zauważyć, że dla $\mu_s/\mu_k=1$ (gdzie: μ_s, μ_k – współczynniki tarcia statycznego i kinetycznego) mechanizm a) staje się mechanizmem b). W przypadku, gdy rozkład nacisku jest nierównomierny a wartość maksymalna znajduje się w punkcie środkowym powierzchni dla mikroprzesunięcia translacyjgo Amin Fakhari podaje, że zerwanie przyczepności następuje najpierw na zewnętrznej krawędzi powierzchni kontaktu stopniowo przesuwając się do jej środka [25]. Wg Dahmen'a dla wypolerowanego krążka z drewna oraz tworzywa przesuwanego po dywanie prawidłowy okazał się mechanizm zbiorowy. Dywan zastosowano by zapewnić stały rozkład nacisku. Mechanizm zbiorowy wydaje się bardziej konsekwentny ze względu na stałość naprężeń stycznych na całej powierzchni w chwili przejścia w tarcie ślizgowe, podobnie jak w modelu Coulomba podczas ruchu obiektu o stałym rozkładzie nacisku. Stąd dla modelu b) powierzchnia graniczna jest reprezentatywna nie tylko dla ruchu ślizgowego, ale również dla początku poślizgu.

Jeżeli zostanie przyłożony znany wektor wymuszenia $\boldsymbol{P}_{z\_zew}=[F_{zew\_x}/F_{T\max}, 0, M_{zew}/M_{T\max}]$ siłą (np. w kierunku osi x) i momentem względem środka tarcia, który przekracza wektor uogólnionych sił tarcia $\boldsymbol{P}_z=[F_{Tx}/F_{T\max}, 0, M_T/M_{T\max}]$, wówczas pojawia się ruch przyspieszony, zgodny z wektorem uogólnionych sił bezwładności $\boldsymbol{P}_{zb} = \boldsymbol{P}_{z\_zew} - \boldsymbol{P}_z$ (rys.3.9). Związek pomiędzy wektorem prędkości uogólnionych $\boldsymbol{Q}_z$, i wektorem uogólnionych sił bezwładności $\boldsymbol{P}_{zb}$ można znaleźć, stosując dla $\boldsymbol{Q}_z$ regułę de l'Hospitala, z której wynika, że wektor przyspieszeń $\dot{\boldsymbol{Q}}_z$, jest na początku ruchu równoległy do wektora prędkości $\boldsymbol{Q}_z$. Stosując wiedzę o równoległości wektora $\dot{\boldsymbol{Q}}_z$ i wektora $\boldsymbol{Q}_z$ oraz pamiętając, że dla ruchu w kierunku osi x połączonego z obrotem, $\boldsymbol{Q}_z$ wynosi $[v_{1x}F_{T\max}, 0, \omega_1 M_{T\max}]$, otrzymuje się zależność:

$$\tan\alpha_b = K\tan\alpha_v \tag{3.28}$$

$$K = \frac{I_b \cdot F_{T\max}^2}{m_p \cdot M_{T\max}^2} \tag{3.29}$$

gdzie:

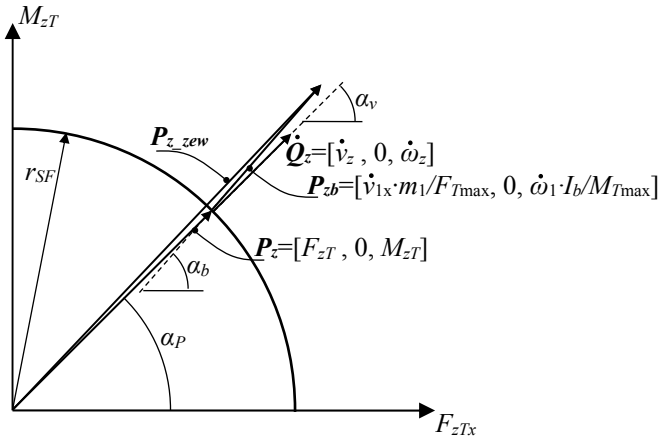
$\tan\alpha_b$ – współczynnik kierunkowy nachylenia wektora $\boldsymbol{P}_{zb}$ uogólnionych sił bezwładności, litera z w symbolu $\boldsymbol{P}_{zb}$ oznacza wartość zastępczą (rys.3.9),

$\tan\alpha_v$ – współczynnik kierunkowy nachylenia wektora $\boldsymbol{Q}_z$ zastępczych prędkości uogólnionych,

I_b – masowy moment bezwładności obiektu (tworzącego parę cierną) w osi z, jeżeli środek tarcia i środek masy pokrywają się; I_b jest wyznaczony względem środka masy,

K – współczynnik równoległości wektora $\boldsymbol{P}_{zb}$ uogólnionych sił bezwładności i wektora $\dot{\boldsymbol{Q}}_z$ zastępczych przyspieszeń uogólnionych, gdy K=1 wektory $\boldsymbol{P}_{zb}$ i $\dot{\boldsymbol{Q}}_z$ są równoległe.

Przedstawienie graficzne sytuacji zerwania przyczepności za pomocą koncepcji powierzchni granicznej (rys.3.9) po raz pierwszy zaprezentował Goyal i inni [35] zakładając K=1. Dla stałego i ciągłego rozkładu nacisku wektor $\boldsymbol{P}_{zb}$ uogólnionych sił bezwładności nigdy nie jest równoległy do wektora $\dot{\boldsymbol{Q}}_z$ uogólnionych przyspieszeń zastępczych, ponieważ współczynnik K dla takiego przypadku jest zawsze większy od jedności (dla koła wynosi 9/8) i jest tym większy im większa jest różnica wymiarów obiektu w dwóch prostopadłych kierunkach.



Rys.3.9. Wejście w poślizg obiektu na przykładzie krzywej granicznej $M_{zT}=f(F_{zTx})$ aproksymowanej elipsoidą dla kołowej powierzchni kontaktu o stałym rozkładzie nacisku; $\boldsymbol{P}_{z\_zew}$, $\boldsymbol{P}_{zb}$, $\boldsymbol{P}_z$ – zastępcze wektory kolejno wymuszenia, bezwładności oraz tarcia, α_b – kąt wektora bezwładności $\boldsymbol{P}_{zb}$, α_v – kąt wektora przyspieszeń $\dot{\boldsymbol{Q}}_z$, α_P – kąt wektora tarcia $\boldsymbol{P}_z$, r_{SF} – promień krzywej granicznej

Przedstawienie momentu zewnętrznego M_{zew} względem środka masy na wykresie krzywej granicznej jest możliwe tylko wówczas, gdy środek masy i środek tarcia pokrywają się, w przeciwnym wypadku moment zewnętrzny oraz moment bezwładności muszą zostać wyznaczone względem środka tarcia.

Kąt α_v dla którego następuje wejście w poślizg dla aproksymowanej elipsoidą powierzchni granicznej można wyznaczyć numerycznie z zależności:

$$\frac{M_{zew}}{M_{T\max}} = K\tan\alpha_v \frac{F_{zew}}{F_{T\max}} + \sin\alpha_v - K\sin\alpha_v \tag{3.30}$$

Gdy K=1, wektory $\boldsymbol{Q}_z$ oraz wektor $\boldsymbol{P}_{zb}$ są równoległe, a rozwiązanie upraszcza się do postaci $\tan\alpha_v = (M_{zew} / F_{zew}) / (M_{T\max} / F_{T\max})$. Dla dowolnej powierzchni granicznej na ogół kąty α_P i α_v nie są równe a promień r_{SF} (rys.3.9) nie jest stały, dlatego rozwiązanie staje się jeszcze bardziej skomplikowane. By znaleźć kąty α_v oraz α_P, przy których następuje poślizg, jak wynika z równania (3.30), wektor $\boldsymbol{P}_{zew}$ musi być zdefiniowany. Taka sytuacja występuje tylko wówczas, gdy przyłożone zostanie skokowe wymuszenie o znanej wartości siły zewnętrznej F_{zew} i momentu zewnętrznego M_{zew} na skutek czego zostanie zerwana przyczepność. Gdy przykładana jest siła, która narasta od zerowo na pewnym ramieniu względem środka tarcia, nie jest wiadome, dla jakiej wartości tej siły i dla jakiego momentu siły nastąpi poślizg.

Dotychczas przeprowadzono rozważania dla identyfikacji początku poślizgu przy założeniu $\mu_s / \mu_k = 1$, jak to czyni większość autorów prac w zakresie tarcia w ruchu płaskim. Jedne z nielicznych dociekań w zakresie

przejścia z tarcia statycznego w kinetyczne w ogólnym ruchu płaskim przedstawili Dahmen i inni [19] oraz Wolf i inni [117]. Eksperyment w pracy [19] polegał na wyznaczeniu wartości siły zewnętrznej w funkcji momentu zewnętrznego, dla której nastąpi początek poślizgu. W ten sposób wykonana została powierzchnia graniczna dla początku poślizgu nieruchomego dysku. Okazuje się, że powierzchnia graniczna dla początku poślizgu jest odwzorowaniem powierzchni granicznej obiektu w ruchu ze współczynnikiem przeskalowania równym μ_s/μ_k .

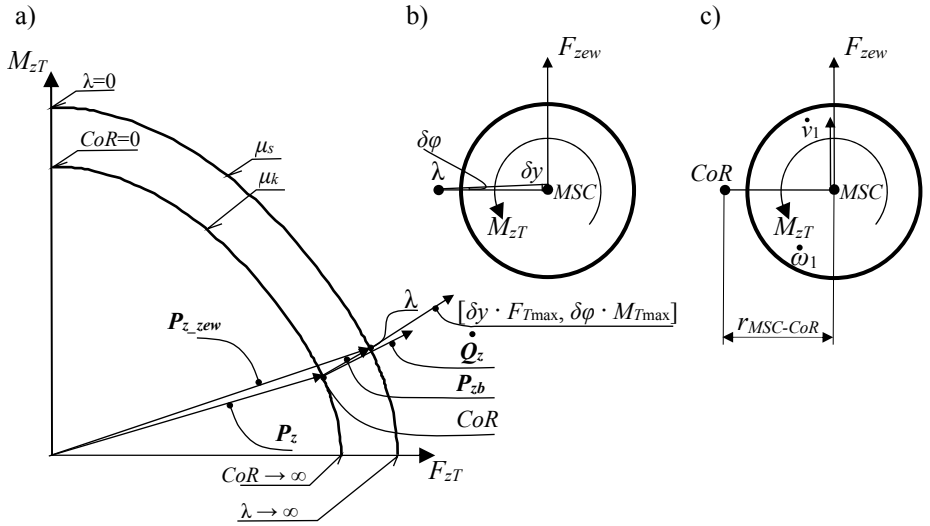
Podobnie, jak chwilowy środek obrotu *CoR* w ruchu, tak dla stanu przed poślizgiem Dahmen wprowadził parametr definiowany jako:

$$\lambda = \frac{\delta y}{\delta \varphi} \tag{3.31}$$

gdzie:

δy – przedpoślizgowe mikroprzemieszczenie translacyjne powierzchni kontaktu (rys.3.10b),

$\delta\varphi$ – przedpoślizgowe mikroprzemieszczenie rotacyjne powierzchni kontaktu.



Rys.3.10. Mechanizm przejścia w tarcie kinetyczne na przykładzie kontaktu kołowego o stałym rozkładzie nacisku, gdy wymuszenie zewnętrzne $\boldsymbol{P}_{z\_zew}$ nieznacznie przekroczy maksymalną reakcję tarcia statycznego: a) krzywa graniczna dla tarcia statycznego jest odsunięta od krzywej granicznej dla tarcia kinetycznego o μ_s/μ_k=1.2, b) ruch przedpoślizgowy dysku, c) ruch dysku bezpośrednio po rozpoczęciu poślizgu

Parametr λ, w interpretacji odkształceniowej może być definiowany jako punkt, względem którego nastąpiło przesunięcie przedpoślizgowe pozostałych

punktów powierzchni, a sam pozostał nieruchomy lub w chwili przejścia w poślizg wrócił na swoje pierwotne położenie (położenie przed wystąpieniem naprężeń). W interpretacji naprężeniowej parametr λ jest punktem obojętnym naprężeń stycznych, tzn. punktem, względem którego w chwili przejścia w poślizg koncentrycznie ułożyły się kierunki elementarnych sił tarcia. Punkt λ oraz *CoR* na ogół nie znajdują się w tym samym miejscu, gdyż jest to zależne od różnicy $\boldsymbol{P}_z - \boldsymbol{P}_{z\_zew}$, współczynnika K oraz kształtu powierzchni granicznej (rys.3.10a). Punkt λ, podobnie jak chwilowy środek obrotu *CoR*, zmienia się od zera (dla *CoR* wyłącznie ruch postępowy) do nieskończoności (dla *CoR* wyłącznie ruch obrotowy).

Na rys.3.10 przedstawiono mechanizm przejścia z tarcia statycznego w tarcie kinetyczne. Mechanizm ten jest analogiczny do tego przedstawionego wcześniej, gdzie wystąpiło skokowe wymuszenie $\boldsymbol{P}_{z\_zew}$ (rys.3.9), z tym że wymuszenie w tym wypadku jest równe wartości maksymalnej reakcji tarcia statycznego i leży na statycznej powierzchni granicznej (związanej z μ_s). W chwili wejścia w poślizg następuje gwałtowny spadek siły i momentu tarcia $\boldsymbol{P}_z$ a pojawiająca się skokowa nadwyżka $\boldsymbol{P}_{z\_zew} - \boldsymbol{P}_z$ stanowi wektor uogólnionych sił bezwładności $\boldsymbol{P}_{zb}$, wg którego następuje ruch. Wektory przyspieszenia $\dot{\boldsymbol{Q}}_z$ oraz mikroprzesunięcia $[\delta y \cdot F_{T\max}, \delta\varphi \cdot M_{T\max}]$ nie są równoległe, ponieważ efekt dynamiczny zmienia kierunek wektora $\boldsymbol{P}_z$ względem $\boldsymbol{P}_{z\_zew}$, przez co punkty λ oraz *CoR* na rys.3.10a nie są ułożone symetrycznie względem początku układu współrzędnych M_{zT}, F_{zT}. Długość ramienia $r_{MSC\text{-}CoR}$ (rys.3.10c) bezpośrednio po rozpoczęciu ruchu można obliczyć z zależności [19, 117]:

$$r_{MSC-CoR} = \frac{I_b F_{T\max}}{m_1 M_{T\max}} \frac{\left[\dfrac{\mu_s}{\mu_k}\mathrm{F_{zT}}(\lambda) - \mathrm{F_{zT}}(CoR)\right]}{\left[\dfrac{\mu_s}{\mu_k}\mathrm{M_{zT}}(\lambda) - \mathrm{M_{zT}}(CoR)\right]} \tag{3.32}$$

Położenie $\mathrm{F_{zT}}(CoR)$ oraz $\mathrm{M_{zT}}(CoR)$ można wyznaczyć numerycznie lub wykreślnie. W przeanalizowanej literaturze (przeprowadzonej przez autora niniejszej rozprawy), nie przedstawiono rozwiązania pozwalającego odpowiedzieć, gdzie znajduje się punkt λ bez dokładnej wiedzy o wartości siły zewnętrznej i momentu zewnętrznego na granicy przejścia w tarcie kinetyczne. Innymi słowy, nie wiadomo jaki moment generuje siła zewnętrzna względem punktu obojętnego λ naprężeń (konieczne do obliczeni momentu względem środka tarcia), gdyż nie wiadomo, gdzie się on znajduje. Zgodnie z mechanizmem b) punkt λ podczas przykładania mimośrodowej siły narastającej może się przemieszczać, ponieważ w pewnym momencie obok naprężeń sprężystych pojawiają się naprężenia plastyczne, przez co zmienia się proporcja w rozkładzie naprężeń, jednak nie powinien ulec przesunięciu z poślizgiem, a w momencie zerwania przyczepności musi znajdować się w tym samym miejscu, jak przed wystąpieniem naprężeń.

Przeprowadzając eksperyment myślowy, wg propozycji autora tej pracy, punkt λ ustali się w miejscu, względem którego odzerowo narastająca siła mimośrodowa, konieczna do zerwania przyczepności będzie najmniejsza. Wówczas każde przesunięcie punktu λ z tego miejsca, będzie powodować wzrost siły koniecznej do zerwania przyczepności (rys.3.12) oraz pojawienie się siły niezrównoważenia względem punktu λ. Wzrost siły koniecznej do zerwania przyczepności oraz pojawienie się siły nierównoważenia (stanowiącą różnicę między siłą zewnętrzną a siłą tarcia) nie są możliwe bez nałożenia dodatkowych więzów ruchu. Jest to zatem zadanie optymalizacji, gdzie współrzędne punktu λ są zmiennymi decyzyjnymi, a funkcją celu – minimalna wartość siły zewnętrznej, zrywająca tarcie statyczne:

$$\min\left(F_{Ts\_\max}(x_\lambda, y_\lambda)\right) = \frac{\int_S \mu_s \cdot g \cdot m_1 \sqrt{(x - x_\lambda^*)^2 + (y - y_\lambda^*)^2} \cdot ds}{R_{Fz}^* \cdot S} \tag{3.33}$$

$$R_{Fz}^* = \left|\left(x_k - x_\lambda^*\right)\sin\beta_Z - \left(y_k - y_\lambda^*\right)\cos\beta_Z\right| \tag{3.34}$$

gdzie:

$F_{Ts\_\max}$ – maksymalna wartość siły tarcia statycznego, dla której nie następuje jeszcze poślizg, znajdująca się na tej samej linii co siła zewnętrzna F_Z (rys.3.11) lub jest to również wartość siły zewnętrznej koniecznej do wprowadzenia obiektu w tarcie ślizgowe,

μ_s – współczynnik tarcia statycznego obiekt-taśma przenośnika,

m_1 – masa sortowanego obiektu,

S – pole powierzchni kontaktu obiekt-taśma przenośnika,

x_λ, y_λ – zmienne decyzyjne funkcji celu,

x_λ^*, y_λ^* – wyznaczone współrzędne punktu λ,

β_Z – kąt pomiędzy osią odciętych i wektorem siły F_Z,

R_{Fz}^* – ramię siły F_Z względem współrzędnych x_λ^*, y_λ^*,

x_k, y_k – współrzędne punktu kontaktu zastawy z sortowanym obiektem,

x, y – argumenty całkowania po polu powierzchni S.

Jak można zauważyć, wartość wyznaczonego minimum $F_{Ts\_\max}$ oraz położenie punktu λ, zależy od kierunku β_Z i punktu przyłożenia x_k, y_k siły zewnętrznej.

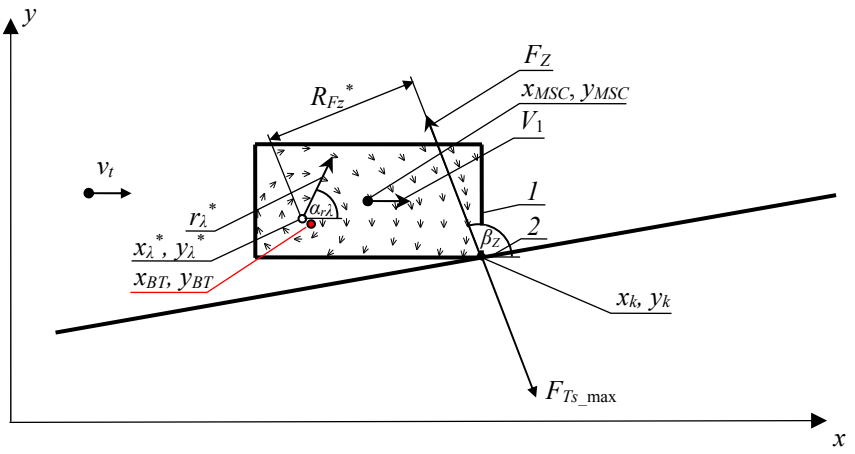
Ruch nastąpi gdy:

$$F_Z > F_{Ts\_\max}(x_\lambda^*, y_\lambda^*) \tag{3.35}$$

gdzie:

F_Z – siła zewnętrzna (rys.3.11).

Rys.3.11 przedstawia przypadek mimośrodowego przyłożenia siły przez zastawę do prostopadłościennej paczki poruszającej się po taśmie z prędkością V_1 równą prędkości taśmy przenośnika v_t, do chwili utraty przyczepności. Siła zewnętrzna F_Z jest reprezentowana przez wypadkową siłę od zastawy, na którą składa się siła normalna do powierzchni zastawy N_Z oraz siła styczna F_2 (rys.4.4), dlatego kąt β_Z jest łatwy do ustalenia.



Rys.3.11. Rozkład pola elementarnych sił tarcia statycznego wyznaczonych wg modelu Coulomba, zastosowanego dla przypadku mimośrodowo przyłożonej siły zewnętrznej F_Z na ramieniu R_{Fz}^* od punktu λ; x_λ^*, y_λ^* – współrzędne punktu λ, x_{BT}, y_{BT} – chwilowy punkt obrotu dla ruchu bez tarcia paczki względem taśmy w chwili przyłożenia siły F_Z, v_t – prędkość taśmy, V_1 – prędkość paczki (V_1=v_t), r_λ^* – promień wodzący dla obliczania sił i momentów z elementarnych sił tarcia, 1 – paczka, 2 – zastawa

Poprawność znalezionego minimum siły F_{Ts_max} oraz współrzędnych x_λ, y_λ można sprawdzić obliczając z zasady równowagi sił, bilans rzutów elementarnych sił tarcia statycznego oraz siły F_{Ts_max} na dowolny kierunek

$$F_{Ts\_max}(x_\lambda^*, x_\lambda^*)\sin(\beta_Z - \varphi) + \\ -\mu_s g \frac{m_1}{S}\int_S \frac{(x - x_\lambda^*)\cos(\varphi) + (y - x_\lambda^*)\sin(\varphi)}{\sqrt{(x - x_\lambda^*)^2 + (y - x_\lambda^*)^2}} \cdot ds = 0 \tag{3.36}$$

gdzie:

φ – dowolna liczba rzeczywista pozwalająca uzyskać dowolny kierunek.

Ze względu na zmiany kąta β_Z w każdej iteracji, funkcja (3.33)-(3.34) oraz warunek (3.35) muszą być wykonywane za każdym razem dla fragmentu symulacji procesu zgarniania między zaistnieniem kontaktu obiektu z zastawą a rozpoczęciem ruchu obiektu. Symulację przyspieszy się, jeśli powziąć założenie upraszczające. Znając punkt przyłożenia i kierunek siły zewnętrznej, można łatwo obliczyć analitycznie chwilowy punkt obrotu sztywnego ciała

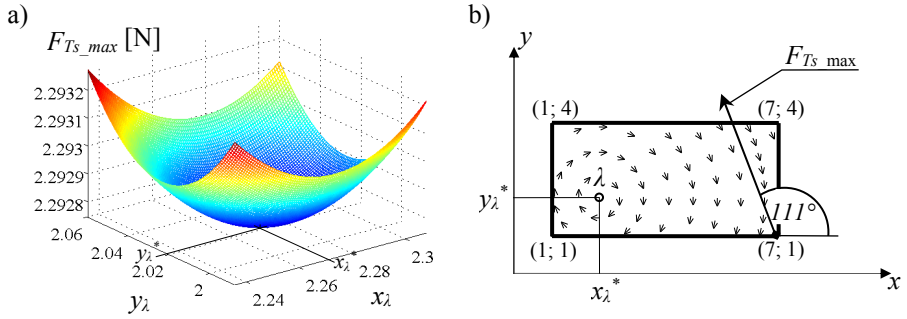
dwuwymiarowego w chwili rozpoczęcia ruchu płaskiego bez tarcia względem powierzchni transportującej [45].

$$
\begin{aligned}
x_{BT} &= x_{MSC} - \frac{I_b \sin\beta_Z}{m_1\left[(x_k - x_{MSC})\sin\beta_Z - (y_k - y_{MSC})\cos\beta_Z\right]} \\
y_{BT} &= y_{MSC} - \frac{I_b \cos\beta_Z}{m_1\left[(x_k - x_{MSC})\sin\beta_Z - (y_k - y_{MSC})\cos\beta_Z\right]}
\end{aligned}
\tag{3.37}
$$

gdzie:

x_{BT}, y_{BT} – współrzędne chwilowego punktu obrotu paczki bez tarcia (rys.3.11).

Tak obliczony chwilowy punkt obrotu BT nie pokrywa się z punktem λ, ale znajduje się w niewielkiej odległości od niego w porównaniu z wymiarami paczki (rys.3.11). Znając w każdej iteracji dokładny lub przybliżony środek tarcia można obliczyć maksymalną siłę tarcia statycznego F_{Ts_max}, dla której ruch jeszcze nie następuje a następnie sprawdzić czy ruch już nastąpił stosując warunek (3.35).



Rys.3.12. Maksymalna wartość siły tarcia statycznego F_{Ts_max} w funkcji położenia punktu λ dla prostokątnej powierzchni kontaktu o równomiernym rozkładzie nacisku: a) wartość siły F_{Ts_max} w funkcji położenia punktu λ, b) wymiary obiektu, położenie x_λ^*, y_λ^*oraz punkt przyłożenia i kierunek siły F_{Ts_max}; m_1=2 kg, μ_s=0.2; g=9.81 m/s^2, x_λ^*=2.27, y_λ^*=2.02

3.2.2. Zderzenie

3.2.2.1. Opis ogólny

W procesie sortowania, gdy sortowany obiekt porusza się wzdłuż krawędzi przenośnika mocującej zastawę, zastawa wychylając się stopniowo, stale jest w kontakcie z poruszającym się wzdłuż niej obiektem. Jeżeli jednak obiekt porusza się w pewnej odległości od krawędzi przenośnika mocującej zastawę, w chwili zaistnienia kontaktu musi powstać impuls siły wynikający z różnicy prędkości zastawy i obiektu. By oszacować jego skutki, najlepiej jest

wyodrębnić z całego procesu sortowania sam element zderzenia. Pewnym przybliżeniem uderzenia sortowanego obiektu w zastawę o ruchu obrotowym może być uderzanie w belkę jednostronnie utwierdzoną, które rozważono w tym rozdziale. Pomija się w ten sposób siłę tarcia pomiędzy sortowanym obiektem i przenośnikiem oraz ruch obrotowy zastawy. Siła tarcia w stosunku do siły wywieranej na obiekt z powodu zderzenia jest pomijalna. Z przeprowadzonych badań wstępnych wynika, iż czas zderzenia jest wielokrotnie krótszy od cyklu roboczego zastawy. Dlatego zmiana położenia zastawy wynikająca z jej ruchu obrotowego pomiędzy początkiem i końcem zderzenia jest tak niewielka, iż nieruchoma belka wspornikowa stanowi dobre przybliżenie warunków zderzenia ze względu na przemieszczenie zastawy, lecz nie ze względu na prędkość zastawy podczas rzeczywistego sortowania.

W procesie sortowania zastawą o ruchu obrotowym liniowa prędkość (względem sortowanego obiektu) poszczególnych przekrojów poprzecznych zastawy w chwili zderzenia nie jest stała jak w przypadku belki wspornikowej, lecz zmienia się liniowo od wartości najmniejszej w osi obrotu do maksymalnej na końcu zastawy. Ponieważ jednak prędkość kątowa zastawy w chwili zderzenia jest zmienną zależną od wielu czynników, trudno jest z jej uwzględnieniem rozpatrywać sam element zderzenia w oderwaniu od całości problematyki procesu sortowania.

Podsumowując, belka wspornikowa jest dobrym przybliżeniem w kontekście rozpatrywanego zjawiska zderzenia obiektu z zastawą podczas sortowania ze względu na to, iż można w belce wspornikowej odtworzyć konstrukcję zastawy. Belka ta, podobnie jak zastawa, jest elementem smukłym w stosunku do obiektu wchodzącego z nią w kontakt, podobne są również warunki brzegowe związane z mocowaniem. Ponadto krótki czas narastania siły zderzenia powoduje, że przemieszczenie wynikające z ruchu obrotowego zastawy jest pomijalne. W belce wspornikowej pomija się natomiast elementy procesu sortowania (takie jak tarcie oraz prędkość kątową zastawy), które nie mają dużego wpływu na proces zderzenia albo są trudne do ustalenia w oderwaniu od całości zagadnienia procesu sortowania.

3.2.2.2. Uderzenie w nieważką belkę

Wartość siły uderzenia zależy przede wszystkim od długości drogi, na której po zderzeniu tracona jest prędkość, jak również od kształtu krzywej opóźnienia. Po zaistnieniu kontaktu następuje deformacja lokalna w tym miejscu oraz odkształcenie ogólne całej konstrukcji. W przypadku, gdy masa belki jest porównywalna lub większa od masy uderzającego obiektu, opóźnienia inercyjne konstrukcji belki powodują, że deformacja belki w miejscu uderzenia, a co za tym idzie maksymalna siła zderzenia, następuje dużo szybciej niż odkształcenie maksymalne całej konstrukcji (rys.3.13a). Z kolei im masa belki jest mniejsza, tym mniejszy na proces zderzenia jest również wpływ inercji belki a siły powodujące odkształcenia ogólne w danej chwili są bliższe siłom

deformacji lokalnej. W ekstremalnym przypadku, gdy belka jest nieważka, dochodzi do zrównania przebiegu tych sił, a odkształcenia ogólne i deformacje lokalne osiągają maksimum w tej samej chwili (rys.3.13c), wówczas:

$$\gamma_b(\chi_k,t) = \frac{V_1}{\omega_b}\sin(\omega_b t) \tag{3.38}$$

$$v_b(\chi_k,t) = V_1 \sin(\omega_b t) \tag{3.39}$$

$$a_b(\chi_k,t) = V_1\omega_b \sin(\omega_b t) \tag{3.40}$$

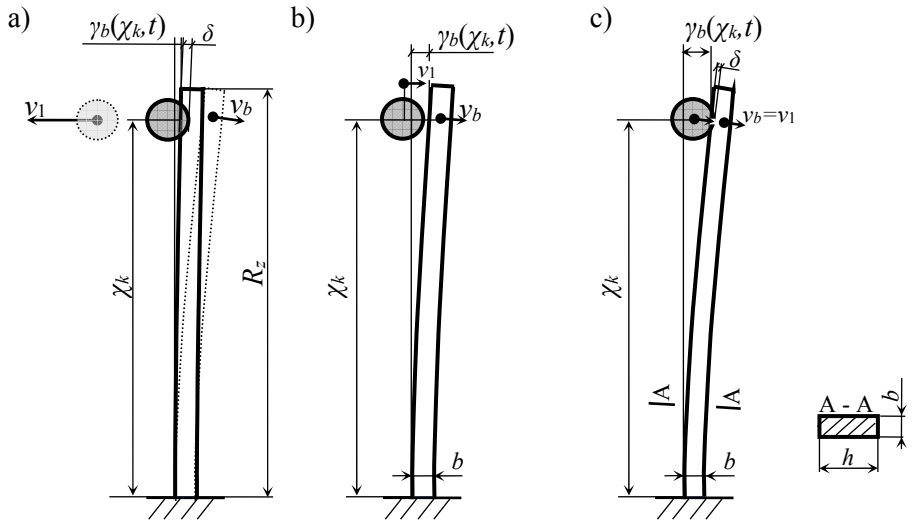
$$P_b(\chi_k,t) = m_1 V_1 \omega_b \sin(\omega_b t) \tag{3.41}$$

gdzie:

$\gamma_b(\chi_k,t)$ – ugięcie belki w odległości χ_k od miejsca utwierdzenia w funkcji czasu t,

$v_b(\chi_k,t)$, $a_b(\chi_k,t)$ – prędkość i przyspieszenie przekroju poprzecznego belki w odległości χ_k od miejsca utwierdzenia w funkcji czasu t,

$P_b(\chi_k,t)$ – siła sprężysta ugiętej belki przyłożona w odległości χ_k od miejsca utwierdzenia w funkcji czasu t.



Rys.3.13. Zderzenie obiektu cylindrycznego z pryzmatyczną belką wspornikową: a) uderzenie sprężyste w belkę o masie kilkukrotnie większej od obiektu uderzającego, b) uderzenie sprężyste w belkę o masie równej lub mniejszej od obiektu uderzającego, c) uderzenie w belkę nieważką; v_1 – pędkość chwilowa uderzającego obiektu

Pulsację ω_b można obliczyć jako:

$$\omega_b = \sqrt{\frac{k_b}{1+\frac{k_b}{k_l}} \cdot \frac{1}{m_1}} \tag{3.42}$$

Gdy sztywność lokalna k_l jest dużo większa od sztywności belki k_b, deformację lokalną można pominąć, wówczas:

$$\omega_b \approx \sqrt{\frac{k_b}{m_1}} \tag{3.43}$$

Dla pryzmatycznej belki nieważkiej maksymalną siłę zderzenia można obliczyć na podstawie równań (3.41) i (3.43) jako:

$$P_D = V_1 \sqrt{\frac{3EI}{\chi_k^{\,3}}} \cdot \sqrt{m_1} \tag{3.44}$$

Z kolei maksymalne ugięcie w miejscu uderzenia na podstawie równania (3.38) i równania (3.43) wynosi:

$$\gamma_D = V_1 \sqrt{\frac{\chi_k^{\,3}}{3EI}} \cdot \sqrt{m_1} \tag{3.45}$$

Gdy znana jest masa obiektu m_1, jego prędkość V_1 oraz maksymalne ugięcie belki w miejscu uderzenia χ_k sztywność belki można obliczyć ze wzoru:

$$k_b = \frac{m_1 V_1^{\,2}}{\gamma_D^{\,2}} \tag{3.46}$$

Z przeprowadzonych powyżej przez autora tej pracy rozważań nad uderzeniem w belkę nieważką płynie wniosek, iż większa masa zastawy będzie przesuwać charakter zderzenia do odziaływania lokalnego, które jest na ogół dużo bardziej sztywne od sztywności ogólnej (zwłaszcza dla konstrukcji podatnej zastawy). Dlatego należy dążyć, by masa konstrukcji zastawy była jak najmniejsza, wówczas podatność zastawy w większym stopniu wpływa na zmniejszenie reakcji dynamicznej na sortowany obiekt. Ponieważ jednak określona sztywność zastawy, konieczna do zgarnięcia obiektu wymaga by konstrukcja miała pewną masę, jej wpływ uwzględniony jest w modelach zderzenia będących tematem kolejnych podrozdziałów.

3.2.2.3. Modele zderzenia uwzględniające masę belki

Uwzględnienie masy belki w procesie zderzenia powoduje znaczne skomplikowanie modelu, ponieważ wraz ze wzrostem masy wzrasta wpływ podatności lokalnej [109], dlatego analityczne rozwiązanie zamknięte nie istnieje. Przyczynia się do tego również fakt, że belka jako ośrodek ciągły

posiada nieskończoną liczbę stopni swobody, jak również to, że na proces zderzenia mają wpływ warunki brzegowe, tzn. podpory, do których fala naprężeń dociera i odbija się ze zmienną prędkością, wpływając na przebieg zderzenia [21, 22]. Ze względu na to, iż podatność lokalna oraz ogólna na ogół różnią się znacznie, podczas zderzenia może występować wielokrotne odbicie obiektu od powierzchni belki, potęgowane jeszcze wspomnianym odbiciem fali naprężenia od podpór [109].

Zaniedbanie wpływu podpór wymaga założenia belki nieskończenie długiej, które jest prawidłowe również wówczas, gdy belka jest wystarczająco smukła, a największy wymiar uderzającego obiektu jest dużo mniejszy od długości belki [11]. Wówczas zachowanie belki nie jest zależne od warunków brzegowych, ani od jej długości. Założenie to [11] umożliwiło rozwiązanie w sposób analityczny problemu zderzenia belki z obiektem sferycznym bez, z pojedynczym oraz wielokrotnym odbiciem. Jednak w przypadku zderzenia zastawy z prostopadłościenną paczką, wymiary paczki jak i wielkość powierzchni kontaktu uniemożliwiają założenie nieskończonej długości zastwy, dlatego wpływ reakcji podpór ma zasadnicze znaczenie dla procesu zderzenia.

W pełni analityczne rozwiązanie uzyskano dla wspornikowej belki Timoshenki, zakładając wymuszenie prostokątnym impulsem siły [127]. Jednak przebieg ten, daleki jest od tych występujących w zderzeniu rzeczywistym. Ponadto, złożoność podanych wzorów [127], opisujących odkształcenia, prędkości i przyspieszenia zginania belki znacznie utrudnia, zarówno wnioskowanie jak i implementację.

3.2.2.4. Modele zderzenia oparte o drgań wymuszone

Często występującym w literaturze założeniem jest to, iż belka przed, w trakcie i po kontakcie z obiektem zachowuje się podobnie jak w przypadku drgań wymuszonych nietłumionych [2, 71, 101, 103]. Poprzeczny ruch belki w danym punkcie jest wypadkową postaci drgań dla częstotliwości drgań przed uderzeniem a także wzbudzonych w trakcie uderzenia. Dla oscylatora o jednym stopniu swobody [37] zjawisko to opisuje całka Dumhela:

$$\gamma(t) = \gamma(0)\cos(\omega t) + \frac{\dot{\gamma}(0)}{\omega}\sin(\omega t) + \frac{1}{\omega m_2}\int P(t')\sin\omega(t-t')dt' \qquad (3.47)$$

gdzie:

$\gamma(0)$ – początkowe wychylenie oscylatora,

$\dot{\gamma}(0)$ – prędkość oscylatora dla chwili t=0,

$\omega=(k_2/m_2)^{0.5}$ – częstość kołowa drgań własnych oscylatora,

$P(t')$ – siła bezwładności, którą oddziałuje uderzający obiekt na oscylator,

k_2 – sztywność oscylatora,

m_2 – masa oscylatora,

t' – czas będący argumentem całkowania w splocie,

t – czas będący granicą całkowania w splocie.

Dla belki równanie ruchu przyjmuje postać [109]:

$$\gamma_b(t,\chi_k)=\sum_{j=1}^{\infty}\gamma_j(0,\chi_k)\cos(\omega_j t)+$$
$$+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{\dot{\gamma}_j(0,\chi_k)}{\omega_j}\sin(\omega_j t)+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{1}{\omega_j\Gamma_j}\int_0^t P(t')\sin\omega_j(t-t')dt' \tag{3.48}$$

gdzie:

$\gamma_j(0,\chi_k)$ – początkowe wychylenie poprzeczne belki z położenia równowagi dla *j*-tej harmonicznej w punkcie uderzenia o współrzędnej χ_k (wg rys.3.13),

$\dot{\gamma}_j(0,\chi_k)$ – jest prędkością początkową w punkcie uderzenia χ_k dla *j*-tej składowej harmonicznej,

Γ_j – masa zredukowana do punktu uderzenia χ_k ze względu na energię kinetyczną ruchu dla *j*-tej harmonicznej,

ω_j – częstość kołowa drgań własnych dla *j*-tej harmonicznej,

χ_k – odległość punktu uderzenia od miejsca utwierdzenia belki.

Wychylenie poprzeczne belki $\gamma_j(t,\chi)$ można rozłożyć na składową zależną od czasu *t* oraz położenia χ wzdłuż belki:

$$\gamma_j(t,\chi)=Y_j(\chi)\Theta_j(t) \tag{3.49}$$

gdzie:

Θ_j – przebieg czasowy ugięcia.

Przebieg czasowy ugięcia Θ_j zmienia się w zakresie:

$$-1\le\Theta_j(t)\le 1 \tag{3.50}$$

Masa zredukowana Γ_j oraz częstość drgań własnych ω_j są opisane zależnościami:

$$\Gamma_j=\frac{\int_0^{R_z}\rho A Y_j^2(\chi)d\chi}{Y_j^2(\chi_k)} \tag{3.51}$$

$$\omega_j=\sqrt{\frac{\int_0^{R_z}EI\left(\frac{d^2Y_j(\chi)/Y_j(\chi_k)}{d\chi^2}\right)^2 d\chi}{\int_0^{R_z}\rho A\left(\frac{Y_j(\chi)}{Y_j(\chi_k)}\right)^2 d\chi}} \tag{3.52}$$

gdzie:

EI – jest sztywnością przekroju belki na zginanie,
ρA – gęstość liniowa belki,
ρ – gęstość materiału,
A – pole przekroju poprzecznego,
E – moduł Younga.
Uwzględniając wzory dla położenia uderzającego obiektu:

$$\gamma_1(t) = V_1 t - \frac{1}{m_1}\int_0^t\int_0^{t'} P(t')dt'dt = V_1 t - \frac{1}{m_1}\int_0^t (t-t')P(t')dt' \tag{3.53}$$

oraz model sprężystości lokalnej Hertza pomiędzy cylindrycznym obiektem i półprzestrzenią:

$$\delta(t) = \gamma_1(t) - \gamma_b(t,\chi_k) = P(t)/k_l \tag{3.54}$$

Po uwzględnieniu w równaniu (3.48), że $\gamma_j(0,\chi_k) = 0$, $\dot{\gamma}_j(0,\chi_k) = 0$, oraz równań (3.53, 3.54), równanie na odkształcenie ciał w miejscu kontaktu ma postać:

$$P(t)/k_l = V_1 t - \frac{1}{m_1}\int_0^t (t-t')P(t')dt' - \sum_{j=1}^{\infty}\frac{1}{\omega_j\Gamma_j}\int_0^t P(t')\sin\omega_j(t-t')dt \tag{3.55}$$

Dla belki swobodnie podpartej, gdy A=const funkcja własna ma postać:

$$Y_j(\chi)/B_j = \sin(j\pi\chi/R_z) \tag{3.56}$$

gdzie:
$Y_j(\chi)/B_j$ – j-ta postać drgań (funkcja własna),
B_j – amplituda wychylenia, uzyskiwana podczas uderzenia.
Podstawiając (3.56) do równania (3.51) otrzymuje się wzór na j-tą masę zredukowaną dla belki swobodnie podpartej:

$$\Gamma_j = \frac{\rho A R_z}{2\sin^2(j\pi\chi/R_z)} \tag{3.57}$$

Podstawiając (3.57) do równia (3.55) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} P(t)/k_c = V_1 t - \frac{1}{m_1}\int_0^t (t-t')P(t')dt' + \\ - \sum_{j=1}^{\infty}\frac{2\sin^2(j\pi\chi_k/R_z)}{\omega_j\rho A R_z}\int_0^t P(t')\sin\omega_j(t-t')dt' \end{aligned} \tag{3.58}$$

Dla $\chi_k=R_z/2$ człon $\sin^2(j\pi\chi_k/R_z)$ przyjmuje naprzemiennie wartość 0 i 1, dlatego dla wolnozbieżnego szeregu (tzn. gdy $|\omega_1(t - t')|<0.1$,

wartość $\sin^2(j\pi\chi_k/R_z)$ zbliża się asymptotycznie do 1/2. Po uwzględnieniu tej zależności i wyłączaniu przed sumowanie i całkowanie stałych oraz zamianie kolejności sumowania i całkowania odkształcenie dane jest jako:

$$P(t)/k_l = V_1 t - \frac{1}{m_1}\int_0^t (t-t')P(t')dt' + \\ -\frac{1}{\rho A R_z}\int_0^t P(t')\left[\sum_{j=1}^{\infty}\frac{1}{\omega_j}\sin\omega_j(t-t')\right]dt' \tag{3.59}$$

Przechodząc z sumy do całki:

$$P(t)/k_l = V_1 t - \frac{1}{m_1}\int_0^t (t-t')P(t')dt' + \\ -\frac{1}{\rho A L}\int_0^t P(t')\left[\int_0^{\infty}\frac{1}{\omega_j}\sin\omega_j(t-t')dj\right]dt' \tag{3.60}$$

Wiedząc, że $j=(\omega_1/\omega_j)^{1/2}$ można dokonać zamiany zmiennej całkowania obliczając że $(j')=\mathrm{d}j$ oraz $[(\omega_j/\omega_1)^{1/2}]'=(\omega_j\omega_1)^{-1/2}\mathrm{d}\omega$ z czego wynika że $\mathrm{d}j=(\omega_j\omega_1)^{1/2}\mathrm{d}\omega$. Podstawiając do równania (3.60):

$$P(t)/k_l = V_1 t - \frac{1}{m_1}\int_0^t (t-t')P(t')dt' + \\ -\frac{1}{\rho A R_z}\int_0^t P(t')\left[\int_0^{\infty}\frac{1}{\sqrt{\omega\cdot\omega_1}}\sin\omega_j(t-t')d\omega\right]dt' \tag{3.61}$$

oraz całkując otrzymuje się:

$$P(t)/k_l = V_1 t - \frac{1}{m_1}\int_0^t (t-t')P(t')dt' + \\ -\frac{1}{\rho A R_z}\int_0^t P(t')\left[\sqrt{\frac{2\pi(t-t')}{\omega_1}}\right]dt' \tag{3.62}$$

Niestety siła jest uwikłana i rozwiązanie zamknięte nie istnieje. Jednak przedstawienie wzoru w sposób bezwymiarowy [103] nadaje pewną ogólność rozwiązaniu numerycznemu. W ten sposób rozwiązano z dużą dokładnością przebieg siły zderzenia, odkształcenia gnące, naprężenia przy zginaniu [21], [103] a także krzywiznę belki [73]. Przedstawienie sumy w prostej postaci,

a następnie scałkowanie było możliwe przez założenie belki swobodnie podpartej, która ma prosty dla wszystkich częstotliwości zestaw funkcji własnych. Belka wspornikowa, która najbardziej odpowiada mocowaniu zastawy ma bardziej skomplikowany zestaw funkcji własnych. Ponadto funkcja własna (3.56) zastosowana do wyprowadzenia równania (3.62) obowiązuje tylko dla pryzmatycznej belki Eulera-Bernoulliego o stałym przekroju, co ograniczałoby rozwiązania konstrukcyjne zastawy. Ograniczenia powyższego modelu skłaniają do zainteresowania przydatnością prostego modelu zderzenia plastycznego w szacowaniu maksymalnego ugięcia zastawy o zmiennym przekroju, co jest tematem następnego podrozdziału.

3.2.2.5. Model plastycznego uderzenia w belkę

Model ten zwany również modelem Cox'a [37] opiera się na założeniu, iż zderzenie jest idealnie plastyczne, a po zderzeniu belka pozostaje w kontakcie z obiektem uderzającym, co najmniej do czasu maksymalnego wychylenia [37], [110]. W maksymalnym wychyleniu, maksymalna jest również wartość siły uderzenia, wynikająca z siły sprężystej ugiętej belki. Wzór dla modelu zderzenia plastycznego można wyznaczyć z równania (3.47) wiedząc, iż masa uderzającego obiektu po uderzeniu stanowi wspólny oscylator harmoniczny, wówczas $P(t)$=0. Zakładając ponadto $\gamma_b(0,\chi_k)=0$, wzór na ugięcie dla pierwszej postaci drgań przyjmuje postać:

$$\gamma_b(t,\chi_\mathrm{k})=\frac{\dot{\gamma}_b(0,\chi_\mathrm{k})}{\omega_b}\sin(\omega_b t) \tag{3.63}$$

Wyhamowanie uderzającego obiektu następuje w dwóch etapach. Pierwszy etap to skokowe wyhamowanie obiektu następujące po zderzeniu plastycznym z masą belki, w drugim etapie ruch opóźniony spowodowany jest siłą sprężystości uginanej belki. Siła bezwładności, z jaką obiekt działa na belkę w drugim etapie ma postać:

$$P_b(t)=\dot{\gamma}_b(0,\chi_k)\cdot m_1\cdot\omega_b\cdot\sin(\omega_b t) \tag{3.64}$$

Obiekt w momencie zderzenia (etap pierwszy), przekazuje belce pęd i następuje zmniejszenie jego prędkości w sposób skokowy a prędkość $\dot{\gamma}_b(0,\chi_k)$ po zderzeniu wynika z zasady zachowania pędu:

$$\dot{\gamma}_b(0,\chi_k)=\frac{m_1V_1}{m_1+\int\limits_0^{R_z}\frac{\rho A\cdot Y(\chi)}{Y(\chi_k)}dx} \tag{3.65}$$

Częstość drgań własnych ω_b belki po zderzeniu plastycznym, uwzględniająca masę uderzającego obiektu m_1 w punkcie uderzenia położonym w odległości χ_k od utwierdzenia, opisana jest zależnością:

$$\omega_b = \sqrt{\frac{\int_0^{R_z} EI\left(\frac{d^2Y(\chi)}{Y(\chi_k)d\chi^2}\right)^2 d\chi}{m_1 + \int_0^{R_z} \rho A\left(\frac{Y(\chi)}{Y(\chi_k)}\right)^2 d\chi}} \tag{3.66}$$

Dla maksymalnego wychylenia belki, gdy sin(ωt)=1, podstawiając równanie (3.65) i (3.66) do równań (3.63) i (3.64) można uzyskać:

$$\gamma_D = \frac{V_1\sqrt{m_1}}{1+\beta_* \Lambda}\sqrt{\frac{1+\beta_\wedge \Lambda}{\beta_\phi}} \tag{3.67}$$

$$P_D = \frac{V_1\sqrt{m_1}}{1+\beta_* \Lambda}\sqrt{\frac{\beta_\phi}{1+\beta_\wedge \Lambda}} \tag{3.68}$$

gdzie P_D jest siłą dynamiczną występującą przy maksymalnym ugięciu γ_D.

Współczynniki redukcji $\beta_\wedge$, β_ϕ, β_* są wyrażone równaniami:

$$\beta_* = \frac{\int_0^{R_z} \frac{\rho A \cdot Y(\chi)}{Y(\chi_k)} d\chi}{m_B} \tag{3.69}$$

$$\beta_\wedge = \frac{\int_0^{R_z} \rho A\left(\frac{Y(\chi)}{Y(\chi_k)}\right)^2 d\chi}{m_B} \tag{3.70}$$

$$\beta_\phi = \int_0^{R_z} EI\left(\frac{d^2Y(\chi)}{Y(\chi_k)d\chi^2}\right)^2 d\chi \tag{3.71}$$

Wielkość Λ jest wyrażona następująco:

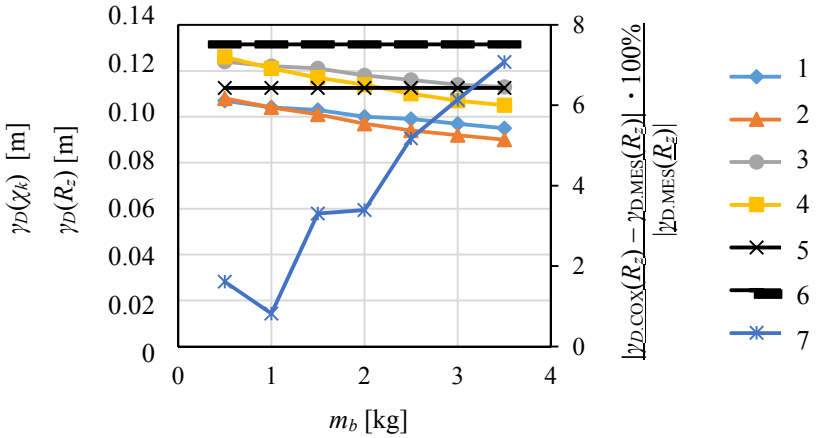
$$\Lambda = \frac{m_b}{m_1} \tag{3.72}$$

Współczynniki redukcji $\beta_\wedge$, β_ϕ, β_* dają się łatwo obliczyć zarówno dla belki pryzmatycznej jak i niepryzmatycznej przyjmując, iż pierwsza postać drgań ma kształt statycznej linii ugięcia, co wiąże się z niewielkim błędem.

Przeprowadzone przez autora pracy porównanie [123] wartości maksymalnego ugięcia belki na skutek uderzenia prostopadłościennego obiektu z wynikami symulacji analogicznego modelu belki w programie LS-DYNA, wykazało iż błąd ugięcia (rys.3.14, dane oznaczone odnośnikiem (7)) jest tym mniejszy im niższa jest wartość współczynnika Λ (równ. 3.72), nieznacznie

natomiast błąd ugięcia zależy od prędkości zderzenia. Ugięcie belki zarówno z symulacji MES jak i modelu uderzenia plastycznego, asymptotycznie zbliża się do ugięcia belki nieważkiej (rys.3.14) gdy $\Lambda \rightarrow 0$. Kolejnym spostrzeżeniem było, iż w symulacji MES, maksymalne ugięcie belki tylko nieznacznie zależało od podatności obiektu uderzającego.

W modelu zderzenia plastycznego siła zderzenia $P_b(t)$ (równanie 3.64) jest proporcjonalna do wartości ugięcia $\gamma_b(t, \chi_k)$ belki (równanie 3.63), co jest możliwe tylko wówczas, gdy podatność lokalna jest porównywalna z podatnością ogólną. W rzeczywistości podatność ogólna jest dużo wyższa od podatności lokalnej, przez co utrata kontaktu może nastąpić dużo wcześniej przed wystąpieniem maksymalnego ugięcia. Wówczas może nastąpić całkowite odbicie i ruch obiektu w kierunku przeciwnym do ruchu uginania belki lub seria wielokrotnych odbić czego ten model nie uwzględnia. Wg modelu zderzenia plastycznego większa masa uderzonej belki powoduje wyższą wartość traconej energii podczas zaistnienia kontaktu, co przekłada się na mniejsze ugięcie maksymalne belki a zatem mniejszą maksymalną siłę uderzenia (równanie 3.68). Błąd ten wynika z braku ciągłości modelu w chwili zderzenia przez co pomija się wpływ oddziaływania miejsca kontaktu na jego przebieg. By przejść z modelu dyskretnego do ciągłego należy założyć pewną sprężystość kontaktu. Dlatego w następny podrozdziale zaproponowano model ciągły zderzenia, uwzględniający zarówno sprężystość lokalną jak i ogólną.



Rys.3.14. Ugięcie belki w miejscu uderzenia $\gamma_D(\chi_k)$ oraz ugięcie końca belki $\gamma_D(R_z)$ w funkcji masy belki m_b dla modelu 98 elementów skończonych w środowisku LS-DYNA oraz modelu COX-a (oś główna), a także błąd modelu Cox-a względem MES (oś pomocnicza); masa obiektu m_1=3.5 kg, wymiary obiektu 0.1 m x 0.1 m x 0.12 m, prędkość obiektu V_1=2.5 m/s, długość całkowita belki R_z=1.0 m, punkt uderzenia w belkę χ_k=0.9 m, pozostałe parametry belki b=0.0245 m, h=0.12 m, E=2.85 GPa; 1 – $\gamma_D(\chi_k)$ LS-DYNA, 2 – $\gamma_D(\chi_k)$ Cox, 3 – $\gamma_D(R_z)$ LS-DYNA, 4 – $\gamma_D(R_z)$ Cox, 5 – $\gamma_D(\chi_k)$ belka nieważka, 6 – $\gamma_D(R_z)$ belka nieważka, 7 – błąd modelu Cox-a względem MES

3.2.2.6. Belka jako układ o jednym stopniu swobody z podatnością Hertza w miejscu kontaktu

Model zderzenia plastycznego nie pozwala szacować siły uderzenia. By było to możliwe należy założyć pewną podatność kontaktu. W tym celu można posłużyć się rozwiązaniem podanym w równaniu (3.55), ograniczając liczbę postaci drgań do podstawowej. Wówczas otrzymujemy reakcję oscylatora o jednym stopniu swobody:

$$P(t)/k_l = V_1 t - \frac{1}{m_1}\int_0^t (t-t')P(t')dt' - \frac{1}{\omega\Gamma}\int_0^t P(t')\sin\omega(t-t')dt' \qquad (3.73)$$

Równanie (3.73) w ogólnym przypadku można rozwiązać wyłącznie numerycznie. Rozwiązanie zamknięte można natomiast uzyskać narzucając określony kształt przebiegu siły. Dla łatwego obliczenia całki w równaniu (3.73) wygodnie jest przyjąć przebieg sinusoidalny siły uderzenia $P(t) \approx P_D\sin(\Omega t)$ [109]. Po scałkowaniu odkształcenie ciał $\delta(t)$ w miejscu kontaktu opisane jest zależnością:

$$\delta(t) = V_1 t - \frac{P_D}{\Omega^2 m_1}(\Omega t - \sin\Omega t) - \frac{P_D}{\omega\cdot\Gamma}\left(\frac{\Omega\sin\omega t - \omega\sin\Omega t}{\Omega^2-\omega^2}\right) \qquad (3.74)$$

Ponieważ półokres trwania siły uderzenia π/Ω jest z reguły dużo krótszy w porównaniu z półokresem pierwszej postaci drgań własnych belki, funkcja $\sin(\omega t)$ może zostać aproksymowana przez $\sin(\omega t) \approx \omega t$, dopóki obiekt uderzający jest w kontakcie. Po podstawieniu $\sin(\omega t) \approx \omega t$ do równania (3.74):

$$\delta(t) = V_1 t - \frac{P_D}{\Omega^2 m_1}\left(\frac{[\Gamma + m_1]\Omega^2 - \Gamma\omega^2}{\Gamma(\Omega^2-\omega^2)}\right)[\Omega t - \sin(\Omega t)] \qquad (3.75)$$

Dla obiektu cylindrycznego uderzającego w powierzchnię płaską:

$$\Omega^2 = \frac{1}{2}\left(\omega^2 + \frac{(1+m_1/\Gamma)k_l}{m_1}\right) + \frac{1}{2}\left(\left[\omega^2 + \frac{(1+m_1/\Gamma)k_l}{m_1}\right]^2 - \frac{4k_l\omega}{m_1}\right)^{1/2} \qquad (3.76)$$

$$P_D = k_l V_1/\Omega \qquad (3.77)$$

Równania analityczne (3.75)-(3.77) sprawdzono numerycznie. Okazało się, że dla kontaktu liniowego siła zderzenia ma rzeczywiście przebieg funkcji sinusoidalnej. Charakter liniowy sprężystości ma, np. kontakt obiektu cylindrycznego z płaską półsferą [48, 98]. Rozwiązanie numeryczne i analityczne (3.75)-(3.77) wykazuje dużą zgodność tylko do momentu, gdy obiekt uderzający pozostaje w kontakcie i gdy $\Omega >> \omega$.

Chcąc zbadać wzajemne oddziaływanie podatności ogólnej, lokalnej oraz masy belki na wartość siły działającej na obiekt uderzający, za punkt odniesienia wybrano układ dynamiczny zbliżony do rzeczywistego, przeprowadzając szereg symulacji numerycznych. Układ dynamiczny składa się z poliamidowej belki wspornikowej o długości R_z=1.0 m i aluminiowej kuli o masie m_1=4 kg.

Sztywność kontaktu płaskiej półprzestrzeni i kuli można wg teorii Hertza obliczyć jako [78]:

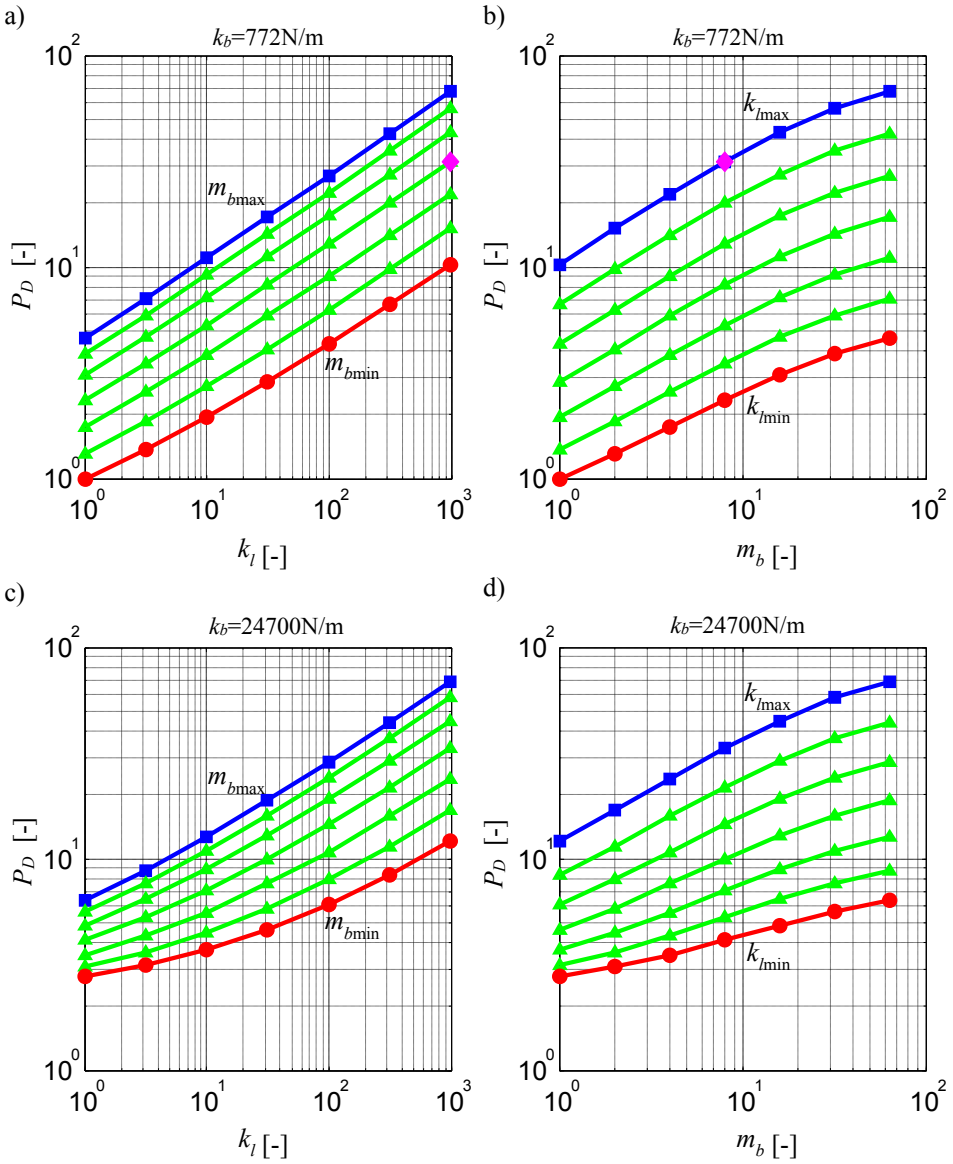
$$k_l = \frac{4}{3}\left(\frac{1-\nu_{\text{aluminium}}{}^2}{E_{\text{aluminium}}} + \frac{1-\nu_{\text{poliamid}}{}^2}{E_{\text{poliamid}}}\right)^{-1} \cdot \sqrt{R_{\text{kula}}} \tag{3.78}$$

Znając zbliżenie ciał można obliczyć normalną siłę kontaktu z zależności [78]:

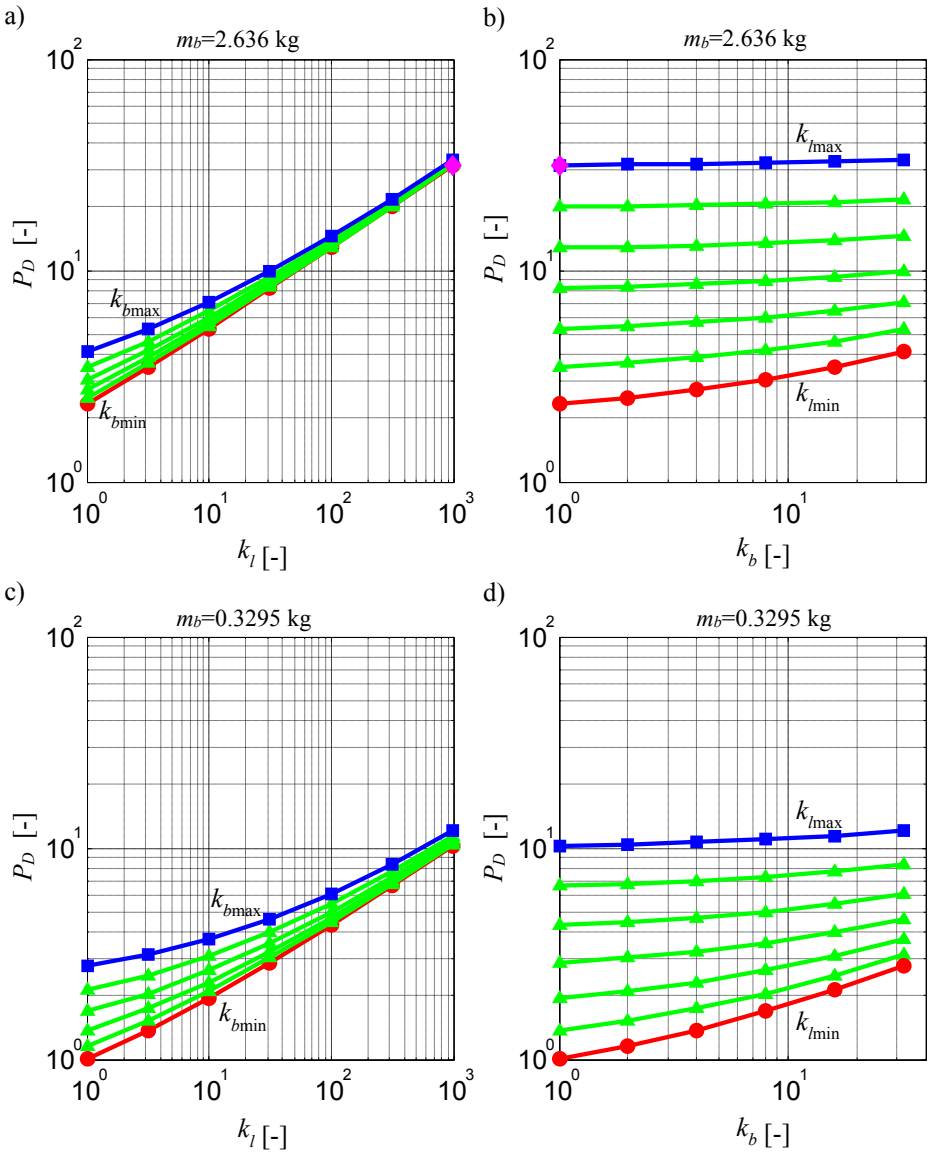
$$P_D = k_l \cdot \delta^{3/2} \tag{3.79}$$

Dla aluminiowej kuli o masie 4kg (E=69.5 GPa, ν=0.33, ρ=2700 kg/m^3) i poliamidowej belki (E=2.85 GPa, ν=0.35, ρ=1172 kg/m^3) sztywność lokalna $k_{l\_\text{odniesienia}}$ wynosi $1.106 \cdot 10^9$ kg/(m$^{1/2}$s^2). Grubość prostopadłościennej belki b = 0.0187 m o długość R_z=1 m, szerokości h=0.12 m oraz za ich pośrednictwem sztywność $k_{b\_\text{odniesienia}}$ = 771.8 N/m (w miejscu uderzenia) dobrano tak, by uderzenie obiektu o masie m_1=4kg i prędkości V_1=2.5 m/s w odległości 0.1 m od swobodnego końca belki, powodowało jej maksymalne ugięcie się o γ_D=0.18 m. Powyższe warunki zderzenia obrano, jako punkt odniesienia, analizując masę belki w zakresie $\langle m_{b\_\text{odniesienia}} \cdot 2^{-3}, m_{b\_\text{odniesienia}} \cdot 2^3\rangle$ (zmieniając każdą następną wartość m_b dwukrotnie w stosunku do wartości poprzedniej), sztywność belki w zakresie $\langle k_{b\_\text{odniesienia}}, k_{b\_\text{odniesienia}} \cdot 2^5\rangle$ (zwiększając każdą następną wartość $k_{b\_odniesienia}$ dwukrotnie w stosunku do wartości poprzedniej), sztywność kontaktu $k_{l\_\text{odniesienia}}$ w zakresie $\langle k_{l\_\text{odniesienia}}, k_{l\_\text{odniesienia}} \cdot 10^{-4}\rangle$ (zmniejszając każdą następną wartość 3.16 razy w stosunku do wartości poprzedniej). Wyniki przedstawiono na rys.3.15 i rys.3.16, których analiza pozwala sformułować następujące wnioski:

- Siła uderzenia jest liniowo zależna od sztywności kontaktu k_l wówczas, gdy masa belki m_b jest wystarczająco duża dla danego zakresu sztywności kontaktu k_l (rys.3.15a).
- Zmniejszenie masy belki m_b powoduje równoległe przesunięcie wykresów P_D=$f(k_l)$ w dół, w kierunku mniejszych wartości P_D (rys.3.15a).
- Dla małej masy m_b i dużej sztywności belki k_b wpływ podatności lokalnej traci na znaczeniu w kontekście wartości siły zderzenia P_D (rys.3.15c), gdyż coraz większy udział w przebiegu zderzenia ma siła sprężystości belki w porównaniu ze zwykle wysoką wartością krótkiego impulsu siły, wynikającego ze zderzenia mas – zderzenie zaczyna być kontrolowane przez podatność ogólną.



Rys.3.15. Wpływ masy belki m_b oraz sztywności lokalnej k_l na maksymalną wartość siły P_D działającą na obiekt uderzający; a), c) siła zderzenia P_D w funkcji sztywności lokalnej dla $m_{b\min}$ (-●-) oraz $m_{b\max}=2^6\, m_{b\min}$ (-■-), b), d) siła zderzenia P_D w funkcji masy belki m_b dla $k_{l\min}$ (-●-) oraz $k_{l\max}=3.16^6\, k_{l\min}$ (-■-); obiektem uderzającym jest kula o masie m_1=4 kg, uderzająca z prędkością V_1=2.5 m/s w belkę o długości R_z=1 m w odległości 0.1 m od jej swobodnego końca dla: a) i b) sztywności belki k_b=772 N/m, c) i d) sztywności belki k_b=24700 N/m; wszystkie wyniki przedstawiono bezwymiarowo odnosząc je do najmniejszych wartości: $m_{b\min}$=0.3295 kg, $k_{l\min}=1.106\cdot10^6$kg/(m$^{0.5}$s^2), $P_{D\min}$=372 N; ♦ – punkt oznaczający wynik dla parametrów odniesienia: $m_{b\_odniesienia}$=2.636 kg, $k_{b\_odniesienia}$=772 N/m, $k_{l\_odniesienia}=1.106\cdot10^9$ kg/(m$^{0.5}$s^2)



Rys.3.16. Wpływ sztywności belki k_b oraz sztywności lokalnej k_l na maksymalną wartość siły P_D działającą na obiekt uderzający; a), c) siła zderzenia P_D w funkcji sztywności lokalnej dla k_{bmin} (—●—) oraz $k_{bmax}=2^5\ k_{bmin}$ (—■—), b), d) siła zderzenia P_D w funkcji sztywności belki k_b dla k_{lmin} (—●—) oraz $k_{lmax}=3.16^6\ k_{lmin}$ (—■—); obiektem uderzającym jest kula o masie m_1=4 kg uderzająca z prędkością V_1=2.5 m/s w belkę o długości R_z=1 m w odległości 0.1 m od jej swobodnego końca dla a) i b) masy belki m_b=2.636 kg, c) i d) masy belki m_b=0.3295 kg; wszystkie wyniki przedstawiono bezwymiarowo odnosząc je do najmniejszych wartości: k_{bmin}=772 N/m, $k_{lmin}=1.106\cdot10^6$ kg/(m$^{0.5}$s^2), P_{Dmin}=372 N; ♦ – punkt oznaczający wynik dla parametrów odniesienia: $m_{b\_odniesienia}$=2.636 kg, $k_{b\_odniesienia}$=772 N/m, $k_{l\_odniesienia}=1.106\cdot10^9$ kg/(m$^{0.5}$s^2)

- Wpływ masy belki na siłę zderzenia ma taką samą charakterystykę w szerokim zakresie sztywności kontaktu k_l (rys.3.15b). Z charakterystyki tej wynika że zmniejszanie masy m_b powoduje nieproporcjonalnie większe zmniejszanie siły zderzenia P_D.
- Zależność z poprzedniego wniosku zostaje zachwiana, gdy sztywność belki k_b jest wystarczająco duża, a jej masa m_b wystarczająco mała (rys.3.15d-●-), wówczas siła zderzenia zaczyna być kontrolowana sztywnością ogólną, której wkład w siłę zderzenia zaczyna być decydujący.
- Im mniejsza sztywność belki k_b, tym mniejsza siła wywierana na uderzający obiekt (rys.3.16b, rys.3.16d).
- Rodzina krzywych $P_D=f(k_l)$ ma charakter prostoliniowy (rys.3.15a). Przebieg prostoliniowy ulega odchyleniu dla dużej sztywności ogólnej $k_{b\max}$ (rys.3.16a-■-), odchylenie to jest jeszcze bardziej widoczne, gdy masa belki zostaje zmniejszona (rys.3.16c-■-).
- Ośmiokrotne zwiększenie masy belki (z rys.3.16c na rys.3.16a) powoduje, iż 32-krotna różnica sztywność ogólnej k_b przestaje mieć znaczenie, gdy sztywność lokalna k_l rośnie (pokrywanie się wykresów na rys.3.16 a). Wynika to z faktu, że im większa sztywności lokalna k_l tym krótszy czas zderzenia, a maksymalna wartość siły zderzenia (potęgowana przez wyższą masę belki odpowiedzialną za większe zbliżenie δ) wystąpi dużo szybciej, nim nastąpi maksymalne wychylenie konstrukcji belki. Ze względu na dużą siłę zderzenia, duża część prędkości zostaje wyhamowana przy pierwszym uderzeniu. Stąd, w takich warunkach zmniejszenie sztywności belki nie ma większego wpływu na łagodzienie siły uderzenia ponieważ $k_l\delta^{3/2}>>k_b\gamma_b$.
- Wysoka wartość sztywności lokalnej $k_{l\max}$ powoduje niemal poziome ułożenie krzywej $P_D=f(k_b)$ (rys.3.16b-■-). Zderzenie jest kontrolowane przez sztywność lokalną k_l przy znikomym udziale sztywności ogólnej k_b. Sytuację nieznacznie poprawia ośmiokrotne zmniejszenie masy belki m_b (rys.3.16d-■-).
- Podatność konstrukcji belki w kontekście siły zderzenia wydaje się mieć znaczenie tylko wówczas, gdy masa belki jest mała (por. rys.3.16a i rys.3.16c) a podatność kontaktu duża (rys.3.16d), a także gdy podatność konstrukcji jest bardzo mała, co widać na przesunięciu pionowym rodziny krzywych z rys.3.15b na rys.3.15d.

Z powyższej analizy wynika że zastawa powinna być tak konstruowana, by jej masa była jak najmniejsza, podatność natomiast na tyle duża by eliminować udział sił sprężystych konstrukcji w zderzeniu ze sztywnym obiektem oraz łagodzić siłę zderzenia z obiektem podatnym. Zauważono również, iż na ogół podatność lokalna jest bardziej istotna niż podatność ogólna, stąd powszechne jest stosowanie materiałów przeciwwstrząsowych w transporcie ładunków jednostkowych.

Podsumowując, do dokładnego szacowania maksymalnego ugięcia konstrukcji belki podczas zderzenia wystarczy zastosowanie modelu zderzenia plastycznego (podrozdział 3.2.2.5). Ponadto, gdy masa belki w stosunku do masy uderzającego obiektu jest mała, dobrym przybliżeniem w szacowania maksymalnego ugięcia okazuje się być założenie w obliczeniach nieważkości belki. Tę informację wykorzystano, jako podstawę sformułowania modelu przedstawionego w pierwszym podrozdziale następnego rozdziału. Natomiast szacowanie rzeczywistych przyspieszeń ze względu na ograniczenie liczby funkcji własnych drgań belki do podstawowej może być obarczone dużym błędem, a przedstawiona analiza (rys.3.15, rys.3.16) ma charakter jedynie porównawczy. Dlatego do szacowania przyspieszeń bezwzględnych zderzenia ładunku jednostkowego z zastawą aktywną zastosowano model MES, który został przedstawiony w drugim podrozdziale następnego rozdziału.

4. MODELE PROCESU SORTOWANIA

4.1. MODEL W OPARCIU O BELKĘ EULERA -BERNOULLIEGO (BEB)

4.1.1. Opis ogólny

Z analizy przeprowadzonej w podrozdziale (3.2.2.6) wynika, że im mniejsza masa zastawy, tym mniejsze ryzyko uszkodzenia sortowanego obiektu. Z kolei, oszacowanie maksymalnego ugięcia przy założeniu nieważkości belki jest tym dokładniejsze, im mniejsza jest jej masa w stosunku do masy uderzającego obiektu. Wtedy krzywe dynamicznego ugięcia belki wyznaczone z modelu MES oraz COX-a zbliżają się do ugięcia uzyskiwanego dla belki nieważkiej, stanowiącego asymptotę poziomą (rys.3.14).

Założenie nieważkości belki w wyznaczeniu maksymalnego jej ugięcia jest słuszne, gdy konstrukcja belki wspornikowej jest wystarczająco lekka. Ponadto, aby zminimalizować oddziaływanie dynamiczne sił reakcji na sortowany obiekt, funkcją celu w zadaniu optymalizacji konstrukcji zastawy powinno być uzyskanie jak najmniejszej jej masy. Stąd można przyjąć założenie, że zastosowanie nieważkiej belki powinno być także słuszne podczas określania maksymalnego ugięcia zastawy oraz trajektorii ruchu obiektu w procesie sortowania. Stanowi to podstawę do sformułowania założenia upraszczającego model procesu sortowania, które polega na przedstawieniu rzeczywistej zastawy, jako nieważkiej belki Eulera-Bernoulliego (BEB).

Brak masy zastawy pozwala, by w warunkach dynamicznych wyznaczyć linię ugięcia oraz siłę reakcji zastawy przy pomocy równań statycznych dla każdej chwili czasowej procesu sortowania. Dzięki temu eliminuje się konieczność podziału zastawy na elementy skończone, przez co model procesu sortowania zostaje zredukowany tylko do trzech elementów: nieważkiej zastawy, sortowanego obiektu jako ciała sztywnego oraz elementu podatnego w układzie napędowym.

Z powyższych względów, model BEB pozwala testować relatywnie szybko (w stosunku do modelu MES) ograniczenia dotyczące niezawodności zgarniania paczki znajdującej się w różnych położeniach na dostępnej szerokości przenośnika, wyodrębniając tylko te nastawy eksploatacyjne sortera (v_t, α_{MAX}, R_s), dla których następuje poprawne zgarnięcie. Zastosowanie modelu BEB w algorytmie optymalizacji procesu sortowania znacząco go przyspiesza.

Model BEB uwzględnienia podatność napędu z pewną wartością luzu w układzie napędowym, ruch sortowanego obiektu zarówno na przenośniku jak i w ześlizgu, możliwość wprowadzania różnych mas i wymiarów prostopadłościennych obiektów oraz symulację zarówno pryzmatycznej, jak i niepryzmatycznej zastawy o dowolnym przekroju poprzecznym.

4.1.2. Model procesu sortowania jako dyskretne etapy ruchu zgarnianego obiektu

Ciągły proces sortowania podzielono na dyskretne etapy, reprezentujące charakterystyczne stany kinematyczno-dynamiczne ruchu sortowanego obiektu i zastawy, które można opisać odrębnymi równaniami matematycznymi. Etapami tymi są:

- etap I, ruch obiektu do chwili zaistnienia kontaktu z zastawą,
- etap II, ruch obiektu w kontakcie z zastawą przed poślizgiem na przenośniku,
- etap III, poślizg obiektu na przenośniku.

Podczas symulacji procesu sortowania, etapy te realizowane są w zależności od spełnienia warunków kontrolujących położenie obiektu względem zastawy i powierzchni nośnej przenośnika. Opis poszczególnych etapów przedstawiono w kolejnych podrozdziałach.

4.1.2.1. Etap I, ruch obiektu do chwili zaistnienia kontaktu z zastawą

W etapie tym należy wyznaczyć chwilę czasową wejścia paczki w kontakt z zastawą (rys.4.1) oraz określić położenie kątowe zastawy w tej chwili. Ponieważ układ napędowy zastawy charakteryzuje pewna sprężystość skrętna i pewna wartość luzu kątowego, ruch zastawy na ogół nie jest zgodny z zadaną charakterystyką $\beta_{wn}(t)$ dla sztywnego napędu. Różnicę pomiędzy przebiegiem zadawanym i uzyskanym opisano elementem dyskretnym skrętnej sprężystości z pewnym luzem kątowym zwanym sprzęgłem. Dlatego, przebieg ruchu kątowego zastawy od chwili początkowej do zaistnienia kontaktu można wyznaczyć, dzieląc go na podprzedziały.

Początkowo wał napędowy modelowego napędu sztywnego porusza się bez zastawy (rys.4.2a), aż do zaniku początkowego dodatniego luzu kątowego β_{lp} sprzęgła:

$$\beta_{cs} = 0 \text{ gdy } \beta_{wn} < \beta_{lp} \tag{4.1}$$

$$t_I = \beta_{wn}^{-1}(\beta_{lp}) \tag{4.2}$$

gdzie:

β_{cs} – kąt wychylenia członu sztywnego zastawy, tzn. kąt tworzony przez człon sztywny zastawy i oś x (rys.4.3),

β_{wn} – kąt obrotu wałka napędowego,

β_{lp} – dodatni luz kątowy sprzęgła, tzn. luz występujący dla tego kierunku ruchu wałka napędowego, który wychyla zastawę,

t_I – chwila czasowa, w której następuje zanik luzu,

β_{wn}^{-1} – funkcja odwrotna do charakterystyki ruchu kątowego $\beta_{wn}(t)$ wałka napędowego, zastosowanie czcionki prostej ma na celu rozróżnienie symbolu reprezentującego funkcję od symbolu reprezentującego wartość.

Następnie, zastawa porusza się z tą samą prędkością kątową co wał napędowy (rys.4.2b) aż do momentu gdy przyspieszenie kątowe wału napędowego przechodzi w wartość ujemną zgodnie z charakterystyką $\beta_{wn}(t)$ (równanie (8.1)).

$$\beta_{cs}(t) = \beta_{wn}(t) - \beta_{lp} \text{ gdy } t_I < t \le t_{II} \tag{4.3}$$

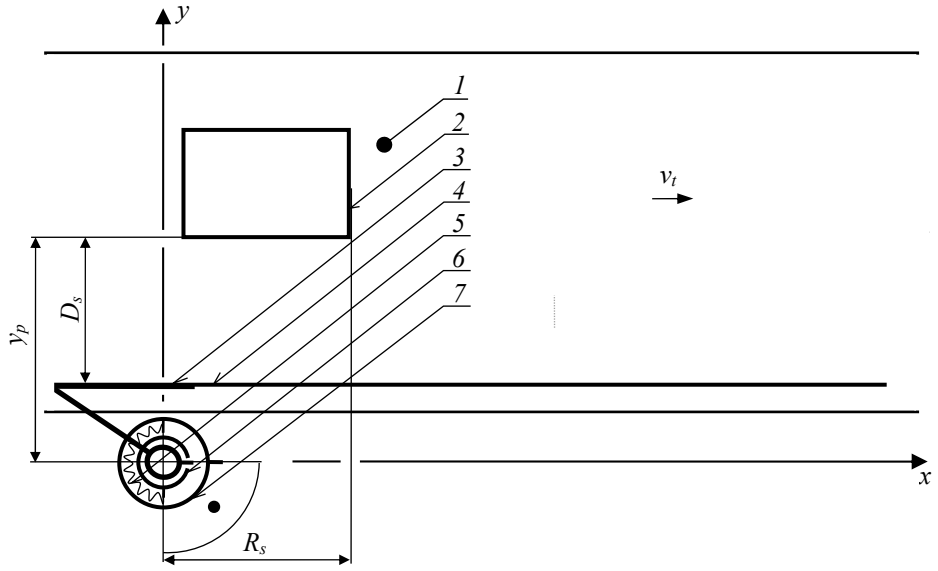
$$t_{II} = \ddot{\beta}_{wn}^{-1}(0) \text{ gdy } \dddot{\beta}_{wn}(t_{II}) < 0 \tag{4.4}$$

gdzie:

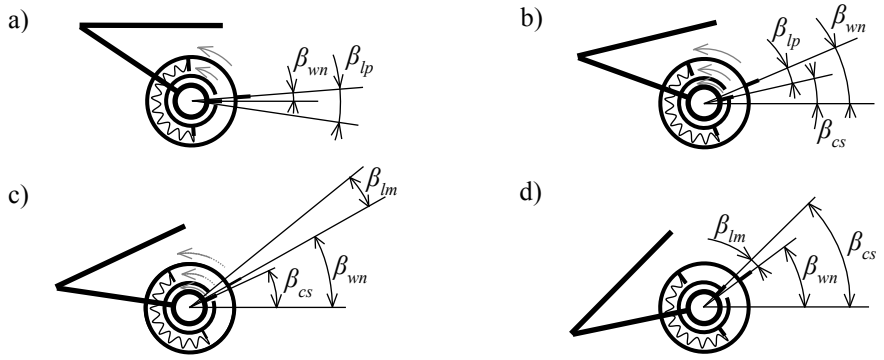
t_{II} – chwila czasowa, w której zastawa zaczyna wyprzedzać wał napędowy,

$\ddot{\beta}_{wn}^{-1}$ – funkcja odwrotna drugiej pochodnej czasowej charakterystyki ruchu kątowego $\beta_{wn}(t)$ wału napędowego,

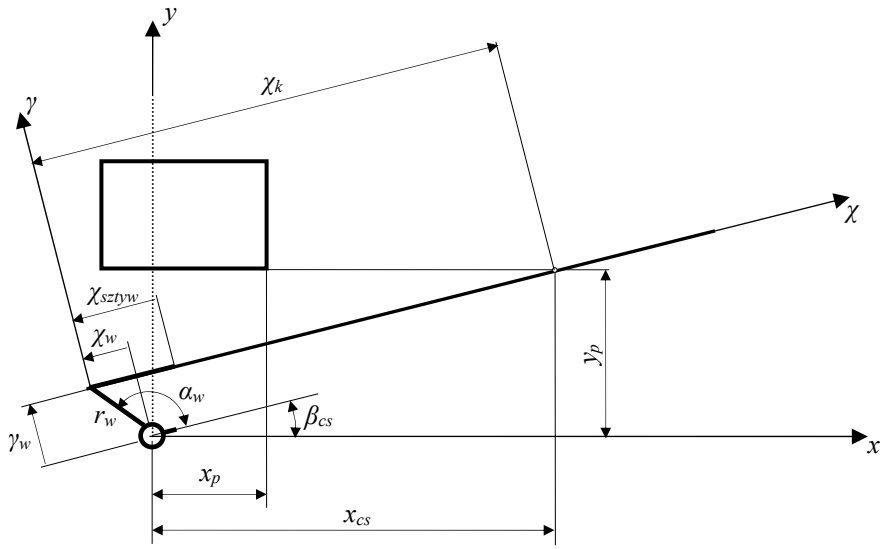
$\dddot{\beta}_{wn}$ – funkcja trzeciej pochodnej czasowej charakterystyki ruchu kątowego $\beta_{wn}(t)$ wału napędowego.



Rys.4.1. Schemat strefy pracy zastawy, jako nieważkiej belki Eulera-Bernoulliego, w położeniu początkowym; 1 – taśma przenośnika, 2 – obiekt przeznaczony do zgarnięcia, 3 – człon sztywny zastawy, 4 – człon odkształcalny zastawy, 5 – sprężystość skrętna zespołu napędowego, 6 – człon sprzęgła połączony z członem sztywnym zastawy, 7 – człon sprzęgła połączony z wałem napędowym



Rys.4.2. Wpływ luzu kątowego na ruch zastawy względem wału napędowego: a) wał napędowy porusza się bez zastawy, b) zastawa porusza się z tą samą prędkością kątową co wał napędowy, c) prędkość kątowa wału napędowego zaczyna maleć, a zastawa nadal porusza się z maksymalną prędkością kątową wału, d) zanik luzu w przeciwnym kierunku



Rys.4.3. Położenie zastawy przed wejściem w kontakt z obiektem wraz z wielkościami koniecznymi do wyznaczenia chwili kontaktu

Gdy prędkość kątowa wału napędowego zaczyna maleć, zastawa nadal porusza się z maksymalną prędkością kątową wału (rys.4.2c), aż do zaniku luzu w przeciwnym kierunku:

$$\beta_{cs}(t) = \dot{\beta}_{wn}(t_{II})(t - t_{II}) + \beta_{cs}(t_{II}) \text{ gdy } t_{II} < t \le t_{III} \tag{4.5}$$

Czas t_{III} wyznaczany jest jako argument zerowania poniższej funkcji:

$$f_{\mathrm{III}}(t_{III}) = \beta_{\mathrm{cs}}(t_{III}) - \left(\beta_{\mathrm{wm}}(t_{III}) + \beta_{lm}\right) = 0 \text{ gdy } t_{II} < t \le t_1 \text{ i } f_{III}(t_1) > 0 \qquad (4.6)$$

gdzie:

t_1 – chwila czasowa, w której wał napędowy osiąga maksymalny kąt obrotu,

β_{lm} – ujemny luz kątowy sprzęgła, tzn. luz występujący dla tego kierunku wału napędowego, który chowa zastawę,

t_{III} – chwila czasowa, w której następuje zanik ujemnego luzu kątowego sprzęgła.

Próby wyznaczenia miejsca zerowego funkcji f_{III} wykazały, że zadanie jest szybko zbieżne przy zastosowaniu metody siecznych.

Jeżeli znalezienie miejsca zerowego funkcji f_{III} było możliwe (warunek $f_{III}(t_1)>0$ spełniony) oznacza to, że luz między zastawą i wałem napędowym został skasowany (rys.4.2d) nim nastąpił koniec cyklu roboczego $t_{III}<t_1$ i przebieg czasowy wychylania zastawy może być wówczas opisany jako:

$$\beta_{\mathrm{cs}}(t) = \beta_{\mathrm{wn}}(t) + \beta_{lm} \text{ gdy } t_{III} < t \le t_1 \qquad (4.7)$$

Kontakt nastąpi pod warunkiem zerowania poniższej funkcji:

$$f_{\mathrm{k}}(t) = \mathrm{x}_{\mathrm{cs}}(t) - \mathrm{x}_{\mathrm{p}}(t) \qquad (4.8)$$

w której

$$\mathrm{x}_{\mathrm{p}}(t) = R_s + v_t t \qquad (4.9)$$

$$\mathrm{x}_{\mathrm{cs}}(t) = r_w \cos\left(\alpha_w + \beta_{\mathrm{cs}}(t)\right) + \chi_{\mathrm{k}}(t)\cos\left(\beta_{\mathrm{cs}}(t)\right) \qquad (4.10)$$

$$\chi_{\mathrm{k}}(t) = \frac{y_p - r_w \cdot \sin\left(\alpha_w + \beta_{\mathrm{cs}}(t)\right)}{\sin\left(\beta_{\mathrm{cs}}(t)\right)} \qquad (4.11)$$

gdzie:

$\mathrm{x}_{\mathrm{cs}}(t)$ – funkcja położenia zastawy w osi odciętych dla rzędnej y_p paczki (rys.4.3) (zastosowano czcionkę prostą dla odróżnienia od wartości x_{cs} w danej chwili czasowej t),

$\mathrm{x}_{\mathrm{p}}(t)$ – funkcja położenia naroża paczki w osi odciętych, wchodzącego w kontakt z zastawą (rys.4.3),

α_w – kąt przesunięcia utwierdzonego końca zastawy względem osi obrotu (rys.4.3),

r_w – ramię przesunięcia (wykorbienie) utwierdzonego końca zastawy względem osi obrotu,

$\chi_{\mathrm{k}}(t)$ – funkcja czasowa odległości od utwierdzonego końca zastawy do punktu kontaktu.

Dla ułatwienia znalezienia miejsca zerowego równania (4.8) można zawęzić przedział czasowy $\langle t_{pocz}, t_{kon}\rangle$ poszukiwania rozwiązania, tak by funkcja $\beta_{\mathrm{cs}}(t)$ nie zmieniała swojej postaci w granicach tego przedziału:

$$\text{dopóki } 0 \le f_k(t_k)\,,\ k = I, II, III, IV \text{ koniec} \tag{4.12}$$

$$\text{zwróć } t_{kon} = t_k\,,\ t_{pocz} = t_{k-1} \tag{4.13}$$

4.1.2.2. Etap II, ruch obiektu w kontakcie z zastawą przed poślizgiem na przenośniku

W tym etapie procesu sortowania, paczka wchodząc w kontakt z zastawą porusza się jeszcze ruchem jednostajnym, aż do momentu, gdy siła wywierana na paczkę przez zastawę przekroczy maksymalną wartość siły tarcia statycznego pomiędzy paczką a powierzchnią transportującą. Sposób oszacowania maksymalnej wartości siły tarcia statycznego, gdy siła zewnętrzna została przyłożona mimośrodowo względem powierzchni kontaktu został podany w podrozdziale 3.2.1.4, dotyczącym analizy początku poślizgu. Sposób obliczania wektora siły zewnętrznej, którą w tym przypadku stanowi siła F_Z oddziaływania zastawy na obiekt, podany jest w następnym podrozdziale.

4.1.2.3. Etap III, poślizg obiektu na przenośniku

W etapie tym dochodzi do wejścia paczki w poślizg względem powierzchni transportującej pod wpływem siły wywieranej przez zastawę.

Układ równań równowagi sił i momentów, działających na ładunek i zastawę, w tym etapie procesu sortowania (rys.4.4) można przedstawić jako:

$$\begin{cases} a_{1x} = \dfrac{(F_{Zx} + F_{Tx})}{m_1} \\ a_{1y} = \dfrac{(F_{Zy} + F_{Ty})}{m_1} \\ \varepsilon_1 = \dfrac{M_Z + M_T}{I_{Bz}} \end{cases} \tag{4.14}$$

gdzie:

a_{1x}, a_{1y} – przyspieszenie środka masy obiektu, kolejno w osi x i osi y,
F_{Zx}, F_{Zy} – siła wywierana przez zastawę na obiekt, kolejno w osi x i osi y (rys.4.4),
M_T – moment tarcia względem środka masy obiektu,
M_Z – moment od zastawy wywierany na paczkę,
m_1 – masa paczki,
F_{Tx}, F_{Ty} – siła tarcia kinetycznego pomiędzy paczką i taśmą, kolejno w osi x i y,
ε_1 – przyspieszenie kątowe paczki, dodatnie gdy ma kierunek przeciwny do ruchu wskazówek zegara,
I_{Bz} – masowy moment bezwładności paczki względem osi z.

Siła oraz moment tarcia kinetycznego wyznaczane są analitycznie dla stałego rozkładu nacisku, na podstawie rozdziału 3.2.1 w następujący sposób.

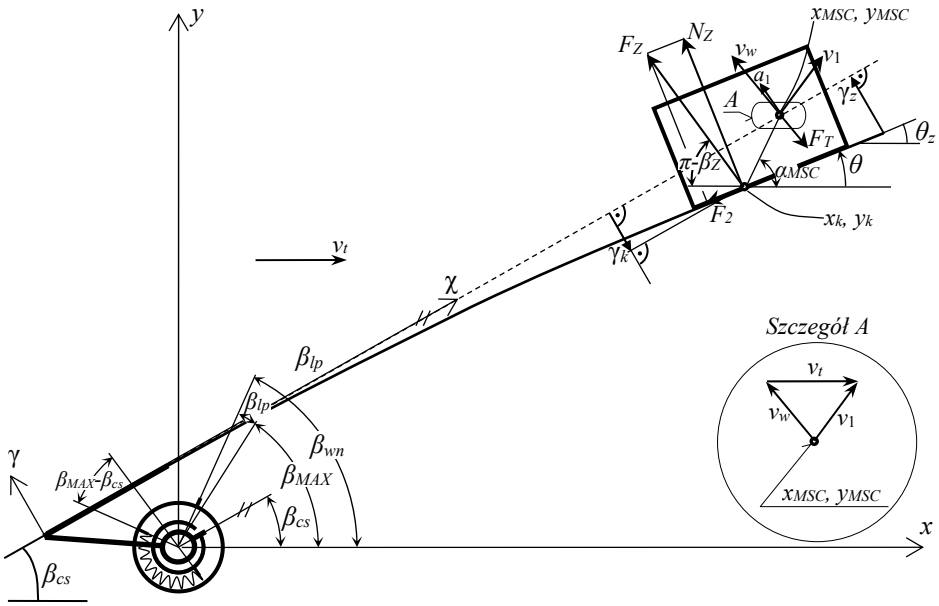
Podstawiając do równania (3.4) prędkość obiektu względem obserwatora na taśmie przenośnika (rys.4.4, *szczegół A*):

$$v_{Wx} = v_{1x} - v_t, \quad v_{\mathrm{Wy}} = v_{1y} \tag{4.15}$$

otrzymuje się współrzędne chwilowego środka obrotu:

$$x_{CoR} = x_{SM} - \frac{v_{Wy}}{\omega_1}, \quad y_{CoR} = y_{SM} + \frac{v_{Wx}}{\omega_1} \tag{4.16}$$

Przechodząc do układu współrzędnych związanych z sortowanym obiektem o początku w punkcie chwilowego środka obrotu obiektu, wg równania 3.5, wyliczone zostają związane z tym układem siła oraz moment tarcia F_{Tp}, F_{Tq}, M_{TCoR}, wg postaci analitycznej (3.24)-(3.26) równań (3.6)-(3.8). Zastosowanie równań (3.9) oraz (3.10) umożliwia wyrażenie siły F_{Tp}, F_{Tq} i momentu M_{TCoR} jako F_{Tx}, F_{Ty}, M_T. Gdy paczka wychodzi poza krawędź przenośnika, funkcja przełączająca śledząca położenie paczki w osi y ustawia prędkość przenośnika v_t=0 w równaniu (4.15).



Rys.4.4. Schemat sił działających na ładunek podczas kontaktu z zastawą

Do układu równań (4.14) konieczne jest również wyznaczenie siły i momentu wywieranego na obiekt przez zastawę. Zastawa ugina się przy jednoczesnym ugięciu kątowym sprzęgła, tak że moment od ugięcia zastawy i sprzęgła muszą być równe (rys.4.4):

$$0 = F_Z \sin\left[\beta_Z - \beta_{cs} + \arctan\left(\frac{\gamma_k + \gamma_w}{\chi_k + \chi_w}\right)\right]\sqrt{(\gamma_k + \gamma_w)^2 + (\chi_k + \chi_w)^2} + \\ - k_{sprz}(\beta_{MAX} - \beta_{cs}) \tag{4.17}$$

gdzie:

F_Z – wypadkowa siła wywierana na obiekt przez zastawę (rys.4.4),

β_Z – kąt tworzony przez wektor siły F_Z i oś x,

k_{sprz} – współczynnik sprężystości skrętnej zespołu napędowego,

β_{MAX} – kąt obrotu wałka napędowego β_{wn} pomniejszony o dodatni luz kątowy sprzęgła β_{lp},

χ_k, γ_k – położenie punktu kontaktu w układzie $\chi\gamma$, który jest związany z zastawą,

$[\chi_w, \gamma_w]$ – wektor przesunięcia początku układu współrzędnych $\chi\gamma$ względem osi obrotu, tzw. wykorbienie (rys.4.3).

Siła normalna od ugięcia zastawy wywierana na obiekt obliczana jest ze wzoru:

$$N_Z = \frac{-\gamma_k}{\int_0^{\chi_k}\int_0^{\chi} \frac{\chi_k - \chi}{EI_z(\chi)} d\chi d\chi} \tag{4.18}$$

gdzie:

E – moduł Younga materiału zastawy,

I_z – geometryczny moment bezwładności przekroju zastawy,

którą skrótowo można ująć jako funkcje:

$$N_Z = f_{Nz}(\chi_k, \gamma_k) \tag{4.19}$$

Kąt, jaki tworzy zastawa z osią x układu xy w miejscu kontaktu z paczką można obliczyć z całki:

$$\theta = \beta_{cs} - \operatorname{atan}\left(\int_0^{\chi_k} \frac{N_Z(\chi_k - \chi)}{EI_z(\chi)} d\chi\right) \tag{4.20}$$

Zapis symboliczny można ująć następująco:

$$\theta = f_\theta(\chi_k, N_Z, \beta_{cs}) \tag{4.21}$$

Siłę normalną i styczną wywieraną na obiekt przez zastawę można obliczyć następująco:

$$N_{Zx} = N_Z \sin(\theta) \tag{4.22}$$

$$N_{Zy} = N_Z \cos(\theta) \tag{4.23}$$

$$F_2 = N_Z \mu_Z \tag{4.24}$$

$$F_{2x} = F_2 \cos(\theta) \tag{4.25}$$

$$F_{2y} = F_2 \sin(\theta) \tag{4.26}$$

$$F_{Zx} = -F_{2x} - N_{Zx} \tag{4.27}$$

$$F_{Zy} = -F_{2y} + N_{Zy} \tag{4.28}$$

gdzie:

N_{Zx}, N_{Zy} – składowa x oraz y siły normalnej do powierzchni zastawy w punkcie kontaktu (rys.4.4),

μ_Z – współczynnik tarcia kinetycznego pomiędzy zastawą i paczką,

F_{2x}, F_{2y} – składowa x oraz y siły stycznej do powierzchni zastawy w punkcie kontaktu (rys.4.4),

F_{Zx}, F_{Zy} – składowa x oraz y wypadkowej siły wywieranej na obiekt przez zastawę w punkcie kontaktu (rys.4.4).

Moment siły działający na paczkę od zastawy można obliczyć następująco (rys.4.5):

$$w_{MSC} = \sqrt{(x_k - x_{MSC})^2 + (y_k - y_{MSC})^2} \tag{4.29}$$

$$d_{MSC} = \left| w_{MSC} \sin(\alpha_{MSC} - \beta_Z) \right| \tag{4.30}$$

$$M_Z = F_Z \cdot d_{MSC} \operatorname{sgn}(\alpha_{MSC} - \beta_Z) \tag{4.31}$$

gdzie:

x_k, y_k – współrzędne punktu kontaktu w układzie xy,

x_{MSC}, y_{MSC} – współrzędne środka masy,

β_Z – kąt utworzony przez wektor siły F_Z i oś x,

α_{MSC} – kąt nachylenia prostej przechodzącej przez środek masy i punkt kontaktu (rys.4.4),

d_{MSC} – ramię siły F_Z względem środka masy.

Punkt kontaktu z zastawą może być zlokalizowany zarówno na krawędzi (rys.4.4) jak i na narożu paczki (rys.4.5). Wyznaczenie punktu kontaktu jest bardzo istotne, gdyż jest tożsame z wyznaczeniem punktu przyłożenia siły N_Z (równania 4.18-4.23) oraz jest pierwszym krokiem w wyznaczeniu jej wartości, kierunku oraz zwrotu.

Zastawa może być w kontakcie z tym narożem obiektu, dla którego zastawa tworzy najmniejszy kąt wychylenia (rys.4.5, równanie 4.32):

$$\beta_{p(i)} = \operatorname{atan}\left(\frac{y_{p(i)}}{x_{p(i)}}\right) - \operatorname{asin}\left(\frac{\gamma_{\mathrm{w}}}{R_{p(i)}}\right) \tag{4.32}$$

gdzie:

$x_{p(i)}$, $y_{p(i)}$ – współrzędne naroży paczki,

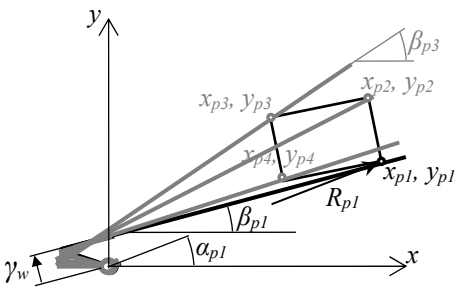
$R_{p(i)} = (x_{p(i)}^2 + y_{p(i)}^2)^{1/2}$ – odległość naroża paczki od osi obrotu zastawy.

Jest to równoważne ze spełnieniem następującej formuły:

$$\text{Jesli}\left(\beta_{p(j)} < \beta_{p(i)}\right)\text{to}\left(\beta_{k1} = \beta_{p(j)}, \beta_{k2} = \beta_{p(j-1)}, x_{k1} = x_{p(j)}, x_{k2} = x_{p(j-1)}\right) \quad \text{dla dowolnego } i \in \{1,2,3,4\} \wedge i \neq j \tag{4.33}$$

Wzór (4.32) można zapisać skrótowo jako

$$\beta_p = f_{\beta p}(y, x, \gamma_w) \tag{4.34}$$

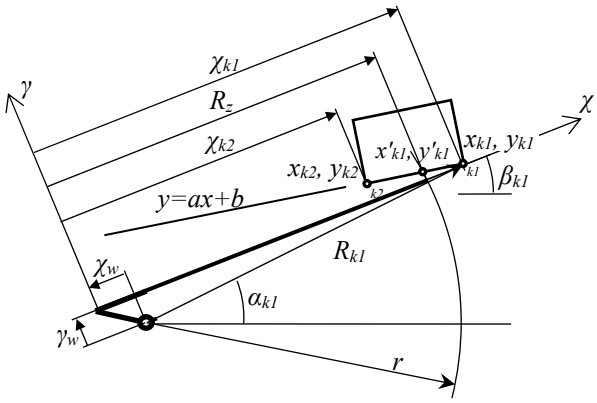


Rys.4.5. Schemat wyznaczania krawędzi kontaktu

Formuła (4.33) pozwala jedynie wyznaczyć naroże, które mogłoby wejść w kontakt z zastawą. Jeśli położenie paczki względem zastawy sprawia, że naroże x_{k1}, y_{k1} znajduje się poza łukiem zakreślanym przez swobodny koniec zastawy (rys.4.6), paczka nie znajdzie się w kontakcie z zastawą narożem x_{k1}, y_{k1}, lecz krawędzią *k1-k2*. Punkt kontaktu x'_{k1}, y'_{k1} na krawędzi *k1-k2* paczki można określić przez przyrównanie równania okręgu o promieniu *r* zakreślanego przez swobodny koniec zastawy oraz równania prostej przechodzącej przez krawędź *k1-k2* (rys.4.6).

$$r = \sqrt{(R_z + \chi_w)^2 + \gamma_w^{\,2}} \tag{4.35}$$

$$\sqrt{r^2 - x'^{\,2}_{k1}} = a \cdot x'_{k1} + b \tag{4.36}$$



Rys.4.6. Schemat wyznaczania punktu kontaktu

Rozwiązanie równania kwadratowego (4.36) pozwala wyznaczyć punkt kontaktu (x'_{k1}, y'_{k1}) na krawędzi. Sprawdzenie czy punkt kontaktu istnieje na narożu albo krawędzi paczki umożliwia następująca formuła:

$$\beta_{MIN} = \begin{cases} \beta'_{k1} & \text{gdy } \chi_{k1} > R_Z \wedge \chi_{k2} \le R_Z \\ \beta_{k1} & \text{gdy } \chi_{k1} \le R_Z \\ \beta_{wn} + \beta_{lm} & \text{gdy } \chi_{k2} > R_Z \end{cases} \tag{4.37}$$

gdzie:

$\beta'_{k1}=f_{\beta p}(y'_{k1}, x'_{k1}, \gamma_w)$ – kąt tworzony przez człon sztywny zastawy i oś x wówczas, gdy zastawa jest w kontakcie z krawędzią paczki,

$\beta_{k1}=f_{\beta p}(y_{k1}, x_{k1}, \gamma_w)$ – kąt tworzony przez człon sztywny zastawy i oś x wówczas, gdy zastawa jest w kontakcie z narożem paczki,

χ_{k1}, χ_{k2} – współrzędne tych narożników paczki w układzie $\chi\gamma$ które wyznaczają krawędź kontaktu z zastawą,

β_{MIN} – najmniejszy kąt zastawy, dla którego wejdzie w kontakt z paczką.

Transformacji współrzędnych naroży paczki z układu xy do układu $\chi\gamma$ można dokonać w następujący sposób:

$$\begin{aligned} R_k &= \sqrt{x_k^{\,2} + y_k^{\,2}} \\ \alpha_k &= \operatorname{arctg}\left(\frac{y_k}{x_k}\right) \\ \beta_k &= f_{\beta p}(y_k, x_k, \gamma_w) \\ \chi_k &= R_k \cos(\alpha_k - \beta_k) - \chi_w \\ \gamma_k &= R_k \sin(\alpha_k - \beta_k) - \gamma_w \end{aligned} \tag{4.38}$$

Transformacje współrzędnych z układu xy do układu $\chi\gamma$ można opisać symbolicznie jako:

$$\begin{aligned} \chi_k &= f_\chi(x_k, y_k, \beta_k, \chi_w) \\ \gamma_k &= f_\gamma(x_k, y_k, \beta_k, \gamma_w) \end{aligned} \tag{4.39}$$

Wejście zastawy w kontakt z obiektem nastąpi wówczas, gdy położenie kątowe wału napędowego β_{wn} jest wystarczające, by to umożliwić. By zastawa mogła wywierać nacisk na paczkę, wartość kąta wychylenia członu sztywnego zastawy opisanego równaniem (4.3) musi być większa od β_{MIN} (rys.4.7a):

$$\beta_{MAX} = \begin{cases} \beta_{wn} - \beta_{lp},\ N_{Z\_flaga} = true & \text{gdy} \quad \beta_{wn} - \beta_{lp} > \beta_{MIN} & \text{(a)} \\ \beta_{wn} + \beta_{lm},\ N_{Z\_flaga} = false & \text{gdy} \quad \beta_{wn} + \beta_{lm} < \beta_{MIN} & \text{(b)} \\ \beta_{MIN},\quad N_{Z\_flaga} = false & \text{gdy} \quad \beta_{wn} - \beta_{lp} \le \beta_{MIN} \le \beta_{wn} + \beta_{lm} & \text{(c)} \end{cases} \tag{4.40}$$

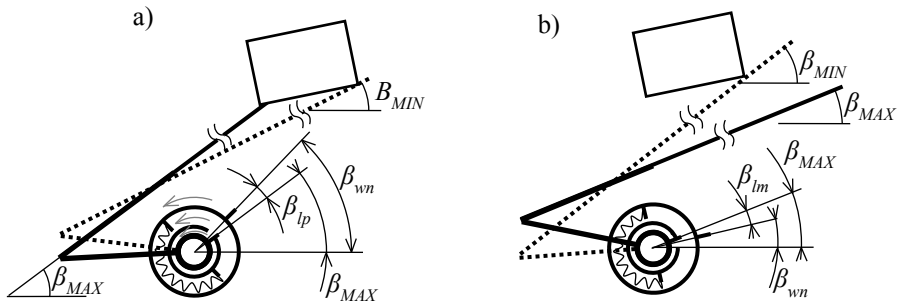
gdzie:

β_{MAX} – maksymalny możliwy kąt wychylenia części sztywnej zastawy,

N_{Z_flaga} – znacznik niezerowej siły od zastawy, N_{Z_flaga}=*true* gdy N_Z>0, N_{Z_flaga}=*false* gdy N_Z=0.

Gdy spełniony jest warunek (a) w formule (4.40), wówczas algorytm przechodzi do obliczania wektora N_Z, jeśli warunek (b) lub (c), paczka porusza się ruchem swobodnym z tarciem po powierzchni przenośnika.

By zastawa mogła oddziaływać na paczkę, położenie wału napędowego oraz paczki muszą spełniać warunek (4.40a). Ponadto, konieczność zerowania równania (4.17) wymusza zastosowanie funkcji (rys.4.8) do poszukiwania miejsca zerowego, która dobiera β_{cs} z przedziału (β_{MIN}, β_{MAX}) do momentu, gdy błąd zerowania równania (4.17) osiągnie akceptowalnie małą wartość.

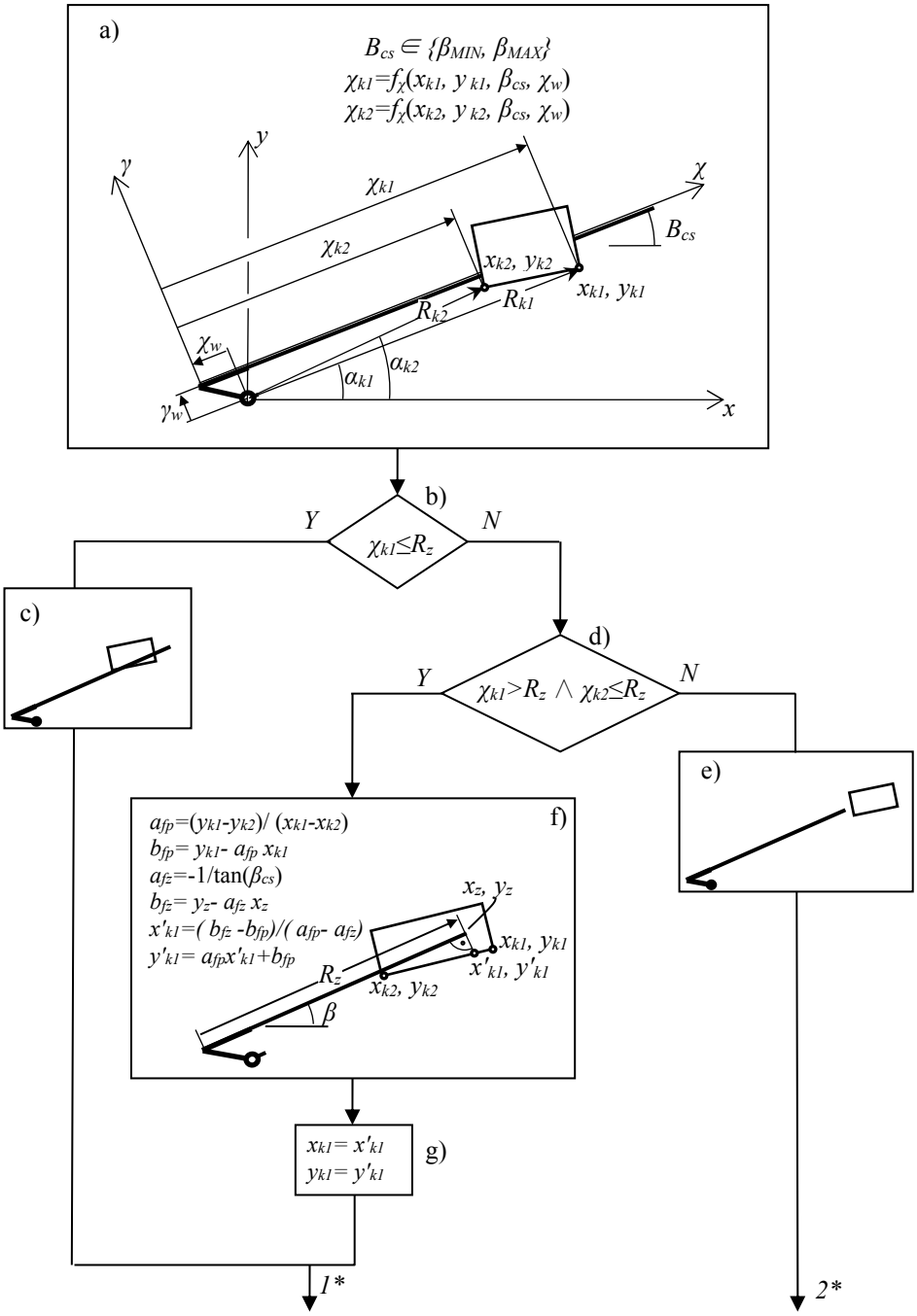


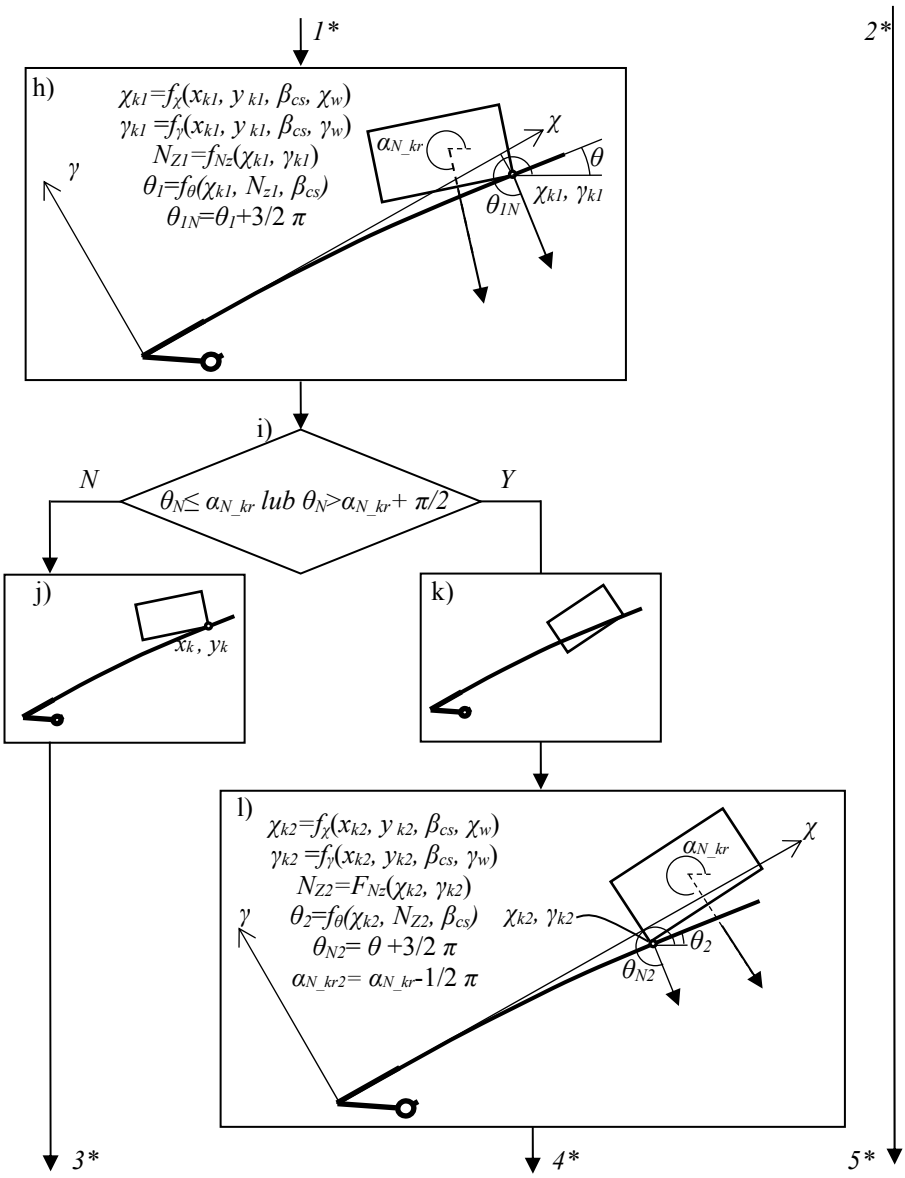
Rys.4.7. Schemat wyznaczania maksymalnego możliwego kata wychylenia części sztywnej zastawy β_{MAX} ze względu na położenie paczki i β_{wn}, *a)* $\beta_{MAX}=\beta_{wn} - \beta_{lp}$, *b)* $\beta_{MAX}=\beta_{wn}+\beta_{lm}$

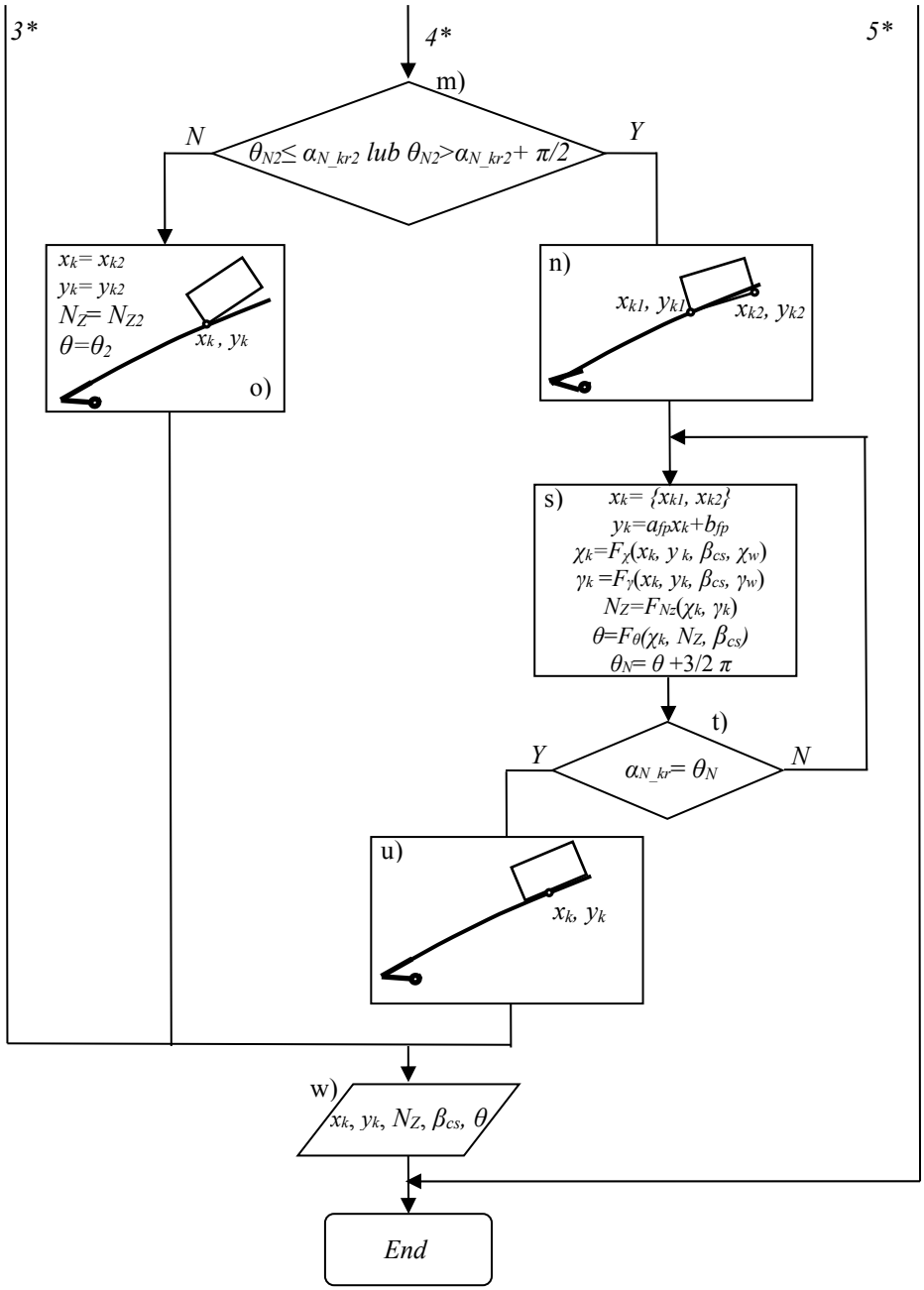
Algorytm z rys.4.8 pozwala wyznaczyć wektor siły od zastawy N_Z (wartość N_Z, kierunek θ oraz punkt przyłożenia x_k, y_k) konieczny do obliczenia równań (4.22)-(4.31), a następnie równań (4.17) i (4.14). Wbudowana funkcja środowiska Matlab (fzero) przyjmuje jako elementy wejściowe funkcję, która

uwzględnia algorytm (rys.4.8) oraz równanie (4.17), a także zakres poszukiwania rozwiązania (β_{MIN}, β_{MAX}). Finalnie, funkcja *fzero* steruje kątem β_{cs}, w rozwiązaniu wyznaczając jego wartość spełniającą równanie (4.17). Algorytm z rys.4.8 działa następująco. Po uruchomieniu sprawdzane jest położenie paczki względem zastawy (rys.4.8a,b,c,d,e), jeżeli koniec zastawy trafia na krawędź (rys.4.8f), wyznaczany jest nowy punkt kontaktu x'_{k1}, y'_{k1} wzdłuż krawędzi, który w dalszych obliczeniach traktowany jest jak naroże x_{k1}, y_{k1} (rys.4.8g). Następnie obliczane są kąt θ ugięcia zastawy w punkcie kontaktu x_{k1}, y_{k1} oraz siła N_Z. Jeżeli kąt θ ma taką wartość, że zastawa przechodzi przez obszar opakowania (rys.4.8k), to rozwiązanie należy traktować jako nierzeczywiste i analogicznie policzyć kąt θ oraz siłę N_Z względem drugiego narożnika x_{k2}, y_{k2} (rys.4.8l). Jeżeli w tym przypadku kąt θ również ma taką wartość, że zastawa przechodzi przez obszar opakowania (rys.4.8n) wówczas punkt kontaktu znajduje się nie w narożnikach tylko wzdłuż krawędzi *k1-k2* (rys.4.8u). Wyznaczenie tego punktu polega na cyklicznym obliczaniu wartości kąta θ dla prawdopodobnych punktów kontaktu w zakresie od x_1 do x_2 (rys.4.8s) do momentu, gdy zastawa w punkcie kontaktu jest styczna z krawędzią opakowania. Pętla obliczeniowa podalgorytmu (rys.4.8s) realizowana jest również przez wspomnianą funkcję *fzero*.

Zatem, by wyznaczyć kąt β_{cs} spełniający równanie (4.17)**,** realizowane są dwie pętle, pierwsza podrzędna, wyznaczająca punkty kontaktu na krawędzi dla zaproponowanego przez funkcję *fzero* kąt β_{cs}, druga nadrzędna, która wyznacza kąt β_{cs} spełniający równanie (4.17).


a)
$B_{cs} \in \{\beta_{MIN}, \beta_{MAX}\}$
$\chi_{k1}=f_\chi(x_{k1}, y_{k1}, \beta_{cs}, \chi_w)$
$\chi_{k2}=f_\chi(x_{k2}, y_{k2}, \beta_{cs}, \chi_w)$
y
y
χ
χ_{k1}
χ_{k2}
B_{cs}
x_{k2}, y_{k2}
x_{k1}, y_{k1}
R_{k2}
R_{k1}
χ_w
α_{k1}
α_{k2}
γ_w
x
b)
Y
N
$\chi_{k1} \le R_z$
c)
d)
Y
N
$\chi_{k1} > R_z \wedge \chi_{k2} \le R_z$
e)
f)
$a_{fp}=(y_{k1}-y_{k2})/(x_{k1}-x_{k2})$
$b_{fp}= y_{k1}- a_{fp}\, x_{k1}$
$a_{fz}=-1/\tan(\beta_{cs})$
$b_{fz}= y_z- a_{fz}\, x_z$
$x'_{k1}=(b_{fz}-b_{fp})/(a_{fp}-a_{fz})$
$y'_{k1}= a_{fp}x'_{k1}+b_{fp}$
x_z, y_z
x_{k1}, y_{k1}
x'_{k1}, y'_{k1}
R_z
x_{k2}, y_{k2}
β
$x_{k1}= x'_{k1}$
$y_{k1}= y'_{k1}$
g)
1*
2*


1*
2*
h)
$\chi_{k1}=f_\chi(x_{k1}, y_{k1}, \beta_{cs}, \chi_w)$
$\gamma_{k1}=f_\gamma(x_{k1}, y_{k1}, \beta_{cs}, \gamma_w)$
$N_{Z1}=f_{Nz}(\chi_{k1}, \gamma_{k1})$
$\theta_1=f_\theta(\chi_{k1}, N_{z1}, \beta_{cs})$
$\theta_{1N}=\theta_1+3/2\ \pi$
α_{N_kr}
χ
θ
γ
θ_{1N}
χ_{k1}, γ_{k1}
i)
N
Y
$\theta_N \leq \alpha_{N\_kr}$ lub $\theta_N > \alpha_{N\_kr} + \pi/2$
j)
x_k, y_k
k)
l)
$\chi_{k2}=f_\chi(x_{k2}, y_{k2}, \beta_{cs}, \chi_w)$
$\gamma_{k2}=f_\gamma(x_{k2}, y_{k2}, \beta_{cs}, \gamma_w)$
$N_{Z2}=F_{Nz}(\chi_{k2}, \gamma_{k2})$
$\theta_2=f_\theta(\chi_{k2}, N_{Z2}, \beta_{cs})$
$\theta_{N2}=\theta+3/2\ \pi$
$\alpha_{N\_kr2}=\alpha_{N\_kr}-1/2\ \pi$
α_{N_kr}
χ
γ
χ_{k2}, γ_{k2}
θ_2
θ_{N2}
3*
4*
5*



Rys.4.8. Algorytm wyznaczania współrzędnych kontaktu (x_k, y_k), oraz siły normalnej N_Z od zastawy, kąta β_{cs} wychylenia członu sztywnego zastawy oraz kąta θ

4.2. MODEL MES W ŚRODOWISKU LS-DYNA

4.2.1. Opis elementów składowych modelu

Proces sortowania oprócz opisu numerycznego w programie MATLAB (BEB) został zamodelowany również metodą elementów skończonych w środowisku LS-DYNA, który dedykowany jest do symulowania procesów szybkozmiennych. Prawidłowo skalibrowany z eksperymentem model MES w środowisku LS-DYNA w przeciwieństwie do modelu BEB umożliwia wyznaczenie przyspieszeń sortowanego obiektu. Zestawienie wad i zalet modelu BEB oraz MES przedstawia tabela 4.1.

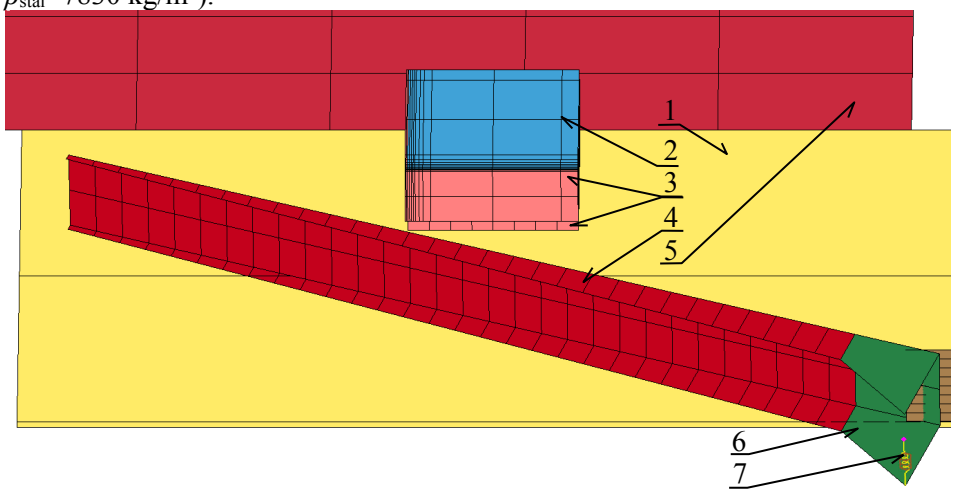
Tabela 4.1. Zestawienie właściwości dwóch modeli procesu sortowania

parametr	Model BEB	Model MES
Szybkość obliczeń	Szybki ze względu na symulacje zaledwie czterech elementów	Wolny – wiele elementów skończonych
Model tarcia płaskiego	Aproksymowany, przy przejściu z przenośnika na ześlizg funkcją przełączająca	Całkowanie po polu elementarnych sił tarcia
Przyspieszenie obiektu	Niedokładne – wynika ze sprężystego ugięcia zastawy z pominięciem tłumienia materiału	Dokładne - wynika z prawidłowo przyjętego typu elementów skończonych, siatki oraz modelu materiałowego
Model sprzęgła napędu	Sprężysty z luzem	Sprężysty z luzem i tłumieniem wiskotycznym
Model zastawy	Niepryzmatyczna belka Eulera-Bernoulliego	Elementy typu SHELL oraz materiał ELASTIC
Tłumienie	Brak tłumienia, rozpraszanie energii jedynie na skutek tarcia powierzchni	Tłumienie wiskotyczne sprzęgła, tłumienie Rayleigh zastawy
Przydatność dla zagadnienia optymalizacji zmiennych procesu sortowania z funkcją celu polegającą na minimalizacji przyspieszenia obiektu	Szybkie wyszukiwanie wartości optymalnych w przestrzeni zmiennych decyzyjnych, funkcja celu może stanowić jedynie wartość porównawczą	Wolne wyszukiwanie wartości optymalnych w przestrzeni zmiennych decyzyjnych, dokładna i bezwzględna wartość funkcji celu

W modelu odwzorowano zastawę, paczkę, taśmociąg oraz ześlizg (rys.4.9).

Dla członu podatnego zastawy zastosowano materiał typu MAT_ELASTIC [54] (MAT_001), ponieważ z wykonanych własnych badań eksperymentalnych zginania materiału, z którego wykonano zastawę wynika, że w zakresie ugięć

występujących przy sortowaniu materiał ten zachowuje się sprężyście, proporcjonalnie. Odwzorowanie w modelu ceowego przekroju poprzecznego zastawy pozwala na zastosowanie elementów typu SHELL [53] ze względu na spełnienie warunku dużo mniejszego jednego z wymiarów – grubości ścian, w stosunku do pozostałych wymiarów [9, 15]. Elementy typu SHELL w stosunku do elementów typu SOLID, mimo że również przewidują pojawienie się siły normalnej do powierzchni oraz momentów gnących [20], znacznie przyspieszają obliczenia, ze względu na zastosowanie na grubości tylko jednego elementu, co jest możliwe przez nałożenie większej liczby stopni swobody (związanych z rotacją) [59]. Model zastawy podobnie, jak w obiekcie rzeczywistym jest podzielony na człon podatny (oznaczony odnośnikiem (4), rys.4.9), odpowiedzialny za zmniejszenie przyspieszeń podczas zgarniania oraz człon sztywny (6), odpowiedzialny za mocowanie do napędu. Człon sztywny zastawy (6) podobnie jak człon podatny zosłał odwzorowany elementami typu SHELL. Ponieważ człon sztywny jest wielokrotnie sztywniejszy od członu podatnego zastosowano materiał typu MAT_RIGID [54] (E_{stal}=207 GPa, ρ_{stal}=7830 kg/m^3).

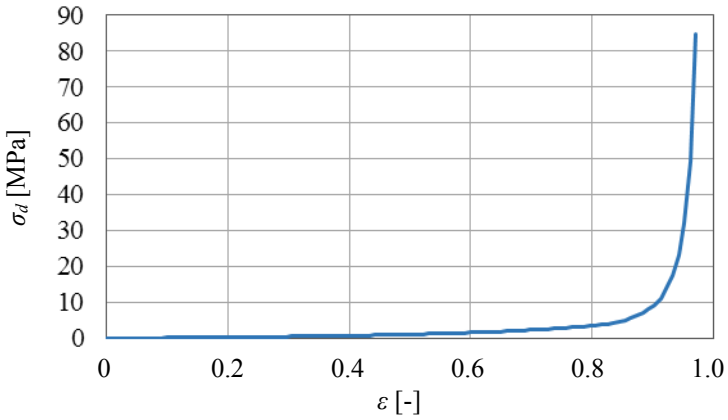


Rys.4.9. Model numeryczny procesu sortowania w środowisku LS-DYNA: 1 – taśma przenośnika, 2 – sortowany obiekt, 3 – materiał przeciwwstrząsowy, 4 – człon podatny zastawy, 5 – ześlizg do odbioru sortowanych obiektów, 6 – człon sztywny zastawy, 7 – podatny elementy dyskretny sprężystości skrętnej i tłumienia skrętnego w układzie napędowym, tzw. sprzęgło

Materiał typu MAT_RIGID może być zastosowany wszędzie tam, gdzie odkształcalność obiektu jest stosunkowo niewielka w kontakcie z innym obiektem dużo bardziej podatnym, co zmniejsza liczbę obliczeń przy przetwarzaniu elementów skończonych [54]. Ponadto, pomiędzy węzłami wewnątrz obiektu (2) nie występują drgania, dlatego przyspieszenie

pojedynczego węzła znajdującego się w środku masy (lub każdego innego gdy obiekt wykonuje obrotu) jest przyspieszeniem uśrednionym całego obiektu.

Sortowany obiekt został zamodelowany jako jednorodny prostopadłościan składający się z elementów typu SOLID łącząc jego zewnętrzną powierzchnię z prostopadłościennymi obiektami typu SOLID reprezentującymi materiał przeciwwstrząsowy. W skutek zderzenia z zastawą materiał przeciwwstrząsowy odkształca się, przejmując energię zderzenia i determinując uzyskiwane przyspieszenia. Węzły elementów z materiału przeciwwstrząsowego są uwspólnianie z węzłami obiektu zgarnianego i tak rozmieszczone by ich zagęszczenie znajdowało się w obszarach koncentracji naprężeń podczas zderzenia. Obszary te są zlokalizowane przede wszystkim w uderzanym narożu, a w drugiej kolejności na krawędzi, którą paczka przemieszcza się wzdłuż zastawy. Model materiału przeciwwstrząsowego dla typu materiału o oznaczeniu MAT_LOW_DENSITY_FOAM (MAT57) został zaczerpnięty z pracy [80], w której wyznaczano dla tego materiału (pianka polietylenowa STRATLITE 22 o gęstości 22kg/m^3) krzywą naprężenia dynamicznego w funkcji odkształcenia (rys.4.10).



Rys.4.10. Naprężenie dynamiczne $\sigma_d=f(\varepsilon)$ pianki polietylenowej STRATLITE 22 [80]

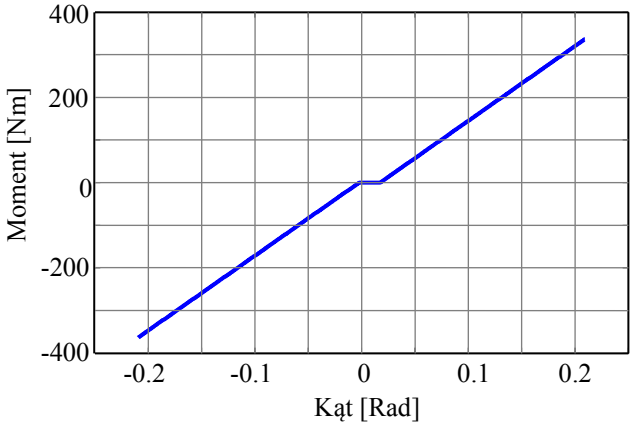
Taśma transportująca (oznaczona odnośnikiem (1), rys.4.9) wraz z prowadzącą ją powierzchnią ślizgową reprezentowana jest przez prostopadłościenne elementy typu SOLID, oraz materiał typu MAT_ELASTIC [54] (E_{alum}=70GPa, ρ_{alum}=2700 kg/m^3).

Kontakt pomiędzy zastawą obiektem i ześlizgiem określa opcja AUTOMATIC_SURFACE_TO_SURFACE która umożliwia wprowadzenie współczynnika tarcia statycznego oraz kinetycznego i nie pozwala na wzajemne przenikanie elementów skończonych. Sposób wyznaczenia wartości współczynników tarcia w parach ciernych zastawa - sortowany obiekt, sortowany obiekt - taśma, oraz sortowany obiekt - ześlizg dla opcji

AUTOMATIC_SURFACE_TO_SURFACE został przedstawiony w rozdziale 5.

Opcję RIGIDWALL_GEOMETRIC_FLAT_DISPLAY wykorzystano do zdefiniowania ześlizgu (5). W przypadku tej opcji, ustalenie kontaktu między sortowanym obiektem i ześlizgiem wymaga wprowadzenia jedynie kinetycznego współczynnika tarcia [53].

Rzeczywisty napęd charakteryzuje się luzem i właściwościami sprężysto-tłumiącymi, co zaobserwowano w badaniach doświadczalnych. Stąd, w modelu MES uwzględniono elementy dyskretne, tzn. sprężystość skrętną [54] (SPRING_NONLINEAR_ELASTIC) oraz tłumienie skrętne (DAMPER_VISCOUS), łączące węzeł stanowiący oś obrotu zastawy z węzłem wymuszającym zadany ruch kątowy wału napędowego. Ze względu na obecność luzu, sprężystość skrętna została zamodelowana jako nieliniowa (rys.4.11).



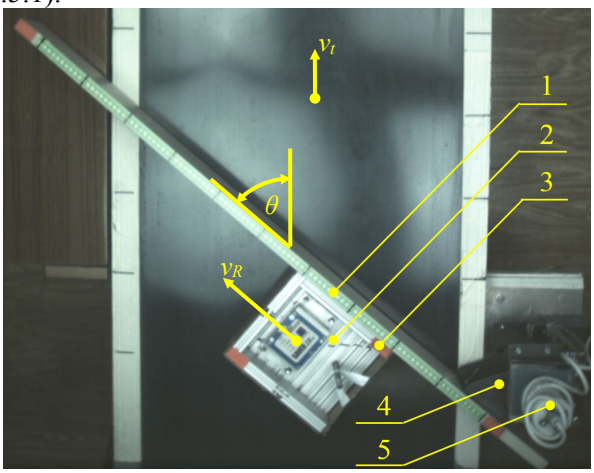
Rys.4.11. Charakterystyka skrętnej sprężystości napędu zastawy, tzw. sprzęgła; położenie wykresu względem zera osi odciętych zależy od położenia początkowego zastawy w zakresie luzu w chwili rozpoczęcia ruchu

5. WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKÓW TARCIA PAR CIERNYCH PRZENOŚNIK-OPAKOWANIE-ZASTAWA

Uwzględnienie zjawiska tarcia w opisanych wcześniej modelach procesu sortowania, wymaga wyznaczenia współczynnika tarcia statycznego i kinetycznego między powierzchnią transportową a sortowanym obiektem (w parze tej występuje zarówno poślizg jak i spoczynek) oraz kinetycznego między obiektem a zastawą (występuje jedynie poślizg). Obiektem wykorzystywanym do testów tarcia i sortowania jest prostopadłościenna aluminiowa skrzynia (rys.5.1, odnośnik (2)), oklejona tekturą.

5.1. WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA TARCIA ZASTAWA -OBIEKT

Współczynnik tarcia między zastawą i obiektem wyznaczono na stanowisku laboratoryjnym przeznaczonym do testów sortowania, w którym podczas badań tarcia unieruchomiono zastawę w położeniu skośnym względem osi podłużnej przenośnika (rys.5.1).



Rys.5.1. Zdjęcie z kamery szybkoklatkowej stanowiska badawczego procesu sortowania zastawą aktywną w konfiguracji pomiaru współczynnika tarcia pary ciernej zastawa-obiekt; 1 – liniał pomiarowy znajdujący się na zastawie, 2 – badany obiekt, wykonany z aluminiowych profili i pokryty tekturą falistą, 3 – znacznik przeznaczony do rejestracji toru ruchu obiektu, 4 – układ mocowania zastawy, 5 – enkoder absolutny wskazujący kąt ustawienia zastawy, v_t – prędkość taśmy przenośnika, θ – kąt wychylenia zastawy, v_R – prędkość obiektu wzdłuż zastawy tożsama z prędkością poślizgu względem zastawy

Konfiguracja ta pozwala analizować ruch obiektu spowodowany sprzężeniem ciernym pomiędzy obiektem a zastawą oraz obiektem i taśmą przenośnika, przy ustalonym kącie θ ustawienia zastawy (rys.5.1) i prędkości v_t

taśmy [119]. W takich warunkach, ustala się równowaga [119] pomiędzy siłą tarcia pochodzącą od ruchu taśmy względem obiektu oraz siłą tarcia pochodzącą od ruchu obiektu względem zastawy. Dlatego paczka porusza się ze stałą prędkością wzdłuż zastawy, co pozwala uprościć układ równań (4.14) do postaci:

$$\begin{cases} 0 = F_{Zx} + F_{Tx} \\ 0 = F_{Zy} + F_{Ty} \end{cases} \tag{5.1}$$

Podstawiając do powyższego układu równań zależności (4.22)-(4.28) oraz (3.23) otrzymuje się:

$$\begin{cases} 0 = -N_Z \mu_Z \cos(\theta) - N_Z \sin(\theta) - \dfrac{v_{Wx} F_{\max}}{\sqrt{v_{Wx}^2 + v_{Wy}^2}} \\ 0 = -N_Z \mu_Z \sin(\theta) + N_Z \cos(\theta) - \dfrac{v_{Wy} F_{\max}}{\sqrt{v_{Wx}^2 + v_{Wy}^2}} \end{cases} \tag{5.2}$$

Porównując równania w układzie równań (5.2) względem $F_{\max}/(v_{Wx}^2+v_{Wy}^2)^{1/2}$ otrzymuje się jedno równanie, które rozwiązując względem μ_Z i podstawiając równania (4.15) otrzymuje się:

$$\mu_Z = \frac{v_t \cos\theta - v_R}{v_t \sin\theta} \tag{5.3}$$

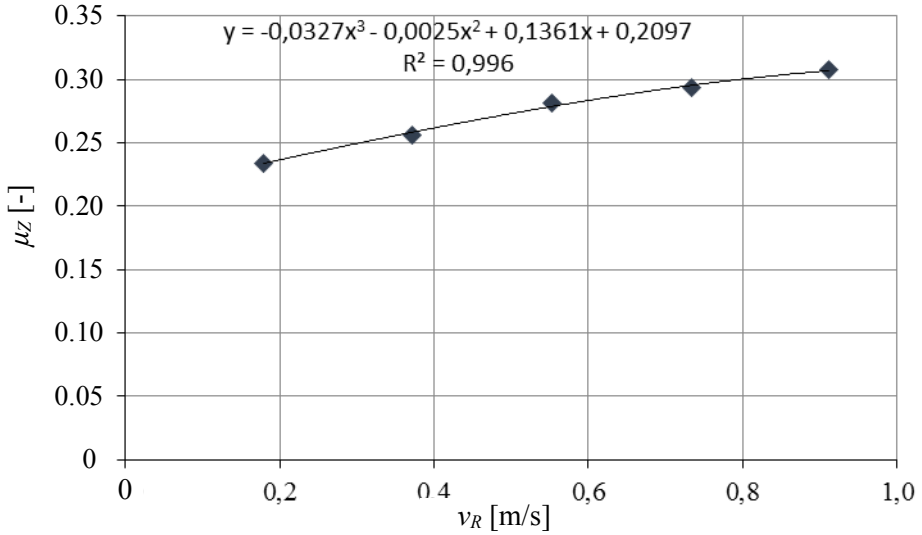
gdzie:

v_R – prędkość obiektu wzdłuż zastawy, $v_{1x}=v_R \cdot \cos\theta$, $v_{1y}=v_R \cdot \sin\theta$.

Rozwiązanie (5.3) nie wymaga znajomości siły tarcia między opakowaniem a taśmą. Ponadto dzięki stabilizacji prędkości ruchu obiektu wzdłuż zastawy, wyeliminowany zostaje czynnik siły bezwładności obiektu, który stanowiłby zakłócenie pomiarowe. Szczegółowe wyprowadzenie wzoru (5.3) oraz mechanizm ustalenia stałej prędkości obiektu został opisany w pracy [119].

Przed badaniem obiekt (rys.5.1, oznaczony odnośnikiem (2)) oklejono pojedynczą warstwą tektury falistej. Wyniki badań pomiaru współczynnika tarcia przedstawiono na rys.5.2, stosując wzór (5.3), kąt wychylenia zastawy θ=40°, prędkość taśmy przenośnika w zakresie $v_t \in \langle 0.29;1.60 \rangle$ m/s oraz uzyskując prędkość ruchu obiektu w zakresie $v_R \in \langle 0.18\text{-}0.91 \rangle$ m/s.

Testy wykazały że współczynnik tarcia μ_Z rośnie monotonicznie wraz z prędkością v_R (rys.5.2). Charakterystykę współczynnika tarcia μ_Z w funkcji prędkości v_R dobrze opisuje wielomian trzeciego stopnia, pozwalający uzyskać współczynnik dopasowania R^2=0.996.



Rys.5.2. Współczynnik tarcia zastawa-obiekt w funkcji prędkości poślizgu

5.2. WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA TARCIA OBIEKT -POWIERZCHNIA NOŚNA PRZENOŚNIKA

Współczynnik tarcia pomiędzy sortowanym obiektem (rys.5.3, (2)) i taśmą (1) przenośnika najwygodniej jest wyznaczyć bezpośrednio na przenośniku, mocując do jego ramy siłomierz (4) i łącząc go cięgnem ((3), (5)) z obiektem znajdującym się na przenośniku (rys.5.3a-b). W ten sposób, stosując cięgno nieodkształcalne (rys.5.3a, (3)), zbadano wartość kinetycznego współczynnika tarcia w funkcji prędkości poślizgu, w zakresie względnej prędkości $v_t \in \langle 0.2;2.5 \rangle$ m/s obiekt-taśma.

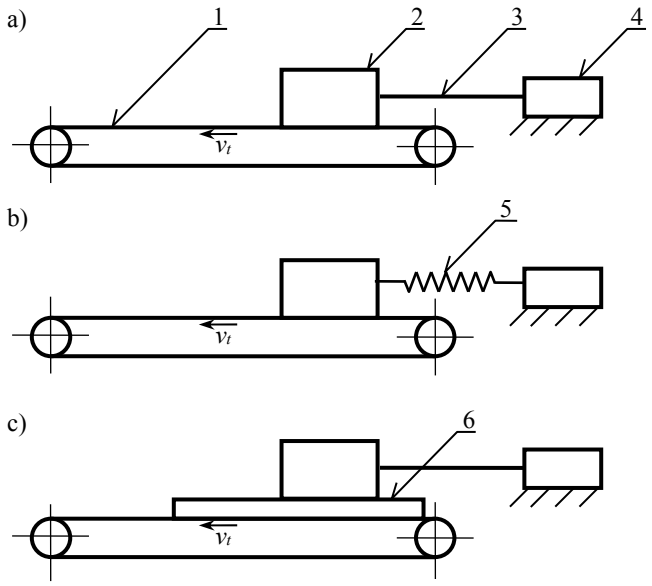
Wartość statycznego współczynnika tarcia taśma-obiekt wyznaczono stosując jako cięgno sprężynę (5) i rejestrując wartość maksymalną siły jej napięcia tuż przed zerwaniem przyczepności (rys.5.3b).

Współczynnik tarcia kinetycznego pomiędzy powierzchnią ześlizgu i sortowanym obiektem można wyznaczyć w analogiczny sposób, jak na rys.5.3a, umieszczając pomiędzy obiektem i taśmą przenośnika powierzchnię nośną ześlizgu przymocowaną do taśmy przenośnika (rys.5.3c).

Wyznaczony współczynnik tarcia kinetycznego pomiędzy taśmą i obiektem nie wykazywał zależności od prędkości i wahał się w zakresie μ_k=0,54-0,60.

Współczynnik tarcia statycznego pomiędzy taśmą i obiektem przyjmował wartość w zakresie μ_s=0,98-1,12.

Współczynnik tarcia kinetycznego pomiędzy powierzchnią ześlizgu i obiektem mieścił się w zakresie μ_k=0,25-0,29.



Rys.5.3. Schemat stanowiska do badań współczynnika tarcia pomiędzy obiektem i powierzchnią nośną przenośnika oraz ześlizgu: a) pomiar kinetycznego współczynnika tarcia taśma przenośnika-obiekt, b) pomiar statycznego współczynnika tarcia taśma-obiekt, c) pomiar kinetycznego współczynnika tarcia ześlizg-obiekt, 1 – taśma przenośnika, 2 – obiekt, 3 – sztywne cięgno, 4 – siłomierz, 5 – cięgno ze sprężyną, 6 – powierzchnia nośna ześlizgu

6. REJSTRACJA POŁOŻENIA KAMERĄ

Do rejestracji torów ruchu punktów charakterystycznych naniesionych na sortowany obiekt i zastawę, w badaniach eksperymentalnych przedstawionych w tej pracy zastosowano kamerę szybkoklatkową AOS Q-PRI. Główną zaletą zastosowania kamery jest możliwość bezkontaktowego wyznaczania rzeczywistego położenia sortowanego obiektu i zastawy, nie zakłócając ich ruchu oddziaływaniem zewnętrznym. Współrzędne punktów charakterystycznych określane są podczas cyfrowego przetwarzania zarejestrowanego obrazu w środowisku MATLAB, z wykorzystaniem metody detekcji BLOB (ang. Binary Large OBject detection) [42, 74]. Metoda ta polega na wykrywaniu obszaru obrazu cyfrowego, którego piksele mają wspólne, zdefiniowane wcześniej właściwości, takie jak jasność, kształt czy barwa, odmienne od pozostałej części obrazu stanowiącej tło. Współrzędne BLOB-a są geometrycznym środkiem ciężkości wykrytej figury płaskiej, co opisują wzory poniżej:

$$X_f = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \ , \quad Y_f = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i \tag{6.1}$$

gdzie:

X_f, Y_f – współrzędne geometrycznego środka ciężkości BLOB-a,

x_i, y_i – współrzędne i-tego piksela wchodzącego w skład BLOB-u.

Położenie sortowanego obiektu i zastawy w urządzeniu rozdzielczym wykrywane jest za pośrednictwem punktów charakterystycznych, tj. naklejanych znaczników w kolorze czerwonym. Znacznik mają wymiary 0.04 m x 0.02 m i są śledzone w kadrze o wymiarach 1.25 m x 1.65 m przy rozdzielczości kamery 1280 x 1710px (250kl./s).

Zaletą tej metody jest absolutny pomiar położenia (w przeciwieństwie do inkrementalnego z czujników przyspieszenia) oraz możliwość łatwego śledzenia kamerą cyfrową wielu punktów naraz. Wadą tej metody jest znajdowanie skupisk pikseli poza znacznikami, które są interpretowane jako znaczniki, a także gubienie rzeczywistych znaczników w pobliżu krawędzi kadru, które to obszary są bardziej zacienione. Z tego względu, wymagana jest duża staranność w doborze barwy znaczników oraz możliwe najlepsze odwrócenie barwy tła względem barwy znaczników, co nie zawsze jest łatwe do uzyskania.

W pracy [96] przedstawiono opracowany w środowisku Matlab Simulink 2010, algorytm jednoczesnej rejestracji torów ruchu kilku charakterystycznych punków, celem oceny przebiegu procesu sortowania opakowań podatną zastawą aktywną wykorzystywaną w logistycznych centrach dystrybucyjnych. Znamiennym dla metody jest wyszukiwanie znaczników w obszarze całego kadru oraz określenie stałego współczynnika progowania dla całego obszaru kadru i wszystkich klatek filmu. Metoda jest skuteczna

wówczas, gdy kontrast barw pomiędzy tłem a znacznikami jest wystarczająco duży w całym kadrze, obszary w pobliżu krawędzi kadru są dobrze naświetlone oraz w kadrze nie występują żadne obszary o barwie zbliżonej do zdefiniowanego znacznika. W praktyce uzyskanie wymienionych wyżej warunków rejestracji wymaga nierzadko dużych nakładów pracy metodą prób i błędów.

W związku z tym napisano drugi algorytm w środowisku Matlab 2010 wykrywania znaczników, w którym ich położenie początkowe jest definiowane manualnie. To pozornie niewygodne rozwiązanie umożliwia zastosowanie progowania lokalnego w obrębie każdego znacznika oraz każdej klatki z osobna. Algorytm określa położenie oraz próg współrzędnych barw RGB do wykrywania znacznika w kolejnej klatce na podstawie położenia i wartości RGB znacznika z poprzedniej klatki. Wartość progu w danej klatce jest obliczana następująco:

$$Th_f = Th_c \frac{\sum_{i=1}^{N} R_{i,f-1}}{\sum_{i=1}^{N} G_{i,f-1} + \sum_{i=1}^{N} B_{i,f-1}} \tag{6.2}$$

gdzie:

$R_{i,f-1}$, $G_{i,f-1}$, $B_{i,f-1}$ – wartość współrzędnych cyfrowej palety barw RGB w zakresie [0-255; 0-255; 0-255] i-tego piksela w f-1 klatce należącego do obszaru znacznika,

Th_c – stały współczynnik, w praktyce wybierany w zakresie wartości 0,83-0,91,

Th_f – wartość progu określona dla f-tej klatki, dla każdego znacznika z osobna.

Piksel i z klatki f zostaje uznany za należący do obszaru znacznika, jeżeli jego barwa spełnia nierówność:

$$Th_f < \frac{R_{i,f}}{G_{i,f} + B_{i,f}} \tag{6.3}$$

Program poszukuje znacznika w położeniu, w którym znajdował się w klatce poprzedniej. Jeśli próba jest negatywna, uruchamiane jest poszukiwanie znacznika w obszarze kołowym o zdefiniowanym promieniu R_{ra} (rys.6.1), ze środkiem znajdującym się w środku położenia znacznika (X_{f-1}, Y_{f-1}) z poprzedniej klatki. W pierwszym etapie należy wyznaczyć kierunek największego skupiska pikseli w obszarze kołowym spełniających warunek (6.3):

$$\varphi_{f,H} = \frac{\sum_h \left(\varphi_{f,h} \sum_s p_{f,h,s} \right)}{\sum_h \sum_s p_{f,h,s}} \tag{6.4}$$

gdzie:

$p_{f,h,s}$ – wartość binarna piksela znajdującego się w klejności s od bieguna O dla kąta $\varphi_{f,h}$ wektora wodzącego (rys.6.1) w f-tej klatce; wartość binarna piksela wynosi 1, gdy spełniony jest warunek (6.3) lub 0 gdy warunek (6.3) nie jest spełniony,

$\varphi_{f,h}=h\cdot\Delta\varphi$ – dyskretny kąt o indeksie h, wyznaczający kierunek sumowania względem indeksu s wartości binarnej pikseli $p_{f,h,s}$, obliczany z krokiem $\Delta\varphi$=0,1°,

$\varphi_{f,H}$ – dyskretny kąt wyznaczający kierunek największego skupiska pikseli spełniających warunek (6.3) w f-tej klatce.

Średni promień na kierunku największego skupiska pikseli, obliczany jest jako:

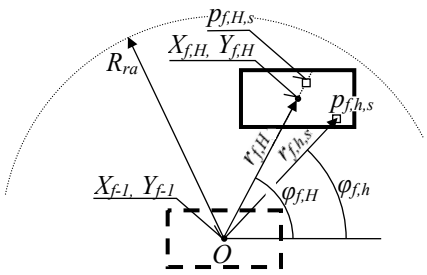
$$r_{f,H} = \frac{\sum_s r_{f,H,s}}{\sum_s p_{f,H,s}}, \qquad H = \left\lfloor \frac{\varphi_{f,H}}{\Delta\varphi} \right\rfloor \tag{6.5}$$

gdzie:

$p_{f,H,s}$ – wartość binarna s-tego piksela znajdującego się na kierunku promienia wodzącego wyznaczonego kątem $\varphi_{f,H}$ największego skupiska pikseli,

$r_{f,H,s}$ – promień wodzący wyznaczający odległość s-tego piksela na kierunku wyznaczonego kątem $\varphi_{f,H}$,

$\lfloor\ \rfloor$ – funkcja która zwraca największą liczbę całkowitą, która jest mniejsza lub równa wartości pod nawiasem (z ang. floor [36])



Rys.6.1. Poszukiwanie położenia środka znacznika w klatce f w obszarze kołowym R_{ra} o środku O, znajdującym się w położeniu środka znacznika X_{f-1}, Y_{f-1} z klatki f-1

Środek skupiska pikseli, odpowiadających warunkowi (6.3) w obszarze kołowym ma współrzędne:

$$X_{f,H} = r_{f,H}\cos\varphi_{f,H}\,,\ Y_{f,H} = r_{f,H}\sin\varphi_{f,H} \tag{6.6}$$

Współrzędne te służą następnie, jako punkt startowy w obliczaniu współrzędnej środka znacznika w *f*-tej klatce z zależności (6.1) przez podstawienie do niej współrzędnych pikseli spełniających warunek (6.3).

Niepewność położenia znacznika można oszacować podstawiając równanie (6.1) do równania na szacowanie niepewności standardowej złożonej u_c wielkości nieskorelowanych [23, 81]:

$$\begin{aligned} u_c(BLOB) &= \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial X_f}{\partial x_i}\right)^2 u(x_i)^2 + \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial Y_f}{\partial y_i}\right)^2 u(y_i)^2} = \\ &= \sqrt{N\frac{u(x_i)^2}{N^2} + N\frac{u(y_i)^2}{N^2}} = \sqrt{\frac{1}{N}}\sqrt{u(x_i)^2 + u(y_i)^2} \end{aligned} \tag{6.7}$$

gdzie:

X_f, Y_f – współrzędne geometrycznego środka ciężkości BLOB-a,
x_i, y_i – współrzędne i-tego piksela wchodzącego w skład BLOB-u,
$u(x_i)$, $u(y_i)$ – niepewność położenia znacznika w kierunku *x* oraz *y*,
$u_c(BLOB)$ – niepewność położenia BLOB-u.

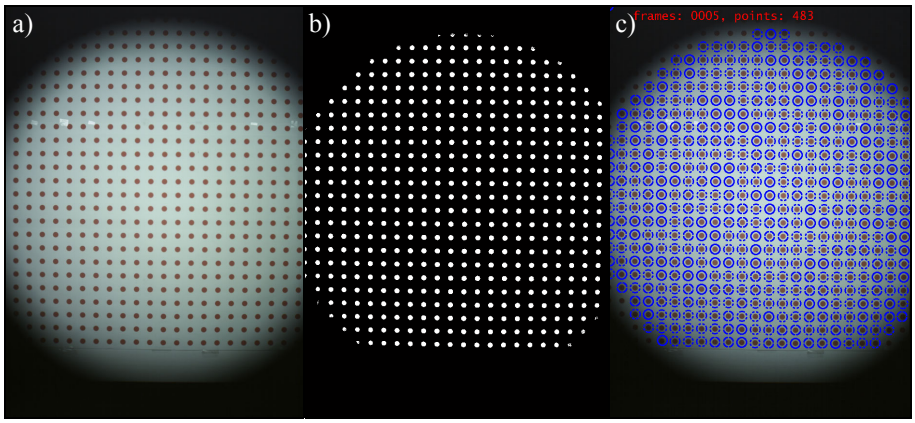
Z równania (6.7) widać, że niepewność położenia dla pojedynczego piksela uwzględniając, że $u(x_i)$=1px, $u(y_i)$=1px wynosi $2^{1/2}$px. Widać również, że niepewność położenia jest proporcjonalna do pierwiastka odwrotnego liczby pikseli *N* w BLOB-ie. Równanie (6.7) jest ważne wówczas, gdy szacowany błąd jest wyrażony w pikselach. Może również być zastosowane dla położenia rzeczywistego w metrach, ale tylko wówczas, gdy występuje idealna liniowość pomiędzy położeniem w pikselach i położeniem w metrach, oraz gdy skalowanie ([m]/[px]) zostało wykonane bezbłędnie. W praktyce występuje pewna nieliniowość pomiędzy położeniem rzeczywistym a położeniem w pikselach widoczna na rys.6.4a-b. Dlatego, dla poprawy dokładności przeprowadzono kalibrację obrazu przy pomocy szablonu widocznego na rys.6.2a, składającego się z równomiernie rozmieszczonych okrągłych znaczników (kropek), wypełniających cały kadr.

W pierwszym etapie kalibracji obrazu, wykrywane jest położenie kropek (rys.6.2c), a następnie przyporządkowywane do elementów tablicy (rys.6.3b):

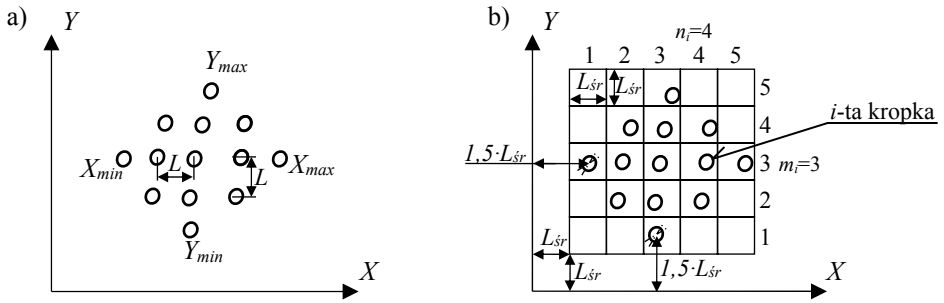
$$n_i = \left\lfloor \frac{X_i - X_{\min} + \frac{3}{2}L_{śr}}{L_{śr}} \right\rfloor, \qquad m_i = \left\lfloor \frac{Y_i - Y_{\min} + \frac{3}{2}L_{śr}}{L_{śr}} \right\rfloor \tag{6.8}$$

gdzie:

$L_{śr}$ – średnia odległość pomiędzy sąsiednimi kropkami liczona w pikselach,
X_i, Y_i – położenie i-tej kropki w szablonie liczone w pikselach,
X_{min} – współrzędna X kropki na lewym brzegu szablonu,
Y_{min} – współrzędna Y kropki znajdująca się na samym dole szablonu.



Rys.6.2. Kolejne etapy znajdowania położenia elementów szablonu (kropek), kalibrujące obraz z położenia obiektów w pikselach na położenie rzeczywiste w metrach: a) klatka bazowa, b) progowanie obrazu, c) wykrycie elementów (BLOB-ów) o rozmiarze powyżej ustawionego progu



Rys.6.3. Przyporządkowanie elementów szablonu do tablicy dwuwymiarowej, a) zniekształcony obraz z kamery, w rzeczywistości punkty rozmieszczone są w równoległych wierszach i kolumnach, b) zastosowanie siatki umożliwia przyporządkowanie każdego punktu do rzeczywistego położenia; m_i, n_i – współrzędne elementu tablicy przyporządkowanego do i-tego piksela w kierunku Y oraz X, $L_{śr}$ – średnia odległość pomiędzy sąsiednimi elementami szablonu w pikselach

Każdy element tablicy odpowiada rzeczywistemu położeniu elementu (kropki) szablonu wg zależności:

$$X_i^{\#} = L^{\#} \cdot n_i \,, \qquad Y_i^{\#} = L^{\#} \cdot m_i \tag{6.9}$$

gdzie:

$L^{\#}$ – rzeczywista odległość pomiędzy sąsiednimi kropkami [m],

m_i – numer kolumny tablicy odwzorowujący rzeczywiste położenie kropki w kierunku Y,

n_i – numer wiersza tablicy odwzorowujący rzeczywiste położenie kropki w kierunku X.

Położenie w metrach każdej kropki można wyznaczyć z jej położenia w pikselach zakładając liniową aproksymację:

$$X_i^{\otimes} = L^{\#} \frac{X_i - X_{\min} + L_{śr}}{L_{śr}}, \qquad Y_i^{\otimes} = L^{\#} \frac{Y_i - Y_{\min} + L_{śr}}{L_{śr}} \tag{6.10}$$

Błąd pomiędzy położeniem rzeczywistym $X^{\#}$, $Y^{\#}$ i liniowo aproksymowanym $X_i^{\otimes}$, $X_i^{\otimes}$ każdej kropki dany jest zależnością:

$$\Delta X_i^{\otimes} = X_i^{\otimes} - X_i^{\#}, \qquad \Delta Y_i^{\otimes} = Y_i^{\otimes} - Y_i^{\#} \tag{6.11}$$

gdzie:

$X_i^{\#}$, $Y_i^{\#}$ – położenie rzeczywiste i-tej kropki,

$X_i^{\otimes}$, $X_i^{\otimes}$ – liniowo aproksymowane położenie i-tej kropki.

Błąd $\Delta X_i^{\otimes}$, $\Delta Y_i^{\otimes}$ dla kierunku X oraz Y przedstawia rys.6.4a-b. Jak widać, błąd ten jest silnie nieliniowy i zmienia się w zakresie od 0 do 10^{-2}m, w zależności od położenia danej kropki w kadrze. Nieliniowość tę dobrze uwzględnia dwuwymiarowy wielomian 3-ciego stopnia:

$$\begin{aligned} X_i^{\oplus} &= a_{00} + a_{10}X_i + a_{01}Y_i + a_{20}X_i^2 + a_{11}X_iY_i + \\ &+ a_{02}Y_i^2 + a_{30}X_i^3 + a_{21}X_i^2Y_i + a_{12}X_iY_i^2 + a_{03}Y_i^3 \end{aligned} \tag{6.12}$$

$$\begin{aligned} Y_i^{\oplus} &= b_{00} + b_{10}X_i + b_{01}Y_i + b_{20}X_i^2 + b_{11}X_iY_i + \\ &+ b_{02}Y_i^2 + b_{30}X_i^3 + b_{21}X_i^2Y_i + b_{12}X_iY_i^2 + b_{03}Y_i^3 \end{aligned} \tag{6.13}$$

gdzie:

$a_{(\,)(\,)}$, $b_{(\,)(\,)}$ – współczynniki wielomianu aproksymującego położenie z położenia w pikselach X_i, Y_i do położenia w metrach $X_i^{\oplus}, Y_i^{\oplus}$ dla kierunku odpowiednio X oraz Y.

spółczynniki wielomianu są obliczane przez wbudowaną funkcję *fit* środowiska Matlab 2010, w ten sposób by zapewnić najmniejszy błąd aproksymacji:

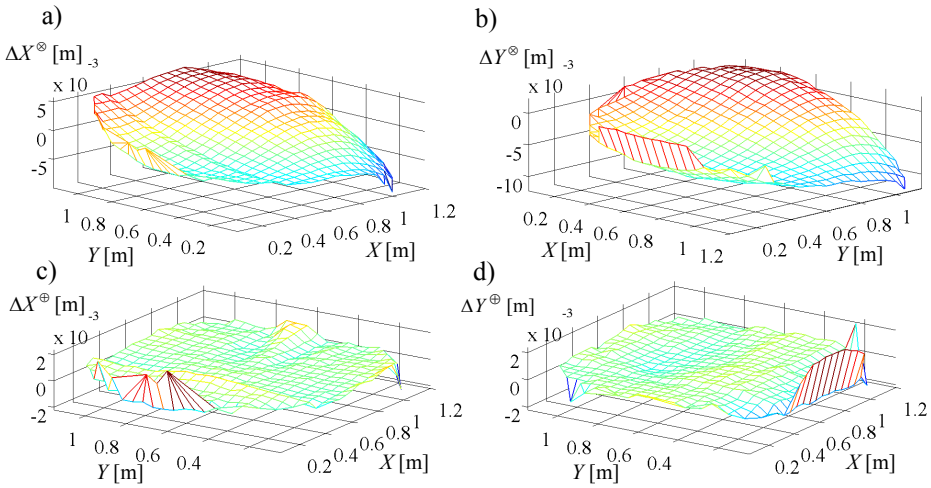
$$\Delta X_i^{\oplus} = X_i^{\oplus} - X_i^{\#}, \qquad \Delta Y_i^{\oplus} = Y_i^{\oplus} - Y_i^{\#} \tag{6.14}$$

gdzie:

$X_i^{\#}$, $Y_i^{\#}$ – położenie rzeczywiste i-tej kropki,

$X_i^{\oplus}, Y_i^{\oplus}$ – położenie aproksymowane dwuwymiarowym wielomianem 3-ciego stopnia.

Błąd aproksymacji rys.6.4c-d jest największy na krawędzi aproksymowanego obszaru, gdzie jego wartość wynosi $\Delta X_i^{\oplus}=2\cdot 10^{-3}$ m oraz mniej niż $\Delta X_i^{\oplus}=5\cdot 10^{-4}$ m wewnątrz aproksymowanego obszaru.



Rys.6.4. Błąd aproksymacji rzeczywistego położenia, a),b) aproksymacja liniowa, c), d) aproksymacja dwuwymiarowym wielomianem trzeciego rzędu

Podsumowując, przedstawiona metoda oprócz zmniejszenia błędu wyznaczania położenia rzeczywistego sama dobiera skalę, a także znajduje punkt odniesienia.

7. DOBÓR GEOMETRII I MATERIAŁU ZASTAWY

7.1. ANALIZA PROBLEMU

Analiza wpływu masy oraz sztywności smukłej konstrukcji zastawy na przyspieszenie uzyskiwane przez sortowany obiekt (przeprowadzona w podrozdziale 3.2.2) wykazała, iż masa konstrukcji powinna być jak najmniejsza (rys.3.15). Sztywność konstrukcji zastawy powinna być również mała (rys.3.16), jednak na tyle duża by umożliwić zatrzymanie obiektu lub zmianę jego kierunku ruchu. Wymaganą sztywność i zmniejszenie masy można osiągnąć przez odpowiedni dobór kształtu i wymiarów (podrozdział 7.2) oraz materiału zastawy (podrozdział 7.3). Dotychczasowe rozwiązania konstrukcji zastawy, przedstawione we wstępie tej pracy, skierowane były na osiągnięcie wymaganej podatności zastawy lub jej napędu. Nie koncentrowano się natomiast na wpływie masy konstrukcji zastawy na ryzyko uszkodzenia sortowanego obiektu ze względu na doznawane przyspieszenia.

Optymalna konstrukcja zastawy ze względu na przyspieszenia obiektu dla dwóch różnych zestawów parametrów eksploatacyjnych procesu sortowania (v_t, α_{MAX}, R_s) będzie się różnić. Dlatego dobór konstrukcji zastawy i parametrów eksploatacyjnych procesu sortowania w jednoetapowym problemie optymalizacji generuje dużą liczbę zmiennych decyzyjnych (v_t, α_{MAX}, R_s, materiał zastawy, geometria zastawy, wymiary zastawy) stanowiących wyzwanie dla zasobów obliczeniowych. Ponieważ największy wpływ na konstrukcję zastawy powinien mieć sam etap zderzenia niosący ze sobą największe ryzyko uszkodzenia sortowanego obiektu, oczekiwany cel zmniejszenia oddziaływań dynamicznych można uzyskać rozpatrując konstrukcję zastawy głównie w kontekście samego zderzenia, nie zaś całego procesu sortowania, tzn. od pojawienia się obiektu w przestrzeni roboczej manipulatora do znalezienia się na przenośniku odbiorczym.

Znane w literaturze problemy optymalizacji konstrukcji takich, jak skrzydła samolotów, łopaty turbin wiatrowych, drapacze chmur, mikrosystemy elektromechaniczne bardzo często sprowadzane są do analizy belki wspornikowej poddanej statycznej [7, 50] lub dynamicznej [111, 125] sile skupionej [46, 75] lub rozłożonej [108, 116]. Celem optymalizacji tak przedstawionego problemu może być przesunięcie [75, 83] lub zmaksymalizowanie częstotliwości rezonansowej [62], poprawa kształtu zewnętrznej powierzchni [38], zwiększenie podatności [46], zwiększenie sztywności statycznej [4, 49] lub dynamicznej [62, 111] dla poprawy takich cech użytkowych jak zmniejszenie amplitudy drgań [62, 131], poprawa precyzji działania [76, 113, 132], zmniejszenie kosztów produkcji [6, 8], zmniejszenie strat mocy [46] lub maksymalizacja osiąganej mocy [105, 115]. Belka jednostronnie utwierdzona służy również, jako kryterium oceny skuteczności algorytmów służących do optymalizacji konstrukcji w dwóch i trzech wymiarach [31, 55, 104, 128]. Optymalizacja konstrukcji belki wspornikowej

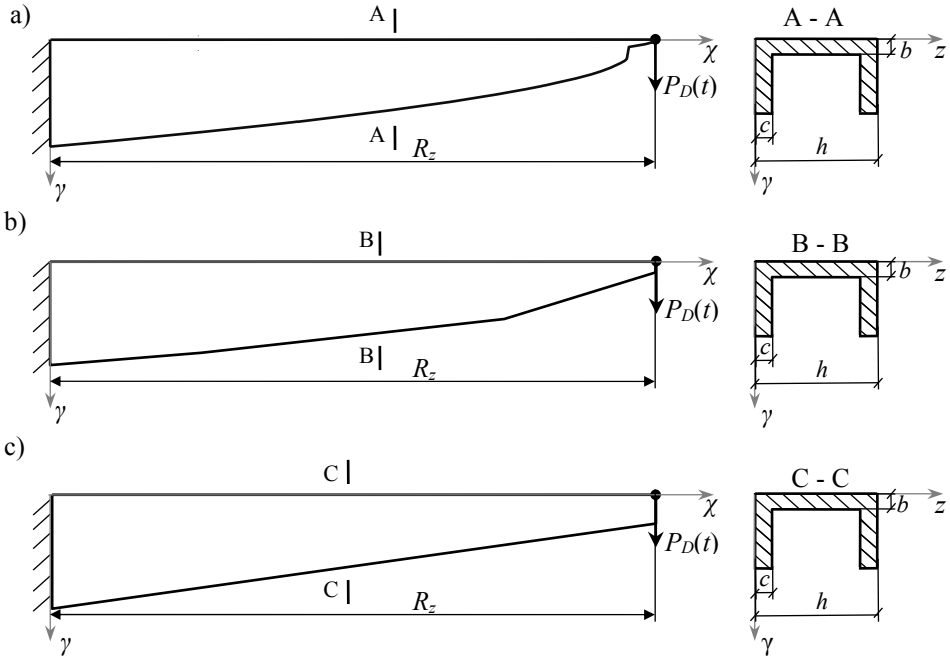
w dwóch a zwłaszcza w trzech wymiarach generuję dużą liczbę zmiennych decyzyjnych. Wynika to z dyskretyzacji na małe elementy całej objętości optymalizowanej konstrukcji. W efekcie otrzymuje się bardzo złożone kształty konstrukcji, których wytworzenie wymaga nowoczesnych metod takich, jak wytwarzanie przyrostowe [51, 114, 129], czy numeryczne frezowanie wieloosiowe [47, 72].

Głównym problemem optymalizacji konstrukcji zastawy, gdy warunki dynamiczne (związane głównie z wejściem w kontakt z sortowanym obiektem) w rzeczywistym procesie sortowania zostają sprowadzone do warunków uderzenia obiektu w belkę wspornikową jest aproksymacja zjawisk dynamicznych imitująca warunki sortowania. Najbardziej istotne jest ustalenie miejsca i przebiegu czasowego siły wywieranej na belkę przez obiekt uderzający. W takiej sytuacji uwzględnienia się warunki ekstremalne, dla których obciążana konstrukcja nie może ulec zniszczeniu [8, 102]. W procesie sortowania, największe ugięcie zastawy powstanie wówczas, gdy obiekt o największej zakładanej masie uderzy w miejscu największej podatności – na swobodnym końcu zastawy – pod kątem prostym z najwyższą możliwą prędkością warunkowaną przez prędkość unoszenia przenośnika. Graniczna prędkość unoszenia przenośnika ustalona na podstawie materiałów informacyjnych producentów urządzeń rozdzielczych wynosi 2.5 m/s.

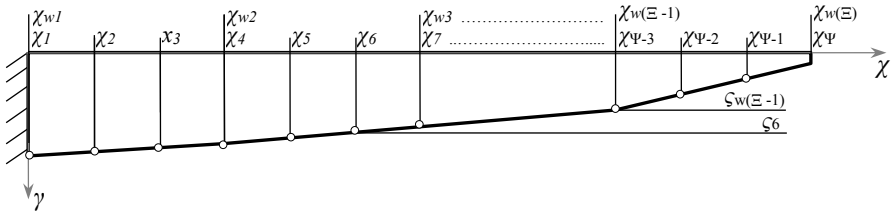
7.2. METODA WYZNACZANIA GEOMETRII ZASTAWY PODATNEJ

Metody optymalizacji konstrukcji belki w trzech wymiarach umożliwiają uzyskanie dużej sztywności przy silnej redukcji masy, uzyskując wyszukane kształty belki a w rozwiązaniach optymalizacji wieloskalowej uwzględniają ponadto, zarówno makro jak i mikrostrukturę [130, 135]. W przypadku optymalizacji zastawy w kontekście tej pracy istotne jest nie pojedyncze rozwiązanie optymalne konstrukcji zastawy, ale cała seria rozwiązań optymalnych ze względu na masę sortowanego obiektu i długość całkowitą zastawy. Dlatego optymalizowanie belki wspornikowej (reprezentującej zastawę) w trzech wymiarach (z pełną swobodą doboru kształtu) ze względu na konieczność zastosowania dużej liczby skończonych elementów dyskretnych (których liczba może nawet przekraczać milion [30]), jest bardzo wymagające ze względu na zasoby obliczeniowe. Ponadto, skomplikowane kształty, w których co prawda można docenić również walor estetyczny [39, 52] są kłopotliwe w modelowaniu procesu sortowania. Dlatego na uzyskany kształt w procesie optymalizacji nałożono ograniczenia, proponując ceowy przekrój poprzeczny wg opracowania [122] autora tej pracy, a zmiennymi decyzyjnymi są wysokość i kształt zarysu bocznego profilu oraz grubości ścianek profilu. Na rys.7.1 przedstawiono trzy warianty zarysu wzdłużnego: rys.7.1a – w postaci krzywej uzyskanej z warunku stałej wytrzymałości na zginanie (σ_g=const) w dowolnym przekroju poprzecznym (stałonaprężeniowy), rys.7.1b – cztero

przedziałowy, wynikający z 5-cio punktowej optymalizacji zarysu wzdłużnego (przedziałami liniowy), rys.7.1c – jednoprzedziałowy, wynikający z 2-wu punktowej optymalizacji zarysu wzdłużnego (trapezowy). Na rys.7.2 przedstawiono graficzną interpretację zmiennych decyzyjnych $\varsigma_{w1}, \varsigma_{w2}, \ldots, \varsigma_{w(\Xi)}$ dotyczących zarysu wzdłużnego.



Rys.7.1. Belka wspornikowa zoptymalizowana dla: a) zarysu stałonaprężeniowego Ξ=1, Ψ=400, b) czteroprzedziałowego, Ξ=5, Ψ=401, c) trapezowego Ξ=2, Ψ=401; R_z=1.2 m, m_1=4 kg, V_1=2.5 m/s, ρ=1140 kg, E=3300 MPa, R_e=78 MPa, b_{min}=0.004 m, c_{min}=0.004 m



Rys.7.2. Podział odcinków między zmiennymi decyzyjnymi na elementy dyskretne, w których obliczane są wartości elementarne masy, naprężenia oraz odkształcenia w belce, w tym przypadku podziałka *podz*=3; pięcio punktowa (Ξ=5) optymalizacja zarysu wzdłużnego

Dla ceowego przekroju konstrukcji belki wspornikowej minimalizacja jej masy dla wariantu rys.7.1a-c zarysu wzdłużnego, określona jest następującą funkcją celu:

$$\begin{cases} \min f_m\left(\varsigma_{w1}, \varsigma_{w2}, \ldots \varsigma_{w(\Xi)}, b, c\right) = \rho \sum_{i=1}^{\Psi-1} \left[(\varsigma_i + \varsigma_{i+1})c + (h-2c)b\right]\Delta\chi \\ \bigwedge_{\gamma_i < b} (c = 0 \wedge b = \varsigma_i) \end{cases} \tag{7.1}$$

gdzie:

$\varsigma_{w1}, \varsigma_{w2}, \ldots, \varsigma_{w(\Xi)}$ – zmienne decyzyjne dla zarysu wzdłużnego (rys.7.2),
b, c – zmienne decyzyjne dla przekroju ceowego (rys.7.1),
χ_i, ς_i – współrzędne dyskretyzacji zarysu wzdłużnego (rys.7.2),
h – szerokość zastawy wynosząca 0.12 m,
$\Delta\chi$ – odcinek pomiędzy kolejnymi punktami dyskretyzacji,
Ψ – liczba elementów dyskretnych rzutująca na dokładność obliczeń,
Ξ – liczba zmiennych decyzyjnych dla zarysu wzdłużnego.

Drugi wiersz równania (7.1) oznacza, że jeżeli zaproponowana przez algorytm wartość ς_i jest mniejsza od grubości środnika b, wówczas w położeniu χ_i optymalizacji podlega grubość środnika (bez półki). Jest to przyczyna, dla której na rys.7.1a występuje uskok na swobodnym końcu belki.

Ograniczenia optymalizacji sformułowano następująco:

$$\begin{cases} \gamma_D - 0.2R_z < 0 \\ \sigma_{g(i)} - \dfrac{R_e}{2} < 0 \text{ dla } i = 1,2,..,\Psi, \quad \text{gdzie } \sigma_{g(i)} = \dfrac{P_D(R_z - \chi_i)}{W_{z(i)}} \\ \begin{cases} -\varsigma_\Psi + \dfrac{3P_D}{2h \cdot k_t} \le 0 \quad \text{gdy } \varsigma_\Psi < b \\ -\varsigma_\Psi + \dfrac{3P_D - 2k_t(h-2c)b}{2c \cdot k_t} \le 0 \quad \text{gdy } \varsigma_\Psi \ge b \end{cases} \\ b_{\min} \le b \le b_{\max} \\ c_{\min} \le c \le c_{\max} \end{cases} \tag{7.2}$$

gdzie:

γ_D – maksymalna wartość ugięcia dynamicznego swobodnego końca,
$0.2R_z$ – przyjęto, że zastawa może uginać się maksymalnie do 20% jej długości,
$\sigma_{g(i)}$ – naprężenia gnące włókien zewnętrznych i-tego elementu przekroju poprzecznego,

P_D – maksymalna wartość siły dynamicznej, obciążającej zastawę (rys.7.1),
Δx – odcinek pomiędzy kolejnymi punktami dyskretyzacji,
k_t – dopuszczalne naprężenie na ścinanie,
$R_e/2$ – połowa granicy plastyczności, uznana w optymalizacji za dopuszczalne naprężenia gnące σ_{dop}.

Wartości $b_{\min}$ i $c_{\min}$ uniemożliwiają zmniejszenie grubości ścian ceownika poniżej przyjętego minimum, wynikającego ze względów technologicznych wykonania profilu.

Ugięcie dynamiczne γ_D oraz siłę dynamiczną można obliczyć z równań (3.67) i (3.68). Obecne w równaniach (3.67) i (3.68) współczynniki $\beta_\wedge$, β_ϕ, β_* należy wyznaczyć, w przeciwieństwie do równań całkowych (3.69-3.71), w postaci sumy elementów dyskretnych ze względu na dyskretyzację wymiarów belki (równanie 7.1):

$$\beta_\wedge = \frac{\rho}{m_B}\sum_{i=1}^{i=\Psi} A_i \left(\frac{Y(\chi_i)}{Y(\chi_\Psi)}\right)^2 \Delta\chi \tag{7.3}$$

$$\beta_\phi = \sum_{i=1}^{i=\Psi} \frac{1}{E\cdot I_{z(i)}}\left(\frac{(R_z-\chi_i)}{Y(\chi_\Psi)}\right)^2 \Delta\chi \tag{7.4}$$

$$\beta_* = \frac{\rho}{m_B}\sum_{i=1}^{i=\Psi} \frac{A_i Y(\chi_i)}{Y(\chi_\Psi)} \Delta\chi \tag{7.5}$$

gdzie:
ρ – gęstość materiału,
A_i – pole przekroju poprzecznego w punkcie χ_i,
m_b – masa belki, którą można obliczyć z równania (7.1),
$Y(\chi_i)$ – zdyskretyzowana linia ugięcia belki,
$Y(\chi_\Psi)$ – ugięcie na końcu belki.

Zdyskretyzowana linia ugięcia $Y(\chi_i)$ oraz ugięcie końca belki $Y(\chi_\Psi)$ przedstawia się następująco:

$$Y(\chi_i) = \sum_{o=1}^{o=i} f_o(o)\Delta\chi, \qquad Y(\chi_\Psi) = \sum_{o=1}^{o=\Psi} f_o(o)\Delta\chi,$$
$$\text{gdzie } f_o(o) = \sum_{k=1}^{k=o} \frac{(R_z-\chi_k)}{E\cdot I_{z(k)}}\Delta\chi \tag{7.6}$$

Prawa strona rówania (7.1) nie zawiera jawnie zmiennych decyzyjnych ς_{w1}, ς_{w2},… $\varsigma_{w(\Xi)}$, które jednak można podstawić na mocy równania:

$$\varsigma_i = \varsigma_{w(j)} + \left(\varsigma_{w(j+1)} - \varsigma_{w(j)}\right)\left(\frac{i-1}{podz} - \left\lfloor \frac{i-1}{podz} \right\rfloor\right), \qquad j = \left\lfloor \frac{i-1}{podz} \right\rfloor + 1 \tag{7.7}$$

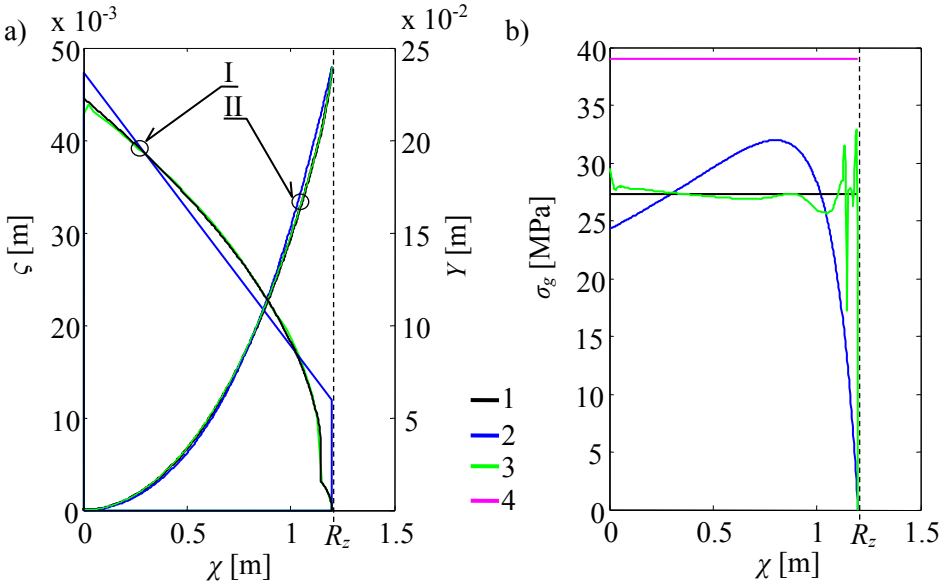
gdzie:

$$podz = \frac{\Psi - 1}{\Xi - 1} \tag{7.8}$$

W przypadku belki o zarysie stałonaprężeniowym, zmienne decyzyjne ograniczają się do zmiennych przekroju poprzecznego *c*, *b* oraz jednej zmiennej wysokości półki ς_{w1} w miejscu utwierdzenia. Szereg elementarnych wysokości półki ς_i w punktach χ_i musi spełniać równanie:

$$\frac{P_D(R_z - \chi_i)}{W_z(\chi_i)} = \frac{P_D R_z}{W_z(\chi_{w1})} \tag{7.9}$$

Na rys.7.3 pokazano zestawienie trzech wariantów zarysu wzdłużnego belki: (1) trapezowy, (2) stałonaprężeniowy, (3) 50-punktowy, przedziałami liniowy. Do rozwiązania wykorzystano wbudowaną funkcję *fmincon* środowiska MATLAB w wariancie sekwencyjnego programowania kwadratowego, jako algorytmu optymalizującego. Okazuje się, że im większa liczba stopni swobody w przeprowadzonej optymalizacji zarysu przedziałami liniowego, tym bardziej zbliża się on do zarysu stałonaprężeniowego. Optymalizacja 50-punktowa pozwoliła już na bardzo dokładne przybliżenie zarysu stałonaprężeniowego (Rys.7.3a). Zatem najlepszym zarysem wzdłużnym belki o przekroju ceowym ze względu na minimalizację masy dla rozpatrywanych warunków jest krzywa wynikająca ze stałych naprężeń gnących. Podobny kształt zarysu wzdłużnego uzyskano w literaturze [43, 99] dla prostokątnego przekroju poprzecznego belki wspornikowej obciążonej siłą statyczną, minimalizując masę z ograniczeniem naprężeń dopuszczalnych [99], a także maksymalizując sztywność z ograniczeniem objętościowym [43]. Masa uzyskana z optymalizacji zarysu stałonaprężeniowego i trapezowego nie różni się znacząco, a różnica wynosi 1,6%. Jednak maksymalna wartość w rozkładzie naprężeń zarysu trapezowego wynosi 118% naprężeń średnich (rys.7.3b). W kontekście dążenia do jak najbardziej równomiernego rozkładu naprężeń, którym powinna charakteryzować się konstrukcja optymalna [79], zarys trapezowy okazuje się znacząco gorszy od zarysu stałonaprężeniowego.



Rys.7.3. Wynik optymalizacji belki przeprowadzanej wg zależności (7.1) i (7.2): a) zarys boczny profilu ς oraz linia ugięcia Y w funkcji odległości od utwierdzonego końca belki, b) maksymalne naprężenia zginające σ_g w funkcji odległości od utwierdzonego końca belki; parametry dla których przeprowadzono optymalizację: R_z=1.2 m, ρ=1140 kg, E=3300 MPa, R_e=78 MPa, m_1=4 kg, V_1=2.5 m/s, b_{min}=0.004 m, c_{min}=0.004 m, b_{wynik}=0.004 m, c_{wynik}=0.004 m; 1 – zarys stałonareżeniowy (Ψ=400, Ξ=1), 2 – zarys trapezowego (Ψ=401, Ξ=2), 3 – zarys przedziałami liniowy (Ψ =401, Ξ=50), 4 – naprężenie dopuszczalne $\sigma_{dop}=R_e/2$; I – zestaw wykresów zarysu bocznego ς profilu – oś główna, II – zestaw wykresów linii ugięcia Y – oś pomocnicza

7.3. KRYTERIUM OCENY ISTOTNOŚCI WYBRANYCH STAŁYCH MATERIAŁOWYCH W KONSTRUKCJI ZASTAWY

By wykluczyć rolę przypadku w doborze materiału bardzo przydatny jest liczbowy wskaźnik biorący pod uwagę podstawowe właściwości mechaniczne porównywanych materiałów, który pozwoli wybrać najodpowiedniejszy materiał do danego zastosowania. Podejście takie w swoich pracach reprezentuje m. in. M. F. Ashby [5].

Wg propozycji autora tej pracy, by wprowadzić wskaźnik oceny przydatności materiału na pryzmatyczną belkę jednostronnie utwierdzoną, obciążoną siłą skupioną na jej swobodnym końcu o zadanej sztywności i ugięciu, należy najpierw uwzględnić (w warunku dla naprężeń dopuszczalnych $\sigma_{dop} \geq M_g/W_z$) zależność na strzałkę ugięcia $u_b=PR_z^3/(3EI_z)$ dla momentu gnącego $M_g=PR_z$ otrzymując:

$$\sigma_{dop} \geq \frac{3E \cdot y_{\max} u_b}{R_z^{\,2}} \tag{7.10}$$

gdzie:

u_b – ugięcie w miejscu przyłożenia siły,
P – siła przyłożona na końcu belki,
$y_{\max}$ – największa odległość krawędzi przekroju od osi obojętnej,
M_g – moment gnący od siły P.

Szytwność belki pryzmatycznej, jednostronnie utwierdzonej jest opisana wzorem:

$$k_b = \frac{3E \cdot I_z}{R_z^{\,3}} \tag{7.11}$$

Przekształcając wzór (7.11) do postaci:

$$1 = \sqrt{\frac{k_b R_z^{\,3}}{3E \cdot I_z}} \tag{7.12}$$

a następnie, mnożąc nierówność (7.10) obustronnie przez równanie (7.11) oraz równanie na masę belki wyrażone jako $AR_z\rho$ otrzymuje się po skróceniu i uporządkowaniu zmiennych:

$$\begin{aligned} &\text{warunek I} \quad m_b \geq 3 \cdot \overset{1}{\boxed{\frac{1}{\kappa^2}}} \cdot \overset{2}{\boxed{k_b u_b^{\,2}}} \cdot \overset{3}{\boxed{\frac{E\rho}{\sigma_{dop}^{\,2}}}} \text{ gdzie } \kappa = \frac{i_z}{y_{\max}},\ i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} \\ &\text{warunek II} \quad y_{\max} \leq \frac{\sigma_{dop} R_z^{\,2}}{3E \cdot u_b} \end{aligned} \tag{7.13}$$

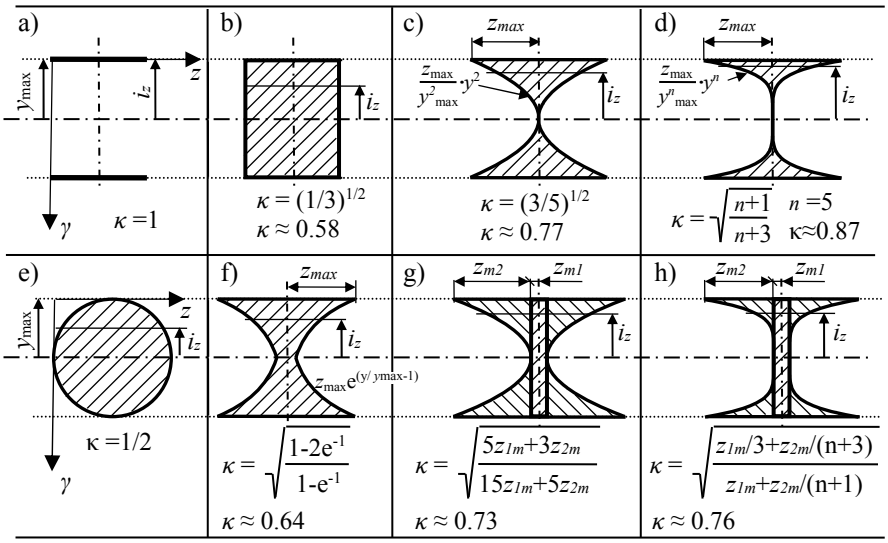
gdzie poszczególne człony 1, 2, 3 warunku I wskazują na zależność masy od:

1 – zastosowanej geometrii charakteryzowanej współczynnikiem κ, który odpowiada za rozkład masy w przekroju poprzecznym względem osi obojętnej zginania,
2 – wymaganej funkcjonalności tj. sztywności k_b oraz limitu ugięcia u_b,
3 – stałych materiałowych.

Z warunków I i II (7.13) wynika, że dla spełnienia wymaganej funkcjonalności (sztywności k_b oraz limitu ugięcia u_b belki) definiując materiał (o parametrach E, σ_{dop}, ρ) oraz kształt i wymiary przekroju (opisane parametrem $\kappa = y_{\max} \cdot (I_z/A)^{1/2}$) masa belki musi być równa lub większa od prawej strony warunku I. Mniejsza masa belki nie jest możliwa, ponieważ naruszy to co najmniej jeden z warunków zależności (7.13), a jednocześnie jedno z założeń funkcjonalnych geometrycznych lub materiałowych.

Warunek II oznacza ograniczenie maksymalnej odległości włókien zewnętrznych profilu od osi obojętnej, ze względu na nieprzekracznie naprężeń dopuszczalnych dla danej wartości ugięcia u_b oraz długości belki R_z.

Jak wiadomo, promień bezwładności i_z charakteryzuje rozkład masy w przekroju ze względu na moment bezwładności, tzn. moment bezwładności danego przekroju ma taką wartość, jak gdyby cała powierzchnia rozpatrywanego przekroju rozłożona była w odległości i_z od osi względem, której moment bezwładności obliczono. Zaproponowany przez autora pracy współczynnik κ (zależność 7.13) również ma interpretację fizyczną. Przyjmuje on wartość od 0 do 1 stanowiąc o tym, jak blisko rozkład masy przekroju (ze względu na moment bezwładności przekroju) jest położony względem zewnętrznego zarysu $y_{\max}$ przekroju (rys.7.4). Dla przekroju, w którym cała masa skupiona jest na krawędzi zewnętrznej (rys.7.4a), współczynnik κ jest równy 1. Jest to optymalny przekrój ze względu na minimalizację masy belki (warunek I zależności (7.13)), jednak nie realny, ponieważ model belki Eulera-Bernoulliego, na podstawie którego wyprowadzono zależność (7.13), nie uwzględnia ścinania.



Rys.7.4. Zaproponowana przez autora pracy koncepcja figur płaskich, dla których współczynnik κ w równaniu $I_z=A\kappa^2y^2_{\max}$, jest stałą (a-f) lub zależną jedynie od z_{m1}, z_{m2} (g-h) niezależną natomiast od $y_{\max}$; pozwala to na sprowadzenie zagadnienia minimalizacji masy pryzmatycznej belki podatnej do pojedynczej nierówności

Na rys.7.4 pokazano kilka figur płaskich, dla których współczynnik κ jest stały, niezależnie od przyjętych wymiarów. Właściwością takich figur jest to, iż I_z daje się wyodrębnić analitycznie, jako iloczyn A oraz $y_{\max}$. Dla takich figur zanika możliwość parametryzacji geometrii w warunku I, a warunek II nie musi być sprawdzany. Kolejną cechą figur płaskich o stałej wartości κ jest to, że masa optymalna belki nie zależy od jej długości. Zatem, aby uzyskać belkę

o zadanej sztywności k_b z możliwością uginania się do wartości u_b, bez przekroczenia naprężeń dopuszczalnych, można wybrać dowolną długość bez zmiany masy. Przekroje, dla który $\kappa=const$ można sumować (rys.7.4g,h) wg zależności:

$$\kappa = \sqrt{\frac{A_1\kappa_1^{\ 2} + A_2\kappa_2^{\ 2}}{A_1 + A_2}} \tag{7.14}$$

Wówczas współczynnik κ zależy tylko od wymiarów z_{m1} oraz z_{m2} (rys.7.4g,h) nadal jednak nie zależy od wymiaru $y_{\max}$.

Człon 2 zależności (7.13) zawiera parametry funkcjonalne, tj. wymaganą sztywność k_b i możliwość ugięcia belki do maksymalnej wartości u_b, dla której nie występuje jeszcze przekroczenie limitu naprężeń. Dla danej sztywności k_b, chcąc zwiększyć limit ugięcia u_b należy zwiększyć masę belki w drugiej potędze $m_b \sim u_b^2$. Natomiast, dla danego limitu ugięcia u_b, chcąc zwiększyć sztywność należy zwiększyć masę belki w pierwszej potędze $m_b \sim k_b$ (zależność 7.13, człon 2). W kontekście zastawy odpowiednia sztywność k_b zapewnia, że obiekt zostanie zgarnięty, możliwość uginania się do wartości u_b natomiast zapewnia stopniowe, rozłożone na dłuższym odcinku drogi przekazywanie energii zastawie przez sortowany obiekt. Człon 2 w zależności (7.13) można interpretować, jako podwojoną energię sprężystą ugiętej belki.

Materiał zastawy powinien mieć możliwość absorbowania jak największej energii zderzenia, bez zniszczenia jej konstrukcji. Dla rozciągania lub ściskania jest to pole pod wykresem naprężenia w funkcji odkształcenia, w zakresie względnych odkształceń dopuszczalnych ε_{dop}:

$$U_R = \int_0^{\varepsilon_{dop}} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \tag{7.15}$$

W zakresie naprężeń proporcjonalnych równanie upraszcza się do postaci:

$$U_{RH} = \frac{R_H^{\ 2}}{2E} \tag{7.16}$$

Dla uproszczenia, np. w zastosowaniach inżynierskich, zakładając obowiązywanie prawa Hooke'a do punktu granicy plastyczności R_e [10], równanie (7.16) można przedstawić następująco:

$$U_R \approx \frac{R_e^{\ 2}}{2E} \tag{7.17}$$

Wielkość U_R w literaturze anglojęzycznej nazwana jest modułem rezyliencji (z ang. Modulus of resilience U_R [J/m^3] [13]) i stanowi zdolność materiału do magazynowania lub absorbowania energii bez trwałych odkształceń [82]. Dla modułu rezyliencji U_R, energia jaką materiał może

zaabsorbować przeliczona jest na jednostkę jego objętości. Dla konstrukcji zastawy kluczowa jest minimalizacja masy, dlatego dzieląc moduł rezyliencji U_R przez gęstość otrzymuje się energię, jaką materiał może zaabsorbować bez trwałych odkształceń w przeliczeniu na jednostkę masy:

$$U_{R\rho} = \frac{U_R}{\rho} \approx \frac{R_e^{\,2}}{2E\rho} \tag{7.18}$$

Równanie (7.18) ma taką samą postać, co odwrotność członu 3 w zależności (7.13), gdy podstawić $\sigma^2_{dop}=R_e^2/2$. Oznacza to, że wprowadzone pojęcie modułu ryzyliencji jest ważne nie tylko dla energii zmagazynowanej na skutek rozciągania/ściskania, ale również dla energii zmagazynowanej w materiale na skutek zginania. Im wyższa wartość $U_{R\rho}$, tym mniejsza masa belki dla tych samych wymogów funkcjonalnych k_b, u_b oraz geometrii przekroju poprzecznego charakteryzowanego parametrem κ. Zatem wielkość $U_{R\rho}$ (nazwana dalej wskaźnikiem materiałowym) może być uznana jako kryterium wskazujące materiał zapewniający najmniejszą masę zastawy spośród rozpatrywanych materiałów, opierając się na kombinacji stałych materiałowych E, ρ, R_e.

Z członu 3 zależności (7.13) wynika jeszcze jeden wniosek. Jeżeli materiał zastawy powinien mieć jak najwyższą zdolność do magazynowania energii zderzenia, której nie powinien przekazać z powrotem ze względu na bezpieczeństwo ładunku jednostkowego, znaczenia nabiera zdolność materiału do rozpraszania energii na skutek tarcia wewnętrznego. W związku z tym, najlepszym materiałem okazuje się być materiał o wysokiej granicy plastyczności i dużym tłumieniu oraz niskim module Younga i małej gęstości.

Korzystny wpływ niskiego modułu Younga na obniżenie masy belki może wydawać się nieintuicyjny. Dla wymogu lekkiej i sztywnej belki (bez konieczności zapewnienia wymogu uginania się belki do zadanej wartości u_b) wskaźnik materiałowy wg Ashby [5] ma postać $\rho/E^{1/2}$. Wówczas, im większy moduł Younga tym wymagana masa belki o określonej sztywności jest mniejsza. Jednak spełnienie dodatkowego wymogu funkcjonalnego w przypadku zastawy wg członu 3 zależności (7.13), który dopuszcza limit ugięcia u_b powoduje, że materiał o wysokim E już przy mniejszym ugięciu osiągnie naprężenia dopuszczalne $\sigma_{dop}\approx E\varepsilon_{max}$ w stosunku do materiału o niższym E, ale tej samej wartości σ_{dop}.

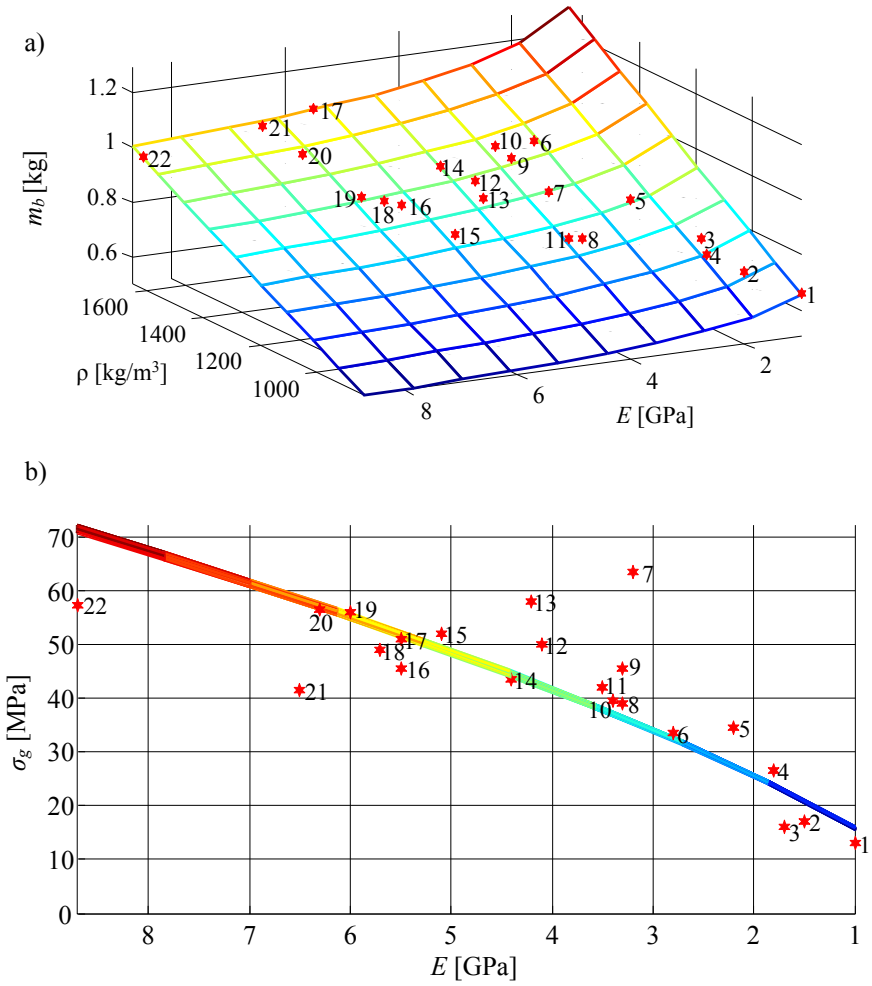
Materiałami o wysokim wskaźniku $U_{R\rho}$ są elastomery, kompozyty, tworzywa sztuczne oraz niektóre stopy metali [5]. Elastomery ze względu na bardzo niski moduł Younga utrudniają kształtowanie profilu o wysokim współczynniku κ, kompozyty ze względu na brak homogenności są bardziej wrażliwe na zjawisko zmęczenia. Dlatego, do analizy wybrano jedynie stopy metali oraz tworzywa sztuczne (tabela 7.1) o wysokim wskaźniku $U_{R\rho}$. Obliczenia $U_{R\rho}$ przeprowadzono dla granicy plastyczności R_e, ponieważ nie zawsze informacja o granicy proporcjonalności jest dostępna. Tabela 7.1

uwzględnia następujące materiały: odmianę stali maraging o bardzo dużej wytrzymałości, stal sprężynową 50HS, typową stal konstrukcyjną E360, najszerzej wykorzystywany stop tytanu (Ti 6Al-4V), jeden z najbardziej wytrzymałych stopów aluminium (7178-T6), najczęściej stosowany na konstrukcję stop aluminium 6061 w jego najbardziej utwardzonym stanie T6, tworzywo konstrukcyjne (PEI) charakteryzujące się bardzo niskim w stosunku do granicy plastyczności modułem Younga, a także standardowy Poliamid. Rezultaty obliczeń podzielono na materiały specjalnego i ogólnego przeznaczenia. Okazuje się, że w obu podgrupach najlepszym materiałem (tj. o dużej wartości $U_{R\rho}$) okazują się tworzywa sztuczne. Wynika to z ich niskiej gęstości i wysokiej (w stosunku do modułu Younga) granicy plastyczności. Ponadto tworzywa sztuczne posiadają wysoką zdolność tłumienia drgań zastawy, które jest bardzo korzystne w procesie sortowania [92].

Tabela 7.1. Zestawienie materiałów o wysokim wskaźniku $U_{R\rho}$ reprezentującym zdolność do pochłaniania energii zderzenia w przeliczeniu na jednostkę masy

Materiał		E [GPa]	R_e [MPa]	ρ [kg/m^3]	$U_{R\rho}$ [J/kg]
Materiały specjalnego przeznaczenia	Polieteroimid (PEI)	3,2	127	1280	1969
	Stal maraging Grade 350	200	2300	8100	1633
	Aluminium 7178-T6 (AlZn7MgCu, A97178)	72	610	2810	920
	Tytan Ti 6Al-4V (Grade 5)	113	920	4429	846
Materiały ogólnego przeznaczenia	Poliamid 6 (PA6)	3,3	78	1140	809
	Stal sprężynowa 50HS / 1.5026	210	1180	7900	420
	Aluminium 6061-T6	69	270	2700	196
	stal konstrukcyjna E360	210	360	7900	39

By spradzić wpływ modułu Younga i gęstości na minimalizację masy wg funkcji celu (7.1), na początku w ograniczeniach optymalizacji (7.2), wyłączono warunek nieprzekraczania naprężeń dopuszczalnych ($\sigma_{g(i)}$-R_e/2<0). Następnie przeprowadzano serię optymalizacji zmieniając moduł Younga oraz gęstość w taki sposób, by w obrębie jednej optymalizacji moduł Younga E oraz gęstość materiału ρ pozostawały niezmienne (rys.7.5a). W efekcie otrzymano serię wyników optymalnej masy w funkcji parametrów E, ρ.



Rys.7.5. Wyniki optymalizacji w funkcji modułu Younga E i gęstości ρ materiału belki o długości R_z=1.0 m z wyłączonym ograniczeniem maksymalnego naprężenia: a) masa minimalna, b) maksymalne naprężenie gnące w przekroju; m_1=4 kg, V_1=2.5 m/s, Ψ=401, Ξ=2, b_{min}=0.004 m, c_{min}=0.004 m; na wykresy naniesiono gęstość, moduł Younga i połowę granicy plastyczności $R_e/2$ rzeczywistych materiałów tj.: 1 – polimetylopentenu (PMP), 2 – polipropylenu (PP), 3 – akrylonitrylo-butadieno-styrenu (ABS), 4 – poliamidu 12 (PA12), 5 – poliwęglanu (PC), 6 – poliacetalu C (POM-C), 7 – polieteroimidu (PEI), 8 – poliamidu 6 (PA6), 9 – politereftalanu-etylenu (PET), 10 – poliacetalu H (POM-H), 11 – poliamidu 66 (PA66), 12 – siarczku polifenylenowego (PPS), 13 – polieteroeteroketonu (PEEK), 14 – Poliwęglanu wzmocnionego w 30% włóknem szklanym (PC GF30), 15 – poliamidu 66 wypełnionego w 20% włóknem węglowym (PA66 CF20), 16 – PA66 GF30, 17 – polieteroeteroketonu wypełnionego włóknem ceramicznym (PEEK CMF), 18 – PA6 GF30, 19 – polietero-eteroketonu wypełniony w 30% włóknem węglowym (PEEK CF30), 20 – PEEK GF30, 21 – PPS GF40, 22 – PA66 GF50

Gęstość ρ zmieniano w zakresie 830 – 1650 kg/m^3 z krokiem co 90 kg/m^3, moduł Younga E zmieniano w zakresie 1.0 GPa – 8.7 GPa z krokiem co 0.85 GPa. Zakresy E i ρ wybrano tak, by opowiadały przedziałowi zmienności E i ρ w grupie większości znanych tworzyw sztucznych bez wypełniaczy oraz tworzyw sztucznych z wypełniaczami. Ponieważ w ograniczeniach optymalizacji wyłączono limit naprężeń dopuszczalnych $\sigma_{g(i)}$-$R_e/2<0$, naniesione na rys.7.5b punkty stanowiące połowę granicy plastyczności $R_e/2$ większości znanych tworzyw sztucznych, nie leżą na wykresie $\sigma_g=f(E, \rho)$. Wykres $\sigma_g=f(E, \rho)$ (rys.7.5b) sporządzono biorąc najwyższą wartość naprężenia gnącego w belce o optymalnej masie (rys.7.5a) dla każdej rozpatrywanej wartości E i ρ.

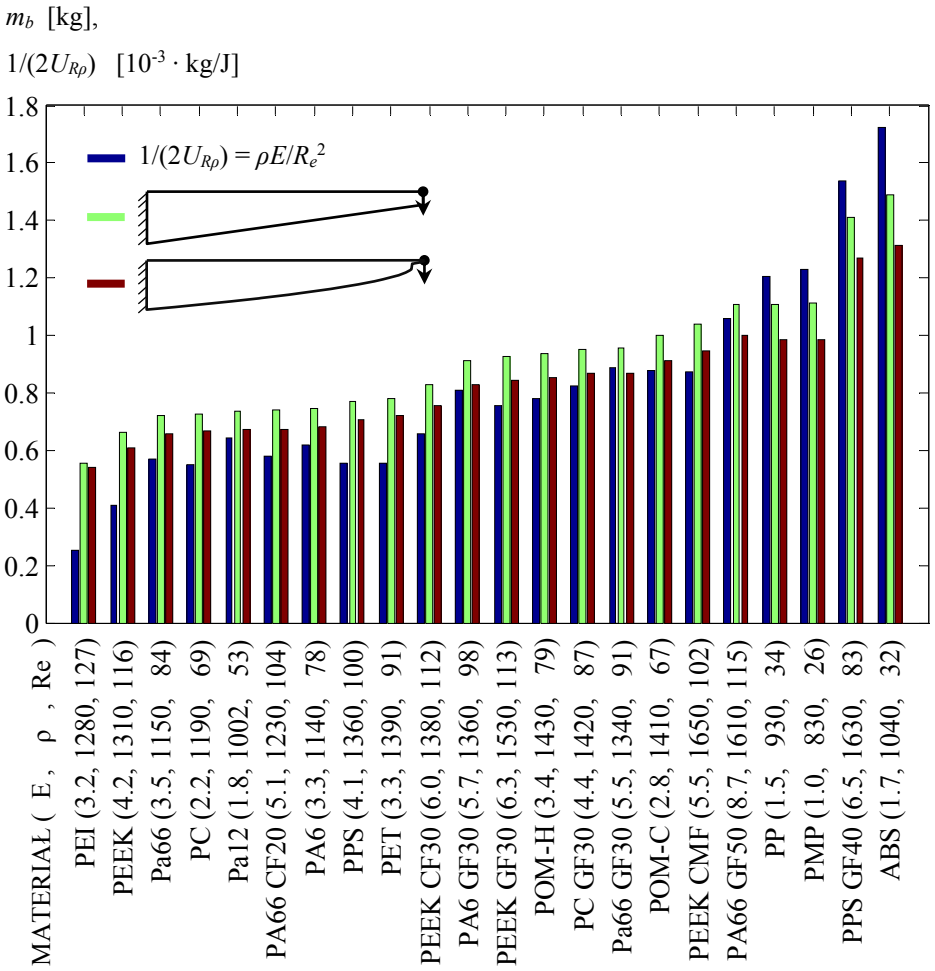
Mniejsza gęstość materiału ma duży wpływ na obniżenie masy (rys.7.5a), natomiast niska wartość moduł Younga powoduje wzrost uzyskanej masy optymalnej (rys.7.5a).

Przechodząc do rys.7.5b, można zauważyć, że maksymalne naprężenia gnące są w zasadzie funkcją jedynie modułu Younga. Widać to dzięki niewielkiej grubości trójwymiarowego wykresu $\sigma_g=f(E,\rho)$ – rzutowanego na płaszczyznę E-σ_g. Gdy wyłączony jest warunek $\sigma_{g(i)}$-$R_e/2<0$, materiał PMP o bardzo niskiej gęstości (830kg/m^3) i niskim module Younga wydaje się być najlepszy (rys.7.5a). Naniesiona połowa granicy plastyczności tworzyw sztucznych na rys.7.5b, wykazuje pewną korelację do naprężeń dopuszczalnych w funkcji modułu Younga dla minimalnej masy belki (punkty dla połowy granicy plastyczności rozpatrywanych tworzyw sztucznych układają się wg krzywej $\sigma_g=f(E)$).

Gdy wyłączony jest warunek nieprzekraczania naprężeń dopuszczalnych $\sigma_{g(i)}$-$R_e/2<0$ (zależność 7.2), masa minimalna (rys.7.5a) i maksymalne naprężenia zginające (rys.7.5b) dyktowane są ograniczeniem minimalnej grubości ścianek b_{min}, c_{min}, limitujących maksymalną wysokość półki profilu ceowego. Brak ograniczeń naprężeniowych powoduje, że większy moduł Younga korzystnie wpływa na obniżenie masy, ponieważ pozwala osiągnąć wymaganą sztywność dla mniejszej wysokości półki profilu ceowego. Gdy wyłączony jest warunek $\sigma_{g(i)}$-$R_e/2<0$ nie ma znaczenia w minimalizacji masy, zdolność materiału do dużej wartości odkształceń ε_{pl} na granicy plastyczności warunkowanego wysokim R_e i niskim E ($\varepsilon_{pl}\approx R_e/E$) danego materiału. Dlatego wysoka wartość granicy plastyczności R_e danego materiału nie ma w tym przypadku znaczenia dla zmniejszenia masy belki.

Klasyfikacja tworzyw ze względu na minimalną masę belki zmienia się diametralnie w stosunku do tego przedstawionego na rys.7.5a, gdy warunki optymalizacji wymuszają, by maksymalne naprężenia gnące w belce były równe naprężeniom dopuszczalnym $\sigma_{dop}=R_e/2$ (rys.7.6, warunek $\sigma_{g(i)}$-$R_e/2<0$ aktywny). By naprężenia gnące były równe naprężeniom dopuszczalnym a ograniczenie $\sigma_{g(i)}$-$R_e/2<0$ (zależność 7.2) zawsze było aktywne, przeprowadzono optymalizację dla krótkiej belki R_z=0.6 m oraz wysokiej masy obiektu uderzającego m_1=10 kg (rys.7.6). Optymalizację przeprowadzono 22-razy dla stałych materiałowych każdego z 22 rozpatrywanych tworzyw

stucznych (rys.7.6). Wysokie naprężenia gnące dla krótkiej belki mają uzasadnienie analityczne, gdy założyć pryzmatyczną belkę nieważką. Wówczas, naprężenia gnące w funkcji długości belki (dla ustalonej masy m_1 i prędkości obiektu uderzającego V_1 oraz warunku wymuszającego że $\gamma_D = 0.2R_z$) zmieniają się proporcjonalnie wg zależności $\sigma_g \sim R_z^{-(2/3)}$.



Rys.7.6. Zestawienie wyników minimalizacji masy belki o zarysie trapezowym i stałonapreżeniowym dla tworzyw sztucznych bez wypełniaczy i tworzyw sztucznych z wypełniaczami CF20 (20% włókna węglowego), GF50 (50% włókna szklanego), CMF (włókno ceramiczne) dla parametrów: m_1=10 kg, V_1=2.5 m/s, b_{min}=0.004 m, c_{min}=0.004m, R_z=0.6 m, Ψ=400 dla zarysu stałonaprężeniowego, Ψ=401 dla zarysu trapezowego

Na rys.7.6 zestawiono wyniki optymalizacji dla zarysu trapezowego oraz stałonaprężeniowego wg funkcji celu (7.1) i zestawu ograniczeń (7.2), a także

dla wartości kombinacji stałych materiałowych E, ρ, R_e, obliczonych wg wskaźnika $1/(2U_{R\rho})$, obecnego w 3 członie zależności (7.13). Najmniejszą masę uzyskano dla polieteroimidu (PEI) ze względu na jego wysoką granicę plastyczności R_e=127 MPa i niski moduł Younga E=3.2 GPa przy umiarkowanej gęstości ρ=1280 kg/m^3 (rys.7.6). Polipropylen (PP) oraz polimetylompenten (PMP) pomimo niskiej gęstości (poniżej 1000 kg/m^3) i niskiego moduł Younga (poniżej 2 GPa) nie pozwalają uzyskać lekkiej belki. Uniemożliwia to niska wartość granicy plastyczności R_e. Można zauważyć ogólną prawidłowość (rys.7.6), iż dodatki do tworzyw pogarszają ich zastosowanie w kontekście wysokonaprężonych konstrukcji zastawy, ponieważ podnoszą znacząco gęstość oraz sztywność przy stosunkowo niewielkim podniesieniu granicy plastyczności (PA 66 - PA66 CF20, PC – PC GF30) lub nawet jej obniżeniu (PPS - PPS GF40, PEEK – PEEK CMF). Zatem, dodatki do tworzyw stosowanych na zastawę powinny mieć tąką samą lub mniejszą gęstość co osnowa tworzywowa, podnosząc lub utrzymując na stałym poziomie granicę plastyczności. Poliacetal H (POM-H), pomimo, że ma podobne właściwości mechaniczne do poliamidu jego większa gęstość powoduje, że w zastosowaniu na zastawę wypada dużo gorzej.

Wskaźnik $1/(2U_{R\rho})$ wykazuje zgodnie z oczekiwaniami dodatnią zależność monotoniczną (korelację dodatnią) w stosunku do wyników minimalizacji masy (rys.7.6) przeprowdzonej wg funkcji celu (7.1) i ograniczeń (7.2). Oznacza to, że dla przyjętych warunków modelu optymalizacji masy belki, gdy naprężenia osiągają wartość dopuszczalną, zestawienie trzech parametrów materiałowych E, R_e, ρ w członie 3 zależności (7.13) pozwala uzyskać istotny wskaźnik dla oceny przydatności materiałów na zastawę podatną.

7.4. ANALIZA WPŁYWU MASY UDERZAJĄCEJ, DŁUGOŚCI BELKI ORAZ OGRANICZEŃ WYMIARÓW NA OPTYMALIZACJĘ ZASTAWY

Na rys.7.7 zestawiono wykresy optymalnej masy poliamidowej belki ceowej (PA6) o zarysie trapezowym i stałonaprężeniowym w funkcji długości belki R_z oraz masy obiektu uderzającego m_1. Rozpatrzono trzy zestawy ograniczeń grubości półki oraz środnika. Ograniczenia te nie wpływają znacząco na masę belki (rys.7.7a,b), jednak przy krótszych belkach i większych masach uderzającego obiektu, gdy naprężenia w belce sięgają wartości naprężeń dopuszczalnych (rys.7.7g), wpływają znacząco na podatność (por. rys.7.7c(3) i rys.7.7c(2)).

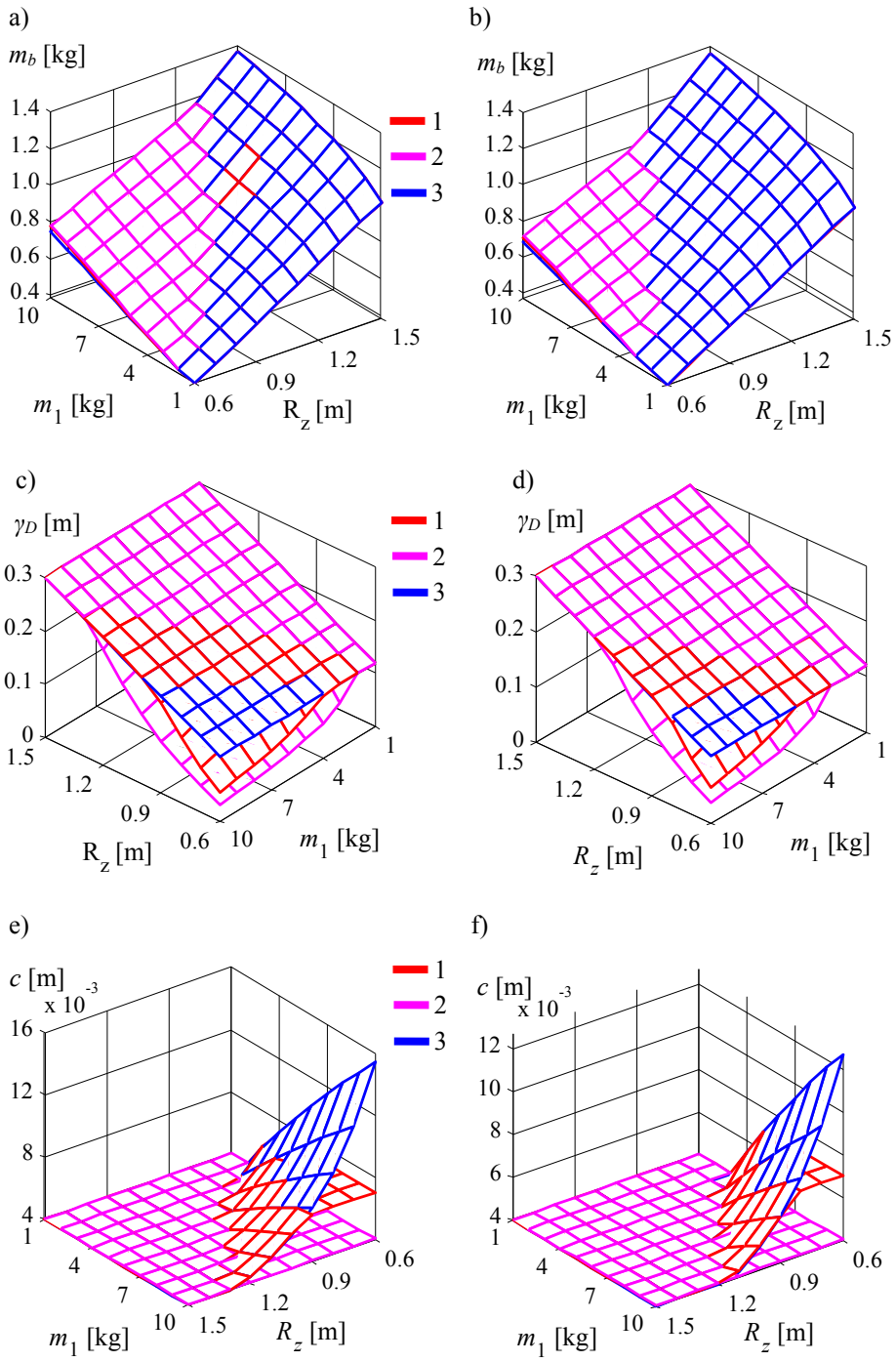
Dla ograniczenia grubości półki oraz środnika do 4mm, po osiągnięciu naprężeń dopuszczalnych (rys.7.7 g, h), by nie dopuścić do ich przekroczenia, wraz ze zmniejszeniem długości belki R_z i zwiększeniem masy uderzającego obiektu m_1, wysokości półek wzrastają znacząco (rys.7.7 i(2), j(2), k(2)) zmniejszając maksymalne ugięcie (rys.7.7 c(2), d(2)) a tym samym utrzymując naprężenia we włóknach zewnętrznych na stałym poziomie (rys.7.7 g, h).

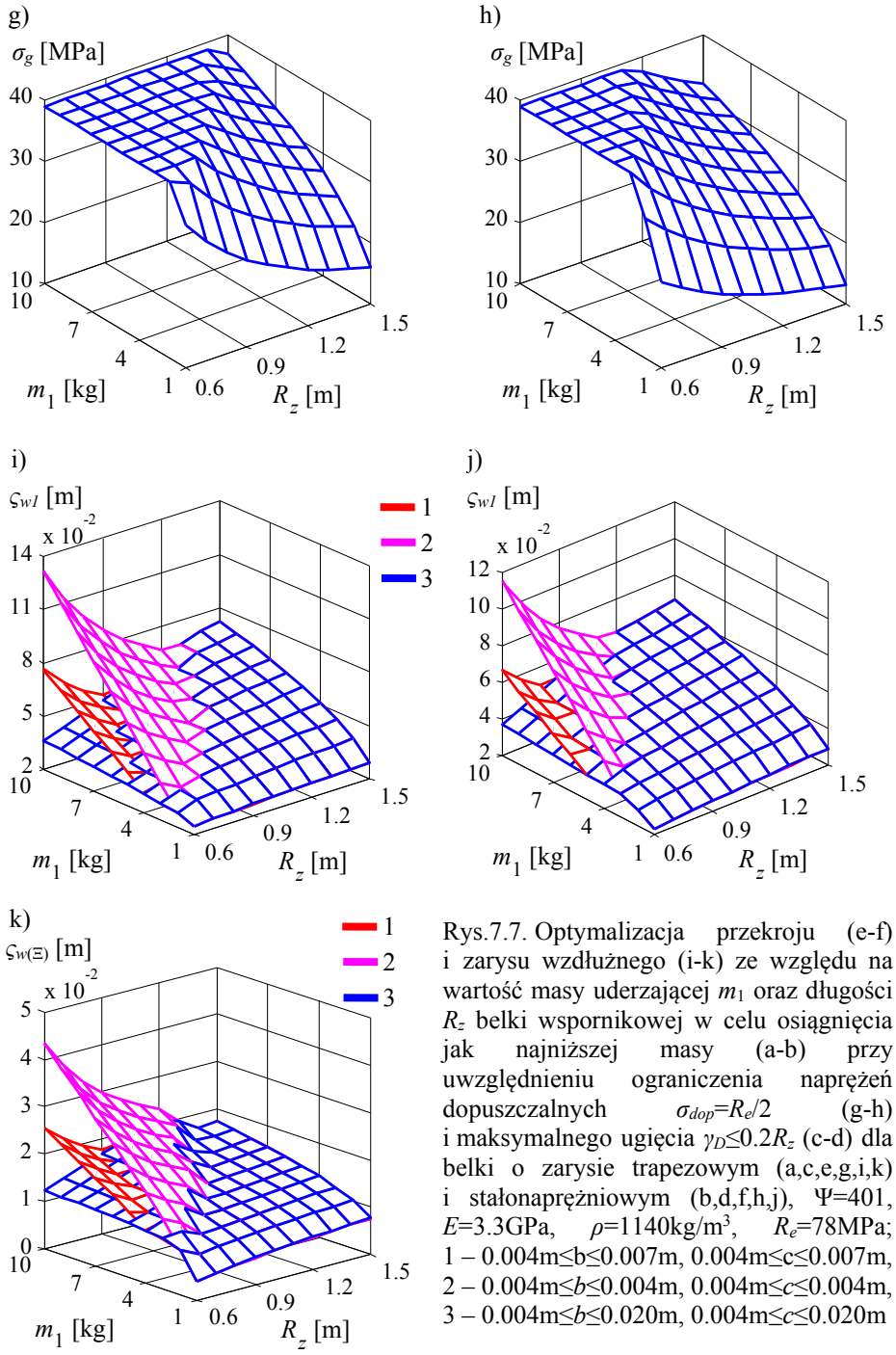
Okazuje się, że dla zwiększenia sztywności ze wzrostem masy uderzającej i długości belki w obszarze osiągnięcia naprężeń dopuszczalnych (rys.7.7 g, h), wzrasta tylko grubość półki (rys.7.7 e,f), grubość środnika b=0.004 m pozostaje bez zmian, dlatego nie prezentowano wykresów dla grubości środnika. Brak zmian w grubości środnika może wynikać z asymetrycznego położenia osi obojętnej, która jest bliżej zewnętrznej krawędzi środnika niż zewnętrznych krawędzi półek. W związku z tym, to zewnętrzne krawędzie półek są bardziej naprężone i przy osiągnięciu naprężeń dopuszczalnych, to w pierwszej kolejności one wymagają wzmocnienia przez zwiększenie ich grubości.

Różnica w zoptymalizowanej masie belki pomiędzy zarysem trapezowym (rys.7.7a) i stałonaprężeniowym (rys.7.7b) jest istotna tylko w obszarze, gdzie naprężenia (rys.7.7 g, h) osiągają wartość naprężeń dopuszczalnych. Ponadto, ze względu na bardziej zrównoważony rozkład naprężeń dla belki stałonaprężeniowej, obszar naprężeń dopuszczalnych (rys.7.7h) jest znacząco mniejszy w stosunku dla analogicznego obszaru dla belki trapezowej (rys.7.7g).

Wzrost naprężeń spowodowany wzrostem masy uderzającej jest oczywisty, natomiast wzrost naprężeń spowodowany zmniejszaniem długości zginanej belki przy stałej wartości procentowego ugięcia wydaje się być nieintuicyjny. Wynika on z faktu, że dla nieważkiej belki pryzmatycznej naprężenia w funkcji jej długości zmieniają się wg zależności $\sigma_g \sim R_z^{-2/3}$ (dla ustalonej masy m_1 i prędkości obiektu uderzającego V_1). Podobna zależność wzrostu naprężeń z obniżeniem długości w pewnych warunkach, okazała się również istotna w modyfikacji genetycznej plonów pszenicy, zmierzającej do przeciwdziałania naporowi wiatru przez obniżenie wysokości łodyg. Okazało się, że obniżenie wysokości łodyg spowodowałoby niepożądany wzrost naprężeń w przekrojach łodygi, gdyby natura nie poradziła sobie z tym problemem, obniżając moduł sprężystości E łodygi [107].

Podsumowując, dążenie do zwiększenia wysokości półek zarysu wzdłużnego (rys.7.7 i(2), j(2), k(2)) w kontekście zastawy podatnej, nie zawsze musi prowadzić do obniżenia jej masy, jak wówczas, gdy konstruktorowi zależy jedynie na uzyskaniu lekkiej belki o określonej sztywności. Dodatkowy warunek konieczności pochłaniania energii zderzenia oraz uginania się do wartości $0.2R_z$ powoduje, że zwiększenie wysokości profilu prowadzi nie do obniżenia, ale niekiedy nawet do wzrostu masy belki, co widać porównując rys.7.7a(2) i rys.7.7a(3) (a także porównując rys.7.7b(2) i rys.7.7b(3)) w podobszarze R_z-t_1, w którym naprężenia są maksymalne (rys.7.7g i rys.7.7h).


a)
m_b [kg]
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
10
7
4
1
m_1 [kg]
0.6
0.9
1.2
1.5
R_z [m]
1
2
3
b)
m_b [kg]
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
10
7
4
1
m_1 [kg]
0.6
0.9
1.2
1.5
R_z [m]
c)
γ_D [m]
0.3
0.2
0.1
0
1.5
1.2
0.9
0.6
R_z [m]
10
7
4
1
m_1 [kg]
1
2
3
d)
γ_D [m]
0.3
0.2
0.1
0
1.5
1.2
0.9
0.6
R_z [m]
10
7
4
1
m_1 [kg]
e)
c [m]
x 10^{-3}
16
12
8
4
1
4
7
10
m_1 [kg]
1.5
1.2
0.9
0.6
R_z [m]
1
2
3
f)
c [m]
x 10^{-3}
12
10
8
6
4
1
4
7
10
m_1 [kg]
1.5
1.2
0.9
0.6
R_z [m]



Rys.7.7. Optymalizacja przekroju (e-f) i zarysu wzdłużnego (i-k) ze względu na wartość masy uderzającej m_1 oraz długości R_z belki wspornikowej w celu osiągnięcia jak najniższej masy (a-b) przy uwzględnieniu ograniczenia naprężeń dopuszczalnych $\sigma_{dop}=R_e/2$ (g-h) i maksymalnego ugięcia $\gamma_D \leq 0.2R_z$ (c-d) dla belki o zarysie trapezowym (a,c,e,g,i,k) i stałonaprężniowym (b,d,f,h,j), $\Psi=401$, $E=3.3$GPa, $\rho=1140$kg/m^3, $R_e=78$MPa; 1 – 0.004m≤b≤0.007m, 0.004m≤c≤0.007m, 2 – 0.004m≤b≤0.004m, 0.004m≤c≤0.004m, 3 – 0.004m≤b≤0.020m, 0.004m≤c≤0.020m

8. BADANIA LABORATORYJNE PROCESU SORTOWANIA OBIEKTÓW

8.1. STANOWISKO DEDYKOWANE DO BADAŃ

Do eksperymentalnego zweryfikowania opracowanych modeli procesu sortowania zbudowano stanowisko laboratoryjne, składające się z przenośnika taśmowego o długości 3700mm z zabudowanym na nim układem napędowym zastawy (rys.4.3, rys.8.1, rys.8.2). Konstrukcja nośna przenośnika taśmowego została wykonana z aluminiowych ceowników. Taśma transportującą prowadzona jest po powierzchni ślizgowej wykonanej z aluminiowej płyty. Rolka napędowa przenośnika o średnicy 57mm jest pokryta gumą dla wykluczenia poślizgu względem taśmy transportującej. Wymiary przenośnika zostały podane na rys.8.2.

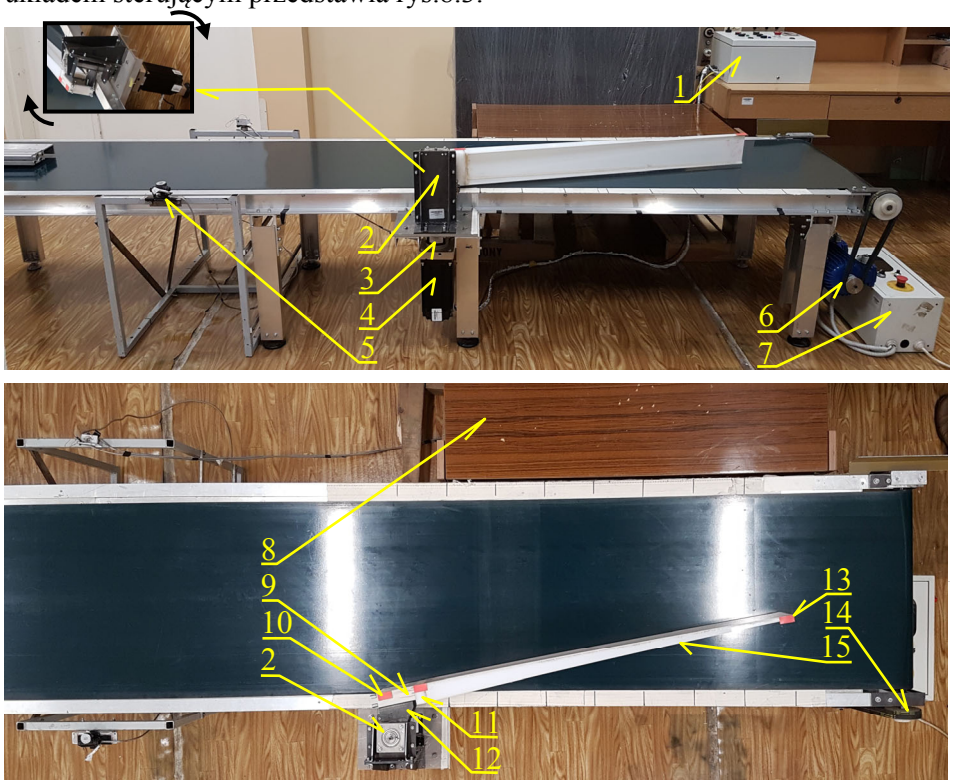
Serwosilnik (oznaczony odnośnikiem (4), rys.8.1), przekładnia planetarna (3) o szesnastokrotnym przełożeniu, wał napędzający zastawę oraz podpora wału (2) stanowią układ napędowy zastawy. Człon podatny zastawy (15) jest swoim uchwytem (11) mocowany (śrubami) za pośrednictwem łącznika (9) do stalowego uchwytu (12) na wale napędowym. Uchwyt zastawy, łącznik oraz uchwyt wału, stanowią w modelach procesu sortowania przedstawionych w tej pracy zintegrowany element nazwany członem sztywnym zastawy (rys.4.1, rys.4.9).

Taśma przenośnika napędzana jest za pośrednictwem przekładni (o dwukrotnym przełożeniu) z pasem klinowym (14) 4-polowym silnikiem asynchronicznym (6) o mocy 0.75kW. Silnik ten zasilany jest z sieci za pośrednictwem przemiennika częstotliwości (7), zapewniając płynną regulację prędkości unoszenia taśmy przenośnika. Serwosilnik ES-MH342200 (4) firmy Leadshine zasilany jest serwosterownikiem ES-DH2306 (1) tej samej firmy. Przedrostek „serwo" oznacza że serwosilnik jest sprzężony z enkoderem, który dostarcza na złącza serwosterownika ciągłej informacji o położeniu kątowym wału, dlatego możliwe jest zadawanie dowolnego przebiegu ruchu kątowego zastawy bez ryzyka utraty informacji o położeniu.

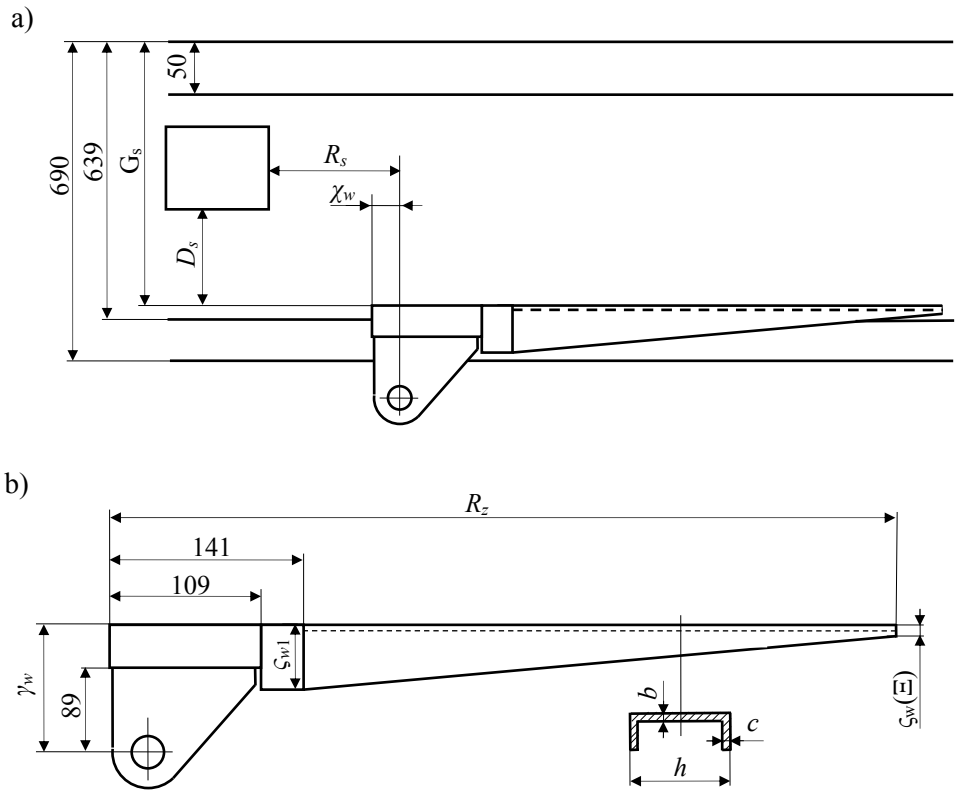
Pomiar prędkości taśmy w sposób ciągły wykonywany jest enkoderem (1440imp/obrót) osadzonym na czopie rolki napędowej taśmy przenośnika po przeciwnej stronie do napędu. Proces sortowania rejestrowany jest przy pomocy kamery szybkoklatkowej Q-PRI firmy AOS. Odległości mierzone w pikselach na obrazie skalowane są za pomocą szablonu metodą opisaną w rozdziale 6.

Poprawne wykonanie eksperymentu sortowania wymaga synchronizacji czasowej wszystkich urządzeń, dlatego pomiar został zautomatyzowany. Zasada przeprowadzenia pomiaru jest następująca. Nadrzędny układ sterujący otrzymuje informację o przecięciu wiązki lasera (5) przez poruszający się po przenośniku obiekt. Następnie, z zadanym opóźnieniem wyzwala kamerę

szybkolatkową i rozpoczyna ruch zastawy. Nadrzędny układ sterujący, wysyłając prostokątne impulsy napięciowe o odpowiednim okresie na wejście serwosterownika, porusza zastawą z prędkością kątową odwrotnie proporcjonalną do okresu zadawanych impulsów, zgodnie z przebiegiem kątowym zapisanym na karcie SD wprowadzonej do slotu nadrzędnego układu sterującego. Wszystkie parametry regulacji ruchu zastawy są zapisywane na szybką pamięć SDRAM w celu poddania ich analizie, a algorytm sterujący ewentualnym modyfikacjom. W momencie wyzwolenia pomiaru kamerą, rejestrowana jest również prędkość taśmy podłączonym do nadrzędnego układu sterującego enkoderem. Schemat połączenia wszystkich urządzeń z nadrzędnym układem sterującym przedstawia rys.8.3.



Rys.8.1. Stanowisko do przeprowadzania prób sortowania, 1 – szafa sterownicza serwonapędu, 2 – podpora wału napędowego zastawy, 3 – przekładnia planetarna napędu zastawy, 4 – serwosilnik, 5 – bariera świetlna, 6 – silnik napędzający przenośnik , 7 – szafa sterownicza przemiennika częstotliwości napędu przenośnika, 8 - ześlizg, 9 – łącznik uchwytu zastawy i uchwytu na wale, 10 – jeden z dwóch znaczników na części sztywnej zastawy, 11 – uchwyt zastawy, 12 – uchwyt na wale napędowym zastawy, 13 – znacznik na swobodnym końcu zastawy, 14 – przekładnia napędu przenośnika, 15 – człon podatny zastawy

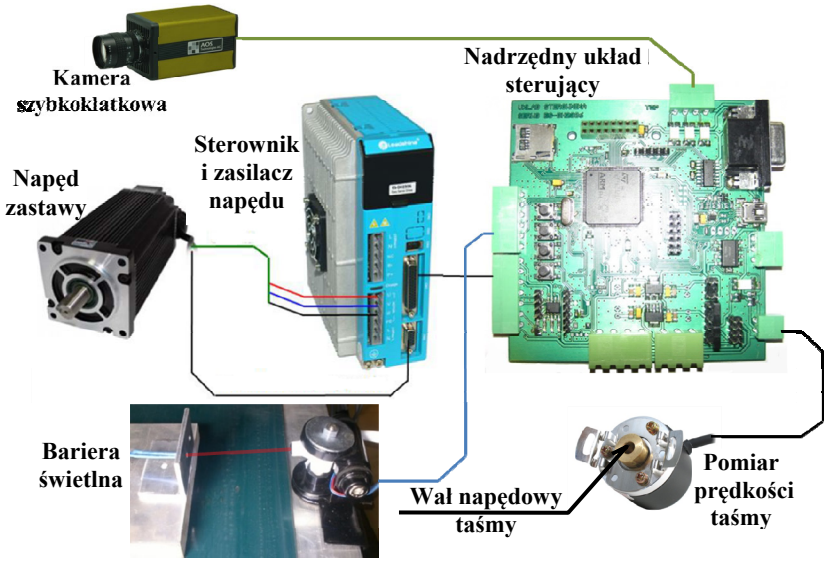


Rys.8.2. Wymiary stanowiska do przeprowadzania prób sortowania: a) przenośnik w rzucie z góry, b) zastawa; $\varsigma_w(\Xi)$=11 mm, ς_{w1}=56 mm, b=4 mm, c=4 mm, χ_w=26 mm, γ_w=129 mm, R_z=1221 mm, G_s=621 mm, h=120mm

Poniżej zawarto opis ważniejszych komponentów stanowiska pomiarowego, które wykonano na potrzeby badania procesu sortowania.

8.2. NADRZĘDNY UKŁAD STERUJĄCY

Nadrzędny układ sterujący, dzięki znajdującemu się na nim mikrokontrolerowi, zadaje przebieg czasowy ruchu zastawy, wyzwala kamerę oraz zbiera dane z urządzeń pomiarowych.

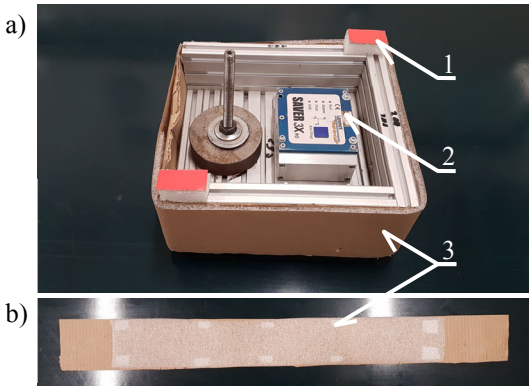


Rys.8.3. Schemat połączenia urządzeń z nadrzędnym układem sterującym

Wszystkie elementy elektroniczne zostały wlutowane na zaprojektowany przez autora pracy obwód drukowany, wykonany z laminatu dwustronnego o grubości 1,5 mm (warstwa miedzi 35μm). Ważniejszymi elementami są mikrokontroler STM32F429ZIT6 firmy ST, szybka pamięć SDRAM IS42S16400J-7TLI firmy ISSI, driver MOSFET EL7202CSZ firmy INTERSIL kondycjonujący sygnał przekazywany z mikrokontrolera do serwosterownika, transoptor TLP127 firmy TOSHIBA, separujący galwanicznie obwód kamery oraz układy scalone wspierające komunikację RS232 oraz USB. Przewidziano także wyprowadzenia dla karty SD oraz wyświetlacza alfanumerycznego OLED (16x2). Algorytm sterowania serwonapędem za pomocą mikrokontrolera STM32F429ZIT6 zostały przedstawione w pracach [118] i [121] autora tej rozprawy.

8.3. OBIEKT DO TESTÓW SORTOWANIA

Obiekt wykorzystywany do badań eksperymentalnych procesu sortowania zapożyczono ze stanowiska testera zderzeń wykonanego na potrzeby pracy doktorskiej [80]. Jest to konstrukcja o wymiarach podstawy $[W_1 \times L_1]=[0.20\times 0.22]$ m i masie m_1=4kg, wykonana z profili aluminiowych (rys.8.4a) zaopatrzona w 3-osiowy, 16-bitowy rejestrator przyspieszeń SAVER 3X90 o maksymalnym zakresie przyspieszeń 200g, możliwości rejestracji 5000probek/s.



Rys.8.4. Zdjęcie obiektu dla próby sortowania: a) konstrukcja aluminiowa, b) materiał przeciwwstąsowy; 1 – znaczniki, 2 – rejstrator przyspieszeń, 3 – pianka polietylenowa pokryta tekturą, stanowiąca modelowaną podatność kontaktu

Na potrzeby tej pracy konstrukcja została wyważona tak, by środek geometryczny oraz środek ciężkości pokrywały się. Znaczniki naklejone na narożach zostały umieszczone na wysokości znaczników na zastawie dla uniknięcia błędów w cyfrowym przetwarzaniu obrazu. Konstrukcję aluminiową zgodnie z modelem w środowisku LS-DYNA oklejono cienką warstwą (3mm) pianki polietylenowej STRATLITE 22 oraz zewnętrzną warstwą tektury falistej (rys.8.4b).

8.4. BARIERA ŚWIETLNA

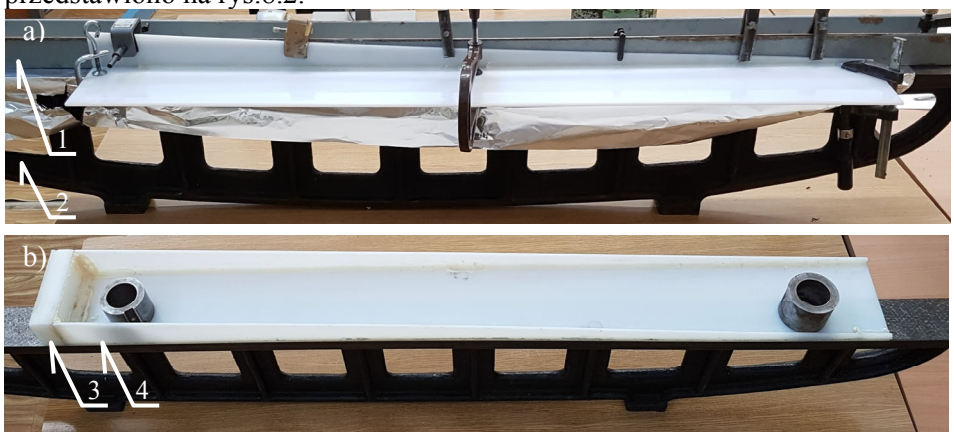
Szczegóły konstrukcyjne bariery świetlnej wykonanej na potrzeby doktoratu zawarto w pracy [120]. Zamontowana początkowo przemysłowa bariera świetlna WM-M4D firmy Highly była wrażliwa na zakłócenia elektromagnetyczne serwonapędu, co skłoniło autora pracy do wykonania własnej. Dokładność pomiaru położenia bariery świetlnej [120] zależy od szerokości wiązki w kierunku ruchu obiektu oraz czasu narastania sygnału po przerwaniu wiązki światła na fotodetektorze. Ze względu na to, iż czas narastania sygnału nie jest nieskończenie krótki, błąd pomiaru położenia zależy od prędkości obiektu i wynosi 1.2 mm dla 0.543 m/s oraz 1.97 mm dla 2.74 m/s.

Po zastosowaniu modelu polegającego na splocie odpowiedzi impulsowej oraz stacjonarnej fotodetektora pozwalającego dokładniej przewidzieć położenie obiektu [120], uzyskany błąd pomiaru położenia jest mniejszy niż 0.05mm w szerokim zakresie prędkości wykrywanego obiektu.

8.5. ZASTAWA

Zastawę wykonano wg jednej z koncepcji przedstawionych w artykule [122]. Wybrano wariant przekroju poprzecznego w kształcie

ceownika oraz trapezowego zarysu podłużnego. Wymiary zastawy przedstawiono na rys.8.2.



Rys.8.5. Zastawa o przekroju ceowym i zarysie trapezowym użyta do próby zgarniania, a) proces klejenia półek zastawy do środnika, gdzie środnik przymocowany został do wzorca płaskości (2), półka przymocowana do pomocniczego ceownika (1), b) efekt końcowy klejenia zastawy; uchwyt zastawy (3), część podatna zastawy (4)

Półki oraz środnik wycięto na ploterze frezującym CNC z płyty PA6 o grubości 4 mm, uchwyt natomiast z płyty o grubości 32 mm. Elementy te łączono początkowo metodą spawania tworzywa, spoiwem z materiału bazowego i gorącym powietrzem (WEP 853D5A). Pomimo unieruchomienia łączonych elementów, ze względu na skurcz temperaturowy w tworzywie, w efekcie końcowym występowały duże odchyłki kształtu i położenia. Elementy ostatecznie sklejono klejem Acralock SA 1-15 NAT, nakładając klej doczołowo oraz pachwinowo (grubość spoiny pachwinowej środnik-półka około 3 mm, środnik-uchwyt, uchwyt-półka około 6 mm). Na rys.8.5 przedstawiono zastawę wykonaną metodą klejenia. Poprawę dokładności wykonania umożliwił zastosowany wzorzec płaskości (rys.8.5(2)) oraz ceownik (rys.8.5(1)), ustalony względem wzorca płaskości za pomocą wzorca prostopadłości.

8.6. BADANIA EKSPERYMENTALNE WERYFIKUJĄCE MODELE PROCESU SORTOWANIA

Badania eksperymentalne procesu sortowania przeprowadzono na stanowisku opisanym w podrozdziale 8.1, wyposażonym w zastawę wykonaną z poliamidu PA6 (podrozdział 8.5) i obiekt (paczkę) opisany w podrozdziale 8.3. Rejestracji ruchu paczki oraz zastawy dokonano kamerą szybkoklatkową AOS-QPRI wg metodyki zawartej w rozdziale 6. Przyspieszenia obiektu mierzono rejestratorem przyspieszeń SAVER 3X90 z częstotliwością próbkowania 5000/s, czasem rejestracji 3s oraz zakresem przyspieszeń w każdej

z trzech osi wynoszącym 20g. Grubość pianki polietylenowej STRATLITE 22 została tak dobrana, by uwzględnić podatność kontaktu w procesie zderzenia, jednak by jej obecność nie miała rozstrzygającego wpływu na wartość uzyskiwanego przyspieszenia.

Zadawany układem nadrzędnym (podrozdział 8.2) ruch obrotowy napędu zastawy widoczny na rys.8.6c(4), rys.8.7c(4) i rys.8.8c(4) zdefiniowany jest poniższą funkcją trygonometryczną:

$$\beta_{\mathrm{wn}}(\alpha_{MAX}, t_1, t) = \frac{1}{2}\alpha_{MAX}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{t_1}t\right)\right] \tag{8.1}$$

gdzie:

t_1 – czas do maksymalnego wychylenia napędu zastawy,

α_{MAX} – kąt maksymalnego wychylenia zastawy.

Parametry sortowania zostały wyznaczone na podstawie optymalizacji przeprowadzonej modelem BEB. Przeprowadzono badania dla przedziału $t_1 \in \langle 0.5; 1.4 \rangle$ s co 0.1 s. Na rys.8.6 - rys.8.8 pokazano wybrane wyniki eksperymentu oraz symulacji, wykonane dla cyklu roboczego t_1 przyjętego z początku, środka i końca przedziału, tj.: t_1=0.5 s (rys.8.6), t_1=0.9 s (rys.8.7) i t_1=1.4 s (rys.8.8). Na rys.8.6b - rys.8.8b zestawiono wyniki wartości bezwzględnej ugięcia γ_z końca zastawy uzyskane eksperymentalnie oraz w wyniku symulacji procesu sortowania modelem MES oraz BEB. Na rys.8.6a - rys.8.8a zestawiono wartość bezwzględną sumy γ_c obliczanej jako ugięcie końca zastawy γ_z i przemieszczenie końca zastawy wynikające z luzu i podatności skrętnej układu napędowego, czyli tzw. sprzęgła. Przemieszczenie to jest iloczynem różnicy pomiędzy zadanym β_{wn} i zrealizowanym kątem β_{cs} obrotu członu sztywnego zastawy (kąt β_{wn} i β_{cs} objaśniono na rys.4.4) i długości zastawy R_z. Kolejne wyniki dotyczące ruchu zastawy zawarto na rys.8.6c-rys.8.8c, gdzie przedstawiono kąt obrotu swobodnego końca θ_z (kąt θ_z widnieje na rys.4.4) jak również na rys.8.6d-rys.8.8d, gdzie przedstawiono kąt obrotu członu sztywnego β_{cs} zastawy (rys.4.4). Kąt ugięcia sprzęgła β_{wn}-β_{cs} (rys.8.6e-rys.8.8e) jest sumą luzu układu napędowego oraz przemieszczenia kątowego wynikającego z jego podatności o charakterze sprężystym, proporcjonalnym. Ruch sortowanego obiektu analizowano symulacyjnie oraz eksperymentalnie w zakresie prędkości (rys.8.6f-rys.8.8f), trajektorii (rys.8.6g-rys.8.8g) oraz przyspieszenia (rys.8.6h-rys.8.8h) środka jego ciężkości. Wykresy z eksperymentu dotyczące ruchu obiektu (rys.8.6-rys.8.8) kończą się w chwili wyjścia obiektu poza kadr. Oznaczenia β_{wn}, β_{cs}, γ_z, θ_z, a_1, v_1 zostały objaśnione na rys.4.4.

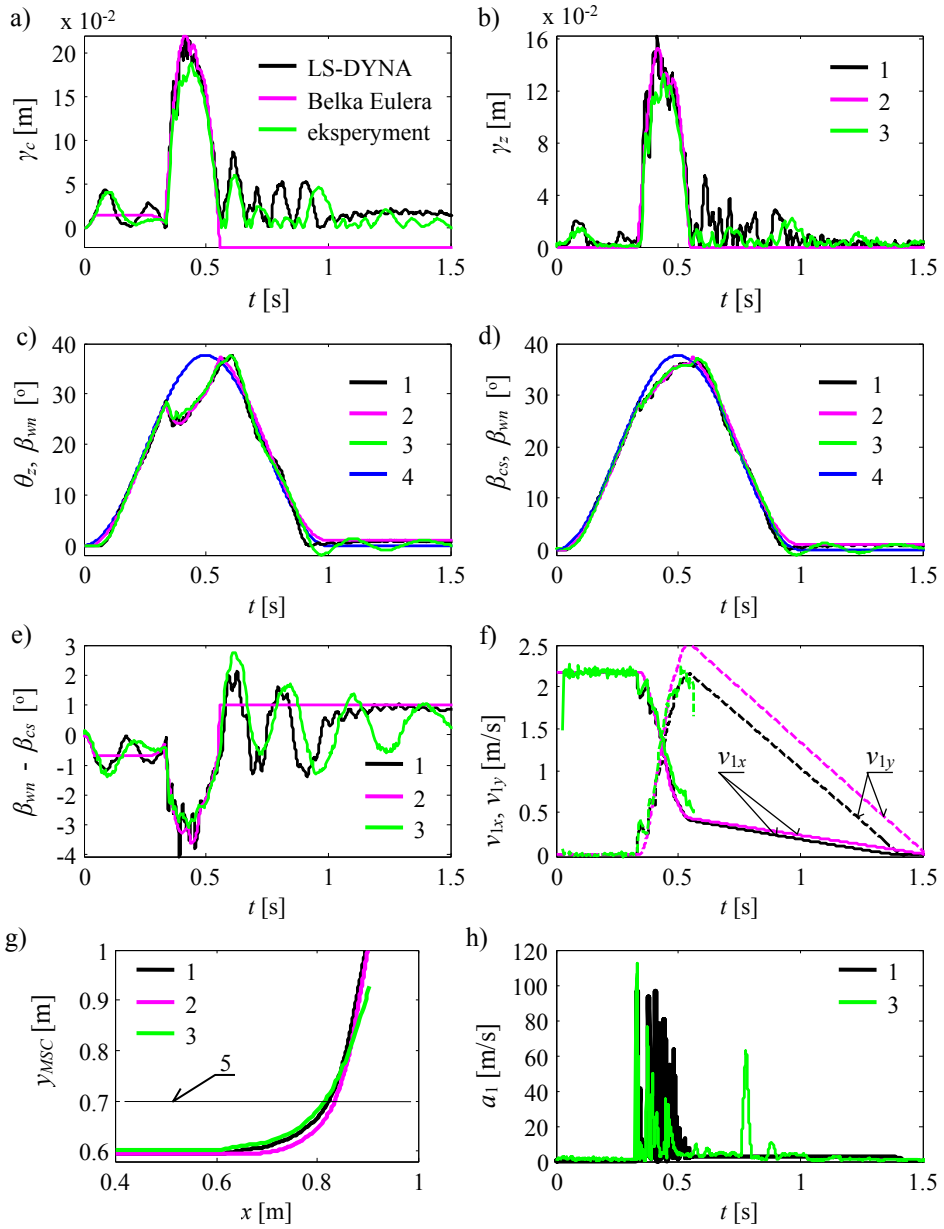
Uzyskany symulacyjnie czas, w którym zastawa pozostaje ugięta (rys.8.6b-rys.8.8b) zgadza się z eksperymentem dla wszystkich trzech przypadków cyklu roboczego t_1. Podobnie, okres pierwszego zderzenia uzyskany z modelu MES oraz zmierzony eksperymentalnie jest tego samego rzędu (rys.8.6h-rys.8.8h).

Jak widać na rys.8.6-rys.8.8, model BEB nie odwzorowuje (obecnych w wynikach eksperymentalnych) efektów szybkozmiennych, jak drgania zastawy (rys.8.6b-rys.8.8b) i gwałtowane zmiany prędkości sortowanego obiektu (rys.8.6f-rys.8.8f). Widoczne na wykresach eksperymentalnych drgania zastawy (rys.8.6b-rys.8.8b), jak również drgania w układzie napędowym (rys.8.6e-rys.8.8e) powstałe zarówno na skutek pracy napędu, jak również zderzenia z sortowanym obiektem odzwierciedla jedynie symulacja MES. Podobnie, wyznaczone modelem BEB przyspieszania obiektu są uśrednione, dlatego nie prezentowano ich na rys.8.6h-rys.8.8h, gdyż są wielokrotnie mniejsze niż te uzyskane eksperymentalnie lub wg modelu MES.

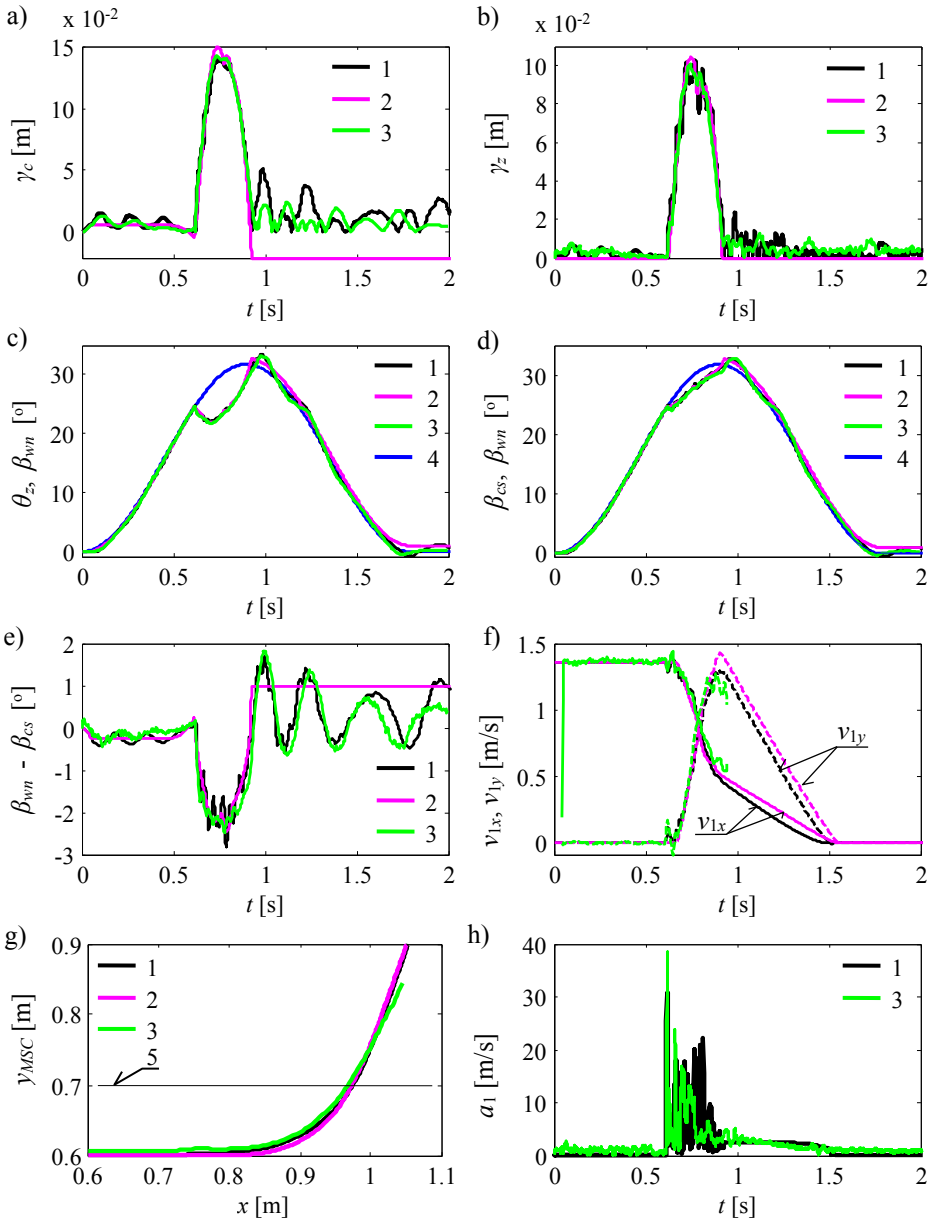
Wartość skrętnej sprężystości układu napędowego, która wyniosła około k_{sprz}=1618N/rad, ustalnono na podstawie dopasowania wyników z eksperymentu i symulacji, zaprezentowanych na rys.8.6e-rys.8.8e.

Najbardziej istotnymi parametrami oceny jakości procesu sortowania to uzyskana trajektoria sortowanego obiektu (gwarantuje zgarnięcie), przyspieszenie (małe, eliminuje ryzyko uszkodzenia zawartości paczki) oraz maksymalne ugięcie zastawy (w dopuszczalnych granicach, gwarantuje że konstrukcja podatnej zastawy nie zostanie zniszczona). Największe odchylenie (względem eksperymentu) trajektorii w osi podłużnej przenośnika w chwili, gdy środek masy przekroczył jego krawędź wystąpiło dla modelu MES (rys.8.8g(1)) i wyniosło 0.033m. Jest to niewielki błąd biorąc pod uwagę wymiary przenośnika (rys.8.2). Dla modelu BEB odchylenia trajektorii względem wyników eksperymentu są jeszcze mniejsze (rys.8.6g(2)-rys.8.8g(2)). Wyniki modelu MES względem eksperymentu wykazały również największe różnice w ugięciu swobodnego końca, która wyniosła 18.1% (rys.8.6b). Błąd przyspieszenia sortowanego obiektu, wyznaczonego modelem MES, wyniósł maksymalnie 20.4% (rys.8.7h). Analogiczne maksymalne różnice pomiędzy wynikami modelu BEB i wynikami eksperymentu (z pominięciem przyspieszenia) są jeszcze mniejsze.

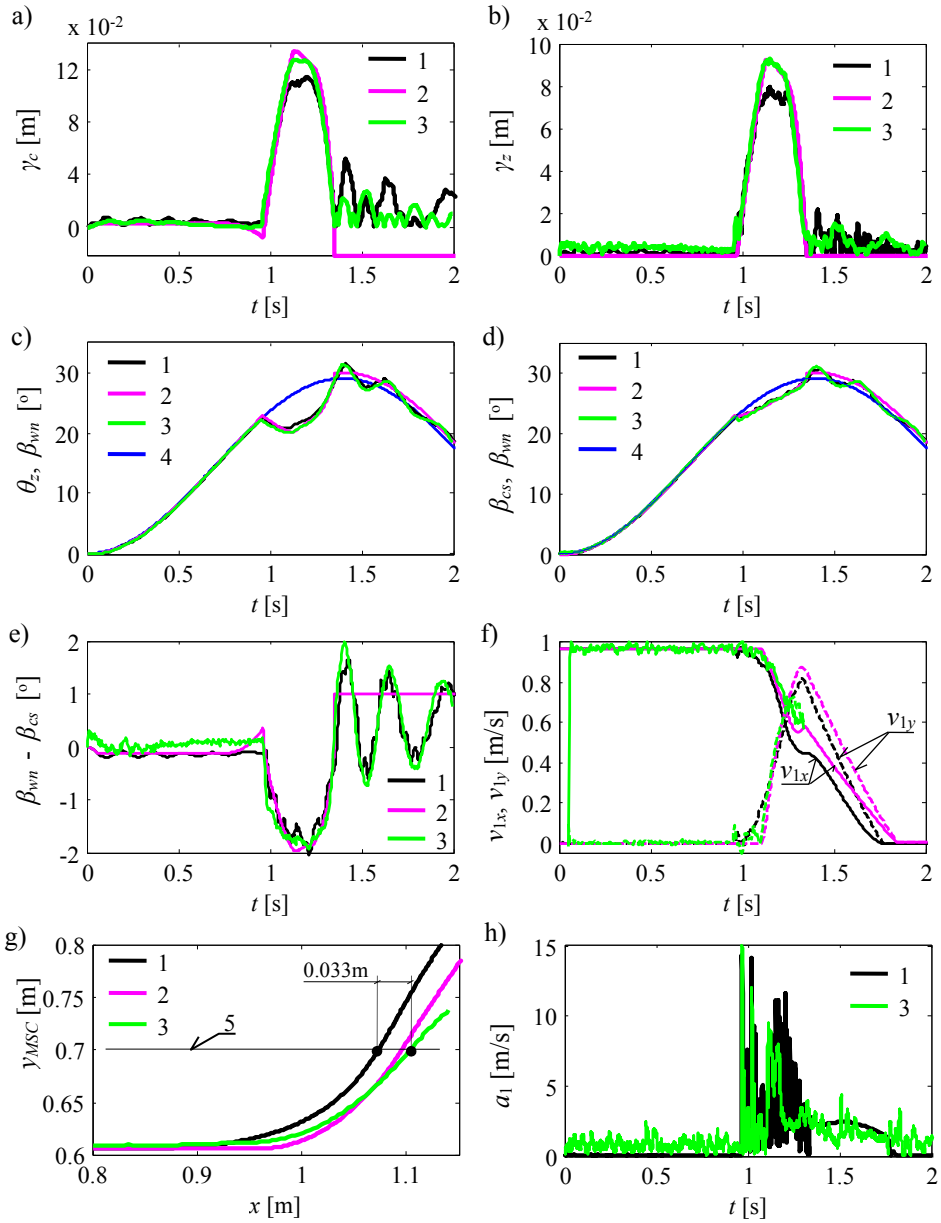
Przedstawione powyżej maksymalne odchylenia wyników symulacyjnych względem eksperymentalnych, pozwalają uznać model BEB i MES, jako odpowiednie narzędzia oceny doboru konstrukcji zastawy i parametrów eksploatacyjnych w kontekście skuteczności przebiegu procesu sortowania.



Rys.8.6. Zestawienie badań eksperymentalnych oraz symulacji modeli BEB i MES dla czasu maksymalnego wychylenia t_1=0.5 s, prędkości taśmy v_t=2.18 m/s, α_{MAX}=37.69 °, początkowego położenia paczki y_{MSC}=0.609 m, R_s=0 m, a) moduł ugięcia całkowitego γ_c zastawy (sprzęgła i kształtownika), oraz b) samego kształtownika na swobodnym końca zastawy γ_z, c) kąt obrotu swobodnego końca zastawy θ_z, d) kąt obrotu członu sztywnego zastawy β_{cs}, e) kąt ugięcia (skręcenia) sprzęgła, f) prędkość obiektu, g) trajektoria ruchu obiektu, h) przyspieszenie obiektu; 1 – MES, 2 – BEB, 3 – eksperyment, 4 – $\beta_{wn}(t)$, 5 – krawędź przenośnika



Rys.8.7. Zestawienie badań eksperymentalnych oraz symulacji modelu BEB i MES dla czasu maksymalnego wychylenia t_1=0.9s, prędkości taśmy v_t=1.36 m/s, α_{MAX}=31.77 °, początkowego położenia paczki y_{MSC}=0.614 m, R_s=0 m, a) moduł ugięcia całkowitego γ_c (sprzęgła i kształtownika), oraz b) samego kształtownika na swobodnym końca zastawy γ_z, c) kąt obrotu swobodnego końca zastawy θ_z, d) kąt obrotu członu sztywnego zastawy β_{cs}, e) kąt ugięcia (skręcenia) sprzęgła, f) prędkość obiektu, g) trajektoria ruchu obiektu, h) przyspieszenie obiektu; 1 – MES, 2 – BEB, 3 – eksperyment, 4 – $\beta_{wn}(t)$, 5 – krawędź przenośnika



Rys.8.8. Zestawienie badań eksperymentalnych oraz symulacji modelu BEB i MES dla czasu maksymalnego wychylenia t_1=1.4 s, prędkości taśmy v_t=0.96 m/s, α_{MAX}=29.08 °, początkowego położenia paczki y_{MSC}=0.619 m, R_s=0 m, a) moduł ugięcia całkowitego γ_c zastawy (sprzęgła i kształtownika), oraz b) samego kształtownika na swobodnym końca zastawy γ_z, c) kąt obrotu swobodnego końca zastawy θ_z, d) kąt obrotu członu sztywnego zastawy β_{cs}, e) kąt ugięcia (skręcenia) sprzęgła, f) prędkość obiektu, g) trajektoria ruchu obiektu, h) przyspieszenie obiektu; 1 – MES, 2 – BEB, 3 – eksperyment, 4 – $\beta_{wn}(t)$, 5 – krawędź przenośnika

9. OPTYMALIZACJA PARAMETRÓW PROCESU SORTOWANIA

Celem optymalizacji jest uzyskanie jak najmniejszej wartości siły P_D wywieranej na sortowany obiekt w modelu BEB dla zadanej wydajności W_t procesu przekierowywania potoku ładunków i długości zastawy R_z:

$$\min\left[P_D(R_s, v_t, \alpha_{MAX}, t_1, R_z)\right] = P_D(R_s^*, v_t^*, \alpha_{MAX}^*, t_1, R_z) \tag{9.1}$$

gdzie:

R_s^*, v_t^*, α^*_{MAX} – zmienne decyzyjne, dla których funkcja celu osiąga wartość optymalną dla ustalonej wartości t_1 i R_z,

t_1, R_z – stałe w zakresie pojedynczej optymalizacji dla zmiennych decyzyjnych R_s, v_t, α_{MAX}.

Wyznaczona w funkcji celu siła P_D modelem BEB, nie uwzględnia efektów dynamicznych związanych ze zderzeniem dwóch mas, tj. zastawy i sortowanego obiektu. Dlatego przyspieszenia doznawane przez obiekt dla wyznaczonego zestawu zmiennych decyzyjnych R_s^*, v_t^*, α^*_{MAX} są następnie weryfikowane przy pomocy symulacji w modelu MES.

Sformułowano następujące ograniczenia optymalizacji:

$$-y_{MSC} + (G_s + \gamma_w) \le 0 \tag{9.2}$$

$$v_{1x} \le 0.5\text{m/s} \tag{9.3}$$

$$t_{\text{zgarniecia}} \le t_1 \tag{9.4}$$

gdzie:

$(G_s+\gamma_w)$ – szerokość przenośnika od osi obrotu zastawy do krawędzi przenośnika po przeciwnej stronie względem zamocowania zastawy.

Powyższe ograniczenia optymalizacji wynikają z wymogu dotarcia paczki do ześlizgu (nierówność (9.2)) najpóźniej w chwili t_1 (nierówność (9.4)). Ponieważ przenośnik sortera i strefa odbioru (ześlizg) są względem siebie ustawione pod kątem prostym, składowa prędkości v_{1x} obiektu pochodząca od kierunku transportowania sortera powinna być pochłonięta i rozproszona przez materiał zastawy. Dlatego w chwili t_1 lub w chwili wyjścia paczki poza obszar zakreślany przez swobodny koniec zastawy, obiekt musi poruszać się z maksymalną prędkością v_{1x} w kierunku poprzedniego transportowania nieprzekraczającą 0.5 m/s (nierówność (9.3)).

Ograniczenia optymalizacji ((9.2)-(9.4)) są realizowane zarówno, gdy sortowany obiekt porusza przy krawędzi po stronie mocowania manipulatora (D_s=0 m, widoczne na rys.8.2), jak również przy krawędzi po przeciwnej stronie względem mocowania manipulatora (D_s=0.385m). Jednak, ze względu na dużą liczbę ograniczeń optymalizacji w takim przypadku, uzyskiwane wykresy są silnie nieregularne, co utrudnia badanie ogólnych prawidłowości.

Dlatego część prezentowanych dalej wyników optymalizacji uwzględnia ograniczenia ((9.2)-(9.4)) tylko dla D_s=0.385m. Nie zmienia to ogólnych trendów, lecz ułatwia ich interpretację, gdyż prezentowane wówczas wykresy są bardziej regularne.

Zakres zmiennych decyzyjnych nie powinien ograniczać możliwości znalezienia globalnej wartości optymalnej, jak również zbiór rozwiązań dopuszczalnych nie powinien być pusty:

$$\alpha_{MAX} \in \langle 15,\ 60 \rangle^{\circ} \tag{9.5}$$

$$v_t \in \langle 0.2,\ 6 \rangle \text{ m/s} \tag{9.6}$$

$$R_s \in \langle -0.2,\ 0.2 \rangle \text{ m} \tag{9.7}$$

Przyjęte zakresy parametrów t_1, R_z, to:

$$t_1 \in \langle 0.4,\ 0.5, \ldots, 1.5 \rangle \text{ s} \tag{9.8}$$

$$R_z \in \langle 0.74,\ 0.84, \ldots, 1.64 \rangle \text{ m} \tag{9.9}$$

Długość zastawy R_z uznano, jako parametr bardziej istotny od pozostałych parametrów sortowania, gdyż stanowi element konstrukcyjny urządzenia rozdzielczego. Pozostałe parametry procesu sortowania podlegają łatwej zmianie, dysponując serwonapędem zastawy oraz napędem taśmy przenośnika z regulacją jej prędkości. Czas t_1 natomiast jest wartością najbardziej korelującą z wydajnością sortowania W_t. Dlatego zmienne decyzyjne optymalizacji procesu sortowania przedstawiono jako funkcję argumentów R_z oraz t_1.

Wydajność sortowania W_t [szt/h] zastawą aktywną została zdefiniowana w pracy [94]:

$$W_t = \frac{3600}{\left(t_1 + t_2 + \left\lfloor \frac{R_s}{v_1} \right\rfloor \right)} \tag{9.10}$$

gdzie:

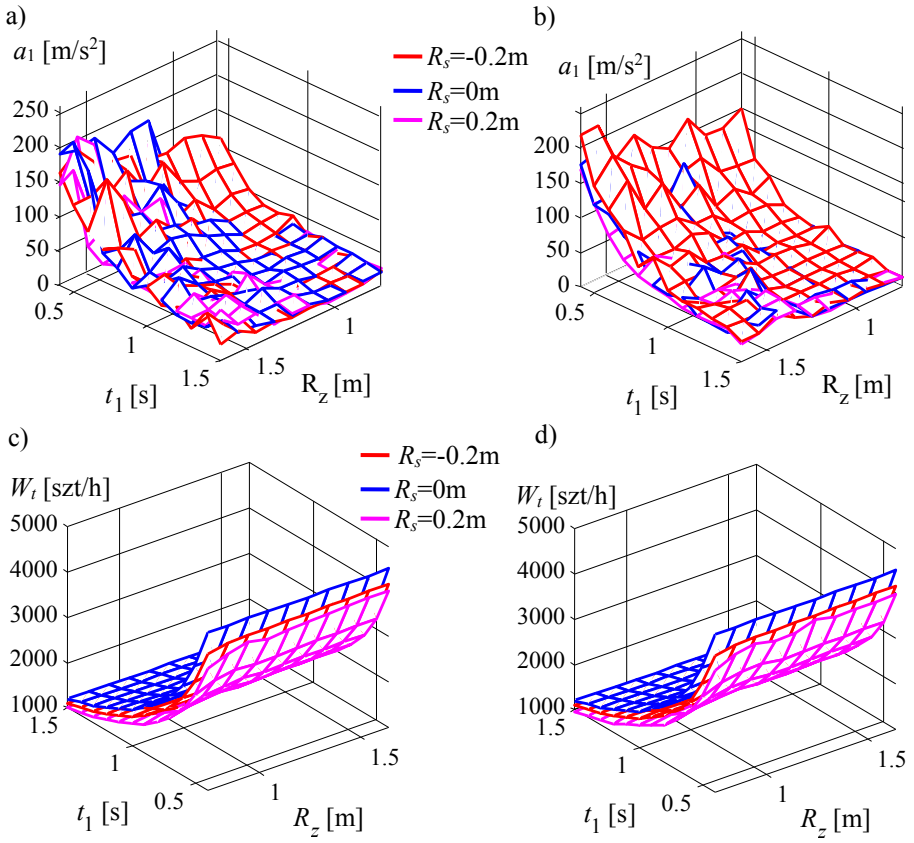
t_2=t_1 – czas cyklu ruchu powrotnego zastawy.

Zadanie optymalizacji podzielono na trzy etapy: w pierwszym wyznaczana jest geometria zastawy, wg zależności 7.1, następnie stosując model BEB wyznaczane są wartości zmiennych decyzyjnych, dla których funkcja celu $P_D=m_1(a_{1x}^2+a_{1y}^2)^{0.5}$ wynikająca z równania (4.14) jest najmniejsza. Ponieważ siła P_D wywierana na opakowanie w modelu BEB wynika jedynie z siły tarcia oraz sprężystego ugięcia zastawy, nie biorąc pod uwagę efektów dynamicznych wynikających ze zderzenia dwóch mas, w ostatnim etapie przyspieszenia obiektu a_1 weryfikowane są w modelu MES.

Optymalizację przeprowadzono dla sortowanego obiektu m_1=4 kg i przenośnika o wymiarach wg rys.8.2 oraz zestawu wymiarów zastawy wg rys.7.7. Napęd zastawy wykonuje ruch obrotowy, wg funkcji sinusoidalnej podanej w równaniu (8.1). Optymalizację przeprowadzono dla napędu sztywnego, tzn. bez uchybu realizującego zadany przebieg ruchu kątowego, jak również dla napędu charakteryzowanego proporcjonalną sprężystością skrętną k_{sprz}=1618N/rad, która w modelu BEB oraz MES realizowana jest jako element podatny w układzie napędowym (tzw. sprzęgło).

9.1. POŁOŻENIE CZOŁA ŁADUNKU R_S W CHWILI ZADZIAŁANIA ZASTAWY

Na rys.9.1 przedstawiono wyniki optymalizacji parametrów procesu sortowania, gdy zmiennymi decyzyjnymi są v_t oraz α_{MAX}, przy założeniu stałej wartości R_s=-0.2 m i R_s=0.2 m.



Rys.9.1. Wpływ położenia R_s czoła ładunku w chwili zadziałania zastawy: a) i b) na przyspieszenie sortowanego obiektu wyznaczone modelem MES, c) i d) na wydajność procesu sortowania; a) i c) gdy w napędzie zastawy nie pośredniczy sprzęgło, b) i d) gdy w napędzie zastawy jest sprzęgło bez luzu o sztywności 1618N/rad

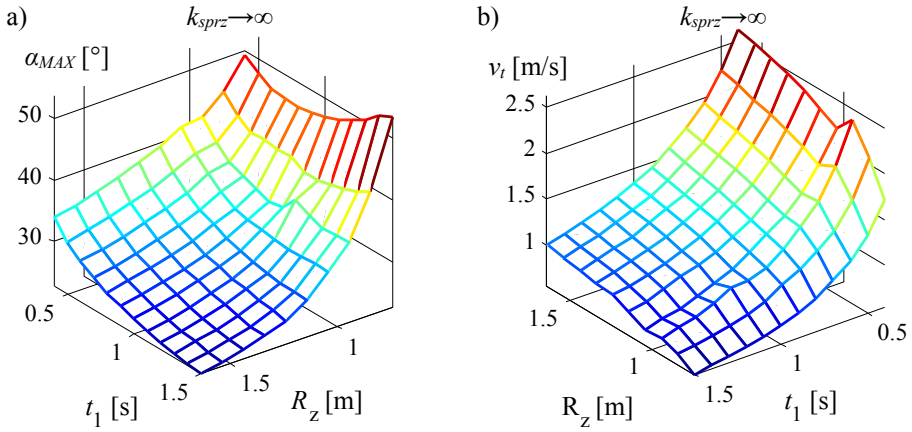
Nie można wskazać jednoznacznie wpływu wartości R_s na przyspieszenia doznawane przez sortowany obiekt (rys.9.1a,b), tzn. wpływ ten jest mniej istotny od rozrzutu wartości w obrębie jednego zestawu wyników dla argumentów t_1, R_z, dla ustalonego R_s. Jeśli chodzi o wydajność sortowania W_t (rys.9.1c,d) odzerowe odchylenie R_s zarówno w kierunku dodatnim jak i ujemnym powoduje spadek wydajności sortowania (rys.9.1c,d). Dlatego, w wynikach przedstawionych w następnych podrozdziałach przyjęto R_s=0, by zmniejszyć nakłady obliczeniowe w symulacji, zmierzającej do wyznaczenia wartości zmiennych decyzyjnych v_t^*, α^*_{MAX}.

9.2. WPŁYW CZASU CYKLU ROBOCZEGO ZASTAWY ORAZ JEJ DŁUGOŚCI NA PROCES SORTOWANIA

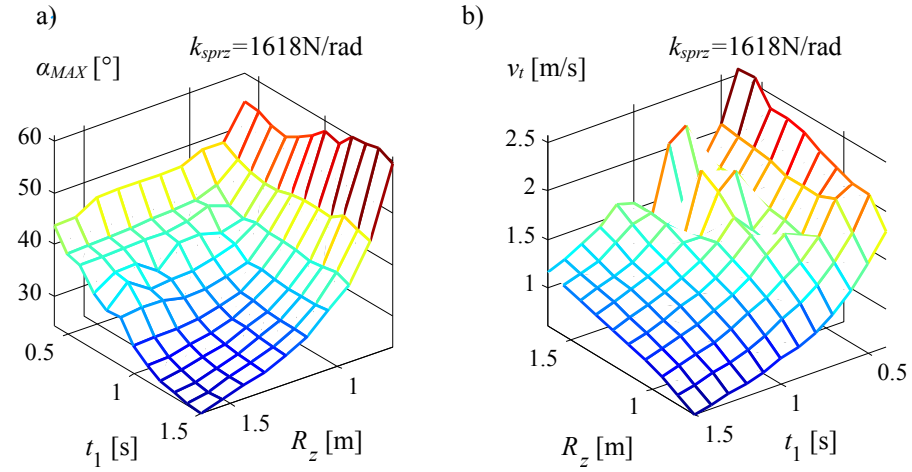
Odpowiednie nastawy parametrów pracy manipulatora pozwalają skutecznie łagodzić oddziaływania dynamiczne, którym poddany jest sortowany obiekt, przy zapewnieniu niezawodnego przebiegu procesu sortowania. Na rys.9.2a oraz rys.9.3a widoczny jest wyznaczony w drodze optymalizacji modelem BEB trend zmniejszania się kąta maksymalnego wychylenia zastawy wraz ze wzrostem jej długości, co jest korzystne, ponieważ maleje składowa normalna prędkości zderzenia. Jednak, wraz ze wzrostem długości zastawy, wymuszony jest również wzrost prędkości v_t transportowania przenośnika rozdzielczego (rys.9.2b, rys.9.3b), co z kolei wpływa niekorzystnie na przebieg zderzenia. Wzrost długości zastawy powoduje wzrost prędkości transportowania przenośnika rozdzielczego, ponieważ algorytm optymalizacji dąży do tego, by obiekt był zgarniany możliwe jak najdalej od osi obrotu zastawy, gdzie ta jest bardziej podatna. Widać to zwłaszcza na rys.9.5b, z którego wynika, że przypadek kontaktu swobodnym końcem z obiektem przy maksymalnym ugięciu zajmuje ponad połowę obszaru współrzędnych t_1 i R_z. Maksymalne ugięcie następuje również wówczas, gdy punkt kontaktu χ_k z sortowanym obiektem znajduje się na końcu krótkiej zastawy (rys.9.4b). Wartość (χ_k/R_z [%]) jest ważnym wskaźnikiem jakości sortowania, gdyż zgarnianie końcem zastawy przebiega bardziej łagodnie.

Uskok na rys.9.4a (funkcja R_z i t_1 składowej prędkości v_{1x} wzdłuż przenośnika) wynika z konieczności znajdowania się paczki w zasięgu zastawy oraz nieprzekroczenia czasu t_1 dla ograniczenia optymalizacji zawartego w nierówności (9.3). Dla krótszych zastaw, wartość v_{1x} determinowana jest chwilą utraty kontaktu zastawy z opakowaniem, a dla dłuższych zastaw długością czasu cyklu roboczego t_1.

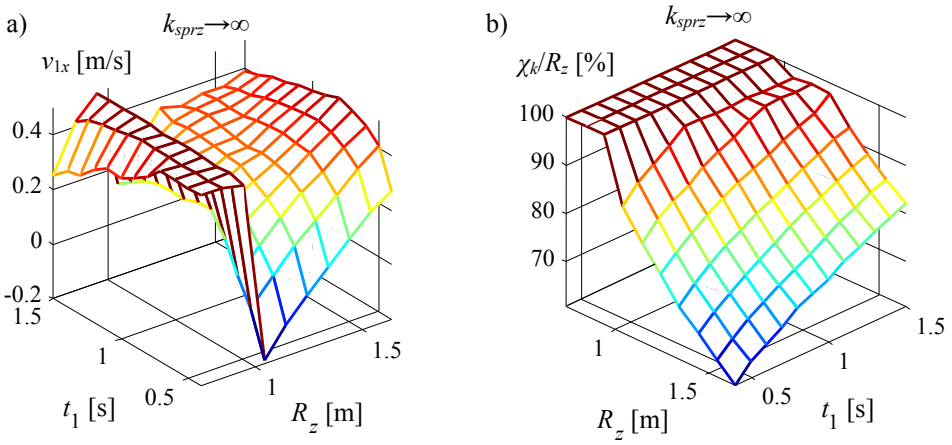
Gdy ograniczenia ((9.2)-(9.4)) są aktywne zarówno dla D_s=0 m jak i D_s=0.385 m, wówczas obszar rozwiązań możliwych v_t, α_{MAX} musi podlegać jeszcze większej puli ograniczeń. Stąd rys.9.5a jest jeszcze mniej regularny w stosunku do rys.9.4a.



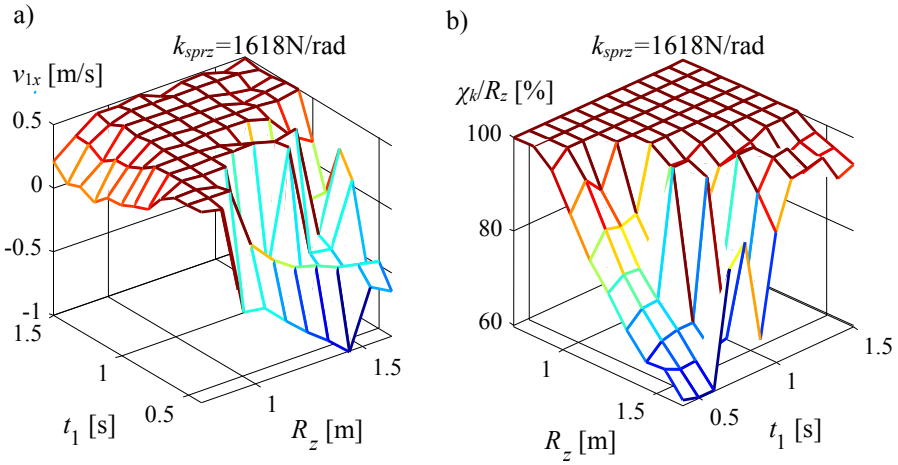
Rys.9.2. Parametry pracy manipulatora, gdy w napędzie zastawy nie pośredniczy sprzęgło: a) kąt maksymalnego wychylenia zastawy, b) prędkość przenośnika rozdzielczego; wyniki uwzględniają przypadek, gdy paczka początkowo porusza się w największej odległości od osi obrotu zastawy



Rys.9.3. Parametry pracy manipulatora, gdy w napędzie zastawy pośredniczy sprzęgło: a) kąt maksymalnego wychylenia zastawy, b) prędkość przenośnika rozdzielczego; wyniki reprezentują przypadek, gdy paczka początkowo porusza się zarówno w najmniejszej jak i największej odległości od osi obrotu zastawy



Rys.9.4. Wpływ cyklu roboczego zastawy t_1 i długości R_z na: a) prędkość sortowanego obiektu w kierunku ruchu przenośnika rozdzielczego w chwili zakończenia cyklu roboczego lub wyjścia obiektu poza obszar roboczy zastawy, b) odległość punktu kontaktu χ_k od utwierdzonego końca zastawy w chwili, gdy występuje maksymalne ugięcie zastawy, odniesiona do całkowitej długości zastawy; wyniki uwzględniają przypadek, gdy paczka początkowo porusza się w największej odległości od osi obrotu zastawy

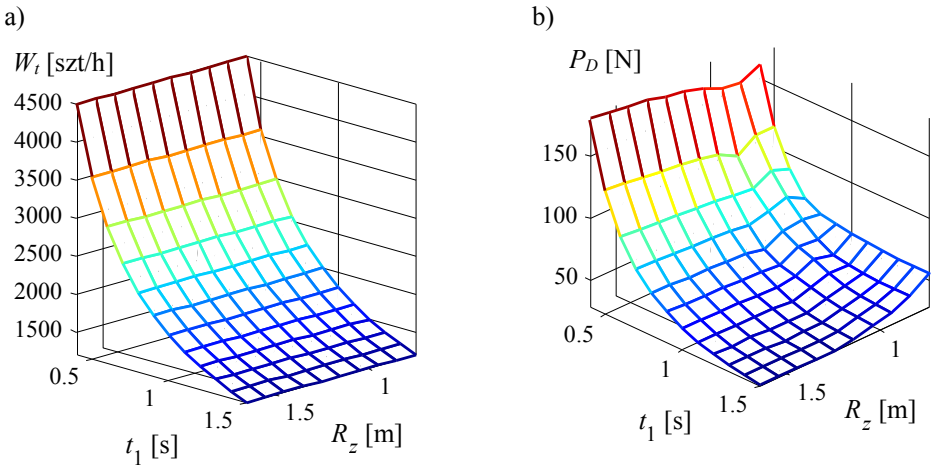


Rys.9.5. Wpływ cyklu roboczego zastawy t_1 i długości R_z na a) prędkość sortowanego obiektu w kierunku ruchu przenośnika rozdzielczego w chwili zakończenia cyklu roboczego lub wyjścia obiektu poza obszar roboczy zastawy, b) odległość punktu kontaktu χ_k od utwierdzonego końca zastawy w chwili, gdy występuje maksymalne ugięcie zastawy, odniesiona do całkowitej długości zastawy; wyniki reprezentują przypadek, gdy paczka początkowo porusza się zarówno w najmniejszej jak i największej odległości od osi obrotu zastawy

Porównując rys.9.2 i rys.9.3 oraz rys.9.4 z i rys.9.5 można zauważyć ogólną prawidłowość, iż rys.9.3, rys.9.5 są mniej regularne od rys.9.2, rys.9.4, co właśnie spowodowane jest nałożeniem na wyniki rys.9.3, rys.9.5 większej liczby ograniczeń wynikających z wymogu zgarnięcia paczki w różnych położeniach w poprzek przenośnika.

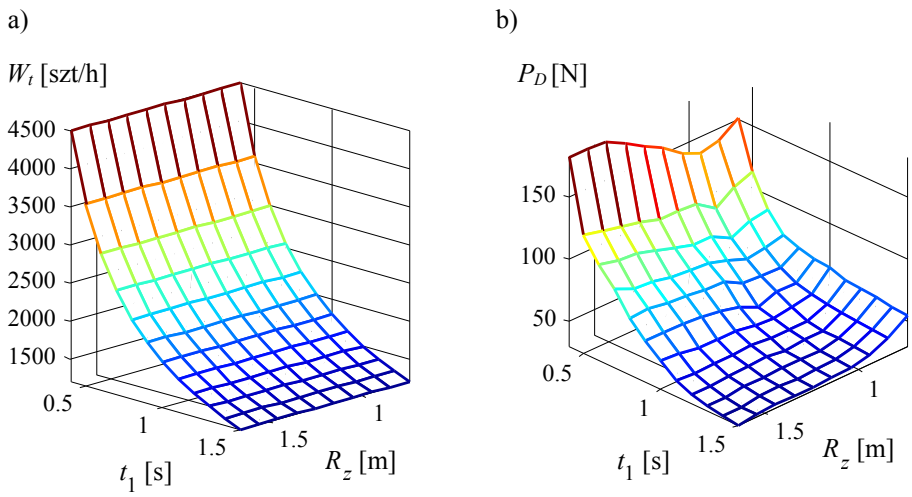
Wraz ze zmniejszeniem czasu trwania cyklu roboczego wzrasta prędkość unoszenia ładunków (rys.9.2b, rys.9.3b), a z nią siła dynamiczna (wyznaczona wg modelu BEB) wywierana na sortowany obiekt (rys.9.6b, rys.9.7b).

Wydajność sortowania (rys.9.6a, rys.9.7a) jest funkcją jedynie czasu cyklu roboczego, ponieważ jak ustalono w poprzednim podrozdziale R_s=0 (równanie 9.10). Stąd brak powiązania wydajność sortowania z długością zastawy na rys.9.6a i rys.9.7a.



Rys.9.6. Wpływ cyklu roboczego zastawy t_1 i długości R_z na a) wydajność procesu sortowania, b) siłę wywieraną przez zastawę na sortowany obiekt wyznaczoną w modelu BEB, wynikającą z ugięcia sprężystego zastawy pomniejszona o siłę tarcia taśma-sortowany obiekt; wyniki uwzględniają przypadek, gdy paczka początkowo porusza się w największej odległości od osi obrotu zastawy

Ograniczenia ((9.2)-(9.4)) dotarcia paczki do ześlizgu dla dwóch lokalizacji paczki w poprzek przenośnika w stosunku do pojedynczej lokalizacji nie wpłynęło na duże różnice pomiędzy maksymalnymi wartościami przyspieszenia sortowanego obiektu uzyskiwanymi w modelu BEB, co widać przez porównanie rys.9.6b i rys.9.7b. Przyspieszenia uzyskane w modelu MES dla tych samych warunków v_t i α_{MAX} na rys.9.8c i rys.9.10a są również bardzo zbliżone w całym zakresie R_z-t_1.

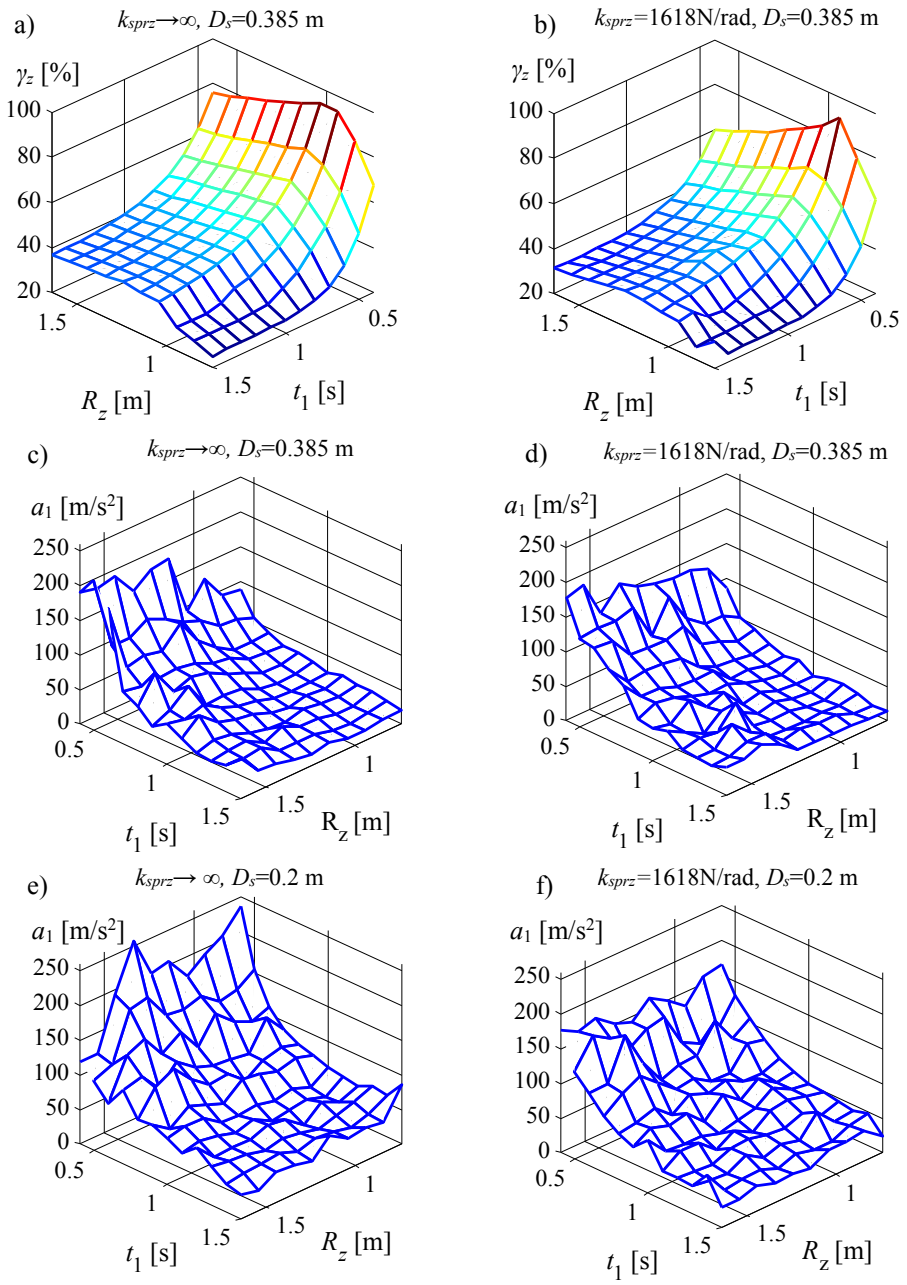


Rys.9.7. Wpływ cyklu roboczego zastawy t_1 i długości R_z na a) wydajność procesu sortowania, b) siłę wywieraną przez zastawę na sortowany obiekt, wynikającą z ugięcia sprężystego zastawy pomniejszona o siłę tarcia taśma-sortowany obiekt; wyniki reprezentują przypadek, gdy paczka początkowo porusza się zarówno w najmniejszej jak i największej odległości od osi obrotu zastawy

9.3. WPŁYW ELEMENTU PODATNEGO W UKŁADZIE NAPĘDOWYM NA OGRANICZENIE RYZYKA USZKODZENIA SORTOWANEGO OBIEKTU

Dla wyznaczonych w poprzednim podrozdziale wartości zmiennych decyzyjnych v_t i α_{MAX} (uzyskanych z optymalizacji modelem BEB) przeprowadzono symulację w modelu MES celem wyznaczenia przyspieszenia sortowanego obiektu. W ten sposób uzyskano z modelu MES przyspieszenia widoczne na rys.9.8c i rys.9.8e dla parametrów v_t i α_{MAX} widocznych na rys.9.2 (uzyskanych z optymalizacji modelem BEB). Parametry v_t i α_{MAX} korespondujące z przyspieszeniami widocznymi na rys.9.8d i rys.9.8f nie zostały w pracy podane ze względu na podobieństwo do tych zaprezentowanych na rys.9.3.

Wg informacji zawartych w artykule [91], obecność elementu podatnego w układzie napędowym może łagodzić skutki zderzenia obiektu z zastawą. Dla zweryfikowania tej informacji, wykonano symulacje zgarnięcia obiektu, gdy w układzie napędowym występuje sprzęgło o skrętnej sztywności k_{sprz}=1618N/rad oraz gdy sprzęgło w układzie napędowym nie występuje $k_{sprz}\rightarrow\infty$.



Rys.9.8. Wpływ obecności elementu podatnego w układzie napędowym: a) i b) na wyznaczone modelem BEB maksymalne ugięcie względne $100\%\cdot\gamma_z/(0.2R_z)$ końca zastawy, c)-f) wyznaczone modelem MES maksymalne przyspieszenie obiektu; a)-d) gdy sortowany obiekt porusza się w największej możliwej odległości od manipulatora (D_s=0.385 m), e)-f) gdy sortowany obiekt porusza się środkiem przenośnika (D_s=0.2 m)

Okazuje się, że obecność sprzęgła w układzie napędowym powoduje korzystnie mniejsze maksymalne uginanie się końca zastawy (por. rys.9.8a i rys.9.8b), zmniejszając tym samym naprężenia w materiale zastawy. Gdy sortowany obiekt porusza się wzdłuż krawędzi przenośnika po przeciwnej stronie względem zamocowania manipulatora (D_s=0.385 m, rys.8.2), wpływ sprzęgła na łagodzenie skutków zderzenia jest nieznaczny (por. rys.9.8c i rys.9.8d).

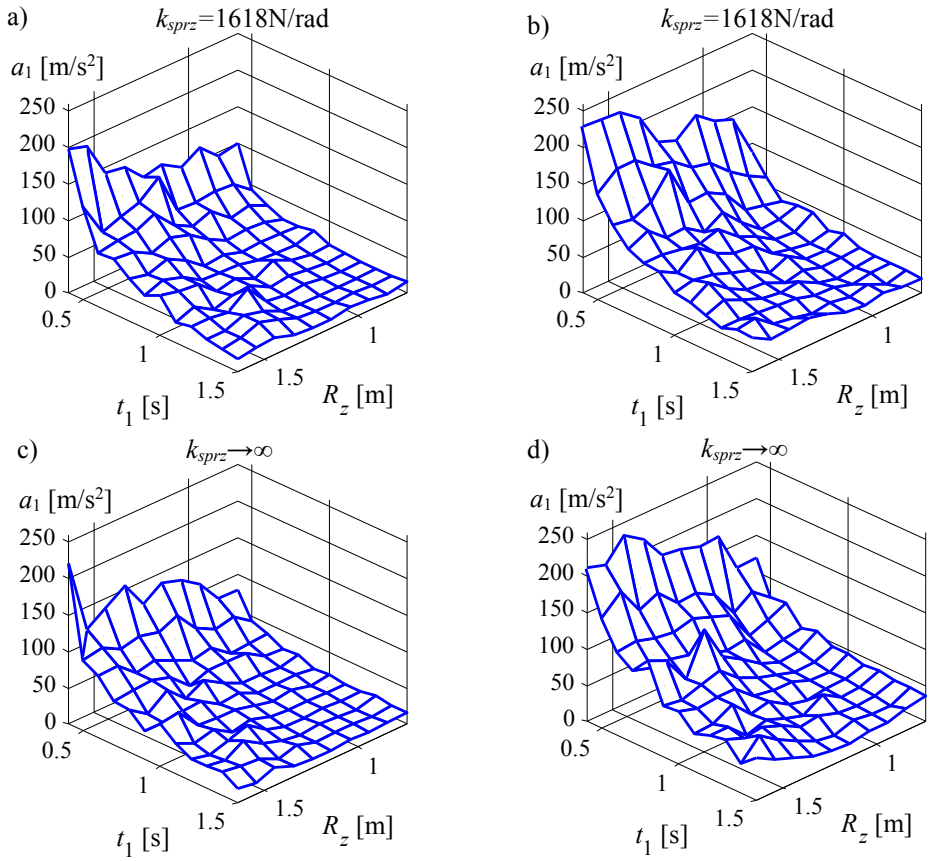
Sytuacja zmienia się diametralnie, gdy obiekt porusza się środkiem przenośnika (D_s=0.2 m). Wówczas, w układzie ze sprzęgłem, przyspieszenia obiektu nie zmieniają się znacznie w stosunku do tych, gdy D_s=0.385 m (por. rys.9.8d i rys.9.8f), a w układzie bez sprzęgła dla analogicznego porównania, przyspieszania są znacznie większe prawie w całym zakresie R_z, t_1 (por. rys.9.8c i rys.9.8e).

Wyniki przedstawione na rys.9.8 reprezentują przypadek, gdy paczka początkowo porusza się w największej odległości od osi obrotu (ograniczenia 9.2-9.4 uwzględniane tylko dla D_s=0.385m), jednak wyniki optymalizacji z uwzględnieniem obu lokalizacji (ograniczenia 9.2-9.4 uwzględniane zarówno dla D_s=0.385m jak i D_s=0m) zawierają te same przedstawione w tym podrozdziale prawidłowości.

9.4. WPŁYW SZTYWNOŚCI ZASTAWY NA WARTOŚĆ MAKSYMALNEGO PRZYSPIESZENIA SORTOWANEGO OBIEKTU

Na rys.9.9 przedstawiono wyniki maksymalnych przyspieszeń sortowanego obiektu z modelu MES dla parametrów v_t i α_{MAX} przedstawionych na rys.9.2 (uzyskanych z optymalizacji modelem BEB), gdy moduł Younga materiału zastawy jest dwukrotnie mniejszym (E=1.65GPa), jak również gdy moduł Younga jest dwukrotnie większy (E=6.6GPa) w stosunku do poliamidu PA6, zachowując tę samą masę zastawy, jak i pozostałe parametry procesu sortowania dla których przeprowadzono optymalizację modelem BEB.

Wzrost sztywności zastawy spowodował wzrost przyspieszeń, jednak zmiana była kilkukrotnie mniejsza w stosunku do zmiany sztywności zarówno dla napędu ze sprzęgłem (Rys.9.9 a-b) jak i bez sprzęgła (Rys.9.9 c-d).



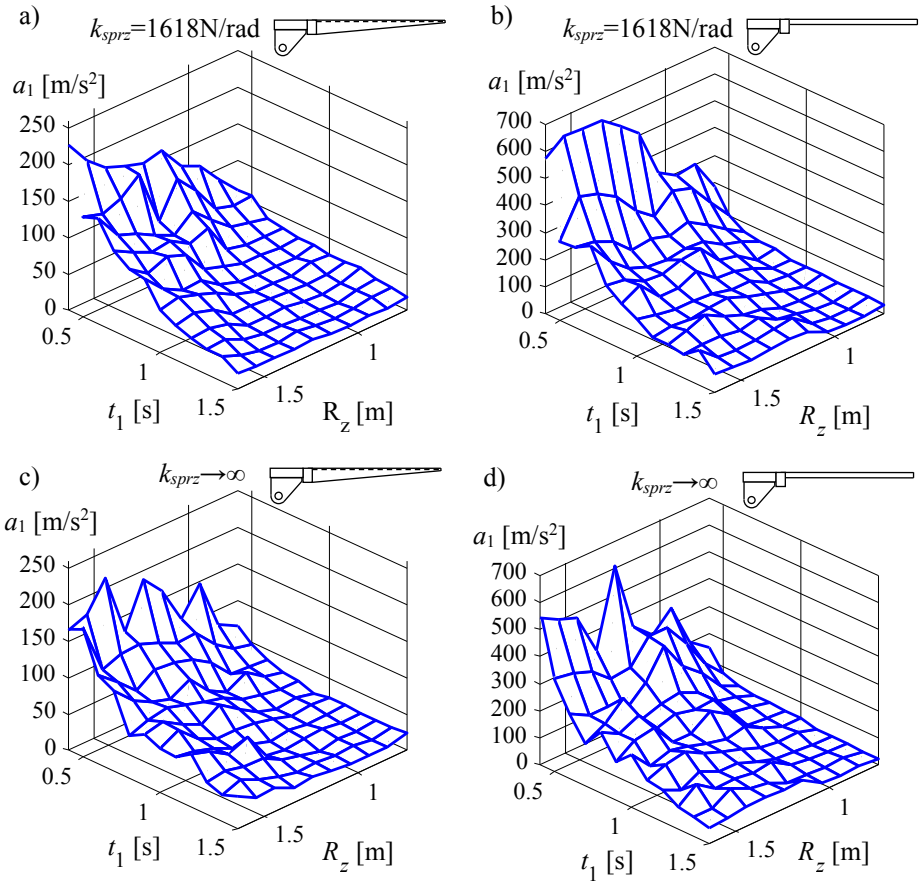
Rys.9.9. Wpływ modułu Younga zastawy na maksymalne przyspieszenia sortowanego obiektu: a,c) dla E=1.650 GPa, b), d) dla E=6.6GPa; a,b) dla układu napędowego ze sprzęgłem podatnym, c,d) dla sztywnego napędu; wyniki uwzględniają przypadek, gdy paczka początkowo porusza się w największej odległości od osi obrotu zastawy

9.5. WPŁYW KONSTRUKCJI ZASTAWY NA PROCES SORTOWANIA

Dla zastawy prostopadłościennej wyznaczono wymiary jej przekroju poprzecznego przy założeniu stałej szerokości h=0.12 m (rys.7.1, rys.8.2) oraz stosując ograniczenie γ_D-0.2R_z<0 przedstawione w formule (7.2). Następnie przeprowadzono optymalizację (modelem BEB) dla wyznaczenia parametrów v_t i α_{MAX} dedykowanych dla zastawy prostopadłościennej (nieprezentowanych w pracy). Ostatecznie przeprowadzono symulację modelem MES procesu sortowania zastawą prostopadłościenną, celem wyznaczenia maksymalnych przyspieszeń dla parametrów v_t i α_{MAX} dedykowanych dla zastawy prostopadłościennej. Dla porównania zestawiono również wyniki przyspieszenia z symulacji procesu sortowania modelem MES dla zastawy

o przekroju trapezowym i zarysie ceowym dla parametrów v_t i α_{MAX} prezentowanych na (rys.9.3) dedykowanych dla tej zastawy.

Choć sztywność dynamiczna na nieutwierdzonym końcu zastawy prostopadłościennej wyrażona, jako P_D/γ_D (równanie (3.67) i (3.68)) jest taka sama jak dla zastawy o zarysie trapezowym i przekroju ceowym, to zastawa prostopadłościenna ma znacznie większą masę, co przekłada się na kilkukrotnie wyższe wartości przyspieszeń w całym zakresie R_z-t_1, zarówno dla układu napędowego ze sprzęgłem podatnym (por. rys.9.10a i rys.9.10b) jak i bez sprzęgła (por. rys.9.10c i rys.9.10d).



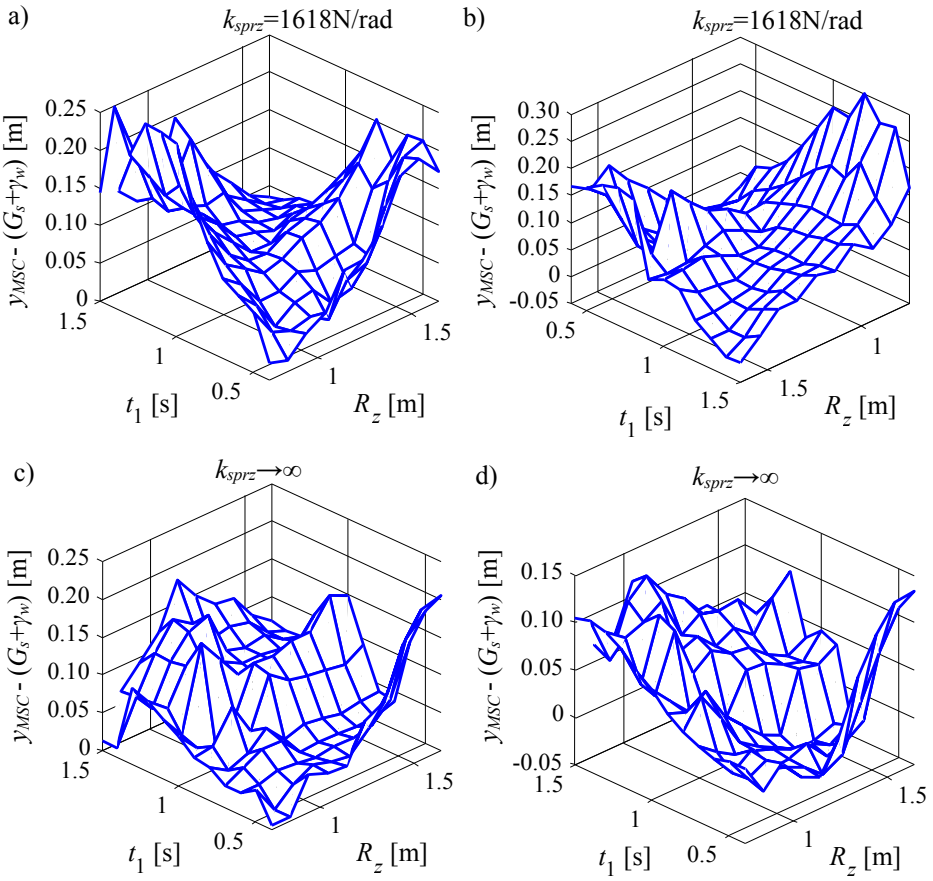
Rys.9.10. Wpływ typu konstrukcji zastawy na maksymalne przyspieszenie sortowanego obiektu, gdy: a,c) zarys podłużny zastawy jest trapezowy, przekrój poprzeczny ceowy, b,d) zarys podłużny oraz przekrój poprzeczny są prostokątne; wyniki reprezentują przypadek, gdy paczka początkowo porusza się zarówno w najmniejszej jak i największej odległości od osi obrotu zastawy

9.6. WPŁYW PARAMETRÓW EKSPLOATACYJNYCH NA PROCES SORTOWANIA

Parametry eksploatacyjne v_t oraz α_{MAX} są wyznaczane w procesie optymalizacji dla każdej konstrukcji (tj. wymiarów i kształtu zarysu wzdłużnego oraz przekroju poprzecznego) zastawy z osobna. Poprawność dokonanego w procesie optymalizacji doboru parametrów eksploatacyjnych v_t oraz α_{MAX} do danej konstrukcji zastawy można sprawdzić, zmieniając dla zdefiniowanej konstrukcji zastawy jej dedykowane parametry eksploatacyjne (v_t oraz α_{MAX}) na parametry eksploatacyjne (v_t oraz α_{MAX}) pochodzące od zastawy o innych cechach konstrukcyjnych takich jak wymiary, kształt, sztywność czy masa. Wówczas proces przeprowadzonego sortowania powinien być gorszy od tego, gdy zastawa pracuje dla swoich optymalnych parametrów eksploatacyjnych.

By to sprawdzić, przeprowadzono symulację procesu sortowania zastawą prostopadłościenną w modelu MES, celem wyznaczenia maksymalnych przyspieszeń sortowanego obiektu dla parametrów v_t i α_{MAX} (nieprezentowanych w pracy) dedykowanych dla zastawy prostopadłościennej. Dla zastawy prostopadłościennej przeprowadzono również symulację MES, gdy dobrane do symulacji parametry v_t i α_{MAX} (rys.9.3) są dedykowane dla zastawy o przekroju trapezowym i zarysie ceowym o tej samej sztywności dynamicznej (na nieutwierdzonym końcu) co zastawa prostopadłościenna.

Okazało się, że choć różnica w uzyskiwanych przez sortowany obiekt przyspieszeniach maksymalnych a_1 była nieznaczna, to podmiana parametrów eksploatacyjnych miała wpływ na poprawność przeprowadzonego procesu sortowania. Gdy parametry eksploatacyjne v_t oraz α_{MAX}, dla który symulowano proces sortowania nie odpowiadały zastawie prostopadłościennej (rys.9.11b,d), położenie y_{MSC} środka masy w kierunku prostopadłym do osi podłużnej przenośnika, w chwili zakończenia cyklu roboczego nie przekraczało szerokości przenośnika (y_{MSC}-G_s-γ_w<0, rys.8.2). Oznacza to, że obiekt nie został poprawnie zgarnięty. Choć sytuacja ta (y_{MSC}-G_s-γ_w<0) miała miejsce tylko dla niektórych argumentów R_z, t_1 (rys.9.11b,d), niemniej jednak obiekt powinien być poprawnie zgarnięty zawsze. Gdy zestaw parametrów eksploatacyjnych odpowiadał zastawie prostopadłościennej (rys.9.11a,c), współrzędna położenia y_{MSC} dla każdej pary argumentów R_z, t_1 była większa niż szerokość przenośnika (y_{MSC}-G_s-γ_w>0). Oznacza to, że zestawienie w procesie sortowania konstrukcji zastawy z dedykowanymi dla niej parametrami eksploatacyjnymi v_t oraz α_{MAX} gwarantuje poprawność zgarnięcia, tzn. pozwala zawsze na umieszczenie ładunku w strefie jego odbioru.

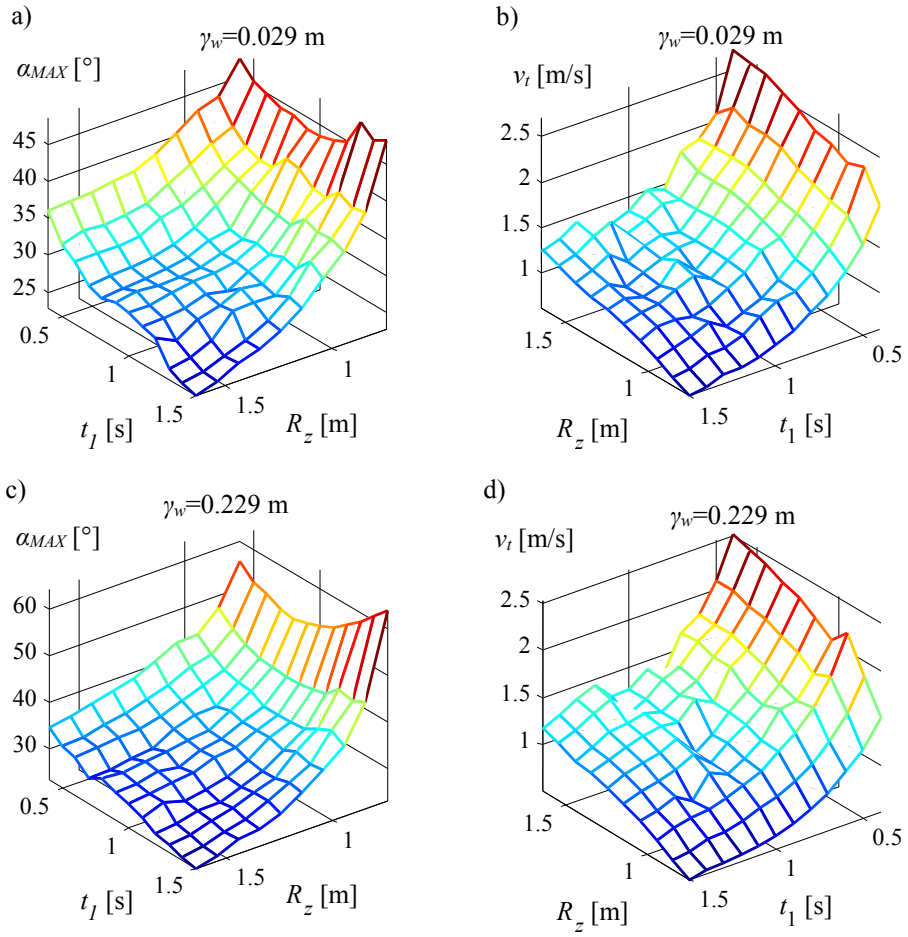


Rys.9.11. Wpływ parametrów eksploatacyjnych v_t i α_{MAX} sortera wyposażonego w zastawę prostopadłościenną, na przemieszczenie środka ciężkości paczki x_{MSC}, y_{MSC} poza krawędź przenośnika o szerokości G_s+γ_w gdy: a,c) do sortowania użyto parametrów v_t i α_{MAX} zoptymalizowanych dla zastawy prostopadłościennej, b,d) gdy użyto innych parametrów v_t i α_{MAX}, tzn. dedykowanych dla zastawy o zarysie trapezowym i przekroju ceowym; wyniki reprezentują przypadek, gdy paczka początkowo porusza się zarówno w najmniejszej jak i największej odległości od osi obrotu zastawy

9.7. WPŁYW ODSUNIĘCIA PŁASZCZYZNY ROBOCZEJ ZASAWY OD JEJ OSI OBROTU NA PROCES SOROTWANIA

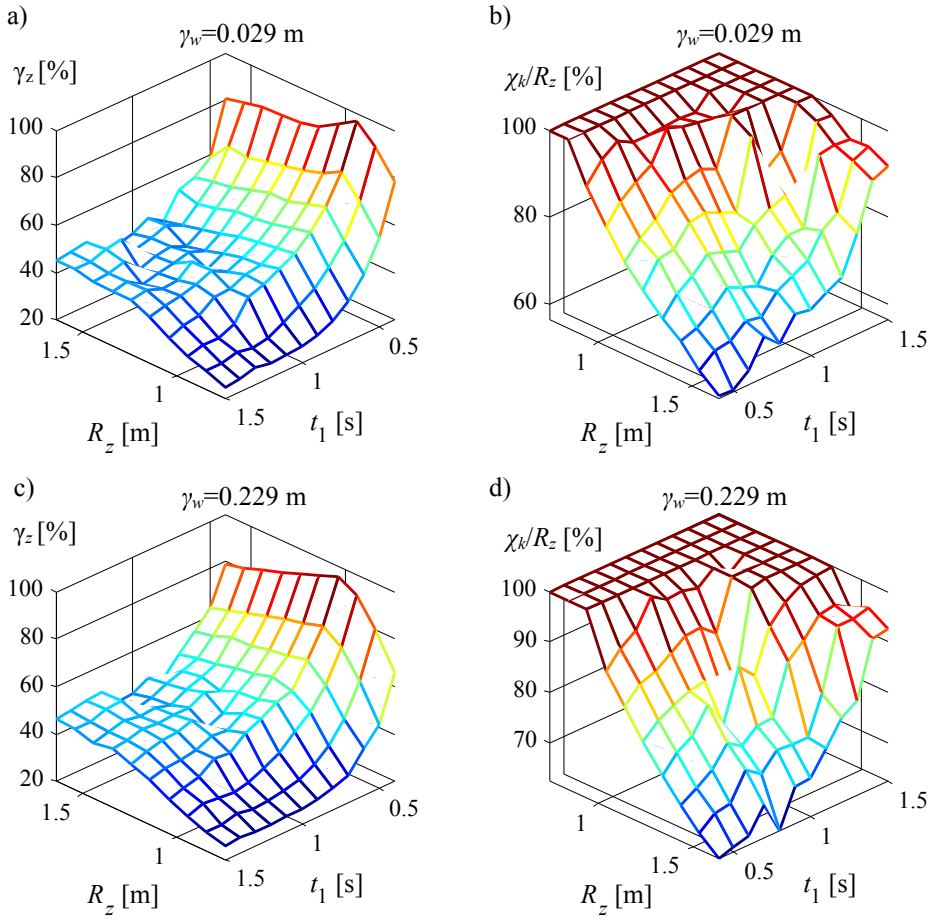
Przeprowadzono optymalizację procesu sortowania dla dwóch wartości γ_w=(0.029, 0.229) m odsunięcia powierzchni roboczej zastawy od jej osi obrotu (rys.8.2). Szerokość przenośnika wyrażona parametrem G_s (rys.8.2) oraz odległość D_s krawędzi paczki od płaszczyzny roboczej zastawy pozostawała w symulacji zawsze stała bez względu na obraną wartość γ_w. Element podatny w układzie napędowym (k_{sprz}=1618 N/rad) powoduje, że nie można wyznaczyć

rozwiązań dopuszczalnych przy γ_w=0.229, wg ograniczeń (9.2)-(9.4), dla całego zakresu (9.9) i (9.8) argumentów R_z i t_1. Dlatego skupiono się wyłącznie na przypadku, gdy w zespole napędowym nie występuje element podatny, a napęd jest całkowicie sztywny (realizuje bez uchybu zadany przebieg ruchu kątowego wg równania (8.1)). Duże różnice pomiędzy optymalnymi parametrami eksploatacyjnymi są widoczne dla maksymalnego kąta wychylenia zastawy α_{MAX} (rys.9.12a, rys.9.12c).



Rys.9.12. Parametry pracy manipulatora, gdy w napędzie zastawy nie pośredniczy sprzęgło: a-b) kąt maksymalnego wychylenia zastawy oraz prędkość przenośnika, gdy płaszczyzna robocza zastawy jest odsunięta od jej osi obrotu o γ_w=0.029 m, c-d) kąt maksymalnego wychylenia zastawy oraz prędkość przenośnika, gdy płaszczyzna robocza zastawy jest odsunięta od jej osi obrotu o γ_w=0.229 m; wyniki reprezentują przypadek, gdy paczka początkowo porusza się zarówno w najmniejszej jak i największej odległości od osi obrotu zastawy

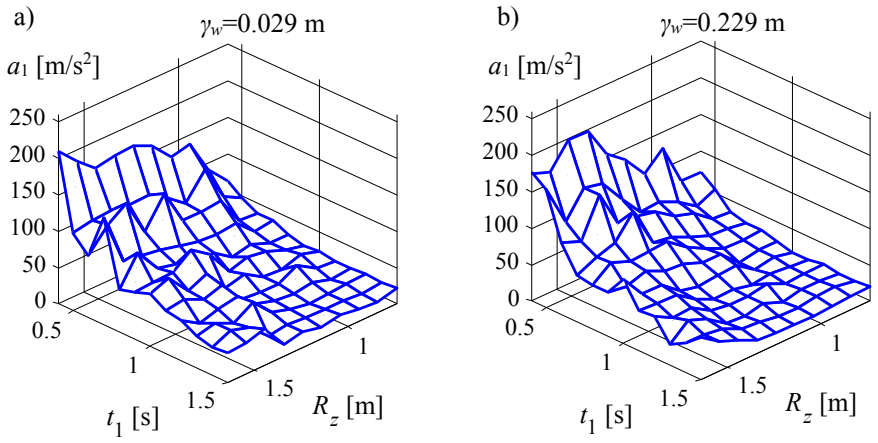
Gdy parametr γ_w=0.229 m, kąty optymalne α_{MAX} maksymalnego wychylenia zastawy są większe w całym rozpatrywanym zakresie argumentów R_z i t_1 (por. rys.9.12a i rys.9.12c) w stosunku do sytuacji, gdy paramer γ_w=0.029 m.



Rys.9.13. Wpływ odsunięcia γ_w płaszczyzny roboczej zastawy od jej osi obrotu na: a) maksymalne ugięcie względne końca zastawy wynoszące 100% gdy jest równe $0.2R_z$, dla γ_w=0.029 m, b) względną odległość punktu kontaktu χ_k od utwierdzonego końca zastawy dla chwili maksymalnego ugięcie zastawy, gdy γ_w=0.029 m, c) maksymalne ugięcie względne końca zastawy odniesione do $0.2R_z$, gdy γ_w=0.229 m, d) względną odległość punktu kontaktu χ_k od utwierdzonego końca zastawy dla chwili maksymalnego ugięcia zastawy, gdy γ_w=0.229m; wyniki reprezentują przypadek, gdy paczka początkowo porusza się zarówno w najmniejszej jak i największej odległości od osi obrotu zastawy

Dla γ_w=0.029 m występuje niewielki wzrost optymalnych prędkości transportowania v_t przenośnika dla małych wartości czasu t_1 (por. rys.9.12b i rys.9.12d). Różnice pomiędzy wartościami maksymalnych przyspieszeń obiektu (por. rys.9.14a i rys.9.14b), podobnie jak maksymalnego ugięcia końca zastawy (por. rys.9.13a i rys.9.13c) są niewielkie. Niewielkie są również różnice odległości punktu kontaktu od utwierdzenia zastawy w chwili maksymalnego jej ugięcia (por. rys.9.13b i rys.9.13d).

Dlatego duża wartość γ_w nie jest uzasadniona w kontekście minimalizacji oddziaływań dynamicznych na sorowany obiekt oraz redukcji uzyskiwanych maksymalnych ugięć podatnej zastawy.



Rys.9.14. Wpływ odsunięcia γ_w płaszczyzny roboczej zastawy od jej osi obrotu na maksymalne przyspieszenia sortowanego obiektu: a) dla γ_w=0.029m, b) dla γ_w=0.229m; wyniki reprezentują przypadek, gdy paczka początkowo porusza się zarówno w najmniejszej jak i największej odległości od osi obrotu zastawy

10. WNIOSKI

10.1. PODSUMOWANIE GŁÓWNEJ CZĘŚCI ROZPRAWY ORAZ KONKLUZJA ODNOŚNIE DO CELÓW I HIPOTEZ ROZPRAWY

W pracy zaprezentowano nowatorskie podejście doboru konstrukcji zastawy aktywnej o ruchu obrotowym oraz nastaw eksploatacyjnych urządzenia rozdzielczego, minimalizujących ryzyko uszkodzenia sortowanego obiektu dla określonej wydajności sortowania. Wyniki przedstawiono w szerokim zakresie długości zastawy oraz czasu jej ruchu roboczego skojarzonego z wydajnością sortowania.

Na podstawie wyników optymalizacji procesu sortowania przedstawionych w rozdziale 9 można stwierdzić, iż nastawy eksploatacyjne, tj. prędkość przenośnika oraz maksymalny kąt wychylenia wykazują silną korelację z długością zastawy oraz czasem cyklu roboczego. Wydłużenie zastawy i czasu cyklu roboczego powoduje zmniejszenie kąta maksymalnego wychylenia, a skrócenie cyklu roboczego i wydłużenie zastawy powoduje wzrost prędkości unoszenia przenośnika. Zastąpienie zastawy prostopadłościennej, lżejszą zastawą o przekroju ceowym i zarysie trapezowym pozwoliło na znaczne zmniejszenie oddziaływań dynamicznych wywieranych na sortowane obiekty. Dalsze zmniejszenie uzyskano stosując zastawę bardziej podatną. Zawodność zgarnięcia obserwowana była tylko wówczas, gdy zastawa o ustalonej konstrukcji była symulowana przy parametrach eksploatacyjnych wyznaczonych dla innej konstrukcji. W związku z powyższym można uznać, iż pierwszy punkt hipotezy (określony w rozdziale 2) jest słuszny.

W tej pracy wykonano dwa modele procesu sortowania, które uwzględniają wymiary oraz parametry materiałowe rzeczywistego systemu sortującego. Pierwszy model oparty jest o nieważką Belkę Eulera-Bernulliego, który wykazał dużą zgodność z wynikami badań eksperymentalnych (rozdział 8) w zakresie prędkości, położenia i odkształcenia, drugi oparty o model MES w środowisku LS-DYNA, który wykazał dużą zgodność z eksperymentem w zakresie prędkości, położenia odkształcenia, jak również przyspieszenia (rozdział 8). Pierwszy model pozwala na szybkie symulowanie ruchu paczki, potwierdzające poprawność doboru nastaw procesu sortowania, a drugi model ponadto pozwala uzyskać wartość reakcji dynamicznych wywieranych na zgarnianie obiekty. Wnioski przedstawione w tym akapicie potwierdzają punkt drugi hipotezy.

W podrozdziale 3.2.2.2 wykazano, iż minimalizacja masy podatnej zastawy łagodzi oddziaływania dynamiczne w obiekcie uderzającym, aż do minimalnej wartości siły wynikającej ze strzałki dynamicznego ugięcia sprężystego nieważkiej zastawy. Ponadto, w podrozdziale 3.2.2.6 wykazano, iż

udział podatności zastawy w łagodzeniu skutków zderzenia jest tym większy im mniejsza jest jej masa i im wyższa jest podatność lokalna. Wykorzystując te informacje, opracowano podany w rozdziale 7 algorytm optymalizacji konstrukcji zastawy, wykorzystując do szacowania maksymalnego ugięcia dynamicznego, model uderzenia obiektu plastycznego w wspornikową belkę podatną (podrozdział 3.2.2.5). Wyznaczoną w ten sposób optymalną konstrukcję zastawy porównano w kontekście maksymalnych przyspieszeń obiektu z zastawą o tej samej masie, lecz bardziej sztywną, oraz o tej samej sztywności dynamicznej, lecz większej masie. W obu przepadkach konstrukcja optymalna pozwalała uzyskać najbardziej łagodny przebieg procesu zderzenia z sortowanym obiektem, co potwierdza trzeci punkt hipotezy.

Satysfakcjonujące wyniki badań numerycznych i eksperymentalnych przebiegu procesu sortowania, pozwalają uznać, że główny cel rozprawy (rozdział 2), dotyczący opracowania oryginalnej metody wyznaczania cech geometryczno-materiałowo-dynamicznych podatnej zastawy aktywnej ze względu na minimalizację reakcji dynamicznych, skuteczność i wydajność przebiegu procesu przekierowywania potoku obiektów został zrealizowany oraz że, wykazano słuszność stawianych hipotez.

10.2. OGRANICZENIA I KRYTYCZNA REFLEKSJA NA TEMAT ZAPROPONOWANEGO ROZWIĄZANIA

Optymalizacja konstrukcji zastawy (rozdział 7) zakłada ustalony kształt przekroju poprzecznego (tzn. przekrój ceowy), dlatego minimalizacja jej masy nie ma charakteru globalnego, tzn. zapewne istnieje konstrukcja o mniejszej masie niż ta wyznaczona dla przekroju ceowego, gdy nie są nałożone ograniczenia na kształt przekroju. Jest to cena za mniejszą kłopotliwość w modelowaniu i wytworzeniu konstrukcji o przekroju ceowym, a także zmniejszenia nakładów obliczeniowych w samej optymalizacji konstrukcji zastawy jak i symulacji procesu sortowania modelem MES.

Model sortowanego obiektu ograniczono do prostopadłościanu, jak większość opakowań zewnętrznych wielu produktów oraz przesyłanych dóbr w transakcji na odległość. Modelowanie sortowanego obiektu w postaci innej bryły wymagałoby opracowania nowych warunków kontaktu z zastawą w modelu BEB.

Obiekt w modelu MES procesu sortowania został opracowany, tak by w zderzeniu z zastawą, odkształceniu ulegał zasadniczo tylko materiał przeciwwstrząsowy stanowiący jego zewnętrzną warstwę (podrozdział 4.2). Jest to prawidłowe założenie wówczas, gdy materiał przeciwwstrząsowy ma dużo większą podatność od zawartości, którą chroni, co potwierdzają wyniki eksperymentu (rys.8.6-rys.8.8). Gdyby odkształceniu podczas zderzenia miała ulegać cała konstrukcja sortowanego obiektu, wymagałoby to jej dokładnego odtworzenia w modelu MES, co znacznie spowolniłoby symulację.

Położenie środka tarcia w modelu BEB jest stacjonarne i znajduję się w rzucie pionowym środka masy na powierzchnię kontaktu, choć warunki stacjonarności dla środka tarcia w rzeczywistym procesie sortowania na ogół nie są spełnione (podrozdział 3.2.1.2). Jest to cena założenia niezmiennego kształtu powierzchni granicznej, a co za tym idzie, możliwości opisu analitycznego zagadnienia tarcia w ruchu płaskim sortowanego obiektu na przenośniku.

10.3. WKŁAD DO ROZWOJU WIEDZY W DYSCYPLINIE INŻYNIERIA MECHANICZNA

Podstawowym osiągnięciem pracy jest opracowanie metody optymalizacji procesu sortowania, dostarczającej nową wiedze w zakresie określenia wytycznych niezbędnych podczas formułowania założeń konstrukcyjnych zastawy podatnej i opracowania zaleceń koniecznych do optymalnego sterowania procesem roboczym manipulatora.

Z zaproponowanej metody, przeprowadzonych analiz i eksperymentów wynikają dotychczas nieznane prawidłowości:

- Jeśli podatna zastawa jest odpowiednio lekka, tzn. lżejsza od sortowanego obiektu, to trajektoria obiektu nie zależy od jego sztywności w miejscu kontaktu lecz jest kontrolowana sztywnością ogólną (sztywnością konstrukcji zastawy) oraz siłami tarcia. Jest tak, ponieważ wyniki symulacji modelu BEB, który nie uwzględnia efektów lokalnych w zderzeniu, pokrywają się zarówno z wynikami MES jak również eksperymentu. Potwierdza to także eksperyment pokrywania się trajektorii tego samego obiektu z i bez materiału przeciwwstrząsowego.
- Konstrukcyjne odsunięcie γ_w płaszczyzny roboczej zastawy od jej osi obrotu w kierunku prostopadłym, nie ma wpływu na uzyskiwane wartości maksymalnego przyspieszenia obiektu. Natomiast, zbyt duża wartość γ_w ogranicza obszar rozwiązań spełniających ograniczenia optymalizacji, dlatego nie zaleca się zbyt dużej wartości γ_w.
- Obecność elementu podatnego w układzie napędowym lub podatność samego napędu wpływa korzystnie na złagodzenie uzyskiwanych przyspieszenia zwłaszcza, gdy sortowany obiekt porusza się środkiem przenośnika.
- Maksymalne ugięcie zastawy podczas procesu sortowania (rys.9.8a) można oszacować modelem zderzenia obiektu plastycznego z podatną belką wspornikową (podrozdział 3.2.2.5).
- Im mniejsza masa i sztywność zastawy tym mniejsze ryzyko uszkodzenia zawartości paczki, jednak obniżenie sztywności zastawy podlega ograniczeniu, którym jest niezawodność zgarnięcia paczki.
- W celu zminimalizowania masy zastawy, wymagane jest zastosowanie materiału o wysokim wskaźniku materiałowym U_{Rp} (równanie 7.18) oraz

takim rozkładzie masy w zarysie podłużnym i przekroju poprzecznym, by naprężenia średnie materiału zastawy były bliskie maksymalnym. Wówczas, materiał pochłania i rozprasza największą ilość energii zderzenia, bez zniszczenia konstrukcji. Można to osiągnąć, np. przez zastosowanie tworzywa sztucznego o wysokiej granicy plastyczności, niskim module Younga i gęstości oraz geometrii o wzdłużnym zarysie stałonaprężeniowym i koncentracji masy możliwie blisko brzegów przekroju poprzecznego, uwzględniając wówczas również naprężenia tnące w przekroju.

Ostatni wniosek może być zastosowany wszędzie tam, gdzie układ ma za zadanie jednorazowo pochłonąć i rozproszyć założoną energię oddziaływań dynamicznych przy minimalnej masie jego konstrukcji. Dla przykładu, w przypadku bardzo lekkiej śrubowej sprężyny cylindrycznej konsekwencją ostatniego wniosku jest, by (uwzględniając ograniczenia technologiczne) jej zwoje wykonać z rury zamiast z pręta.

W pracy zaproponowano również nowe równania dla analitycznego wyznaczania siły i momentu tarcia w ruchu płaskim, jak również oryginalną metodę wyznaczenia takiej wartości siły zewnętrznej przyłożonej do obiektu mimośrodowo, która powoduje przejście obiektu ze stanu tarcia statycznego w kinetyczne.

10.4. PERSPEKTYWA KONTYNUACJI BADAŃ

W tej pracy, funkcja celu związana jest z modelem BEB, w którym szacowana jest siła dynamiczna działająca na paczkę, wynikająca ze sprężystego ugięcia zastawy oraz sił tarcia. Bardziej dokładne oszacowanie oddziaływań dynamiczny na sortowany obiekt pozwala uzyskać model MES. Ponieważ model BEB pozwala wyznaczyć prędkość zderzenia i chwilę czasową, w której do niego dochodzi, to symulację modelem MES można uruchomić tylko na czas pierwszego zderzenia obiektu z zastawą z predefiniowanymi na podstawie modelu BEB wartościami położenia oraz prędkości zastawy i sortowanego obiektu (zamiast symulować cały proces sortowania). Wówczas model MES pozwalałby uzyskać bardziej wiarygodną wartość funkcji celu, model BEB natomiast nadal pozwalałby na sprawdzenie realizacji ograniczeń optymalizacji.

W pracy założono równość czas cyklu roboczego i powrotnego zastawy, uzyskując maksymalną wydajność procesu sortowania W_t=4500szt./min (rys.9.6, rys.9.7). Dalsze zwiększenie wydajności można uzyskać formułując warunki dla napędu oraz konstrukcji zastawy, pozwalające do minimum skrócić czas cyklu powrotnego zastawy.

LITERATURA

[1] Adams M. J., Johnson S. A i inni, 2013. Finger pad friction and its role in grip and touch. Journal of The Royal Society Interface 10(80), 1-20.

[2] Ambur D. R., Starnes J. H., Prased C. B., 1993. Influence of transverse-shear and large-deformation effects on the low-speed impact response of laminated composite plates. NASA Technical Memorandum 107753, Hampton, Virginia.

[3] Amirpour Leon, 2017. Modeling and control for object manipulation via in-hand pivoting. Master's thesis in Systems, Control and Mechatronics, Gotheburg, Szwecja, 1-80.

[4] Araujo M., Lages E., Cavalcante M., 2020. Checkerboard free topology optimization for compliance minimization applying the finite-volume theory. Mechanics Research Communications 108, 1-9.

[5] Ashby M. F., 2011. Materials selection in mechanical design. Elsevier, Burlington, USA.

[6] Bagherpoor T., Xuemin L., 2017. Structural Optimization Design of 2MW Composite wind turbine blade. Energy Procedia 105, 1226-1233.

[7] Beghinia L., Beghinib A., Katzb N., Bakerb W., Paulino G., 2014. Connecting architecture and engineering through structural topology optimization. Engineering Structures 59, 716-726.

[8] Belfkira Z., Mounir H., El Marjani A., 2020. Structural optimization of a horizontal axis wind turbine blade made from new hybrid composites with kenaf fibers. Composite Structures 260, 1-16.

[9] Bernardou M., Boisserie J. M., 1982. The finite element method in thin shell theory: application to arch dam. Simulation Progress in Scientific Computing book series 1, Birkhäuser, Boston.

[10] Bhaduri A., 2018. Mechanical properties and working of metals and alloys. Springer Series in Materials Science book series 264.

[11] Bhattacharjee A., Chatterjee A., 2018. Transverse impact of a Hertzian body with an infinitely long Euler-Bernoulli beam. Journal of Sound and Vibration 429, 147-161.

[12] Boysen N,, Briskorn D., Fedtke S., 2019. Automated sortation conveyors: A survey from an operational research perspective. European Journal of Operational Research 276. 796-815.

[13] Cardarelli F., 2018. Materials handbook: A concise desktop reference, third edition. Springer, Cham.

[14] Ceccarelli M., 2004. Fundamentals of mechanics of robotic manipulation. International Series on Microprocessor-Based and Intelligent Systems Engineering book series 27.

[15] Chapelle D., Bathe K., 2011. The finite element analysis of shells – fundamentals. Computational Fluid and Solid Mechanics book series, Springer, Berlin.

[16] Chavan-Dafle N., Holladay R., Rodriguez A., 2019. In-hand manipulation via motion cones. International Conference: Robotics, Science and Systems, Cambridge, 1-10.

[17] Chavan-Dafle N., Rodriguez A., 2015. Prehensile pushing: In-hand Manipulation with Push-Primitives. International Conference on Intelligent Robots and Systems, Hamburg, 6215-6222.

[18] Chavan-Dafle N., Rodriguez A., Stable prehensile pushing: In-hand manipulation with alternating sticking contacts. International Conference on Robotics and Automation, Brisbane, Australia, 1-8.
[19] Dahmen S. R., Farkas Z., Hinrichsen H., Wolf D. E., 2005. Macroscopic diagnostics of microscopic friction phenomena. Physical Review E covering statistical, nonlinear, biological, and soft matter physics 71(6), 1-6.
[20] Dheepak P., Periyasamy S., 2009. Finite Element Analysis of Shell Like Structures Using Implicit Boundary Method, University of Florida.
[21] Doyle, J. F., 1984. An experimental method for determining the dynamic contact law. Experimental Mechanics 24, 10-16.
[22] Ebrahimian M., Todorovska M., 2013. Wave propagation in a timoshenko beam building model. Journal of Engineering Mechanics 140(5), 1-11.
[23] Ewaluacja danych pomiarowych pomiarowych: Przewodnik wyrażania niepewności pomiaru, CGM 100:2008 GUM 1995 wersja poprawiona.
[24] Fakhari A., Kao I., Keshmiri M., 2019. Modeling and control of planar slippage in object manipulation using robotic soft fingers. ROBOMECH Journal 6, art. num. 15, 1-11.
[25] Fakhari A., Keshmiri M., Kao I., 2016. Development of realistic pressure distribution and friction limit surface for soft-finger contact interface of robotic hands. Journal of Intelligent & Robotic Systems 82(1), 39-50.
[26] Fakhari A., Keshmiri M., Kao I., Jazi S. H., 2016. Slippage control in soft finger grasping and manipulation. Advanced Robotics 30(2), 97-108.
[27] Fakhari Amin, Keshmiri Mehdi, Keshmiri Mohammad, 2014. Dynamic modeling and slippage analysis in object manipulation by soft fingers. ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Montreal, Quebec, Canada, 1-10.
[28] Farkas Zeno, Bartels Guido, Unger Tamas, Wolf Dietrich E., 2003. Frictional coupling between sliding and spinning motion. Physical Review Letters 90(24), 1-5.
[29] Fedtke S., Boysen N., 2012. Layout planning of sortation conveyors in parcel distribution centers. Working Papers in Supply Chain Management, University of Jena, 1-30.
[30] Ferrari F., Ole Sigmund O., 2020. Towards solving large-scale topology optimization problems with buckling constraints at the cost of linear analyses. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 363, 1-19.
[31] Ferro N., Stefano Micheletti S., Perotto S., 2020. An optimization algorithm for automatic structural design. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 372, 1-29.
[32] Geffen V., 2009. A study of friction models and friction compensation. Technische Universiteit Eindhoven, *http://mate.tue.nl/mate/pdfs/11194.pdf*, dostęp 26.03.2021
[33] Goyal S., 1989. Planar sliding of rigid body with dry friction: Limit surface and dynamics of motion. A Dissertation Presented to the Faculty of the Graduate School, Cornell University.
[34] Goyal S., Ruina A., Papadopoulos J., 1991. Planar sliding with dry friction. Part 1. Limit surface and moment function, Wear 143(2), 307-330.
[35] Goyal S., Ruina A., Papadopoulos J., Planar sliding with dry friction. Part 2. Dynamics of motion, Wear 143(2), 331-352.

[36] Graham R. L., Knuth D. E., Patashnik O., 1994. Concrete mathematics: a foundation for computer science, Addison-Wesley Publishing Company.
[37] Gryboś R., 1969. Teoria uderzenia w dyskretnych układach mechanicznych. PWN, Warszawa.
[38] Hak Min Lee H., Kwon O., 2020. Performance improvement of horizontal axis wind turbines by aerodynamic shape optimization including aeroealstic deformation Renewable Energy 147, 2128-2140.
[39] He Y., Cai K., Zhao Z., Xie Y., 2020. Stochastic approaches to generating diverse and competitive structural designs in topology optimization. Finite Elements in Analysis and Design 173, 1-9.
[40] Hou Y., Jia Z., Johnson A. M., Mason M. T., Robust planar dynamic pivoting by regulating inertial and grip forces. Algorithmic Foundations of Robotics XII, Pittsburgh, USA, 464-479.
[41] Howe Robert D., Cutkowsky Mark R., 1996. Practical force-motion models for sliding manipulation. The International Journal of Robotics Research 15(6), 557-572.
[42] Jia, T., Sun N., Cao M. 2008. Moving object detection based on blob analysis. IEEE International Conference on Automation ad Logistics, Qingadao, China 322-325.
[43] Jorge López J., Anitescu C., Rabczuk T., 2020. CAD-compatible structural shape optimization with a movable Bézier tetrahedral mesh. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 367, 1-27.
[44] Kao Imin, Lynch Kevin, Burdick Joel W., 2008. Contact modeling and manipulation. Springer Handbook of Robotics, 647-669.
[45] Kardan I., Kabganian M., Abiri R., Bagheri M., 2013. Stick-slip conditions in the general motion of a planar rigid body. Journal of Mechanical Science and Technology 27(9), 2577-2583.
[46] Khushalania D., Vaibhav D., Dubey V., Bheley P. Kalambea J., Pandea R., Patrikar R., 2015. Design optimization & fabrication of micro cantilever for switching application, Sensors and Actuators A: Physical 225, 1-7.
[47] Langelaar M., 2019. Topology optimization for multi-axis machining. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 351, 226-252.
[48] Li Q., Popov V. L.,. 2017. Normal line contact of finite-length cylinders. Facta Universitatis, Mechanical Engineering, 15(1), 63-71.
[49] Li W., Suryanarayana P., Paulino G., 2020. Accelerated fixed-point formulation of topology optimization: Application to compliance minimization problems. Mechanics Research Communications 103, 1-7.
[50] Lim J., You C., Dayyani I., 2020. Multi-objective topology optimization and structural analysis of periodic spaceframe structures. Materials & Design 190, 1-16.
[51] Liu B., Jiang C., Li G. , Huang X., 2020. Topology optimization of structures considering local material uncertainties in additive manufacturing. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 360, 1-22.
[52] Liu H., Tian Y. Zong H., Ma Q., Wang M.,Zhang L., 2019. Fully parallel level set method for large-scale structural topology optimization. Computers and Structures 221, 13-27.
[53] LIVERMORE SOFTWARE TECHNOLOGY CORPORATION, 2014. LS-DYNA keyword user's manual volume I R7.1.

http://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/jday/manuals/LS-DYNA_manual_Vol_I_R7.1.pdf (data pobrania 19.12.2020).
[54] LIVERMORE SOFTWARE TECHNOLOGY CORPORATION, 2014. LS-DYNA keyword user's manual volume II material models R7.1. http://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/jday/manuals/LS-DYNA_manual_Vol_II_R7.1.pdf (data pobrania 19.12.2020).
[55] Luo Y., Bao J., 2019. A material-field series-expansion method for topology optimization of continuum structures. Computers and Structures 225, 1-12.
[56] Lynch K. M., 1999. Locally controllable manipulation by stable pushing. IEEE Transactions on Robotics and Automation 15(2), 318-327.
[57] Lynch K. M., Maekawa H., Tanie K., 1992. Manipulation and active sensing by pushing using tactile feedback. International Conference on Intelligent Robots and Systems, Raleigh, NC, USA.
[58] Lynch K. M., Mason M. T., 1996. Stable Pushing: mechanics, controllability, and planning. The International Journal of Robotics Research 15(6), 533-556.
[59] Madenci E., Guven I., 2015. The finite element method and applications in engineering using ANSYS, Springer, Boston.
[60] Mangasarian O. L., Fromovitz S., 1967. The Fritz John necessary optimality conditions in the presence of equality and inequality constraints. Journal of Mathematical Analysis and Applications 17(1), 37-47.
[61] Marques F, Flores P, Claro J., Lankarani H. M., 2016. A survey and comparison of several friction force models for dynamic analysis of multibody mechanical systems. Nonlinear Dynamics 86, 1407-1443.
[62] Martina A., Deierlein G., 2020. Structural topology optimization of tall buildings for dynamic seismic excitation using modal decomposition. Engineering Structures 216, 1-17.
[63] Mason M. T., 1986. Mechanics and planning of manipulator pushing operations. The International Journal of Robotic Research 5(3), 53-71.
[64] Materiały informacyjne firmy Apollo. Sliding shoe sorter. *http://szjwsb.cn/en/proshow_33.html*. (data dostępu 26.02.2021)
[65] Materiały informacyjne firmy Bastian Solutions. *https://www.bastiansolutions.com/* (data dostępu 26.02.2021)
[66] Materiały informacyjne firmy Beumer Group. High capacity tilt-tray sorting. *https://www.beumergroup.com/i/bg-sorter-et-tilt-tray-15869/* (data dosępu 26.02.2021)
[67] Materiały informacyjne firmy Conyeyco. High push tray sorters: Use case, cost, and other considerations. *https://www.conveyco.com/push-tray-sorters-considerations/* (data dostępu 26.02.2021)
[68] Materiały informacyjne firmy Hytrol. Right angle sortation. *https://hytrol.com/Products/Sortation/Right-Angle-Sorter* (data dostępu 26.02.2021)
[69] Materiały informacyjne firmy Simens. The cross-belt sorter platform VarioSort EXB processes a large range of parcel sizes. *https://www.siemens-logistics.com/en/parcel-logistics/sorting* (data dosępu 26.02.2021)
[70] McGuire P. M., 2010. Conveyors: Application, selection, and integration. CRC Press Taylor & Francis Group.
[71] Meijaard J. 2007. Lateral impacts on flexible beams in multibody dynamics simulations. Symposium on Multiscale Problems in Multibody System Contacts

[72] Mirzendehdel A., Behandish M., Nelaturi S., 2020. Topology optimization with accessibility constraint for multi-axis machining. Computer-Aided Design 122, 1-16.
[73] Mittal R. K., 1989. A closed form solution for the response of a long elastic beam to dynamic loading. Archive of Applied Mechanics 60, 41-50 .
[74] Moeslund T. B. 2012. Introduction to video and image processing: building real systems and applications. Undergraduate Topics in Computer Science book series, Aalborg, Dania.
[75] Mohebbi A., Achiche S. , Baron L., 2019. Integrated and concurrent detailed design of a mechatronic quadrotor system using a fuzzy-based particle swarm optimization. Engineering Applications of Artificial Intelligence 82, 192-206.
[76] Moore S., Ruppert M., Yong Y., 2019. An optimization framework for the design of piezoelectric AFM cantilevers. Precision Engineering 60, 130-142.
[77] Nana A., Cuillière J., Francois V., 2017. Automatic reconstruction of beam structures from 3D topology optimization results. Computers and Structures 189, 62-82.
[78] Negrea A., Predoi M. V., 2012. The elastic contact of a sphere with an elastic half-space, a comparision between analytical and finite element solutions. U.P.B. Sci. Bull., Series 74(4), 69-78.
[79] Osiński Z., 1999. Podstawy konstrukcji maszyn. Wydawnictwo Naukowe PWN.
[80] Osowski P., 2018. Badanie teoretyczne i doświadczalne wybranych materiałów w procesie konstruowania opakowań narażonych na obciążenia spowodowane zderzeniem, Rozprawa Doktorska, Wydawnictwa Uczelnianie UTP.
[81] Osowski P., Wolski M., Piątkowski T., 2017. Veryfication of velocity mesurment methods by high speed camera and accelerometer on example of impact tester, 23rd International Conference Engineering Mechanics: Svratka, Czech Republic, 742-745.
[82] Ozkaya N.,Nordin M., Goldsheyder D., Leger D., 2012. Fundamentals of biomechanics, fourth edition. Springer, Cham.
[83] Perez-Cruz A., Dominguez-Gonzalez A., Stiharu I., Osornio-Rios R., 2012. Optimization of Q-factor of AFM cantilevers using genetic algorithms. Ultramicroscopy 115, 61-67.
[84] Piątkowski T., 2004. Aktywna zastawa obrotowa z napędem pneumatycznym. Pneumatyka 4(47), 24-27.
[85] Piątkowski T., 2010. Active fence with flexible link. Journal of Theoretical and Applied Mechanics 48(1), 87-109.
[86] Piątkowski T., 2011. Badania i analiza właściwości użytkowych manipulatorów sortujących. Logistyka 6, 3385-3396.
[87] Piątkowski T., 2014. Dahl and LuGre dynamic friction models — The analysis of selected properties. Mechanism and Machine Theory 73, 91-100.
[88] Piątkowski T., 2014. GMS friction model approximation. Mechanism and Machine Theory 75, 1-11.
[89] Piątkowski T., 2019. Modelowanie zjawiska tarcia suchego w procesie pozycjonowania i sortowania małogabarytowych obiektów. Wydawnictwa Uczelniane UTP.
[90] Piątkowski T., Sempruch J., 2005. Modelling of curvilinear scraper arm geometry. Archive of Mechanical Engineering 52(3), 221-243.

[91] Piątkowski T., Sempruch J., 2006. Active fence with flexible element in a drive system. Archive of Mechanical Engineering 53(4), 335-354.
[92] Piątkowski T., Sempruch J., 2008. Model of the process of load unit stream sorting by means of flexible active fence. Mechanism and Machine Theory 43(5), 549-564.
[93] Piątkowski T., Sempruch J., 2008. Model of the process of load unit stream sorting by means of flexible active fence. Mechanism and Machine Theory 43, 549-564
[94] Piątkowski T., Sempruch J., 2011. Research of sorting process of unit loads by rotary active fence. The Archives of Transport 24(2), 203-224.
[95] Piatkowski T., Wolski M., 2018. Analysis of selected friction properties with the Froude pendulum as an example. Mechanism and Machine Theory 119, 37-50.
[96] Piątkowski T., Wolski M., Osowski P. 2018. Method for determining motion trajectories of characteristic points registered by a video camera, 24rd International Conference Engineering Mechanics: Svratka, Czech Republic, 677-680.
[97] Piatkowski T., Wolski M.,Dylag K., 2019. Angular positioning of the objects by the system of two oblique friction force fields. Mechanism and Machine Theory 140(1), 668-685
[98] Popov V. L., 2017. Contact mechanics and friction, physical principles and applications. Springer, Berlin, Heidelberg.
[99] Porziani S., Groth C., Waldman W., Biancolini M., 2021. Automatic shape optimisation of structural parts driven by BGM and RBF mesh morphing. International Journal of Mechanical Sciences 189, 1-11.
[100] Rögner I., 2017. Friction modelling for robotic applications with planar motion. Master's thesis in Systems Control & Mechatronics, Gothenburg, Szwecja, 1-58.
[101] Rossikhin A. Y., Shitikova M. V., 2007. Transient response of thin bodies subjected to impact: Wave approach. The Shock and Vibration Digest 39(4), 273-309.
[102] Salem A., Ezzeldine O., Amer M., 2020. Seismic loading on cantilever retaining walls: Full-scale dynamic analysis. Soil Dynamics and Earthquake Engineering 130, 1-20.
[103] Schwieger H., 1965. A simple calculation of the transverse impact on beams and its experimental verification. Experimental Mechanics 5, 378-384.
[104] Shakour E., Amir O., 2021. Topology optimization with precise evolving boundaries based on IGA and untrimming techniques. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 374, 1-33.
[105] Shen X., Yang H., Chen J., Zhu X., Du Z., 2016. Aerodynamic shape optimization of non-straight small wind turbine blades. Energy Conversion and Management 119, 266-278.
[106] Shi J., Woodruff J. Z., 2017. Dynamic in-hand sliding manipulation. IEEE Transactions on Robotics 33(4), 778-795.
[107] Sivanagendra P., Ananthasuresh G. K., 2009. Size optimization of a cantilever beam under deformation-dependent loads with application to wheat stalks. Structural and Multidisciplinary Optimization 39, 327-336.
[108] Stromberg L., Beghini A., Baker W., Paulino G., 2012. Topology optimization for braced frames: Combining continuum and beam/column elements. Engineering Structures 37, 106-124.

[109] Strong W. J., 2000. Impact mechanics. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom.
[110] Szuladziński G., 2009. Formulas for mechanical and structural shock and impact. CRC Press Taylor & Francis Group.
[111] Takezawa A., Daifuku M., Nakano Y., Nakagawa K. , Yamamoto T., Kitamura M., 2016. Topology optimization of damping material for reducing resonance response based on complex dynamic compliance. Journal of Sound and Vibration 365, 230-243.
[112] Trinkle J. C., Tzitzouris J. A., Pang J. S., 2001. Dynamic multi-rigid-body systems with concurrent distributed contacts. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 359(1789), 2575-2593.
[113] Trivedi R., Pawaskar D., Shimpi R., 2016. Optimization of static and dynamic travel range of electrostatically driven microbeams using particle swarm optimization. Advances in Engineering Software 97, 1-16.
[114] Ven E., Maas R, Ayas C., Langelaar M., Keulen F., 2020. Overhang control based on front propagation in 3D topology optimization for additive manufacturing. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 369, 1-21.
[115] Vucina D., Marinic-Kragic I., Milas Z. 2016. Numerical models for robust shape optimization of wind turbine blades. Renewable Energy 87, 849-862.
[116] Wang Z., Suiker A., Hofmeyer H., Twan van Hooff, Blocken B., 2020. Optimization of thin-walled beam structures: Monolithic versus staggered solution schemes. Thin-Walled Structures 159, 1-17.
[117] Wolf D. E., Dahmen S. R., Hinrichsen H., 2007. Solid friction: spinning at the onset of sliding. International Journal of Modern Physics B 21(23-34), 4158-4163.
[118] Wolski M., Piątkowski T., 2016. Precyzyjne sterowanie ruchem zastawy aktywnej w oparciu o serwonapęd na bazie silnika krokowego. Autobusy: technika, eksploatacja, systemy transportowe 17(6), 1615-1619.
[119] Wolski M., Piątkowski T., Osowski P., (2018). Metoda wyznaczania współczynnika tarcia pomiędzy zastawą i zgarnianym obiektem w równowadze sił tarcia. Autobusy: technika, eksploatacja, systemy transportowe 6, 790-794.
[120] Wolski M., Piątkowski T., Osowski P., 2017. Model of trough-beam laser sensor for determining the real position and real response time. Advances in Intelligent Systems and Computing book series (934), 465-474.
[121] Wolski M., Piątkowski T., Osowski P., 2017. Rotary motion selected control methods analysis for paddle sorters arms. 23rd International Conference Engineering Mechanics: Svratka, Czech Republic, 1062-1065.
[122] Wolski M., Piątkowski T., Osowski P., 2018. The geometrical and material parameters influence on the mechanical properties of active rotary fence. 24rd International Conference Engineering Mechanics: Svratka, Czech Republic, 933-936.
[123] Wolski M., Piątkowski T., Osowski P., 2019. Analysis of the active fence structure based on the analytical model of transverse cantilever beam impact. Scientific Session on Applied Mechanics X, Published by AIP Publishing, Bydgoszcz.
[124] Xie J., Chakraborty Nilanjan, 2019. Dynamic model of planar sliding. Algorithmic Foundations of Robotics XIII, 458-473.

[125] Yang Y., Zhu M., Shields M., Guest J., 2017. Topology optimization of continuum structures subjected to filtered white noise stochastic excitations. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 324, 438-456.
[126] Yu K., Bauza M., Fazeli N., Rodriguez A., 2016. More than a million ways to be pushed. A High-Fidelity Experimental Data Set of Planar Pushing. Massachusetts Institute of Technology, 1-8.
[127] Yu-Chi Su, Chien-Ching Ma, 2012. Transient wave analysis of a cantilever Timoshenko beam subjected to impact loading by Laplace transform and normal mode methods. International Journal of Solids and Structures 49, 1158-1176.
[128] Zeng Z. , Ma F., 2020. An efficient gradient projection method for structural topology optimization. Advances in Engineering Software 149, 1-8.
[129] Zhang K., Cheng G., 2020. Three-dimensional high resolution topology optimization considering additive manufacturing constraints. Additive Manufacturing 35, 1-21.
[130] Zhang Y., Xiao M., Gao L., Li H., 2020. Multiscale topology optimization for minimizing frequency responses of cellular composites with connectable graded microstructure. Mechanical Systems and Signal Processing 135, 1-32.
[131] Zhang Z. Zhang R., Zhu J., Gao T.,Chen F., Zhang W., 2021. Integrated batteries layout and structural topology optimization for a solar-Powered drone. Chinese Journal of Aeronautics 34(7), 114-123.
[132] Zhao J., Zhang Y., Gao R., 2015. A new sensitivity improving approach for mass sensors through integrated optimization of both cantilever surface profile and cross-section. Sensors and Actuators B 206, 343-350.
[133] Zhou Jiaji, Bagnell J. Andrew and Mason Matthew T., 2017. A fast stochastic contact model for planar pushing and grasping: Theory and Experimental Validation. International Conference: Robotics, Science and Systems, Pittsburgh, USA, 1-9.
[134] Zhou Jiaji, Mason Matthew T., 2019. Pushing revisited: Differential flatness, trajectory planning and stabilization. The International Journal of Robotics Research 38(12-13), 1477-1489.
[135] Zong H., Liu H., Qingping Ma a , Ye Tian Y., Zhou M., Wang M., 2019. VCUT level set method for topology optimization of functionally graded cellular structures. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 354, 487-505.

STRESZCZENIE

Analiza wpływu cech konstrukcyjnych zastawy podatniej na efektywność procesu sortowania

Mgr inż. Mirosław Wolski

Słowa kluczowe: manipulator, zderzenie, tarcie suche, MES, optymalizacja

W pracy przedstawiono optymalizację procesu sortowania ładunków jednostkowych zastawą aktywną o ruchu obrotowym, polegającą na minimalizacji oddziaływań dynamicznych na sortowane obiekty dla założonej wydajności sortowania z uwzględnieniem ograniczeń wynikających z niezawodności przekierowania i maksymalnej prędkości na początku nowej drogi dalszego transportowania. Zastawa aktywna jest zasadniczym elementem wykonawczym urządzenia rozdzielczego, wykorzystywanego m. in. w centrach dystrybucji przesyłek, realizującego rozdział, ruchem obrotowym ramienia wokół punktu zamocowania znajdującego się przy krawędzi przenośnika transportującego rozdzielane przesyłki. Klasyczna zastawa zapewnia niezawodność przekierowania sortowanych obiektów dzięki sztywnej i masywnej konstrukcji, która jednak wpływa na wysoką wartość impulsu siły działającego na sortowane obiekty, który może powodować uszkodzenie ich zawartości. Dlatego zaproponowano w tej pracy optymalizację konstrukcji zastawy polegającej na minimalizacji masy i doborze odpowiedniej sztywności jej konstrukcji w warunkach dynamicznych. Nastawy parametrów eksploatacyjnych urządzenia rozdzielczego optymalizowane są z wykorzystaniem modelu procesu sortowania, polegającego na przyjęciu rzeczywistej zastawy, jako nieważkiej belki Eulera-Bernoullego (BEB). Prawidłowość szacowania trajektorii sortowanego obiektu modelem BEB została potwierdzona eksperymentalnie. Model BEB wraz ze wspierającym go modelem MES, pozwala wybrać takie parametry eksploatacyjne, które spowodują przekierowanie sortowanego obiektu na nową drogę transportową i zachować w wymaganym limicie wartość dynamicznego oddziaływania na sortowany obiekt. Przeanalizowano również obecność elementu podatnego w układzie napędowym, którego korzystny wpływ jest dostrzegalny zwłaszcza, gdy obiekt porusza się środkiem przenośnika. Informacje zawarte w pracy mogą stanowić dane pomocne, zarówno dla konstruktorów urządzeń rozdzielczych z zastawą aktywną o ruchu obrotowym, jak i dla automatyków przy nastawie parametrów eksploatacyjnych takich, jak: prędkość przenośnika rozdzielczego, kąt maksymalnego wychylenia i charakterystyka prędkości kątowej zastawy, czy położenia czoła ładunku w chwili inicjacji ruchu zastawy.

ABSTRACT

Analysis of structure features influence of flexible fence on the sorting process efficiency

MSc Eng Mirosław Wolski

Keywords: manipulator, collision, dry friction, FEA, optimization

The paper presents optimization of unit load sorting process using an active rotary fence based on minimization of dynamic effects on sorted objects for the assumed sorting efficiency taking into account constraints resulting from the reliability of diverting and maximum speed at the beginning of a new path of further transport. The active fence is an essential executive element of a distribution device used, among others, in parcel distribution centers, which implements the separation by rotating the arm around the attachment point located at the edge of a conveyor transporting the separated parcels. Classical fence provides reliable redirection of sorted objects due to their rigid and massive structure, which, however, affects the high value of the force impulse acting on the sorted objects, which can cause damage to their contents. Therefore, this paper proposes an optimization of the fence structure based on minimization of its mass and selection of appropriate rigidity of its structure in dynamic conditions. The operating parameters of the separation device are optimized using a model of the sorting process, based on the assumption of a real fence as a weightless Euler-Bernoulli beam (BEB). The correctness of the estimation of the trajectory of the sorted object with the BEB model has been experimentally confirmed. The BEB model, together with the FEM model supporting it, allows to select such operating parameters which will cause redirection of the sorted object to a new transport route and maintain the value of dynamic impact on the sorted object within the required limit. The presence of a susceptible element in the drive system has also been analysed, whose beneficial influence is noticeable especially when the object moves in the center of the conveyor. The information contained in this paper can be helpful both for constructors of distribution devices with active fence with rotary motion and for automatic controllers in setting operating parameters such as: the speed of the distribution conveyor, the angle of maximum deflection and characteristics of the angular velocity of the fence, or the position of the front of the load at the moment of initiating the movement of the fence.