

19. WYBRANE ASPEKTY PRACY BETONU W ZAKRESIE POZASPRĘŻYSTYM

1. BETON ZNANY I NIEZNANY

Beton jest jednym z najdłużej stosowanych materiałów wytwarzanych przez człowieka. Początki jego stosowania sięgają czasów starożytnego Egiptu i Asyrii, gdzie z rozdrobnionych skał zmieszanych z wapnem lub gipsem i wodą uzyskiwano tzw. sztuczny kamień. Cezurą w dziejach betonu staje się rok 1756 i użycie po raz pierwszy wapna hydraulicznego przez brytyjskiego inżyniera Johna Smeatona. Kolejnym kamieniem milowym było wynalezienie cementu portlandzkiego przez Josepha Aspidina w 1824 roku. Od tego czasu beton jest jednym z najczęściej i najwzszechstronniej wykorzystywanych materiałów konstrukcyjnych.

Właściwościom betonu i ich kształtowaniu poświęcono wiele publikacji, przytaczając choćby klasyczną już pracę Neville'a [5]. Jednocześnie mimo historycznego wręcz udziału w rozwoju cywilizacyjnym wiedza na temat betonu nie jest wiedzą kompletną i zamkniętą. Można, używając języka Wielkich Odkrywców, stwierdzić, iż posiada ona swoiste *białe plamy* – obszary nawet jeśli nie nieodkryte, to nie do końca jednoznacznie sformułowane. Do takich zagadnień należy zachowanie się betonu w zakresie pozasprężystym, tzn. poza obszarem stosowania prawa Hooke'a.

2. MODELE FENOMENOLOGICZNE BETONU

Intuicyjnie pojawia się pytanie, w jaki sposób beton zachowuje się po przekroczeniu granicy proporcjonalności. Przeprowadzenie badań doświadczalnych umożliwia znalezienie częściowej odpowiedzi, gdyż eksperymenty pozwalają (i to nie bez pewnych ograniczeń) na odtworzenie w warunkach laboratoryjnych niektórych stosunkowo prostych układów obciążenia, podczas gdy w rzeczywistej konstrukcji występują najczęściej stany złożone. Nie wszystkie konstrukcje można ponadto przeciążyć aż do zniszczenia, aby uzyskać informację, w jakim są stanie i ile mogą jeszcze *udźwignąć*. Odpowiedź na to pytanie jest kluczowa, szczególnie w przypadku konstrukcji o znacznej odpowiedzialności (m. in. mostowych czy poddanych obciążeniom sejsmicznym). W takiej sytuacji korzystnym rozwiązaniem jest posłużenie się modelem badawczym.

Do analizy pozasprężystej pracy betonu w szczególności predysponowane są modele fenomenologiczne, w których struktura wewnętrzna opisana jest przez zmienne stanu, a sam materiał traktowany jest jako jednorodny – szerzej zagadnienie przedstawiono w pracy [3]. Obecnie jednym z najczęściej stosowanych trendów w modelowaniu fenomenologicznym jest plastyczna mechanika zniszczenia betonu [4].

3. PLASTYCZNA MECHANIKA ZNISZCZENIA

Plastyczna mechanika zniszczenia (*damaged plasticity mechanics, coupling between damage and plasticity*) łączy postulaty mechaniki zniszczenia oraz teorii plastyczności w opisie zachowania się betonu pod wpływem obciążenia. Wyczerpanie się nośności materiału, a w konsekwencji jego zniszczenie, jest skutkiem współdziałania dwóch procesów. Jest to degradacja materiału, reprezentowana poprzez degradację jego sztywności (*stiffness degradation*) oraz uplastycznienie (*yielding*) powstanie nieodwracalnych odkształceń spowodowanych przez dwa główne mechanizmy zniszczenia betonu – zarysowanie wskutek rozciągania – (*tensile cracking*) i zmiżdżenie wskutek ściskania (*compression crushing*). W literaturze anglojęzycznej takie współdziałanie między plastycznością a degradacją nosi miano *coupled behavior* lub *coupling*.

Plastyczna mechanika zniszczenia zaadaptowała do opisu pozasprężystej pracy betonu wprowadzony przez Rabotnova skalarny parametr degradacji d określany równaniem (1), oraz wprowadzony przez Lemaitre'a postulat równoważności odkształceń, przedstawiony schematycznie na rysunku 2 dla reprezentatywnej jednostki objętości RVE (*Representative Volume Element*).

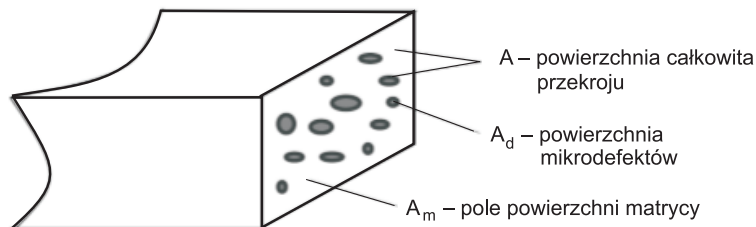
$$d = \frac{A - A_m}{A} = \frac{A_d}{A}, \quad 0 \leq d \leq 1 \quad (1)$$

gdzie:

A – całkowite pole przekroju, tj. $A = A_m + A_d$,

A_m – pole aktualnej powierzchni matrycy betonowej (określane również jako efektywne pole przekroju),

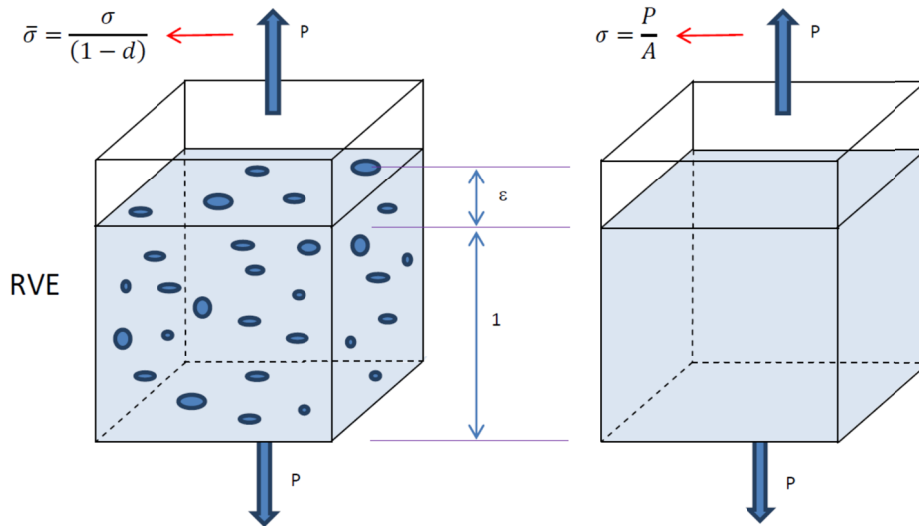
A_d – pole powierzchni mikrodefektów – zgodnie z rysunkiem 1.



Rys. 1. Model materiału z mikrodefektami

Fig. 1. Material with microdefects – model

Nieliniowa praca betonu związana jest z występowaniem w materiale pewnych, wyjściowych defektów, które pod wpływem obciążenia łączą się i propagują [1]. Dalszy rozwój tych defektów związany jest z charakterem obciążenia (statyczne, cykliczne). Aby matematycznie uwzględnić to swoiste zachowanie się betonu, w modelowaniu konstrukcji betonowych wykorzystuje się założenia teorii plastyczności, która jednak dopiero w powiązaniu, złożeniu (*coupling'u*) z opisem degradacji, daje kompletny obraz pracy kruchego materiału, jakim jest beton, również w obszarze pozasprężystym.



Rys. 2. Reprezentatywna jednostka objętości w stanie jednoosiowego rozciągania – zobrazowanie postulatu równoważności odkształceń

Fig. 2. Representative volume element in uniaxial tension – strain equivalence

Analiza betonu w zakresie pozasprężystym z wykorzystaniem podejścia plastyczno-degradacyjnego powoduje generację skomplikowanych matematycznie równań. Aby umożliwić analizę tego typu zagadnień niezbędne jest wykorzystanie narzędzi numerycznych opartych na metodzie elementów skończonych [2]. W ostatnim czasie podejście plastyczno-degradacyjne zostało włączone do analizy betonu w jednym z najpotężniejszych narzędzi inżyniersko-naukowych, jakim jest program ABAQUS. Podejście to zaimplementowane zostało jako model CDP – *Concrete Damaged Plasticity* – model plastyczno-degradacyjny betonu.

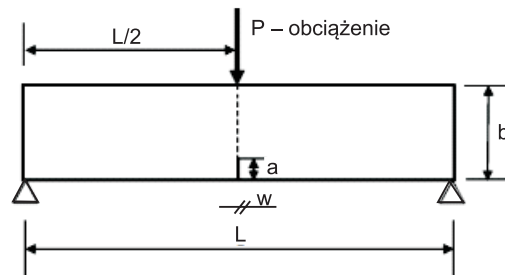
4. MODEL PLASTYCZNO-DEGRADACYJNY BETONU

W modelu plastyczno-degradacyjnym zaimplementowanym w programie ABAQUS beton modelowany jest jako materiał homogeniczny, bez uszczegóławiania mikrostruktury, komponentów, poszczególnych frakcji. W celu spójnego odwzorowania wewnętrznej rzeczywistej niejednorodności betonu w modelu wprowadzono parametry (krzywe) degradacji (odpowiednio dla ściskania i rozciągania). Za pomocą parametrów degradacji wyjściowe (inicjalne) charakterystyki materiału *przetransformowane* zostają dla materiału uszkodzonego, którego nośność wyczerpuje się pod wpływem działania obciążenia. Analogicznie przebiega transformacja naprężeń i odkształceń za pomocą parametrów degradacji – określonemu stanowi ścieżki obciążenia towarzyszy odpowiedź materiału, wyrażona w postaci naprężeń i odkształceń efektywnych, odnoszących się do powierzchni jeszcze niezniszczonego materiału, mogącej efektywnie przenosić naprężenie, co odpowiada rzeczywistej pracy konstrukcji betonowej.

Model plastyczno-degradacyjny wymaga kalibracji przed jego zastosowaniem do analizy rzeczywistych konstrukcji betonowych. Poprzez kalibrację dokonana zostaje

transformacja modelu matematycznego – poprawnego obliczeniowo, rachunkowo w model fizyczny – rzetelnie, skutecznie i efektywnie opisujący rzeczywiste (fizyczne) zachowanie się materiału. Szczegółowo zagadnienie sformułowano i przeprowadzono w ramach pracy [6].

Właściwie skalibrowany model plastyczno-degradacyjny umożliwia analizę pozasprężystego zachowania się betonu [6]. Poniżej dla przykładu zobrazowano zachowanie się zginanego bloku betonowego. Analizie poddano blok betonowy o wymiarach 100 x 100 x 450 mm, oparty na symetrycznych podporach przegubowo-nieprzesuwnych. W środku rozpiętości elementu od spodu zlokalizowane było nacięcie o szerokości 2 mm i głębokości 20 mm. Do górnej powierzchni bloku (na przedłużeniu osi nacięcia) przyłożono obciążenie. Schematycznie geometrię elementu przedstawiono na rysunku 3. Celem zadania było ustalenie miejsca oraz zasięgu zarysowania analizowanego elementu powstałego pod wpływem obciążenia, tj. tzw. test trójpunktowego zginania (*three-point bending*).

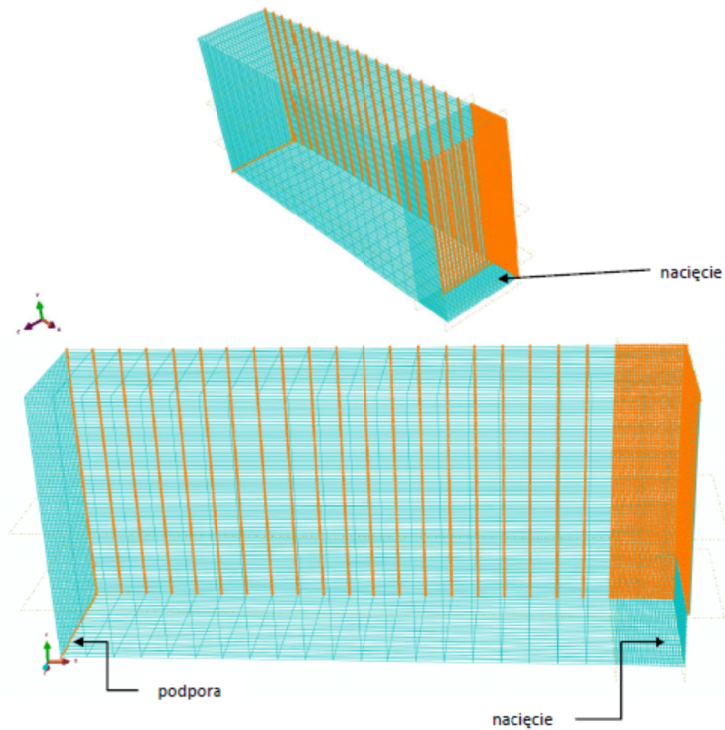


L =	450 mm
b =	100 mm
a =	20 mm
w =	2 mm

Rys. 3. Geometria bloku

Fig. 3. Block's geometry

Ze względu na symetrię zadania analizie numerycznej w programie ABAQUS poddano 1/4 belki, zapewniając kompatybilność rozwiązania poprzez nałożenie odpowiednich warunków brzegowych na płaszczyznie symetrii (rys. 4). Podporę przegubowo-nieprzesuwną wymodelowano na krańcu bloku, po całej grubości elementu. Analizowaną część belki podzielono na 89 600 8-węzłowych sześciennych elementów bryłowych zredukowanego całkowania o liniowej funkcji kształtu typu C3D8R o łącznej liczbie węzłów wynoszącej 97 146, dedykowanych analizom 3D. Podstawowy wymiar ES to 1 x 10 x 25 mm. W celu dokładniejszych obliczeń w części środkowej (w obszarze nacięcia) w paśmie o szerokości 25 mm zagęszczono podział ES, wykorzystując elementy o wymiarach 1 x 1 x 25 mm.



Rys. 4. Warunki brzegowe

Fig. 4. State variables

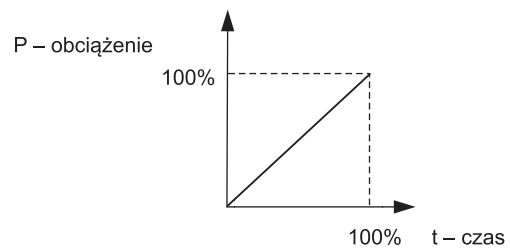
Funkcja realizacji obciążenia $P(t)$ określona jest poprzez układ równań:

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{P}{t} t \\ P(t) &= 1t \\ P(t) &= t \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie:

P – amplituda obciążenia,
 t – czas.

Amplituda obciążenia w osi pionowej wynosiła 13,8 kN. Funkcję realizacji przemieszczenia przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5. Funkcja realizacji przemieszczenia

Fig. 5. Function of displacement

W symulacji numerycznej wykorzystano beton o wytrzymałości na ściskanie wynoszącej $f_c = 38$ MPa. Wszystkie niezbędne charakterystyki materiału uzyskano w procedurze opisanej w [6], tj.:

Moduł Younga – 30948281317 Pa

Współczynnik Poissona – 0,167

Kąt tarcia wewnętrzznego – 16°

Mimośród potencjału plastycznego – 0,07

Stosunek wytrzymałości na ściskanie oznaczonej w stanie dwuosiowym do oznaczonej w stanie jednoosiowym – 1,16

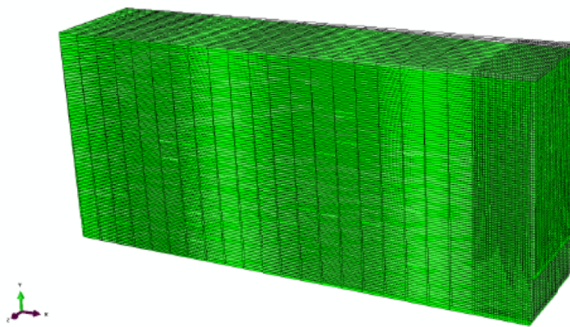
Parametr – 0,6667 Kc

Parametr wiskotyczny – 0,001

Naprężenie (<i>stress</i>), Pa	Odształcenie niesprężyste (<i>inelastic strain</i>), -	Degradacja przy ściskaniu (<i>compressive degradation</i>) dc, -
22475967	0	0
28700146	0,000073	0,04
33516981	0,000167	0,07
36605533	0,000317	0,11
37921932	0,000525	0,18
36566635	0,000818	0,28
33225124	0,001176	0,38
29178433	0,001557	0,5
25077012	0,00194	0,59
21298203	0,002312	0,67
18000099	0,002668	0,73
15207774	0,003009	0,79
12881325	0,003334	0,82
10957004	0,003646	0,85
9368181	0,003947	0,88
8054392	0,00424	0,9
6964238	0,004525	0,92
6055459	0,004804	0,93
2354211	0,006924	0,95
845509	0,009973	0,99

Naprężenie (<i>stress</i>), Pa	Odształcenie spękania (<i>crushing strain</i>), -	Degradacja przy rozciąganiu (<i>tensile degradation</i>) dc, -
2551987	0	0
1465731	0,000118	0,32
841841	0,000303	0,55
483511	0,000644	0,7
277704	0,00131	0,81
159499	0,002634	0,9
91608	0,005274	0,99

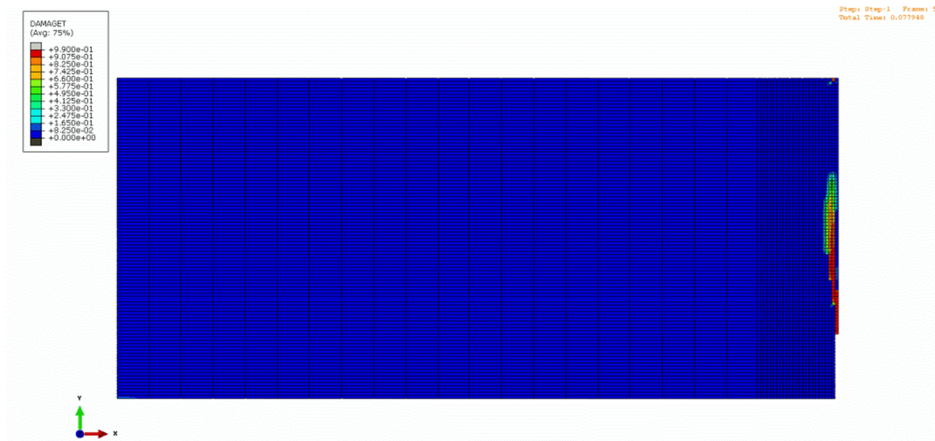
Aby skutecznie przeprowadzić symulację numeryczną w modelu plastyczno-degradacyjnym zaimplementowanym w programie ABAQUS, dla wyżej opisanego zagadnienia nieliniowego wygenerowanych zostało 291 438 równań. Taka liczba równań wymagała uzyskania zbieżnego rozwiązania w każdym inkrementcie. Inkrementów łącznie było ok. 1 000. Daje to łącznie do rozwiązania 291 438 000 nieliniowych równań. Rezultaty uzyskane podczas symulacji przedstawiono poniżej. Dotyczą one końca symulacji – ostatniego inkrementu.



Rys. 6. Siatka ES wyjściowa i po obciążeniu – widok przestrzenny

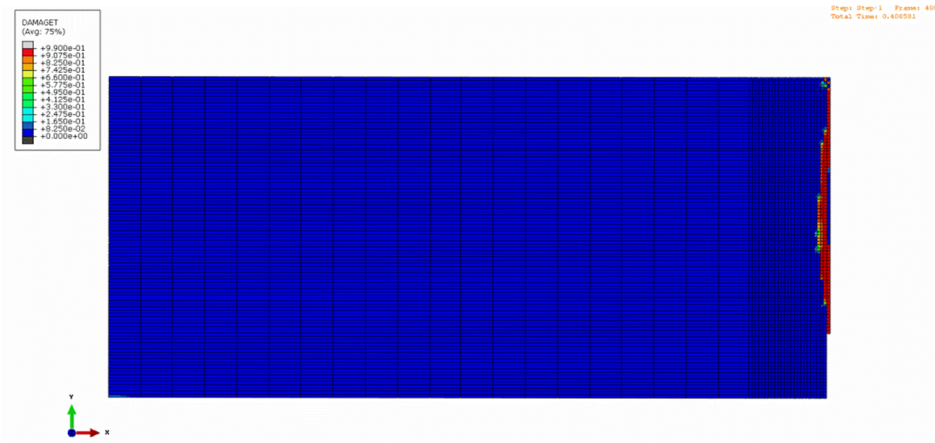
Fig. 6. Finite elements mesh (3D) – before and after being loaded

Rozkład parametru DAMAGET(dt) związanego z uszkodzeniem przy rozciąganiu można utożsamiać z zarysowaniem elementu w wybranych krokach obliczeń (rys. 7-9).



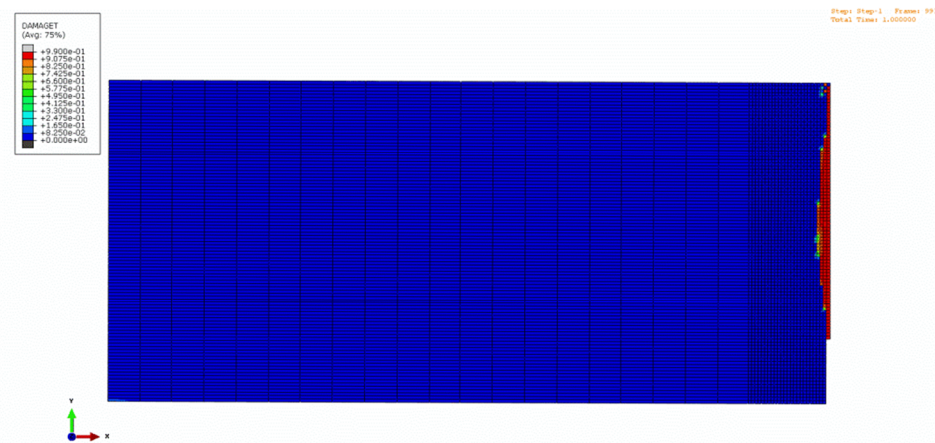
Rys. 7. DAMAGET(dt) w 50 kroku obliczeń

Fig. 7. DAMAGET(dt) – 50th increment



Rys. 8. DAMAGET(dt) w 400 kroku obliczeń

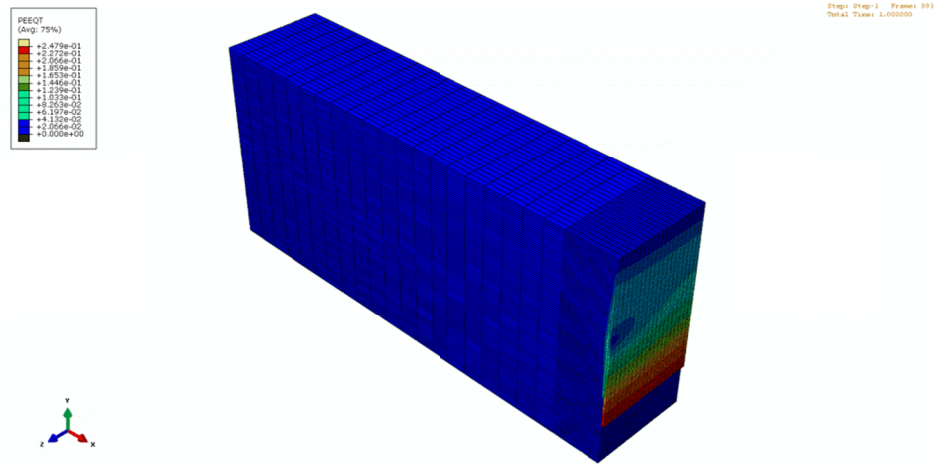
Fig. 8. DAMAGET(dt) – 400th increment



Rys. 9. DAMAGET(dt) w ostatnim kroku obliczeń

Fig. 9. DAMAGET(dt) – the last increment

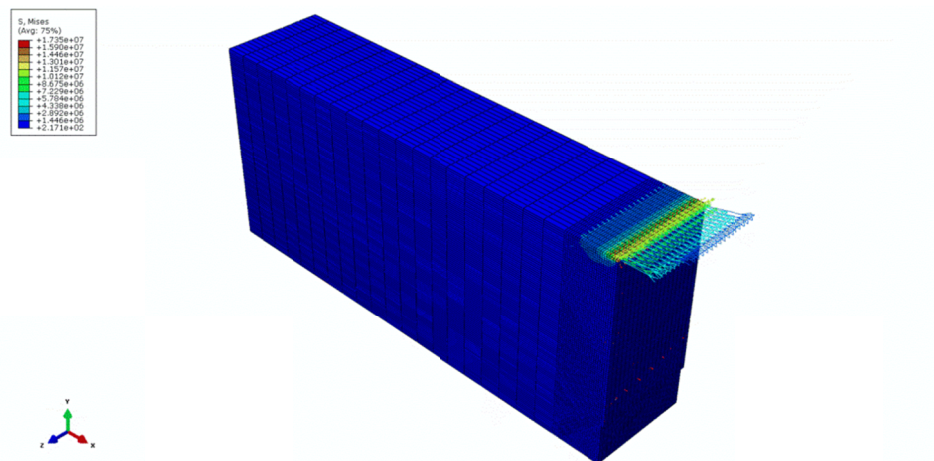
Na rysunku 10 przedstawiono odkształcenia plastyczne rozciągające PEEQT powstające przy zginaniu.



Rys. 10. Odkształcenia plastyczne PEEQT

Fig. 10. Tensile plastic strain PEEQT

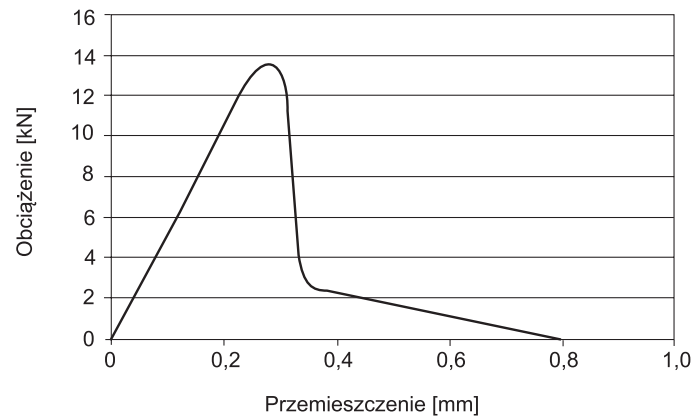
Naprężenia Misesa dla ostatniego kroku obliczeń przedstawiono na rysunku 11.



Rys. 11. Naprężenia Misesa i ich kierunki

Fig. 11. Mises stress and its dimension

Zależność obciążenie – przemieszczenie dla punktu znajdującego się w miejscu przyłożenia siły przedstawiono na rysunku 12.



Rys. 12. Zależność obciążenie – przemieszczenie dla punktu znajdującego się w miejscu przyłożenia siły

Fig. 12. Force – displacement relation for the point of load application

Właściwie skalibrowany model plastyczno-degradacyjny zaimplementowany w programie ABAQUS umożliwił poprawną symulację numeryczną powyższego zagadnienia. W analizowanym elemencie zniszczenie (zarysowanie na skutek rozciągania) następuje w środku rozpiętości belki, swój początek bierze w wierzchołku nacięcia i przesuwa się ku górze. Gęsty podział w paśmie środkowym umożliwia nie tylko *śledzenie* (zarysowanie można utożsamiać z parametrem DAMAGET) głównego nurtu zarysowania, ale umożliwia również uchwycenie propagacji rys na boki i wtórnego łączenia się rys (*bridging*).

Trójpunktowe zginanie (*three-point bending*) jest jednym z klasycznych tematów mechaniki pękania (*fracture mechanics*). Skutecznie skalibrowany model Barcelona zaimplementowany w programie ABAQUS, dobrze oddał zachowanie się betonu w symulacji numerycznej testu trójpunktowego zginania.

5. PODSUMOWANIE

Analiza betonu w zakresie pozasprężystym jest możliwa do przeprowadzenia i w niektórych przypadkach ma istotne znaczenie. Spośród funkcjonujących w literaturze trendów modelowania tego zakresu, zdaniem autorów szczególnie dobre rezultaty w tym obszarze zapewnia podejście plastyczno-degradacyjne. Rozpatrywanie kilku mechanizmów współzniszczenia, daje ujęciu plastyczno-degradacyjnemu przewagę nad podejściami klasycznymi, utożsamiającymi zniszczenie betonu z wystąpieniem tylko jednego oddziaływania (np. samej plastyczności). Podejście plastyczno-degradacyjne to podejście stosunkowo nowe i nadal rozwijane. Umożliwia ono modelowanie betonu w sposób jak najbardziej zbliżony do rzeczywistości, a jego implementacja w programie numerycznym ABAQUS wprowadza w możliwości symulacji konstrukcji betonowych nową jakość.

LITERATURA

- [1] Boukharouba T., Elboudjani M., Pluvinage G. (red.), 2009. Damage and Fracture Mechanics. Springer Verlag.
- [2] Chaskalovic J., 2009. Finite Element Methods for Engineering Sciences. Springer Verlag.
- [3] Chen W.F., 2007. Plasticity in Reinforced Concrete. J. Ross Publishing Classics.
- [4] Kim N., 2015. Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis. Springer Verlag.
- [5] Neville A.M., 2012. Właściwości betonu, edycja V. Polski Cement.
- [6] Piątek-Sierek E., 2013. Kalibracja parametrów określających właściwości betonu opisanego modelem plastyczno-degradacyjnym zaimplementowanym w programie ABAQUS, Rozprawa doktorska, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy Bydgoszcz.

SELECTED ASPECTS OF INELASTIC RESPONSE OF CONCRETE

Summary. Concrete is one of the most often used materials in structural engineering. The analysis of concrete in elastic range is well-know and applied as essentials of engineering science. Inelastic response of concrete under applied load is treated inverse. The authors want to bring some aspects of concrete inelastic behaviour into focus, because of their important influence on analysis of significant structures.