MIECZYSŁAW CIESZKO, WOJCIECH KRIESE

Uniwersytet Kazimierza Wielkiego w Bydgoszczy

ODDZIAŁYWANIE FALI HARMONICZNEJ Z WARSTWĄ MAKROSKOPOWO NIEJEDNORODNEGO MATERIAŁU

W pracy przeanalizowano jednowymiarowe zagadnienie oddziaływania płaskiej fali harmonicznej z warstwą makroskopowo niejednorodnego materiału o ciągłym rozkładzie własności akustycznych charakteryzowanych przez liczbę falową i impedancję akustyczną, będących funkcjami współrzędnej przestrzennej. Rozważania przeprowadzono wykorzystując nowy opis takich zagadnień sformułowany wcześniej przez jednego z autorów niniejszej pracy. Wyprowadzono analityczne wyrażenia dla amplitudowych i energetycznych współczynników odbicia i przenikania fali. Przeanalizowano wpływ parametrów charakteryzujących niejednorodność materiału warstwy na charakterystyki częstotliwościowe oddziaływania fal oraz porównano je z charakterystykami oddziaływania fal z jednorodną warstwą.

Słowa kluczowe: makroskopowo niejednorodne materiały, oddziaływanie fal

1. WSTĘP

Badania teoretyczne propagacji fal w makroskopowo niejednorodnych materiałach, ze względu na ich powszechne występowanie w organizmach żywych, przyrodzie, budownictwie i przemyśle, mają duże znaczenie praktyczne. Stanowią one bowiem podstawę interpretacji wyników badań eksperymentalnych takich materiałów (np. metodami ultradźwiękowymi) oraz przewidywania przebiegu zachodzących w nich procesów falowych. Z jednej strony umożliwia to diagnostykę materiałów niejednorodnych, np. stanów chorobowych tkanek, stopnia degradacji materiałów, kontrolę procesów wytwarzania i eksploatacji. Z drugiej zaś strony badania teoretyczne stanowią podstawę inżynierii takich materiałów, np. wykorzystywanych w walce z hałasem. Badania teoretyczne i eksperymentalne nad tymi zagadnieniami są obecnie intensywnie rozwijane [1, 3-5].

Celem pracy jest przeanalizowanie jednowymiarowego zagadnienia oddziaływania płaskiej fali harmonicznej z warstwą makroskopowo niejednorodnego materiału o ciągłym rozkładzie własności akustycznych oraz określenie wpływu parametrów charakteryzujących tę niejednorodność na charakterystyki częstotliwościowe oddziaływania fal.

Rozważania przeprowadzono wykorzystując nowy opis jednowymiarowych zagadnień zaproponowany w pracy [2]. Tworzy go quasi liniowy układ różniczkowych równań zwyczajnych dla amplitudy fali przechodzącej i sprzężonej z nią fali powrotnej indukowanej przez niejednorodność materiału. Równania te opisują oddziaływanie fal w dowolnym materiale, którego lokalne własności akustyczne charakteryzowane są przez dwa parametry zależne od współrzędnej przestrzennej i częstotliwości fali: liczbę falową i impedancję akustyczną.

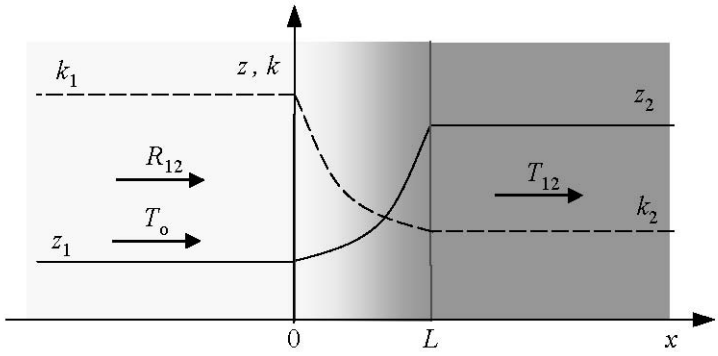
Rozważono oddziaływanie fali harmonicznej w dwóch układach: z półprzestrzenią pokrytą warstwą niejednorodnego materiału oraz z układem niejednorodnych warstw. Zagadnienie rozwiązano analitycznie zakładając, że materiał warstwy jest niedyssypa-

tywny, a niejednorodność impedancji akustycznej jest opisana funkcją eksponencjalną i jest ciągła w całym układzie.

2. OPIS ODDZIAŁYWANIA FALI Z WARSTWĄ

2.1. Sformułowanie zagadnienia

W pracy przeanalizujemy przykłady jednowymiarowych zagadnień oddziaływania płaskiej fali harmonicznej z warstwą niejednorodnego materiału o ciągłym rozkładzie własności akustycznych. Podstawę rozważań stanowić będzie analiza oddziaływania fali w układzie przedstawionym na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat oddziaływania fali z niejednorodną warstwą

Tworzą go dwie półprzestrzenie jednorodnych materiałów oraz rozdzielająca je warstwa o grubości L i niejednorodnych własnościach akustycznych, idealnie zespolona z półprzestrzeniami na płaszczyznach ich kontaktu. Półprzestrzenie $x < 0$ i $x > L$ charakteryzowane są przez stałe wartości impedancji i liczby falowej, odpowiednio z_1 i k_1 oraz z_2 i k_2. Natomiast impedancja z i liczba falowa k niejednorodnej warstwy $x \in (0, L)$ są ciągłymi funkcjami zmiennej x kartezjańskiego układu współrzędnych. Eliminuje to występowanie odbicia fali na brzegach warstwy, co umożliwia wyodrębnienie wpływu niejednorodności warstwy na oddziaływanie fali. O impedancji z zakładamy ponadto, że jest ciągła na powierzchniach kontaktu warstwy z półprzestrzeniami. Przyjmujemy przy tym, że materiały półprzestrzeni są niedyspersyjne, tj. wielkości z_1, k_1, z_2, k_2 nie zależą od częstotliwości fali.

W rozważaniach zakładamy, że w półprzestrzeni $x < 0$, w kierunku warstwy, propaguje się fala harmoniczna o amplitudzie T_o,

$$T_1 = T_o e^{-ik_1 x} e^{i\omega t} , \tag{1}$$

która w wyniku oddziaływania z makroskopowo niejednorodną warstwą generuje pola akustyczne w trzech obszarach analizowanego układu. W półprzestrzeni $x < 0$, obok fali padającej, wystąpi także fala odbita o amplitudzie R_{12},

$$R_1 = R_{12} e^{ik_1 x} e^{i\omega t} , \tag{2}$$

natomiast pole akustyczne w półprzestrzeni $x > L$ tworzyć będzie jedynie fala o amplitudzie T_{12},

$$T_2 = T_{12} e^{-ik_2 x} e^{i\omega t} , \tag{3}$$

która przeniknęła przez niejednorodną warstwę. Wyrażenia (1)-(3) powinny przy tym spełniać odpowiednie równania falowe opisujące propagację fal w jednorodnych półprzestrzeniach układu.

Ze względu na niejednorodność warstwy, również pole akustyczne wygenerowane w tej warstwie będzie niejednorodne. Tworzyć je będą dwie sprzężone fale monochromatyczne propagujące się w przeciwnych kierunkach: fala przechodząca o amplitudzie T oraz fala powrotna o amplitudzie R. Ich amplitudy są funkcjami współrzędnej przestrzennej x i częstotliwości fali ω i spełniają sprzężony układ równań postaci, [2],

$$\frac{dT}{dx} + ikT = \frac{1}{2}\frac{dI}{dx}(T - R), \tag{4}$$

$$\frac{dR}{dx} - ikR = \frac{1}{2}\frac{dI}{dx}(R - T), \tag{5}$$

gdzie

$$I = \ln(z/z_o) , \tag{6}$$

przy czym z_o jest stałą wielkością.

Z równań (4) i (5) wynika, że jedynie niejednorodność impedancji materiału powoduje powstanie sprzężonej fali powrotnej. Natomiast niejednorodność liczby falowej jest jedynie przyczyną lokalnej zmiany prędkości fali.

Amplitudy fali przechodzącej T i powrotnej R muszą przy tym spełniać następujące warunki brzegowe:

$$T = T_o e^{-ik_1 x} \qquad \text{dla} \qquad x = 0 , \tag{7}$$

$$R = 0 \qquad \text{dla} \qquad x = L . \tag{8}$$

Warunki te zapewniają ciągłość fali padającej na lewym brzegu warstwy oraz znikanie fali powrotnej na prawym jej brzegu. Są one bezpośrednią konsekwencją założenia ciągłości impedancji akustycznej układu na powierzchniach kontaktu warstwy z półprzestrzeniami. W takim przypadku na powierzchniach tych brak jest odbicia fali.

Z tych samych powodów amplitudy R_{12} i T_{12} fal propagujących się w jednorodnych półprzestrzeniach określone będą warunkami

$$R_{12} e^{ik_1 x} = R , \qquad \text{dla} \qquad x = 0 , \tag{9}$$

$$T_{12} e^{-ik_2 x} = T , \qquad \text{dla} \qquad x = L . \tag{10}$$

2.2. Rozwiązanie zagadnienia

Aby uzyskać analityczne postacie wyrażeń opisujących pola akustyczne w poszczególnych obszarach układu, rozważymy takie postacie zależności impedancji $z(x)$ i liczby falowej $k(x)$ od współrzędnej x, dla których układ równań (4) i (5) przyjmuje

postać liniową. W tym celu dokonujemy zamiany zmiennej niezależnej x na zmienną u daną wzorem

$$u = \int_0^x \frac{k(y)}{k_o} dy \tag{11}$$

gdzie k_o jest liczbą falową odniesienia, niezależną od współrzędnej przestrzennej. Wówczas amplituda $\hat{T}(u)$ fali przechodzącej, zapisana jako funkcja nowej zmiennej niezależnej, definiowana będzie tożsamością

$$\hat{T}(u(x)) \equiv T(x) . \tag{12}$$

Różniczkując tożsamość (12) obustronnie względem zmiennej x, po uwzględnieniu (11), otrzymujemy

$$\frac{d\hat{T}}{du}\frac{k}{k_o} = \frac{dT}{dx} . \tag{13}$$

Podobne zależności możemy uzyskać dla pozostałych pochodnych występujących w równaniach (4) i (5). Dlatego układ ten równoważnie może być zapisany w postaci

$$\frac{d\hat{T}}{du} + ik_o\hat{T} = \frac{1}{2}\frac{d\hat{I}}{du}(\hat{T} - \hat{R}) , \tag{14}$$

$$\frac{d\hat{R}}{du} - ik_o\hat{R} = \frac{1}{2}\frac{d\hat{I}}{du}(\hat{R} - \hat{T}) \tag{15}$$

gdzie

$$\hat{I} = \ln\left(\hat{z}(u)/z_o\right). \tag{16}$$

Równania (14) i (15) będą tworzyły układ liniowy, jeśli wielkość $d\hat{I}/du$ będzie stała. Ze względu na zależność (16), warunek ten będzie spełniony dla impedancji warstwy danej wzorem

$$\hat{z} = z_o \exp(2\alpha u) \tag{17}$$

gdzie z_o i α są stałymi parametrami.

Dla wartości tych parametrów określonych wyrażeniami

$$z_o = z_1 , \qquad \alpha = \frac{\ln(z_2/z_1)}{2u_L} , \tag{18}$$

$$u_L = \int_0^L k(y)/k_o \, dy , \tag{19}$$

impedancja akustyczna układu będzie funkcją ciągłą na powierzchniach kontaktu warstwy z półprzestrzeniami.

Zależność impedancji warstwy od współrzędnej przestrzennej postaci (17) jest warunkiem liniowości układu równań (14) i (15) bez względu na postać zależności liczby falowej k od tej współrzędnej. W takim przypadku układ ten redukuje się do postaci

$$\frac{d\hat{T}}{du} + ik_o\hat{T} = \alpha(\hat{T} - \hat{R}) , \tag{20}$$

$$\frac{d\hat{R}}{du} - ik_o\hat{R} = \alpha(\hat{R} - \hat{T}) . \tag{21}$$

Rozwiązanie układu równań (20) i (21) dla warunków brzegowych (7) i (8) można uzyskać wykorzystując klasyczne metody rozwiązywania liniowych układów równań. Otrzymujemy

$$\overline{T} = e^{\alpha u} \frac{p\cos(k_o p(u_L - u)) + i\sin(k_o p(u_L - u))}{p\cos(k_o p u_L) + i\sin(k_o p u_L)} , \tag{22}$$

$$\overline{R} = e^{\alpha u} \frac{\alpha/k_o \sin(k_o p(u_L - u))}{p\cos(k_o p u_L) + i\sin(k_o p u_L)} , \tag{23}$$

gdzie

$$\overline{T} = \hat{T}/T_o , \qquad \overline{R} = \hat{R}/R_o , \tag{24}$$

natomiast

$$p = \sqrt{1 - (\alpha/k_o)^2} . \tag{25}$$

Wielkości u i u_L występujące w wyrażeniach (22) i (23) zdefiniowane są wzorami (11) i (19). Dla określonych postaci liczby falowej warstwy stają się one jawnymi funkcjami współrzędnej x i grubości warstwy L. Przykładowo, dla stałej wartości liczby falowej w warstwie $k = k_o$ wielkości te przyjmują postać

$$u = x , \qquad u_L = L . \tag{26}$$

Natomiast w przypadku, gdy liczba falowa w warstwie liniowo zależy od współrzędnej x i jest funkcją ciągłą na brzegach warstwy,

$$k = k_1 + (k_2 - k_1)x/L , \tag{27}$$

otrzymujemy

$$u = x + (k_2 - k_1)x^2/2k_1L , \qquad u_L = L(k_1 + k_2)/2k_1 , \tag{28}$$

gdzie jako liczbę falową odniesienia k_o przyjęto jej wartość w półprzestrzeni $x < 0$.

2.3. Współczynniki oddziaływania fali z warstwą

Wyrażenia (22) i (23) umożliwiają określenie amplitudowych współczynników przenikania $\overline{T}_{12} = T_{12}/T_o$ i odbicia fali $\overline{R}_{12} = R_{12}/R_o$ od warstwy niejednorodnego materiału. Uwzględniając zależności (9) i (10) mamy

$$\overline{T}_{12} = \frac{pe^{\alpha u_L} e^{ik_2 L}}{p\cos(k_o p u_L) + i\sin(k_o p u_L)} , \tag{29}$$

$$\overline{R}_{12} = \frac{\alpha/k_o \sin(k_o p u_L)}{p\cos(k_o p u_L) + i\sin(k_o p u_L)} . \tag{30}$$

Z kolei, wyrażenia (29) i (30) umożliwiają wyznaczenie energetycznych współczynników przenikania I_T oraz odbicia fali I_R od takiej warstwy. Określone są one wyrażeniami

$$I_T = \beta \overline{T}_{12} \overline{T}_{12}^* , \qquad I_R = \overline{R}_{12} \overline{R}_{12}^* , \tag{31}$$

gdzie $\beta = z_1 / z_2$, a przez ( )* oznaczono operację sprzężenia.

W przypadku, gdy materiał warstwy jest niedyssypatywny, parametry u_L i α są liczbami rzeczywistymi a współczynniki (31) spełniają warunek zachowania energii układu,

$$I_T + I_R = 1 . \tag{32}$$

Biorąc pod uwagę $(18)_2$ oraz wyrażenia (29) i (30), energetyczne współczynniki przenikania i odbicia (31) dane będą wzorami

$$I_T = \frac{1-(\alpha/k_o)^2}{1-(\alpha/k_o)^2 \cos^2(k_o p u_L)} . \tag{33}$$

$$I_R = \frac{(\alpha/k_o)^2 \sin^2(k_o p u_L)}{1-(\alpha/k_o)^2 \cos^2(k_o p u_L)} . \tag{34}$$

dla $k_o > \alpha$, oraz

$$I_T = \frac{(\alpha/k_o)^2 - 1}{(\alpha/k_o)^2 ch^2(k_o q u_L) - 1} . \tag{35}$$

$$I_R = \frac{(\alpha/k_o)^2 sh^2(k_o q u_L)}{(\alpha/k_o)^2 ch^2(k_o q u_L) - 1} . \tag{36}$$

dla $k_o < \alpha$, przy czym $q = \sqrt{(\alpha/k_o)^2 - 1}$. Przy czym dla $k_o = \alpha$, ze wzorów (33) i (34) (lub (35) i (36)), otrzymujemy

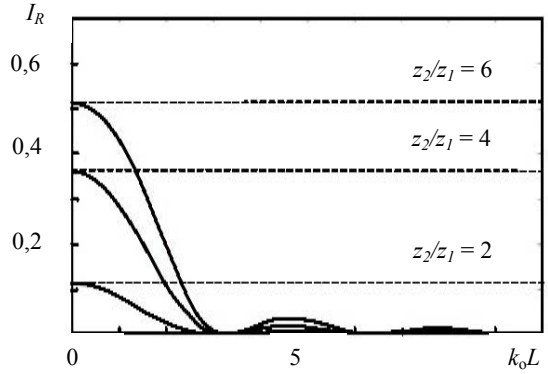
$$I_T = \frac{1}{1+\alpha^2 u_L^2} . \qquad I_R = \frac{\alpha^2 u_L^2}{1+\alpha^2 u_L^2} .$$

3. ANALIZA ODDZIAŁYWANIA FALI Z NIEJEDNORODNĄ WARSTWĄ

Wykorzystamy zależności wyprowadzone w poprzednim punkcie, aby przeanalizować wpływ niejednorodności materiału warstwy na charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe fali przechodzącej i odbitej. Wyprowadzimy i przeanalizujemy także wyrażenia charakteryzujące oddziaływanie fal harmonicznych z układem warstw będącym prostym złożeniem wariantów układu rozważanego wyżej. Dla uwypuklenia wpływu niejednorodności na oddziaływanie fal będziemy zakładali, że rozważane układy są zachowawcze.

3.1. Wpływ niejednorodności warstwy

Na rysunku 2 przedstawiono wykresy zależności energetycznego współczynnika odbicia I_R fali harmonicznej danego wzorem (34) (lub (36)) od bezwymiarowej liczby falowej k_oL, dla trzech różnych wartości stosunku impedancji z_2/z_1 materiałów półprzestrzeni sąsiadujących z niejednorodną warstwą (rys. 1).



Rys. 2. Wspólczynnik odbicia energii fali od niejednorodnej warstwy

Stosunki te dla ustalonego rozkładu liczby falowej w warstwie, zgodnie ze wzorem $(18)_2$, jednoznacznie określają wartość parametru α charakteryzującego niejednorodność impedancji akustycznej w warstwie (wzór (17)). Wykresy sporządzono dla stosunku $u_L/L = 1$. Linią przerywaną na rysunku 2 oznaczono wartości współczynników odbicia fali dla tych samych wartości stosunku impedancji z_2/z_1, jednakże dla przypadku bezpośredniego kontaktu obu półprzestrzeni (brak warstwy). Z przebiegu obu typów krzywych wynika, że obecność niejednorodnej warstwy powoduje silną zależność współczynnika odbicia fali od jej długości, podczas gdy współczynnik ten dla brzegu o skokowo zmiennych właściwościach jest stały. Dla fal długich ($k_o \to 0$) współczynniki odbicia w obu układach przyjmują takie same wartości. W takim przypadku $k_oq \to |\alpha|$, a wyrażenie (36) przyjmuje postać

$$I_R = th^2(|\alpha|u_L) = \left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right)^2 . \tag{37}$$

Określa ono jednocześnie wartość energetycznego współczynnika odbicia fali na granicy bezpośredniego kontaktu obu półprzestrzeni. Oznacza to, że fale długie oddziaływują z ciągłą granicą przejścia między dwoma ośrodkami tak jakby na ich brzegu występował skok własności akustycznych.

Współczynnik I_R przy spadku długości fali gwałtownie maleje, dążąc oscylacyjnie do zera. Z wyrażenia (34) wynika, że dla długości fali danej wzorem

$$k_oL = \sqrt{\frac{\ln^2(z_2/z_1)}{4u_L^2/L^2} + m^2\pi^2} . \tag{38}$$

współczynnik odbicia przyjmuje wartości zerowe. Długości te odpowiadają częstotliwościom rezonansowym warstwy. Z rysunku 2 wynika, że fale krótkie przenikają przez granicę ośrodków o ciągłym rozkładzie własności akustycznych ulegając jedynie niewielkim odbiciom.

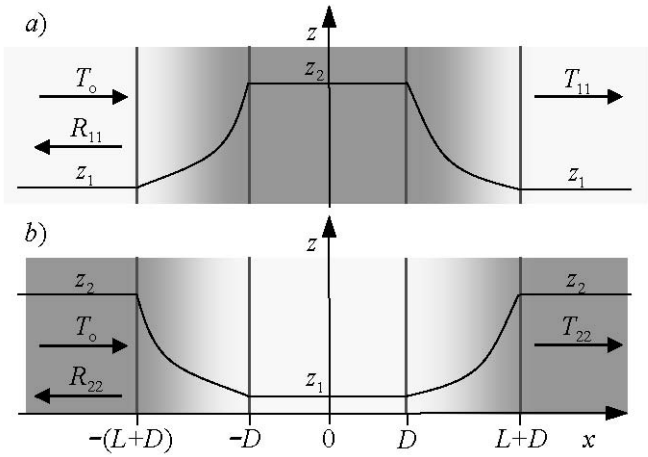
Współczynniki odbicia i przenikania dla fali padającej z półprzestrzeni 2 otrzymamy z wyrażeń (29) i (30) zamieniając miejscami występujące w nich indeksy 1 i 2. Ponieważ w takim przypadku parametr α zmienia znak na przeciwny (patrz $(18)_2$), z (29) i (30) otrzymujemy zależności

$$\overline{T}_{21} = \overline{T}_{12} / \beta \quad , \qquad \overline{R}_{21} = -\overline{R}_{12} \, . \tag{39}$$

Natomiast energetyczne współczynniki (33)-(36) nie ulegają zmianie.

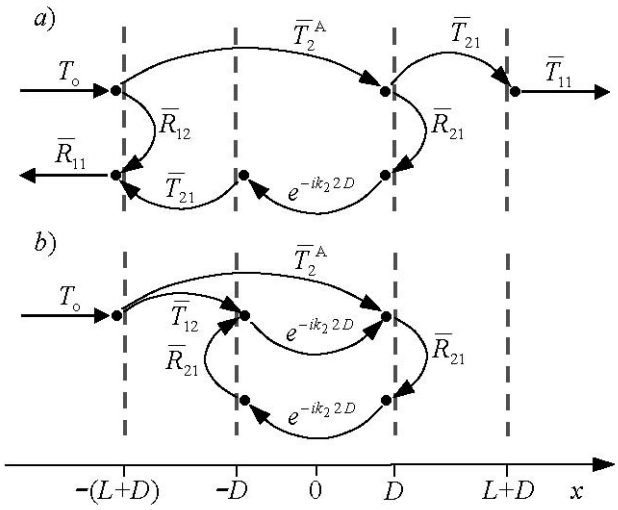
3.2. Oddziaływanie fali z układem warstw

Amplitudowe współczynniki przenikania i odbicia (29) i (30) opisujące oddziaływanie fali z warstwą niejednorodnego materiału umożliwiają bezpośrednie określanie takich współczynników dla układu warstw o niejednorodności impedancji przedstawionej na rysunku 3, przy czym impedancja niejednorodnych warstw opisana jest zależnością (17).



Rys. 3. Układ dwóch niejednorodnych warstw

Aby wyprowadzić wyrażenia dla współczynnika odbicia R_{11} i przenikania fali T_{11} przez układ warstw przedstawiony na rysunku 3a wykorzystamy podejście strukturalne [6]. Umożliwia to bezpośrednie sformułowanie równań dla wypadkowych amplitud w jednorodnych częściach układu. Na rysunku 4a przedstawiono schemat generowania fali odbitej i przechodzącej przez układ warstw przedstawiony na rysunku 3a, natomiast na rysunku 4b zilustrowano schemat generowania wypadkowej fali padającej na lewy brzeg drugiej warstwy niejednorodnej. Strzałkami połączono miejsca, dla których określone zostały poszczególne współczynniki przenoszenia i odbicia fal.



Rys. 4. Schematy generowania pól akustycznych w układzie: a) dla fali odbitej i przechodzącej, b) dla fali padającej na powierzchnię x = D

Ze schematu na rysunku 4a wynika, że wypadkowa amplituda fali odbitej od układu warstw $T_o\overline{R}_{11}$ jest sumą amplitudy $T_o\overline{R}_{12}$ fali odbitej od pierwszej warstwy niejednorodnej oraz amplitudy fal

$$T_o\overline{T}_2^A\overline{R}_{21}e^{-ik_2 2D}\overline{T}_{21}\,,$$

które po dotarciu do drugiej warstwy niejednorodnej uległy odbiciu i wróciły do półprzestrzeni 1. Otrzymujemy równanie amplitudowe postaci

$$\overline{R}_{11} = \overline{R}_{12} + \overline{T}_2^A\overline{R}_{21}\overline{T}_{21}e^{-2ik_2D} \tag{40}$$

gdzie e^{-2ik_2D} jest współczynnikiem przenoszenia fali w materiale warstwy środkowej, natomiast przez $\overline{T}_2^A$ oznaczono współczynnik przenoszenia fali padającej na powierzchnię drugiej warstwy niejednorodnej.

Podobnie, dla współczynnika przenikania fali $\overline{T}_{11}$ przez układ warstw mamy

$$\overline{T}_{11} = \overline{T}_2^A\overline{T}_{21}\,. \tag{41}$$

Wyznaczenie nieznanego współczynnika $\overline{T}^A$ występującego w wyrażeniach (40) i (41) wymaga sformułowania niezależnego równania amplitudowego. Ze schematu przedstawionego na rysunku 4b wynika, że amplituda $T_o\overline{T}_2^A$ wypadkowej fali padającej na lewy brzeg drugiej warstwy niejednorodnej jest sumą amplitudy

$$T_o\overline{T}_{12}e^{-ik_2 2D}$$

fali przenikającej przez pierwszą warstwę niejednorodną oraz amplitudy

$$T_o\overline{T}_2^A\overline{R}_{21}e^{-ik_2 2D}\overline{R}_{21}e^{-ik_2 2D}$$

powstałej w warstwie środkowej układu w wyniku jej wielokrotnych odbić od sąsiadujących z nią niejednorodnych warstw. Równanie amplitudowe przyjmuje postać

$$\overline{T}_2^A = \overline{T}_{12} e^{-2ik_2 D} + \overline{T}_2^A (\overline{R}_{21})^2 e^{-4ik_2 D} \ . \tag{42}$$

stąd mamy

$$\overline{T}_2^A = \frac{\overline{T}_{12} e^{-2ik_2 D}}{1-(\overline{R}_{21})^2 e^{-4ik_2 D}} \ . \tag{43}$$

W ten sposób współczynniki $\overline{R}_{11}$ i $\overline{T}_{11}$ oddziaływania fal z układem warstw zostały w pełni określone przez współczynniki $\overline{R}_{12}$ i $\overline{T}_{12}$ ($\overline{R}_{21}$ i $\overline{T}_{21}$) oddziaływania fali z niejednorodną warstwą.

Podobne rozważania możemy przeprowadzić dla układu warstw przedstawionego na rysunku 3b. Formalnie współczynniki odbicia $\overline{R}_{22}$ i przenikania $\overline{T}_{22}$ otrzymamy z wyrażeń (40) i (41) zamieniając miejscami indeksy 1 i 2. Mamy

$$\overline{R}_{22} = \overline{R}_{21} + T_1^A \overline{R}_{12} \overline{T}_{12} e^{-2ik_1 D} \ , \qquad \overline{T}_{22} = T_1^A T_{12} \tag{44}$$

gdzie dla $\overline{T}_1^A$ z (43) otrzymujemy

$$\overline{T}_1^A = \frac{\overline{T}_{21} e^{-2ik_1 D}}{1-(\overline{R}_{12})^2 e^{-4ik_1 D}} \ . \tag{45}$$

W szczególnym przypadku, dla $D = 0$, wyrażenia (40) i (41) po uwzględnieniu (43) przyjmują postać

$$\overline{R}_{11} = R_{12} \frac{1-(R_{12})^2 - \overline{T}_{12} T_{21}}{1-(R_{12})^2} \ , \qquad \overline{T}_{11} = \frac{\overline{T}_{12} \overline{T}_{21}}{1-(R_{12})^2} \tag{46}$$

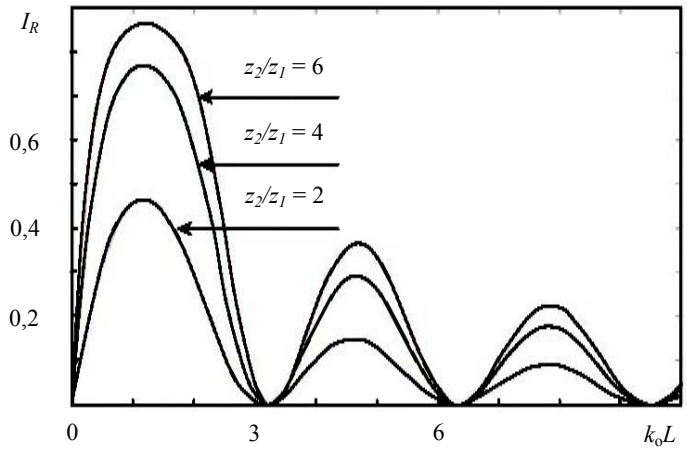
przy czym zachodzą także zależności

$$\overline{R}_{22} = -\overline{R}_{11} \ , \qquad \overline{T}_{22} = \overline{T}_{11} \ . \tag{47}$$

Na rysunku 5 przedstawiono wykresy zależności energetycznego współczynnika odbicia fali harmonicznej $I_R = \overline{R}_{11} \overline{R}_{11}^*$ od bezwymiarowej liczby falowej $k_o L$ dla trzech różnych wartości stosunków impedancji z_2/z_1 i $D = 0$. Przebiegi tych krzywych mają charakter tłumionych sinusoid osiągając wartości maksymalne dla długości fal danych wzorem

$$k_o L = \sqrt{\frac{\ln^2 (z_2/z_1)}{4u_L^2/L^2} + \frac{\pi^2}{4}(2m+1)^2} \qquad m = 0,1,2,...$$

odpowiadających częstotliwościom antyrezonansowym warstwy oraz wartości zerowe dla długości fal danych wzorem (38) odpowiadających częstotliwościom rezonansowym.



Rys. 5. Współczynnik odbicia energii fali od układu dwóch niejednorodnych warstw ($D = 0$)

Przebieg wykresu współczynnika odbicia fali od warstwy niejednorodnego materiału ma podobny charakter jak w przypadku oddziaływania z warstwą jednorodnego materiału o właściwościach tłumiących. W ultradźwiękowych badaniach eksperymentalnych stwarza to niebezpieczeństwo mylnej interpretacji wyników pomiarów.

4. UWAGI KOŃCOWE I WNIOSKI

W pracy przeanalizowano jednowymiarowe zagadnienie oddziaływania płaskiej fali harmonicznej z warstwą makroskopowo niejednorodnego materiału o ciągłym rozkładzie własności akustycznych charakteryzowanych przez liczbę falową i impedancję akustyczną, będących funkcjami współrzędnej przestrzennej. Dla wyodrębnienia wpływu niejednorodności na charakterystyki częstotliwościowe oddziaływania fal założono, że materiał warstwy jest niedyssypatywny, a niejednorodność impedancji akustycznej jest opisana funkcją eksponencjalną i jest ciągła w całym układzie. W takim przypadku układ równań opisujący propagację fal w niejednorodnej warstwie przyjmuje postać liniową, co umożliwia analityczne rozwiązanie zagadnienia. Wyprowadzono wyrażenia dla amplitud fali przechodzącej i powrotnej w warstwie oraz dla amplitudowych i energetycznych współczynników odbicia i przenikania fali przez warstwę. Pokazano, że współczynnik odbicia fali od półprzestrzeni pokrytej warstwą niejednorodnego materiału silnie zależy od długości padającej fali, podczas gdy współczynnik taki dla brzegu o skokowo zmiennej impedancji jest stały. Dla fal długich współczynniki odbicia w obu układach są równe, natomiast wraz ze spadkiem długości fali współczynnik odbicia od warstwy niejednorodnego materiału maleje do zera, podobnie jak przy oddziaływaniu fali z warstwą jednorodnego materiału o własnościach tłumiących.

Analiza wpływu innych rozkładów impedancji akustycznej w warstwie niż postać eksponencjalna rozważana w pracy wymaga wykorzystania metod numerycznych rozwiązywania układu rówań różniczkowych (4) i (5), ze względu na ich nieliniowy charakter.

LITERATURA

[1] Brekhovskikh L.M., 1980. Waves in Layered Media. Academic Press New York.

[2] Cieszko M., 2009. Opis oddziaływania fal w makroskopowo niejednorodnych materiałach. Zagadnienia mechaniki stosowanej tom 2, Wyd. Uczeln. UTP w Bydgoszczy.

[3] De Ryck L., Groby J.P., Leclaire P., Laurics W., Wirgin A., Fellah Z.E.A., Depollier C., 2007. Acoustic Wave Propagation a Macroscopically Inhomogeneous Porous Medium Saturated by a Fluid. Applied Physics Letters 90, 181901.

[4] De Ryck L., Laurics W., Fellah Z.E.A., Wirgin A., Groby J.P., Leclaire P., Depollier C., 2007. Acoustic Wave Propagation and Internal Fields in Rigid Frame Macroscopically Inhomogeneous Porous Media. Journal of Applied Physics 102, 024910.

[5] Filippi P., Habault D., Lefebvre J.P., Bergassoli A., 1999. Acoustics: Basic Physics, Theory and Methods. Academic Press New York – London.

[6] Litvinienko D.L., Litwinienko D.N., Prosvirnin S.L., 1997. Metod analiza difrakci woln na mnogoslojnyh periodiceskih strukturah. Radiofizika i Radioastronomia, 2(4), 485-491.

INTERACTION OF HARMONIC WAVE WITH A LAYER OF MACROSCOPICALLY INHOMOGENEOUS MATERIAL

Summary

In the paper a one-dimensional problem of plane harmonic wave interaction with macroscopically inhomogeneous material layer is analysed for the continuous distribution of acoustic properties characterised by the wave number and acoustic impedance, being the functions of spatial coordinate. The considerations were based on the new description of such problems proposed earlier by one of the authors of this paper. It allowed for the derivation of analytical expressions for amplitude and energy coefficients of wave reflection and transmission. There was analysed the effect of parameters characterizing the inhomogeneity of the layer material on the frequency characteristics of the wave interaction and the parameters were compared with the characteristics of the wave interaction with the homogenous layer.

Keywords: wave interaction, macro-inhomogeneous materials