TOMASZ PACZKOWSKI, JERZY SAWICKI

Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy

ZAGADNIENIE ODWROTNE W MODELOWANIU OBRÓBKI ELEKTROCHEMICZNEJ KSZTAŁTOWEJ

W pracy przedstawiono analizę zagadnienia odwrotnego w obróbce ECM. Przeprowadzono symulacje komputerowe uzyskując z zadaną dokładnością zarys elektrody roboczej. Do opisu matematycznego powierzchni elektrody roboczej zastosowano matematycznie najbardziej elastyczną metodę przedstawienia powierzchni i krzywych – reprezentację NURBS. Zagadnienie rozwiązano wykorzystując układ równań opisujących ewolucję kształtu powierzchni obrabianej oraz przepływ mieszaniny elektrolitu i gazu w szczelinie międzyelektrodowej.

Słowa kluczowe: symulacja komputerowa, obróbka elektrochemiczna, przepływ elektrolitu

1. WPROWADZENIE

Drążenie elektrochemiczne jest odmianą obróbki elektrochemicznej bezstykowej i należy do podstawowych i najbardziej rozpowszechnionych operacji technologii elektrochemicznej części maszyn i narzędzi [1].

Obróbka elektrochemiczna ECM wymaga, aby do ujemnego bieguna stałego źródła prądu podłączyć elektrodę roboczą (ER), a do bieguna dodatniego przedmiot obrabiany (PO). Szczelina międzyelektrodowa (SM) wypełniona jest elektrolitem. Podczas procesu obróbki wymuszony różnicą ciśnień przepływ elektrolitu szczeliną powoduje wypłukiwanie z powierzchni elektrod produktów roztwarzania (cząsteczki wodoru oraz jony roztworzonego metalu). Można zatem przyjąć, że w szczelinie międzyelektrodowej powstaje mieszanina elektrolitu, cząsteczek wodoru oraz produktów roztwarzania elektrochemicznego.

O zjawiskach fizycznych jakie występują w szczelinie międzyelektrodowej w trakcie obróbki ECM decydują procesy wymiany masy, pędu i energii, które wpływają na dokładność operacji drążenia elektrochemicznego.

Projektując proces technologiczny drążenia należy wyróżnić następujące zadania [2]:

- dobór warunków procesu ECM (skład elektrolitu, parametry obróbki, wymogi technologiczne),
- wyznaczenie geometrii narzędzia elektrody roboczej,
- analiza dokładności obróbki.

Należy zaznaczyć, że wymienione zadania są wzajemnie ściśle sprzężone. Rozwiązanie ich, związane jest z wyznaczeniem ewolucji kształtu powierzchni obrabianej tj. anody.

Proces projektowania elektrody roboczej przedstawiono na przykładzie kształtowania powierzchni łopatki wirnika maszyny przepływowej (rys. 1).



Rys. 1. Łopatka wirnika

Matematyczny opis powierzchni łopatki, zarysu przekroju jest skomplikowany. Do ich opisu zastosowano matematycznie najbardziej elastyczną metodę przedstawienia powierzchni i krzywych - reprezentację NURBS (ang. Non-Uniform Rational B-Spline).

Zagadnienie rozwiązano wykorzystując równanie opisujące ewolucję kształtu powierzchni obrabianej oraz układ równań określających przepływ mieszaniny elektrolitu i wodoru w szczelinie międzyelektrodowej.

2. MODELOWANIE MATEMATYCZNE PROCESU OBRÓBKI ECM

Modelowanie obróbki ECM polega na wyznaczeniu zmian grubości szczeliny międzyelektrodowej, ewolucji kształtu powierzchni obrabianej w czasie oraz rozkładów warunków fizykochemicznych panujących w obszarze obróbki takich jak: rozkład ciśnienia, prędkości przepływu elektrolitu, temperatury i koncentracji objętościowej fazy gazowej.

Na rysunku 2 przedstawiono schemat obróbki elektrochemicznej łopatki z drgającą elektrodą roboczą.



Rys. 2. Schemat obróbki elektrochemicznej

Chcac wyznaczyć rozkład ciśnienia, prędkości przepływu elektrolitu, rozkład temperatury w szczelinie międzyelektrodowej oraz koncentrację objętościową fazy gazowej w elektrolicie poniżej sformułowano w zapisie wskaźnikowym równania ruchu wynikające z zasad zachowania masy, pędu i energii dla rozważanej mieszaniny cieczy [3]. Równania ciągłości przepływu odpowiednio dla elektrolitu oraz wodoru:

$$\rho_{e,t} + (\rho_e v_i)_{,i} = 0 \tag{1}$$

$$\rho_{h,t} + (\rho_h v_i)_{,i} = J \eta_H k_H h^{-1}$$
(2)

gdzie:

re (1 r)re goude cleandina,	
$ \rho_h = \beta \cdot \rho_h^0 - \text{gestość wodoru,} $	
<i>v_i</i> – składowe wektora prędkości przepływu elekt	rolitu,
J – gęstość prądu,	
<i>h</i> – grubość szczeliny międzyelektrodowej,	
k_H – równoważnik elektrochemiczny wodoru,	
η_H – wydajność prądowa roztwarzania,	
β – koncentracja objętościowa fazy gazowej.	

W równaniu (2) pominięto produkty roztwarzania elektrochemicznego zakładając, że są pomijalnie małe [2].

Równania pędu dla elektrolitu i wodoru przyjmują postać:

$$\rho_{e}(v_{i,t}+v_{j}v_{i,j}) = -p_{e,i}+\tau_{ij,j}$$
(3)

$$\tau_{ij} = \mu_e(v_{i,j} + v_j, i) \tag{4}$$

$$\rho_H (v_{i,t} + v_j v_{i,j}) = -p_{H,i} + \tau_{ij,j}$$
⁽⁵⁾

$$\tau_{ij} = \mu_H (v_{i,j} + v_{j,i})$$
(6)

gdzie:

- v_i składowe wektora prędkości, p_e ciśnienie elektrolitu,
- p_H ciśnienie gazu,
- μ_e dynamiczny współczynnik lepkości elektrolitu,
- μ_H dynamiczny współczynnik lepkości wodoru,
- τ_{ij} tensor naprężeń lepkich.

Równanie energii dla elektrolitu ma postać:

$$(\rho_{e}T_{e})_{,i} + (\rho_{e}T_{e}v_{i})_{,i} = aT_{,ii} + \frac{Q}{c_{p}}$$
(7)

gdzie:

$$T_e - \text{temperatura elektrolitu,}$$

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p} - \text{współczynnik dyfuzyjności termicznej,}$$

$$Q = \frac{j^2}{\kappa} - \text{ciepło Joule'a, } j = \frac{\kappa \cdot U_c}{h}$$

$$U_c - \text{różnica potencjałów,}$$

$$\kappa - \text{konduktywność mieszaniny.}$$

Chcąc rozwiązać układ równań (1)÷(7) wprowadzono następujące założenia upraszczające:

- przepływ elektrolitu jest ustalony dwuwymiarowy, laminarny,
- ciśnienia $p_e = p_H = p$,
- objętościowa koncentracja fazy gazowej $\beta = \beta(x)$,
- grubość szczeliny jest mała w porównaniu z długością szczeliny międzyelektrodowej (h << L).

Dodając równania ruchu obu faz stronami oraz zaniedbując człony zawierające stosunek gęstości ρ_{H}/ρ_{e} , siły bezwładności przepływu jako pomijalnie małe, układ równań ruchu mieszaniny (1)+(7) w płaskim przepływie jest następujący:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho_e v_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_e v_y) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho_h v_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_h v_y) = j\eta_H k_H h^{-1}$$

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu_e} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = 0$$

$$v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{Q}{\rho_e c_p}$$
(8)

Układ równań (8) powinien spełniać następujące warunki brzegowe:

dla prędkości

 $v_x, v_y = 0$ dla y = 0, y = h

dla ciśnienia

 $p = p_o$ dla $x = x_o$

- dla temperatury:
- na ściankach:

 $T = T_0$ dla $x \ge x_i$ i y = 0 i y = h

- na wlocie:

$$T = T_i$$

gdzie:

- x_i współrzędna początku szczeliny międzyelektrodowej,
- x_o współrzędna końca szczeliny międzyelektrodowej,
- T_0 temperatura elektrod,
- T_i temperatura na wlocie.

Rozwiązując układ równań (8) otrzymano rozkłady prędkości, ciśnienia, koncentracji fazy gazowej w szczelinie międzyelektrodowej w postaci:

$$v_{x} = \frac{6Q_{V}}{h^{3}} (y^{2} - yh)$$

$$p = p_{w} - 12\mu_{e} Q_{V} (A(x) - Aw)$$

$$A(x) = \int \frac{dx}{h^{3}}$$
(9)
$$\beta = \frac{\eta_{H}k_{H}R_{H}}{\mu_{H}} \frac{\kappa_{0}\Phi_{TG}^{-1} (U - E)}{Q_{V} h} \frac{T}{p}x$$

$$\mu_{e} = \mu_{0}(1 + \beta m)e^{-b(\Delta T)}$$

tutaj: Q_V – strumień objętości, R_H – stała wodoru, U-E – różnica potencjałów,

 Φ_{TG} – funkcja opisująca zmiany konduktywności w szczelinie,

m, b – stałe zależne od rodzaju elektrolitu.

Równanie energii opisane układem (8) pozwalające wyznaczyć rozkład temperatury w szczelinie rozwiązano numerycznie metodą różnic skończonych wykorzystując określone powyżej formuły (9).

3. MODEL NUMERYCZNY PROCESU OBRÓBKI ELEKTROCHEMICZNEJ

Zagadnienie rozwiązano metodą kolejnych przybliżeń, dla wszystkich stosowanych schematów numerycznych, stosując jednocześnie metodę kroków czasowych. Współrzędną czasu t przedstawiono zbiorem punktów:

$$t_k = t_0 + k \,\Delta t \tag{10}$$

gdzie: k = 0, 1, 2, ..., K

Wyznaczenie kształtu profilu powierzchni obrabianej w czasie, opisuje równanie [5,6,7]:

$$\frac{\partial Y_A}{\partial t} = k_v \kappa_0 \Phi_{TG}^{-1} \frac{U - E}{h} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)^2}$$
(11)

$$\Phi_{TG} = \frac{1}{h} \left[\int_{0}^{h} \frac{dy}{\left(1 + \alpha (T - T_0)\right) \left(1 - \beta\right)^{\frac{3}{2}}} \right]$$
(12)

tutaj: k_v – współczynnik obrabialności elektrochemicznej.

Początkowy kształt powierzchni PO oraz ER zdefiniowany został w modelerze 3D jako powierzchnie swobodne typu NURBS [4]. Niezbędną w obliczeniach numerycznych ich dyskretyzację dokonano poprzez aproksymację powierzchni krzywymi. Otrzymano w ten sposób zbiór par krzywych ER_k , PO_k , które w dalszym kroku z zadaną dokładnością w globalnym układzie współrzędnych opisano punktami (rys. 3):

$$x_i = \sum_{i=1}^{i} \Delta x_i \tag{13}$$

gdzie: *i* = 0, 1, 2, ..., *I*



Rys. 3. Dyskretyzacja powierzchni elektrod i SM

Po dokonaniu dyskretyzacji czasu, ER i PO w danym kroku czasowym rozwiązanie podzielono na etapy:

- obliczanie minimalnej odległości (h_{min}) rozpatrywanego punktu A na PO_k od ER_k,
- dyskretyzację szczeliny międzyelektrodowej (rys. 3) wzdłuż wcześniej wyznaczonych h_{min}. W lokalnie ortogonalnym układzie współrzędnych w punkcie A mamy:

$$y_i = j \Delta y$$
, $\Delta y = \frac{h}{j}$ (14)

gdzie: j = 0, 1, 2, ..., J

- obliczanie pola gęstości prądu j_A ,
- obliczanie pola prędkości przepływu w lokalnie ortogonalnym układzie współrzędnych,
- obliczanie pola temperatury w lokalnie ortogonalnym układzie współrzędnych.
 Równanie energii (3) rozwiązano numerycznie metodą różnic skończonych.

Obliczenia rozkładów temperatury wykonywane są w cyklu iteracyjnym, ponieważ w przyjętej metodzie wyznaczając $T_{(i,j)}$ potrzebna jest nieznana wartość $T_{(i,j+1)}$. Procedury iteracyjne powtarza się aż do uzyskania zadanego kryterium dokładności obliczanych rozkładów [8,9]:

$$\sup \left| T_{(i,j)k} - T_{(i,j)k-1} \right| < \varepsilon T_j \tag{15}$$

gdzie: εT – założona dokładność obliczenia temperatury,

- obliczanie pola konduktywności $\chi(x,y)$ elektrolitu dla aktualnych wartości temperatury,
- obliczanie koncentracji fazy gazowej $\beta(x)$ z bilansu masy,
- obliczanie pola właściwości ośrodka lepkość $\mu(x,y)$ i gęstość $\rho(x,y)$,

- obliczanie nowych współrzędnych punktów PO w globalnym układzie współrzędnych prostokątnych,
- przejście do następnego kroku czasowego.

Obiektem analizy numerycznej są nieliniowe równania różniczkowe cząstkowe. Dla takich równań nie ma ścisłych metod badania stateczności rozwiązań ani też ścisłych oszacowań błędu i dowodów zbieżności [3]. Powoduje to znaczne utrudnienia rozwiązań numerycznych. Ponadto przy wadliwie dobranych danych dotyczących procedur numerycznych może wystąpić niestabilność obliczeń.

Uproszczony algorytm rozwiązania modelu matematycznego przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Algorytm rozwiązania modelu matematycznego

Rysunek 5 ilustruje przykładowe rozkłady wielkości fizycznych wyznaczonych zgodnie z zaprezentowanym modelem numerycznym procesu dla górnego i dolnego profilu łopatki.





Rys. 5. Rozkłady wybranych wielkości fizycznych dla: a) górnego profilu łopatki, b) dolnego profilu łopatki

Ważniejsze parametry obróbki przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. F	Parametry obróbki	
-------------	-------------------	--

Początkowa grubość szczeliny	0,2 mm
Prędkość ruchu posuwowego ER	0,0125 mm·s ⁻¹
Napięcie międzyelektrodowe	15 V
Materiał PO	WNL
Materiał ER	0H13N9

4. WYZNACZANIE GEOMETRII ELEKTRODY ROBOCZEJ

Zagadnienie odwrotne w obróbce ECM zmierzające do uzyskania właściwego kształtu elektrody roboczej ER polega na porównaniu wyników symulacji ewolucji kształtu przedmiotu obrabianego z *i*-tej iteracji PO_{pi} z kształtem końcowym PO.

Po wykonaniu obliczeń symulacyjnych określa się rozkład odchyleń kształtu \tilde{F} od kształtu żądanego [2]:

$$\Delta \widetilde{F} = \widetilde{F}_i - F \tag{16}$$

a następnie koryguje się kształt elektrody roboczej ER_i przesuwając w odpowiednim kierunku punkty jej zarysu (rys. 6):

$$\Delta h = \alpha \, \Delta \widetilde{F} \tag{17}$$

tutaj: α – współczynnik warunkujący szybkość zbieżności procesu iteracji.



Rys. 6. Schemat korekcji elektrody roboczej

Obliczenia powtarza się do momentu uzyskania zadanej dokładności rozwiązania. Algorytm projektowania ER dla jednej pary krzywych w zadanym przekroju łopatki przedstawiono na rysunku 7.

92



Rys. 7. Algorytm projektowania ER

Opisana w pracy metoda zwana zagadnieniem odwrotnym w obróbce ECM, wykorzystująca reprezentację NURBS pozwala z zadaną dokładnością na analizę dowolnych powierzchni krzywoliniowych. Metoda ta polega na wyznaczeniu serii krzywych wzdłuż trzeciego wymiaru, opisującego elektrodę roboczą ER, bazując na krzywych wynikających z przekrojów poprzecznych powierzchni przedmiotu obrabianego wzdłuż kierunku przepływu elektrolitu.

Wyznaczane krzywe powstają w wyniku przecięcia wektora normalnego do powierzchni poruszającego się po krzywych opisujących przedmiot obrabiany PO z powierzchnią elektrody roboczej ER. Krzywe wyznaczane odpowiednio gęsto pozwalają na uzyskanie powierzchni (rys. 8).



93

5. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono metodykę projektowania złożonych powierzchni elektrod w oparciu o tzw. zagadnienie odwrotne w obróbce ECM.

Przeprowadzono symulacje komputerowe obróbki powierzchni łopatki maszyny przepływowej.

Na podstawie obliczeń określono na tle powierzchni wyjściowych opisujących kształt przedmiotu obrabianego (łopatki maszyny przepływowej) powierzchnie opisujące kształt zaprojektowanych elektrod roboczych gwarantujących uzyskanie oczekiwanego kształtu przedmiotu obrabianego (rys. 9).



Rys. 9. Powierzchnie zaprojektowanych ER

Przedstawiony w pracy sposób modelowania procesu obróbki ECM, zastosowana metoda superpozycji uzyskanych rozwiązań dla kolejnych przekrojów poprzecznych elektrody pozwala w oparciu o płaski model zagadnienia projektować elektrody o złożonych kształtach.

Drążenie elektrochemiczne jest procesem bardzo złożonym. Komputerowe modelowanie procesu obróbki ECM pozwala projektować narzędzia uzyskując oszczędność czasu i kosztów.

LITERATURA

- Dąbrowski L., Paczkowski T., 2005. Computer simulation of two-dimensional electrolyte flow in electrochemical machining. Russian Journal of Electrochemistry, 41(1).
- [2] Dąbrowski L., 1992. Podstawy komputerowej symulacji kształtowania elektrochemicznego. Prace Nauk., Mechanika 154, Oficyna Wyd. Politech. Warszawskiej.
- [3] Gryboś R., 1998. Podstawy mechaniki płynów. PWN Warszawa.
- [4] Kiciak P., 2000. Podstawy modelowania krzywych i powierzchni. zastosowania w grafice komputerowej. WNT Warszawa.
- [5] Kozak J., 1976. Kształtowanie powierzchni obróbką elektrochemiczną bezstykową (ECM). Prace Nauk., Mechanika 41, Oficyna Wyd. Politech. Warszawskiej.

94

- [6] Kozak J., 1976. Mathematical models for computer simulation of electrochemical machining process. Journal of Materials Processing Technology, 76.
- [7] Łubkowski K., 1996. Stany krytyczne w obróbce elektrochemicznej. Prace Nauk. Mechanika 163, Oficyna Wyd. Politech. Warszawskiej.
- [8] Paczkowski T., Sawicki J., 2003. Modelowanie ewolucji kształtu powierzchni łopatki w obróbce elektrochemicznej elektrodą drgającą roboczą. [w:] Przepływowe maszyny wirnikowe, E. Oczoś (red.), Rzeszów.
- [9] Paczkowski T., Sawicki J., 2003. Wpływ koncentracji wodoru w elektrolicie na ewolucję kształtu przedmiotu obrabianego. [w:] Wybrane zagadnienia obróbek skoncentrowaną wiązką energii. Michał Styp-Rekowski (red.), BTN Bydgoszcz.

REVERSE ISSUE IN MODELING OF SHAPING ELECTROCHEMICAL MACHINING

Summary

The article deals with an analysis of the reverse issue in electrochemical machining ECM. Computer simulations have been performed in order to predict the work piece profile with expected accuracy. For mathematical description of the electrode surface the most flexible, in mathematical terms, representation method of curves and surfaces has been used, that is NURBS. The problem was solved with the use of equations describing the machined shape surface evolution and the flow of electrolyte and gas mixture inside the inter electrode gap.

Key words: computer simulation, electrochemical machining, electrolyte flow