Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
w Bydgoszczy

Wydział Inżynierii Mechanicznej

Mgr inż. Przemysław Osowski

Rozprawa doktorska

Badania teoretyczne i doświadczalne wybranych materiałów w procesie konstruowania opakowań narażonych na obciążenia spowodowane zderzeniem

Promotor
Dr hab. inż. Tomasz Piątkowski, prof. nadzw. UTP

Bydgoszcz 2018

SPIS TREŚCI

Strona

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH SYMBOLII I SKRÓTÓW 4
WPROWADZENIE 6
1. ANALIZA AKTUALNEGO STANU WIEDZY 8
1.1. Opakowanie – definicja i funkcje 8
1.2. Podział opakowań i określenie ich zależności wymiarowych 10
1.3. Krzywe amortyzacji 12
1.4. Model fizyczny opakowania 14
1.5. Wybrane modele zderzeń 16
1.5.1. Modele dyskretne 18
1.5.2. Modele ciągłe 22
1.5.2.1. Modele lokalne 22
1.5.2.2. Modele falowe 27
1.5.3. Modele zderzeń bijaka z materiałem przeciwwstrząsowych 31
1.6. Model matematyczny materiału przeciwwstrząsowego 36
2. CEL, HIPOTEZA I ZAKRES ROZPRAWY 47
2.1. Cel rozprawy 47
2.2. Hipotezy rozprawy 48
2.3. Zakres rozprawy 48
3. PROCEDURA WYZNACZANIA KRZYWEJ DYNAMICZNEGO ŚCISKANIA 50
4. WERYFIKACJA EKSPERYMENTALNA METODY DO WYZNACZANIA KRZYWEJ DYNAMICZNEGO ŚCISKANIA 56
4.1. Cel i zakres badań eksperymentalnych 56
4.2. Aparatura badawcza 56
4.2.1. Stanowisko dedykowane do badań 56
4.2.2. Weryfikacja stanowiska 57
4.3. Materiały przeciwwstrząsowe stosowane w opakowaniach 63
4.3.1. Program badań 63
4.3.2. Wyniki badań 66
4.3.3. Model numeryczny 70
4.3.4. Weryfikacja eksperymentalna wyników badań numerycznych 73
4.4. Kompletne opakowanie 77
4.4.1. Program badań 77
4.4.2. Wyniki badań 79
4.4.3. Model numeryczny 82
4.4.4. Weryfikacja eksperymentalna wyników badań numerycznych 83
5. WPŁYW KĄTA POCHYLENIA ŚCIAN MATERIAŁU PRZECIWWSTRZĄSOWEGO O PRZEKROJU TRAPEZOWYM NA EFEKTYWNOŚĆ ŁAGODZENIA SKUTKÓW ZDERZENIA 88
5.1. Program badań 88
5.2. Wyniki badań 90
5.3. Analiza wyników eksperymentalnych 92

5.4. Model analityczny zderzenia bijaka z próbką o przekroju trapezowym 93
5.5. Weryfikacja eksperymentalna wyników obliczeń modelu analitycznego 96
5.6. Model numeryczny 99
5.7. Weryfikacja eksperymentalna wyników z modelu numerycznego 100
5.8. Analiza wyników modelu numerycznego 103
6. WNIOSKI 107
6.1. Podsumowanie głównej części rozprawy oraz konkluzja odnośnie do celów i hipotez rozprawy 107
6.2. Ograniczenia i krytyczna refleksja na temat zaproponowanego rozwiązania 108
6.3. Ocena wkładu do rozwoju wiedzy na temat właściwości amortyzujących materiałów przeciwwstrząsowych 108
6.4. Perspektywa kontynuacji badań 109
7. LITERATURA 110

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH SYMBOLII I SKRÓTÓW

σ_s – obciążenie statyczne,

σ_d – naprężenie dynamiczne,

σ_m – naprężenie średnie,

G – przeciążenie,

h – wysokość swobodnego spadku,

h_{kor} – wysokość korekcyjna,

d – grubość próbki,

b_p – wymiar boku podstawy próbki,

b_t , c – wymiary podstaw próbki użebrowanej o przekroju trapezowym,

l – długość próbki użebrowanej o przekroju trapezowym,

q – wymiar próbki użebrowanej o przekroju trapezowym w połowie grubości,

β – kąt nachylenia ścian bocznych w próbce użebrowanej o przekroju trapezowym,

m_b – masa bijaka,

m_{bl} – masa bloku (rejestrator przyspieszeń i obciążniki),

v_{teor} – prędkość teoretyczna,

v_{sr} – średnia z dziesięciu maksymalnych wartość prędkości

E_d – gęstość energii,

λ – wydłużenie,

J – jakobian gradientu deformacji,

F – gradient deformacji,

V – lewy tensor wydłużenia,

U – prawy tensor wydłużenia,

O – tensor obrotu,

L – gradient pola prędkości,

D – tensor szybkości deformacji,

W – tensor prędkości rotacji,

ν – liczba Poissona,

ρ_p – gęstość pianki,

ρ_{tek} – gęstość pozorna tektury falistej,

ρ_b – gęstość bijaka,

ρ_{bl} – gęstość bloku,

g_r – gramatura arkusza,

a_{sym} – maksymalne przyspieszenie uzyskane z symulacji,

a_{sr} – wartość średnia maksymalnych przyspieszenie uzyskanych z badań doświadczalnych,

b_b – najmniejszy błąd,

b_w – największy błąd,

ε_r – tolerancja błędu,

Δ – błąd względny,

R^2 – współczynnik determinacji,

H_{ID} – iloraz energii z efektu klepsydry,

s – całkowite skrócenie próbki,

WPROWADZENIE

Opakowania odgrywają ważną rolę w gospodarce każdego kraju, a przemysł opakowaniowy zajmuje znaczące miejsce wśród innych dziedzin produkcji. W rozwoju innowacyjności opakowalnictwa na świecie rysują się dwie wyraźne tendencje: pierwsza jest związana z ochroną produktu i informacyjną rolą opakowania co do jego zawartości, a druga wiążę się z wytwarzaniem nowych materiałów opakowaniowych na bazie związków naturalnych i syntetycznych przyjaznych dla środowiska naturalnego [52].

Temat rozprawy doktorskiej odnosi się do ochrony produktu przed skutkami zderzenia. Istota tego zagadnienia wynika ze statystyk – ok. 90 % wszystkich wytwarzanych na świecie wyrobów wymaga stosowania opakowań [19]. Ich niewłaściwy dobór może wpływać na powstawanie poważnych strat spowodowanych zniszczeniem towaru, a w przypadku substancji i preparatów chemicznych i materiałów niebezpiecznych – może stanowić zagrożenie dla ludzi i środowiska.

W celu zabezpieczenia towaru i otoczenia stawia się określone wymagania opakowaniom, których spełnienie jest niezbędne do realizacji procesów dystrybucji na określonym poziomie bezpieczeństwa i wydajności. Funkcje ochronne produktu jakie przypisuje się opakowaniom obejmują przeciwdziałanie przed [54]:

- narażeniami mechanicznymi (naciskami, uderzeniami, wstrząsami),
- zmianami temperatury i wilgoci,
- przesuszeniem, zamoknięciem lub korozją,
- zmianą właściwości użytkowych (zmianą smaku, utratą lub zmianą zapachu i aromatu, utratą właściwości leczniczych, brakiem prawidłowego funkcjonowania urządzeń technicznych),
- zanieczyszczeniem, drobnoustrojami, szkodnikami lub skażeniem bakteryjnym,
- przenikaniem tłuszczu,
- ubytkiem.

Właściwości materiałów przeciwwstrząsowych i kompletnych opakowań decydują o sposobie i zakresie ich zastosowania. Związek pomiędzy właściwościami struktur przeciwwstrząsowych a oddziaływaniami dynamicznymi jakim poddawany jest produkt wewnątrz opakowania podczas zderzenia ze sztywną powierzchnią stanowi zasadniczy przedmiot zainteresowania naukowego prezentowanej pracy. Problem zderzenia opakowania pojawia się w trakcie przeładunkowych prac transportowych. Ładunek jednostkowy (produkt wraz z opakowaniem) poddawany jest wymuszeniom dynamicznym spowodowanym zderzeniem np. z innym ładunkiem, z elementami wykonawczymi manipulatorów lub z podłożem [43]. Zjawisko zderzenia powoduje nagły wzrost przyspieszenia przez pewien krótki

okres czasu. Skutkuje to powstaniem sił reakcji wywieranych na produkt, które mogą spowodować jego zniszczenie.

Istotę problemu naukowego pracy stanowi kwestia doboru materiału i geometrii struktury przeciwwstrząsowej opakowania drogą projektowania wspomaganego komputerowo z wykorzystaniem metody elementów skończonych w kontekście cech fizycznych chronionego produktu (kształtu, masy oraz odporności na przeciążenia dynamiczne). Inspiracją podjętej tematyki jest fakt, że mimo coraz łatwiejszej dostępności do wydajnych komputerów i środowisk modelowania numerycznego, opakowania transportowe w dalszym ciągu projektowane są żmudną metodą prób i błędów. Ograniczone zaufanie do wirtualnego prototypowania opakowań wynika z mało dokładnych opisów właściwości materiałów opakowaniowych poddawanych dynamicznym obciążeniom zewnętrznym. Zasadniczym osiągnięciem pracy jest nowa wiedza w zakresie skuteczności zastosowania krzywej dynamicznego ściskania w modelowaniu struktur przeciwwstrząsowych opakowań, wyznaczonej na podstawie własnej metody.

Rozprawa doktorska składa się z sześciu rozdziałów. W pierwszym rozdziale dokonano analizy aktualnego stanu wiedzy w zakresie identyfikowania narażeń mechanicznych o charakterze udaru. Scharakteryzowano, jakie funkcje pełnione są przez opakowanie w procesie transportowym. Dokonano ogólnej charakterystyki opakowań i ich zastosowań. Omówiono również tradycyjny sposób projektowania opakowań oraz wybrane modele zderzeń stosowane w numerycznych metodach obliczeniowych i modele matematyczne stosowanych materiałów przeciwwstrząsowych. W drugim rozdziale zawarto cel, hipotezę badawczą oraz zakres pracy. W trzecim rozdziale opisano oryginalną metodę wyznaczania krzywej dynamicznego ściskania. W rozdziale czwartym omówiono program badawczy wyznaczenia krzywej dynamicznego ściskania oraz weryfikację zaprojektowanego testera zderzeń. Przedstawiono również wyniki badań numerycznych i eksperymentalnych przeprowadzonych z wykorzystaniem testera zderzeń dla pianki polietylenowej oraz tektury 3-warstwowej. Zestawiono także wyniki z badań eksperymentalnych i numerycznych przeprowadzone dla przykładowego opakowania. W rozdziale piątym badany jest wpływ kąta pochylenia ściany bocznej materiału przeciwwstrząsowego o przekroju trapezowym na efektywność łagodzenia skutków zderzenia. W rozdziale szóstym zawarto podsumowanie i wnioski końcowe.

1. ANALIZA AKTUALNEGO STANU WIEDZY

1.1. Opakowanie – definicja i funkcje

Przedmiotem pracy jest ładunek jednostkowy, stanowiący prostopadłościenny obiekt [91], który zawiera różnorodne dobra materialne zamknięte w opakowaniu. Definicja opakowania wg. encyklopedii [117] i normy [88] obejmuje tylko jego funkcje ochronne. W opracowaniu [73] zwrócono uwagę, że postrzeganie opakowania jako tylko elementu ochronnego należy do przeszłości. Szerszą definicję opakowania, która przyjmuje dodatkowe aspekty funkcjonalne przedstawiono w pracy [53]. Według jej autorów: „opakowanie to gotowy wytwór zazwyczaj posiadający odpowiednią konstrukcję, mający za zadanie ochronę opakowanego wyrobu przed szkodliwym odziaływaniem czynników zewnętrznych (lub odwrotnie – ochronę otoczenia przed szkodliwym oddziaływaniem wyrobu), umożliwiający przemieszczenie wyrobów podczas magazynowania, transportu, sprzedaży i użytkowania, informujący o zawartości, dzięki swej estetyce oddziaływujący na kupującego, oraz posiadający walory ekonomiczne”. Z powyższej definicji oraz z analizy literatury [15], [92], [118], [119] możemy wyróżnić następujące funkcje opakowania:

- ochronne – ochrona towaru przez opakowanie jest uważana za najważniejszą logistyczną funkcję opakowania; opakowanie powinno zabezpieczać towar przed utratą lub obniżeniem jego jakości w drodze od producenta do konsumenta oraz chronić towar przy wysyłce przed obciążeniami mechanicznymi i klimatycznymi (wilgotność, temperatura) oraz utrudniać kradzież znajdującej się w jego wnętrzu zawartości,
- magazynowe – od opakowania wymaga się, aby ułatwiało ono magazynowanie towaru, tzn. powinno nadawać się do układania w stosy; kształt i wymiary muszą pozwalać na bezpośrednie układanie poszczególnych opakowań na sobie, umożliwiając wykorzystanie przestrzeni magazynowej,
- transportowe – opakowanie powinno ułatwić transport, przy stosunkowo niewielkiej masie opakowania, jego kształt i wymiary powinny pozwolić na optymalne wykorzystanie pojemności środka transportowego,
- manipulacyjne – polega na ułatwieniu realizacji robót ładunkowych wykonywanych ręcznie i mechanicznie,
- informacyjne – opakowanie jest nośnikiem informacji; opakowanie powinno być tak oznaczone (np. kolorem lub napisami), aby pracownik kompletujący zamówienie w magazynie mógł łatwo zidentyfikować żądane towary, opakowania towarów kruchych, szybko psujących się, wymagających specjalnego traktowania przy wysyłce powinny być

wyraźnie oznakowane symbolami rysunkowymi, znakami lub objaśnieniami,

- ekonomiczne – obejmuje relacje kosztów wytworzenia opakowania do kosztów wytworzenia towaru,
- ekologiczne – opakowania wyrobów niebezpiecznych chronią środowisko naturalne, a opakowania wielokrotnego użycia eliminują lub ograniczają powstawanie odpadów opakowań.

Wymienione funkcje wskazują, że opakowania nie mogą być rozpatrywane tylko z jednego punktu widzenia, np. marketingu. Muszą one sprostać całemu zbiorowi wymagań. Stąd dobór i optymalizacja opakowań może nastąpić tylko przy powiązaniu funkcji z wymaganiami im stawianymi – tab. 1.1.

Tabela 1.1. Wymagania stawiane opakowaniom w powiązaniu z funkcjami jakie powinny spełniać [47]

<table>
<tr><th colspan="2">Funkcje opakowań</th><th>Wymagania stawiane opakowaniom</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Funkcje ochronne</td><td></td><td>Mała wrażliwość na zmiany temperatury
Szczelność
Odporność na przenikanie tłuszczu
Neutralność chemiczna
Trudna zapalność</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Funkcje związane z transportowaniem i magazynowaniem</td><td>Stabilność formy
Odporność na zderzania
Odporność na nacisk statyczny</td></tr>
<tr><td></td><td>Podatność na piętrzenie
Odporność na wstrząsy
Znormalizowane wymiary
Łatwość manipulacji
Podatność na tworzenie jednostek ładunkowych</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Funkcje sprzedażne</td><td>Oszczędność przestrzeni
Ekonomiczność</td></tr>
<tr><td>Funkcje identyfikacyjne i informacyjne</td><td>Informatywność
Łatwość identyfikowania
Odróżnialność</td></tr>
</table>

	Funkcje związane z użytkowaniem	Łatwość zamykania Łatwość ponownego zamykania
		Ekologiczność Łatwość kasacji Higieniczność

W rozprawie doktorskiej rozpatrywana jest funkcja ochronna opakowania, której zadaniem jest przeciwdziałanie uszkodzeniu towarów wskutek zderzenia z przeszkodą. Uzyskane wyniki badań podjętych w rozprawie wspomogą proces projektowania opakowań. W celu określenia, jakie typy opakowań mogą występować, dokonano ich podziału i określono ich zależności wymiarowe.

1.2. Podział opakowań i określenie ich zależności wymiarowych

Główny podział opakowań jaki obowiązuje na świecie, to klasyfikacja ze względu na pełnioną funkcję [25, 54, 88]:

- handlowe,
- grupowe,
- transportowe.

Opakowania handlowe, tzw. opakowania pierwszego stopnia stanowią bezpośrednie opakowania wyrobów, często sprzedawanych w handlu detalicznym. Chronią one wyroby przed ubytkami ilościowymi, a częściowo i zmianami jakościowymi, nie zapewniają jednakże samodzielnie dostatecznej ochrony zawartości przed narażeniami w czasie transportu i magazynowania.

Opakowania grupowe lub opakowania drugiego stopnia stanowią zestaw określonej liczby opakowań handlowych. Stosowane są one w celu ułatwienia manipulacji opakowaniami. Mogą one być usunięte bez wpływu na właściwości produktu. Przykładem takiego opakowania są czekolady zamykane w owinięcia, które umieszcza się w pudełkach tekturowych, a te z kolei pakowane są w grupach w pudłach tekturowych.

Opakowania transportowe lub opakowania trzeciego stopnia mają ułatwić manipulację oraz transport pewnej liczbie opakowań handlowych lub grupowych zapewniając przy tym ochronę zawartości przed narażeniami mechanicznymi, klimatycznymi i biologicznymi. Przykładem takiego opakowania jest pudło tekturowe z zabezpieczeniami przeciwwstrząsowymi lub paleta załadowana opakowaniami grupowymi lub handlowymi. Do tego typu opakowań nie należą kontenery do transportu drogowego, kolejowego, wodnego i lotniczego.

Opakowania również dzielone są ze względu na podstawowy materiał użyty na jego wykonanie [19, 54]:

- papierowe, tekturowe,
- szklane,

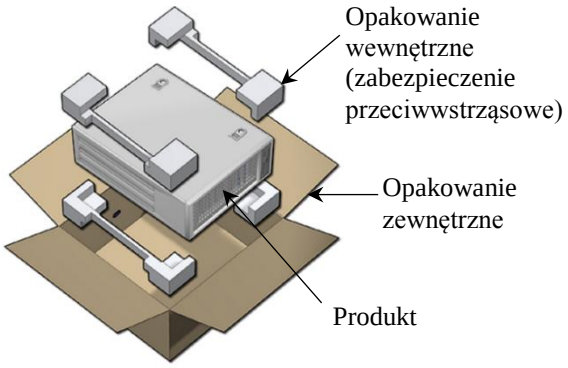
- metalowe,
- z tworzyw sztucznych,
- ceramiczne,
- drewniane i z tworzyw drzewnych,
- tkaninowe,
- z materiałów wielowarstwowych (uzyskanych przez powlekanie, laminowanie lub koekstruzję).

W pracy rozpatrywane jest opakowanie transportowe, gdyż jako jedyne pełni badaną funkcję. Wykonane jest ono z tworzywa sztucznego (pianki polietylenowej) oraz z tektury falistej trójwarstwowej.

Badane opakowanie jest przystosowane do zmechanizowanych prac przeładunkowych i magazynowych. Wymiary zewnętrzne takiego opakowania są ściśle powiązane z wymiarami palet ładunkowych. System doboru wymiarów opakowań został ujęty w normach [42] i [93], który opiera się na następujących zasadach:

- jako podstawę wyjściową przyjmuje się wymiary palety o bokach 800x1200 mm lub 1000x1200 mm,
- największym wymiarem liniowym opakowań transportowych prostopadłościennych jest wymiar palety pomniejszony o 5% tj. 760x1140 mm lub 950x1140; najmniejszy wymiar liniowy opakowań wynosi 100x200 mm.
- wymiary liniowe opakowania transportowego wyznaczane są poprzez podzielenie największego wymiaru przez liczbę naturalną (1, 2, 3 itd.).

W celu doboru odpowiednich wymiarów opakowania w procesie projektowania wymagana jest znajomość grubości opakowania zewnętrznego i zabezpieczeń przeciwwstrząsowych (tzw. opakowania wewnętrznego) – rys.1.1.



Rys.1.1. Przykładowa budowa opakowania transportowego

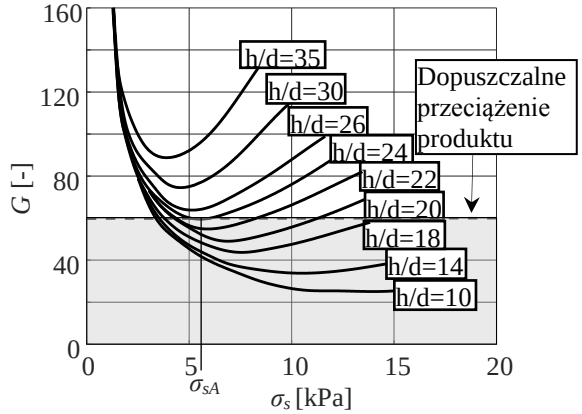
Zgodnie z normą [88] za zabezpieczenia przeciwwstrząsowe uznawany jest materiał lub wkładka wprowadzona do opakowania, która redukuje wpływ wstrząsów wyzwalanych podczas manipulacji i transportu. W celu doboru

grubości zabezpieczenia wg. metody klasycznej (metodą prób i błędów), konieczne jest posiadanie charakterystyki opisującej materiał – tzw. krzywe amortyzacji (ang. cushion curves).

1.3. Krzywe amortyzacji

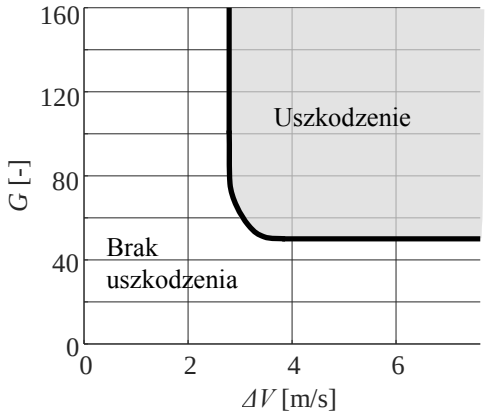
Decydujący wpływ na zdolności ochronne opakowania na zderzenia ma odpowiedni dobór materiału przeciwwstrząsowego (np. EPS (polistyren ekspandowany), tektura falista, pianka poliuretanowa). Celem stosowania tych materiałów jest zmniejszenie wartości sił reakcji pojawiających się podczas zderzenia, poprzez pochłanianie i rozpraszanie energii kinetycznej wyzwalanej przy nagłym zatrzymaniu obiektu podczas zderzenia. Niewłaściwe rozpraszanie energii doprowadza do wzrostu przyspieszenia, jak również skrócenia czasu jego trwania (zazwyczaj do 2÷50 ms) [26], co może doprowadzić do uszkodzenia chronionego produktu.

Podstawową charakterystyką opisującą zdolności przeciwwstrząsowe materiału, stosowaną w klasycznym procesie projektowania opakowań jest tzw. krzywa amortyzacji (rys.1.2) [26]. Opisuje ona zależność pomiędzy obciążeniem statycznym wypełnienia σ_s (wyrażonym ilorazem siły ciężkości zawartości ładunku i powierzchni jego podparcia), a maksymalnym przeciążeniem *G* (wyrażona ilorazem uzyskanego maksymalnego przyspieszenia i przyspieszenia ziemskiego) doznanym przez ładunek. Krzywa ta wyznaczana jest dla zadanej wysokości *h* swobodnego spadku ładunku i grubości *d* badanego materiału przeciwwstrząsowego. Za pomocą zbioru tych krzywych (rys.1.2) można wyznaczyć zalecaną grubość materiału przeciwwstrząsowego i przedział jego obciążenia statycznego, w którym materiał chroniący jest najbardziej efektywny (minima krzywych), a także przedziały, których należy unikać (lewe i prawe zakresy krzywych), ze względu na zagrożenie uszkodzenia produktu [5].



Rys.1.2. Krzywe amortyzacji dla EPS [7]; σ_{sA} – naprężenie statyczne materiału przeciwstrząsowego, dla którego krzywa amortyzacji *h/d*=24 osiąga minimalną wartość

W klasycznym procesie projektowania opakowania, krzywe te wykorzystuje się w celu ustalenia grubości zabezpieczenia przeciwwstrząsowego. Wyznaczenie tej grubości wymaga znajomości wartości dopuszczalnego przeciążenia produktu, na które może być on narażony (rys.1.2). Dopuszczalne przeciążenie produktu wyznaczane jest za pomocą wykresu granicy uszkodzeń – rys.1.3.



Rys.1.3. Wykres granicy uszkodzeń produktu [3]

Wykres ten określa strefę ograniczoną maksymalną wartością przeciążenia *G* w osi pionowej i zmianą prędkości *ΔV* w osi poziomej. Wykres ten jest dobrym narzędziem do określenia przeciążenia dopuszczalnego, jakie jest wstanie przetrwać produkt przy spadku z zadanej wysokości. Wartość zmiany prędkości jest wyznaczana na podstawie równania [103]:

$$\Delta V = (1+e)\sqrt{2gh} \tag{1.1}$$

gdzie:

e – współczynnik restytucji pomiędzy produktem, a sztywną powierzchnią,
g– przyspieszenie ziemskie,
h – wysokość swobodnego spadku.

Obliczona wartość *ΔV* pozwala wyznaczyć punkt na osi poziomej wykresu, z którego prowadzi się pionową linię. Jeśli linia przetnie strefę uszkodzenia, to punkt przecięcia z krzywą granicy tej strefy wyznacza wartość dopuszczalnego przeciążenia *G* produktu. W przypadku, gdy linia nie przecina strefy uszkodzenia (w pobliżu początku układu współrzędnych), oznacza, że produkt nie wymaga zabezpieczeń przeciwwstrząsowych ze względu na przeciążenie *G*.

Odczytane przeciążenie *G* zaznaczamy na wykresie z krzywymi amortyzacji (rys.1.2). Na podstawie tego wykresu wybieramy krzywą amortyzacji (w rozpatrywanym przypadku *h/d*=24), której minimalna wartość jest poniżej i jednocześnie najbliżej dopuszczalnego przeciążenia produktu. Minimum krzywej (*h/d*=24) wyznacza zalecane naprężenie statyczne materiału

przeciwwstrząsowego, które należy zapewnić w procesie projektowania, wynikające z ciężaru produktu i powierzchni jego podparcia:

$$\sigma_S = \frac{mg}{A} \tag{1.2}$$

gdzie:

g – przyspieszenie ziemskie,
m – masa produktu,
A – pole powierzchni podparcia produktu przez materiał przeciwwstrząsowy.

Z wybranej krzywej odczytujemy, przy jakim stosunku wysokości h do grubości materiału d została ta krzywa wyznaczona. Znając wysokość swobodnego spadku h, na które może być narażone projektowane opakowanie, wyznaczamy grubość materiału przeciwwstrząsowego:

$$d = \frac{h}{h/d} \tag{1.3}$$

Wadą tej metody jest to, że podczas projektowania opakowań konieczna jest znajomość całych „rodzin" krzywych amortyzacji stosowanego materiału przeciwwstrząsowego (uwzględniających różne grubości tego materiału, obciążenia statyczne, wysokości swobodnego spadku produktu). Biorąc pod uwagę normatywny wymóg wykonania minimum trzech prób dla każdego punktu wyznaczającego krzywą amortyzacji [2], okazuje się że, opracowanie rodzin krzywych amortyzacji jest zadaniem bardzo pracochłonnym i wymagającym dużej liczby prób i próbek. Zmniejszenie tej pracochłonności można uzyskać wykorzystując w procesie projektowania metody numeryczne, pozwalające odwzorować przebieg zderzenia podczas swobodnego spadku opakowania [68, 74, 123]. W związku z tym określono model fizyczny opakowania transportowego, który wspomoże określić jak wykonać model numeryczny.

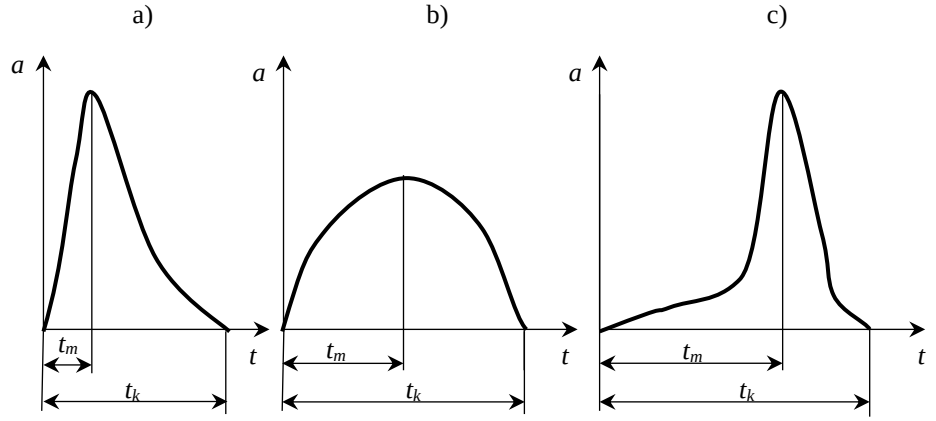
1.4. Model fizyczny opakowania

Istotą modelowania fizycznego jest wymóg spełnienia praw fizyki (np. prawa zachowania energii) we wszystkich częściach danego modelu [72]. Uproszczenia i założenia przyjęte w modelu fizycznym opakowań podporządkowane są opisowi zjawiska zderzenia, które jest zasadniczym nurtem podjętych w rozprawie badań. Zjawisko zderzenia odpowiedzialne jest za destrukcyjny charakter sił reakcji pojawiających się przy inicjacji kontaktu, generującego zamianę energii kinetycznej ciał w energię wewnętrzną.

W modelowaniu przyjęto uproszczenie, że tekturę 3-warstwową o fali B zastosowaną w opakowaniu potraktowano jako jednorodny materiał. Przedstawione porównanie modeli przed i po homogenizacji w pracach [20], [21]

i [37] pozwala stwierdzić, że stosując uproszczony model tektury uzyskujemy zbliżone wyniki do modelu przed homogenizacją. Dzięki temu zyskujemy skrócenie czasu modelowania oraz obliczeń. Uproszczono również chroniony produkt znajdujący się wewnątrz opakowania, który wykonano ze stali, traktując go jako ciało sztywne. Podczas zderzenia opakowania z ładunkiem ze sztywną powierzchnią występuje bardzo niskie prawdopodobieństwo, że produkt przekroczy granicę plastyczności i odkształcenia przekroczą taką wartość, że będą wpływały negatywnie na przemiany energetyczne zachodzące w opakowaniu podczas zderzenia.

Zasadność wprowadzonych założeń i uproszczeń w modelu fizycznym weryfikuje się na podstawie wyników badań eksperymentalnych. Standardowym badaniem eksperymentalnym oceniającym poprawność zaprojektowania opakowań są próby swobodnego spadku na nieodkształcalne podłoże. Zarejestrowane przyspieszenia podczas tych prób pozwalają odnieść się nie tylko do przyjętych dopuszczalnych wartości przyspieszeń opakowania, ale posiadając przebiegi czasowe można wskazać przyczynę generowania nadmiernych wartości przyspieszeń (rys.1.4) [102].



Rys.1.4. Przebiegi przyspieszeń w funkcji czasu dla poszczególnych przypadków obciażeń statycznych: a)niedociążenie, b)optymalne obciążenie, c) przeciązenie; t_m – czas do uzyskania maksymalnej wartości przyspieszenia, t_k – całkowity czas trwania zderzenia [102]

Przebieg przyspieszenia przedstawiony na rys.1.4b, w którym iloraz chwili t_m wystąpienia maksymalnego przyspieszenia do całkowitego czasu zderzenia t_k mieści się w przedziale $t_{\mathrm{m}} / t_k \in \langle 1/3; 0,5 \rangle$ wskazuje, że grubość i obciążenie statyczne materiału przeciwwstrząsowego spowodowane ciężarem produktu są optymalnie dobrane w odniesieniu do początkowej prędkości zderzenia. Przebieg z gwałtownym wzrostem przyspieszenia pod koniec zderzenia

($t_m / t_k \in \langle 0,5;1 \rangle$) przedstawiony na rys.1.4c oznacza, że produkt podczas zderzenia powoduje tak duże odkształcenie materiału przeciwwstrząsowego, że wypełnienie opakowania zachowuje się jak ciało sztywne (ang. bottoming effect). Wtedy obciążenie statyczne jest zbyt duże lub grubość materiału jest niewystarczająca, aby materiał przeciwwstrząsowy mógł efektywnie łagodzić skutki zderzenia. Występowanie maksymalnej wartości przyspieszenia w początkowym przebiegu zderzenia rys.1.4a ($t_m / t_k \in \langle 0;1/3 \rangle$) spowodowane jest zbyt dużą sztywnością materiału przeciwwstrząsowego, która może wynikać z niedostatecznego obciążenia statycznego produktem. Zarejestrowane przebiegi przyspieszeń pozwalają ocenić, czy zaprojektowane opakowanie przekształca energię kinetyczną w energię odkształcenia przy zminimalizowanym poziomie reakcji dynamicznych w odniesieniu do zadanych wysokości swobodnego spadku, masy i powierzchni podparcia produktu.

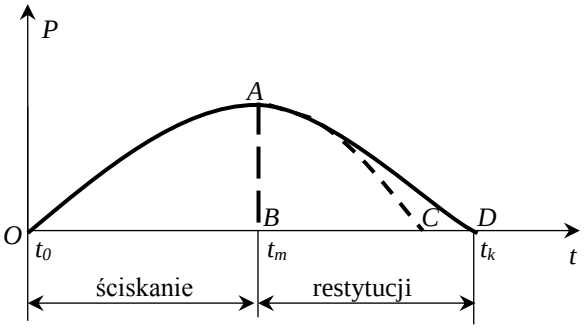
Jeśli przyjęty model zderzenia opakowań pozwoli odtworzyć zarówno maksymalne wartości przyspieszeń rzeczywistych jak i charakter przebiegu w funkcji czasu, to model ten możemy traktować jako pozytywnie zweryfikowany.

Przed przystąpieniem do opracowania modelu matematycznego i numerycznego zjawiska zderzenia, wykonano zestawienie wybranych modeli zderzeń dostępnych w literaturze, które określa aktualny stan wiedzy na temat modelowania dynamiki tego zjawiska i pozwala uzasadnić wybór modelu rozpatrywanego w dalszej części rozprawy.

1.5. Wybrane modele zderzeń

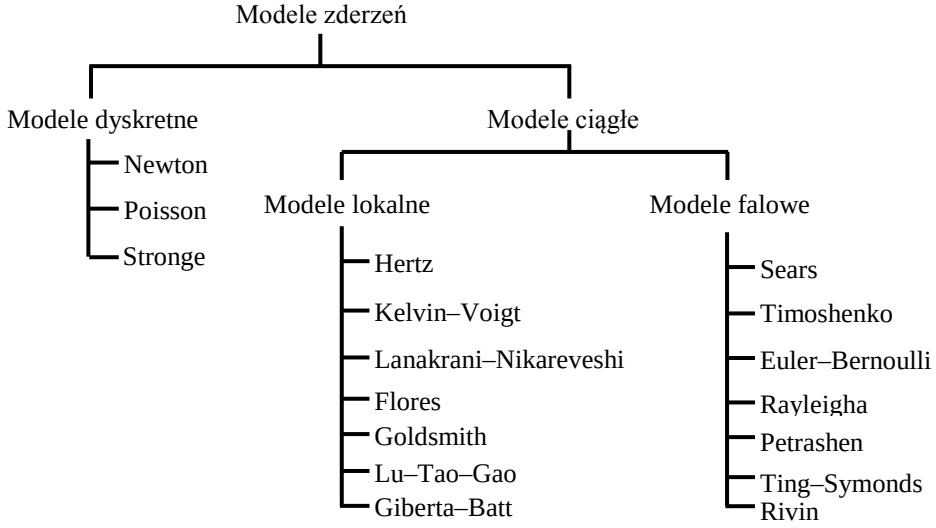
Zderzenie może nastąpić albo w wyniku nagłego zetknięcia się dwóch ciał stałych znajdujących się w ruchu, albo też polegać na dynamicznym działaniu na ciało fali ciśnienia wytworzonego w medium (w powietrzu, wodzie, oleju, itp.). Zderzenie charakteryzuje się siłami reakcji oraz zmianami prędkości pojawiającymi w ciałach uczestniczących w tym zdarzeniu. Konsekwencją tych działań jest to, że ciała są poddawane odkształceniom sprężystym lub plastycznym z rozpraszaniem energii w różnych formach [121]. Sam proces zderzenia zależy od właściwości zderzających się ciał (rodzaju materiału, kształtu) oraz prędkości. Zasadniczo podczas zderzenia można określić dwie fazy: kompresję i restytucję [109] – rys.1.5. Pierwsza faza zaczyna się wraz z kontaktem dwóch ciał w chwili t_0 (punkt O – rys.1.5) i kończy w chwili osiągnięcia maksymalnej siły kontaktu w momencie t_m (punkt A – rys.1.5), gdzie prędkość względna osiąga wartość zerową. W tej fazie energia kinetyczna ruchu względnego jest przekształcana na energię wewnętrzną ciała. Druga faza rozpoczyna się w momencie t_m i kończy gdy kontakt pomiędzy ciałami zaniknie w chwili t_k (punkt D – rys.1.5). Druga faza zależy od charakteru zderzenia, które może być [48]:

- sprężyste, gdzie energia nie jest rozproszona (krzywa *OAD* – rys.1.5),
- plastyczne, gdzie energia jest całkowicie rozproszona i odkształcenie jest trwałe (krzywa *OAB* – rys.1.5),
- sprężysto–plastyczne, gdzie energia jest częściowo rozpraszana i pojawia się odkształcenie trwałe (krzywa *OAC* – rys.1.5).



Rys.1.5. Wykres siły kontaktu *P* w funckji czasu *t* [109]

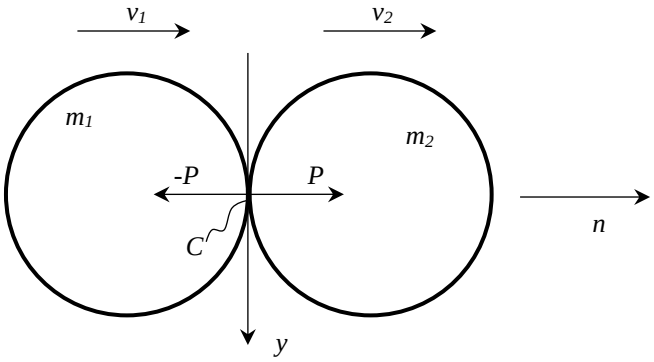
Modelowanie zjawiska zderzenia jest trudnym zadaniem, ze względu na prawa opisujące różne typy zderzeń (podłużne, poprzeczne, skrętne). Prawa te opisane są układami równań różniczkowych i algebraicznych wykorzystujące złożone zależności i liczne parametry. Obecnie nie można mówić o istnieniu jakiejś ogólnej teorii zderzenia, a co najwyżej o pewnej grupie zagadnień dynamicznych, dające się opisać określonymi równaniami. W związku z tym dokonano podziału modeli zderzeń wykorzystując informacje podane w pracach [32] i [48], wg których wyróżnić można dwa zasadnicze typy modeli: dyskretne oraz ciągłe (rys.1.6).



Rys.1.6. Modele zderzeń

1.5.1. Modele dyskretne

W dyskretnych modelach zjawiska zderzenia zakłada się, że chwilowe siły kontaktu *P* (rys.1.7) pojawiające się między ciałami sztywnymi o masach m_1 i m_2 działają w infinitezymalnym przedziale czasowym.



Rys.1.7. Zderzenie środkowe proste dwóch ciał sztywnych; *n* – normalna zderznia, *y* – ślad płaszczyzny ściśle stycznej, m_1 i m_2 – masy ciał, v_1 i v_2 – prędkości ciał, gdzie $v_1 > v_2$, *C* – punkt kontaktu.

Zakładając, że odległości pomiędzy chwilami t_0, t_m i t_k (rys.1.5) są nieskończenie małe, to siłę *P* pojawiającą się w chwili t_0 i działającą do chwili t_m nazywamy impulsem siły ściskającej (rys.1.5):

$$S_c = \int_{t_0}^{t_m} P(t)dt \tag{1.4}$$

Wyróżnić można jeszcze impuls siły restytucji S_f, który rozpoczyna się w chwili t_m i działa do chwili t_k:

$$S_f = \int_{t_m}^{t_k} P(t)dt \tag{1.5}$$

We wzorze na całkowity impuls siły chwilowej *S* można zastąpić chwilę *t* stosując zmianę pędu układu Δp:

$$S = \int_{t_0}^{t_k} P(t)dt = \int_{t_0}^{t_k} \frac{dp}{dt}dt = \int_{p_0}^{p_k} dp = p_k - p_0 = \Delta p \tag{1.6}$$

W chwili t_m ciała przedstawione na rys.1.7 posiadają te samą prędkość v_c. W celu wyznaczenia tej prędkość posłużono się zasadą zachowania pędu:

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = (m_1 + m_2) v_c = m_1 v_1 + m_2 v_2 \tag{1.7}$$

gdzie:

v_{10}, v_{20} – prędkość ciał przed zderzeniem,

v_1, v_2 – prędkość ciał po zderzeniu,

skąd:

$$v_c = \frac{m_1 v_{10} + m_2 v_{20}}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \tag{1.8}$$

Impuls siły ściskającej oraz restytucji uzależniamy od zmiany prędkości w danych chwilach czasowych (t_0, t_m i t_k) dla poszczególnych mas wykorzystując zależność z równania (1.6) oraz ze zdefiniowanej prędkości v_c:

$$S_c = m_1 (v_{10} - v_c) = m_2 (v_c - v_{20}) \tag{1.9}$$

$$S_f = m_1 (v_c - v_1) = m_2 (v_2 - v_c) \tag{1.10}$$

W powyższych równaniach możemy zastąpić prędkość v_c za pomocą równania (1.8):

$$S_c = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_{10} - v_{20}) \tag{1.11}$$

$$S_f = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_2 - v_1) \tag{1.12}$$

Jak można zauważyć, impulsy sił chwilowych przedstawione w równaniach (1.11) i (1.12) są niezależne od czasu trwania zderzenia t_k. Powoduje to, że analiza dynamiczna rozpatrywana jest tylko w dwóch przedziałach czasowych: przed zderzeniem i po zderzeniu. Dzięki temu możemy uzależnić funkcję całkowitego impulsu *S* od prędkości oraz mas poszczególnych ciał wykorzystując zależność*:*

$$S = S_c + S_f = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_{10} - v_{20}) + \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_2 - v_1) \tag{1.13}$$

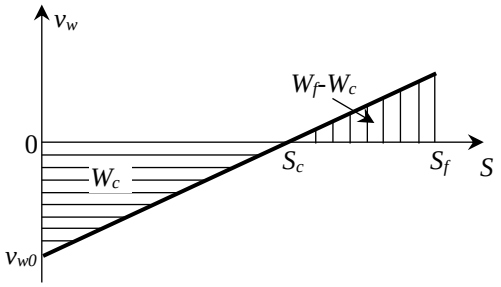
Z powyższego równania wyznaczono prędkość względną układu dwóch ciał $v_w = v_2 - v_1$ w punkcie kontaktu *C* (rys.1.7):

$$v_w = v_{w0} + \frac{(m_1 + m_2) S}{m_1 m_2},\ v_{w0} < 0 \tag{1.14}$$

gdzie:

$$v_{w0} = v_{20} - v_{10} \tag{1.15}$$

Zmniejszenie prędkości względnej ciał powoduje, że energia kinetyczna jest zamieniana na energię wewnętrzną w fazie ściskania (rys.1.5). Stąd, w tym cyklu wykonywana jest praca W_c (rys.1.8).



Rys.1.8. Praca wykonana przez siłę chwilową powiązana z prędkością względną podczas fazy ściskania ($S< S_c$) oraz restytucji ($S_c <S< S_f$); W_c – praca uzyskana w fazie ściskania, W_f – praca utracona w fazie restytucji [109]

W fazie restytucji wykonywana jest praca $W_f - W_c$. Następuje wtedy wzrost względnej prędkości, która spowodowana jest transformacją energii wewnętrznej poprzez siłę *P*, na energię kinetyczną. W związku z tym, pracę wykonaną podczas zderzenia można wyznaczyć wykorzystując zależność, że siła chwilowa *P* jest pochodną impulsu siły (równania (1.4) i (1.5)) [94]:

$$W = \int_0^{t_k} Pvdt = \int_0^S vdS \tag{1.16}$$

Korzystając z powyższej zależności oraz równania (1.14), można wyznaczyć pracę w fazie ściskania W_c:

$$W(S_c) = \int_0^{S_c} v_w(S)dS = v_{w0}S_c + \frac{1}{2}\frac{(m_1 + m_2){S_c}^2}{m_1 m_2} \tag{1.17}$$

Za S_c podstawione jest przekształcone równanie (1.14), wiedząc że zgodnie z rys.1.8 w punkcie S_c prędkość względna przyjmuje wartość v_w=0:

$$S_c = -\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_{w0} \tag{1.18}$$

Podstawiając S_c z równania (1.18) do równania (1.17) otrzymujemy:

$$W(S_c) = -\frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} {v_{w0}}^2 \tag{1.19}$$

Wartość ujemna w powyższym wzorze informuje o utraconej energii kinetycznej prędkości względnej podczas fazy ściskania. Podczas fazy restytucji ciała sztywne odzyskują część swojej energii kinetycznej przez wykonaną pracę siły chwilowej $W_f - W_c$:

$$W(S_f) - W(S_c) = \int_{S_c}^{S_f} v_w(S)\,dS = \frac{m_1 m_2 {v_{w0}}^2}{2(m_1 + m_2)}\left(1 - \frac{S_f}{S_c}\right)^2,\ v_{w0} < 0 \tag{1.20}$$

Równania (1.19) i (1.20) przedstawiają utraconą energię, która w modelu Stronge'a [110] została określona jako energetyczny współczynnik restytucji *e*. Zdefiniowany jest on za pomocą kwadratu współczynnika restytucji e^2 określając negatywny iloraz wyzwolonej energii sprężystości podczas fazy restytucji do energii wewnętrznej uzyskanej podczas fazy ściskania:

$$e^2 = -\frac{W(S_f) - W(S_c)}{W(S_c)} \tag{1.21}$$

Współczynnik restytucji przyjmuje wartość z przedziału $e \in \langle 0;1 \rangle$, gdzie *e*=0 oznacza zderzenie plastyczne, a *e*=1 – zderzenie idealnie sprężyste. W pracy [60] zauważono, że strata energii w wyniku fal naprężeń W_w jest znaczna i może być ujęta w powyższym równaniu:

$$e^2 = -\frac{W(S_f) - W(S_c) - W_w}{W(S_c)} \tag{1.22}$$

Wyznaczając impuls siły podczas fazy restytucji S_f oraz korzystając z równania (1.21):

$$S_f = S_c(1 + e) \tag{1.23}$$

możemy wyznaczyć współczynnik restytucji określony jako iloraz impulsu siły chwilowej w drugiej fazie uderzenia (fazie restytucji) i analogicznego impulsu w fazie pierwszej (fazie ściskania), przedstawionego w modelu Poissona [99]:

$$e = \frac{S_f - S_c}{S_c} \tag{1.24}$$

Wykorzystując zależność prędkości względnej po zderzeniu v_{w1}:

$$v_{w1} = v_{w0} + \frac{(m_1 + m_2) S_f}{m_1 m_2} \tag{1.25}$$

oraz równanie (1.23) możemy wyznaczyć współczynnik restytucji *e*, który jest ułamkiem właściwym wskazującym, jaka część prędkości względnej ciał przed zderzeniem v_{w0} zostaje odzyskana po uderzeniu v_{w1}. Współczynnik ten został przedstawiony w modelu Newton'a [115]:

$$e = -\frac{v_{w1}}{v_{w0}} \tag{1.26}$$

Modele dyskretne charakteryzują się tym, że pozwalają łatwo wyznaczyć prędkość ciał po zderzeniu. Niestety modele te mają istotne ograniczenia. Wynikają one z przyjęcia założenia ciał sztywnych i bezczasowości trwania zderzenia. Z tego powodu, modele te nie pozwalają wyznaczyć pojawiających się podczas zderzenia przyspieszeń ciał, zmian naprężeń, sił reakcji, odkształceń, czy czasu trwania zderzenia. Zastosowanie współczynnika restytucji do opisu zachowania opakowania podczas zderzenia nie pozwala uzyskać wielu istotnych informacji, np. przeciążeń dynamicznych jakich doznaje produkt w opakowaniu podczas zderzenia. W związku z powyższym, modele dyskretne nie nadają się do analizy przebiegów przyspieszeń pojawiających się podczas zderzenia opakowania z przeszkodą. Przebiegi te (przedstawione, np. na rys.1.4), pozwalają m. in. ocenić poprawność zaprojektowania struktur przeciwwstrząsowych opakowania ze względu na kryterium łagodzenia skutków zderzenia.

1.5.2. Modele ciągłe

1.5.2.1. Modele lokalne

Podstawą istnienia modeli ciągłych jest założenie, że siły kontaktu *P* działają w okresie czasu, powodując deformację brył podczas zderzenia. W większości modeli ciągłych siła *P* jest określana w funkcji odkształcenia lokalnego δ i szybkości zmiany odkształcenia $\dot{\delta}$ [32]:

$$P(\delta, \dot{\delta}) = P(\delta) + P(\dot{\delta}) \tag{1.27}$$

Pierwszy model, który wykorzystuje powyższą zależność to model Hertza [27]. Opisuje on nieliniowe odkształcenie sprężyste np. spowodowane zderzeniem. Model ten zakłada, że deformacja jest skoncentrowana w pobliżu miejsca kontaktu oraz całkowita masa poszczególnych ciał porusza się z taką samą prędkością co środek masy. Siła kontaktu jest określona wzorem [27]:

$$P = K\delta^n \tag{1.28}$$

gdzie:

K i *n* – parametry, które są zależne od materiałowych oraz geometrycznych właściwości ciał biorących udział podczas zderzenia.

Hertz opisał swój model dla przypadku zderzenia centralnego dwóch sfer wykonanych z izotropowych materiałów (rys.1.9). Dla tego przypadku parametr n=3/2, gdyż występuje paraboliczny rozkład naprężeń podczas kontaktu. Parametr K zaś wyrażony jest funkcją promieni sfer i właściwościami materiału z których są one wykonane:

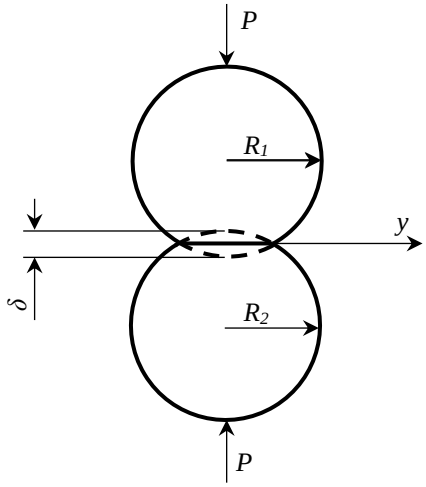
$$K = \frac{4}{3\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)} \sqrt{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \tag{1.29}$$

gdzie:

E_i – moduł Younga powiązany ze sferą i (i=1, 2),

ν_i – liczba Poissona powiązana ze sferą i (i=1, 2),

R_i – promień sfery i (i=1, 2).



Rys.1.9. Model Hertza [120]

Ograniczeniem tego modelu jest to, że odzwierciedla poprawnie siłę kontaktu, jeżeli ciała uczestniczące w zderzeniu są wykonane z twardego materiału oraz gdy ciała poruszają z małą prędkością. Podziału na niską oraz wysoką prędkość zderzenia dokonał Stronge [109] na podstawie odkształceń plastycznych w miejscu kontaktu. Zderzenia przy małych prędkościach powodują wytworzenie naprężeń w miejscu kontaktu, generując tylko małe odkształcenia plastyczne, istotne dla obszaru, które otacza miejsce kontaktu. Przy zderzeniach z dużą prędkością powstają znaczne odkształcenia wokół miejsca kontaktu, co jest spowodowane płynięciem plastycznym. Kolejnym

ograniczeniem jest to, że model ten nie uwzględnia rozpraszania energii podczas zderzenia.

Alternatywnym podejściem do wyznaczenia siły kontaktu, w którym uwzględniona jest strata energii podczas zderzenia jest model Kelvina-Voigta [28]. W tym modelu zderzenie rozpatrywane jest jako połączenie równoległe liniowej sprężyny z liniowym tłumikiem. Siła kontaktu z tego modelu jest wyznaczana za pomocą wzoru [49]:

$$P = K\delta + D\dot{\delta} \tag{1.30}$$

gdzie:

D – współczynnik tłumienia.

Powyższe równanie ma jeden zasadniczy mankament, a mianowicie fakt, że siła kontaktu przy zerowej deformacji nie jest ciągła z powodu istnienia elementu tłumiącego. Ta konkretna kwestia jest nierealistyczna, ponieważ, gdy następuje inicjacja kontaktu, zarówno siły sprężyste, jak i tłumiące powinny mieć zerową wartość. Co więcej, w chwili utraty kontaktu, gdy odkształcenie jest zerowe, względna prędkość ciał jest ujemna, powodując że siła reakcji w miejscu kontaktu jest również ujemna, co z fizycznego punktu widzenia nie ma sensu, ponieważ ciała nie powinny się przyciągać Ten problem skłonił badaczy do rozwiązania powyższego zagadnienia. Dokonali tego między innymi: Lanakrani i Nikareveshi [55] oraz Flores [29].

Lanakrani i Nikareveshi wykorzystali model Hunta-Crusleya [41], który określił siłę kontaktu wzorem:

$$P = K\delta^n + D\dot{\delta} \tag{1.31}$$

gdzie:

$$D = \chi\delta^n \tag{1.32}$$

gdzie:

χ – histerezowy współczynnik tłumienia.

Histerezowy współczynnik tłumienia jest funkcją prędkości zderzenia, właściwości materiału i współczynnika restytucji. Współczynnik ten wyznaczany jest z relacji utraty energii kinetycznej podczas zderzenia, do energii rozproszonej w systemie przez tłumienie wewnętrzne, wg niżej podanego toku postępowania.

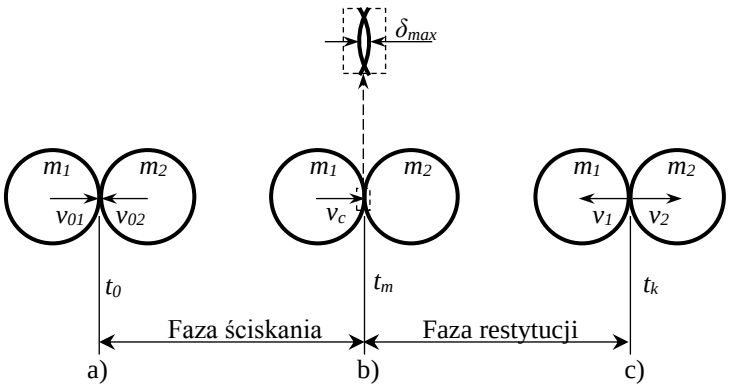
Wykorzystując proces centralnego zderzenia dwóch sfer (przedstawiony na rys.1.10) oraz uwzględniając energię kinetyczną przed i po zderzeniu, energię rozproszoną możemy wyrazić jako funkcję współczynnika restytucji e i początkowej prędkości zderzenia:

$$\Delta E = \frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} {v_{w0}}^2 \left(1 - e^2\right) \tag{1.33}$$

gdzie:

m_i – masa sfery i (i=1, 2),

v_{w0} – początkowa względna prędkość zderzenia wyrażona wzorem (1.15),



Rys.1.10. Schemat jednowymiarowego centralnego zderzenia dwóch sfer: a) początek fazy ściskania, b) maksymalne odkształcenie, c) koniec fazy restytucji [28]

Utratę energii można również wyznaczyć poprzez scałkowanie siły nacisku wokół pętli histerezy siły nacisku. Biorąc pod uwagę, że charakterystyki siły tłumiącej podczas fazy ściskania i restytucji są prawie takie same, Lankarani i Nikravesh [55] wykazali, że:

$$\Delta E = \oint D\dot{\delta} d\delta \approx 2 \int_0^{\delta_{\max}} \chi \delta^n v_w d\delta \approx \frac{2}{3} \frac{\chi}{K} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} {v_{w0}}^3 \tag{1.34}$$

Po podstawieniu równania (1.33) do (1.34), histerezowy współczynnik restytucji wyrażony jest za pomocą równania:

$$\chi = \frac{3K\left(1-e^2\right)}{4v_{w0}} \tag{1.35}$$

Podstawiając powyższe równanie do równania (1.31) otrzymujemy równanie siły kontaktu z tłumieniem:

$$P = K\delta^n \left[1 + \frac{3\left(1-e^2\right)}{4} \frac{v_w}{v_{w0}} \right] \tag{1.36}$$

W przypadku zderzenia dwóch sfer, parametr K można wyznaczyć korzystając z równania (1.29).

Model przedstawiony przez Floresa został opracowany uwzględniając model Hertza oraz histerezowy współczynnik tłumienia. Współczynnik

ten wyznaczany jest poprzez oszacowanie rozproszonej energii kinetycznej tłumieniem wewnętrznym. Z jednej strony, strata energii kinetycznej może być wyrażona jako funkcja współczynnika restytucji i początkowej prędkości zderzenia, jak w wzorze (1.33). Z drugiej strony, rozproszona energia podczas zderzenia może być określona przez scałkowanie siły nacisku wokół pętli histerezy. W modelu Floresa zasugerowano, że rozproszenie energii jest spowodowane tłumieniem wewnętrznym:

$$\Delta E = \oint \chi \delta^{3/2} \dot{\delta} d\delta = \frac{1}{4} \chi (1-e) v_{w0} \delta_{\max}{}^{5/2} \tag{1.37}$$

gdzie:

δ_{max} – maksymalne odkształcenie (rys.1.10).

Zatem, podstawiając równanie (1.37) do równania (1.33) i biorąc pod uwagę zasadę zachowania pędu, otrzymuje się następujące wyrażenie dla współczynnika tłumienia histerezy:

$$\chi = \frac{8(1-e)}{5e} \frac{K}{v_{w0}} \tag{1.38}$$

i stąd model siły kontaktu wyraża się równaniem:

$$P = K\delta^n \left[1 + \frac{8(1-e)}{5e} \frac{v_w}{v_{w0}} \right] \tag{1.39}$$

Należy podkreślić, że w przedstawionych modelach siła kontaktu jest ważna tylko wtedy, gdy lepkosprężystość jest jedynym rozpraszającym elementem podczas zderzenia [28]. Jeżeli rozpraszanie powodowane będzie, np. przez odkształcenia plastyczne, to należy skorzystać z innych modeli. Jednym z nich jest model Goldsmitha [34]. Zaproponował on modyfikację w modelu Hertza, która uwzględniała plastyczne odkształcenia w fazie restytucji:

$$P = P_{\max} \left(\frac{\delta - \delta_p}{\delta_{\max} - \delta_p} \right)^n \tag{1.40}$$

gdzie:

P_{max} – maksymalna siła nacisku,

δ_p – odkształcenie plastyczne.

Jedna z metod wyznaczenia powyższych parametrów została przedstawiona w pracach [56] i [57]:

$$\delta_{\max} = \left[\frac{n+1}{2K} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_w{}^2 \right]^{1/(n+1)} \tag{1.41}$$

$$P_{\max} = K\delta_{\max}{}^{n} \tag{1.42}$$

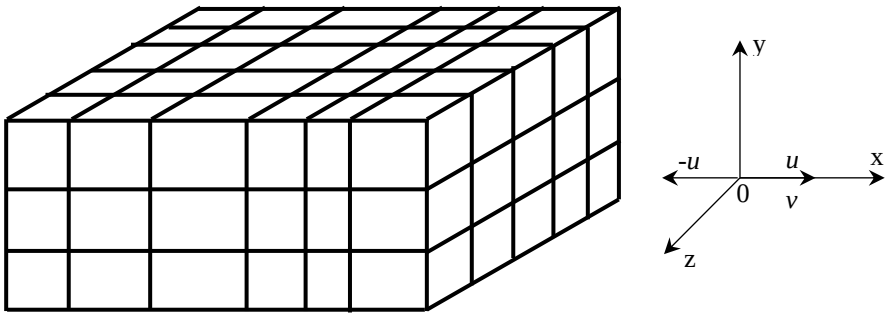
$$\delta_p = \frac{(n+1)}{2P_{\max}} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_w{}^2 \left(1 - e^2\right) \tag{1.43}$$

1.5.2.2. Modele falowe

W wyniku lokalnych deformacji, miejsce kontaktu staje się źródłem rozchodzenia fal powodujących odkształcenia, a w konsekwencji naprężenia, które z czasem obejmują swoim zasięgiem całą objętość ciała. Fale te odbijają się od powierzchni granicznych ciał powodując drgania, z którymi związane jest tzw. odkształcenie ogólne [35].

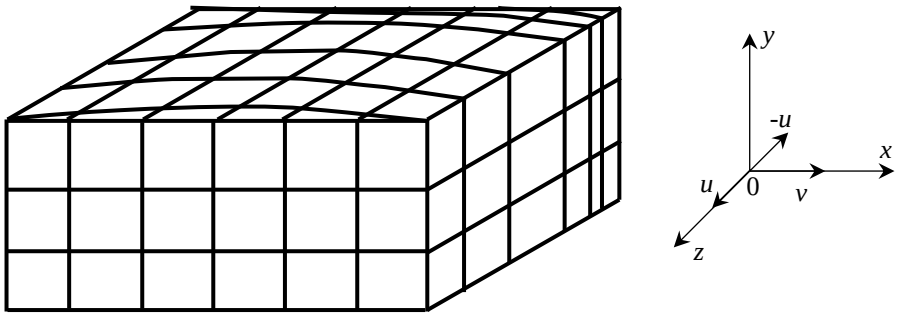
Zakładając, że podczas zderzenia uczestniczyły ciała idealnie sprężyste możemy podzielić fale ze względu na relację między ruchem elementów ośrodka, kierunkiem rozprzestrzenienia się fali oraz warunkami brzegowymi. Najczęstszymi spotykanymi typami fal w materiałach elastycznych są [77, 121]:

- fale podłużne – są to fale, w których prędkość elementów jest równoległa do kierunku rozprzestrzeniania się fali – rys.1.11 (ten typ fali wytwarza naprężenia normalne),



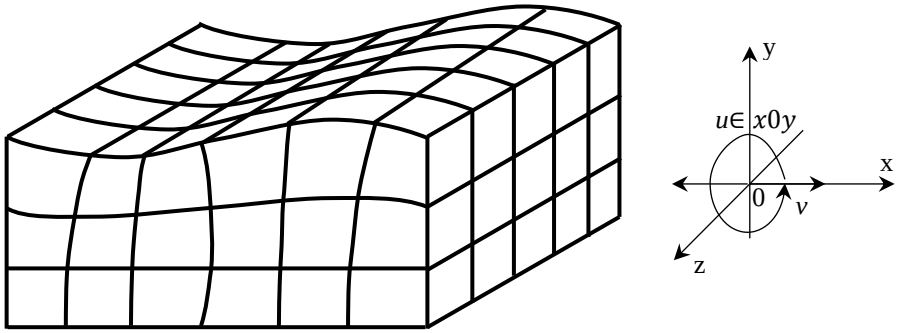
Rys.1.11. Schemat rozprzestrzeniania się fali podłużnej [77]

- fale poprzeczne – fale, w których prędkość elementów jest prostopadła do kierunku rozprzestrzeniania się fali – rys.1.12 (w tego typu falach wytwarzane są naprężenia styczne),



Rys.1.12. Schemat rozprzestrzenia się fali poprzecznej [77]

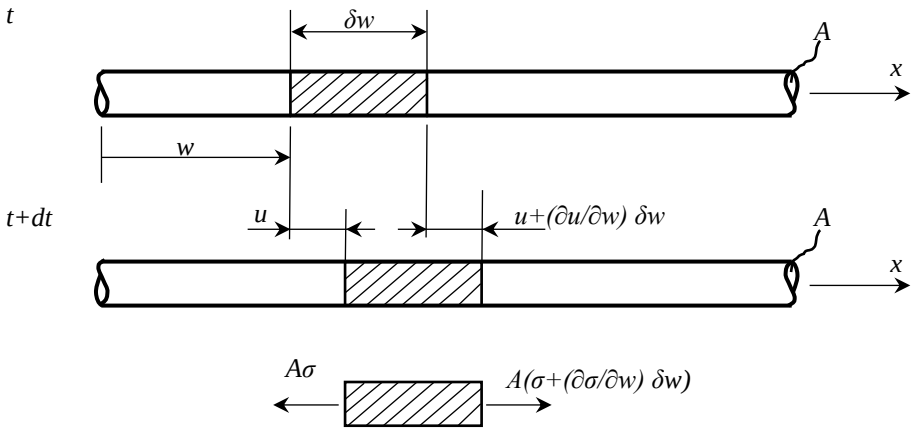
- fale powierzchniowe – są to fale, które rozprzestrzeniają się wzdłuż powierzchni; składają się one z fal podłużnych oraz poprzecznych, przez to elementy poruszają ruchem eliptycznym – rys.1.13 (fale te nazywamy falami Rayleigha),



Rys.1.13. Schemat rozprzestrzeniania się fali Rayleigha [77]

- fale wywołane kontaktem dwóch ciał – są to fale Stoneley'a, które powstają w wyniku kontaktu dwóch ciał o zbliżonej gęstości oraz module Younga; fale Stoneley'a składają się z dwóch fal Rayleigha, które powstają na powierzchni kontaktu dwóch ciał rozprzestrzeniając się z taką samą prędkością.

Metody służące do wyznaczenia przebiegu fali są zależne od tego, jak złożona jest geometria ciała, w którym się rozprzestrzenia oraz od warunków brzegowych. Jednakże ogólna koncepcja podejścia do wyznaczenia przebiegu danego typu fali jest taka sama dla dowolnego warunku brzegowego, np. przy wyznaczaniu fal podłużnych wykorzystywane jest prawo Newtona [61]. Wyjaśnienie wyznaczania przebiegu fali postanowiono przedstawić na przykładzie pręta, w którym występuje naprężenie wewnętrzne $\sigma(x,t)$, rozprzestrzeniające się wzdłuż osi x, jak pokazano na rys.1.14.



Rys.1.14. Schemat rozprzestrzenianie się fali w jednolitym pręcie [61, 109, 121]

Jeśli w cienkim pręcie naprężnie wewnętrzne jest równomiernie rozłożone tylko w kierunku osi *x*, wtedy przemieszczenie *u* w kierunku osi *x* będzie dominujące. Z tego względu, przedstawiony przypadek rozpatrzony jest jako jednowymiarowy. Znaczy to, że wszystkie zmienne (przemieszczenie, odkształcenie, naprężenie, itp.) rozpatrywane są tylko w osi *x*.

W celu analizy odkształcenia elementu o długości δw, ważne jest zdefiniowanie odkształcenia względnego elementu pręta:

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial w} \tag{1.44}$$

gdzie:

u – przemieszczenie elementu w pręcie w punkcie w.

Zakładając, że materiał z którego wykonany pręt zachowuje się zgodnie z prawem Hooke'a, liniową relację między naprężeniem oraz odkształceniem możemy zapisać jako:

$$\sigma = E\varepsilon \tag{1.45}$$

gdzie:

E – moduł Younga materiału z którego wykonany jest pręt.

Podstawiając równania (1.44) do (1.45) otrzymujemy:

$$\frac{\partial u}{\partial w} = \frac{\sigma}{E} = \frac{P_w}{AE} \tag{1.46}$$

gdzie:

P_w – siła wewnętrzna pręta działająca w przekroju poprzecznym pręta zdefiniowana jako $P_w = A\sigma$.

Dokonując różniczkowania powyższego równania w odniesieniu do *w* otrzymujemy:

$$AE\frac{\partial^2 u}{\partial w^2}=\frac{\partial P_w}{\partial w} \tag{1.47}$$

Ruch elementu pręta określony jest przez prawo Newtona, które mówi że suma wszystkich sił nie będących w równowadze jest równa masie oraz przyspieszeniu tego elementu:

$$\frac{\partial P_w}{\partial w}dw=\rho A dw\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{1.48}$$

gdzie:

ρ – gęstość materiału, z którego wykonany jest element.

Wykorzystując równanie (1.47) powyższe równanie przyjmie postać:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\left(\frac{E}{\rho}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial w^2} \tag{1.49}$$

lub:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=c^2\frac{\partial^2 u}{\partial w^2} \tag{1.50}$$

gdzie:

c – prędkość rozchodzenia się fali w materiale sprężystym [121].

Rozwiązanie równania (1.50) otrzymuje się w postaci przemieszczenia Lagrange'a [51]:

$$u=f\left(x-ct\right)+g\left(x+ct\right) \tag{1.51}$$

gdzie:

$f\left(x-ct\right)$ – funkcja, która określa rozprzestrzenianie się fali zgodnie ze zwrotem osi *x*,

$g\left(x+ct\right)$ – funkcja, która określa rozprzestrzenianie się fali przeciwnie do zwrotu osi *x*.

Funkcje *f* i *g* są wyznaczane z ustalonych warunków początkowych (np. pręt zamocowany w ścianie, początkowa prędkość fali $\dot{u}$). W powyższym przykładzie J. E. Sears uwzględnił odkształcenia lokalne zakładając, że fala powstaje w wyniku zderzenia ciała z prętem przytwierdzonym do sztywnej powierzchni. W celu wyznaczenia sił kontaktu autor przyjął wypukłe powierzchnie [35], które miały się ze sobą stykać w momencie zderzenia. Pozwoliło to zastosować model Hertza. Dzięki temu powstał pierwszy model zderzenia łączący odkształcenia lokalne z odkształceniami powstającymi

w wyniku rozprzestrzenienia się fali. Tego typu zderzenie nie dotyczy tylko prętów, ale również belek [109] (teorie Timoshenki, Euler-Bernoulli'ego, Rayleigha) oraz płyt ([86]). Rozprzestrzenianie się fal naprężeń rozpatrywane jest zarówno w materiałach plastycznych [98] jak i w materiałach wiskoplastycznych [112]. O tym, jak dużą część energii uderzenia unoszą ze sobą efekty falowe, a jaką efekty lokalne została przedstawione w dwóch pracach [97] i [122]. Jeżeli ciała mają kształt wydłużony (jak pręty, belki, płyty i powłoki), energia rozproszona przez efekty falowe będzie stosunkowo duża. W pracy [122] wyznaczono, że podczas zderzenia sfery z obustronnie utwierdzoną belką, do 90% początkowej energii kinetycznej jest unoszone przez fale. Natomiast, w ciałach o zwartej budowie (tj. o wymiarach w trzech kierunkach takiego samego rzędu, jak np. rozpatrywanych w pracy opakowaniach transportowych) energia rozproszona przez efekty falowe nie przekracza 4% [97]. Ubytek energii kinetycznej ciał charakteryzuje wtedy wielkość strat związanych z odkształceniami lokalnymi.

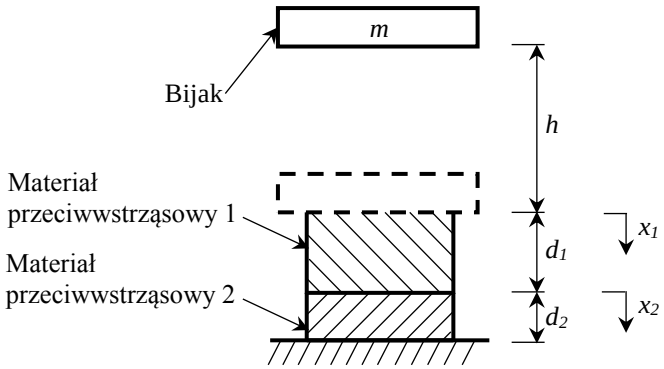
Z powyższego zestawienia wynika, że rozpatrując zderzenia opakowania ze sztywnym podłożem lub bijaka z materiałem przeciwwstrząsowym wymagane jest uwzględnienie tylko odkształcenia lokalnego. Poniżej omówiony zostanie przykładowy sposób rozwiązania zagadnienia zderzenia bijaka z materiałem przeciwwstrząsowym, realizowanego zgodnie z normą [2].

1.5.3. Modele zderzeń bijaka z materiałem przeciwwstrząsowych

W opisie zachowania materiału przeciwwstrząsowego podczas zderzenia wykorzystywane są modele zderzeń, które opisują tylko odkształcenia lokalne. Jednymi z takich modeli jest model Lu-Tao-Gao [64] oraz Giberta-Batta [30]. Modele te mają kilka założeń uproszczających:

- bezwładność materiału przeciwwstrząsowego jest pomijana,
- tarcie pomiędzy bijakiem a prowadnicą są pomijane,
- materiał przeciwwstrząsowy deformuje się tylko w momencie zderzenia; po zdjęciu bijaka materiał przeciwwstrząsowy powraca do pierwotnej postaci.

Model Lu-Tao-Gao bierze pod uwagę dwie warstwy materiałów przeciwwstrząsowych (rys.1.15), na które spada bijak o masie m z wysokości h.



Rys.1.15. Model swobodnego spadku bijaka na dwie szerogowo ułożone warstwy różnych materiałów przeciwwstrząsowych [64]

Konstytutywną relacją opisującą jednoosiowe ściskanie jest funkcja naprężenia dla dwóch rodzajów materiałów przeciwwstrząsowych:

$$\sigma = f_1(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) \text{ i } \sigma = f_2(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) \tag{1.52}$$

Zgodnie z drugim prawem Newtona, równanie ruchu bijaka opisane jest jako:

$$m\ddot{x}_1 + Af_1\left(\frac{x_1 - x_2}{d_1}, \frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_2}{d_1}\right) = 0 \tag{1.53}$$

gdzie:

x_1 i x_2 – przemieszczenia bijaka i przemieszczenie poszczególnych materiałów przeciwwstrząsowych,

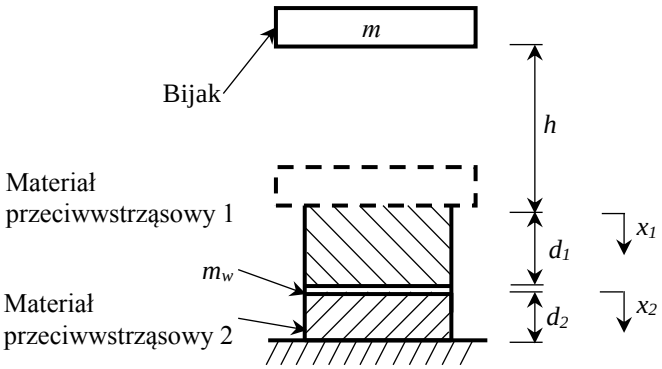
A – powierzchnia kontaktu bijaka z materiałem przeciwwstrząsowym,

d_1 i d_2 – grubości materiałów przeciwwstrząsowych.

Ze względu na to, że masy dwóch warstw materiałów przeciwwstrząsowych są znikome w porównaniu z masą bijaka, siła reakcji pierwszego materiału przeciwwstrząsowego jest taka sama jak drugiego, a mianowicie:

$$f_1\left(\frac{x_1 - x_2}{d_1}, \frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_2}{d_1}\right) - f_2\left(\frac{x_2}{d_2}, \frac{\dot{x}_2}{d_2}\right) = 0 \tag{1.54}$$

W celu uzyskania dynamicznej reakcji z równań (1.53) i (1.54), pomiędzy materiały przeciwwstrząsowe wstawiona jest wirtualna masa m_w=0 (rys.1.16).



Rys.1.16. Model swobodnego swobodnego spadku bijaka na dwie warstwy materiałów przeciwwstrząsowych po dodaniu wirtualnej masy m_w [64]

Zastosowanie wirtualnej masy m_w pozwala wyznaczyć następujący układ równania ruchu:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 + A\left(\dfrac{x_1 - x_2}{d_1}, \dfrac{\dot{x}_1 - \dot{x}_2}{d_1}\right) = 0 \\ m_1\ddot{x}_2 - A\left(\dfrac{x_1 - x_2}{d_1}, \dfrac{\dot{x}_1 - \dot{x}_2}{d_1}\right) + Af_2\left(\dfrac{x_2}{d_2}, \dfrac{\dot{x}_2}{d_2}\right) = 0 \end{cases} \tag{1.55}$$

Konstytutywna relacja we wzorze (1.52), dla typowych materiałów przeciwwstrząsowych, jest wysoce nieliniowa. Naprężenia w rzeczywistości zależą od dwóch czynników: pierwszym czynnikiem jest odkształcenie sprężyste i plastyczne, a drugim – szybkość odkształcenia odpowiedzialna głównie za rozpraszanie energii zderzenia. Dla ułatwienia, zaniedbujemy drugi czynnik i zakładamy, że równanie (1.52) zależy tylko od odkształcenia:

$$\sigma = f_1(\varepsilon) \text{ i } \sigma = f_2(\varepsilon) \tag{1.56}$$

Stosując metodę linearyzacji odcinkowej, naprężenie w funkcji odkształcenia można wyrazić dla dwóch materiałów przeciwwstrząsowych [64]:

$$f_1(\varepsilon) = \begin{cases} a_1\varepsilon\,, & \varepsilon \le \varepsilon_1 \\ a_2\varepsilon + (a_1 - a_2)\varepsilon_1, & \varepsilon_1 < \varepsilon \le \varepsilon_2 \\ \cdots & \\ a_n\varepsilon + \displaystyle\sum_{i=2}^{n}(a_{i-1} - a_i)\varepsilon_{i-1} & \varepsilon > \varepsilon_{n-1} \end{cases} \tag{1.57}$$

$$f_2(\varepsilon)=\begin{cases} b_1\varepsilon\,, & \varepsilon \le \gamma_1 \\ b_2\varepsilon+(b_1-b_2)\gamma_1, & \gamma_1<\varepsilon\le\gamma_2 \\ \cdots & \\ b_k\varepsilon+\sum_{i=2}^{k}(b_{i-1}-b_i)\gamma_{i-1} & \varepsilon>\gamma_{k-1} \end{cases} \tag{1.58}$$

gdzie ε jest odkształceniem i ε_i (i = 1,2,…,n) i γ_i (i = 1,2,…,k) są to punkty graniczne funkcji odcinkowych (1.57) i (1.58). Odzwierciedlenie rzeczywistych relacji jednoosiowego ściskania, jest tym bardziej precyzyjne im większa liczba przyjętych funkcji odcinkowych. Bez utraty ogółu, zakładamy, że pierwszy materiał przeciwwstrząsowy mieści się w przedziale *n*–tego odcinka, a drugi materiał przeciwwstrząsowy w zasięgu *k*–tego odcinka. Wtedy równanie ruchu wynosi:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1+\dfrac{a_nA}{d_1}x_1-\dfrac{a_nA}{d_1}x_2=A_1 \\ m_1\ddot{x}_2-\dfrac{a_nA}{d_1}x_1+A\left(\dfrac{a_n}{d_1}+\dfrac{b_k}{d_2}\right)x_2=B_1-A_1 \end{cases} \tag{1.59}$$

gdzie A_1 i B_1 wyznaczamy z:

$$A_1=\begin{cases} 0 & n=1 \\ -A\sum_{i=2}^{N}(a_{n-1}-a_n)\varepsilon_{n-1} & n>1 \end{cases} \tag{1.60}$$

$$B_1=\begin{cases} 0 & k=1 \\ -A\sum_{i=2}^{K}(b_{k-1}-b_k)\varepsilon_{n-1} & k>1 \end{cases} \tag{1.61}$$

Model Giberta-Batta składa się z masy *m* reprezentującej bijak oraz modelu pianki składającej się ze sprężyny o nieliniowej charakterystyce f_{nl} oraz liniowych sprężyn k_{vi} i tłumików c_{vi} o ustawieniu szeregowym. Nieliniowa sprężyna reprezentuje hipersprężyste właściwości materiału przeciwwstrząsowego, która posiada związek ze wzorem naprężeń opartym na modelu pianki Ogdena [116] oraz założeniu, że liczba Poissona jest równa zeru:

$$\sigma=\frac{1}{\varepsilon+1}\sum_{k=1}^{N}\mu_k\left[(\varepsilon+1)^{\delta_k}-1\right] \tag{1.62}$$

gdzie:

N – liczba parametrów materiałowych,

μ_k, δ_k – parametry materiału, które są potrzebne do uchwycenia nieliniowego zachowania pianki,

ε – odkształcenie w kierunku obciążenia.

Sztywność sprężyn k_{vi} oraz współczynniki tłumienia c_{vi} wyznaczane są za pomocą równań:

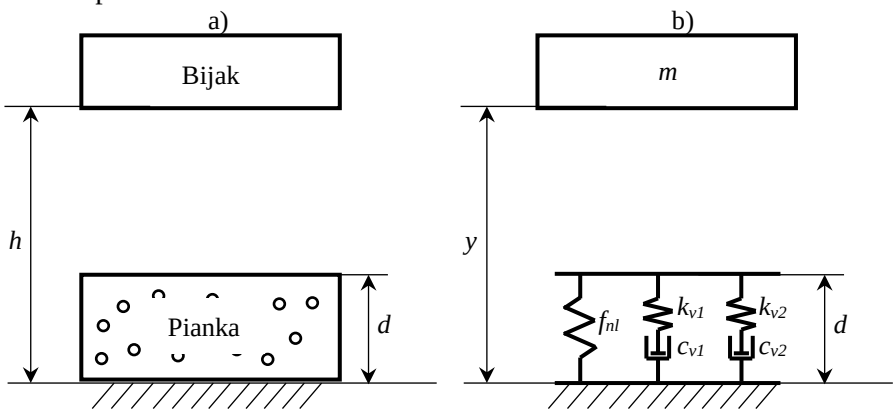
$$k_{vi} = \frac{G_i A}{d},\ \tau_i = \frac{c_{vi}}{k_{vi}} \tag{1.63}$$

gdzie:

G_i – moduł relaksacji,

d – grubość materiału przeciwwstrząsowego,

A – powierzchnia kontaktu.



Rys.1.17. Model swobodnego spadku bijaka: a) schemat, b) z wykorzystaniem oscylatora drgań [30]

Bijak spada z wysokości h-d i na wysokości y=d następuje kontakt oraz inicjacja ściskania materiału przeciwwstrząsowego. Jeżeli materiał zostanie ściśnięty w 100%, to zostaje to potraktowane jako zetknięcie bijaka z podłożem. Chociaż zdarzenie to nie jest realistyczne, jednakże jest potrzebne dla stabilności procesu symulacji modelu. W tym przypadku następuje zmiana kierunku prędkości i jej wartości o współczynnik restytucji podłoża e. Nieliniowe równanie ruchu bijaka przedstawione jest zależnościami:

$$\ddot{y} = -g \text{ dla y(t)} > d \tag{1.64}$$

$$\ddot{y} = -\hat{f}_{nl}\left(\text{y-d}\right) - \int_0^{\text{t}} \omega_v^2 \left(t-\xi\right)\dot{y}\left(\xi\right) d\xi \text{-g dla y(t)} \le d \tag{1.65}$$

$$\dot{y}\left(t\right) = -e\dot{y}\left(t\right) \text{ dla y}\left(\text{t}\right) = 0 \tag{1.66}$$

gdzie:

$$\hat{f}_{nl}\left(\text{y-d}\right)=\left(\frac{Ad}{my}\right)\sum_{k=1}^{N}\mu_k\left[\left(\frac{y-d}{d}+1\right)^{\delta_k}-1\right] \tag{1.67}$$

$$\omega_v^2\left(t\right)=\sum_{i=1}^{2}\frac{k_{vi}}{m}e^{-\left(\frac{t}{t_i}\right)} \tag{1.68}$$

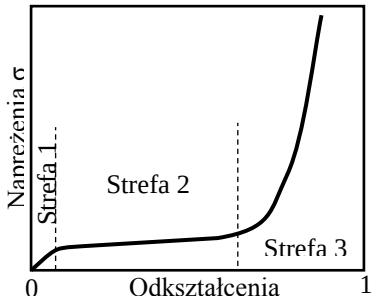
Warunkami początkowymi modelu są $y(0)=h$ i $\dot{y}(0)=0$, gdzie h jest wysokością swobodnego spadku. Należy pamiętać, że układ szeregowy sprężyn z tłumikiem obrazowo opisuje relaksacje materiału i może zostać użyty w symulacji. Równanie (1.64) reprezentuje swobodny spadek bijaka w trakcie opadania, a równanie (1.65) – ruch bijaka będącego w kontakcie z materiałem przeciwwstrząsowym. Równanie (1.66) opisuje ruch bijaka, wtedy gdy materiał przeciwwstrząsowy jest ściśnięty w 100%. Jak można zauważyć, przy opisie zderzenia wymagany jest opis matematyczny zachowania par materiałów biorących udział w zderzeniu. Poniżej opisano modele matematyczne materiałów przeciwwstrząsowych wykorzystanych w badanym opakowaniu transportowym (pianka polietylenowa oraz tektura falista 3-warstwowa).

1.6. Model matematyczny materiału przeciwwstrząsowego

Jednym ze stosowanych materiałów przeciwwstrząsowych w opakowaniach transportowych są pianki polimerowe [75]. Pianki cechują się właściwościami takimi jak sprężystość, niewielka gęstość oraz dobra zdolność pochłaniania energii. Ponadto, intensywność poszczególnych cech zależna jest od zastosowanego tworzywa, rozmiaru oraz kształtu komórek [107].

Pianki możemy podzielić na dwie główne grupy: pianki o otwartych komórkach i pianki o zamkniętych komórkach. Krzywe statycznego ściskania (rys.1.18), wyznaczone dla dowolnych rodzajów pianek wykazują trzy strefy [4, 17, 24]:

- strefa 1 – materiał zachowuje się zgodnie z prawem Hooke'a,
- strefa 2 – naprężenia w funkcji odkształcenia przyjmują prawie stałą wartość (obszar plateau),
- strefa 3 – gwałtowny wzrost naprężenia spowodowany zagęszczeniem materiału.

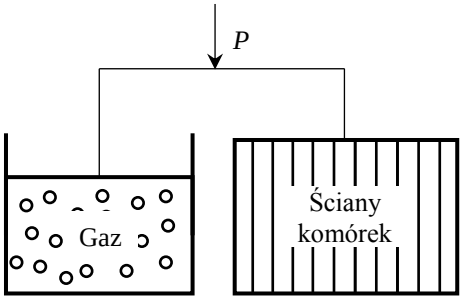


Rys.1.18. Typowa krzywa naprężenia-odkształcenia pianki podczas statycznej próby ściskania [4]

W strefie 1, liniowa sprężystość spowodowana jest poprzez kontrolowane uginanie się komórek, a w przypadku pianek o zamkniętych komórkach – również poprzez rozciąganie się ścian komórek w wyniku zawartego wewnątrz gazu. W strefie 2 następuje zapadanie się komórek w wyniku wyboczenia się ich ścian. Kiedy w wyniku wyboczenia sąsiednie ściany komórek zaczynają się ze sobą stykać, to dalsze odkształcenie przedstawione w strefie 3 wynika jedynie z właściwości materiału z którego zostały wykonane ściany komórek pianki. W tym momencie następuje zagęszczanie się pianki, powodując gwałtowny wzrost naprężenia.

Pianka, która została wykorzystana w badanym opakowaniu transportowym to pianka polietylenowa o zamkniętych komórkach o gęstości 20 kg/m^3. Pianki tego typu chętnie stosowane są jako elementy absorbujące energię zderzenia [70].

Mechaniczne właściwości pianki o zamkniętych komórkach są zdominowane przez materiał, z którego wykonane są ściany komórek oraz gaz znajdujący się w ich wewnętrzu. Skochdopole i Ruben [106] zasugerowali w swoim modelu (rys.1.19), że zarówno gaz, jak i struktura polimeru podczas ściskania współpracują równolegle.



Rys.1.19. Model równoległej współpracy struktury polimeru oraz gazu wewnątrz komórki podczas ściskania pianki o zamkniętych komórkach [106]

Przez to, naprężenia powstające podczas ściskania tworzywa σ_p i gazu wewnątrz komórek σ_g są sumowane:

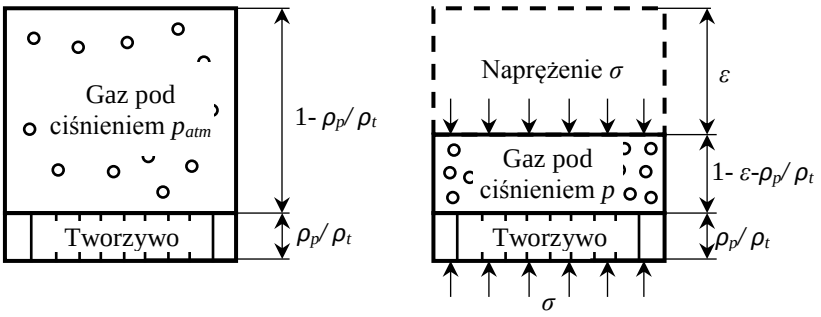
$$\sigma = \sigma_p + \sigma_g \tag{1.69}$$

Model Rusch'a [100] z modyfikacjami wprowadzonymi przez Gibson'a i Ashby'ego [31] zakłada, że pianka posiada zerową liczbę Poisson'a (brak odkształceń bocznych) oraz, że gaz wewnątrz komórek podczas ściskania przechodzi przemianę izotermiczną. Dzięki temu, proces ściskania gazu oraz nieściśliwego tworzywa (rys.1.20) można określić za pomocą wzoru:

$$p_{atm}\left(1-\frac{\rho_p}{\rho_t}\right) = p\left(1-\varepsilon-\frac{\rho_p}{\rho_t}\right) \tag{1.70}$$

gdzie:

p_{atm} – ciśnienie atmosferyczne wewnątrz nieodkształconych komórek,
p – ciśnienie wewnątrz odkształconych komórek,
ε – odkształcenie ściskające,
ρ_p – gęstość pianki,
ρ_t – gęstość tworzywa.



Rys.1.20. Objętości fazowe pianki o zerowej liczbie Poissona i gęstości względnej ρ_p / ρ_t przed i po jednosiowym odkształceniu ε podczas ściskania [75]

W związku z powyższą zależnością naprężenia ściskające wywołane gazem wewnątrz pianki opisane są względem ciśnienia atmosferycznego za pomocą wzoru:

$$\sigma_g = p_o - p_{atm} = \frac{p_{atm}\varepsilon}{1-\varepsilon-\dfrac{\rho_p}{\rho_t}} \tag{1.71}$$

Zakładając, że wpływ tworzywa na powstające naprężenie podczas ściskania σ_p jest stały, wtedy równanie (1.69) wyrażone jest wzorem:

$$\sigma = \sigma_p + \frac{p_{atm}\varepsilon}{1-\varepsilon-\frac{\rho_p}{\rho_t}} \tag{1.72}$$

Współcześnie prowadzone badania analizują zachowanie komórek w różnych strefach obciążenia za pomocą metody elementów skończonych [67, 69, 113]. Niestety, uzyskiwane wyniki badań są niejednoznaczne, gdyż występująca nieregularność struktury tworzywa w piance oraz ze względu na złożoną relację między strukturą polimerową a występującym wewnątrz komórek gazem [75, 107] powodują trudności w osiąganiu prawidłowego odzwierciedlenia zachowania pianek o zamkniętych komórkach.

Komercyjne programy komputerowe wykorzystujące metodę elementów skończonych posiadają zwykle bazy materiałowe, w których występują modele pianek (np. ABAQUS Hyperfoam [38], LS-DYNA MAT 57 (Low Density Foam) i MAT 83 (Fu Chang Foam) [62]). Modele te rozwiązują problem opisu pianek przy założeniu, że ich materiał jest jednorodny (dzięki temu jest możliwe zastosowanie mechaniki ośrodków ciągłych) oraz, że właściwości pianki można przybliżyć do zachowania materiałów hiperelastycznych (materiałów o sprężystości Greena) [79]. Dzięki temu naprężenia można wyznaczyć z zależności gęstości energii E_d z podstawowym wydłużeniom λ_i (wzdłuż osi) [13]. Stosując tę zależność możemy wyznaczyć naprężenia nominalne (Piola-Kirchhoff) podczas jednorodnego ściskania z następującej zależności [39]:

$$\tau_i = \frac{\partial U}{\partial \lambda_i}, \text{ gdzie } i=1,2,3 \tag{1.73}$$

W rozprawie doktorskiej do symulacji zjawiska zderzenia wykorzystano środowisko LS-DYNA – dedykowane do analiz procesów szybkozmiennych.

Z zestawienia modeli materiałów opisujących właściwości pianek przedstawionych w pracy [101] wynika, że modele MAT 57 (Low Density Foam) i MAT 83 (Fu Chang Foam) wykazują dobrą korelację z wynikami badań eksperymentalnych. Z tych dwóch modeli postanowiono wybrać MAT 57, gdyż MAT 83 przyjmuje grupę krzywych naprężeń w funkcji odkształcenia wyznaczonych przy różnych prędkościach ściskania. Dodatkowym argumentem przyjęcia MAT 57 jest to, że został on wykorzystywany w pracach [18], [40] i [83], do analizy materiałów przeciwwstrząsowych. Model ten zwany pianką hiperelastyczną Ogdena-Storakersa [9] przedstawiony został w pracy [108]. Gęstość energii opisana jest wzorem:

$$E_d = \sum_{i=1}^{N} \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2}\left(\left(\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3\right) + \frac{1}{\beta_i}\left(J^{-\alpha_i\beta_i} - 1\right)\right) \tag{1.74}$$

gdzie :

N – liczba parametrów materiałowych,

μ_i, α_i i β_i – parametry materiału,

λ_i – wydłużenie wzdłuż osi głównej,

J – jakobian gradientu deformacji $J = \det\left(F_{ij}\right)$ [85, 114].

Parametr μ_i jest modułem odkształcenia postaciowego, który powinien być pozytywny i powiązany z początkowym modułem odkształcenia postaciowego μ_0 zgodnie z:

$$\mu_0 = \sum_{i=1}^{N} \mu_i \tag{1.75}$$

Początkowy moduł odkształcenia objętościowego K_0 jest wyznaczany z:

$$K_0 = \sum_{i=1}^{N} 2\mu_i\left(\frac{1}{3} + \beta_i\right) \tag{1.76}$$

Równanie to zależne jest od parametru β_i, a ten jest zależny od liczby Poissona ν_i zależnością:

$$\beta_i = \frac{\nu_i}{1 - 2\nu_i} \tag{1.77}$$

Zatem parametr β_i można wyznaczyć eksperymentalnie, zaś parametry μ_i i α_i należy zidentyfikować za pomocą procesu dopasowania do krzywej naprężenia w funkcji odkształcenia względnego, wykorzystując dane eksperymentalne [78].

W modelu materiału wykorzystuje się krzywą naprężenia $\sigma(\varepsilon)$, która opisana jest za pomocą zestawionych danych naprężenia w funkcji odkształcenia względnego ε_i. Naprężenia nominalne wyznaczane są w zapisie wskaźnikowym, który odnosi się do wydłużenia wzdłuż osi głównych λ_i jako:

$$\varepsilon_i = \lambda_i - 1 \tag{1.78}$$

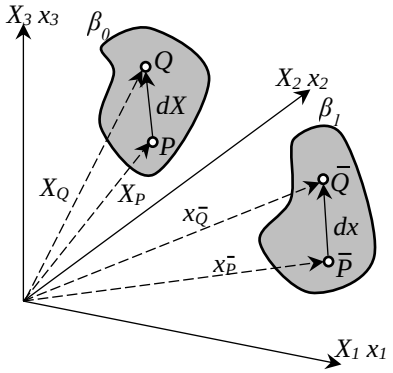
gdzie wydłużenie λ_i oznaczamy jako iloraz zmian długości w rozpatrywanej osi głównej w następujący sposób [79] (rys.1.21):

$$\lambda_i = \frac{dx}{dX} \tag{1.79}$$

gdzie:

dx – wektor odniesienia pozycji punktu materialnego w ciele po zdeformowaniu,

dX – wektor odniesienia pozycji punktu materialnego w ciele niezdeformowanym.



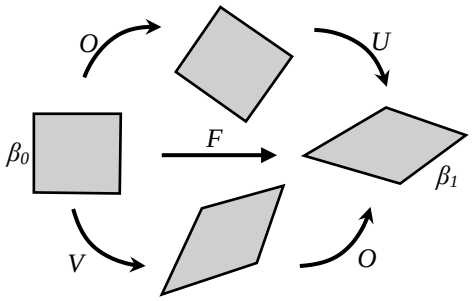
Rys.1.21. Deformacja ciała; *dX* – odległość pomiędzy puntkami P i Q w niezdeformowanej konfiguracji β_0, *dx* – odległość pomiędzy puntkami $\bar{P}$ i $\bar{Q}$ w zdeformowanej konfiguracji β_1 [96]

Wydłużenie wyznacza się poprzez wykorzystanie gradientu deformacji F_{ij} (dla układu trójwymiarowego) [85]:

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial X_1} & \frac{\partial x_1}{\partial X_2} & \frac{\partial x_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial X_1} & \frac{\partial x_2}{\partial X_2} & \frac{\partial x_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial X_1} & \frac{\partial x_3}{\partial X_2} & \frac{\partial x_3}{\partial X_3} \end{bmatrix} \tag{1.80}$$

Wykorzystując twierdzenie Cauchy'ego o biegunowym rozkładzie [96] gradientu deformacji F_{ij} wyznaczamy lewy tensor wydłużenia V_{ij}, prawy tensor wydłużenia U_{ij} oraz tensor obrotu O_{ij} (rys.1.22) [44, 114]:

$$F_{ij} = V_{ij} O_{ij} = O_{ij} U_{ij} \tag{1.81}$$



Rys.1.22. Przebieg biegunowego rozkładu gradientu deforamcji; β_0 – układ przed deformacją, β_1 – układ po deformacji [58]

W celu wyznaczenia wydłużenia λ_i wykorzystywany jest lewy tensor wydłużenia V_{ij}. Tensor ten w kolejnych krokach aktualizowany jest według algorytmu przedstawionego w pracy [111]. Wykorzystuje on stabilne numerycznie podejście [36], które jest opisane następującym krokami:

$$V_{ij}^{n+1} = V_{ij}^{n} + \Delta t \dot{V}_{ij} \tag{1.82}$$

gdzie:

n – numer iteracji,

Δt – ustalony przedział czasowy iteracji.

$\dot{V}_{ij}$ jest wyznaczany według następującej procedury:

$$z_i = e_{ijk} V_{jm} D_{mk} \tag{1.83}$$

$$\varpi_i = e_{ijk} W_{jk} - 2\left[V_{ij} - \delta_{ij} V_{kk} \right]^{-1} z_i \tag{1.84}$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} e_{ijk} \varpi_k \tag{1.85}$$

$$\dot{V}_{ij} = \left(D_{ik} + W_{ik} \right) V_{kj} - V_{ik} \Omega_{kj} \tag{1.86}$$

gdzie:

D – tensor szybkości deformacji,

W – tensor rotacji,

δ_{ij} – delta Kroneckera,

e_{ijk} – symbol permutacyjny.

Gradient pola prędkości L określony jest sumą tensora szybkości deformacji D oraz tensora prędkości rotacji W [44, 96]:

$$L = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{2}\left(\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^T + \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^T\right) = D + W \tag{1.87}$$

gdzie tensory D i W możemy przedstawić jako:

$$D = \frac{1}{2}\left(L + L^T\right) \tag{1.88}$$

$$W = \frac{1}{2}\left(L - L^T\right) \tag{1.89}$$

Gradient prędkości można również wyznaczyć z równości:

$$\dot{F} = \frac{d}{dt}\frac{\partial x}{\partial X} = \frac{\partial \dot{x}}{\partial X} = \frac{\partial v}{\partial X} = \frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial X} = LF \tag{1.90}$$

Z tego ostatniego równania otrzymujemy:

$$L = \dot{F}F^{-1} \tag{1.91}$$

Wykorzystując równania (1.88), (1.89) i (1.91) możemy wyznaczyć tensor szybkości deformacji D oraz tensor prędkości rotacji W.

Wydłużenia główne λ_i oraz ich kierunki są wartościami własnymi λ oraz wektorami własnymi Z tensora V_{ij} i można je wyznaczyć korzystając z wielomianu charakterystycznego:

$$\left(V_{ij} - \lambda\delta_{ij}\right)Z = 0 \tag{1.92}$$

Ponieważ Z jest niezerowy możemy wyznaczyć wartości własne λ z zależności:

$$\det\left(V_{ij} - \lambda\delta_{ij}\right) = 0 \tag{1.93}$$

które wstawiamy do równania (1.92). Dzięki temu wyznaczamy wektor własny oraz kierunek działania wydłużenia.

Po wyznaczeniu wydłużeń wzdłuż osi głównej oraz ich kierunku działania określamy czy kierunek jest ujemny (ściskanie), czy dodatni (rozciąganie). Jeśli wystąpi ściskanie to wartości naprężeń nominalnych τ_i wyznaczane są za pomocą interpolacji krzywej $\sigma(\varepsilon)$ [14]:

$$\tau_i = g\left(\alpha_j, \varepsilon_i\right) f\left(\varepsilon_i\right) \tag{1.94}$$

gdzie:

$f\left(\varepsilon_i\right)$ – stabelaryzowana krzywa $\sigma(\varepsilon)$,

$g\left(\alpha_j, \varepsilon_i\right)$ – funkcja skalująca wyrażona zmienną α_j oraz odkształceniem ε_i.

Funkcja $g\left(\alpha_j, \varepsilon_i\right)$ równa się 1 przy obciążaniu, a przy odciążaniu funkcja ta jest mniejsza od 1.

Nawiązując do wzoru gęstości przedstawionego w równaniu (1.74) naprężenia nominalne wyznaczane są ze wzoru (1.73) zgodnie z kierunkiem obciążenia materiału:

$$\tau_L = \frac{\partial U}{\partial \lambda_L} = \frac{2}{\lambda_L} \sum_{i=1}^{N} \frac{\mu_i}{\alpha_i} \left({\lambda_L}^{\alpha_i} - J^{-\alpha_i \beta_i} \right) \tag{1.95}$$

gdzie:

N – liczba parametrów materiałowych,

τ_L – naprężenia nominalne,

λ_L – wydłużenie wzdłuż kierunku obciążenia.

Powyższe równanie nawiązuje do równaniu (1.94), w ten sposób, że gdy próbka poddawana jest ściskaniu wyznaczane są parametry μ_i i α_i w celu dopasowania się do krzywej $\sigma(\varepsilon)$.

Jeżeli zaś wydłużenie dotyczy rozciągania to naprężenia nominalne wyliczane jest z wzoru [62]:

$$\tau_i = E\varepsilon_i \tag{1.96}$$

gdzie:

E – moduł Younga wprowadzony jako wartość liczbowa lub wartość wyznaczona z nachylenia stabelaryzowanej krzywej $\sigma(\varepsilon)$ w strefie 1 (rys.1.18).

Naprężenia Cauchy'ego (rzeczywiste [44]) w osiach głównych wyznaczane są z następującej zależności [39]:

$$\sigma_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \frac{\partial U}{\partial \lambda_i}, \text{ gdzie } i = 1,2,3 \tag{1.97}$$

Do powyższego równania wstawiono zależność naprężeń nominalnych działających wzdłuż osi głównych (1.73):

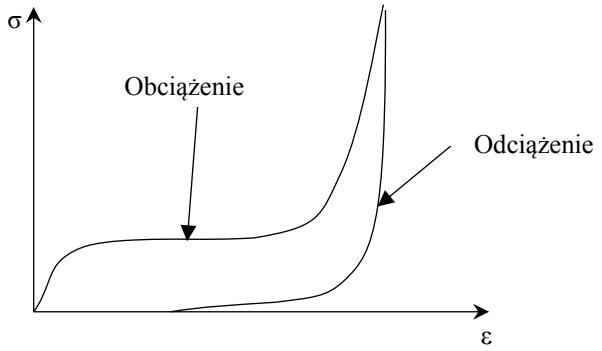
$$\sigma_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \tau_i, \text{ gdzie } i = 1,2,3 \tag{1.98}$$

Równania (1.94) i (1.96) pokazują, że naprężenia nominalne τ_i są niezależne od odkształcenia ε_j, gdzie $i \neq j$ [14]. Związku z tym, że równanie (1.98) rozpatrywane jest tylko względem osi głównej, w której dokonano obciążenia, równanie to przybierze postać [62]:

$$\sigma_i = \frac{\tau_i}{\lambda_j \lambda_k} \tag{1.99}$$

Wyznaczone naprężenia są następnie przekształcane do układu kartezjańskiego, gdzie są wykorzystywane podczas obliczeń sił w węzłach.

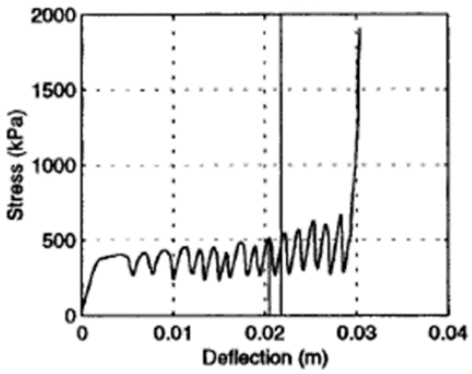
Krzywa określająca proces odciążania pianki podczas ściskania (rys.1.23) wyznaczana jest za pomocą równania (1.94), gdzie α_j określony jest za pomocą współczynnika kształtu SHAPE i współczynnika histerezy odciążenia HU [14, 62].



Rys.1.23. Przykładowa krzywa naprężenia w funckji odkształcenia odnosząca się do etapu obciążenia oraz odciążania pianki przy SHAPE=5 oraz HU=0,01.

Współczynnik HU określa rozpraszanie energii poprzez wartości HU$\in \langle 0;1 \rangle$, gdzie 1 oznacza brak rozpraszania energii, a 0 – rozpraszanie całkowite. Współczynnik SHAPE (SHAPE$\in \langle 0;\infty))$ wpływa na kształt krzywej poprzez zwiększenie rozproszenia energii (SHAPE>1) lub jego zmniejszenie (SHAPE<1). Współczynniki SHAPE i HU dobierane są za pomocą procesu dopasowania do krzywej naprężenia lub przebiegu przyspieszenia.

Tektura falista 3 warstwowa o fali B, z której wykonane jest opakowanie zewnętrzne w opakowaniu transportowym traktowane jest jako pianka. Zgodnie z pracą [104], tektura posiada charakterystykę $\sigma(\varepsilon)$ podobną do pianki (rys.1.24), więc z punktu widzenia modelowania numerycznego tekturę można potraktować jako piankę o małej grubości (3 mm, w prezentowanej rozprawie doktorskiej) [75].



Rys.1.24. Wykres naprężenia w funkcji ugięcia dla tektury falistej 3 wartwowej o fali B i grubości 50 mm [104]

Po przeanalizowaniu modeli zderzeń oraz materiałów przeciwwstrząsowych postawiono następujący cel, hipotezę oraz zakres rozprawy.

2. CEL, HIPOTEZA I ZAKRES ROZPRAWY

2.1. Cel rozprawy

Podstawowym celem pracy jest opracowanie oryginalnej metody pozwalającej wyznaczyć właściwości przeciwwstrząsowe materiałów amortyzujących skutki zderzenia stosowanych w wypełnieniach opakowań, przy możliwie jak najmniejszym udziale badań eksperymentalnych wspartych obliczeniami analitycznymi i numerycznymi. Zaproponowana metoda powinna być zorientowana na zastosowanie jej wyników w modelach materiałów stosowanych w środowiskach opartych na metodzie elementów skończonych (np. LS-DYNA).

W trakcie realizacji procesów transportowych produkt narażony jest na uszkodzenia mechaniczne, np. spowodowane zderzeniem z podłożem lub z innymi ładunkami. Podczas zderzenia powstaje gwałtowny wzrost przyspieszenia w bardzo krótkim czasie. Skutkuje to powstaniem sił reakcji wywieranych na obiekt, które mogą spowodować jego uszkodzenie. Przeciwdziałanie uszkodzeniom realizowane jest poprzez stosowanie opakowania wykonanego z materiałów przeciwwstrząsowych (np. PE (polietylen), tektura falista). Obecnie powszechną metodą projektowania opakowań jest metoda prób i błędów posiłkująca się zbiorami krzywych amortyzacji [7] materiałów przeciwwstrząsowych i badaniami eksperymentalnymi (zgodnymi z normą [90]) weryfikującymi zdolności łagodzenia skutków zderzenia prototypów. Powodem popularności tej metody, w przeciwieństwie do projektowania wspomaganego komputerowo, jest:

- brak dostępności dokładnych opisów właściwości materiałów przeciwwstrząsowych, które można by zastosować w modelowaniu opakowań poddawanych dynamicznym obciążeniom zewnętrznym,
- niewielki wkład badań prowadzonych w kierunku oceny wpływu ukształtowania geometrycznego materiału przeciwwstrząsowego na właściwości amortyzujące opakowania.

Projektowanie opakowań metodą prób i błędów sprowadza się do żmudnego, czasochłonnego i kosztownego powtarzania sekwencji: budowa prototypu, weryfikacja eksperymentalna i modyfikacja, aż do uzyskania założonego poziomu łagodzenia skutków zderzenia. Dedykowane dla tej metody zbiory krzywych amortyzacji nie nadają się do zastosowania w modelach analitycznych zderzeniach ciał niesprężystych, ani w modelach numerycznych opartych na metodzie elementów skończonych (MES). We współczesnych środowiskach modelowania MES, jednym z podstawowych parametrów modeli materiałów przeciwwstrząsowych stosowanych do opisu procesu zderzenia są krzywe naprężenie-odkształcenie. Krzywe te wyznaczane są na maszynach wytrzymałościowych, przy stałej i niewielkiej prędkości ściskania (w porównaniu z prędkościami zderzenia uzyskiwanymi w warunkach

rzeczywistych). Uzyskane krzywe pozbawione są wpływu efektów dynamicznych występujących w realnym procesie zderzenia, co powoduje brak satysfakcjonujących wyników analiz MES i zniechęcenie do stosowania tej metody w projektowaniu wypełnień opakowań. Lepszym rozwiązaniem powinno być zastosowanie krzywych dynamicznego ściskania, uzyskanych na podstawie eksperymentalnych badań zderzenia wg procedur adoptowanych z normy [2]. Krzywe te nie są jednak udostępniane przez producentów materiałów przeciwwstrząsowych, ani w literaturze przedmiotu – stąd potrzeba opracowania własnej metody ich wyznaczania.

2.2. Hipotezy rozprawy

Hipotezy badawcze należy traktować jako założenia początkowe, na podstawie których dobierane są urządzenia i aparatura badawcza. W przypadku, gdy hipoteza w trakcie realizacji pracy zostanie zweryfikowana negatywnie, będzie ona poddana modyfikacji zgodnie z uzyskanymi wynikami badań. Na potrzebę realizacji pracy przyjęto następujące hipotezy:

- Oczekiwane właściwości mechaniczne struktur przeciwzderzeniowych opakowań można kształtować w procesie projektowania wspomaganym komputerowo, stosując krzywe dynamicznego ściskania materiałów konstrukcyjnych, wyznaczone metodą energetyczną na podstawie prób swobodnego spadku.
- Krzywą dynamicznego ściskania, stanowiącą główną charakterystykę mechaniczną materiału opakowaniowego piankowego o zamkniętych komórkach, można wyznaczyć wykorzystując krzywe amortyzacji lub na podstawie prób swobodnego spadku.

2.3. Zakres rozprawy

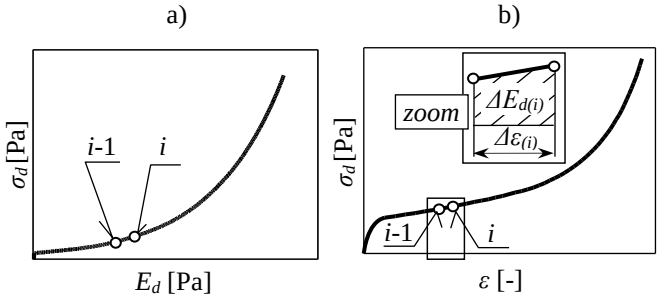
Do zrealizowania celu rozprawy oraz wykazania słuszności postawionych hipotez przeprowadzono szczegółową analizę stanu wiedzy zagadnienia na podstawie literatury specjalistycznej oraz badań własnych. Zakres badań własnych obejmował:

- opracowanie oryginalnej procedury wyznaczania krzywych dynamicznego ściskania materiałów przeciwwstrząsowych na podstawie krzywych amortyzacji lub badań eksperymentalnych,
- projekt i prototyp stanowiska badawczego do wykonywania i rejestracji testów zderzeń,
- przeprowadzenie badań eksperymentalnych na stanowisku badawczym dla materiałów przeciwwstrząsowych (pianki o zamkniętych komórkach i tektury falistej) oraz przykładowo skonfigurowanych na ich bazie struktur przeciwzderzeniowych opakowań,
- opracowanie krzywych dynamicznego ściskania dla wybranych materiałów przeciwwstrząsowych,

- opracowanie modeli numerycznych odtwarzających przebieg przeprowadzonych badań eksperymentalnych,
- weryfikacja wyników symulacji modeli numerycznych na podstawie wyników badań eksperymentalnych.

3. PROCEDURA WYZNACZANIA KRZYWEJ DYNAMICZNEGO ŚCISKANIA

Zgodnie z postawioną hipotezą opracowano oryginalną procedurę do wyznaczania krzywych dynamicznego ściskania materiałów przeciwwstrząsowych na podstawie krzywych amortyzacji lub badań eksperymentalnych. Metoda, która pozwala na wyznaczenie krzywych naprężeń dynamicznego ściskania w funkcji odkształcenia względnego została przedstawiona w pracach [80] i [87]. W pracy [87] danymi źródłowym krzywej naprężeń dynamicznego ściskania są krzywe amortyzacji udostępniane przez producentów materiałów przeciwwstrząsowych (rys.1.2), a w pracy [80] – przebiegi przyspieszeń wyznaczonych podczas badań eksperymentalnych przeprowadzonych na samodzielnie zbudowanym stanowisku laboratoryjnym. Metoda zaprezentowana w tych pracach składa się z dwóch etapów: 1 – opracowanie wykresu naprężeń dynamicznych w funkcji gęstości energii połączone z aproksymacją danych krzywą b-sklejaną trzeciego stopnia (rys.3.1a), 2 – wyznaczenie krzywej naprężenia dynamicznego w funkcji odkształcenia względnego (rys.3.1b).



Rys.3.1. Etapy wyznaczania krzywej dynamicznego napreżenia w funkcji odkształcenia względnego:, a) krzywa dynamicznego naprężenia w funkcji gęstości energii, b) krzywa dynamicznego naprężenia w funkcji odkształcenia względnego; i=1,2,3…n – indeks punktu na wykresie, n – indeks ostatniego punktu na wykresie, $\Delta E_d(i) = E_d(i) - E_d(i-1)$ – i-ty przyrost gęstości energii [80, 87]

Dane do wyznaczenia wykresu dynamicznego naprężenia w funkcji gęstości energii (rys.3.1a) można pozyskać wykorzystując krzywe amortyzacji wg [10] i [11]. Pozyskiwanie punktów z krzywych jest tak określone [87], aby równomiernie wypełnić danymi przyjęty zakresu energii pochłanianej przez materiał przeciwwstrząsowy: $E_d \in \langle E_{d\ min}, E_{d\ max} \rangle$. Gęstość energii wyznaczana jest z zależności:

$$E_d = \sigma_s \frac{h}{d} \tag{3.1}$$

gdzie:

σ_s – obciążenie statyczne,

h – wysokość swobodnego spadku bijaka,

d – grubość badanej próbki.

Dla zadanych parametrów σ_s, h i d, na podstawie krzywej o stosunku h/d, odczytywana jest wartość przeciążenia G (wielokrotność przyspieszenia ziemskiego), dzięki której wyznaczane jest naprężenie dynamiczne:

$$\sigma_d = \sigma_s G \tag{3.2}$$

Drugi wariant metody przedstawiony w pracy [80] polegająca na wyznaczeniu wykresu dynamicznego naprężenia w funkcji gęstości energii na podstawie przebiegów przyspieszeń w funkcji czasu wyznaczonych na testerze zderzeń.

Gęstość energii zderzenia wyznaczana jest wykorzystując energię potencjalną bijaka osiągana podczas badań oraz objętość badanej próbki:

$$E_d = \frac{mgh}{Ad} \tag{3.3}$$

gdzie:

m – masa bijaka,

g – przyspieszenie ziemskie,

h – wysokość swobodnego spadku,

A – pole powierzchni kontaktu prostopadłościennej próbki z bijakiem,

d – grubość badanej próbki.

Dla danej wartości gęstości energii wyznaczane jest naprężenie dynamiczne poprzez zastosowanie wzoru:

$$\sigma_d = \frac{ma}{A} \tag{3.4}$$

gdzie:

a – maksymalne przyspieszenie bijaka uzyskane podczas testu zderzenia.

Dynamiczne naprężenie w funkcji czasu można także wyznaczyć korzystając z przebiegów przyspieszeń bijaka zarejestrowanych podczas badań eksperymentalnych zderzenia:

$$\sigma_d(t) = \frac{ma(t)}{A} \tag{3.5}$$

gdzie:

$a(t)$ – przebieg przyspieszenia w funkcji czasu uzyskany na podstawie badań eksperymentalnych.

Całkując dwukrotnie przebiegi przyspieszeń (uzyskane z badań eksperymentalnych) otrzymujemy przebiegi przemieszczań bijaka podczas zderzenia opisujące ugięcie próbki. Posługując się uzyskanymi przebiegami

przemieszczeń oraz grubością próbki d wyznaczamy odkształcenie względne próbki za pomocą wzoru:

$$\varepsilon(t) = \frac{x(t)}{d} \tag{3.6}$$

gdzie:

$x(t)$ – ugięcie próbki,

d – grubość próbki.

Na podstawie równań (3.5) i (3.6) można wyznaczyć funkcję $\sigma_d(\varepsilon)$. Całkując tą funkcję uzyskujemy gęstość energii dla poszczególnych przebiegów przyspieszeń:

$$E_d(\varepsilon) = \int \sigma_d(\varepsilon)\, d\varepsilon \tag{3.7}$$

Dane do wykresu $\sigma_d(E_d)$ wyznaczamy wg następującego schematu:

- przyjęcie zakresu gęstości energii $E_d \in \langle E_{d\ min}, E_{d\ max} \rangle$, który zastosowany będzie podczas badań eksperymentalnych materiału przeciwwstrząsowego, realizowanych na testerze zderzeń,
- podział przyjętego zakresu gęstości energii E_d na równomiernie rozmieszczone wartości $E_{d\ (j)}$ (np. na dziewięć wartości, wtedy j=1,2,3…9, ponadto $E_{d\ (1)} = E_{d\ min}$, $E_{d\ (9)} = E_{d\ max}$),
- wykonanie badań eksperymentalnych na testerze zderzeń dla każdej wartości $E_{d\ (j)}$,
- naniesienie punktów na wykres $\sigma_d(E_d)$, wykorzystując maksymalne zarejestrowane przyspieszenia uzyskane dla zadanych wartości $E_{d\ (j)}$, stosując równania (3.3) i (3.4),
- wypełnienie początkowego zakresu wykresu $\sigma_d(E_d)$ danymi z przedziału $E_d \in \langle 0; E_{d\ min} \rangle$ stosując równania (3.5), (3.6) i (3.7), uwzględniając tylko etap ściskania próbki zarejestrowany podczas zderzenia.

Następnie, uzyskane dane z wykresu $\sigma_d(E_d)$ (pozyskane wg dowolnego wariantu metody: [80] lub [87]) należy poddać aproksymacji drogą optymalizacji numerycznej, np. krzywą b-sklejaną trzeciego stopnia.

W zadaniu optymalizacji wykorzystano metodę gradientową SQP z funkcją celu reprezentowaną równaniem:

$$\min Q(X) = \sum_{i=1}^{n} \left(\hat{y}_i - y_i \right)^2 \tag{3.8}$$

gdzie:

$X = [y_2, y_3, ..., y_{n_p}]$ - zmienne decyzyjne,

n_P - liczba punktów kontrolnych krzywej b–sklejanej,

$\hat{y}_i, y_i$ - i-ta współrzędna krzywej naprężenia dynamicznego w funkcji gęstości energii wyznaczona odpowiednio na podstawie krzywej b-sklejanej i badań doświadczalnych.

Całkowity przebieg krzywej $\sigma_d = f(E_d)$ definiowany jest za pomocą n_P=8 punktów kontrolnych (rys.3.2), z których 7 współrzędnych są zmiennymi decyzyjnymi, a pozostałe 9 mają stałe wartości:

$$x_1 = 0,\ y_1 = 0,\ x_2 = 0.01x_5,\ x_3 = 0.2x_5,\ x_4 = 0.5x_5,\ x_5 = \frac{E_{d\ max}}{n_P - 4}, \qquad (3.9)$$

$$x_i = x_{i-1} + temp,\ \text{gdzie } i=6,7,...,n_P$$

gdzie:

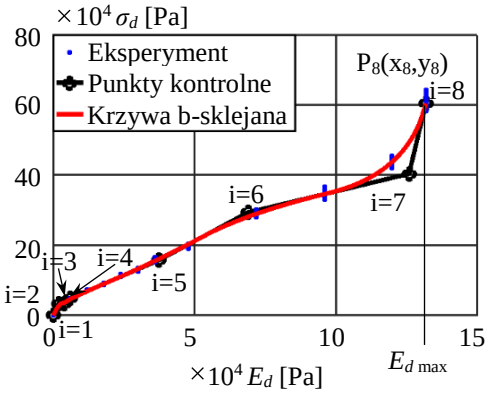
$$temp = \frac{E_{d\ max} - x_4}{n_P - 4} \qquad (3.10)$$

Przyjęto następujące ograniczenie liniowe zadania optymalizacji:

$$y_i - y_{i-1} < 0 \quad \text{gdzie} \quad i = 2,3,...,n_P \qquad (3.11)$$

Ostatnim etapem jest przekształcenie krzywej $\sigma_d = f(E_d)$ do krzywej $\sigma_d = f(\varepsilon)$. Wykorzystywana jest właściwość, wg której pole pod krzywą $\sigma_d = f(\varepsilon)$ jest równe gęstości energii (powiększony szczegół na rys.3.1b)

$$E_d = \int \sigma_d \times d\varepsilon \qquad (3.12)$$



Rys.3.2. Schemat krzywej b-sklejanej; P – punkty kontrolne, i=1,2,3,…,8 – indeks punktów kontrolnych, $E_{d\ max}$ – maksymalna gęstość energii przyjęta podczas prób zderzeń [81]

Stosując metodę trapezów do numerycznego całkowania krzywej $\sigma_d = f(\varepsilon)$, odkształcenie ε (oś odciętych na wykresie rys.3.1b) można wyznaczyć wg zależności:

$$\varepsilon_{(i)} = \sum_{k=1}^{i} \Delta\varepsilon_k \tag{3.13}$$

gdzie:

$\Delta\varepsilon_{(i)}$ – i-ty przyrost odkształcenia względnego.

$$\Delta\varepsilon_{(i)} = \begin{cases} \dfrac{2\left(E_{d(i)} - E_{d(i-1)}\right)}{\sigma_{d(i)} + \sigma_{d(i-1)}} & \text{gdzie } i > 1 \\ 0 & \text{w przeciwnym razie} \end{cases} \tag{3.14}$$

W celu wykorzystania utworzonej krzywej w środowiskach numerycznego modelowania zjawiska zderzenia wymagane jest wydłużenie tej krzywej, aby powstające naprężenia lokalne podczas symulacji nie przekroczyły maksymalnego naprężenia wyznaczanego z krzywej. W tym celu zastosowano rozwiązanie zaproponowane w pracy [23], ekstrapolując wykres naprężenia do 200 MPa (wartość porównywalna z granicą plastyczności materiału, który oddziałuje z badaną próbką, zgodnie z [63]). Zastosowano ekstrapolację hiperboliczną stopnia n zgodnie z następującym równaniem [23]:

$$\sigma_{d(i+1)} = \sigma_{d(i)} + \left(\left. \frac{\partial\sigma_d}{\partial\varepsilon} \right|_{\varepsilon_2} \right) \left(\frac{1-\varepsilon_2}{1-\varepsilon_i} \right)^n \left(\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i\right) \tag{3.15}$$

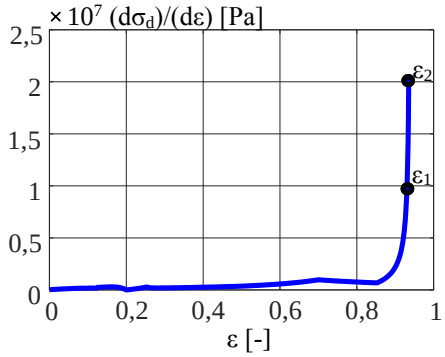
gdzie n jest zdefiniowane, jako:

$$n = \frac{\ln\left(\dfrac{\sigma_2 - \sigma_1}{\left. \dfrac{\partial\sigma_d}{\partial\varepsilon} \right|_{\varepsilon_2} \left(\varepsilon_2 - \varepsilon_1\right)} \right)}{\ln\left(\dfrac{1-\varepsilon_1}{1-\varepsilon_2} \right)}; \quad \varepsilon_2 > \varepsilon_1 \tag{3.16}$$

Wartość ε_2 (rys.3.3) stanowi odciętą punktu na wykresie pochodnej funkcji $\sigma_d = f(\varepsilon)$, w którym krzywa osiąga maksymalną wartość. Wartość ε_1 odczytujemy z wykresu, znajdując wartość rzędną spełniającą zależność:

$$\frac{d\sigma_d}{d\varepsilon}(\varepsilon_1) = 0{,}55 \frac{d\sigma_d}{d\varepsilon}(\varepsilon_2) \tag{3.17}$$

Wartości σ_1 i σ_2 odczytujemy z wykresu $\sigma_d = f(\varepsilon)$ korzystając z uprzednio wyznaczonych odkształceń ε_1 i ε_2.



Rys.3.3. Pochodna krzywej $\sigma_d = f(\varepsilon)$ [81]

4. WERYFIKACJA EKSPERYMENTALNA METODY DO WYZNACZANIA KRZYWEJ DYNAMICZNEGO ŚCISKANIA

4.1. Cel i zakres badań eksperymentalnych

Celem badań eksperymentalnych jest weryfikacja opracowanej metody wyznaczania krzywej dynamicznego ściskania wyznaczonej na podstawie metody zaproponowanej w rozdziale 3 w numerycznym modelowaniu kompletnego opakowania. Weryfikację eksperymentalną wykonano na samodzielnie zbudowanym testerze zderzeń dla materiałów przeciwwstrząsowy oraz kompletnych opakowań. Zakres badań obejmuje badanie materiałów stosowanych w opakowaniach (tektury 3-warstowaowej o fali B i pianki polietylenowej) oraz badanie kompletnego opakowania.

4.2. Aparatura badawcza

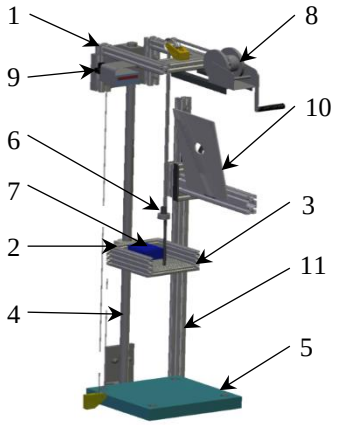
4.2.1. Stanowisko dedykowane do badań

Badanie właściwości przeciwwstrząsowych materiałów stosowanych w opakowaniach wykonywane jest na testerze zderzeń. Pozwala on na rejestrację przebiegu przyspieszenia bijaka zderzającego się z próbką podczas prób swobodnego spadku z wysokości (rys.4.1). Głównym elementem urządzenia jest bijak (3), który wykonano z profili aluminiowych. Podstawa bijaka ma wymiary 200x200 mm. Do bijaka przymocowano trójosiowy rejestrator przyspieszeń SAVER 3X90 (7), którego celem jest rejestracja przyspieszenia w momencie zderzenia z badaną próbką, umieszczoną na podstawie (5). Rozpoczęcie opadania bijaka następuje poprzez rozłączenie elektromagnesu (6). Bijak jest zamocowany do prowadnicy (4), po której porusza się za pomocą łożyska liniowego (2). Zastosowano tylko jedną prowadnicę, by zminimalizować odziaływanie niedokładności wykonania i pozycjonowania elementów konstrukcyjnych na ruch bijaka. Prędkość teoretyczna bijaka osiągana tuż przed zderzeniem z próbką wyznaczona jest ze wzoru:

$$v_{teor} = \sqrt{2gh} \tag{4.1}$$

gdzie:

g – przyspieszenie ziemskie,
h – wysokość swobodnego spadku.



Rys.4.1. Tester zderzeń dla materiałów przeciwwstrząsowych i kompletnych opakowań: 1 – korona, 2 – łożysko liniowe, 3 – bijak, 4 – prowadnica testera zderzeń dla materiałów przeciwwstrząsowych, 5 – podstawa, 6 – elektromagnes, 7 –trójosiowy rejestrator przyspieszeń, 8 – wciągarka linowa, 9 – linkowy czujnik przemieszczenia, 10 – płyta, 11 – prowadnica testera zderzeń dla kompletnych opakowań

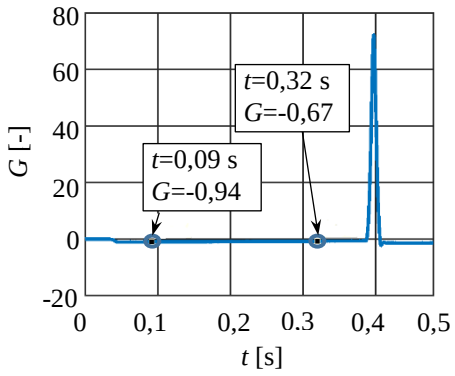
Tester ten można także wykorzystać do badania kompletnych opakowań na odporność na uderzenie przy swobodnym spadku. Po demontażu bijaka (3) obracamy płytę (10) z położenia pionowego w poziome i blokujemy wkrętem w pozycji równoległej do podstawy (5), następnie ustawiamy na zadaną wysokość wykorzystując czujnik linkowy (9). Opakowanie zamocowane do elektromagnesu podnosimy, aż do zetknięcia się z płytą (10). Rozpoczęcie opadania następuje tak samo, jak w przypadku bijaka – poprzez rozłączenie elektromagnesu.

4.2.2. Weryfikacja stanowiska

Na ruch bijaka w trakcie opadania z zadanej wysokości wpływ ma siła tarcia między łożyskiem, a prowadnicą oraz opór powietrza powodując, że osiągana rzeczywista prędkość jest niższa niż prędkości teoretyczna (wyznaczona z wzoru (4.1)). Z tego względu, postanowiono wyznaczyć prędkość rzeczywistą jaką osiąga bijak w zależności od wysokości jego opadania.

W pracy [82] obliczono niepewność pomiarową dla dwóch metod wyznaczania prędkości: drogą różniczkowania przemieszczenia zarejestrowanego za pomocą kamery szybkoklatkowej oraz całkowania przebiegu przyspieszenia zarejestrowanego za pomocą rejestratora przyspieszeń. Z przeprowadzonych badań wynika, że dokładniejszą metodą powinno być całkowanie przebiegu przyspieszenia. Jednakże w przypadku rejestratora SAVER 3X90 nie jest to możliwe. Spowodowane to jest filtracją sygnału, która powoduje zmniejszenie rejestrowanego przyspieszenia podczas swobodnego

spadku (rys.4.2). Niestety, w tym modelu rejestratora, nie ma możliwości wyłączenia tej filtracji.



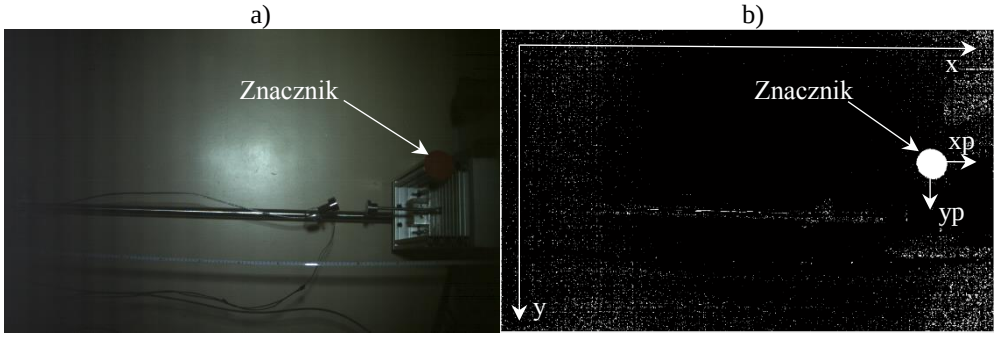
Rys.4.2. Zarejestrowany przebieg przyspieszenia w funkcji czasu za pomocą rejestratora przypsieszeń SAVER 3X90 podczas swobodnego spadku samego rejestratora

Z tej przyczyny posłużono się kamerą szybkoklatkową AOS Q-PRI (rys.4.3).

Rys.4.3. Kamera szybkoklatkowa AOS Q-Pri

Kamerą zarejestrowano przemieszczenie bijaka w obszarze o wysokości 1,28 m i szerokości 0,77 m w rozdzielczości 888x1456 pikseli z częstotliwością 1000 klatek/s, spadającego z przyjętych siedmiu wysokości h=[0,05; 0,10; 0,20; 0,30; 0,40; 0,50; 0,60] m.

W celu wyznaczenia przemieszczenia bijaka w funkcji czasu na podstawie analizy obrazu, na bijaku zamocowano czerwony znacznik w kształcie koła (rys.4.4a). Po wyodrębnieniu ze strumienia danych składowej chrominancji Cr (stanowiącej różnicę między luminancją, a kolorem czerwonym w modelu przestrzeni kolorów YCbCr) na nagraniu głównie widoczny będzie czerwony znacznik przymocowany do bijaka. Strumień ten następnie zostaje przetworzony binarnie (na obraz czarno-biały, rys.4.4b). Dzięki temu procesowi zostaje wyodrębnione skupisko pikseli reprezentujące czerwone koło. To skupisko pikseli nazywane jest BLOB-em (Binary Large Object) [46, 71].



Rys.4.4. Kadr z filmu: a) przed binaryzacją, b) po binaryzacji

Po wykryciu obszaru następuje identyfikacja cech BLOB-a. Jedną z tych cech jest środek geometryczny. Traktując poszczególne piksele jako kwadraty o boku 1 piksela, współrzędną *xp* środka geometrycznego (wg. rys.4.4b) wyznaczyć można na podstawie zależności:

$$xp_i = \frac{\sum_{j=1}^{N} x_j p^2}{\sum_{j=1}^{N} p^2} \tag{4.2}$$

gdzie:

xp_i – współrzędna środka geometrycznego BLOBA na nagraniu w *i*-tej klatce,

x_j – współrzędna *j*-tego piksela w prostokątnym układzie współrzędnych *oxy*,

p – powierzchnia jednego piksela (*p*=1).

Znając położenie geometrycznego środka BLOB-a w poszczególnych klatkach filmu uzyskujemy przemieszczenie *s* bijaka w funkcji czasu *t*. Wykorzystując uzyskane dane można wyznaczyć liniową prędkość z zależności:

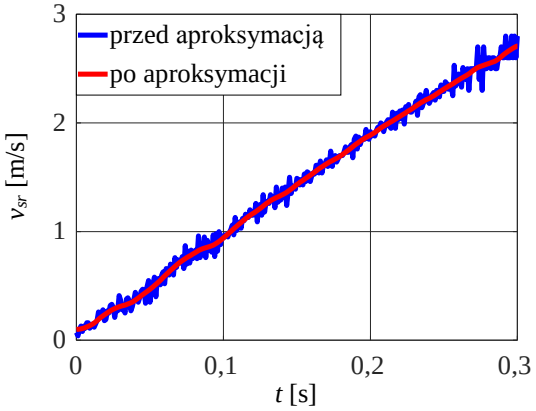
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{4.3}$$

gdzie:

Δs – zmiana położenia,

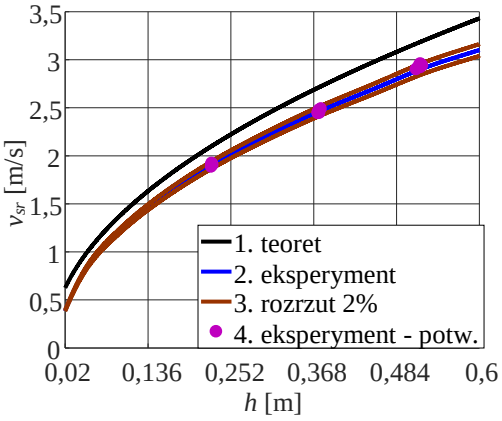
Δt – przedział czasowy (w rozpatrywanym przypadku Δt=0,001 s), w którym następuje zmiana położenia.

Podczas różniczkowania przemieszczenia *s* pojawiają się skoki prędkości *v* (rys.4.5). W celu zmniejszenia zakłóceń, wykres poddano aproksymacji za pomocą funkcji sklejanej zaproponowanej w [16].



Rys.4.5. Wykres prędkości liniowej w funckji czasu przed aproksymacją i po aproksymacji.

Na podstawie dziesięciu przebiegów prędkości liniowej spadku bijaka wyznaczonych dla każdej z wysokości *h*=[0,05; 0,10; 0,20; 0,30; 0,40; 0,50; 0,60] m wyodrębniono maksymalne wartości prędkości, osiągane tuż przed zderzeniem z próbką. Wartości te wykorzystano do określenia średniej prędkości bijaka testera zderzeń w funkcji wysokości swobodnego spadku (rys.4.6, krzywa oznaczona odnośnikiem (2)).



Rys.4.6. Wykres średniej predkosci liniowej bijaka testera zderzeń w funckji wysokości swobodnego spadku.

Zgodnie z normą [2], prędkości liniowe bijaka uzyskane z zadanej wysokości powinny mieścić się w przedziale 2% względem średniej wartości

prędkości (rys.4.6, krzywe oznaczone odnośnikiem (3)). Przedział 2% wyznaczono stosując wzór:

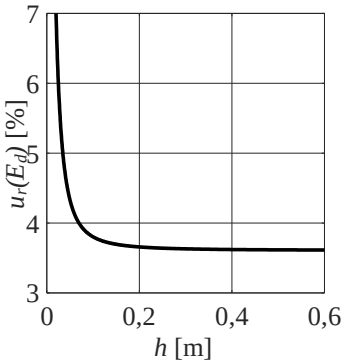
$$v_{2\%} = v_{sr} \pm 0.02 v_{sr} \tag{4.4}$$

gdzie:

v_{sr} – średnia z dziesięciu maksymalnych wartość prędkości liniowej.

W celu potwierdzenia uzyskiwania normatywnej dokładności wyznaczania prędkości średniej wykonano 10 prób swobodnego spadku bijaka dla każdej wysokości h_w=[0,225; 0,375; 0,525] m (odnośnik (4)). Wszystkie punkty z badań doświadczalnych mieszczą się we wspomnianym przedziale 2%.

Na podstawie rys.4.6 wyznaczana jest wysokość korekcyjna h_{kor}, na jaką ustawiany jest bijak względem podstawy, aby otrzymać prędkość teoretyczną (wzór (4.1)) w momencie zderzenia z próbką. Do pomiaru wysokości służy czujnik linkowy, którego niepewność pomiarowa wynosi $u(h)$=1,2 mm. Wysokość swobodnego spadku bijaka podczas badań właściwości materiałów przeciwwstrząsowych (według metody przedstawionej w rozdziale 3) wyznaczana jest na podstawie przyjętej gęstości energii (wzór (3.3)). Stosowanie tego czujnika powoduje, że największa względna niepewność pomiarowa gęstości energii wynosi $u_r(E_d) = 7\%$ przy wysokości h=0,02 m (rys.4.7).



Rys.4.7. Niepewność względna gęstosci energii w funckji wyskości swobodnego spadku bijaka

Zgodnie z normą [2] podstawa testera zderzeń powinna być dostatecznie ciężka oraz sztywna, aby podczas badań, przyspieszenie rejestrowane przez czujnik zamocowany do podstawy nie przekraczało 2% wartości przyspieszenia uzyskiwanego przez czujnik zamocowany do bijaka. Ze względu na ten warunek wyznaczono iloraz:

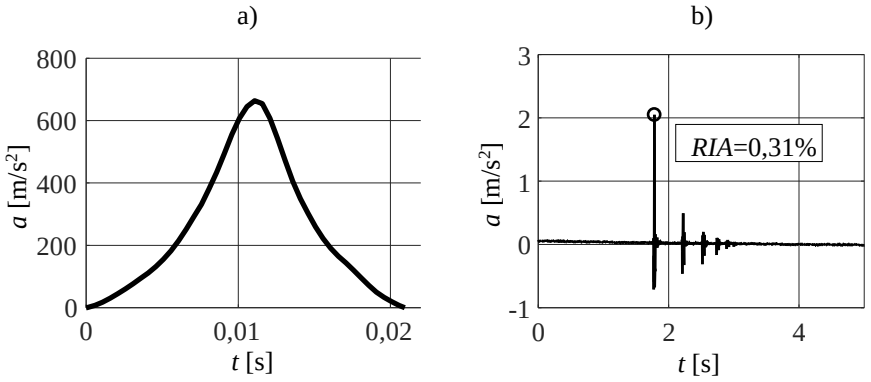
$$RIA = \frac{a_{podstawa}}{a_{bijak}} \tag{4.5}$$

gdzie:

$a_{podstawa}$ – maksymalne przyspieszenia zarejestrowane na podstawie (rys.4.8b),

a_{bijak} – maksymalne przyspieszenia zarejestrowane na bijaku (rys.4.8a).

Iloraz ten wyniósł *RIA*=0,31%, więc płytę można potraktować jako obiekt sztywny.



Rys.4.8. Przyspieszenie w funckji czasu zarejestrowane podczas zderzenia zarejestrowane na: a) bijaku, b) podstawie.

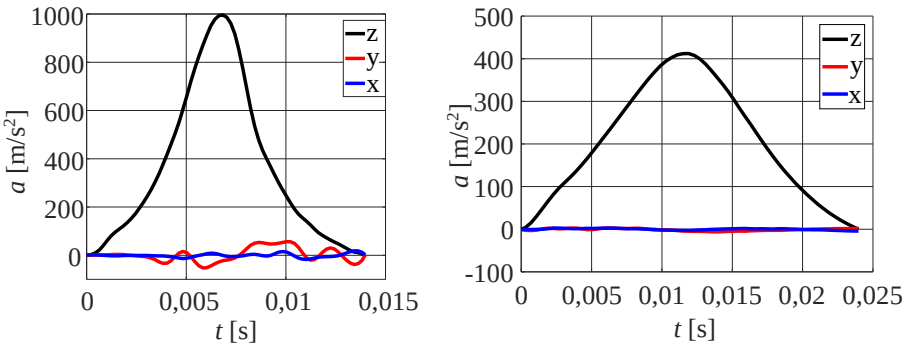
Do rejestracji przebiegów przyspieszeń stosowany jest trójosiowy rejestrator przyspieszeń SAVER 3X90 (rys.4.9). Pozwala on na rejestrację z częstotliwością próbkowania do 5000 próbek na sekundę, w zakresie pomiarowym do 200 G oraz przechowywanie przebiegów przyspieszeń w funkcji czasu (rys.4.8a). Rejestrator przyspieszeń został skalibrowany przy niepewności 0,06 G.

Rys.4.9. Trójosiowy rejestrator przyspieszeń SAVER 3X90

Na rys.4.10 przedstawiono przebiegi przyspieszeń zarejestrowanych na testerze zderzeń w trzech kierunkach (*x, y, z*) podczas badań materiałów przeciwwstrząsowych i kompletnych opakowań. Porównując ich wartości ekstremalne można dokonać oceny, czy uzyskiwano zderzenia proste (upadek

opakowania wyłącznie na ścianę opakowania lub bijak uderzający prostopadle do powierzchni próbki) czy ukośne (na krawędź lub naroże). Na przykładzie zarejestrowanych przebiegów przyspieszeń można stwierdzić, że wartości przyspieszeń z kierunków towarzyszących kierunkowi głównemu zderzenia są znikome (rys.4.10), potwierdzające wystąpienie zderzenia prostego.

a) b)

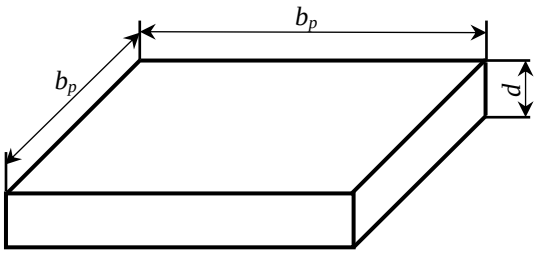


Rys.4.10. Przebiegi przyspieszeń w trzech osiach (x, y, z) zarejestrowane podczas zderzenia: a) bijaka z badaną próbką, b) opakowania transportowego z nieodkształcalnym podłożem

4.3. Materiały przeciwwstrząsowe stosowane w opakowaniach

4.3.1. Program badań

Do wyznaczenia krzywej dynamicznego ściskania materiału przeciwwstrząsowego, wg metody zaproponowanej w rozdziale 3 wykorzystywany jest tester zderzeń przedstawiony w podrozdziale 4.2.1. Zgodnie z normą [2] badana próbka powinna mieć kształt prostopadłościanu o podstawie kwadratowej (rys.4.11).

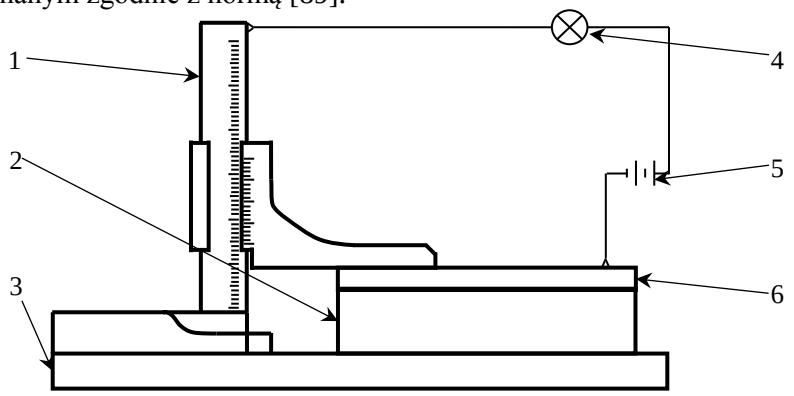


Rys.4.11. Próbka do badań z podstawowymi wymiarami

Bok b_p podstawy próbki nie powinien być większy niż 200 mm, gdyż przekroczone byłyby wymiary podstawy bijaka. Zgodnie z normą [2] wymiar b_p także nie powinien być mniejszy niż 101,6 mm, gdyż pojawiające się efekty

wyboczenia podczas badania materiału przeciwwstrząsowego wpływałyby na wynik pomiaru.

Badanymi materiałami są pianka polietylenowa STRATLITE 22 o gęstości 22 kg/m^3 oraz tektura falista 3-warstwowa o fali B. Wymiary b_p i d próbek oraz wysokość swobodnego spadku h dobierano tak, aby podstawiając do wzoru (3.3) otrzymać zakładaną wartość gęstości energii przy masie bijaka m_b =4,405 kg. Pomiar wymiaru b_p jest wykonywany za pomocą suwmiarki z dokładnością do 0,05 mm. Pomiar grubości d próbki realizowany jest na urządzeniu (rys.4.12) wykonanym zgodnie z normą [89].



Rys.4.12. Schemat przyrzadu do pomiaru grubości materiału przeciwwstrząsowego: 1 – suwmiarka z dokładnością 0,1 mm, 2 – próbka do badań, 3 – podłoże, 4 – żarówka, 5 – bateria, 6 – płyta alumionowa

Pomiar rozpoczyna się od umieszczenia próbki na podłożu. Następnie powierzchnię próbki obciążamy naprężeniem statycznym 17,55 kg/m^2 za pomocą płyty aluminiowej i włączamy ją w obwód elektryczny składający się z elastycznego przewodu, żarówki oraz baterii. Po upływie 30 s dokonywany jest pomiar grubości d z dokładnością 0,1 mm w momencie, gdy żarówka się zaświeci. Wymiary próbek wykonanych z pianki oraz wysokość swobodnego spadku bijaka dobrano tak by uzyskać równomierne rozłożenie gęstości energii w przedziale od 6000 Pa do 120000 Pa (tab. 4.1).

Tabela 4.1. Plan badań dla pianki polietylenowej

Lp.	E_d	h	h_{kor}	b_p	d
	Pa	mm	mm	mm	mm
1	6000	92	112	129,00	40,0

2	12000	124	150	107,00	39,0
3	18000	205	251	126,00	31,0
4	24000	197	240	107,00	31,0
5	30000	171	207	111,00	20,0
6	36000	390	475	121,00	32,0
7	48000	371	451	118,00	24,0
8	72000	396	483	109,00	20,0
9	96000	382	465	107,00	15,0
10	120000	477	600	107,00	15,0
11	132000	324	394	103,00	10,0

Arkusz tektury, z którego wykonywane są próbki, posiada grubość 3 mm. Postanowiono, że podczas badania, 5 próbek będzie ustawionych jedna na drugiej, w celu uzyskiwania grubości d=15 mm. Na wpływ doboru wymiaru b_p wpłynęła struktura tektury falistej, która posiada otwartą przestrzeń z której wytłaczane jest powietrze w momencie zderzenia. Zgodnie z pracą [76] w momencie zderzenia wymiary próbki wpływają na siłę reakcji, która wywołana jest wytłaczanym powietrzem. W konsekwencji pojawiające się ciśnienie wewnątrz struktury wpływa na pochłanianie energii podczas zderzenia. W związku z powyższym wymiary próbek dobrano tak by uzyskać wymiar b_p zbliżony do wymiarów opakowania transportowego przedstawionego w podrozdziale 4.3.1 oraz tak by uzyskać równomierne rozłożenie gęstości energii w zakresie od 2000 Pa do 39000 Pa (tab. 4.2)

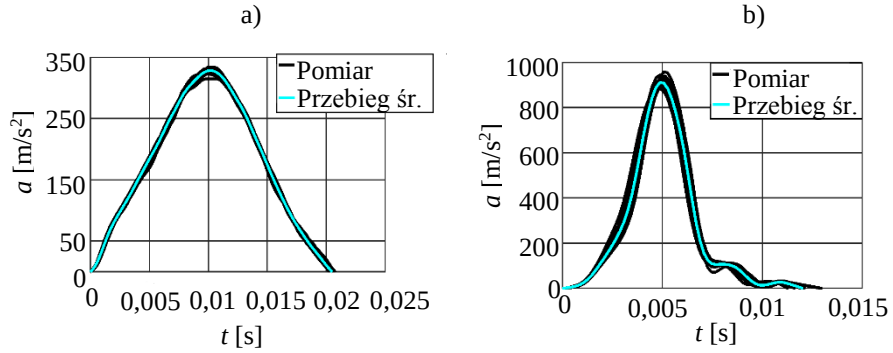
Tabela 4.2.Plan badań dla tektury falistej

Lp.	E_d	h	h_{kor}	b_p
	Pa	mm	mm	mm
1	2000	23	36	182,00
2	6000	70	89	184,00
3	12000	140	169	183,00
4	18000	210	258	183,00
5	24000	280	343	183,00
6	30000	350	425	183,00
7	36000	420	516	183,00
8	39000	455	567	183,00

Podczas badań na testerze zderzeń do materiałów przeciwwstrząsowych, próbka ustawiana jest na środku podstawy oraz bijak na zadaną wysokość korekcyjną h_{kor} . Wykonywana jest seria pięciu prób zderzenia bijaka z każdą próbką z minimum 1 minutową przerwą pomiędzy testami. Z piątej próby odczytywany jest przebieg przyspieszenia w funkcji czasu. Dla każdej gęstości energii zarejestrowano 16 przebiegów przyspieszeń

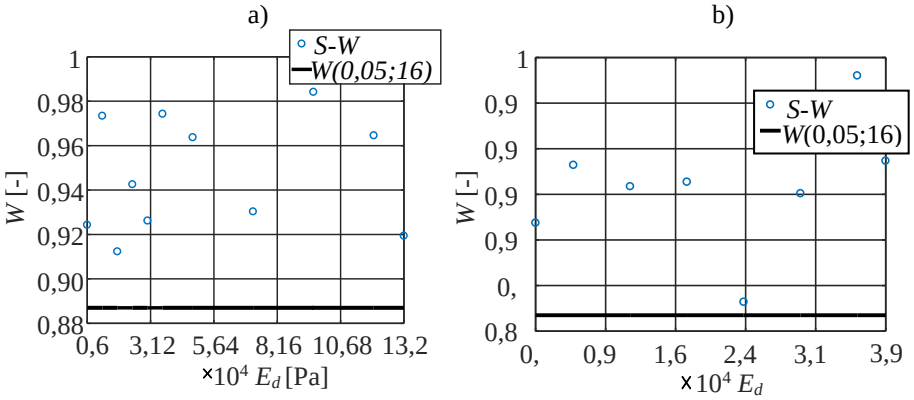
4.3.2. Wyniki badań

Z przebiegów przyspieszeń zarejestrowanych podczas badań zderzenia bijaka z próbkami wykonanymi z pianki polietylenowej oraz tektury falistej wyznaczono średnią maksymalną wartość przyspieszenia dla każdej z gęstości energii i każdego materiału oraz przebieg średni (rys.4.13).



Rys.4.13. Zarejestrowane przebiegi przyspieszeń dla gęstości energii 18000 Pa (tabela 4.1 i tabela 4.2) dla: a) pianki polietylnowej, b) tekutry falistej 3-warstowej

W celu wyznaczenia przedziału ufności dla średniej maksymalnej wartości przyspieszenia zweryfikowano hipotezę, czy uzyskane wyniki należą do rozkładu normalnego. Skorzystano z testu Shapiro-Wilka, gdyż zgodnie z analizą porównawczą przedstawioną w pracy [95] test ten ma największą moc w porównaniu z innymi testami. Zestawienie uzyskanych wartości statystki testowej *S-W* dla poszczególnych prób przedstawiono na rys.4.14. Wartości te przyrównano do wartości krytycznej $W(\alpha,n)$. Stablicowana wartość (odczytana z [105]) dla poziomu istotności α=0,05 oraz ilości wyznaczonych maksymalnych wartości przyspieszeń n=16 wynosi $W(0,05;16)$=0.887.



Rys.4.14. Wartości statystyki testowej z testu Shapiro-Wilka w funkcji gęstosci energii dla: a) pianki polietylenowej, b) tektury falistej

Jak można zauważyć, wszystkie próby spełniają nierówność $S\text{-}W>W(0,05,16)$, co oznacza, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o normalności rozkładu prób.

Po zweryfikowaniu hipotezy wyznaczono górną (U_b) oraz dolną (L_b) granicę przedziału ufności dla wartości średniej a_{sr}. Granice te zostały

wyznaczone z 16 obserwacji dla poszczególnych gęstości energii (określonych w programie badań) z założonym prawdopodobieństwem 95 % dla pianki polietylenowej (tab. 4.3) i tektury falistej (tab. 4.4).

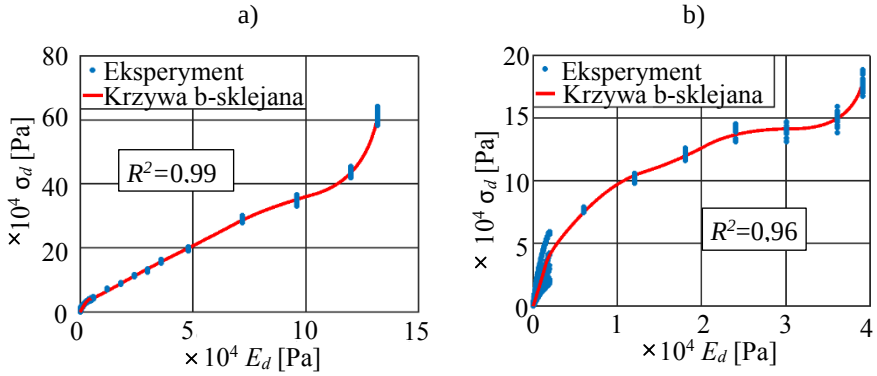
Tabela 4.3. Analiza statystyczna maksymalnego przyspieszenia dla pianki polietylenowej

Lp.	E_d	a_{sr}	Odchylenie standardowe	L_b	U_b
	Pa	m/s^2	m/s^2	m/s^2	m/s^2
1	6000	176,98	1,82	176,01	177,95
2	12000	186,15	2,92	184,60	187,71
3	18000	331,11	2,88	329,58	332,65
4	24000	296,29	5,61	293,30	299,28
5	30000	364,75	8,05	360,46	369,04
6	36000	525,83	9,51	520,76	530,90
7	48000	627,50	12,34	620,92	634,07
8	72000	786,12	19,54	775,71	796,54
9	96000	899,49	15,90	891,02	907,96
10	120000	1135,82	27,35	1121,25	1150,39
11	132000	1460,50	44,60	1436,73	1484,27

Tabela 4.4.Analiza statystyczna maksymalnego przyspieszenia dla tektury falistej

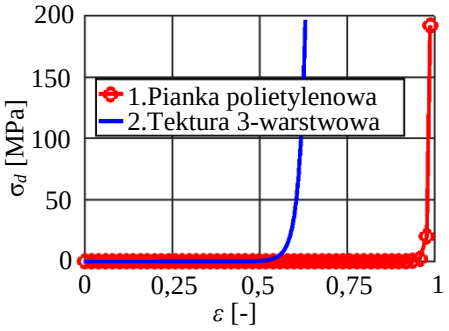
Lp.	E_d	a_{sr}	Odchylenie standardowe	L_b	U_b
	Pa	m/s^2	m/s^2	m/s^2	m/s^2
1	2000	439,21	4,41	436,86	441,56
2	6000	584,59	8,56	580,03	589,16
3	12000	843,75	10,50	838,16	849,35
4	18000	918,78	20,77	907,71	929,85
5	24000	1049.81	26.12	1035.89	1063.72
6	30000	1072.41	32.24	1055.24	1089.59
7	36000	1128.14	20.31	1117.31	1138.96
8	39000	1355.94	49.78	1329.42	1382.47

Uzyskane wyniki badań eksperymentalnych stanowią podstawę do weryfikacji wyników modelu numerycznego procesu zderzenia bijaka z próbką, przedstawionych w kolejnych podrozdziałach pracy. Maksymalne wartości przyspieszeń posłużyły również do wyznaczenia krzywej dynamicznego ściskania w funkcji gęstości energii, metodą przedstawioną w rozdziale 3. Krzywa uzyskana dla pianki posiada współczynnik determinacji R^2 =0,99 (rys.4.15a), a dla tektury – R^2 =0,96 (rys.4.15b).



Rys.4.15. Wykres naprężenia dynamicznego w funckji gestości energii dla: a) pianki polietylenowej, b) tektury falistej

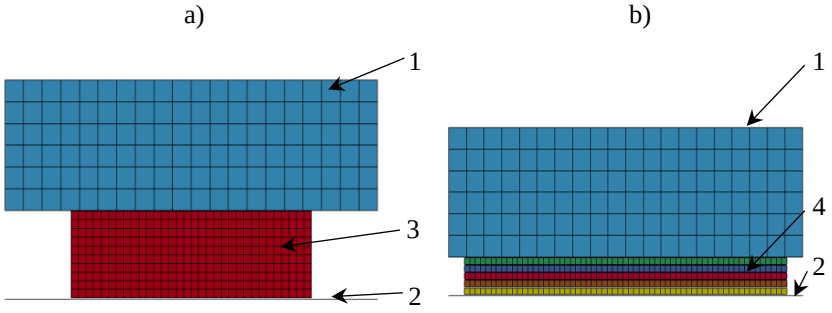
Krzywe z rys.4.15 wykorzystano do wyznaczenia wykresu dynamicznego ściskania w funkcji odkształcenia względnego rys.4.16 – (także wg metody przedstawionej w rozdziale 3).



Rys.4.16. Krzywe $\sigma_d = f(\varepsilon)$ pianki polietylenowej STRATLITE 22 oraz tektury falistej 3-warstwowej z falą typu B

4.3.3. Model numeryczny

Model numeryczny zderzenia bijaka z próbką został opracowany w środowisku LS-DYNA (rys.4.17). Model przedstawiony na rys.4.17a dotyczy próbki wykonanej z pianki polietylenowej składającej z jednej części, a na rys.4.17b – próbki wykonanej z tektury falistej 3-warstwowej składającej się z pięciu części.



Rys.4.17. Model numeryczny w środowisku LS-DYNA odwzorowujący proces zderzenia bijaka z próbką wykonaną z: a) pianki polietylenowej, b) tektury falistej; 1 – bijak, 2 – sztywne podłoże, 3 – pianka polietylenowa, 4 – tektura falista 3–warstwowa

Bijak posiada wymiary $200\times200\times60$ mm. Został on wykonany z 8-węzłowego elementu typu solid [62]. Wartość prędkości, którą nadaje się bijakowi wyznacza się ze wzoru (4.1) wykorzystując wartość wysokości h z tablic 4.1 i 4.2. Masę bijaka m_b=4,405 kg wykonanego z profili aluminiowych definiuje się poprzez gęstość (w tym przypadku ρ_b=1835 kg/m^3). Bijak przedstawiono jako ciało sztywne za pomocą modelu materiału MAT_RIGID [62] (wg bazy materiałów LS-DYNA), w którym przyjęto moduł Younga $E=69\times10^3$ MPa i współczynnik Poissona v=0,3. Sztywne podłoże zostało zdefiniowane za pomocą RIGIDWALL [62], które rozwiązuje także problem kontaktu pomiędzy podłożem, a materiałem przeciwwstrząsowym. Kontakt pomiędzy materiałem, a bijakiem określa funkcja AUTOMATIC_SURFACE_TO_SURFACE. Istotnym aspektem jest przyjęcie modelu materiału przeciwwstrząsowego. Wykorzystano model MAT_LOW_DENSITY_FOAM [62] (MAT57). Model ten jest stosowany do odzwierciedlenia zachowania pianki polietylenowej oraz tektury falistej 3-warstwowej w procesie dynamicznego ściskania. Jak opisano w podrozdziale 1.6, podstawą funkcjonowania tego modelu jest krzywa $\sigma_d = f(\varepsilon)$, która została wyznaczona w podrozdziale 4.3.2 dla każdego badanego materiału przeciwwstrząsowego. Model ten również doprecyzowują takie parametry jak: gęstość, HU, DAMP i SHAPE. Parametry HU, DAMP i SHAPE zostały dobrane wykorzystując metodę prób i błędów, aż do uzyskania najlepszego dopasowania do wyników badań eksperymentalnych. Dla obu materiałów uzyskano jednakowe wartości parametrów HU=0,4 oraz SHAPE=2. Dla pianki polietylenowej gęstość materiału wynosi ρ_p=22 kg/m^3, a parametr DAMP=0,018. Gęstość tektury falistej (ρ_{tek}=133 kg/m^3) jest gęstością pozorną, którą wyznaczono z wzoru:

$$\rho_{tek} = \frac{g_r}{d} \tag{4.6}$$

gdzie:

g_r – gramatura arkusza (g_r =400 g/m^2),

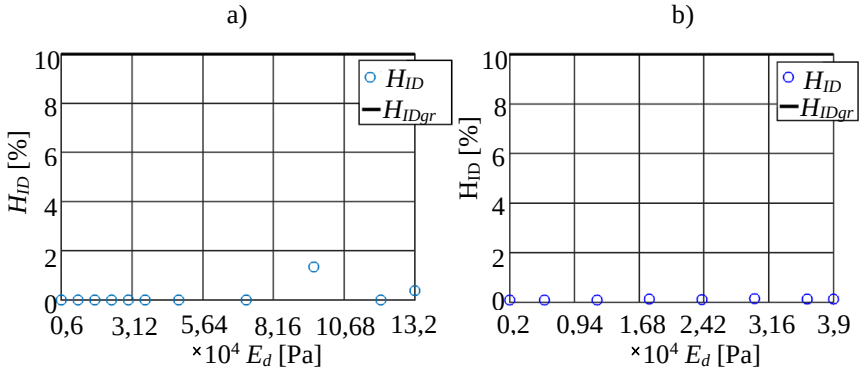
d – grubość arkusza (d=3 mm).

Przyjęto, iż dla tektury parametr DAMP=0,015. Zgodnie z informacjami zawartymi w literaturze [1] i [22], czas potrzebny na wykonanie symulacji procesu zderzenia można znacząco zmniejszyć poddając model numeryczny tektury falistej 3-warstwowej homogenizacji. Model kompozytu ortotropowego o falistej strukturze zastąpiono 8-węzłowymi elementami typu solid.

W metodach numerycznych, przy zastosowaniu 8-węzłowych elementach typu solid występuje efekt klepsydry. Jest to niefizyczna deformacja o zerowej energii, która powoduje zerowe obciążenie [36]. LS-DYNA korzysta z sześciu form kontroli efektu klepsydry, które zostały omówione w pracy [22]. Formy kontroli 4 i 5 oparte są na sztywności i są bardziej efektywne niż formy 1, 2 i 3, które oparte są na lepkości. Postanowiono wykorzystać formę kontroli 4, zaproponowaną w pracy [63]. Jednakże, wykorzystanie tego typu formy wiąże się z działaniem, które wpływa na energię wewnętrzną elementu, zależną od gęstości siatki. Z tego względu oblicza się iloraz maksymalnej energii uzyskanej z efektu klepsydry $E_{H\max}$ i maksymalnej energii wewnętrznej $E_{I\max}$ jaką wyznaczono podczas symulacji procesu zderzenia:

$$H_{ID} = \frac{E_{H\,max}}{E_{I\,max}} \times 100\% \tag{4.7}$$

Według [63], aby wyniki symulacji modelu można uznać za wiarygodne, iloraz H_{ID} nie powinien przekroczyć 10%.



Rys.4.18. Iloraz maksymalnej energii uzyskanej z efektu klepsydry i maksymalnej energii wewnętrzne w funckji gęstości energii dla: a) pianki polietylenowej, b) tektury 3-warstwowej

Z analizy zestawionych ilorazów energii H_{ID} (rys.4.18) wynika, że kontrola efektu klepsydry oraz gęstość siatki w modelach są poprawnie dobrane. Największy iloraz energii uzyskano dla pianki przy gęstości energii

E_d =96000 Pa (H_{ID} =1,35%, rys.4.18a). Dla modelu tektury 3-warstwowej iloraz energii H_{ID} został wyznaczony dla części, która jest ustawiona bliżej bijaka. W tym przypadku, iloraz H_{ID} w całym rozpatrywanym zakresie gęstości energii nie przekroczył wartości 0,17%. Z dokonanej analizy wynika, że wyniki badań modeli numerycznych są wiarygodne i można je poddać dalszej weryfikacji na podstawie wyników badań eksperymentalnych.

4.3.4. Weryfikacja eksperymentalna wyników badań numerycznych

W tabelach 4.5 i 4.6 przedstawiono ocenę wyników symulacji próby swobodnego spadku bijaka na badaną próbkę. Porównując maksymalne przyspieszenie a_{sym} uzyskane z symulacji z wyznaczonymi przedziałami ufności L_b i U_b przedstawionymi w tabelach 4.3 i 4.4 zauważono, że każda uzyskana wartość a_{sym} nie mieści się w przedziale ufności. Postanowiono więc ocenić model numeryczny pianki oraz tektury falistej wykorzystując metodę z pracy [6]. Ten obiektywny oraz ilościowy sposób oceny uzyskanego wyniku symulacji pozwala określić czy uzyskany wynik symulacji mieści się w tolerancji błędu ε_r. Główną wielkością podawaną weryfikacji jest różnica między wartością uzyskaną z symulacji a_{sym}, a rzeczywistym zarejestrowanym przyspieszeniem a_{rz}. Wielkość ta powinna spełniać zależność $\left|a_{sym} - a_{rz}\right| \le \varepsilon_r$, aby model można uznać za poprawny. Niestety wartość a_{rz} jest niemożliwa do uzyskania. W związku z tym posłużono się górną (U_b) oraz dolną (L_b) granicą przedziału ufności do weryfikacji powyższej zależności. Metoda [6] polega na wyznaczeniu najmniejszego błędu:

$$b_b = \min\left[\left(a_{sym} - L_b\right), \left(a_{sym} - U_b\right)\right] \tag{4.8}$$

oraz największego błędu:

$$b_w = \max\left[\left(a_{sym} - L_b\right), \left(a_{sym} - U_b\right)\right] \tag{4.9}$$

Wyznaczone wartości wykorzystywane są do analizy wyniku symulacji według następujących zasad:

- jeżeli $a_{sym} < L_b$ lub $a_{sym} > U_b$ wtedy:
  - jeżeli $b_b > \varepsilon_r$ wtedy model jest nieprawidłowy,
  - jeżeli $b_w > \varepsilon_r$ wtedy model jest prawidłowy,
  - jeżeli $b_b \le \varepsilon_r$ oraz $b_w > \varepsilon_r$ wtedy trzeba wykonać więcej pomiarów,
- jeżeli $a_{sym} \ge L_b$ oraz $a_{sym} \le U_b$ wtedy:
  - jeżeli $b_w \le \varepsilon_r$ wtedy model jest prawidłowy,

- jeżeli $b_w > \varepsilon_r$ wtedy trzeba wykonać więcej pomiarów.

Jak można zauważyć, metoda ta nie tylko pozwala ocenić model, ale również informuje czy wymagane jest wykonanie więcej pomiarów. Posługując się przedstawioną metodą zweryfikowano (w tab. 4.5 i 4.6, kolumna „Model prawidłowy"), czy przyspieszenia uzyskiwane na podstawie modeli numerycznych a_{sym} mieszczą się w przyjętej wartości tolerancji $\varepsilon_r = 5\% a_{sr}$ dla zadanej gęstości energii lub wymagana jest większa ilość pomiarów. Kolejną metodą weryfikacji modeli numerycznych jest ocena dopasowania wyników symulacji z eksperymentalnymi poprzez zastosowanie współczynnika determinacji R^2 oraz błędu względnego Δ (tab. 4.5 i 4.6):

$$\Delta = \frac{\left|\hat{a}_{\max} - a_{\max}\right|}{a_{\max}} \tag{4.10}$$

gdzie:

$\hat{a}_{\max}$, $a_{\max}$ – maksymalna wartość przyspieszenia wyznaczona na podstawie wyników symulacji oraz badań doświadczalnych.

Tabela 4.5. Weryfikacja eksperymentalna maksymalnego przyspieszenia uzyskanego z symulacji dla pianki polietylenowej

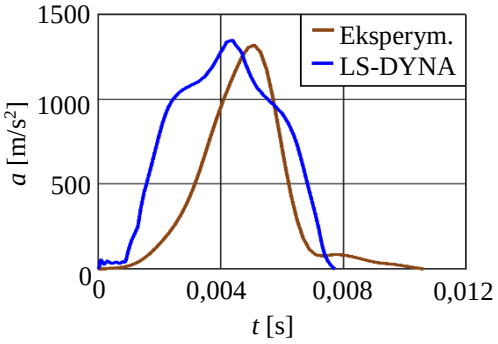
Lp.	E_d	a_{sym}	b_b	b_w	ε_r	Model prawidłowy	R^2	Δ
	Pa	m/s^2	m/s^2	m/s^2	m/s^2	Tak/Nie/Więcej pomiarów	-	%
1	6000	173,43	2,58	4,52	8,85	Tak	0,89	1,71
2	12000	178,67	5,92	9,04	9,31	Tak	0,99	3,13
3	18000	320,54	9,04	12,11	16,56	Tak	0,98	3,01
4	24000	287,51	5,79	11,77	14,81	Tak	0,99	2,87
5	30000	371,67	2,63	11,29	18,24	Tak	0,98	2,05
6	36000	504,79	15,97	26,11	26,29	Tak	0,98	3,62

7	48000	632,07	2,00	11,15	31,37	Tak	0,96	0,89
8	72000	772,12	3,59	24,42	39,31	Tak	0,92	1,61
9	96000	863,46	27,56	44,50	44,97	Tak	0,92	3,71
10	120000	1116,60	4,65	33,79	56,79	Tak	0,89	0,64
11	132000	1452,60	15,86	31,66	73.02	Tak	0,72	4,60

Tabela 4.6.Weryfikacja eksperymentalna maksymalnego przyspieszenia uzyskanego z symulacji dla tektury falistej

Lp.	E_d	a_{sym}	b_b	b_w	ε_r	Model prawidłowy	R^2	Δ
	Pa	m/s^2	m/s^2	m/s^2	m/s^2	Tak/Nie/ Więcej pomiarów	-	%
1	2000	323,54	113,32	118,01	21,96	Nie	0,56	26,31
2	6000	560,55	19,48	28,61	29,23	Tak	0,70	3,92
3	12000	808,19	29,97	41,16	42,19	Tak	0,67	3,61
4	18000	943,30	13,45	35,59	45,94	Tak	0,51	3,45
5	24000	1012,30	23,59	51,42	52,49	Tak	0,56	2,76
6	30000	1062,70	7,46	26,89	53,62	Tak	0,46	0,92
7	36000	1172,10	33,14	54,79	56,41	Tak	0,38	4,93
8	39000	1348,20	18,78	34,27	67,80	Tak	0,27	2,14

Z analizy powyższego zestawienia wynika, że przebiegi przyspieszeń uzyskane z symulacji odzwierciedlają naturalny charakter procesu zderzenia jakim poddawano piankę polietylenową podczas badań eksperymentalnych. Dla tego materiału uzyskano najniższą zgodność przebiegów przyspieszeń oraz najniższą zgodność wartości maksymalnych przyspieszeń dla gęstości energii E_d =132000 Pa (R^2=0,72; Δ=9,68%; tabela 4.5). Dla tektury falistej 3-warstwowej, dla ośmiu przyjętych gęstości energii zderzenia tylko raz uzyskano brak potwierdzenia prawidłowości wyników symulacji (dla najmniejszej wartości E_d=2000 Pa). W przypadku wyników uznanych za prawidłowe, najniższą zgodność przebiegów przyspieszeń uzyskano dla gęstości energii E_d=39000 Pa (R^2=0,27; tabela 4.6), a najniższą zgodność wartości maksymalnych przyspieszeń – dla E_d=36000 Pa (Δ=4,93%; tabela 4.6). Z weryfikacji wyników przedstawionych w tabeli 4.6 zauważono, że współczynnik determinacji mieści się w przedziale $R^2 = 0,27 \div 0,7$. Porównując przebiegi przyspieszeń uzyskane z badań eksperymentalnych i wyznaczonych podczas symulacji, przy gęstości energii E_d=39000 Pa (rys.4.19), można zauważyć różnicę w ich przebiegach. Efekt ten spowodowany jest dużą niejednorodnością struktury (większą niż w przypadku pianek polietylenowych). W efekcie, wartość współczynnika determinacji jest niska, mimo dobrej zgodności wartości maksymalnych przyspieszeń (Δ<5%).



Rys.4.19. Wykresy przyspieszeń wyznaczone na podstawie badań eksperymentalnych i numerycznych zderzenia bijaka testera zderzeń z tekturą falistą 3-warstwową przy gęstości enenrgii E_d =39000 Pa

Ocenę wyników symulacji modelu zderzenia bijaka z próbką wykonaną z pianki poszerzono o dodatkowe serie badań wykonane dla 4 wartości gęstości energii, nieuwzględnione podczas tworzenia krzywej dynamicznego ściskania w podrozdziale 4.3.2 (tabela 4.7).

Tabela 4.7. Weryfikacja eksperymentalna maksymalnego przyspieszenia uzyskanego z symulacji dla pianki polietylenowej dla wybranych gęstości energii

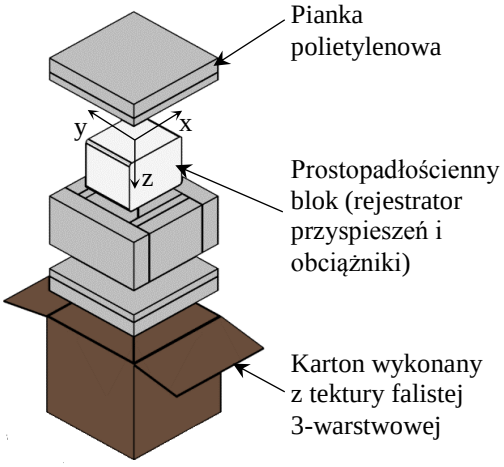
Lp.	E_d	a_{sym}	a_{sr}	b_b	b_w	ε_r	Model prawidłowy	R^2	Δ
	Pa	m/s^2	m/s^2	m/s^2	m/s^2	m/s^2	Tak/Nie/ Więcej pomiarów	-	%
1	42000	555,28	554,75	2,18	3,19	27,74	Tak	0,98	0,15
2	66000	695,91	723,31	20,25	35,95	36,16	Tak	0,91	3,50
3	78000	831,95	801,90	23,38	36,72	40,10	Tak	0.84	4,00
4	108000	982,09	999,00	1,89	31,93	49,95	Tak	0,86	1,18

Jak można zauważyć, wyniki symulacji zderzenia bijaka z próbką wykonaną z pianki polietylenowej są prawidłowe również dla gęstości energii, których nie uwzględniono w zasadniczym planie badań. Zatem można uznać, że pomimo rozbieżności wyników badań doświadczalnych i numerycznych (Δ<5%) krzywe dynamicznego ściskania materiałów przeciwwstrząsowych wyznaczone wg własnej metody można wykorzystać także podczas tworzenia modeli opakowań transportowych.

4.4. Kompletne opakowanie

4.4.1. Program badań

Opakowanie transportowe (rys.4.20) składa się ze struktur przeciwwstrząsowych (tektury i pianki polietylenowej) oraz substytutu chronionego produktu, tj. prostopadłościennego bloku o wymiarach $0{,}121 \times 0{,}101 \times 0{,}101$ m, w którym znajduje się rejestrator przyspieszeń wraz z obciążnikami. W celu osiągnięcia minimalnej gęstości energii zderzenia przyjętej podczas badania materiałów przeciwwstrząsowych (podrozdział 4.3.2), przyjęto blok o masie m_{bl} =2,700 kg, uzyskując całkowitą masę opakowania równą 3,000 kg.

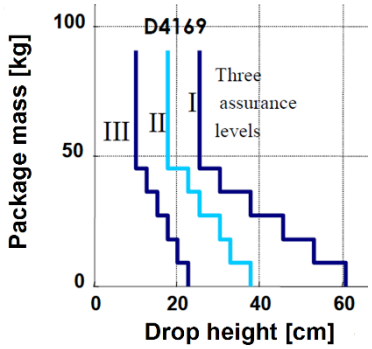


Rys.4.20. Opakowanie transportowe wraz z rejestratorem

Grubości materiału opakowaniowego (pełniącego funkcje przeciwwstrząsową) w prostopadłych kierunkach *x, y, z* (rys.4.20) przedstawiono w tabeli 4.8. Opakowanie z wmontowanym rejestratorem przyspieszeń poddawano serii prób swobodnego spadku na gładkie i nieodkształcalne podłoże z wysokości h=[0,15; 0,30; 0,45; 0,60] m. Zakres wysokości nie jest bez podstawny. Zgodnie z wynikami badań przedstawionych w pracy [50], opakowania w procesie transportowym najczęściej narażone są na uderzenia odpowiadające swobodnemu spadkowi z wysokości od 0,15 do 0,6 m (rys.4.21).

Tabela 4.8.Program badań opakowania

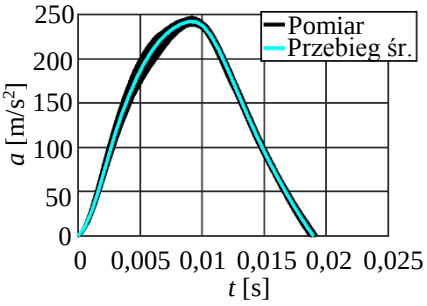
Wymiary opakowania transportowego	Masa całkowita	Grubość materiału opakowaniowego (pianka i tektura)			Wysokość spadku
m	kg	m			m
0,2 × 0,2 × 0,2	3,0	w osi x	w osi y	w osi z	0,15; 0,30; 0,45; 0,60
		0,0495	0,0495	0,0395	



Rys.4.21. Wykres przewidywanej wysokości swobodnego spadku opakowania w funkcji jego masy i długość przebytej trasy; I – trasa międzykontynentalna, II – trasa między państwowa, III – trasa pomiędzy miastami [50]

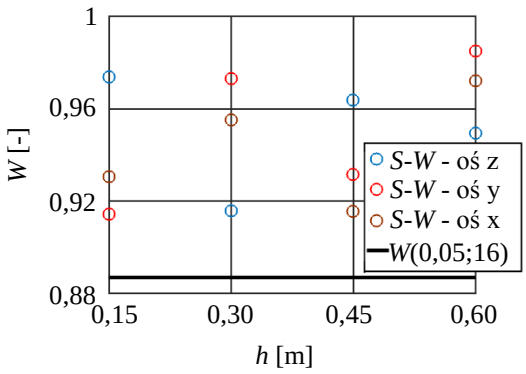
4.4.2. Wyniki badań

Podczas badań eksperymentalnych swobodnego spadku opakowania zarejestrowano przebiegi przyspieszeń, na podstawie których wyznaczono średnią maksymalną wartość przyspieszenia dla każdej wysokości swobodnego spadku w kierunku poszczególnych osi *x*, *y*, *z* oraz przebieg średni (rys.4.22).



Rys.4.22. Wykresy przyspieszeń wyznaczone podczas zderzenia przy próbie swobodnego spadku opakowania w kierunku osi *z* na sztywne podłoże z wysokości h=0,15 m

W celu wyznaczenia przedziału ufności zweryfikowano hipotezę czy uzyskane próby należą do rozkładu normalnego. Tak samo jak przy analizie wyników materiałów przeciwwstrząsowych, skorzystano z testu Shapiro-Wilka. Zestawienie uzyskanych wartości statystki testowej *S-W* dla poszczególnych prób przedstawiono na rys.4.23. Wartości te przyrównano do wartości krytycznej $W(\alpha,n)$. Tak samo, jak dla materiałów przeciwwstrząsowych, wartość krytyczną sprawdzono przy poziomie istotności α=0,05 oraz n=16 ($W(0,05;16)$=0,887).



Rys.4.23. Wartości statystyki testowej z testu Shapiro-Wilka w funkcji wysokości swobodnego spadku opakowania tranportowego

Jak można zauważyć, wszystkie próby spełniają nierówność *S-W>W(0,05;16)*, co oznacza, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o normalności rozkładu prób.

Po zweryfikowaniu hipotezy, wyznaczono górną (U_b) oraz dolną (L_b) granicę przedziału ufności dla wartości średniej, na podstawie 16 obserwacji dla poszczególnych wysokości swobodnego spadku w kierunku zadanej osi *z* (tabela 4.9), *y* (tabela 4.10) i *x* (tabela 4.11) z założonym prawdopodobieństwem 95 %.

Tabela 4.9. Analiza statystyczna maksymalnego przyspieszenia dla opakowania transportowego, wyznaczona z próby swobodnego spadku opakowania wzdłuż osi *z* na nieodkształcalne podłoże

Lp.	h	a_{sr}	Odchylenie standardowe	L_b	U_b
	mm	m/s^2	m/s^2	m/s^2	m/s^2
1	150	242,64	2,37	241,38	243,90
2	300	384,51	3,03	382,89	386,12
3	450	473,75	4,11	471,56	475,94
4	600	571,82	3,92	569,73	573,91

Tabela 4.10. Analiza statystyczna maksymalnego przyspieszenia dla opakowania transportowego, wyznaczona z próby swobodnego spadku opakowania wzdłuż osi *y* na nieodkształcalne podłoże

Lp.	h	a_{sr}	Odchylenie standardowe	L_b	U_b
	mm	m/s^2	m/s^2	m/s^2	m/s^2
1	150	197,57	2,47	196,25	198,89
2	300	293,82	2,94	292,26	295,39
3	450	380,37	4,82	377,80	382,94
4	600	491,25	5,14	488,52	493,99

Tabela 4.11. Analiza statystyczna maksymalnego przyspieszenia dla opakowania transportowego, wyznaczona z próby swobodnego spadku opakowania wzdłuż osi *x* na nieodkształcalne podłoże

Lp.	h	a_{sr}	Odchylenie standardowe	L_b	U_b
	mm	m/s^2	m/s^2	m/s^2	m/s^2
1	150	248,92	2,02	247,84	249,99
2	300	389,08	1,94	388,05	390,11
3	450	501,92	4,19	499,68	504,16
4	600	609,53	5,25	606,73	612,33

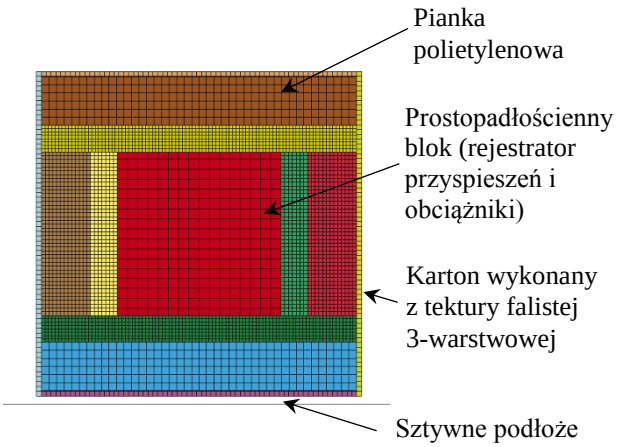
Uzyskane wyniki badań eksperymentalnych stanowią podstawę do weryfikacji wyników symulacji procesu zderzenia modelu opakowania

transportowego ze sztywną powierzchnią, przedstawionych w kolejnych podrozdziałach pracy.

4.4.3. Model numeryczny

Krzywe dynamicznego ściskania materiałów przeciwwstrząsowych wyznaczone w podrozdziale 4.3.2 wykorzystano w środowisku LS-DYNA do zamodelowania reakcji dynamicznych zawartości opakowania transportowego (rys.4.20) pojawiających się podczas zderzenia spowodowanego swobodnym spadkiem na nieodkształcalne podłoże z zadanej wysokości.

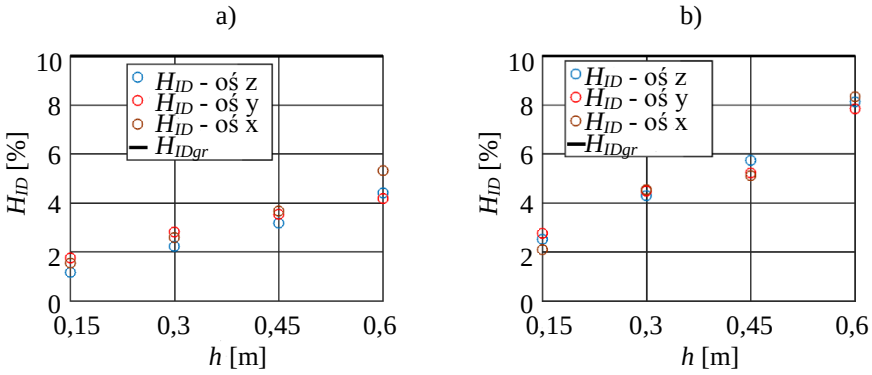
Przekrój poprzeczny modelu opakowania wykonanego w środowisku LS-DYNA (wg rys.4.20) w płaszczyźnie *yz* przedstawiono na rys.4.24.



Rys.4.24. Przekrój modelu opakowania wykonanego w środowisku LS-DYNA (przekrój poprzeczny wzdłuż płaszczyzny *yz* – rys.4.20)

Model numeryczny prostopadłościennego bloku posiada wymiary 121 × 101 × 101 mm. Został on wykonany z 8-węzłowego elementu typu solid [62]. Masę bloku m_{bl} =2,700 kg definiuje się poprzez gęstość (w tym przypadku ρ_{bl} =1826 kg/m^3). Blok, tak samo jak w przypadku bijaka z podrozdziału 4.3.3, zdefiniowano jako ciało sztywne za pomocą model materiału MAT_RIGID [62] nadając mu parametry $E = 2{,}07 \cdot 10^5$ MPa i ν=0,3. Sztywne podłoże zostało zdefiniowane za pomocą RIGIDWALL [62] o wymiarach 400 × 400 mm. Odtwarzając warunki jakie występują podczas badań eksperymentalnych, nadano prędkość początkową opakowania, która jest skierowana w kierunku prostopadłym do sztywnego podłoża. Wartość prędkości wyznacza się z wzoru (4.1) wykorzystując wartości wysokości h=[0,15; 0,30; 0,45; 0,60] m. Modele numeryczne materiałów przeciwwstrząsowych (tektura falista 3-wastwowa i pianka polietylenowa) wykorzystano wraz z ich parametrami z podrozdziału 4.3.3.

Tak samo, jak w przypadku modelu numerycznego odwzorowującego proces zderzenia bijaka z próbką, wyznaczono iloraz H_{ID} zgodnie z wzorem (4.7).



Rys.4.25. Iloraz maksymalnej energii uzyskanej z efektu klepsydry i maksymalnej energii wewnętrznej w funckji wyoskości swobodnego spadku dla: a) pianki polietylenowej, b) tektury 3-warstwowej

Iloraz ten wyznaczono dla pianki, która znajdowała się pod prostopadłościennym blokiem oraz tektury zderzającej się ze sztywnym podłożem. Z analizy zestawionych ilorazów energii H_{ID} (rys.4.25) wynika, że kontrola efektu klepsydry oraz gęstość siatki są poprawnie dobrane. Największy iloraz energii uzyskano dla pianki przy wysokości h=0,6 m wzdłuż osi x (H_{ID}=5,34%), a dla tektury przy wysokości h=0,6 m wzdłuż osi x (H_{ID}=8,35%). Z dokonanej analizy wynika, że nie ma zastrzeżeń, żeby odrzucić otrzymane wyniki z modeli numerycznych. W związku z tym uzyskane przebiegi przyspieszeń poddano weryfikacji z wynikami uzyskanymi z badań eksperymentalnych.

4.4.4. Weryfikacja eksperymentalna wyników badań numerycznych

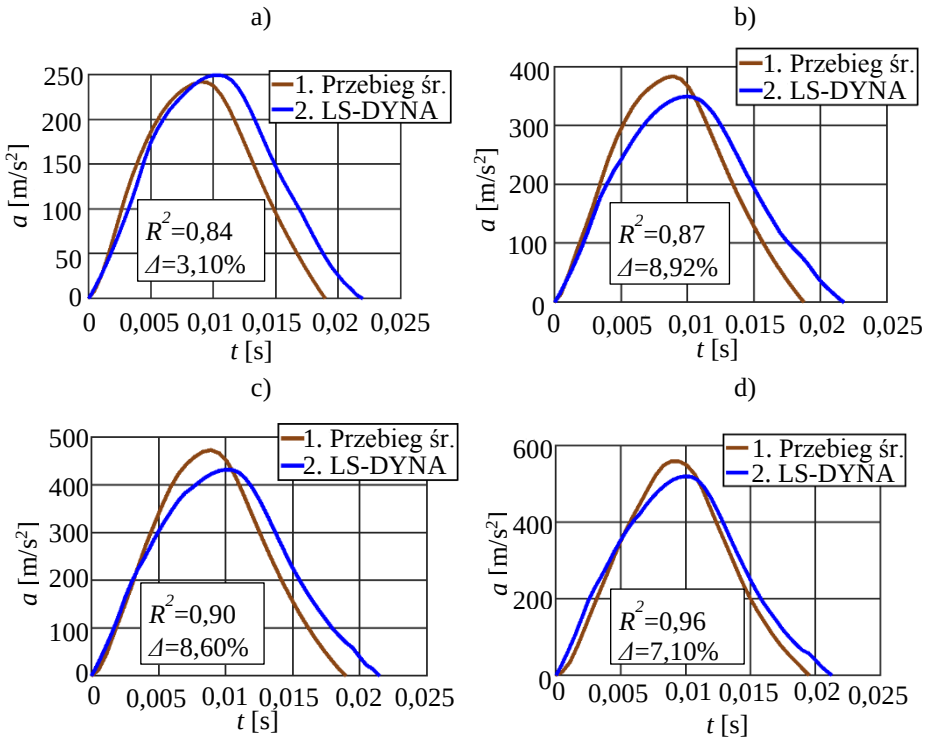
Posługując się metodą przedstawioną w podrozdziale 4.3.4, zweryfikowano, czy uzyskiwane przyspieszenia wyznaczone na podstawie modelu numerycznego mieści się w przyjętej wartości tolerancji ε_r (tabela 4.12). Wartość ta uległa zmianie względem wartości z podrozdziału 4.3.4, gdyż podczas zderzenia opakowania ze sztywnym podłożem uczestniczy więcej niż jedna para ciał oraz nie występuje jednoosiowe ściskanie materiału. Powoduje to, że model numeryczny jest bardziej złożony. W związku z tym zwiększono wartość tolerancji na $\varepsilon_r = 10\% a_{sr}$. Na rys.4.26, rys.4.27 i rys.4.28 zaprezentowano wyniki symulacji próby swobodnego spadku opakowania transportowego na nieodkształcalne podłoże z wysokości h=[0,15; 0,30; 0,45; 0,60] m (krzywe oznaczone odnośnikiem (2)) oraz przebiegi przyspieszeń zarejestrowane podczas

badań doświadczalnych (oznaczone odnośnikiem (1)) w poszczególnych prostopadłych kierunkach swobodnego spadku (wg osi *x, y, z* na rys.4.20). Odnośnik (1) dotyczy uśrednionego przebiegu przyspieszeń zarejestrowanych podczas 16 prób zderzeń. W celu oceny dopasowania wyników symulacji z eksperymentalnymi zastosowano współczynnik determinacji R^2 oraz błąd względny Δ (wzór (4.10)).

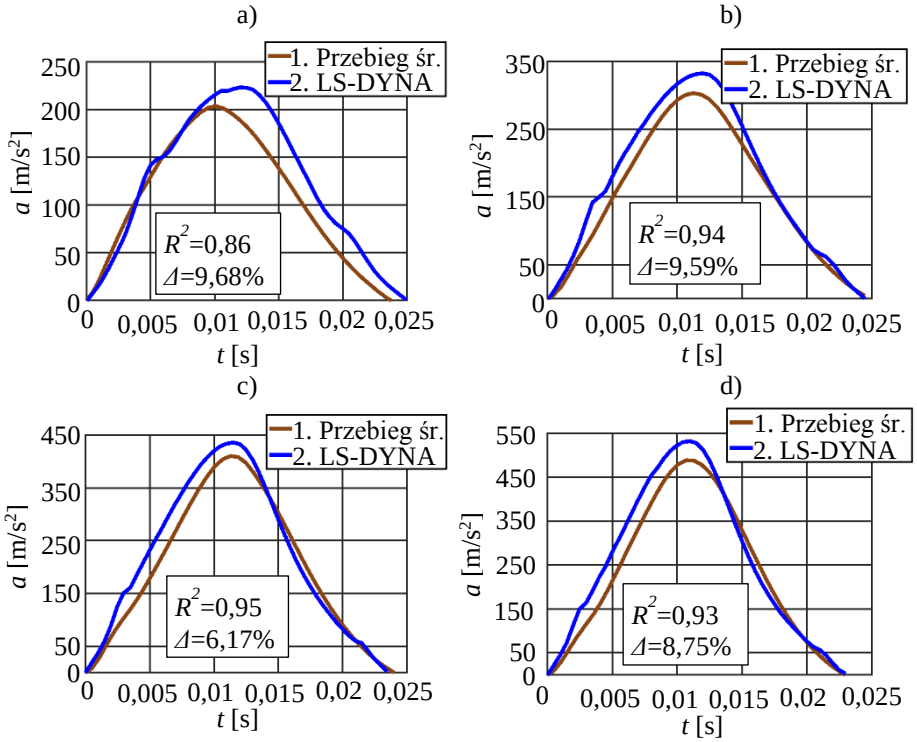
Tabela 4.12. Analiza statystyczna maksymalnego przyspieszenia dla opakowania transportowego, wyznaczona z próby swobodnego spadku na nieodkształcalne podłoże

Lp.	h	Kierunek	a_{sym}	b_b	b_w	ε_r	Model prawidłowy
	mm	[-]	m/s^2	m/s^2	m/s^2	m/s^2	Tak/Nie/ Więcej pomiarów
1	150	z	249,90	6,00	8,52	24,26	Tak
2	300		350,00	32,89	36,12	38,45	Tak
3	450		432,60	38,96	43,34	47,37	Tak
4	600		520,60	49,67	53,85	57,18	Tak
5	150	y	223,50	18,21	20,17	20,43	Tak
6	300		332,50	27,47	29,45	30,40	Tak
7	450		436,40	29,91	35,35	40,38	Tak
8	600		533,01	39,02	44,49	49,12	Tak
9	150	x	247,70	0,14	2,29	24,89	Tak
10	300		369,80	18,25	20,31	38,91	Tak
11	450		486,50	13,19	17,66	50,19	Tak

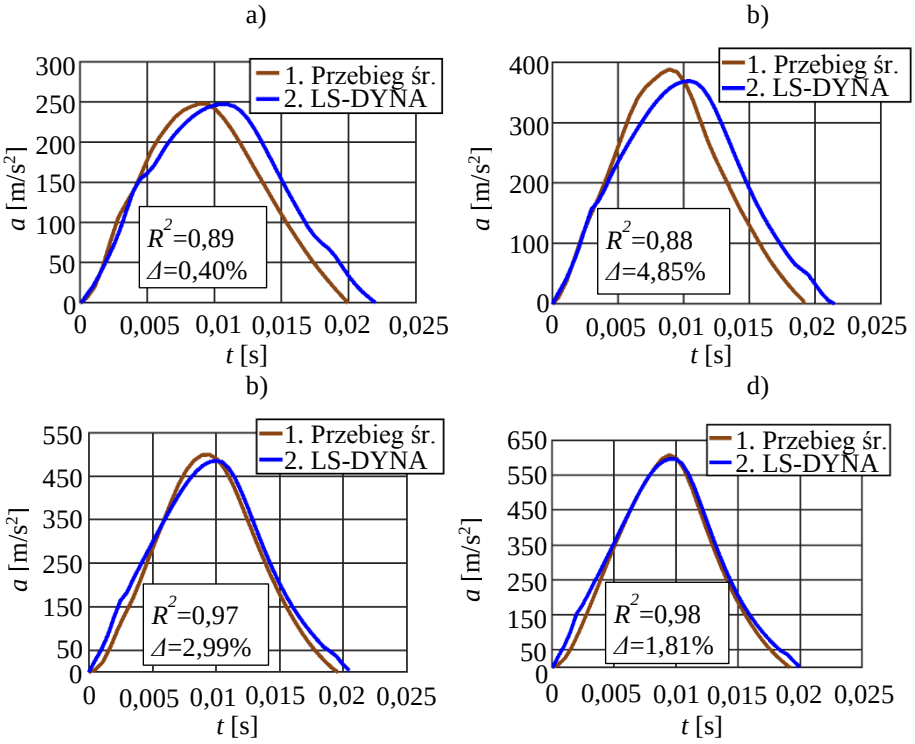
12	600		597,50	9,23	14,83	60,95	Tak



Rys.4.26. Wykresy przyspieszeń wyznaczonych podczas zderzenia przy próbie swobodnego spadku opakowania wzdłuż osi *z* na nieodkształcalne podłoże z wysokości: a) *h*=0,15 m, b) *h*=0,3 m, c) *h*=0,45 m, d) *h*=0,6 m



Rys.4.27. Wykresy przyspieszeń wyznaczonych podczas zderzenia przy próbie swobodnego spadku opakowania wzdłuż osi *y* na nieodkształcalne podłoże z wysokości: a) *h*=0,15 m, b) *h*=0,3 m, c) *h*=0,45 m, d) *h*=0,6 m



Rys.4.28. Wykresy przyspieszeń wyznaczonych podczas zderzenia przy próbie swobodnego spadku opakowania wzdłuż osi *x* na nieodkształcalne podłoże z wysokości: a) *h*=0,15 m, b) *h*=0,3 m, c) *h*=0,45 m, d) *h*=0,6 m

Z analizy powyższego zestawienia wynika, że wszystkie przebiegi przyspieszeń uzyskane z symulacji mieszczą się w ustalonej tolerancji (tabela 4.12, kolumna „Model prawidłowy"). Z analizy zaprezentowanych wykresów wynika, że dane uzyskane na podstawie symulacji odzwierciedlają naturalny charakter procesu zderzenia opakowania spowodowanego swobodnym spadkiem - $R^2 \cong 1$, jednakże nie w sposób idealny. Najniższa zgodność przebiegów przyspieszeń uzyskano dla wysokości *h*=0,15 m, w kierunkiem swobodnego spadku wzdłuż osi *z* (R^2 =0,84; rys.4.26a), zaś najniższą zgodność wartości maksymalnych przyspieszeń dla wysokości *h*=0,15 m, w kierunkiem rzutu wzdłuż osi *y* (*Δ*=9,68%; rys.4.27a). Biorąc pod uwagę rozbieżności wyników badań doświadczalnych i numerycznych (*Δ*<10%) można uznać, że możemy zaprojektować opakowanie, które rzeczywiście będzie łagodzić skutki zderzenia z przeszkodą do ściśle określonego poziomu.

W związku z powyższym, w dalszej części pracy dokonano analizy struktury użebrowanej, która stosowana jest w opakowaniach transportowych.

5. WPŁYW KĄTA POCHYLENIA ŚCIAN MATERIAŁU PRZECIWWSTRZĄSOWEGO O PRZEKROJU TRAPEZOWYM NA EFEKTYWNOŚĆ ŁAGODZENIA SKUTKÓW ZDERZENIA

Klasyczna metoda projektowania wypełnień opakowań wykonanych z pianek polega na wykorzystaniu krzywych amortyzacji (przedstawionych w podrozdziale 1.3). Metody tej nie można jednak bezpośrednio zastosować do projektowania użebrowanych struktur przeciwwstrząsowych.

W materiałach informacyjnych firmy BASF [7] określono, że aby próbka użebrowana o przekroju poprzecznym trapezowym łagodziła skutki zderzenia podobnie, tak jak próbka prostopadłościenna o powierzchni *A*, to kąt nachylenia ścian bocznych trapezu powinien wynosić 15°, a powierzchnia o wartości *A* powinna znajdować się w połowie grubości żebra. Analizy numeryczne przedstawione w pracach [33] i [66] potwierdziły słuszność tych założeń, jednakże nie odpowiedziały na pytanie, jak zmienia się efektywność łagodzenia skutków zderzenia struktur użebrowanych wraz z dalszym wzrostem kąta nachylenia ich ścian. W celu dokonania oceny wpływu tego kąta na przyspieszenie uzyskiwane przez chronioną zawartość opakowania, posłużono się modelem analitycznym i numerycznym. Poprawność otrzymanych wyników z symulacji modelu zweryfikowano porównując je z wynikami badań eksperymentalnych.

5.1. Program badań

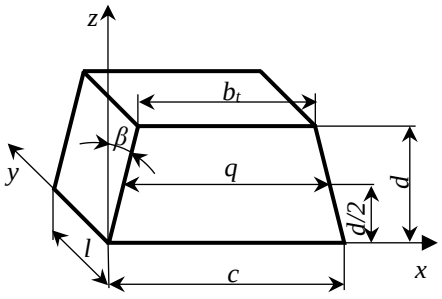
Analizę wpływu kąta pochylenia ściany bocznej przekroju trapezowego struktury przeciwwstrząsowej na uzyskiwane maksymalne przyspieszenie bijaka testera zderzeń (rys.4.1) przeprowadzono dla próbki wykonanej z pianki polietylenowej STRATLITE 22 (rys.5.1). Podczas badań przyjęto próbkę o długości l=100 mm, dla której wymiary podstawy b_t i c wyznaczono przy założeniu, że w połowie grubości d wymiar q posiada stałą wartość q=100 mm. Wykorzystując kąt β możemy wyznaczyć wymiar b_t równaniem:

$$b_t = q - d \ \mathrm{tg}\beta \tag{5.1}$$

a wymiar c równaniem:

$$c = q + d \ \mathrm{tg}\beta \tag{5.2}$$

Stały wymiar q powoduje, że próbka posiada stałą objętość niezależną od kąta β, stąd badany jest tylko wpływ kąta na uzyskiwane maksymalne przyspieszenie bijaka. Ponadto, zastosowano próbki o dwóch grubościach d=[20, 40] mm oraz pięciu kątach nachylenia ścian bocznych β =[0, 15, 30, 45, 60]°.



Rys.5.1. Pianka PE o przekroju poprzecznym w kształcie trapezu z podstawowymi wymiarami

Przebiegi przyspieszeń bijaka testera zderzeń rejestrowano dla prób swobodnego spadu z wysokości h=[0,15; 0,30; 0,45] m. Zakres wysokości został tak dobrany, by uwzględnić najbardziej prawdopodobne narażenie opakowań na zderzenie w rzeczywistym procesie transportowym – podobnie, jak w przypadku badań przedstawionych w podrozdziale 4.4.1. Wysokości korygujące (na które nastawiany jest bijak) wynoszą odpowiednio h_{kor} =[0,181; 0,366; 0,560] m. W tabeli 5.1 przedstawiono zestawienie gęstości energii zderzenia (wyznaczonego według wzoru (3.3)), jakie uzyskano podczas badań dla poszczególnych grubości próbek oraz wysokości swobodnego spadku bijaka.

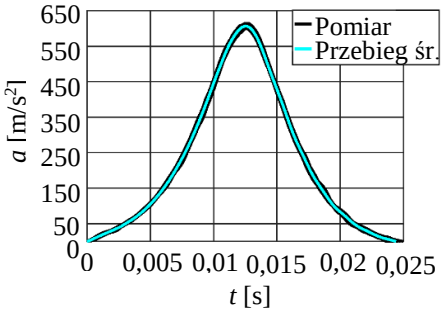
Tabela 5.1.Zestawienie gęstości energii E_d [J/m^3] uzyskiwanej podczas badań w zależności od wysokości swobodnego spadku h i grubości próbki d dla próbek o kącie β=0°

d [mm]	h [m]		
	0,15	0,30	0,45
20	32410	64820	97229
40	16205	32410	48615

Badania przeprowadzono zgodnie z wytycznymi przedstawionymi w podrozdziale 4.3.1, gdzie dla każdej próbki o zadanej grubości d oraz zadanym kącie β zarejestrowano 16 przebiegów przyspieszeń.

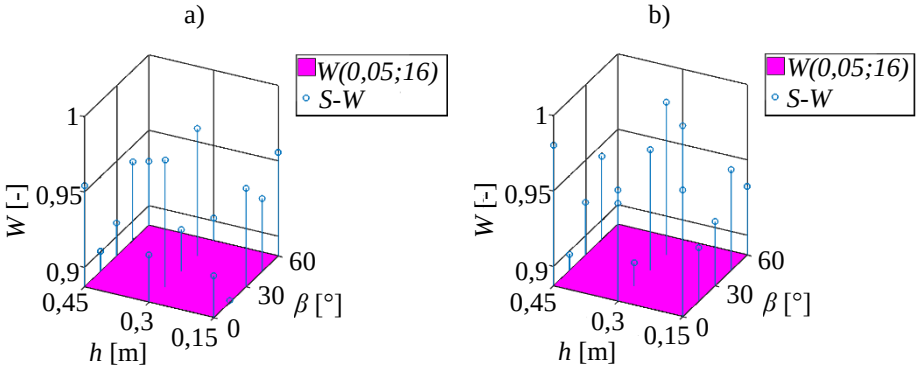
5.2. Wyniki badań

Na rys.5.2 przedstawiono przebiegi przyspieszeń zarejestrowane podczas badań eksperymentalnych zderzenia oraz ich przebieg średni uzyskane dla próbki użebrowanej wykonanej z pianki polietylenowej o grubości d=20 mm, kącie nachylenia ścian β=45° i wysokości swobodnego spadku bijaka h=0,45 m. Wykres ten wykazuję bardzo dobrą powtarzalność przebiegu badań eksperymentalnych.



Rys.5.2. Zarejestrowane przebiegi przyspieszeń dla próbki użebrowanej wykonanej z pianki polietylenowej o grubości d=20 mm i kącie pochylenia ścian β=45° przy wysokosci swobodnego spadku bijaka h=0,45 m.

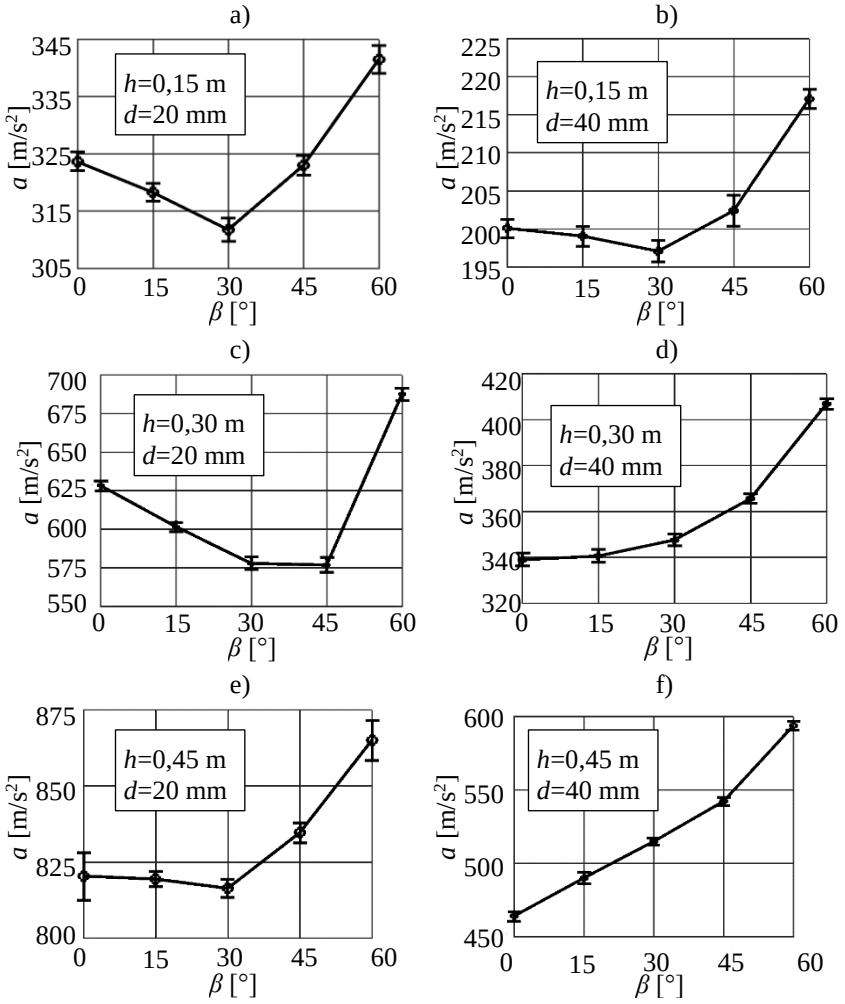
W celu wyznaczenia przedziału ufności dla średniej maksymalnej wartości przyspieszenia (uzyskanej dla każdej grubości d i kąta β, wg przyjętego programu badań) zweryfikowano hipotezę czy uzyskane wyniki należą do rozkładu normalnego, korzystając z testu Shapiro-Wilka. Zestawienie uzyskanych wartości statystki testowej S-W dla poszczególnych prób przedstawiono na rys.5.3. Wartości te przyrównano do wartości krytycznej $W(\alpha,n)$. Stablicowana wartość dla poziomu istotności α=0,05 oraz ilości wyznaczonych maksymalnych wartości przyspieszeń n=16 wynosi W(0,05;16)=0,887.



Rys.5.3. Wartości statystyki testowej z testu Shapiro-Wilka w funkcji kąta β oraz wysokości h swobodnego spadku dla próbki użebrowanej o grubości: a) d=20 mm, b) d=40 mm

Jak można zauważyć, wszystkie próby spełniają nierówność $S\text{-}W>W(0,05,16)$, co oznacza, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o normalności rozkładu prób.

Po zweryfikowaniu hipotezy wyznaczono granice przedziału ufności dla wartości średniej. Granice te zostały wyznaczone z 16 obserwacji dla poszczególnych gęstości energii (określonych w programie badań) z założonym prawdopodobieństwem 95 % (rys.5.4).



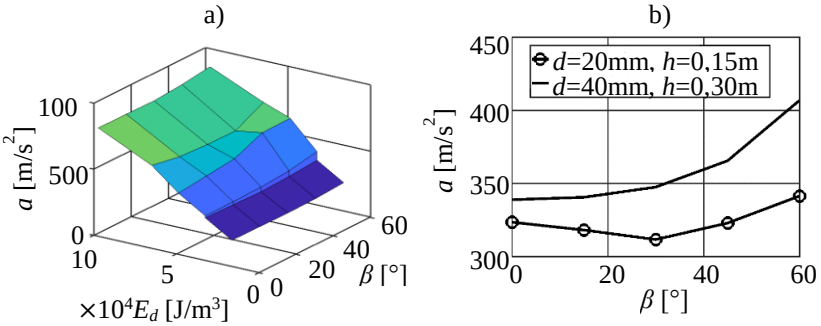
Rys.5.4. Wykres maksymalnego przyspieszenia w funkcji kąta β pochylenia ściany bocznej, gdy: a) h=0,15 m, d=20mm, b) h=0,15 m, d=40mm, c) h=0,30 m, d=20mm, d) h=0,30 m, d=40mm, e) h=0,45 m, d=20mm, f) h=0,45 m, d=40mm

Uzyskane wyniki badań eksperymentalnych stanowią podstawę do weryfikacji modelu numerycznego próbki użebrowanej oraz dostarczają informacji o jej właściwościach amortyzujących.

5.3. Analiza wyników eksperymentalnych

Jak można zauważyć na rys.5.4, dla próbek o grubości d=20 mm występuje spadek przyspieszenia w zakresie kąta β do 30°, a po przekroczeniu tej wartości przyspieszenie gwałtownie wzrasta (rys.5.4a, c, e). Dla grubości d=40 mm występuje ta sama zależność tylko dla wysokości swobodnego spadku h=0,15 m (rys.5.4b). W przypadku pozostałych wysokości h (rys.5.4d, f), tendencja rosnąca przyspieszenia obejmuje cały zakres kąta β.

Wykorzystując dane z rys.5.4 opracowano rys.5.5a. Rysunek ten reprezentuje przyspieszenie a bijaka w funkcji kąta β pochylenia ścian trapezu i gęstości energii E_d, dostarczonej do układu – uściślając wpływ kąta, grubości oraz wysokości swobodnego spadku na uzyskiwane maksymalne przyspieszenie.

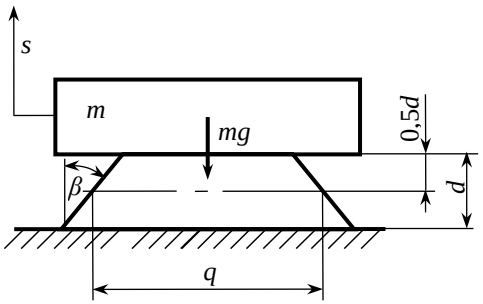


Rys.5.5. Wykres maksymalnego przyspieszenia w funkcji kąta pochylenia ściany bocznej oraz gęstości energii, b) wykres maksymalnego przyspieszenia w funkcji kąta pochylenia ściany bocznej dla gęstości energii równej E_d =32410 [J/m^3]

Na rys.5.5b przedstawiono przyspieszenia wyznaczone dla gęstości energii zderzenia E_d =32410 [J/m^3], osiąganej w dwóch wariantach prób, gdy: d=20 mm i h=0,15 m oraz d=40 mm i h=0,30 m (wg tabeli 5.1). Można zauważyć, że dla dwóch wariantów uzyskiwania tej samej gęstości energii (rys.5.5b) trendy zmian maksymalnych przyspieszeń są różne – powodując m.in. skokową zmianę wartości przyspieszeń, widoczną na rys.5.5a. Ponadto, gdy d=40 mm przyspieszenie wzrasta w całym zakresie wartości kąta β (rys.5.5b). Natomiast, gdy d=20 mm, przyspieszenie spada dla β<30°, a dla β>30° – wzrasta. Próbę odtworzenia zaobserwowanych relacji postanowiono uzyskać stosując następujący model analityczny.

5.4. Model analityczny zderzenia bijaka z próbką o przekroju trapezowym

Schemat zderzania bijaka z materiałem przeciwwstrząsowym o zarysie trapezowym, stanowiącego układ o jednym stopniu swobody, przedstawiono na rys.5.6.



Rys.5.6. Schemat zderzenia bijaka bijaka z próbką o przekroju trapezowym w chwili inicjacji kontaktu, tj. t=0 i s=0

Ruch bijaka podczas zderzenia z próbką opisano równaniem:

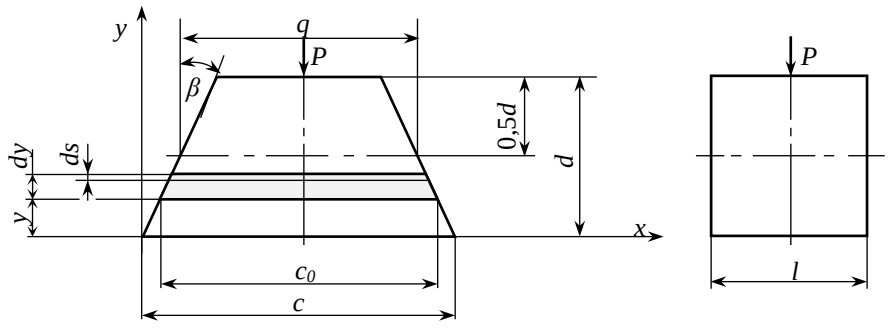
$$m\ddot{s} = -P - mg \tag{5.3}$$

gdzie:

g – przyspieszenie ziemskie,
m – masa bijaka,
s – przemieszczenie bijaka jednoznaczne z całkowitym skróceniem próbki,
P – siła reakcji próbki przy zderzeniu z bijakiem:

$$P = f(|s|)sign(s) \tag{5.4}$$

Funkcję $f(|s|)$ określającą związek pomiędzy siłą P i przemieszczeniem bijaka s (skróceniem próbki) wyznaczono na podstawie rys.5.7, realizując poniższy tok postępowania.



Rys.5.7. Schemat próbki o przekroju trapezowym, obciążonej siłą ściskającą P, w rzucie z przodu i z boku

Elementarne skrócenie *ds* próbki o przekroju trapezowym na elementarnej grubości *dy* (rys.5.7) określa zależność:

$$ds = \varepsilon \, dy \tag{5.5}$$

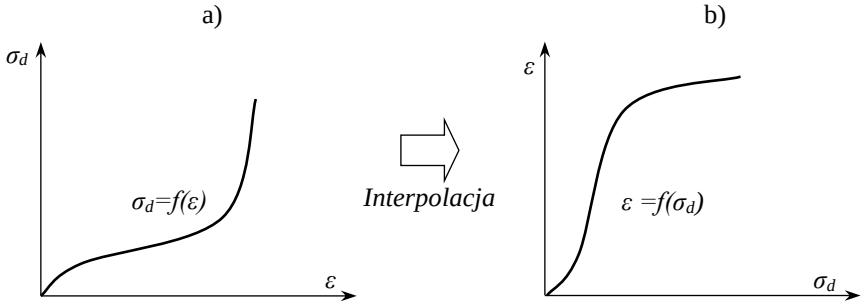
Całkowite skrócenie *s* próbki o grubości początkowej *d* opisuje całka:

$$s = \int_0^d \varepsilon \, dy \tag{5.6}$$

Odkształcenie względne ε można wyznaczyć na podstawie nieliniowej charakterystyki dynamicznego ściskania $\sigma_d = f(\varepsilon)$ (rys.5.8a, przedstawionej także w podrozdziale 4.3.2), przekształcając ją do postaci (rys.5.8b):

$$\varepsilon = f(\sigma_d) \tag{5.7}$$

Przekształcenie to (rys.5.8) można zrealizować, stosując interpolację, np. krzywą sklejaną trzeciego rzędu dostępną w programach matematycznych (Matlab, Scilab, Mathcad, itp.).



Rys.5.8. Przekształcenie charakterystyki dynamicznego ściskania: a) z $\sigma_d = f(\varepsilon)$, b) do $\varepsilon = f(\sigma_d)$

Uwzględniając zależność (5.6) oraz (5.7), całkowite skrócenie *s* próbki o grubości początkowej *d* można wyrazić całką

$$s = \int_0^d \varepsilon \, dy = \int_0^d f(\sigma_d) \, dy = \int_0^d f\left(\frac{P}{A}\right) dy = \int_0^d f\left(\frac{P}{(c - 2ytg\beta)l}\right) dy \tag{5.8}$$

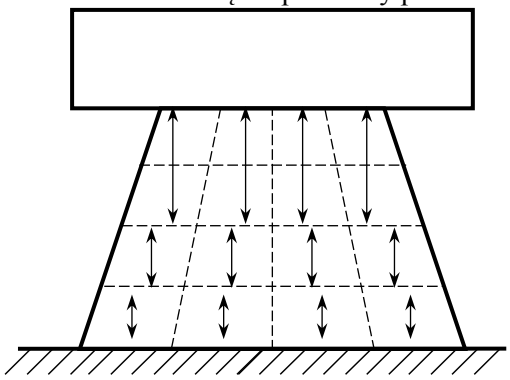
Siłę ściskania *P* w funkcji skrócenia *s* wyznaczyć można rozwiązując nieliniowe równanie z jedną niewiadomą, przy zastosowaniu jednej z metod numerycznych (np. funkcji *fzero* w środowisku Matlab):

$$\int_0^d f\left(\frac{P}{(c - 2ytg\beta)l}\right) dy - s = 0 \tag{5.9}$$

Po rozwiązaniu powyższego równania uzyskiwany jest związek pomiędzy siłą P i skróceniem s, który wykorzystywany jest w równaniu ruchu (5.3):

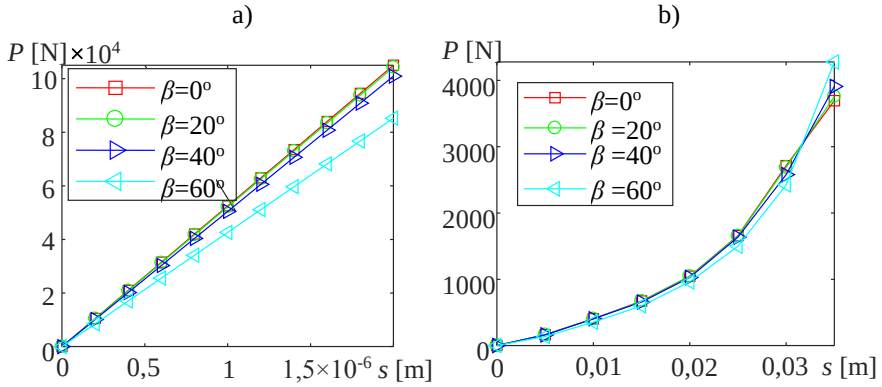
$$P = f(s) \tag{5.10}$$

Model ten zakłada, że gradient odkształcenia skierowany jest tylko w kierunku uderzenia, oraz że jednoosiowe naprężenia w kierunku pionowym zmniejszają się wraz ze zbliżaniem się do podstawy próbki trapezowej (rys.5.9).



Rys.5.9. Schemat opisujący piankę użebrowaną podczas ściskania; długości i kierunki strzałek wskazują główny rozkład naprężeń ściskających

Zależność (5.10), wykorzystano także do wyznaczenia wykresów statycznego ściskania próbek trapezowych o różnych kątach nachylenia ścian β wykonanych z materiału o charakterystyce liniowej (rys.5.10a) oraz nieliniowej (rys.5.10b).



Rys.5.10. Wykres statycznego ściskania próbki o przekroju trapezowym o kącie nachylenia β ścian wykonanej z materiału o: a) liniowej charakterystyce (dla $E = 2 \cdot 10^5$ MPa), b) nieliniowej charakterystyce (wg rys.4.16); wymiary próbki: $q \times l \times d$=0,1 m × 0,1 m × 0,04 m, obliczenia wykonano wg równania (5.10)

Wszystkie charakterystyki przedstawione na rys.5.10a są liniowe i wykazują coraz mniejszą sztywność wraz ze wzrostem kąta nachylenia β ścian trapezu. Zaobserwowana zależność sugeruje, że wraz ze wzrostem kąta nachylenia β, w przypadku zastosowania materiału liniowego, można spodziewać się także zmniejszenia przyspieszeń bijaka podczas zderzenia z próbką trapezową, w porównaniu do zderzenia z próbką prostopadłościenną. W przypadku zastosowania materiału o charakterystyce nieliniowej, wykresy siły ściskającej *P*, przedstawione na rys.5.10b, nie powielają trendu charakterystyk sztywności zaobserwowanych na rys.5.10a. Wzrost kąta β nachylenia ścian próbki o przekroju trapezowym nie przekłada się wprost na zmniejszenie sztywności próbki. Zestawienie dużego kąta nachylenia β z dużym odkształceniem *s* powoduje efekt wręcz przeciwny – wzrost sztywności (rys.5.10b). Z tego względu, wraz ze wzrostem kąta nachylenia β ścian próbki należy spodziewać się wzrostu przyspieszeń bijaka – także rejestrowanych podczas badań eksperymentalnych przedstawionych w podrozdziale 5.2.

Charakterystyki z rysunku rys.5.10a mają znaczenie jedynie poglądowe, w odniesieniu do hipotetycznego wykorzystania materiału idealnie liniowego w całym zakresie odkształceń, nieistniejącego w naturze. Stąd, przypadek ten nie będzie już w dalszej części pracy rozpatrywany.

5.5. Weryfikacja eksperymentalna wyników obliczeń modelu analitycznego

Posługując się metodą przedstawioną w podrozdziale 4.3.4 zweryfikowano, czy uzyskiwane przyspieszenie bijaka podczas zderzenia z próbką, wyznaczone na podstawie modelu analitycznego mieszczą się w przyjętej wartości tolerancji ε_r (tabela 5.2 i 0). Wartość $\varepsilon_r = 5\% a_{sr}$ przyjęto taką samą, jak w podrozdziale 4.3.4.

Tabela 5.2.Weryfikacja eksperymentalna maksymalnego przyspieszenia uzyskanego na podstawie symulacji modelu analitycznego dla próbki użebrowanej o grubości *d*=20 mm

Lp.	h	β	a_{sym}	b_b	b_w	ε_r	Model prawidłowy
	m	°	m/s^2	m/s^2	m/s^2	m/s^2	Tak/Nie/ Więcej pomiarów
1	0,15	0	336,60	11,41	14,46	16,18	Tak

2		15	336,64	13,02	15,97	16,10	Tak
3		30	336,81	23,08	26,90	15,59	Nie
4		45	337,25	12,45	15,88	16,15	Tak
5		60	338,83	0,37	5,09	17,07	Tak
6	0,30	0	625,18	0,85	5,77	31,42	Tak
7		15	624,63	19,82	25,60	30,09	Tak
8		30	622,65	40,87	48,31	28,90	Nie
9		45	617,49	36,19	44,72	28,85	Nie
10		60	607,19	77,03	83,85	34,38	Nie
11	0,45	0	800,98	11,91	27,09	41,02	Tak
12		15	803,97	13,22	17,83	40,97	Tak
13		30	811,00	2,60	8,32	40,82	Tak
14		45	824,67	7,06	13,13	41,74	Tak
15		60	858,95	0,37	12,81	43,26	Tak

Tabela 5.3.Weryfikacja eksperymentalna maksymalnego przyspieszenia uzyskanego na podstawie symulacji modelu analitycznego dla próbki użebrowanej o grubości d=40 mm

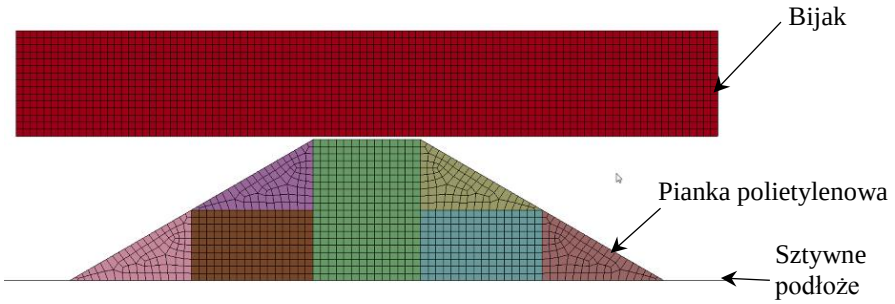
Lp.	h	β	a_{sym}	b_b	b_w	ε_r	Model prawidłowy
	m	°	m/s^2	m/s^2	m/s^2	m/s^2	Tak/Nie/ Więcej pomiarów
1	0,15	0	198,58	0,41	2,69	10,00	Tak
2		15	198,57	0,66	1,71	9,95	Tak
3		30	198,60	0,18	2,79	9,85	Tak
4		45	198,92	1,57	5,44	10,12	Tak
5		60	200,80	15,11	17,51	10,86	Nie
6	0,30	0	336,95	0,68	4,89	16,95	Tak
7		15	337,16	0,95	6,13	17,03	Tak
8		30	337,91	7,56	11,97	17,38	Tak
9		45	339,74	24,44	27,40	18,28	Nie
10		60	336,99	67,87	72,02	20,35	Nie
11	0,45	0	489,79	17,00	23,04	23,49	Tak
12		15	489,64	3,40	4,47	24,51	Tak
13		30	487,55	25,94	29,08	25,75	Nie
14		45	479,22	61,06	65,28	27,12	Nie

15		60	480,15	110,97	116,54	29,69	Nie

Z analizy powyższego zestawienia wynika, że nie wszystkie przebiegi przyspieszeń uzyskane z symulacji modelu analitycznego mieszczą się w ustalonej tolerancji (tabela 5.4 i tabela 5.5, kolumna „Model prawidłowy"). Model analityczny w każdym przypadku wysokości h oraz grubości d odwzorowywał prawidłowo zachowanie próbki użebrowanej, gdy kąt β mieści się w przedziale $\beta \in \langle 0°;15° \rangle$. Dokonano kolejnej analizy wykorzystując następujący model numeryczny.

5.6. Model numeryczny

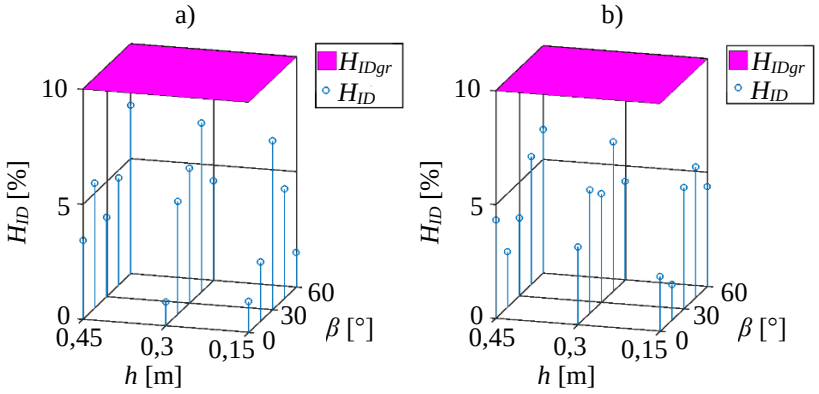
W środowisku LS-DYNA, w modelu zderzenia bijaka z próbką użebrowaną o przekroju trapezowym (rys.5.11), zastosowano krzywą dynamicznego ściskania pianki polietylenowej STRATLITE 22 wyznaczoną w podrozdziale 4.3.2.



Rys.5.11. Model numeryczny w środowisku LS-DYNA odwzorowujący proces zderzenia bijaka z próbką użebrowaną o przekorju trapezowym wykonaną z pianki polietylenowej

Wymiary próbki są zgodne z danymi przedstawionymi w podrozdziale 5.1. Ponadto, zastosowano modele i parametry materiałów pianki polietylenowej oraz bijaka, takie jak w podrozdziale 4.3.3. Prędkość początkową, nadawaną bijakowi tuż przed zderzeniem wyznaczano z wzoru (4.1), wykorzystując takie same wysokości swobodnego spadku, jak w podrozdziale 5.1, tj. h=[0,15; 0,30; 0,45] m.

Tak samo, jak w przypadku modelu numerycznego odwzorowującego proces zderzenia bijaka z próbką prostopadłościenną w podrozdziale 4.3.3 oraz swobodnego spadku opakowania w podrozdziale 4.4.3, wyznaczono iloraz H_{ID} energii efektu klepsydry i maksymalnej energii wewnętrznej zgodnie ze wzorem (4.7).



Rys.5.12. Iloraz maksymalnej energii uzyskanej z efektu klepsydry i maksymalnej energii wewnętrznej w funckji wysokości h swobodnego spadku oraz kąta β pochylenia ściany bocznej dla próbek użebrowanych o grubościach: a) d=20 mm, b) d=40 mm

Iloraz energii H_{ID} określono dla elementu pianki składającej się z trzech prostopadłościanów i czterech graniastosłupów o trójkątnych podstawach (rys.5.11). Otrzymane wartości ilorazów energii H_{ID} (rys.5.12) są mniejsze od wartości dopuszczalnej wynoszącej 10%, co oznacza, że ze względu na efekt klepsydry oraz gęstość siatki model numeryczny zbudowany jest poprawnie. Największy iloraz energii H_{ID}=7,34% uzyskano dla pianki użebrowanej przy kącie β=30°, wysokości h=0,45 m oraz grubości d=20 mm (rys.5.12a). Pomyślny rezultat analizy ilorazu H_{ID} uzasadnia, by model numeryczny poddać dalszej weryfikacji, wykorzystując wyniki badań eksperymentalnych.

5.7. Weryfikacja eksperymentalna wyników z modelu numerycznego

Posługując się metodą przedstawioną w podrozdziale 4.3.4 zweryfikowano, czy uzyskiwane przyspieszenia wyznaczone na podstawie modelu numerycznego mieszczą się w przyjętej wartości tolerancji ε_r (tabela 5.4 i tabela 5.5). Wartość $\varepsilon_r = 5\% a_{sr}$ przyjęto taką samą, jak w podrozdziale 4.3.4. W celu oceny dopasowania wyników symulacji z eksperymentalnymi zastosowano współczynnik determinacji R^2 oraz błąd względny Δ – wzór (4.10).

Tabela 5.4. Weryfikacja eksperymentalna maksymalnego przyspieszenia uzyskanego na podstawie symulacji modelu numerycznego dla próbki użebrowanej o grubości d=20 mm

Lp.	h	β	a_{sym}	b_b	b_w	ε_r	Model prawidłowy	R^2	Δ
	m	°	m/s^2	m/s^2	m/s^2	m/s^2	Tak/Nie/ Więcej pomiarów	-	%
1	0,15	0	325,90	0,71	3,76	16,18	Tak	0,95	0,08
2		15	329,10	5,48	8,43	16,11	Tak	0,91	1,70
3		30	324,10	10,37	14,19	15,59	Tak	0,82	4,02
4		45	337,30	12,53	15,94	16,15	Tak	0,72	0,79
5		60	354,30	10,38	15,10	17,08	Tak	0,85	3,65
6	0,30	0	606,80	19,23	24,15	31,42	Tak	0,96	3,95
7		15	612,50	7,69	13,47	30,09	Tak	0,87	2,42
8		30	602,50	20,72	28,16	28,90	Tak	0,78	4,58
9		45	600,00	18,70	27,23	28,85	Tak	0,64	4,25
10		60	659,40	24,82	31,64	34,38	Tak	0,86	3,98
11	0,45	0	792,50	20,39	35,57	41,02	Tak	0,79	3,26
12		15	781,00	36,19	40,80	40,97	Tak	0,90	4,68
13		30	785,80	27,80	33,52	40,82	Tak	0,85	3,63

14		45	797,40	34,33	40,40	41,74	Tak	0,84	4,32
15		60	830,90	27,68	40,86	43,26	Tak	0,90	3,86

Tabela 5.5.Weryfikacja eksperymentalna maksymalnego przyspieszenia uzyskanego na podstawie symulacji modelu numerycznego dla próbki użebrowanej o grubości d=40 mm

Lp.	h	β	a_{sym}	b_b	b_w	ε_r	Model prawidłowy	R^2	Δ
	m	°	m/s^2	m/s^2	m/s^2	m/s^2	Tak/Nie/ Więcej pomiarów	-	%
1	0,15	0	194,60	4,39	6,67	10,00	Tak	0,94	2,34
2		15	193,10	4,80	7,18	9,95	Tak	0,93	2,68
3		30	188,60	7,20	9,81	9,85	Tak	0,94	4,00
4		45	194,30	6,19	10,06	10,12	Tak	0,90	4,81
5		60	207,80	8,12	10,51	10,86	Tak	0,94	4,14
6	0,30	0	328,60	7,67	13,24	16,95	Tak	0,96	2,85
7		15	327,20	10,91	16,09	17,03	Tak	0,95	4,47
8		30	333,60	11,87	16,28	17,38	Tak	0,95	3,87
9		45	350,30	13,88	16,84	18,28	Tak	0,93	4,03
10		60	390,60	14,26	18,41	20,35	Tak	0,91	3,89
11	0,45	0	475,90	3,11	9,15	23,49	Tak	0,94	2,57

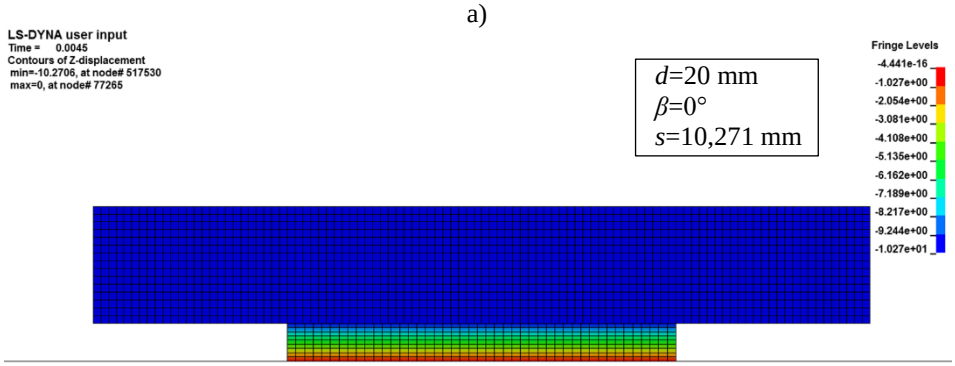
12		15	470,20	16,04	23,91	24,51	Tak	0,97	3,97
13		30	493,10	20,40	23,53	25,75	Tak	0,94	4,19
14		45	518,30	21,98	26,20	27,12	Tak	0,98	4,27
15		60	575,30	15,82	21,39	29,69	Tak	0,93	2,90

Z analizy powyższego zestawienia wynika, że wszystkie przebiegi przyspieszeń uzyskane na podstawie symulacji modelu numerycznego mieszczą się w ustalonej tolerancji (tabela 5.4 i tabela 5.5, kolumna „Model prawidłowy"). Ponadto, przebiegi przyspieszeń z symulacji odzwierciedlają także naturalny charakter przebiegu zderzenia rejestrowanego podczas badań eksperymentalnych. Dla przyjętych grubości d, kąta β nachylenia ściany bocznej oraz wysokości h swobodnego spadku uzyskano najniższą zgodność przebiegów przyspieszeń dla d=40 mm, β=45° oraz h=0,15 m (R^2=0,64, tabela 5.4), a najniższą zgodność wartości maksymalnych przyspieszeń uzyskano dla d=20 mm, β=45° oraz h=0,3 m (Δ=4,81%, tabela 5.5). Jak można zauważyć, wyniki symulacji zderzenia bijaka z próbką użebrowaną wykonaną z pianki polietylenowej są poprawne. Zatem można uznać, że pomimo rozbieżności wyników badań doświadczalnych i numerycznych (Δ<5%) model numeryczny można wykorzystać do oceny zdolności łagodzenia skutków zderzenia przez struktury użebrowane.

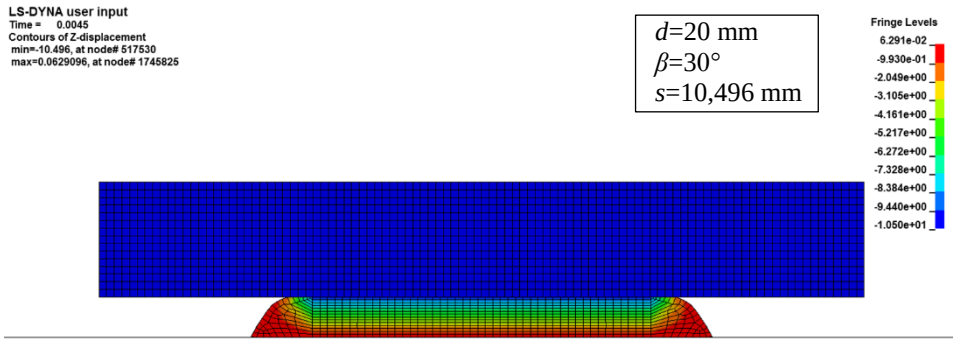
5.8. Analiza wyników modelu numerycznego

Na rys.5.13 przedstawiono rozkład przemieszczeń w kierunku pionowym dla próbek o grubości d=20 mm: prostopadłościennej (rys.5.13a) oraz użebrowanych o kącie nachylenia ściany β=30° (rys.5.13b) i β=60° (rys.5.13c). Rozkłady te zostały wyznaczone podczas symulacji zderzenia przy wysokości swobodnego spadku bijaka h=0,30 m, gdy bijak przemieścił się około 10 mm (gdy średnia wartość odkształcenia względnego wynosi około 50%). Na (rys.5.13a) widoczny jest poziomy i równomierny rozkład przemieszczeń, który oznacza, że występuje równomierny rozkład odkształceń w całej próbce. Na (rys.5.13b) i (rys.5.13c) można zauważyć, że rozkład ten jest niejednorodny oraz że jego zmienność zwiększa się wraz ze wzrostem kąta β. Rozkład ten powoduje, że odkształcenie w kierunku zderzenia ε reprezentowane jest jako gradient przemieszczenia pianki w dwóch kierunkach.

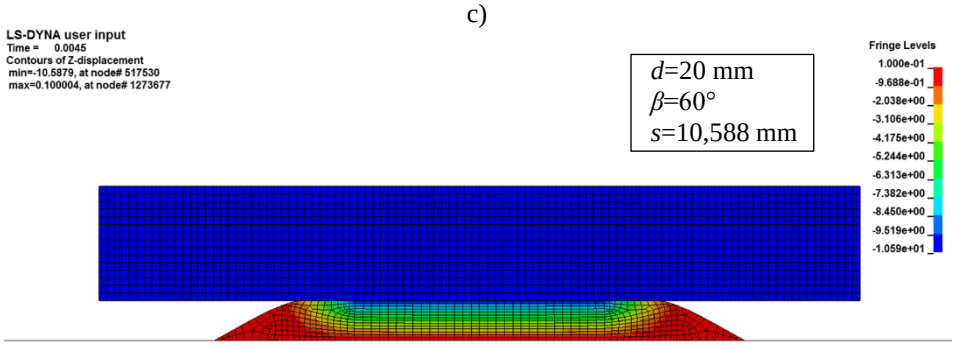
a)



b)



c)



Rys.5.13. Rozkład skrócenia *s* próbki (w kierunku pionowym) o grubości początkowej *d*=20 mm, przy swobodnym spadku bijaka z wysokości *h*=0,30 m w przypadku: a) próbki prostopadłościennej i przemieszczeniu bijaka *s*=10,271 mm, b) próbki użebrowanej o kącie nachylenia ściany *β*=30° i przemieszczeniu bijaka *s*=10,496 mm, c) próbki użebrowanej o kącie nachylenia ściany *β*=60° i przemieszczeniu bijaka *s*=10,588 mm

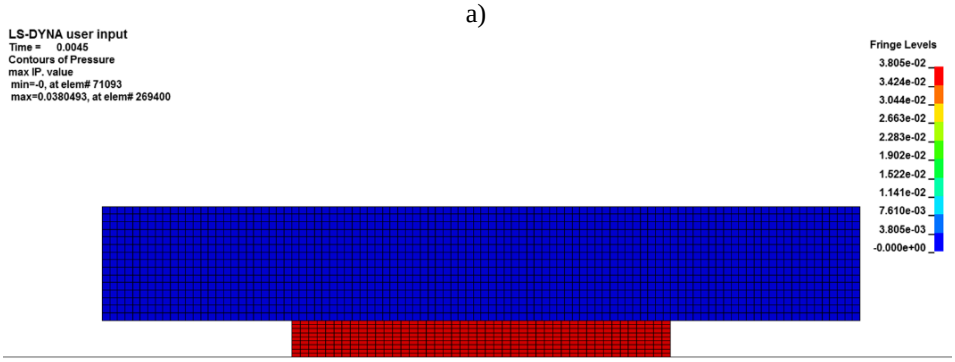
Na rys.5.14 przedstawiono rozkład średnich naprężeń σ_m dla próbki użebrowanej o takich samych parametrach, jak przedstawionych na rys.5.13c oraz próbki prostopadłościennej zgodnie z parametrami przedstawionymi na rys.5.13a. Wartość średnia naprężenia jest wyznaczana z następującej zależności [65]:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} \tag{5.11}$$

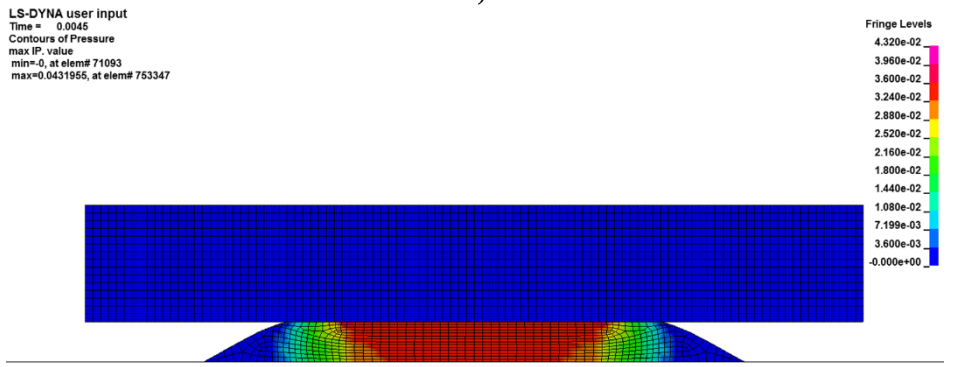
gdzie:

σ_{ii} - naprężenia główne (i=1, 2, 3).

a)



b)



Rys.5.14. Rozkład średnich naprężeń σ_m [MPa] w próbce o grubości początkowej d=20 mm, przy swobodnym spadku bijaka z wysokości h=0,30 m w przypadku: a) próbki prostopadłościennej i przemieszczeniu bijaka s=10,271 mm, b) próbki użebrowanej o kącie nachylenia ściany β=60° i przemieszczeniu bijaka s=10,588 mm

Wg rys.5.14a rozkład średniego naprężenia w próbce prostopadłościennej jest jednakowy w całej próbce powodując, że rozkład skrócenia s (rys.5.13a) jest

równomierny. Na rys.5.14b rozkład naprężeń nie jest stały. Największe naprężenia średnie występują w centralnej części na całej grubości próbki. Wartości tych naprężeń są większe od naprężeń występujących w próbce prostopadłościennej (rys.5.14a). Najmniejsze wartość naprężeń występująca w narożach próbki wykazując, że nie biorą one udziału w generowaniu sił reakcji przeciwdziałających siłom bezwładności bijaka. Stąd, na ruch bijaka efektywnie reaguje tylko środkowa część próbki.

W podrozdziale 5.3 stwierdzono, że w zakresie kąta $\beta \in \langle 30^o;\ 60^o \rangle$ przyspieszenie a wzrasta zarówno dla d=20 mm, jak i d=40 mm (rys.5.4). Na podstawie przeprowadzonej analizy średniego naprężenia σ_m oraz skrócenia s wynika, że w przypadku próbek o przekroju trapezowym, tylko ich środkowa część, pozbawiona naroży, efektywnie przeciwdziała ruchowi bijaka. Im większy kąt β, tym większa objętość próbki jest niedociążona w obrębie naroży. Konsekwencją jest zwiększone przejmowanie obciążeń przez pozostałą objętość, prowadząc do wzrostu odkształceń w części centralnej próbki. Biorąc pod uwagę progresywną charakterystykę dynamicznego ściskania materiału pianki PE (przedstawionej w podrozdziale 4.3.2) należy spodziewać się, że wraz ze znacznym wzrostem odkształcenia próbki rosnąć będą intensywnie przyspieszenia bijaka – obserwowane podczas badań eksperymentalnych i numerycznych.

Zestawiając wyniki z modelu analitycznego (tabela 5.2 i 0) oraz modelu numerycznego (tabela 5.4 i tabela 5.5) można zauważyć, że w przypadku kątów β mieszczących się w przedziale $\beta \in \langle 0°;15° \rangle$ oba modele są zgodne z wynikami eksperymentalnymi. Oznacza to, że naprężenia ściskające występujące w próbkach o przekroju trapezowym (dla kątów β z tego przedziału) możemy traktować jako równomierne.

6. WNIOSKI

6.1. Podsumowanie głównej części rozprawy oraz konkluzja odnośnie do celów i hipotez rozprawy

W rozprawie została zaproponowana nowatorska metoda do wyznaczania krzywej naprężenia dynamicznego ściskania w funkcji odkształcenia względnego dla materiałów amortyzujących skutki zderzenia stosowanych w wypełnieniach opakowań. Rozwiązanie to bazuje na metodzie energetycznej, która wykorzystuje zbiory krzywych amortyzacji (dostarczanych przez producentów materiałów przeciwwstrząsowych) lub przebiegi przyspieszeń uzyskiwane na podstawie własnych badań eksperymentalnych wykonanych na testerze zderzeń przedstawionym w podrozdziale 4.2.1. Metodę wyznaczania tejże charakterystyki przedstawiono w rozdziale 3, gdzie przetestowano ją dla materiałów przeciwwstrząsowych takich, jak pianka polietylenowej oraz tektura falista 3-warstwowa. Wykonane krzywe dynamicznego ściskania wykorzystano w modelu numerycznym bazującym na metodzie elementów skończonych, odwzorowując eksperyment. Na podstawie analizy wyników weryfikacji eksperymentalnej tego modelu (przedstawionej w podrozdziale 4.3.4) wykazano, że dla ustalonych gęstości energii E_d uzyskane maksymalne przyspieszenia mieszczą się w zadanej tolerancji błędu. Oznacza to, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy sformułowanej w podrozdziale 2.2 informującej, iż „Krzywą dynamicznego ściskania, stanowiącą główną charakterystykę mechaniczną materiału opakowaniowego piankowego o zamkniętych komórkach, można wyznaczyć wykorzystując krzywe amortyzacji lub na podstawie prób swobodnego spadku.”

Weryfikacja eksperymentalna modelu numerycznego wykonana dla przykładowego opakowaniowa transportowego w podrozdziale 4.4.4 oraz analiza modelu numerycznego struktury użebrowanej w podrozdziale 5.8, także nie stanowią podstaw do odrzucenia drugiej hipotezy mówiącej, że: „Oczekiwane właściwości mechaniczne struktur przeciwzderzeniowych opakowań można kształtować w procesie projektowania wspomaganym komputerowo, stosując krzywe dynamicznego ściskania materiałów konstrukcyjnych, wyznaczone metodą energetyczną na podstawie prób swobodnego spadku”.

Satysfakcjonujące wyniki badań numerycznych zjawiska zderzenia, pozwalają uznać, że główny cel rozprawy (podrozdział 2.1), dotyczący opracowania oryginalnej metody wyznaczania właściwości przeciwwstrząsowych materiałów wypełnień opakowań przy zdecydowanie mniejszym nakładzie badań eksperymentalnych w porównaniu do standardowej metody wyznaczania krzywych amortyzacji został zrealizowany oraz że, wykazano słuszność stawianych hipotez.

6.2. Ograniczenia i krytyczna refleksja na temat zaproponowanego rozwiązania

Zaproponowana w rozprawie metoda okazała się skuteczna w przypadku materiałów przeciwwstrząsowych wybranych do badań (pianka polietylenowa i tektura falista 3-warstwowa o fali B). Aby była możliwa jej pełna akceptacja konieczna jest weryfikacja w oparciu o wyniki badań dla większej ilości rodzajów materiałów (np. pianki poliuretanowe).

W celu poprawnego wyznaczenia krzywej dynamicznego ściskania badany materiał powinien posiadać jednolitą strukturę. Jeśli warunek ten nie będzie spełniony, to między przebiegiem przyspieszenia uzyskanym z badania eksperymentalnego a przebiegiem uzyskanym z symulacji może wystąpić rozbieżność, jak np. w przypadku tektury falistej 3-warstwowej przedstawionej w podrozdziale 4.3.2. Brak jednolitej struktury w tekturze falistej spowodował, że dopasowanie przebiegów przyspieszeń uzyskane z eksperymentu i z modelu numerycznego, mieściło się w przedziale zaledwie $R^2 = 0,27 \div 0,7$, mimo, iż błąd względny pomiędzy maksymalnymi przyspieszeniami wynosił w większości przypadków Δ<5%.

6.3. Ocena wkładu do rozwoju wiedzy na temat właściwości amortyzujących materiałów przeciwwstrząsowych

Modele przedstawione w podrozdziale 1.5.3 ograniczają się do przyjęcia parametrów, które wyznaczone są ze statycznej próby ściskania. W pracy [59] wykazano, że krzywa $\sigma_d(\varepsilon)$ wyznaczona z przebiegu przyspieszenia posiada większe wartości naprężeń niż krzywa $\sigma(\varepsilon)$ wyznaczana na maszynie wytrzymałościowej, przy stałej i niewielkiej prędkości ściskania. Spowodowane jest to tym, że krzywe wyznaczone ze statycznej próby pozbawione są wpływu efektów dynamicznych. Wykorzystanie krzywej wyznaczonej ze statycznej próby do odwzorowania procesu zderzenia, powoduje brak uzyskania satysfakcjonujących wyników analiz MES.

W rozprawie przedstawiono oryginalną metodę wyznaczania krzywej $\sigma_d(\varepsilon)$, która zawiera wpływ efektów dynamicznych. Pozwala to na określenie zachowania materiału przeciwwstrząsowego za pomocą jednej krzywej, a nie za pomocą kilku parametrów jak to przedstawiono w podrozdziale 1.6 lub za pomocą zbioru krzywych amortyzacji. Również pojawia się możliwość wykorzystania krzywej $\sigma_d(\varepsilon)$ w metodach numerycznych, co pozwala na komputerową weryfikację zaprojektowanego opakowania.

6.4. Perspektywa kontynuacji badań

Wyniki przeprowadzonych prac uzasadniają celowość kontynuacji badań dotyczących wykorzystania metody wyznaczania krzywej dynamicznego ściskania w modelowaniu zderzenia opakowań z zastosowaniem metody elementów skończonych. Wyniki tych badań pozwolą na opracowanie wytycznych i wskazań dla konstruktorów, wspomagających proces projektowania opakowań, np. odnośnie zastosowania preferowanego kształtu materiału przeciwwstrząsowego w celu uzyskiwania zadanego przebiegu przyspieszenia.

Badania należy kontynuować również w kierunku analizy zmian właściwości amortyzujących materiałów przeciwwstrząsowych w przypadku poddawania ich wielokrotnemu zderzeniu. Ten problem został przytoczony tylko w pracy [84], lecz dotyczył on jedynie prób statycznego ściskania. Uzyskane rozwiązanie stanowiłoby nowe podejście w projektowaniu struktur przeciwwstrząsowych, które pozwoliło by na oszacowanie trwałości opakowań poddawanych wielokrotnym zderzeniom i rozważenie wtórnego wykorzystania tych opakowań w kolejnych przesyłkach.

Modele odzwierciedlające mikromechanikę zachowania pianek o zamkniętych komórkach pod wpływem sił ściskających (przedstawione w podrozdziale 1.6) nie są chętnie wykorzystywane. Zastosowanie tych metod zostało znalezione tylko w jednej pracy [12]. Oczekiwanym rozwiązaniem jest opracowanie modelu ogólnego, uwzględniającego metodę krzywej dynamicznego ściskania w połączeniu z opisem mikromechaniki procesów pojawiających się podczas ściskania pianki o zamkniętych komórkach.

7. LITERATURA

[1] Abbès B., Guo Y.Q., 2010. Analytic homogenization for torsion of orthotropic sandwich plates: application to corrugated cardboard. Composite Structures. 92, 699–706.

[2] ASTM D-1596-97 (Reapproved 2011). Standard test method for dynamic shock cushioning characteristics of packaging material.

[3] ASTM D3332-99 (Reapproved 2010). Standard test method for mechanical-shock fragility of products, using shock machines.

[4] Avallea M. Belingardia G., Montaninib R. 2001. Characterization of polymeric structural foams under compressive impact loading by means of energy-absorption diagram. International Journal of Impact Engineering. 25(5), 455-472.

[5] Azzi A., Battini D., Persona A., Sgarbossa F., 2012. Packaging design: general framework and research agenda. Packaging Technology and Science. 25(8), 435-456.

[6] Banks J., Carson J. S., Nelson B. L., Nicol D. M., 2010. Discrete-event system simulation. Prentice Hall.

[7] BASF, 2006. Packaging with styropor. http//styropor.basf.us/files/pdf/ Packaging_with_Styropor.pdf (data pobrania 27 Listopada 2016).

[8] Bibalan, P. T., Featherstone, R., 2009. A study of soft contact models in simulink. [W:] Proceedings of the Australasian Conference on Robotics and Automation (ACRA), 2–4 December 2009, Sydney, Australia.

[9] Bower A. F. 2010. Applied mechanics of solids. CRC Press.

[10] Burgess G., 1990. Consolidation of cushion curves. Packaging Technology and Science. 3(4), s. 189-194.

[11] Burgess G., 1994. Generation of cushion curves from one shock pulse. Packaging Technology and Science. 7(4), 169–173.

[12] Castiglioni A., Castellani L., Cuder G., Comba S., 2017. Relevant materials parameters in cushioning for EPS foams. Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects. 534, 71-77.

[13] Chang F. S. 1995. Constitutive equation development of foam materials, Wayne State University.

[14] Chang F. S., Hallquist J. O., Lu D. X., Shahidi B. K., Kudelko C. M., Tekelly J. P. 1994. Finite element analysis of low-density high-hysteresis foam materials and the application in the automotive industry. SAE Technical Paper 940908 w Safety Technology (SP-1041).

[15] Cholewa-Wójcik A., 2006. Badanie opakowań transportowych, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Kraków.

[16] Craven P., Wahba G., 1985. Smoothing noisy data with spline function. Numerische Mathematik. 47, 99-106.

[17] de Vries D. V. W. M. 2009. Characterization of polymeric foams. Eindhoven University of Technology. http://www.mate.tue.nl/mate/pdfs /10702_sec.pdf (data pobrania 22 marca 2018).

[18] Dow Automotive. 2009. Finite element analysis with IMPAXX energy absorbing foams in headliner applications – modeling instructions and material models for use in FMVSS201U head impact simulations.
[19] Dudziński Z., 2014. Opakowania w gospodarce magazynowej: z dokumentacją i wzorcową instrukcją gospodarki opakowania. Ośrodek Doradztwa i Doskonalenia Kard Sp. z o.o., Gdańsk.
[20] Duong P. T. M., 2017. Analysis and simulation for the double corrugated cardboard plates under bending and in-plane shear force by homogenization method. International Journal of Mechanics. 11, 176-181.
[21] Duong P. T. M., 2017. Modeling and numerical simulation for the double corrugated cardboard under transverse loading by homogenization method. The International Journal of Engineering and Science. 6(9), 16-25.
[22] Duong P., 2017. Analysis and simulation for the double corrugated cardboard plates under bending and in-plane shear force by homogenization method. International journal of mechanics. 11, 176-181.
[23] Dylan D. 2007. Modelling carpet for use in occupant crash simulations. [W:] 6th European LS-DYNA Users' Conference: Gothenburg, Sweden, 29th -30th May 2007. 36-46.
[24] Eaves D., 2004. Handbook of polymer foams. Smithers Rapra Publishing.
[25] Emblem A., Emblem H., 2012. Packaging technology: fundamentals, material and process. Woodhead Publishing, Philadelphia.
[26] Fielder R.M. 2009. Shock. [W:] Encyclopedia of packaging technology, K. L. Yam (red.). A John Wiley & Sons. 1107-1111.
[27] Flores P., Ambrósio J. A. C., Claro J. C. P., Lankarani H. M., 2006. Influence of the contact-impact force model on the dynamic response of multi-body systems. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part K Journal of Multi-body Dynamics. 220(1), 21-34.
[28] Flores P., Lankarani H. M. 2016. Contact force models for multibody dynamic, Springer, 2016.
[29] Flores P., Machado M., Silva M. T. , Martins J. M., 2011. On the continuous contact force models for soft materials in multibody dynamics. Multibody System Dynamic. 25(3), 357–375.
[30] Gibert J. M., Batt G. S., 2015. Impact oscillator model for the prediction of dynamic cushion curves of open cell foams. Packaging Technology and Science. 28(3), 227-239.
[31] Gibson L. J., Ashby M. F. 1988. Cellular solids: structure and properties. Cambridge University Press.
[32] Gilardi G., Sharf, I., 2002. Literature survey of contact dynamics modelling. Mechanism and Machine Theory. 37, 1213–1239.
[33] Gilchrist. A., Mills N.J., 2001. Impact deformation of rigid polymeric foams: experiments and FEA modelling. International Journal of Impact Engineering. 25, 767 – 786.
[34] Goldsmith W., 1960. Impact. The theory and physical behaviour of colliding solids, Edward Arnold Ltd.

[35] Gryboś R. 1969. Teoria uderzenia w dyskretnych układach mechanicznych. PWN.
[36] Hallquist J. O., 2006. LS-DYNA theory manual. Livermore Software Technology Corporation.
[37] Hammou A. D. , Duong P. T. M. , Abbès B., Makhlouf M., Guo Y.-Q., 2012. Finite-element simulation with a homogenization model and experimental study of free drop tests of corrugated cardboard packaging. Mechanics and Industry. 13(3), 175-184.
[38] Hibbitt, Karlsson and Sorensen Inc 2004. ABAQUS/CAE user's manual Version 6.5.
[39] Horgan C. O., Murphy J. G. 2009. On the volumetric part of strain-energy function used in the constitutive modeling of slightly compressible solid rubbers. International Journal of Solids and Structures. 46(16), 3078-3085.
[40] Huang H. 2015. EPS foam cushioning design using computer aided design, computer aided engineering & topology optimization. Praca dyplomowa. Rochester Institute of Technology.
[41] Hunt K. H. , Crossley F. R. E., 1975. Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact. Journal of Applied Mechanics. 42(2), 440–445.
[42] ISO 3394:2012. Packaging – Completed, filled transport packages and units loads.
[43] Jakowski S., 2015. Opakowania transportowe – poradnik. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa.
[44] Jemioło S., Gajewski M. 2014. Hipersprężystoplastyczność. Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej.
[45] Jenkins M., Mills N. 2005. Plastics: microstructure and engineering applications. Elsevier.
[46] Jia, T., Sun, N. and Cao, M. 2008. Moving object detection based on blob analysis. [W:] 2008 IEEE International Conference on Automation and Logistics, Qingdao, China, 1-3 September 2008. 322-325.
[47] Jünemann R., 1989. Materialfluss und logistik. Systemtechnische grundlagen mit praxisbeispielen. Springer.
[48] Khulief, Y., 2013. Modeling of impact in multi-body systems: An overview. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics. 8, 021012–1:15.
[49] Khulief, Y.A., Shabana, A.A., 1987. A continuous force model for the impact analysis of flexible multibody systems. Mechanism and Machine Theory. 22(3), 213–224.
[50] Kirkpatrick J., Sek M., 2001. Corrugated cushion design handbook. A handbook for the effective use of corrugated fibreboard as a cushioning medium in protective packaging. http://www.staff.vu.edu.au/msek/Handbook%20corrugated%20part%201.pdf. (data pobrania 27 Listopada 2017).

[51] Kolsky H., 1949. An investigation of mechanical properties of materials at very high rates of loading. Proceedings of the Physical Society Section B. 62(11), 676-700.
[52] Korzeniowski A., Ankiel-Homa M., Czala-Jagielska N., 2011. Innowacje w opakowalnictwie. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, Poznań.
[53] Korzeniowski A., Kwiatkowski J., 1994. Towaroznawstwo opakowań. Wydawnictwo Akademia Ekonomiczna, Poznań.
[54] Korzeniowski A., Skrzypek M., Szyszka G., 2010. Opakowania w systemach logistycznych. Instytut Logistyki i Magazynowania, Poznań.
[55] Lankarani H. M., Nikravesh P. E., 1990. A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems. Journal of Mechanical Design. 112, 369–376.
[56] Lankarani H. M., Nikravesh P. E., 1992. Hertz contact force model with permanent indentation in impact analysis of solids. [W:] 18th Annual ASME Design Automation Conference, 9-13 September 1992, Scottsdale, USA.
[57] Lankarani H. M., Nikravesh P. E., 1994. Continuous contact force models for impact analysis in multibody systems. Nonlinear Dynamics. 5, 193–207.
[58] Leismann T., Mahnken R., 2015. Comparison of hyperelastic micromorphic, micropolar and microstrain continua. International Journal of Non-Linear Mechanics. 77, 115-127.
[59] Li G., Rouillard V., Sek M. A., 2014. Evaluation of static and dynamic cushioning properties of polyethylene foam for determining its cushion curves. Packaging Technology and Science. 28(1), 47-57.
[60] Lim C.T., Stronge W.J., 1999. Oblique elastic–plastic impact between rough cylinders in plane strain. International Journal of Engineering Science. 37(1), 97–122.
[61] Liu G. R., Xi Z. C., 2001. Elastic waves in anisotropic laminates, CRC Press.
[62] LIVERMORE SOFTWARE TECHNOLOGY CORPORATION, 2014. LS-DYNA keyword user's manual volume II material models R7.1. http://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/jday/manuals/LS-DYNA_manual_Vol_II_R7.1.pdf (data pobrania 27 Listopada 2017).
[63] LS-DYNA Aerospace Working Group, 2017. Modeling guidelines document, version 17-1. https://awg.lstc.com/tiki/tiki-index.php?page=MGD (data pobrania 27 Listopada 2017).
[64] Lu F., Tao W., Gao D., 2013. Virtual mass method for solution of dynamic response of composite cushion packaging system. Packaging Technology and Science. 26(S1), 32-42.
[65] Łuksza J., 2015. Mechanika ośrodków ciągłych wybrane zagadnienia. Wydawnictwo AGH. Kraków.

[66] Masso-Moreu Y., Mills N.J., 2003. Impact compression of polystyrene foam pyramids. International Journal of Impact Engineering. 23(6), 653-676.
[67] Mills N. J., Gilchrist A. 2007. Properties of bonded polypropylene bead foams: data and modeling. Journal of Materials Science. 42(9), 3177-3189.
[68] Mills N. J., Masso-Moreu Y., 2005. Finite element analysis (FEA) applied to polyethylene foam cushions in package drop tests. Packaging Technology and Science. 18(1), 29-38.
[69] Mills N. J., Stämpfli R., Marone F., Brühwiler P. A. 2009. Finite element micromechanics model of impact compression of closed-cell polymer foams. International Journal of Solids and Structures, 49(3-4), 677-697.
[70] Miltz J., Ramon O., 1990. Energy absorption characteristics of polymeric foams used as cushioning materials. Polymer Engineering and Science. 30(2), 129–133.
[71] Moeslund T. B., 2012. Introduction to video and image processing. Springer.
[72] Mrozek Z., 2003. Modelowanie fizyczne. Pomiary Automatyka Robotyka. 4, 18-23.
[73] Mruk H., Rutkowski I.P., 1994. Strategia produktu. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne. Warszawa.
[74] Mülkoğlu, O., Güler M. A., Acar E., Demirbağ H., 2017. Drop test simulation and surrogate-based optimization of a dishwasher mechanical structure and its packaging module. Structural and Multidisciplinary Optimization. 55(4). 1517-1534.
[75] N.J. Mills, 2007. Polymer foams handbook – engineering and biomechanics applications and design guide. Elsevier.
[76] Naganathan P., He J., Kirkpatrick J., 1999. The effect of compression of enclosed air on the cushioning properties of corrugated fibreboard. Packaging Technology and Science. 12(2), 81-91.
[77] Nazarchuk Z., Skalskyi V., Serhiyenko O. 2017. Acoustic emission: methodology and application. Springer.
[78] Ogden R. W., Saccomandi G., Sgura I. 2004. Fitting hyperelastic models to experimental data. Computational Mechanics. 34(6), 484–502.
[79] Ogden R.W. 1997. Non-linear elastic deformations. Dover Publication.
[80] Osowski P., Piątkowski T., 2017. Analysis of corrugated cardboard influence on the protective properties of complex packaging system. [W:] Conference Scientific Session Of Applied Mechanics IX, Tomasz Piątkowski (red.). AIP Publishing. 020011-1 - 020011-9.
[81] Osowski P., Wolski M., Piątkowski T. 2017. Komputerowa analiza właściwości przeciwwstrząsowych opakowania. [W:] XXIV Krajowa Konferencja Komputerowe Wspomaganie Badań Naukowych, Jan Zarzycki J. (red.). Wrocławskie Towarzystwo Naukowe. 199 – 210.

[82] Osowski P., Wolski M., Piątkowski T. 2017. Verification of velocity measurement methods by high speed camera and accelerometer on example of impact tester. [W:] 23rd International Conference Engineering Mechanics: Svratka, Czech Republic, 15-18 May 2017. 742 – 745.
[83] Ozturk U. E., Anlas G. 2011. Finite element analysis of expanded polystyrene foam under multiple compressive loading and unloading. Materials and Design. 32(2), 773–780.
[84] Ozturk U. E., Anlas G., 2011. Finite element analysis of expanded polystyrene foam under multiple compressive loading and unloading. Material and Design. 32(2), 773-780.
[85] Paluch M., 2006. Podstawy teorii sprężystości i plastyczności z przykładami : podręcznik dla studentów wyższych szkół technicznych, Politechnika Krakowska.
[86] Petrashen G. I., 1980. Propagation of waves in anisotropic elastic media. Nauka. Leningrad.
[87] Piątkowski T., Osowski P., 2016. Modified method for dynamic stress-strain curve determination of closed-cell foams. Packaging Technology and Science. 29(6), 337-349.
[88] PN-EN 14182:2005. Opakowania – terminologia – terminy podstawowe i definicje.
[89] PN-EN 1923:1999. Tworzywa sztuczne porowate i gumy – oznaczenie wymiarów liniowych.
[90] PN-EN 22248:2001. Opakowania – opakowania transportowe z zawartością – metoda badania odporności na uderzenia przy swobodnym spadku.
[91] PN-EN ISO 3569:1998, Urządzenia transportu ciągłego terminy.
[92] PN-EN ISO 780:2001, Opakowania – graficzne znaki manipulacyjne.
[93] PN-O-79021:1989. Opakowania – system wymiarowy.
[94] Rao C. L., Narayanamurthy V., Simha K. R. Y. 2016. Applied impact mechanics. John Wiley & Sons.
[95] Razali N. M., Wah Y. B., 2011. Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests. Journal of Statistical Modeling and Analytics. 2(1), 21-33.
[96] Reddy J. N. 2013. An Introduction to continuum mechanic with applications, Cambridge University Press.
[97] Reed J., 1985. Energy loss due to elastic wave propagation during an elastic impact. Journal of Physics D: Applied Physics. 18(12), 2329–2337.
[98] Rivin, E. I., 1999. Stiffness and damping in mechanical design. Marcel Dekker.
[99] Routh E.T., 1905. Dynamics of a system of rigid bodies. MacMillan & Co.
[100] Rusch K. C. 1970. Load-compression behavior of brittle foams. Journal of Applied Polymer Science, 14(5), 1263-1276.
[101] Sambamoorthy B., Halder T. 2001. Characterization and component level correlation of energy absorbing (EA) polyurethane foams (PU) using

LS-DYNA material models. [W:] 3th European LS-DYNA Conference: Paris, France, 18–19 June 2001.
[102] Schueneman H. H., Packaging engineering, design and testing. A step-by-step approach for protection of fragile products. Westpak Inc. San Jose (USA). https://www.westpak.com/images/pdf/08_package_engineering_design_testing.pdf (data pobrania 22 marca 2018).
[103] Schueneman H. H., 2009. Testing, Product Fragility. [W:] Encyclopedia of packaging technology, K. L. Yam (red.). A John Wiley & Sons. 1213-1216.
[104] Sek M. A., Kirkpatrick J. 1997. Prediction of the cushioning properties of corrugated fibreboard from static and quasi-dynamic compression data. Packaging Technology and Science. 10(2), 87-94.
[105] Shapiro S. S., Wilk M. B. 1965. An analysis of variance test for normality. Biometrica. 52(3/4), 591-611.
[106] Skochdopole R. E., Rubens L. C. 1965. Physical properties modification of low density polyethylene. Journal of Cellular Plastics. 1(1), 91-96.
[107] Srivastava V., Srivastava R. 2014. On the polymeric foams: modeling and properties. Journal of Materials Science. 49(7), 2681-2692.
[108] Storåkers B. 1986. On material representation and constitutive branching in finite compressible elasticity. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 34(2), 125–145.
[109] Strong W.J., 2000. Impact mechanics. Cambridge University Press.
[110] Stronge W.J., 1991. Unraveling paradoxical theories for rigid body collisions. Journal of Applied Mechanics. 58, 1049-1055.
[111] Taylor L. M., Flanagan D. P., 1989. PRONTO3D A three-dimensional transient solid dynamic program. Sandia Report: SAND87-1912, UC-32.
[112] Ting T. C. T., Symonds P. S., 1964. Longitudinal impact on viscoplastic rods – linear stress-strain rate law. Journal of Applied Mechanics. 31(2), 199-207.
[113] Viot P., Bernard D. 2006. Impact test deformations of polypropylene foam samples followed by microtomography. Journal of Materials Science. 41(4), 1277-1279.
[114] Volokh K. 2016. Mechanics of soft materials. Springer.
[115] Whittaker E.T., 1904. A treatise on the analytical dynamics of particles and rigid bodies. Cambridge University Press.
[116] Widdle R. W., Bajaj A. K. , Davies P., 2008. Measurement of the poisson's ratio of flexible polyurethane foam and its influence on a uniaxial compression model. International Journal of Engineering Science. 46(1), 31–49.
[117] Wielka Encyklopedia PWN, t. 19, 2007. Wydawnictwo Naukowe PWN S.A, Warszawa. 497-498.
[118] Woźniak D., Kukiełka L., 2011. Logistyka opakowań w transporcie drogowym. Logistyka. 5, 430-438.

[119] Yam K. L. 2009. Packaging functions and environments. [W:] Encyclopedia of packaging technology, K. L. Yam (red.). A John Wiley & Sons. 869-871.
[120] Yan B., Regueiro R. A., Sture S., 2010. Three-dimensional ellipsoidal discrete element modeling of granular materials and its coupling with finite element facets. Engineering Computations. 27(4), 519-550.
[121] Yu T.X., Qiu XinMing, 2018. Introduction to impact dynamic. A John Wiley & Sons.
[122] Zener C, Feshbach H., 1939. A method of calculating energy losses during impact. Journal of Applied of Mechanics. 61, A67–70.
[123] Zhang G., Song X., Shi Y., Su F., Cao Y., 2017. Evaluation on cushioning packaging system of laptop during drop based on ABAQUS. [W:] 49th Conference of the International Circle of Educational Institutes for Graphic Arts Technology and Management & 8th China Academic Conference on Printing and Packaging, 14-16 May 2017, Beijing China.

BADANIA TEORETYCZNE I DOŚWIADCZALNE WYBRANYCH MATERIAŁÓW W PROCESIE KONSTRUOWANIA OPAKOWAŃ NARAŻONYCH NA OBCIĄŻENIA SPOWODOWANE ZDERZENIEM

Streszczenie

Zadaniem każdego opakowania jest zapewnienie ochrony produktu w nim zawartego przed uszkodzeniem, spowodowanym np. zderzeniem z innym opakowaniem czy przeszkodą. Zadanie to realizują materiały przeciwwstrząsowe znajdujące się w opakowaniu. Klasyczny proces projektowo-konstrukcyjny struktur przeciwwstrząsowych nowych opakowań metodą prób i błędów jest długotrwały i kosztowny. Związane jest to z wielokrotnym wykonywaniem prototypów i ich modyfikacjami. Ograniczone zaufanie do stosowania metody elementów skończonych w projektowaniu opakowań wynika z mało dokładnych opisów właściwości materiałów przeciwwstrząsowych poddawanych dynamicznym obciążeniom zewnętrznym.

Zasadniczym osiągnięciem pracy jest nowa wiedza w zakresie skuteczności zastosowania krzywej naprężenia dynamicznego w funkcji odkształcenia względnego ($\sigma d(\varepsilon)$) w modelowaniu struktur przeciwwstrząsowych opakowań, wyznaczonej na podstawie własnej metody, która wykorzystuje przebiegi przyspieszeń zarejestrowane na testerze zderzeń podczas prób swobodnego spadku bijaka na badaną próbkę. Uzyskane krzywe $\sigma d(\varepsilon)$ dla pianki polietylenowej oraz tektury falistej wykorzystano do odwzorowania zachowania opakowania podczas swobodnego spadku z wysokości na nieodkształcalne podłoże oraz do analizy wpływu kąta pochylenia ścian materiału przeciwwstrząsowego o przekroju trapezowym na efektywność łagodzenia skutków zderzenia. Wyniki przeprowadzonych badań numerycznych zostały potwierdzone w badaniach eksperymentalnych.

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL RESEARCH OF SELECTED MATERIALS IN THE PROCES OF CONSTRUCTING PACKAGING EXPOSED TO LOADS DUE TO IMPACT

Abstract

The task of every package is to ensure protection of the product therein contained from damage caused by e.g. during collision with another package or obstacle. This task is carried out by cushioning materials contained in the packaging. The classic process of design and construction of cushioning materials of new packaging by trial and error is long and costly. This is due to multiple prototyping and their modification. Limited confidence in the use of the finite element method in packaging design results from inaccurate descriptions of the properties of cushioning materials subjected to dynamic external loads.

The main achievement of the work is new knowledge in the field of the effectiveness of applying the dynamic stress-strain curve ($\sigma_d(\varepsilon)$) in the modeling of cushioning structures, determined on the basis of its own method, which uses the acceleration as a function of time obtained from the impact tester during the trials of free fall of the dropping platen on the test sample. Determined curves $\sigma_d(\varepsilon)$ for polyethylene foam and corrugated cardboard, it was used to reproduce the packaging behavior during free fall from height and for analysis influence of inclination angle of the trapezoidal cross-section side wall of cushioning material on the effectiveness of mitigating impact effects. The results of numerical tests have been confirmed in experimental research.